



# Centro de Instrução Almirante Wandenkolk - CIAW Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA



## Curso de Aperfeiçoamento Avançado em Sistemas de Armas



**SAB:** Simulação e Controle de Artefatos Bélicos

Referenciais



Jozias **Del Rios** Cap Eng



[delriosjdrvgs@fab.mil.br](mailto:delriosjdrvgs@fab.mil.br)



(12) 98177-9921

Abril 2018



AA-811

**SIMULAÇÃO E CONTROLE**  
**DE ARTEFATOS BÉLICOS**

Referenciais

Autor: Jozias **DEL RIOS** – rev. 02.jun.2016

## TÓPICOS

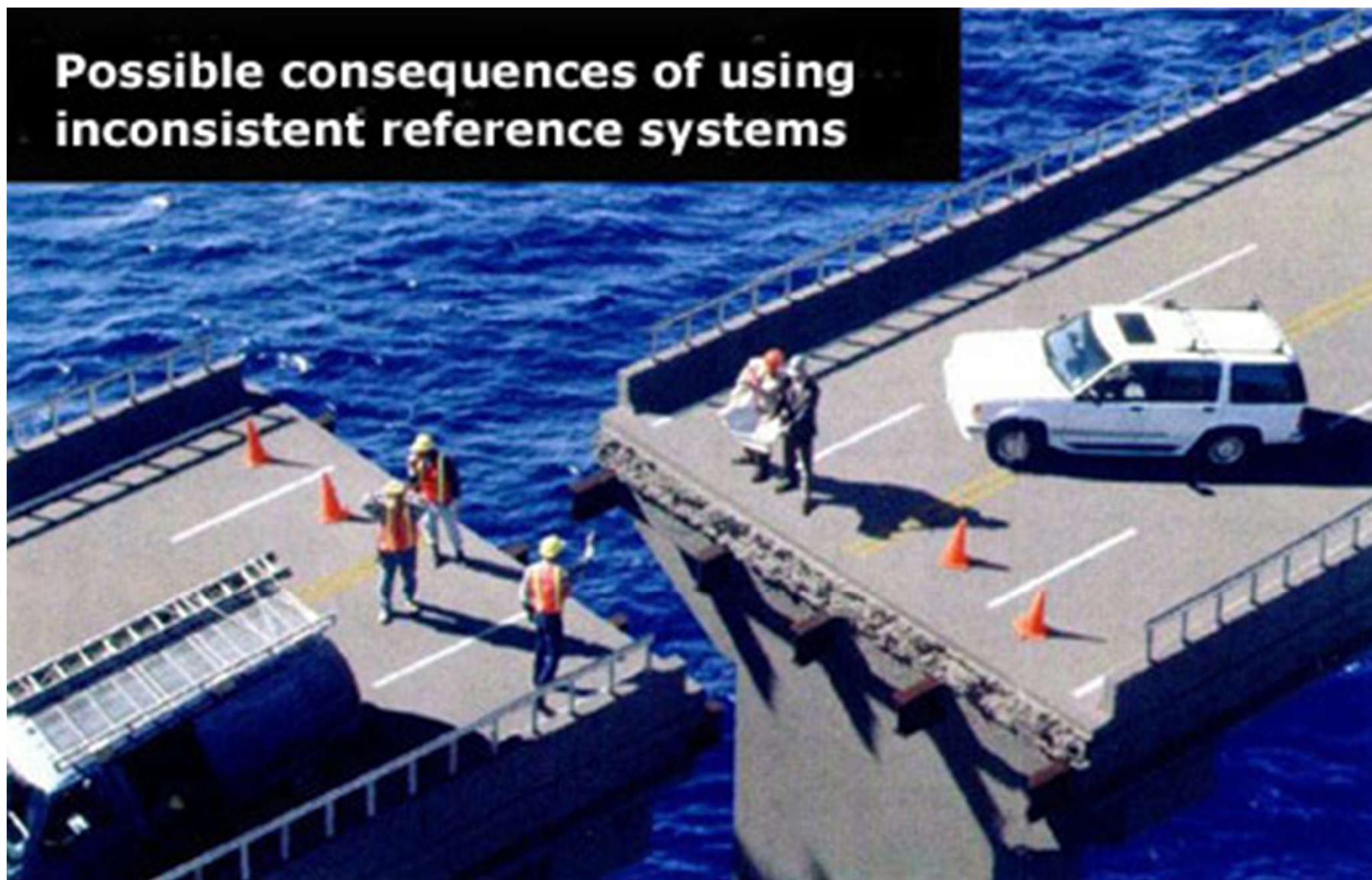
### Referenciais

1. Referencial Inercial
2. Referencial heliocêntrico **ICRF**
3. Referencial geocêntrico **ECI**
4. Referencial geocêntrico **ECEF**
5. Geodésia do planeta Terra
6. Aceleração da Gravidade
7. Referencial local **NED**
8. Referencial do Corpo
9. Referencial Aerodinâmico

## OBJETIVO

Estudaremos os **Referenciais**  
(Origem, Orientação, Comportamento e  
Sistema de Coordenadas)  
utilizados para navegação terrestre e  
simulação de veículos aeroespaciais.

## AA-811 – Simulação e Controle de Artefatos Bélicos Referenciais



## REFERENCIAIS: DEFINIÇÃO

### Motivação:

Em 2D e 3D, equações se escrevem simplificadaamente se posicionadas e alinhadas em certas posições e orientações...

