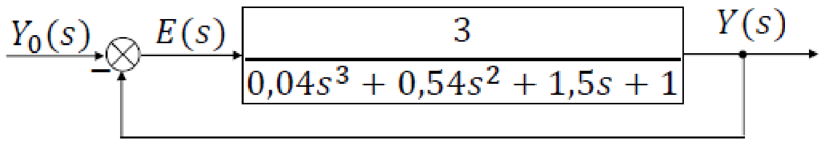
Zadanie. Obiekt o transmitancji $G_{ob}(s) = \dfrac{3}{0.04s^3 + 0.54s^2 + 1.5s + 1}$

odwiedziono jednostkowym, ujemnym sprzężeniem zwrotnym.

Jaka jest wartość ustalona uchybu przy wymuszeniu jednostkowym i zerowych warunkach początkowych?

W jaki sposób skorygować strukturę układu, aby przebieg przejściowy uchybu regulacji miał podobną szybkość zmian i czas regulacji, ale uchyb ustalony $e_{ust} \le 0.1$

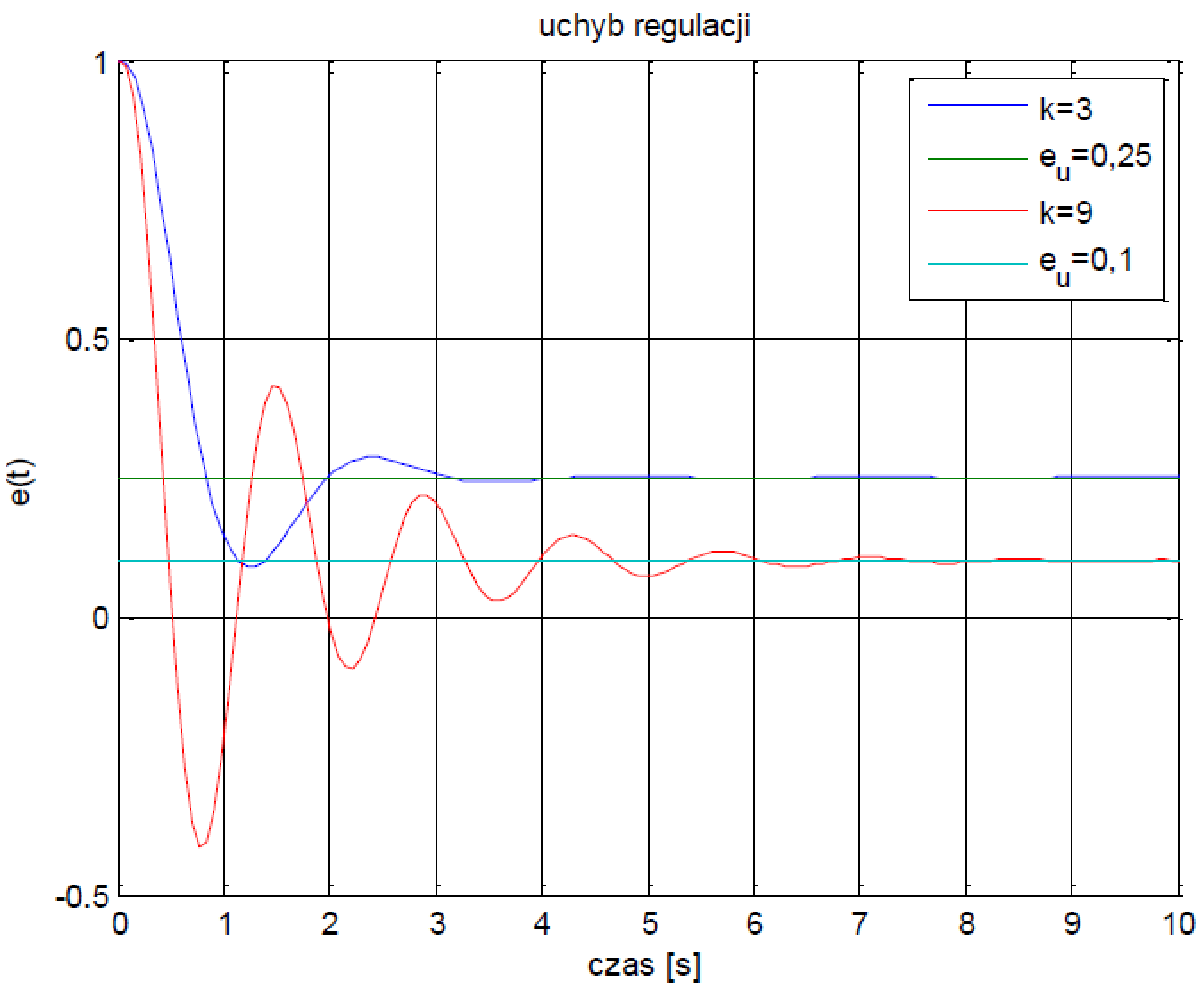


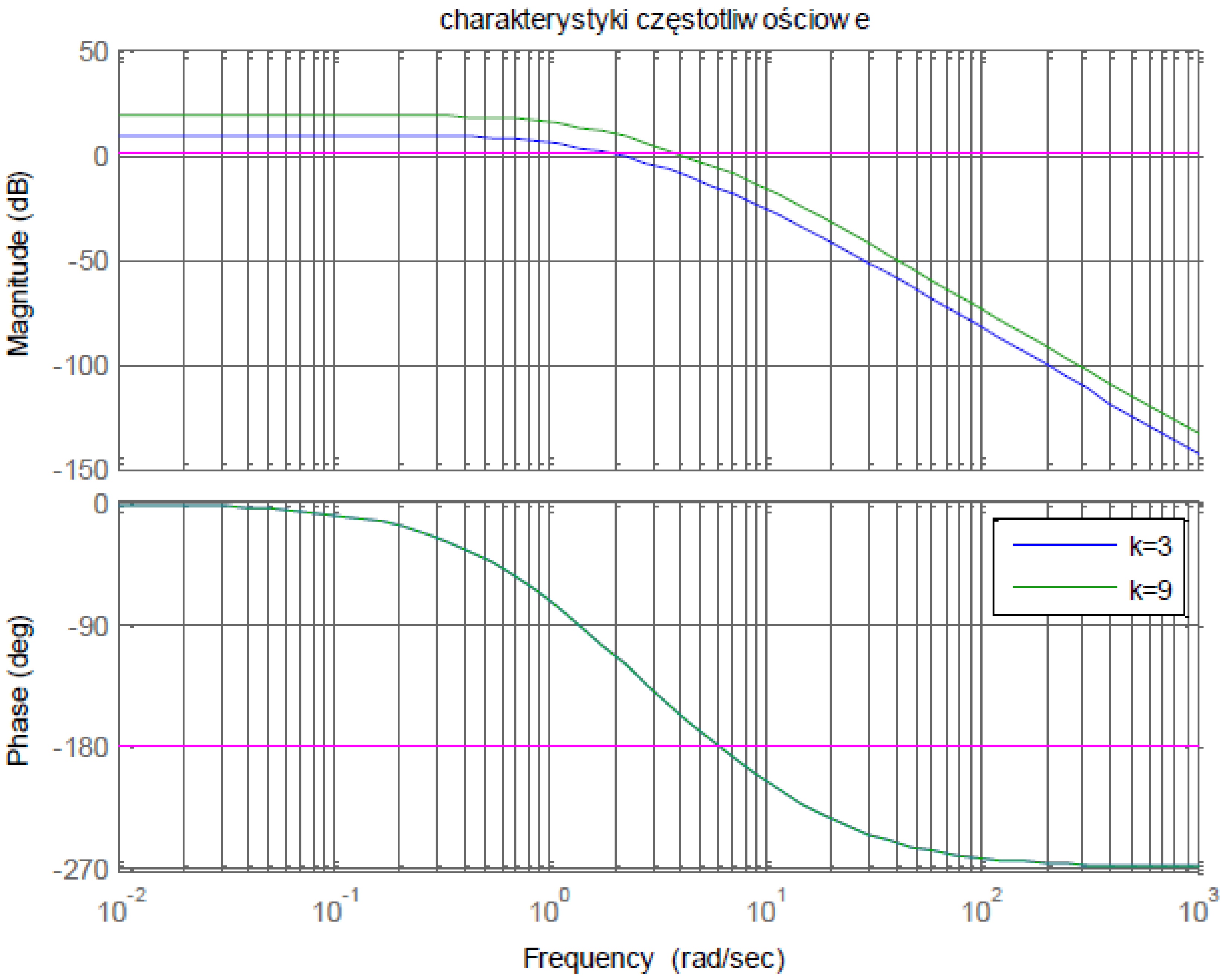
Układ jest statyczny względem wymuszenia, a uchyb ustalony $e_{ust} = \dfrac{1}{1+k} = \dfrac{1}{1+3} = 0.25$

