Centro de Instrução Almirante Wandenkolk - CIAW
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA

Curso de Aperfeiçoamento Avançado em Sistemas de Armas

SAB: Simulação e Controle de Artefatos Bélicos

Simulações Balísticas em 3DoF

Jozias **Del Rios** Cap Eng delriosjdrvgs@fab.mil.br (12) 98177-9921

Abril 2018

AA-811
SIMULAÇÃO E CONTROLE DE ARTEFATOS BÉLICOS
Simulações Balísticas 3DOF

Instrutor: 1ºTen Eng Jozias **DEL RIOS**

Autor do Material: Jozias **DEL RIOS** – rev. 07.jul.2016

OBJETIVO

Implementaremos simulações balísticas

de armamento aéreo

simplificadas em 3 graus de liberdade (plano vertical)

para aplicar ao estudo de

envelope de fragmentação de armamento

TÓPICOS

Simulações Balísticas 3DOF

1. Simulação balística de uma BA-FG
2. Trajetória de uma aeronave lançadora
3. Envelope de fragmentação
4. ~~Simulação de uma BFA~~

MOTIVAÇÃO: SIMULAÇÃO 3DOF

Ao realizar o estudo de viabilidade de um projeto de armamento aéreo, a simulação em 3 graus de liberdade (3DOF):

{ Alcance x, Altitude h, Arfagem θ }

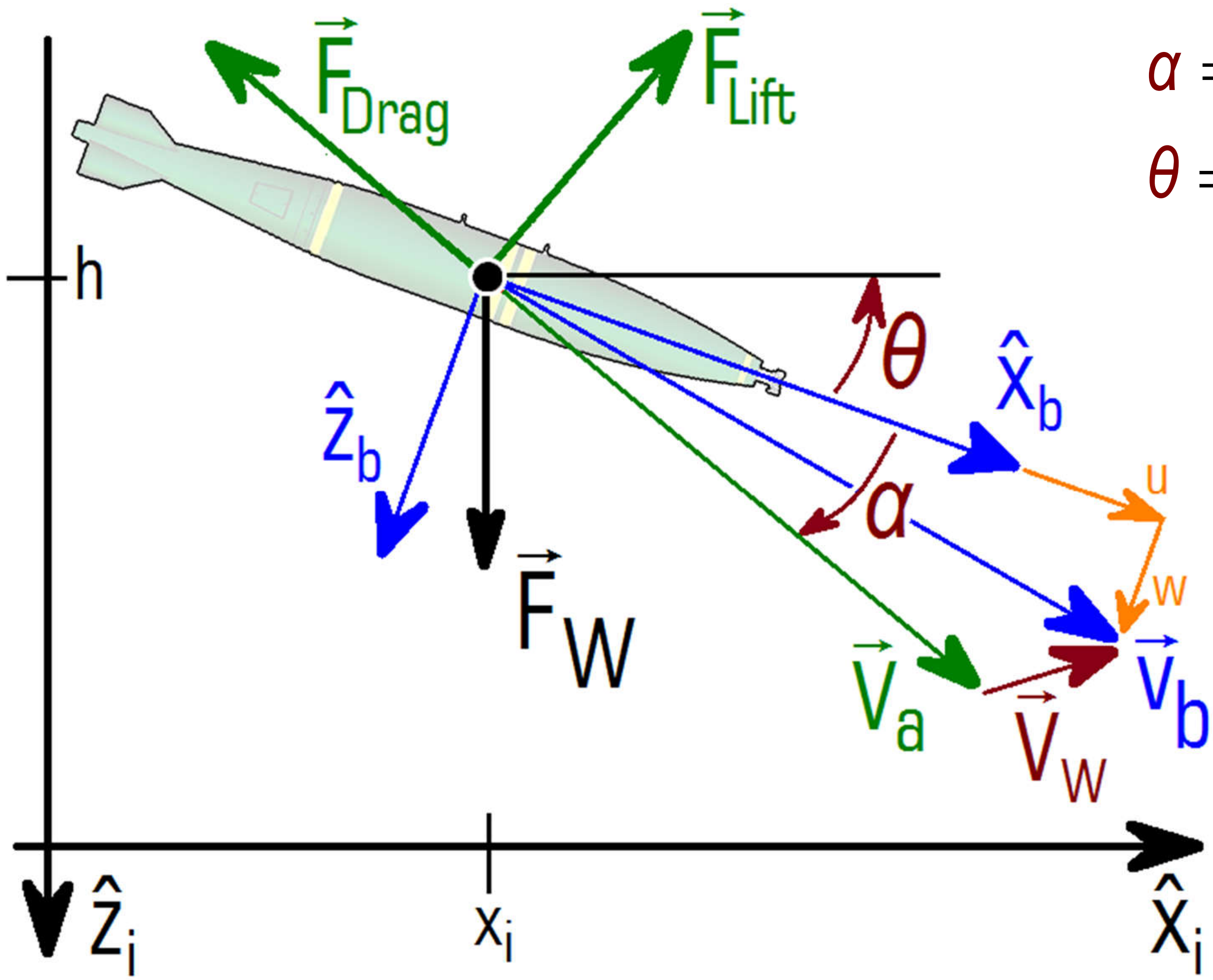
é a ferramenta inicial para definir os parâmetros mais básicos da especificação do armamento: alcance cinemático, perfil de trajetória, envelopes, ...