Cada referencial deve definir:

- **Posição e Velocidade da origem**
- **Orientação dos eixos ortonormais**
- Opções de **Sistema de coordenadas**
- Comportamento no tempo:
  - **Aceleração da origem**
  - **Rotação dos eixos**

## REFERENCIAL INERCIAL

Referencial Inercial: é aquele que **não** acelera e **não** gira

- A **velocidade** da origem é **CONSTANTE**.
- Os eixos de orientação tem **direções FIXAS**.
- Vale as três leis de Newton:
  - Não apresenta forças fictícias.

Importa para um referencial ser inercial:

**Aceleração** e **Rotação**

Importa para o Sistema de Coordenadas, também:

**Origem** e **Velocidade**



## REFERENCIAL PSEUDO-INERCIAL

Pelo Princípio da Relatividade Geral:

O espaço-tempo é curvo, logo:

→ Nenhum referencial é verdadeiramente inercial.

Aproximação: referencial considerado como inercial dependendo da duração e das escalas do problema analisado:

- Tempo total de simulação (míssil ar-ar vs. satélite vs. sonda)
- Magnitude das **acelerações lineares** e **velocidades angulares**
- Tolerância aos erros acumulados.



## **ICRF: International CELESTIAL Reference Frame**

Origem: baricentro do Sistema Solar (Sol, 8 planetas, etc.)

Orientação: fixada no mapa com a direção de 212 astros distantes (quasares) de boa estabilidade e sem ambiguidade.

Coincide com o sistema ECI na época J2000 (01/01/2000 12h).

Coordenadas: esféricas (longitude/latitude galáctica e distância)

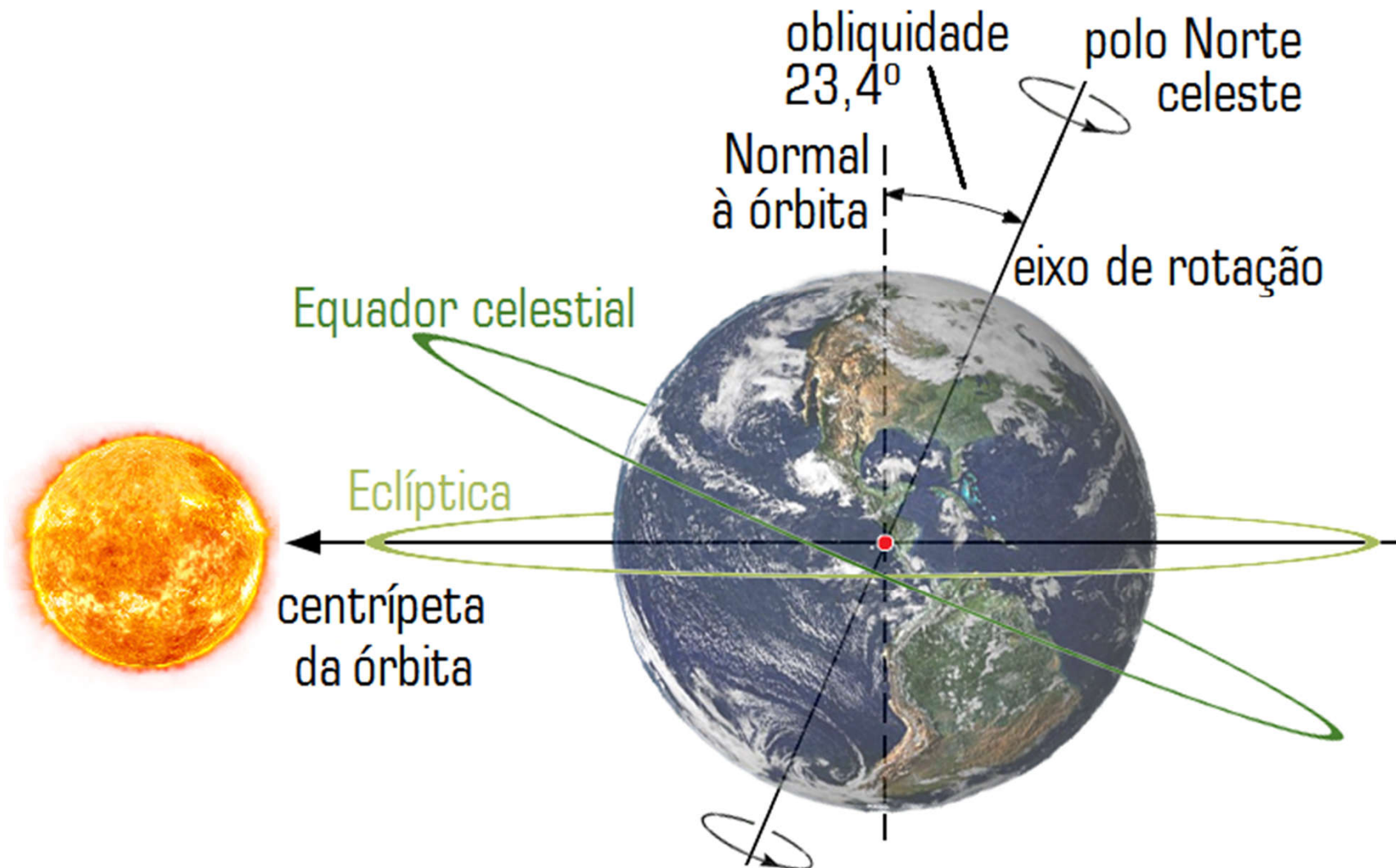
Uso: veículos interplanetários e corpos celestes

ICRF não exhibe rotação mensurável por instrumentos:

Sol viaja com 220 km/s distante  $2,3 \cdot 10^{20}$  m do centro da galáxia:

$$\Rightarrow \omega_{\text{Sol/Galáxia}} = V/R \cong 10^{-15} \text{ rad/s}$$

## EQUADOR CELESTIAL e ECLÍPTICA



## **ECI: Earth-Centered Inertial**

### Orientação:

- $X_{ECI}$ : direção do Sol no equinócio vernal
- $Z_{ECI}$ : polo norte geométrico

### Origem: Fixo geocêntrico

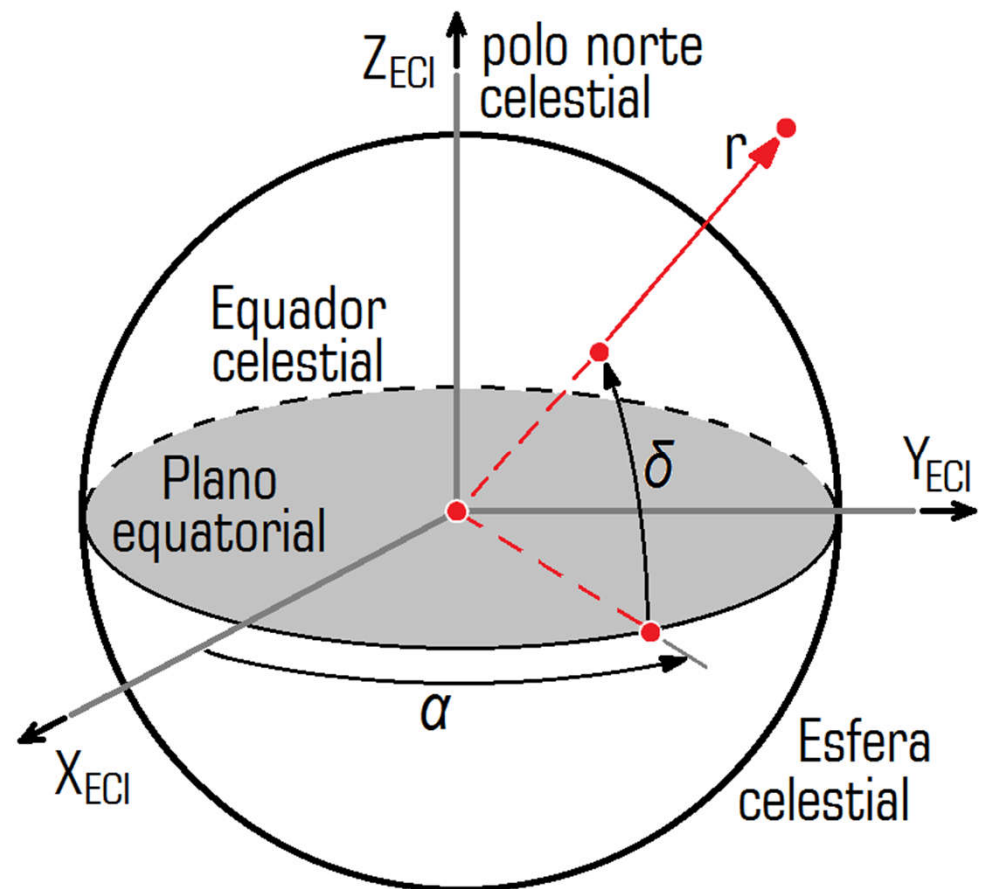
### Coordenadas: esféricas

- $\alpha$ : right ascension
- $\delta$ : declination
- $r$ : distância ao centro

### Uso: satélites, sondas, **ICBM**s

### Órbita terrestre desprezada:

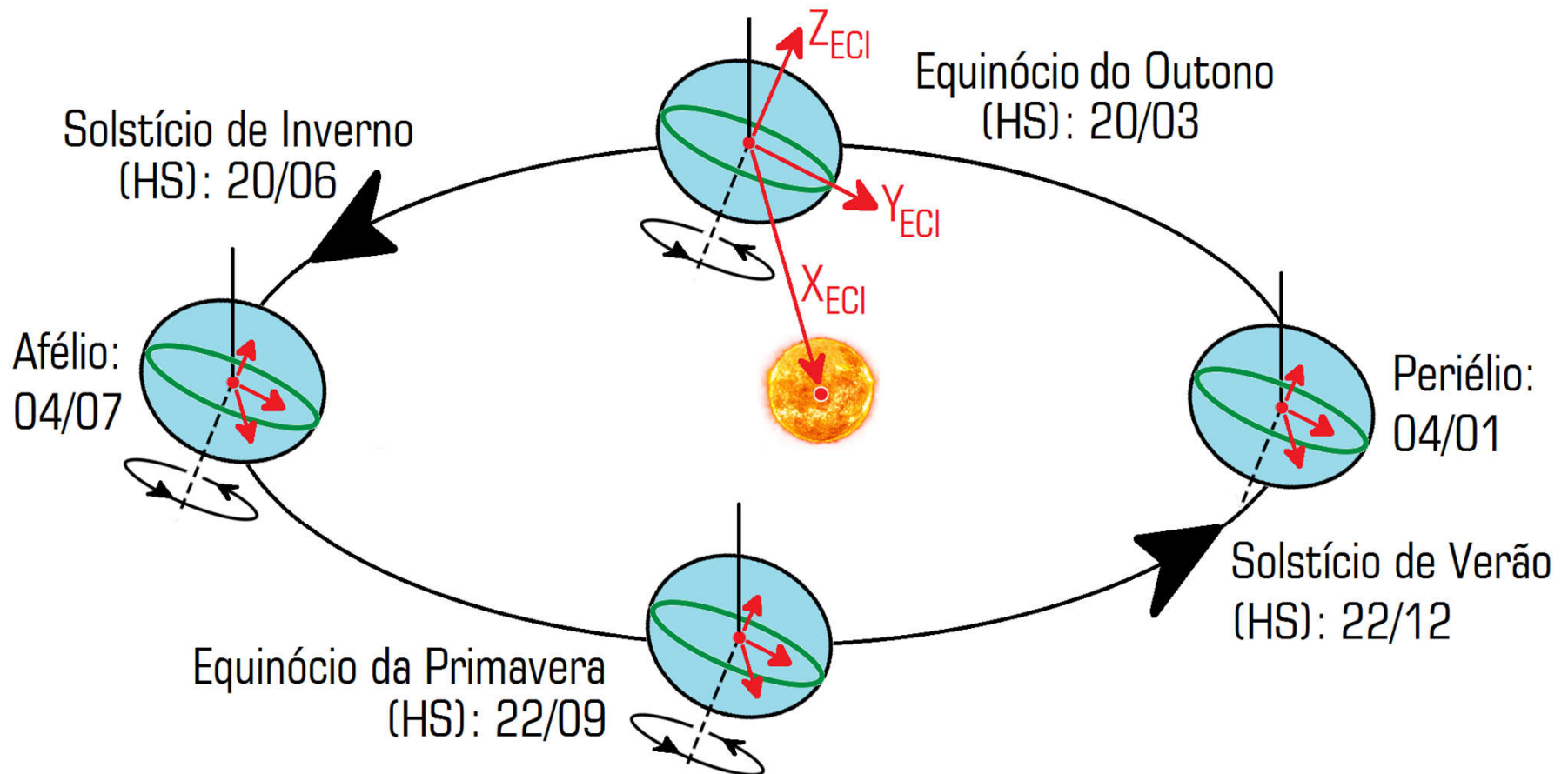
$$\omega_{\text{Terra/Sol}} \cong 2 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$