Zwiększenie współczynnika wzmocnienia układu otwartego zmniejszy uchyb ustalony.

Wzmocnienie układu otwartego, dla którego uchyb ustalony $e_{ust} \le 0.1$ można obliczyć z nierówności

$$e_{ust} = \frac{1}{1+k'} \le 0.1 \quad \Rightarrow \quad k' \ge 9$$


uchyb regulacji
k=3
e_u=0,25
k=9
e_u=0,1
e(t)
czas [s]
1
0.5
0
-0.5
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10



charakterystyki częstotliw ościow e
Magnitude (dB)
50
0
-50
-100
-150
Phase (deg)
0
-90
-180
-270
k=3
k=9
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/sec)

Analizując charakterystyki częstotliwościowe, można stwierdzić, że wypadkowa charakterystyka układu dla małych częstotliwości powinna pokrywać się z charakterystyką przy dużym wzmocnieniu – zapewni to uchyb ustalony ≤ 0.1, a dla dużych częstotliwości przy małym wzmocnieniu – zapewni porównywalną szybkość zmian i czas regulacji.
Jednocześnie niezmienione powinny pozostać pulsacje ω_o i $\omega_{-\pi}$

Do rozwiązania tego problemu można zastosować korektor opóźniający fazę o transmitancji operatorowej

$$G(s) = \frac{1+sT_2}{1+sT_1} \qquad T_1 > T_2$$

$$\Downarrow$$

$$G(j\omega) = \frac{1+j\omega T_2}{1+j\omega T_1} = \sqrt{\frac{1+\omega^2 T_2^2}{1+\omega^2 T_1^2}} \cdot e^{-j\cdot \mathrm{arctg}\left[\frac{\omega(T_1-T_2)}{1+\omega^2 T_1 T_2}\right]}$$

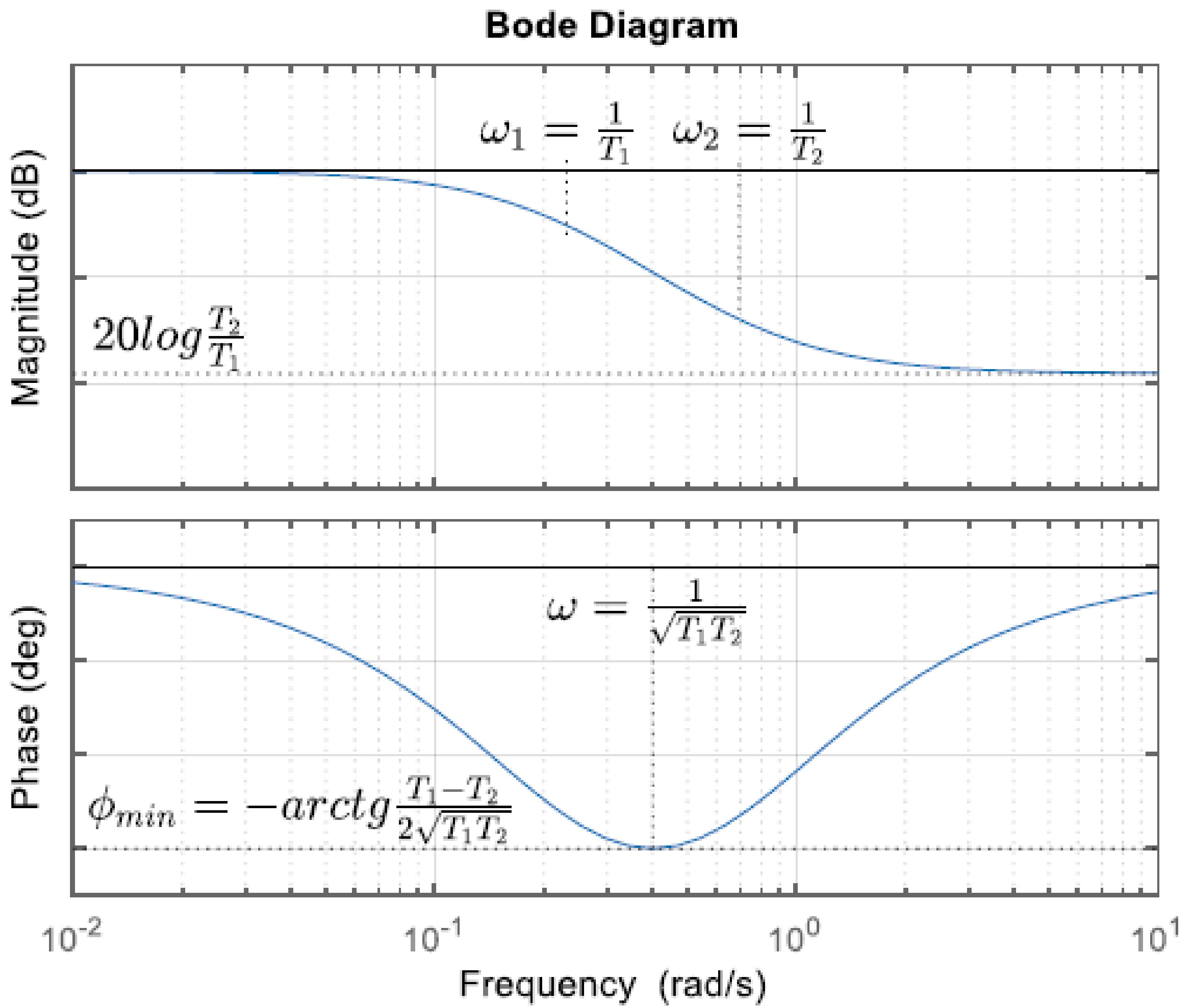
$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1+\omega^2 T_2^2}{1+\omega^2 T_1^2}} \qquad \varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}\left[\frac{\omega(T_1-T_2)}{1+\omega^2 T_1 T_2}\right]$$