FLATH EARTH MODEL

Premissas simplificadoras usadas em **3DOF**:

- A superfície da Terra é localmente plana
- Referencial ESF deste plano é inercial
- Gravidade constante e na direção do eixo z
  - Força Coriolis desconsiderada, latitude 45º
- Atmosfera varia somente com altitude
- Veículo sempre simétrico no plano vertical
- Forças atuam nesse plano vertical no CM

REFERENCIAIS NO PLANO VERTICAL



No desenho:

α = ângulo de ataque > 0

θ = ângulo de arfagem < 0

$$\vec{p}^{\,i}_{b/i} = \begin{bmatrix} x & 0 & z \end{bmatrix}^T$$

$$z = -h$$

$$\vec{v}^{\,b}_{b/i} = \begin{bmatrix} u & 0 & w \end{bmatrix}^T$$

$$\vec{v}_a = \vec{v}_b - \vec{v}_w$$

$$\dot{\theta} = q$$

CONVERSÃO DE REFERENCIAIS

$$\begin{cases} \hat{x}_b = +\hat{x}_i \cos\theta - \hat{z}_i \operatorname{sen}\theta \\ \hat{z}_b = +\hat{x}_i \operatorname{sen}\theta + \hat{z}_i \cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{x}_i = +\hat{x}_b \cos\theta + \hat{z}_b \operatorname{sen}\theta \\ \hat{z}_i = -\hat{x}_b \operatorname{sen}\theta + \hat{z}_b \cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{x}_a = +\hat{x}_b \cos\alpha - \hat{z}_b \operatorname{sen}\alpha \\ \hat{z}_a = +\hat{x}_b \operatorname{sen}\alpha + \hat{z}_b \cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_A = -C_D \cos\alpha + C_L \operatorname{sen}\alpha \\ C_N = -C_D \operatorname{sen}\alpha - C_L \cos\alpha \end{cases}$$

EQUAÇÕES de EULER em 3DOF

Massa: m (constante para bombas)

Posição: $\vec{p}^{\,i}_{b/i} = \begin{bmatrix} x & \cancel{y} & z \end{bmatrix}^T$

Vel. Linear: $\vec{v}^{\,b}_{b/i} = \begin{bmatrix} u & \cancel{v} & w \end{bmatrix}^T$

Orientação: $\left(\cancel{\psi}, \theta, \cancel{\phi} \right)$

Vel. Angular: $\vec{\omega}^{\,b}_{b/i} = \begin{bmatrix} \cancel{p} & q & \cancel{r} \end{bmatrix}^T$