## PONTO DO EQUINÓCIO VERNAL

Equinócio Vernal: posição do SOL quando cruza a **Linha do Equador**.

Contido na interseção dos planos **equatorial** e eclíptico  $\rightarrow X_{ECI}$



## ECEF: Earth-Centered – Earth-Fixed

Orientação:

- $X_{ECEF}$ : cruzamento linha do equador e meridiano de Greenwich
- $Z_{ECEF}$ : polo norte geométrico

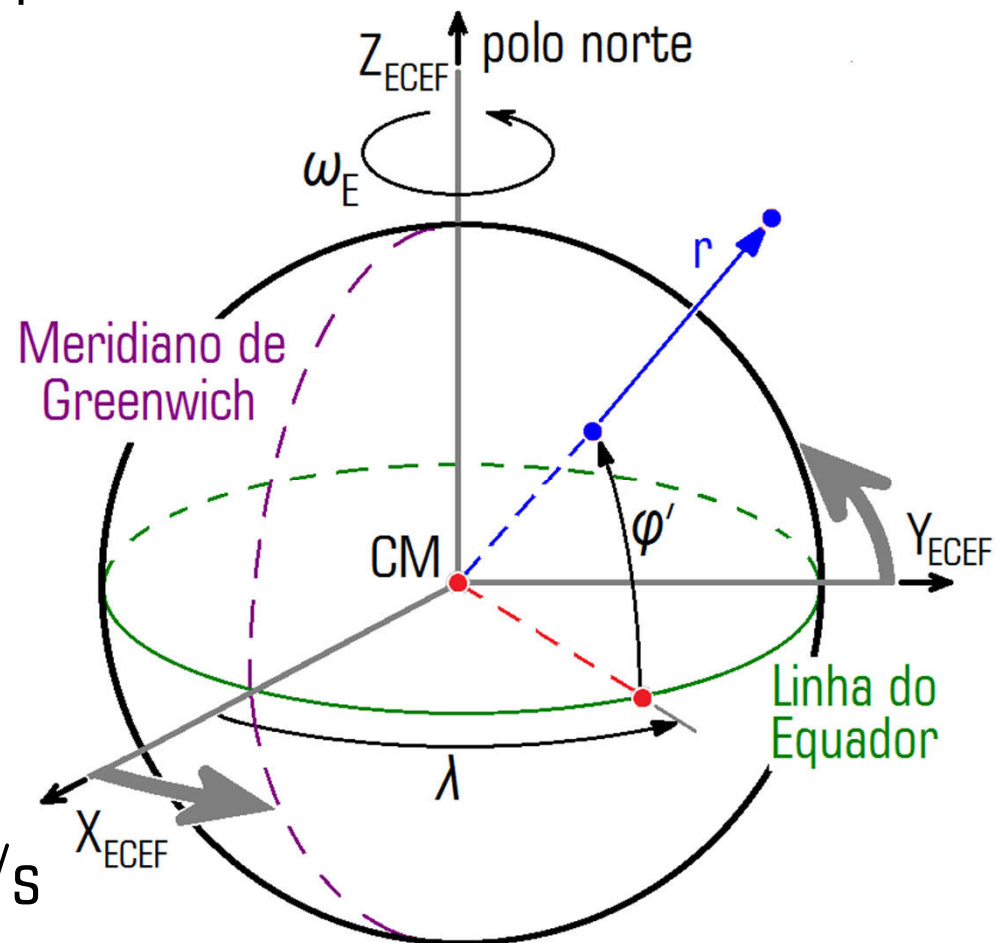
Origem: Fixo geocêntrico (**CM**)

Coordenadas: cartesianas ou esféricas (**LLA** ou geocêntricas)

- $\lambda$ : **Longitude**
- $\varphi'$ : **Latitude geocêntrica**
- $r$ : **Distância geocêntrica**

Uso: aviões, mísseis de cruzeiro

$$\omega_E = 7,2921151467 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$



## CONVERSÃO: ECEF Geocêntrico / ECI (cartesianos)

Mesma origem fixa geocêntrica.