$$L(\omega) = 20\cdot\lg\sqrt{1+\omega^2T_2^2} - 20\cdot\lg\sqrt{1+\omega^2T_1^2} \approx \begin{cases} \omega \ll \dfrac{1}{T_1} & L_1(\omega) = 0 \\ \dfrac{1}{T_1} \ll \omega \ll \dfrac{1}{T_2} & L_2(\omega) = -20\cdot\lg(T_1) - 20\cdot\lg\omega \\ \omega \gg \dfrac{1}{T_2} & L_3(\omega) = 20\cdot\lg\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right) \end{cases}$$

$$\frac{d}{d\omega}\left[\varphi(\omega)\right] = \frac{-1}{1+\left[\dfrac{\omega(T_1-T_2)}{1+\omega^2T_1T_2}\right]^2}\cdot\frac{(T_1-T_2)\cdot(1+\omega^2T_1T_2) - 2\omega T_1T_2\cdot\omega(T_1-T_2)}{(1+\omega^2T_1T_2)^2}$$

$$= \frac{-(T_1-T_2)}{(1+\omega^2T_1T_2)^2+\left[\omega(T_1-T_2)\right]^2}\cdot\frac{(1+\omega^2T_1T_2-2\omega^2T_1T_2)}{(1+\omega^2T_1T_2)^2} = \frac{-(T_1-T_2)}{(1+\omega^2T_1T_2)^2+\left[\omega(T_1-T_2)\right]^2}\cdot\frac{(1-\omega^2T_1T_2)}{(1+\omega^2T_1T_2)^2}$$

$$\varphi_{\min}(\omega) = \varphi\left(\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}\right) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{T_1-T_2}{2\sqrt{T_1T_2}}\right)$$



Bode Diagram
$\omega_1 = \frac{1}{T_1}$
$\omega_2 = \frac{1}{T_2}$
$20log\frac{T_2}{T_1}$
$\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}$
$\phi_{min} = -arctg\frac{T_1-T_2}{2\sqrt{T_1T_2}}$
Magnitude (dB)
Phase (deg)
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
Frequency (rad/s)

Po 3 krotnym zwiększeniu współczynnika wzmocnienia układu otwartego charakterystyka amplitudowa podniesie się do góry o 20lg(3).
Stąd dla dużych pulsacji chcemy ją obniżyć o taką samą wartość, co daje równanie:

$$20 \cdot \lg\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -20 \cdot \lg(3) \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{3}$$

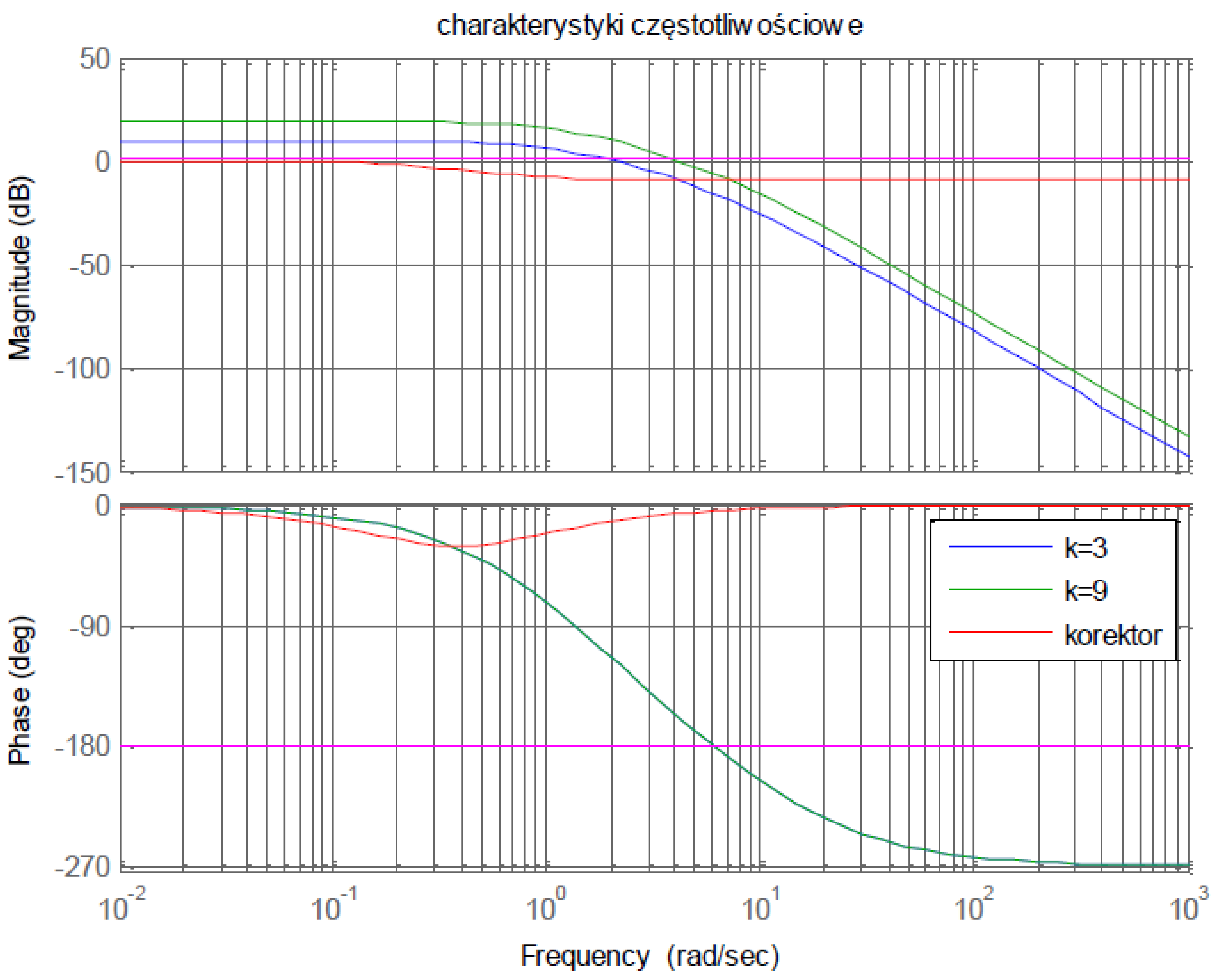
Można też przyjąć w przybliżeniu, że po jednej dekadzie w lewo lub prawo od pulsacji $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$

faza korektora w przybliżeniu jest już równa 0.
Jeśli więc nie zmieniamy pulsacji odcięcia (czyli faza korektora dla tej pulsacji jest zerowa), to pulsacja dla minimalnej wartości fazy korektora musi leżeć o 1 dekadę w lewo (musi być 10 razy mniejsza) od pulsacji odcięcia = 4 rad/s:

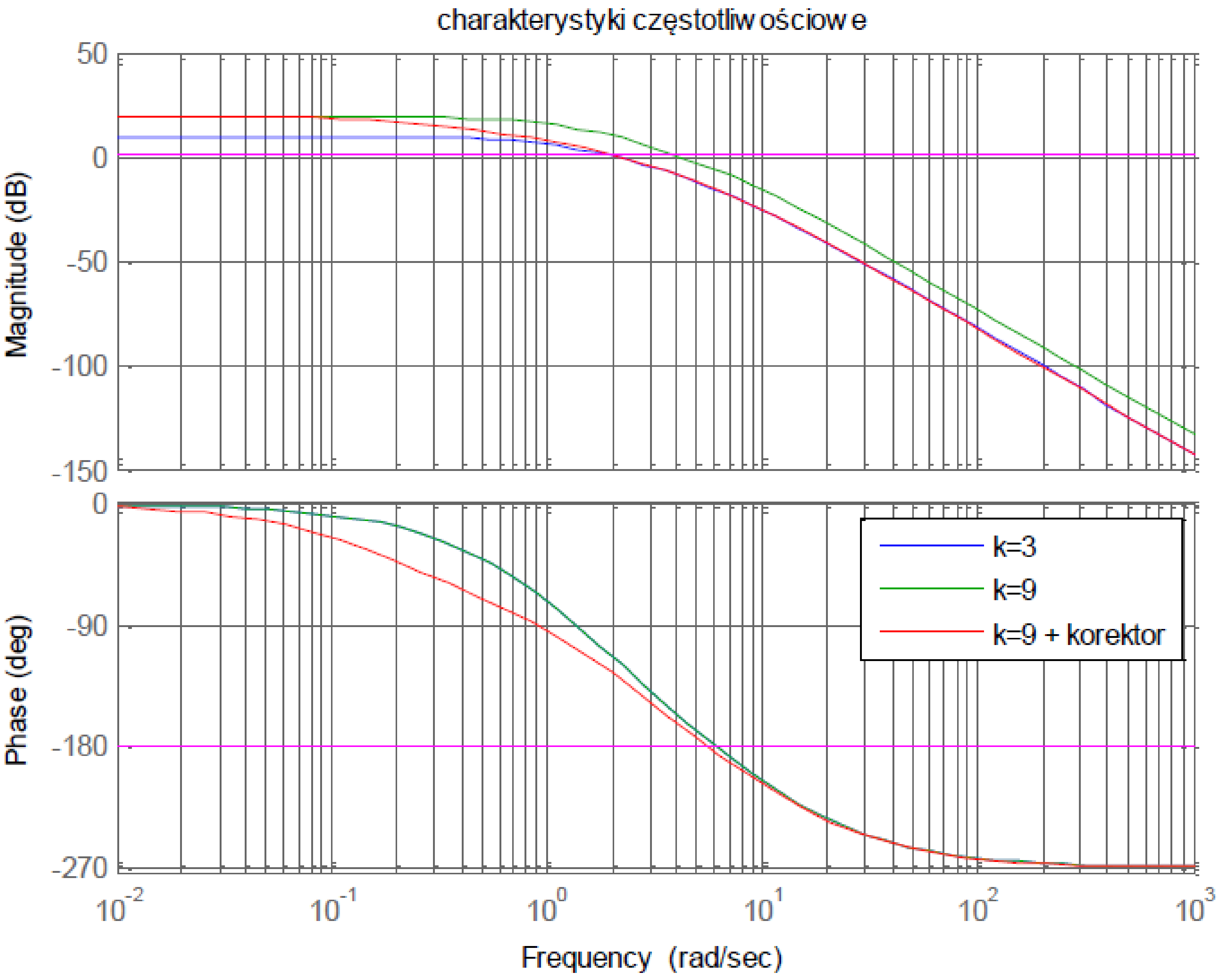
$$\frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} = 0.4$$