Momento de Inércia: $J^{b,cm} = \begin{bmatrix} \cancel{J^{b,cm}_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & J^{b,cm}_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \cancel{J^{b,cm}_{zz}} \end{bmatrix}$

EQ. de EULER em 3DOF – VELOCIDADE LINEAR

$$\boxed{D_i\left(\vec{p}^{\,i}_{c/i}\right) = R^T_{c/i}\ \vec{v}^{\,c}_{c/i}}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \cancel{\dot{y}} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}\theta \\ \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \cancel{v} \\ w \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = +u\cos\theta + w\operatorname{sen}\theta \\ \dot{z} = -u\operatorname{sen}\theta + w\cos\theta \end{cases}$$

EQ. de EULER em 3DOF – ACELERAÇÃO LINEAR

$$\boxed{D_c\left(\vec{v}^{\,c}_{c/i}\right) = \frac{1}{m}\sum F - \tilde{\omega}^{c}_{c/i}\,\vec{v}^{\,c}_{c/i}}$$

$$\begin{cases} \dot{u} = \frac{1}{m}\sum F_x \cancel{+rv} - qw \\ \dot{w} = \frac{1}{m}\sum F_z + qu \cancel{-pv} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{u} = \frac{1}{m}\sum F_x - qw \\ \dot{w} = \frac{1}{m}\sum F_z + qu \end{cases}$$

EQ. de EULER em 3DOF – VELOCIDADE ANGULAR

$$\vec{\omega}^{b}_{b/i} = \begin{bmatrix} \cancel{p} \\ q \\ \cancel{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cancel{\dot{\phi}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \underbrace{K_{\varphi}}_{I_3} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + K_{\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cancel{\dot{\psi}} \end{bmatrix} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{\theta} = q}$$

Não tem singularidades

EQ. de EULER em 3DOF – ACELERAÇÃO ANGULAR

$$\boxed{\vec{\alpha}^{c}_{c/i} = \left(J^{c}\right)^{-1}\left(\sum \vec{M}_{\cdot/c} - \omega^{c}_{c/i} \times J^{c}\,\vec{\omega}^{c}_{c/i}\right)}$$

$$\dot{q} = J_{yy}^{-1}\left(\sum M_{y} + \cancel{p}\,\cancel{r}\left(\cancel{J_{zz}} - \cancel{J_{xx}}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{q} = J_{yy}^{-1} \cdot \sum M_{y}}$$

Torques tomados no referencial do corpo,

com ponto de referência no centro de massa

FORÇAS e MOMENTOS – BALÍSTICO 3DOF

Gravidade: $\vec{F}_W = m\,g\,\hat{z}_i$

Propulsão: $\vec{F}_{Thrust} = T(t)\,\hat{x}_b$

Aerodinâmica:

$$\vec{F}_{Aer} = \left(-\hat{x}_a\right)\overbrace{\left(q_\infty S_{ref} C_D\right)}^{\text{Drag}} + \left(-\hat{z}_a\right)\overbrace{\left(q_\infty S_{ref} C_L\right)}^{\text{Lift}}$$

$$= \left(+\hat{x}_b\right)\left(q_\infty S_{ref} C_X\right) + \left(+\hat{z}_b\right)\left(q_\infty S_{ref} C_Z\right)$$

$$\vec{M}_{Aer/cm} = \underbrace{\hat{y}_b\left(q_\infty S_{ref} L_{ref} C_m\right)}_{\vec{M}_{Aer/ref}} + \underbrace{\vec{F}_{Aer} \times \vec{p}_{ref/cm}}_{\text{Steiner}}$$