Mesmo eixo Z alinhado com o eixo de rotação do planeta.

A rotação ao redor do eixo Z converte os referenciais:

$$\begin{cases} X_{\text{ECEF}} = X_{\text{ECI}} \cos(\omega_E t - \lambda_0) - Y_{\text{ECI}} \sin(\omega_E t - \lambda_0) \\ Y_{\text{ECEF}} = X_{\text{ECI}} \sin(\omega_E t - \lambda_0) + Y_{\text{ECI}} \cos(\omega_E t - \lambda_0) \\ Z_{\text{ECEF}} = Z_{\text{ECI}} \end{cases}$$

$\lambda_0$  é relacionado ao ponto vernal: **GHA**: Greenwich Hour Angle

Por simplicidade, a orientação do **ECI** é atribuída no momento do lançamento do veículo (arbitrária).

## ÓRBITA E ROTAÇÃO DA TERRA

“Quantas voltas a Terra faz ao redor de si mesma em um ano?”

- Tempo Solar: a direção do SOL marca o dia:
  - 24 horas (86 400 segundos) por dia.
  - 365,242 190 402 dias por ano.



## ÓRBITA E ROTAÇÃO DA TERRA

“Quantas voltas a Terra faz ao redor de si mesma em um ano?”

- Tempo Solar: a direção do SOL marca o dia:
  - 24 horas (86 400 segundos) por dia.
  - 365,242 190 402 dias por ano.
- Tempo Sideral: rotação da Terra no referencial **ECI**:
  - 23h 56min 4,0916seg por dia
  - 1 volta a mais por ano! (366,24)

$$\omega_E = \frac{2\pi}{86164,0916} = 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

## GEODÉSIA: DATUM WGS 84

Terra não é esférica. Aproxima-se de um elipsoide de revolução

Elipsoide de Referência de equipotencial gravitacional:

**WGS 84: World Geodetic System** (1984 → rev 2004)

Semieixo maior:  $a \equiv 6378137,0 \text{ m}$

Achatamento:  $f \equiv 1/298,257223563 = (a - b)/a$

Semieixo menor:  $b = a \cdot (1 - f) = 6356752,3142 \text{ m}$

Excentricidade:  $e = \sqrt{f \cdot (2 - f)} \Rightarrow e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$

Cte. Gravitacional:  $G = 6,673 \cdot 10^{11} [\text{m}^3/\text{kg s}^2]$

Massa da Terra:  $M_E = 5,9733328 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Produto GM:  $GM = 3986004,418 \cdot 10^8 [\text{m}^3/\text{s}^2]$

Rotação da Terra:  $\omega_{e/i} = 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s}$

## GEODÉSIA: LONGITUDE LATITUDE ALTITUDE

Mapas e **GPS**:

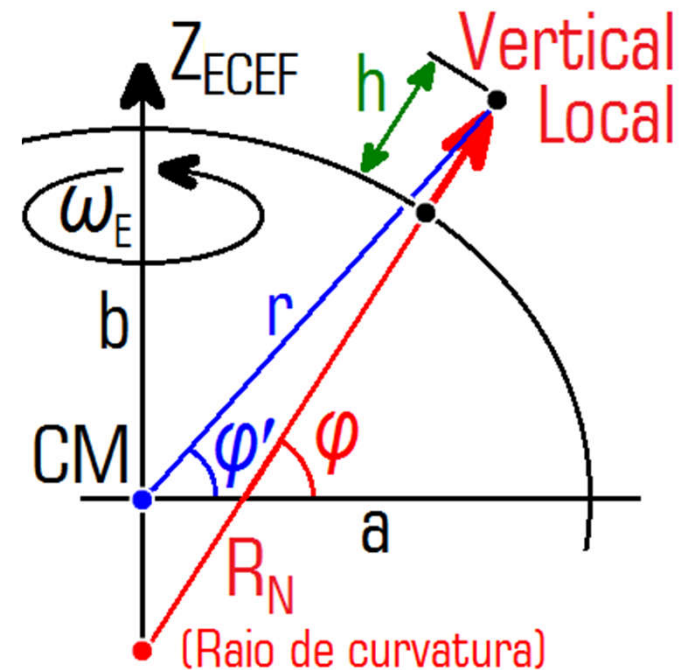
Latitude Geocêntrica  $\varphi'$

Latitude Geodésica  $\varphi$

Altitude Elipsoidal  $h$

$$\frac{\tan \varphi'}{\tan \varphi} = 1 - e^2 \frac{R_N}{R_N + h}$$

$$r = R_N \cdot \cos \varphi$$



Raio de Curvatura Local:

$$R_N = R_N(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

## CONVERSÃO ECEF GEODÉSICO/GEOCÊNTRICO

Coordenadas Geocêntricas Cartesianas (**ECEF**): (X, Y, Z)

Coordenadas Geocêntricas (**ECEF**): ( $\lambda$ ,  $\varphi'$ ,  $r$ )