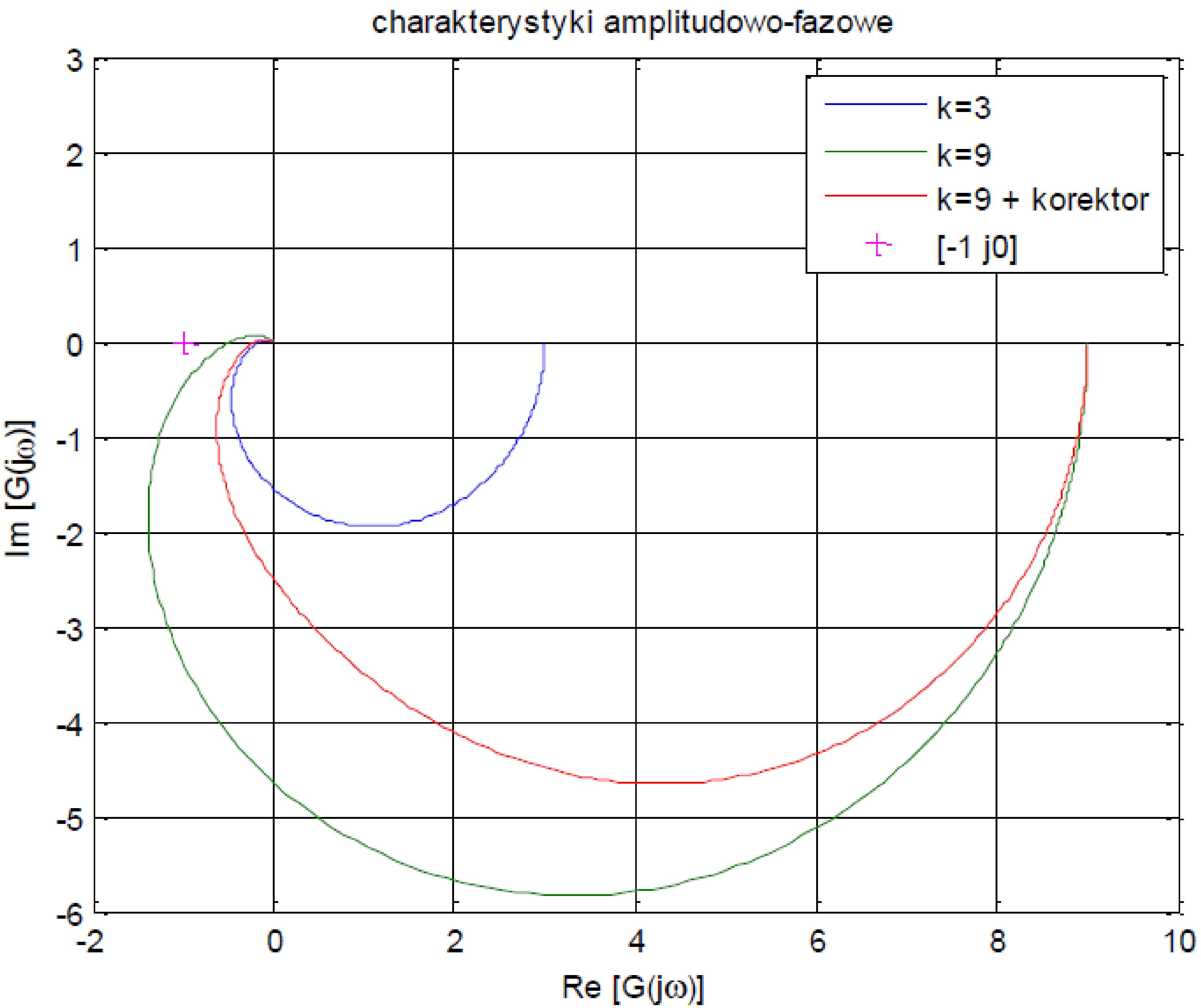
Tak więc

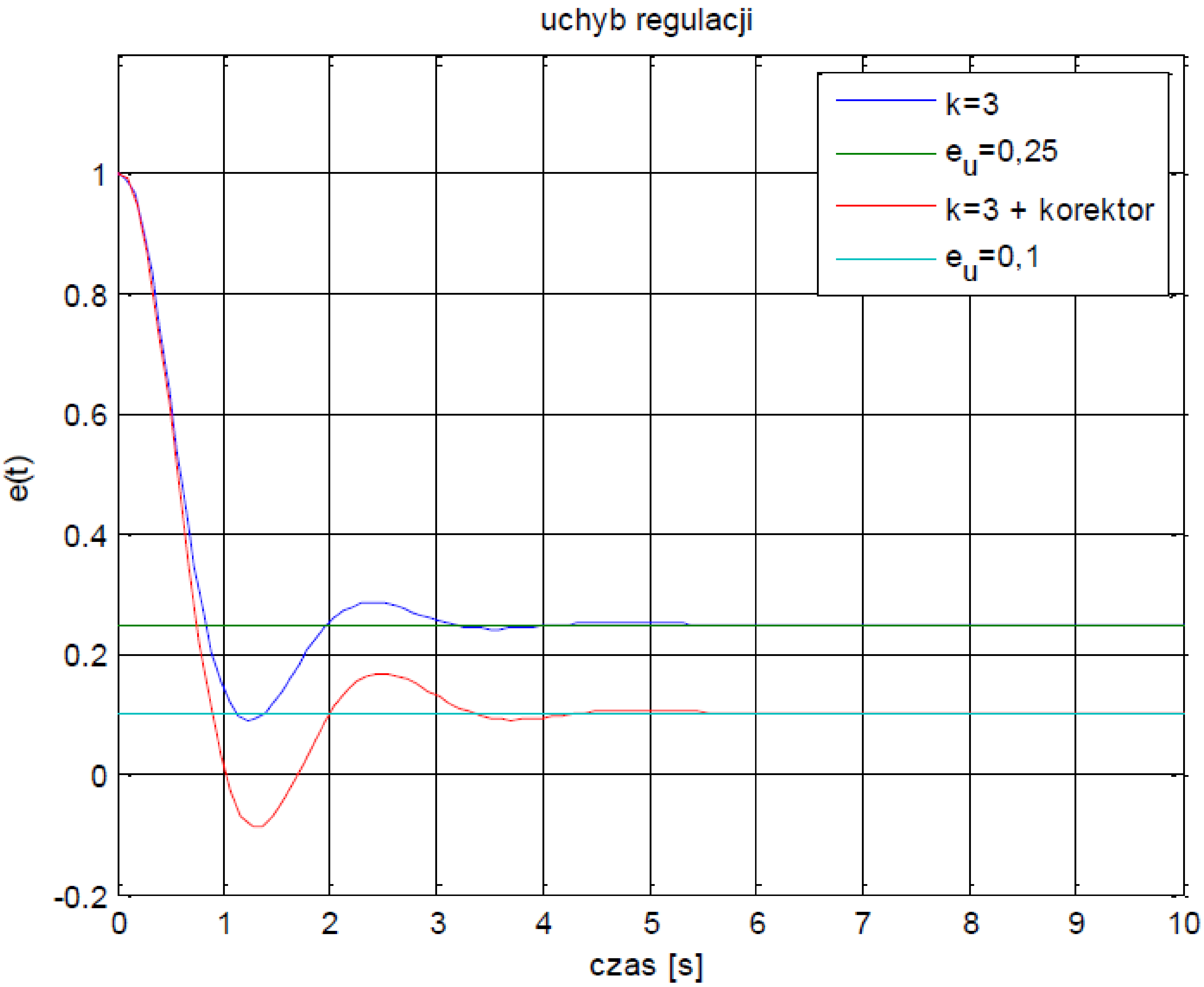
$$\begin{cases} T_1 = 3T_2 \\ T_1 T_2 = 6.25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 4.32 \\ T_2 = 1.44 \end{cases}$$



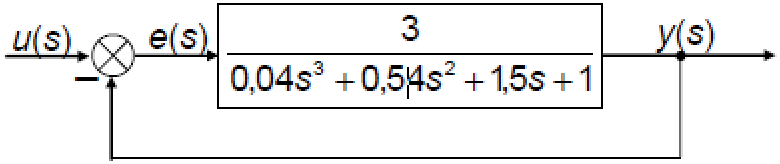
charakterystyki częstotliw ościow e
Magnitude (dB)
50
0
-50
-100
-150
Phase (deg)
0
-90
-180
-270
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
10^3
Frequency (rad/sec)
k=3
k=9
korektor


charakterystyki częstotliwościowe
Magnitude (dB)
50
0
-50
-100
-150
Phase (deg)
0
-90
-180
-270
k=3
k=9
k=9 + korektor
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/sec)

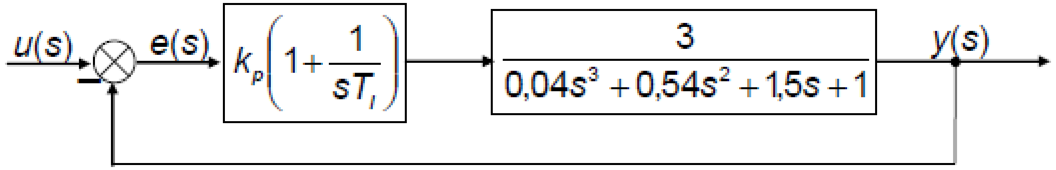

charakterystyki amplitudowo-fazowe
k=3
k=9
k=9 + korektor
[-1 j0]
Im [G(jω)]
Re [G(jω)]
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-2
0
2
4
6
8
10


uchyb regulacji
k=3
e_u=0,25
k=3 + korektor
e_u=0,1
e(t)
czas [s]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

Zadanie. W układzie jak na rysunku



zastosowanie regulatora **PI**

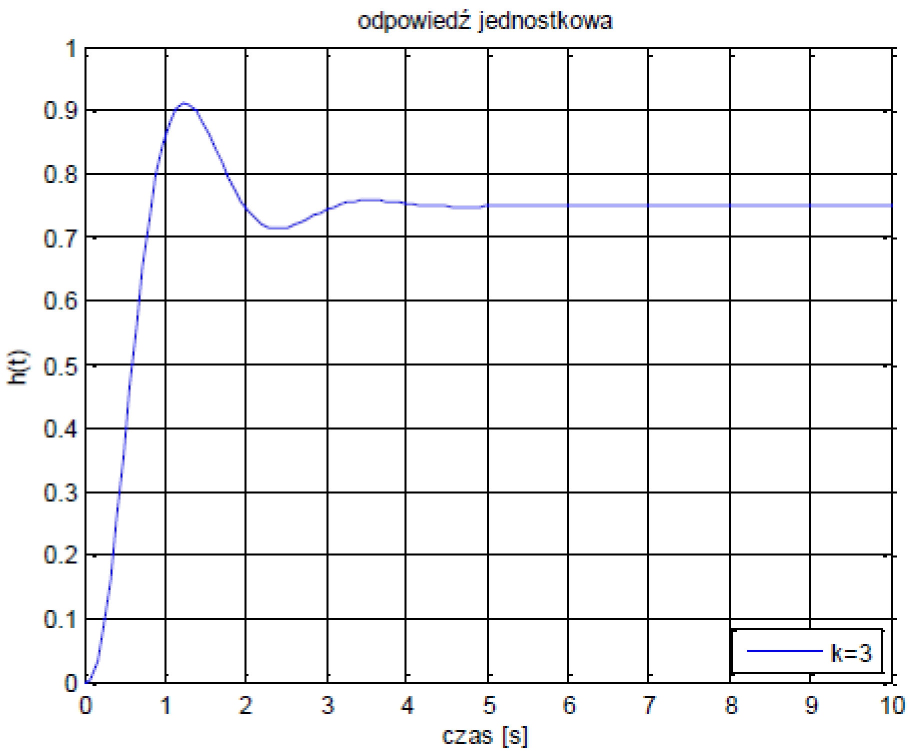


wyzeruje uchyb w stanie ustalonym dla wymuszenia w postaci skoku jednostkowego (układ astatyczny z astatyzmem I rzędu).