RESUMO ESCALAR: FORÇAS E MOMENTOS

Velocidade Aerodinâmica: $v_a = v_b = \sqrt{u^2 + w^2}$

Pressão Dinâmica: $q_\infty = \frac{1}{2}\rho v_a^2$

$$
\begin{cases}
C_X = C_{X_0}(M) + q \cdot C_{Xq} \dfrac{L_{ref}}{2v_a} \\[2ex]
C_Z = \alpha \cdot C_{Z\alpha} + q \cdot C_{Zq} \dfrac{L_{ref}}{2v_a} \\[2ex]
C_m = \alpha \cdot C_{m\alpha} + q \cdot C_{mq} \dfrac{L_{ref}}{2v_a}
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
F_{Aer,X} = q_\infty S_{ref} C_X \\
F_{Aer,Z} = q_\infty S_{ref} C_Z \\
M_{Aer,Y} = q_\infty S_{ref} L_{ref} C_m \\
F_{Weight,X} = -mg\,\mathrm{sen}\,\theta \\
F_{Weight,Z} = +mg\cos\theta
\end{cases}
$$

RESUMO ESCALAR: DINÂMICA e CINEMÁTICA 3DoF

$$\begin{cases} \dot{x} = +u\cos\theta + w\,\mathrm{sen}\,\theta \\ \dot{z} = -u\,\mathrm{sen}\,\theta + w\cos\theta \end{cases}$$

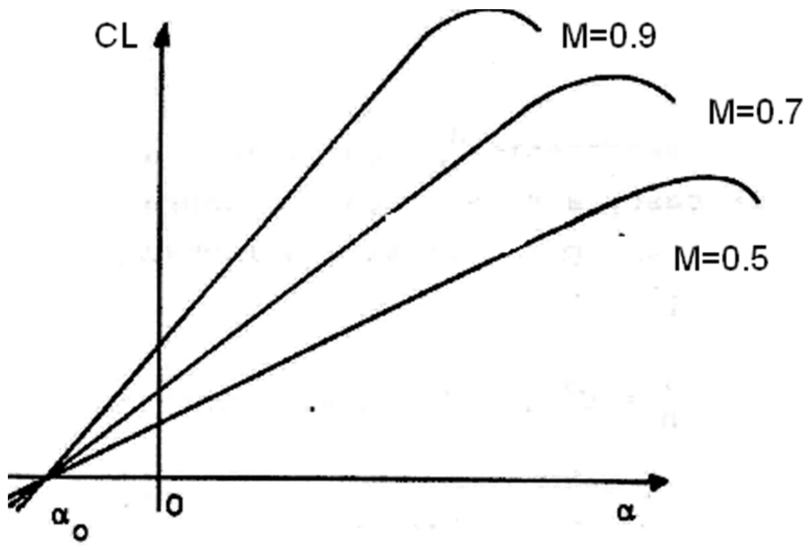
$$\begin{cases} \dot{u} = \dfrac{1}{m}\left(F_{Aer,X} + F_{Weight,X} + \cancel{F_{Prop}(t)}\right) - q\,w \\ \dot{w} = \dfrac{1}{m}\left(F_{Aer,Z} + F_{Weight,Z}\right) + q\,u \end{cases}$$

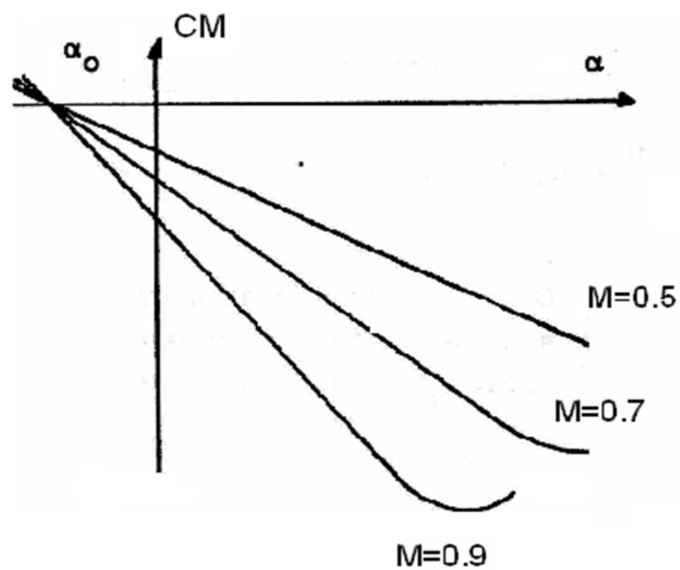
$$\dot{\theta} = q$$

$$\dot{q} = J_{yy}^{-1} \cdot \left(M_{Aer,Y} + F_{Aer,Z}\left(x_{ref} - x_{cm}\right)\right)$$