Coordenadas Geodésicas (**ECEF**): **L L A** : ( $\lambda$ ,  $\varphi$ ,  $h$ )

$$\begin{bmatrix} X_{\text{ECEF}} \\ Y_{\text{ECEF}} \\ Z_{\text{ECEF}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos \varphi' \cdot \cos \lambda \\ r \cdot \cos \varphi' \cdot \sin \lambda \\ r \cdot \sin \varphi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ (R_N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ ((1 - e^2)R_N + h) \cdot \sin \varphi \end{bmatrix}$$

## ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE

$$F = \frac{G \cdot M_E \cdot m}{r^2} = \frac{G \cdot M_E \cdot m}{(h + R_E)^2}$$

Se **constante**, assuma latitude 45°32'33" do padrão ISA:

$$\mathbf{g}_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Nos referenciais ECEF, NED e FRD some a aceleração **fictícia de Coriolis** (causada pela rotação da Terra):

$$\vec{a}_{\text{Coriolis}} = 2 \vec{\omega}_E \times \vec{v}$$

Força Peso é a **atração gravitacional** **menos** a aceleração **centrípeta** necessária para produzir o movimento circular:

$$\boxed{\vec{W} = m \cdot \vec{g}} \quad \vec{g} = -\hat{r} \cdot (G \cdot M_E \cdot r^{-2}) - \vec{\omega}_E \times (\vec{\omega}_E \times \vec{r})$$

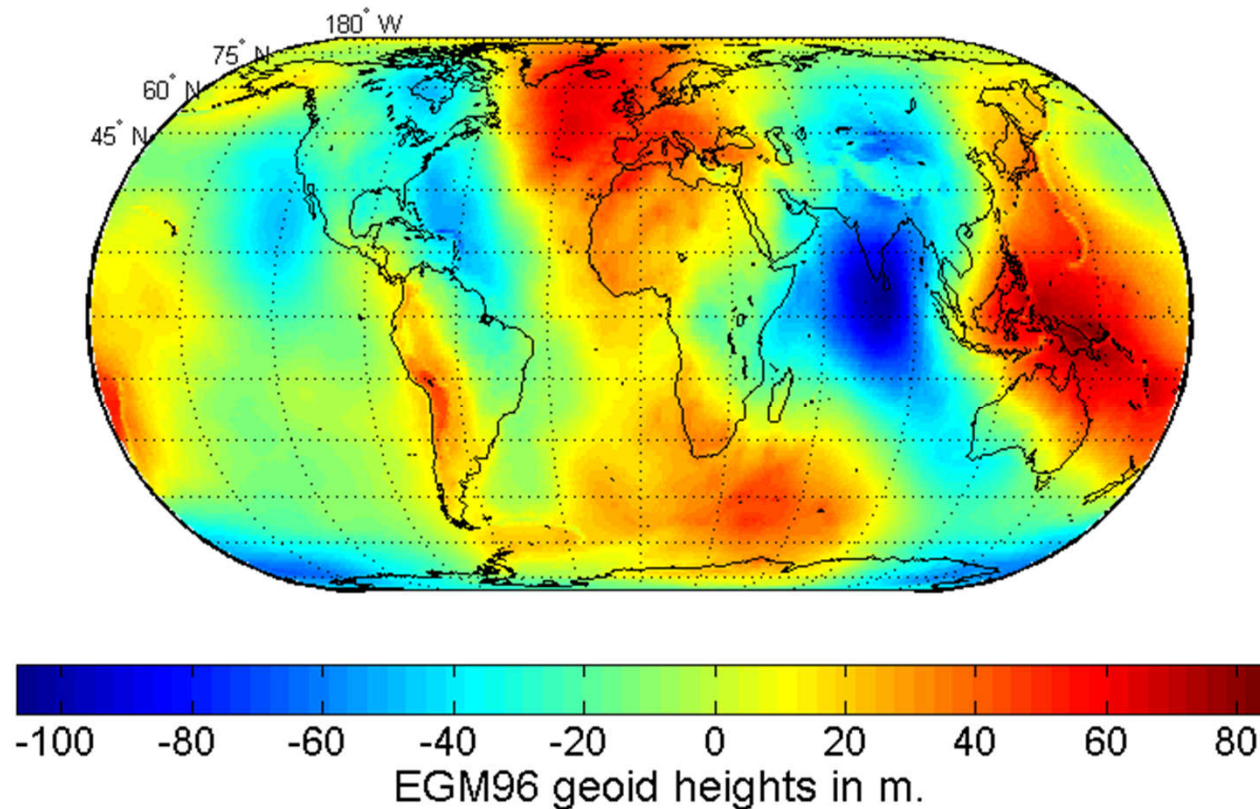
## **CENTRO DE GRAVIDADE**

Força Peso atua sobre o Centro de Gravidade (**CG**):

- » Forças gravitacionais atuam distribuidamente em todo o volume do corpo, variando módulo e direção.
- » Por simplicidade, considera-se um **CG** que concentre toda a força gravitacional que o corpo sofre.
- » **CG** se afasta do **CM**, em corpos extensos:
  - » Então a gravidade realiza torque.
- » Para nossas aplicações, **CG** está no **CM**.