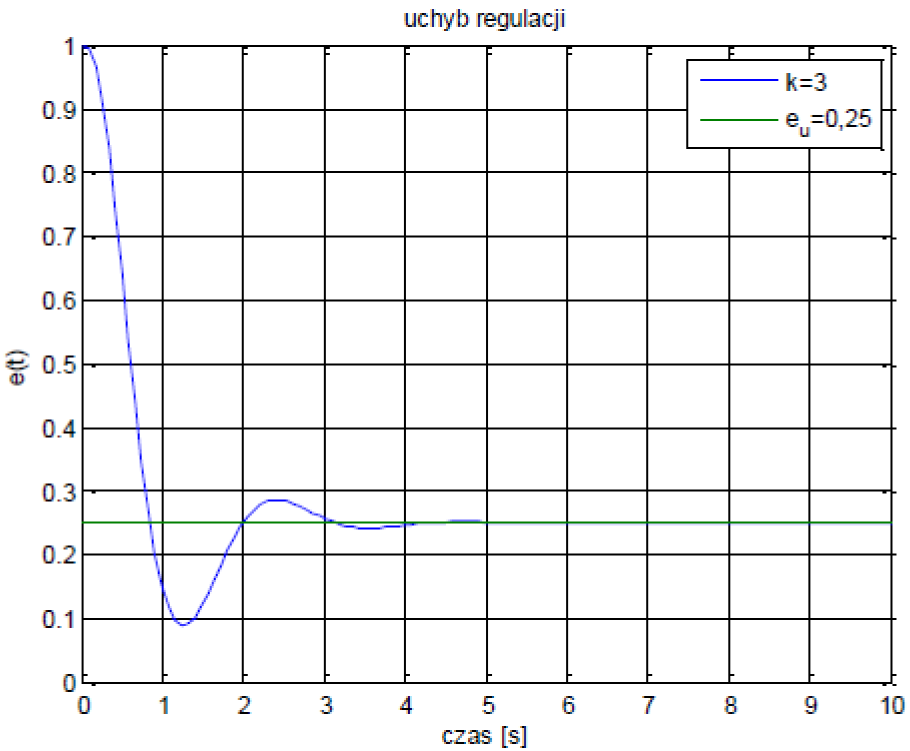
Przyjąć k_p=1, znaleźć taki czas zdwojenia T_i aby przebiegi przejściowe przed i po korekcji miały podobny czas regulacji.

Układ bez regulatora jest statyczny względem wymuszenia (wg poprzedniego zadania), oraz:

$$e_{ust} = \frac{1}{1+k} = \frac{1}{1+3} = 0.25$$

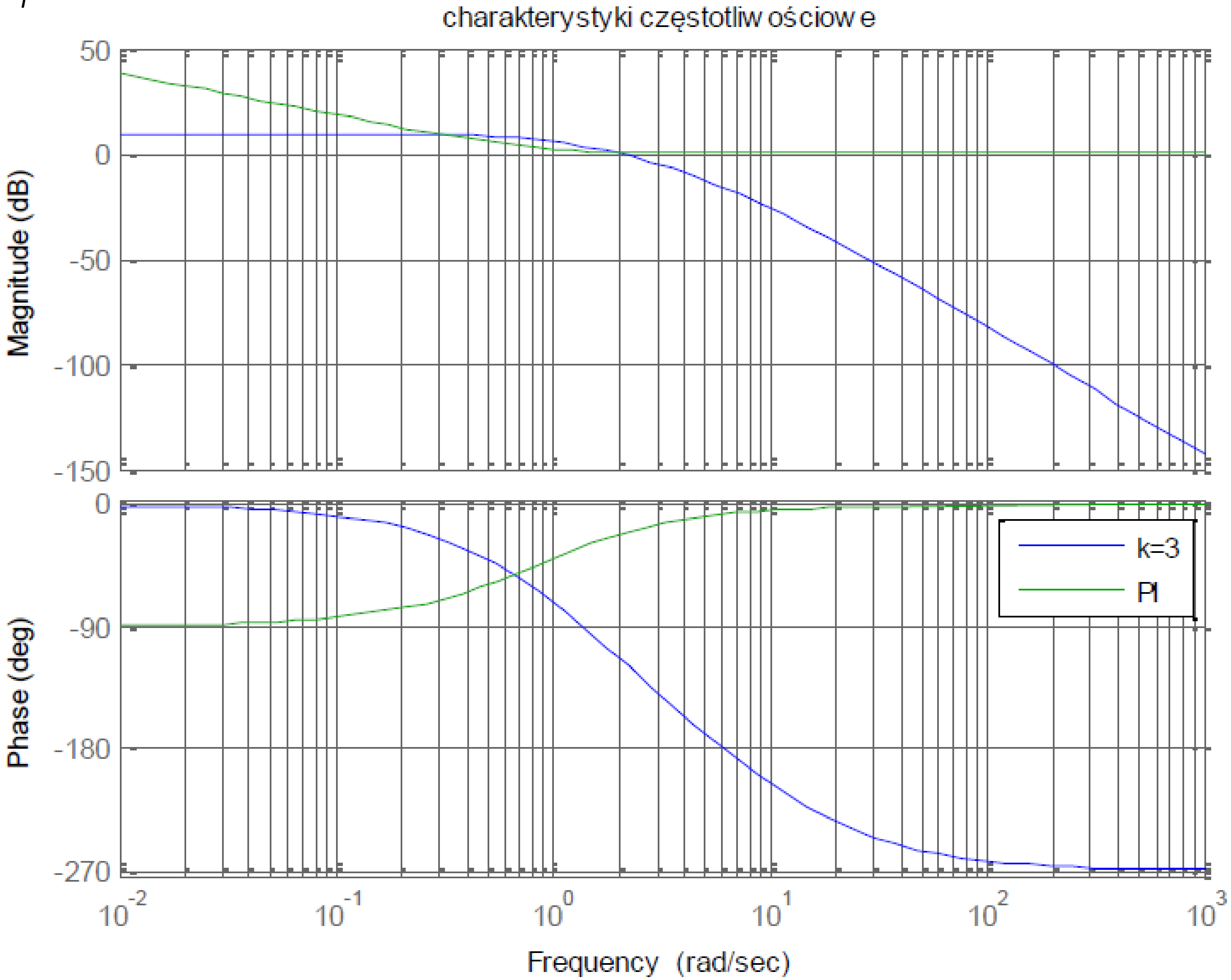


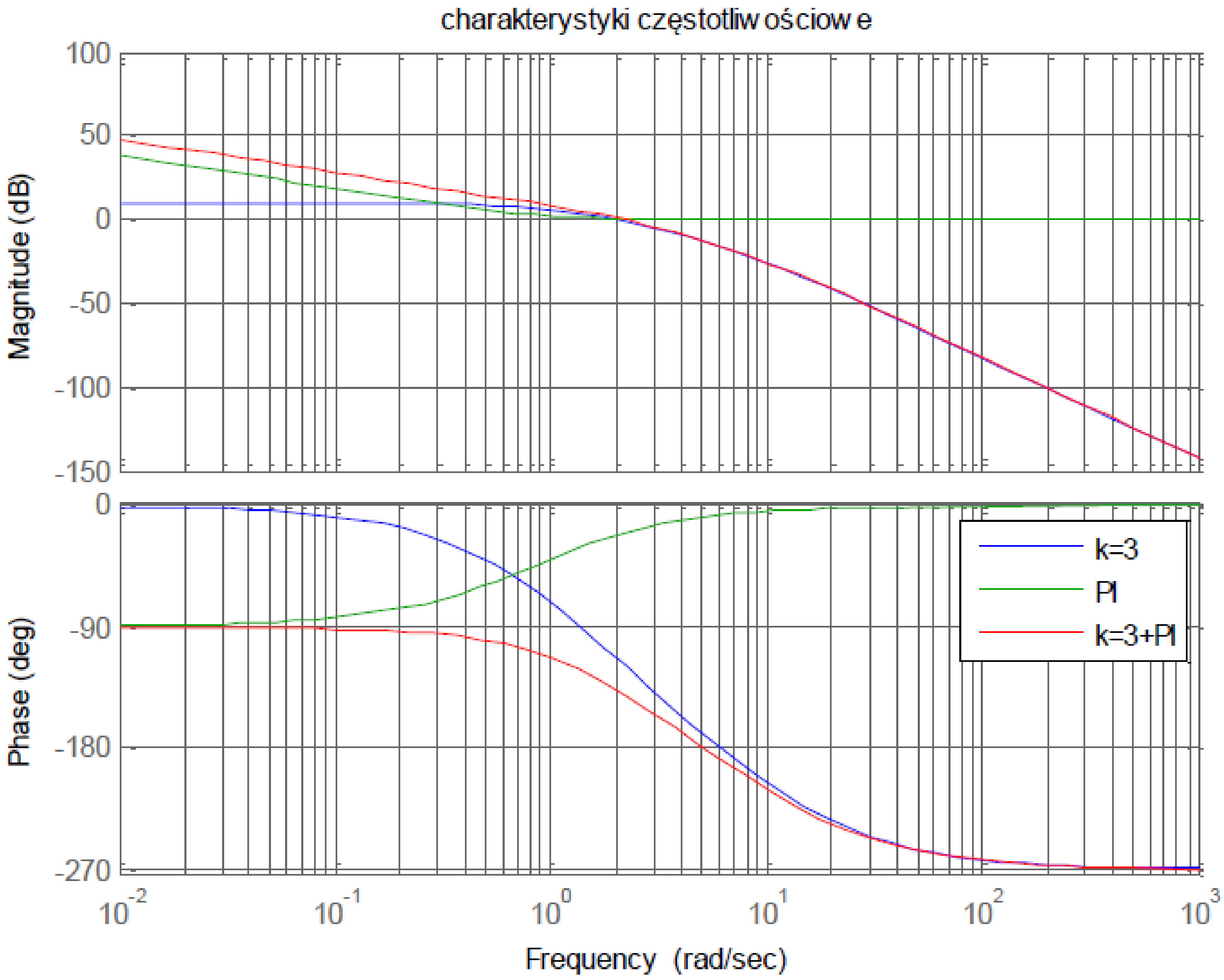
odpowiedź jednostkowa
h(t)
czas [s]
k=3



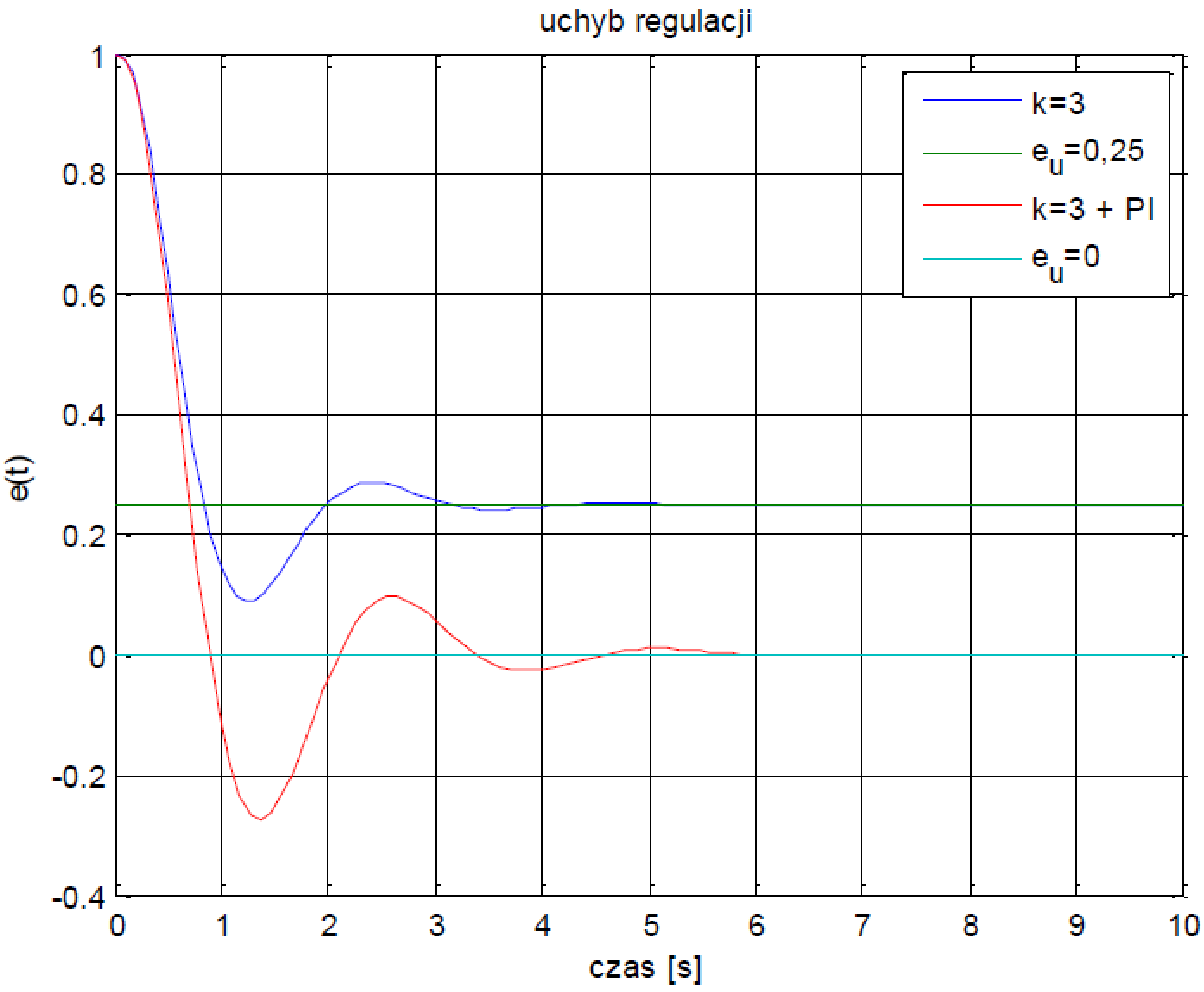
uchyb regulacji
e(t)
czas [s]
k=3
e_u=0,25