COEFICIENTES AERODINÂMICOS

Curvas típicas:





BAIXO ARRASTO – FINS GERAIS (**BA-FG** 460)

Características da bomba (aproximadas):

$m = 490$ kg
$J_{yy} = 155$ kg m^2
$X_{cg} = 1.300$ m
$T(t) = 0$

$dm/dt = 0$ kg/s
$dJ_{yy}/dt = 0$ kg m^2/s
$dx_{cg}/dt = 0$ m/s

COEFICIENTES AERODINÂMICOS

$S_{ref} = 0.1\ m^2$

$L_{ref} = 0.36\ m$

$X_{ref} = 1.3\ m$

(ângulos em rad)

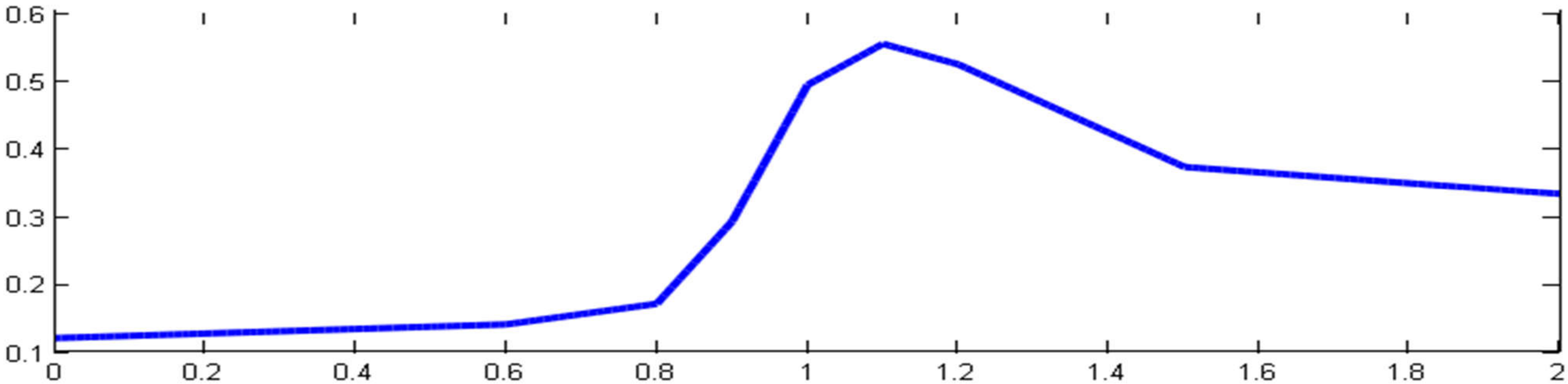
$C_{Z\alpha} = -5.6$

$C_{Zq} = -42$

$C_{m\alpha} = -6.8$

$C_{mq} = -177$

$C_{m0} = C_{Xq} = C_{X\alpha} = 0$



Mach	0.0	0.6	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5	2.0
C_{X0}	-0.12	-0.14	-0.17	-0.29	-0.49	-0.55	-0.52	-0.37	-0.33

CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO

Condições Iniciais:

$$vx_0 = 300 \text{ knots}$$
$$vz_0 = 0 \text{ knots}$$

$$h_0 = -z_0 = 10\,000 \text{ ft}$$

$$\theta_0 = 2^o$$
$$q_0 = 0^o/s$$

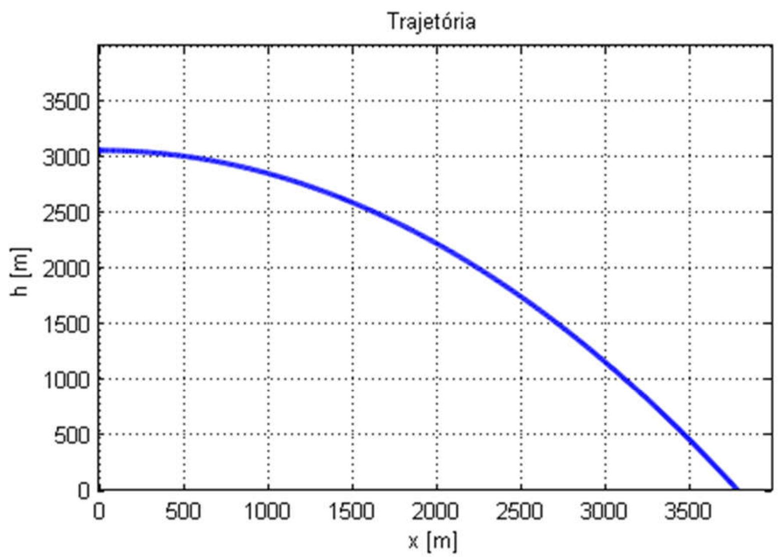
Condições de Parada:

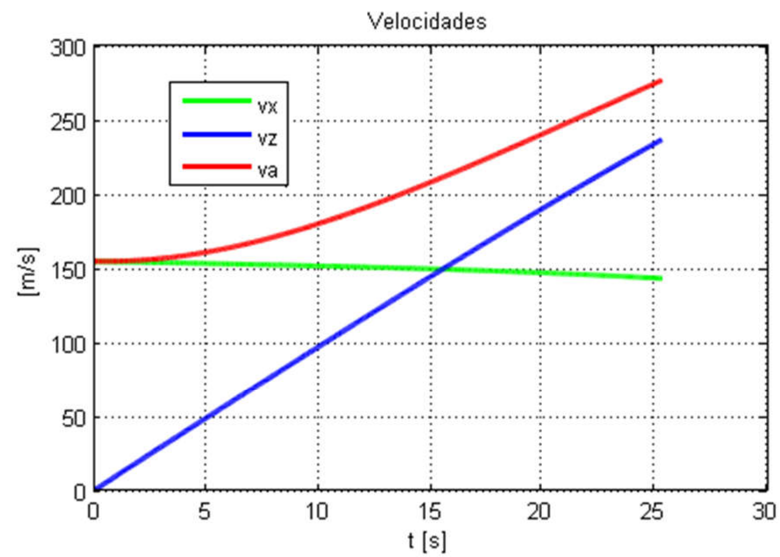
Impacto no solo:
$$h < 0$$

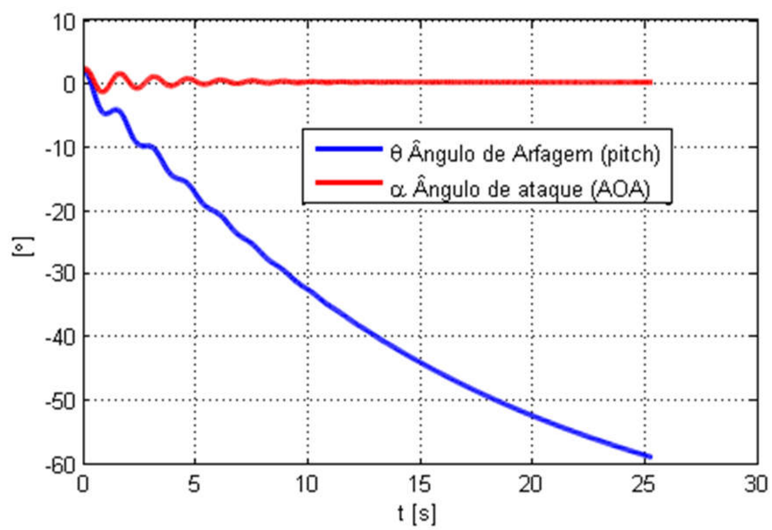
Capotamento:
$$|\alpha| > 30^o$$

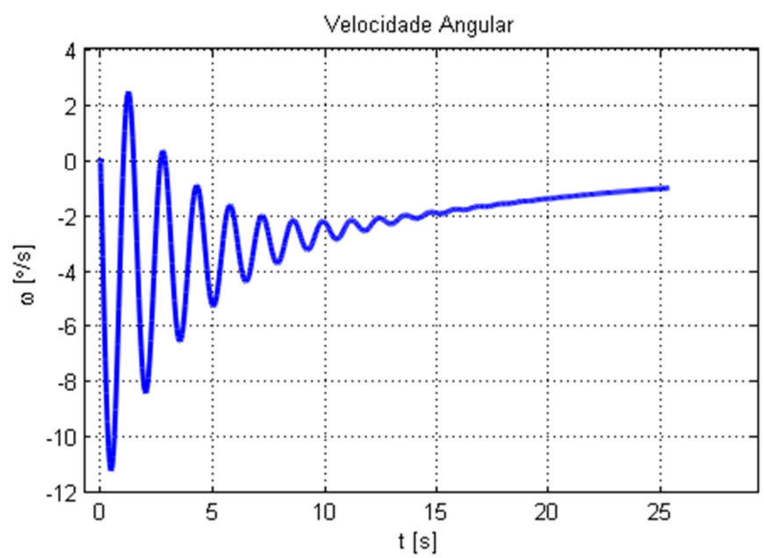
Divergência:
$$t > 5 \text{ minutos}$$

AA-811 – Simulação e Controle de Artefatos Bélicos
Simulações Balísticas 3DOF









Tempo total: 25.26 s

Bomb-range: 3781.84 m

Ângulo de impacto: 31.2º

ATIVIDADES SIMULAÇÃO BALÍSTICA 3DOF

1. (3,0) Termine "`balistico_3dof`" e "`sab_air_simple`".
2. (1,0) Calcule por "`sab_air_simple`" a atmosfera à 10 000 ft.
3. (0,5) Calcule a pressão dinâmica no início da simulação.
4. (1,5) Faça a análise da segurança da separação entre a bomba e a aeronave lançadora. Considere vários aspectos.
5. (2,0) Explique a curva de velocidade total quando a velocidade de lançamento for dobrada de 300 para 600 knots.
6. Sobre o comportamento em arfagem:
   a) (1,0) Meça o período da oscilação pelos gráficos.
   b) (1,0) Calcule o mesmo período pelas fórmulas dinâmicas.

   Dica: Aula 3 → "Massa-Mola-Amortecedor" → obter ω_n

TRAJETÓRIA DA AERONAVE

Consideraremos o lançamento a baixa altura de bombas (300 ft)

Aeronave lançadora realiza o lançamento e então inicia uma manobra de subida com fator de carga de 4g.

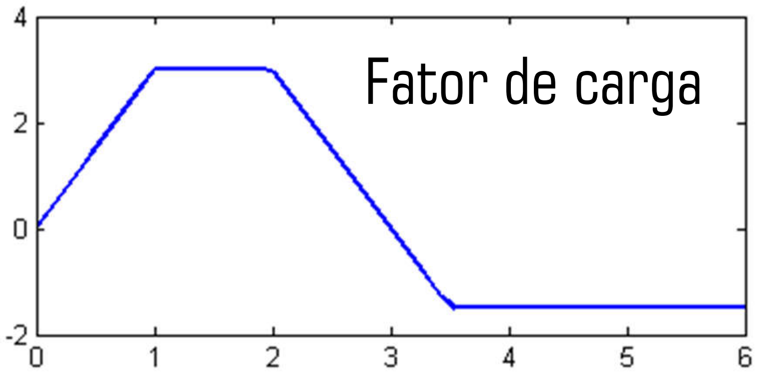
Modelagem da aeronave sem arfagem e sem ângulo de ataque (**2DOF**), com aplicação apenas da aceleração de fator de carga.