## MODELO GRAVITACIONAL MSL: EGM 96

**EGM 96**: Earth Gravitational Model (1996)



Coeficientes: **WGS84**=32K **EGM96**=130K **EGM2008**=4,6M



## ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE: LATITUDE

Variação com **Latitude**: Ellipsoidal Gravity Formula (WGS84)

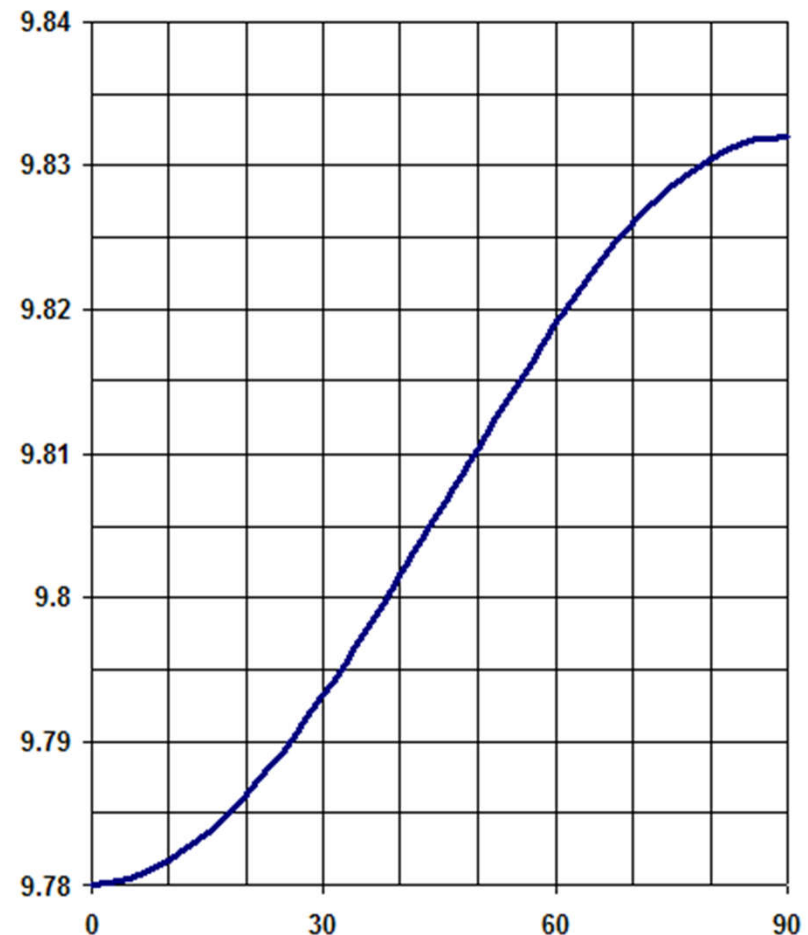
$$g_{\text{Equador}} = g_e = 9,7803253359 \text{ m/s}^2$$

$$g_{\text{polos}} = g_p = 9,8321849378 \text{ m/s}^2$$

$$g(\varphi) = g_e \cdot \left( \frac{1 + k \cdot \text{sen}^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \text{sen}^2 \varphi}} \right)$$

$$k = \frac{b \cdot g_p}{a \cdot g_e} - 1$$

A aceleração centrífuga é responsável por 2/3 da variação.



## ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE: ALTITUDE

Varia quadraticamente com a **Altitude**... 30kft  $\approx -0,3\%$

» aproximado por uma série de Taylor (**WGS 84**):

$$g(h, \varphi) = g(\varphi) \cdot \left[ 1 - \left( 1 + f + \frac{\omega_E^2 a^2 b}{G \cdot M_E} - 2f \sin^2 \varphi \right) \cdot \frac{2h}{a} + \frac{3h^2}{a^2} \right]$$

» Ou linearmente:

$$\Delta g = \frac{G \cdot M_E}{(R_E + h)^2} - \frac{G \cdot M_E}{R_E^2} \approx \frac{2 G \cdot M_E}{R_E^3} \cdot h$$

$$h \ll R_E = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\Rightarrow \boxed{g = g(\varphi) - 3,086 \cdot 10^{-6} \cdot h}$$

## REFERENCIAL NED: North-East-Down

Orientação: sempre nivelado (tangente ao solo):

- $X_{\text{NED}}$ : **North**: polo norte verdadeiro (eixo)
- $Y_{\text{NED}}$ : **East**: completa a base ortogonal
- $Z_{\text{NED}}$ : **Down**: direção da vertical (elipsoide)

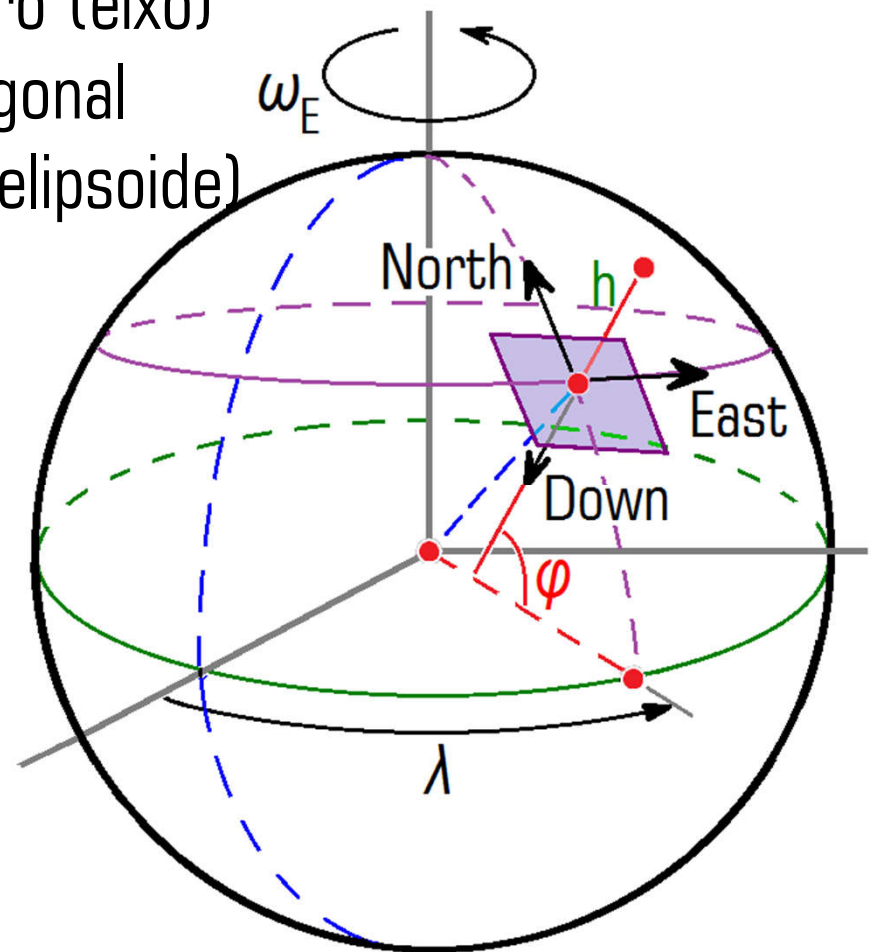
Origem: (alternativas)

- a) Fixo no ponto de lançamento
- b) Centro do veículo
- c) Fixo no solo, altitude zero

**ESF**: Earth-Surface-Fixed

Sistema de Coordenadas: cartesiano

Alternativa: **ENU** (East-North-Up)



## REFERENCIAL DE NAVEGAÇÃO

Referencial **NED** posicionado sempre no centro do corpo.

Relação entre as velocidades **NED** e coordenadas **LLA**:

$$\dot{\lambda} = \frac{V_{\text{east}}}{(R_N + h) \cdot \cos \varphi} \quad \dot{\phi} = \frac{V_{\text{north}}}{R_M + h} \quad \dot{h} = -V_{\text{down}}$$

Raio de Curvatura Normal

$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

Raio de Curvatura do Meridiano

$$R_M = \frac{a(1 - e^2)}{\left(\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}\right)^3}$$

## CONVERSÃO NED / ECEF

DE: **ECEF** em coord. esféricas geocêntrico ou geodésico

PARA: **NED** em coordenadas cartesianas

Duas rotações sucessivas:

Eixo Z de acordo com a longitude

Eixo Y de acordo com a latitude

$$\begin{bmatrix} X_{\text{NED}} \\ Y_{\text{NED}} \\ Z_{\text{NED}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cdot \cos \lambda & -\sin \varphi \cdot \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\cos \varphi \cdot \cos \lambda & -\cos \varphi \cdot \sin \lambda & -\sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{\text{ECEF}} \\ Y_{\text{ECEF}} \\ Z_{\text{ECEF}} \end{bmatrix}$$

## REFERENCIAL DO CORPO FRD: Forward-Right-Down

### Orientação:

- $X_{\text{FRD}}$ : **Forward**: eixo longitudinal arbitrário do veículo (simetria)
- $Y_{\text{FRD}}$ : **Right**: completa a base ortogonal
- $Z_{\text{FRD}}$ : **Down**: tal que o plano X-Z forme um plano de simetria

### Origem: alternativas:

- a) Centro de Massa do veículo (após a queima de combustível)
- b) ponto arbitrário do veículo (**body**)

### Sistemas de Coordenadas: cartesiano

### Representação de Orientações FRD: (6DoF)

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| a) Ângulos de Euler ( $\psi, \theta, \phi$ ) | c) <b>Quaternions</b> (4 escalares) |
| b) Matriz de Rotação 3x3 ( <b>DCM</b> )      | d) Eixo-Ângulo (Rodrigues)          |

## VELOCIDADES DO CORPO

Na literatura técnica, é muito comum representar por letras:

- Velocidades lineares (nas direções do eixo do corpo **FRD**):
  - **u**: para frente ( $X_{FRD}$ )
  - **v**: para a direita ( $Y_{FRD}$ )
  - **w**: para baixo ( $Z_{FRD}$ )
- Velocidades angulares (rotação ao redor dos eixo do corpo):
  - **p**: velocidade de rolamento no eixo longitudinal (*clockwise*)
  - **q**: velocidade de arfagem (cabrada, levantar o nariz)
  - **r**: velocidade de guinada (virar à direita)



## VELOCIDADE AERODINÂMICA

Um corpo imerso em fluído (ar) sofre forças devido ao deslocamento relativo a esse fluído.

Velocidade do corpo:  $\vec{V}_b$

Velocidade do vento:  $\vec{V}_w$

Velocidade aerodinâmica:  $\boxed{\vec{V}_a = \vec{V}_b - \vec{V}_w}$

Velocidade do Vento:

direção e intensidade de deslocamento da massa de ar no local

Velocidade Aerodinâmica:

é a velocidade do veículo relativa à velocidade do ar do local

## REFERENCIAL AERODINÂMICO (Aer)

Orientação: (apropriado para aviões, com duas asas simétricas)

- $X_{Aer}$ : direção da **velocidade aerodinâmica**
- $Y_{Aer}$ : completa a base ortogonal
- $Z_{Aer}$ : perpendicular à  $X_{Aer}$  e contido no plano  $X-Z_{FRD}$

Origem: ponto arbitrário do veículo (consulte seu aerodinamicista)

Aviões:	Ângulo de ataque (AOA):	$\alpha_{Aer}$
	Ângulo de derrapagem (AOS):	$\beta_{Aer}$
Mísseis :	Ângulo de ataque total:	$\sigma_{Aer}$
	Ângulo de rolamento aerodinâmico:	$\varphi_{Aer}$

## REFERENCIAIS **CORPO** E **AERODINÂMICO**