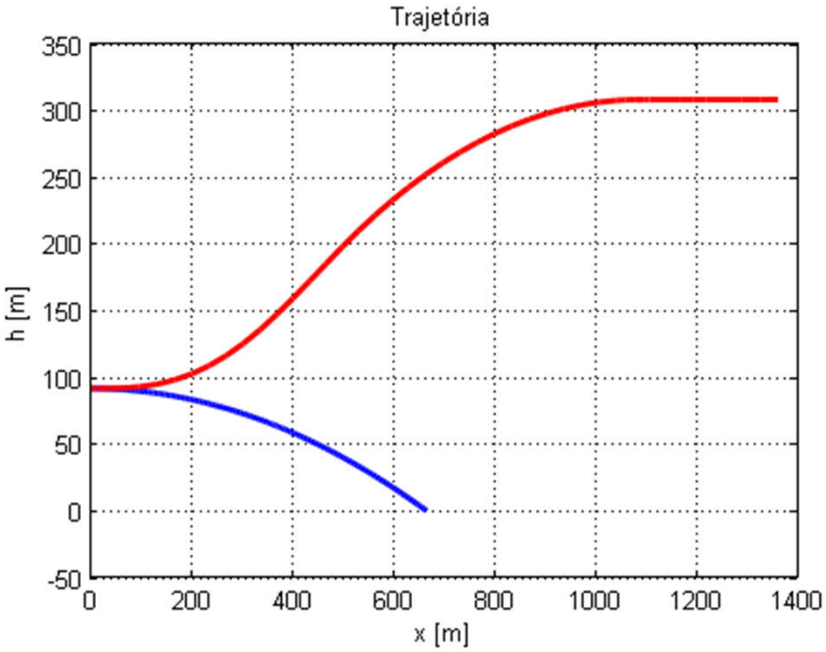
Por causa do tempo reação, a aeronave demora 1,0 segundos para atingir este fator de carga. (interpolação linear)

Com 3.0 segundos de simulação, uma manobra de nivelamento de -0,5g é iniciada, com tempo de reação de 0,5 segundos.

Simule o voo da aeronave do lançamento até 10 segundos.

TRAJETÓRIA DA AERONAVE






```
function dsdt = fac(t, s)

    % expande a variável de stados
    x = s(1); z = s(2);
    vx = s(3); vz = s(4);

    % ângulo de arfagem
    [g, T, P, rho, a] = AirLocalParameters(-z, 0);
    theta = atan(- vz / vx);

    % fator de carga
    nz = interp1( [0.0  1.0  2.0   3.0   3.5   5.0], ...
                  [0.0  3.0  3.0   0.0  -1.5  -1.5], ...
                  t, 'linear', 'extrap');

    if (theta < 0)
        nz = 0;
    end

    % aceleração de manobra
    ax =  -nz*g*sin(theta);
    az =  -nz*g*cos(theta);

    % preenche a variação da variável de estados
    dsdt = [vx; vz; ax; az];
end
```

FRAGMENTOS

Detonação no solo da bomba gera fragmentos. Plote a trajetória.

Obtenha a posição e o tempo da detonação.

Considere um único tipo de fragmento de:

- Massa: 110 gramas
- Velocidade inicial: 2071 m/s
- Área de referência: 0,00084 m^2
- Coeficiente de arrasto: $C_d = 0.54$
- Ângulo de ejeção: todos os ângulos entre 10º e 170º, amostrando a cada 10º

Marque a posição a cada segundo de cada fragmento e da aeronave após a detonação.

AA-811 – Simulação e Controle de Artefatos Bélicos
Simulações Balísticas 3DOF