Przyjmijmy wstępnie $T_i = 1$





charakterystyki częstotliw ościow e
100
50
0
-50
-100
-150
Magnitude (dB)
0
-90
-180
-270
Phase (deg)
k=3
PI
k=3+PI
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/sec)



uchyb regulacji
k=3
e_u=0,25
k=3 + PI
e_u=0
e(t)
czas [s]
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

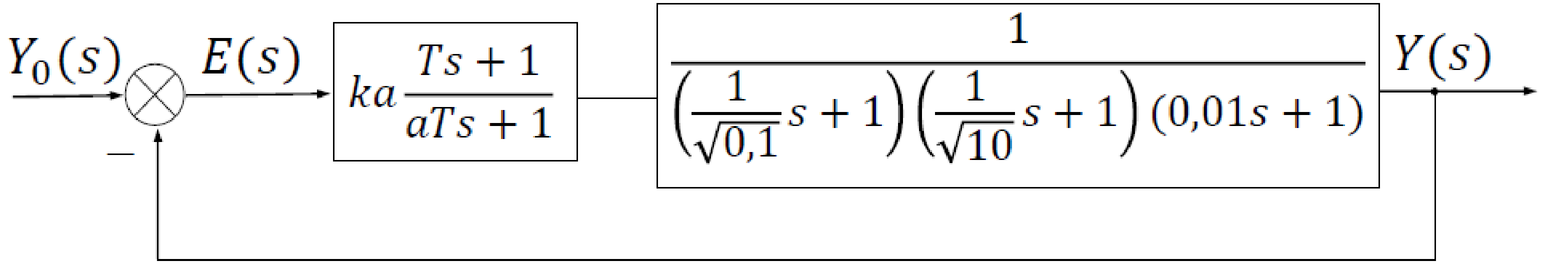
Zadanie. Dany jest obiekt o transmitancji $G_{ob}(s) = \dfrac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{0.1}}s+1\right)\left(\frac{1}{\sqrt{10}}s+1\right)(0.01s+1)}$

Dobrać korektor (przyspieszający fazę) $G_r(s) = k \cdot a\dfrac{Ts+1}{aTs+1} \quad a<1$

aby w układzie zamkniętym spełnione były warunki:

1. Dla wymuszenia jednostkowego uchyb w stanie ustalonym nie przekracza 10^{-4}.
2. Dla pulsacji odcięcia korektor wprowadza maksymalne przesunięcie fazowe.

Układ z korektorem ma strukturę



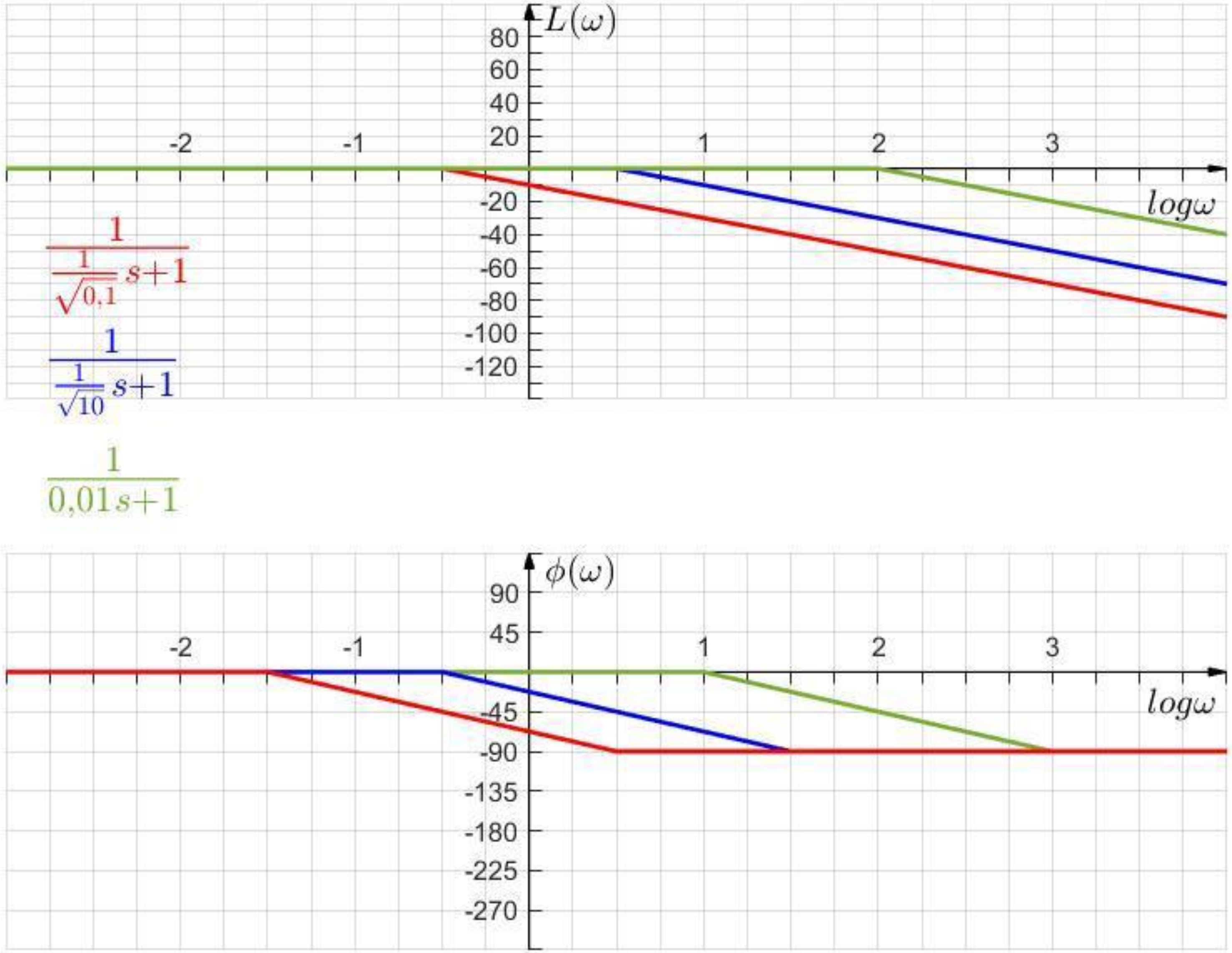
Jest to statyczny układ regulacji (rząd astatyzmu = 0), dla którego uchyb w stanie ustalonym dla wymuszenia jednostkowego:

$$e_{ust} = \lim_{s\to 0}\left[s \cdot S(s)\cdot\frac{1}{s}\right] = S(0)$$

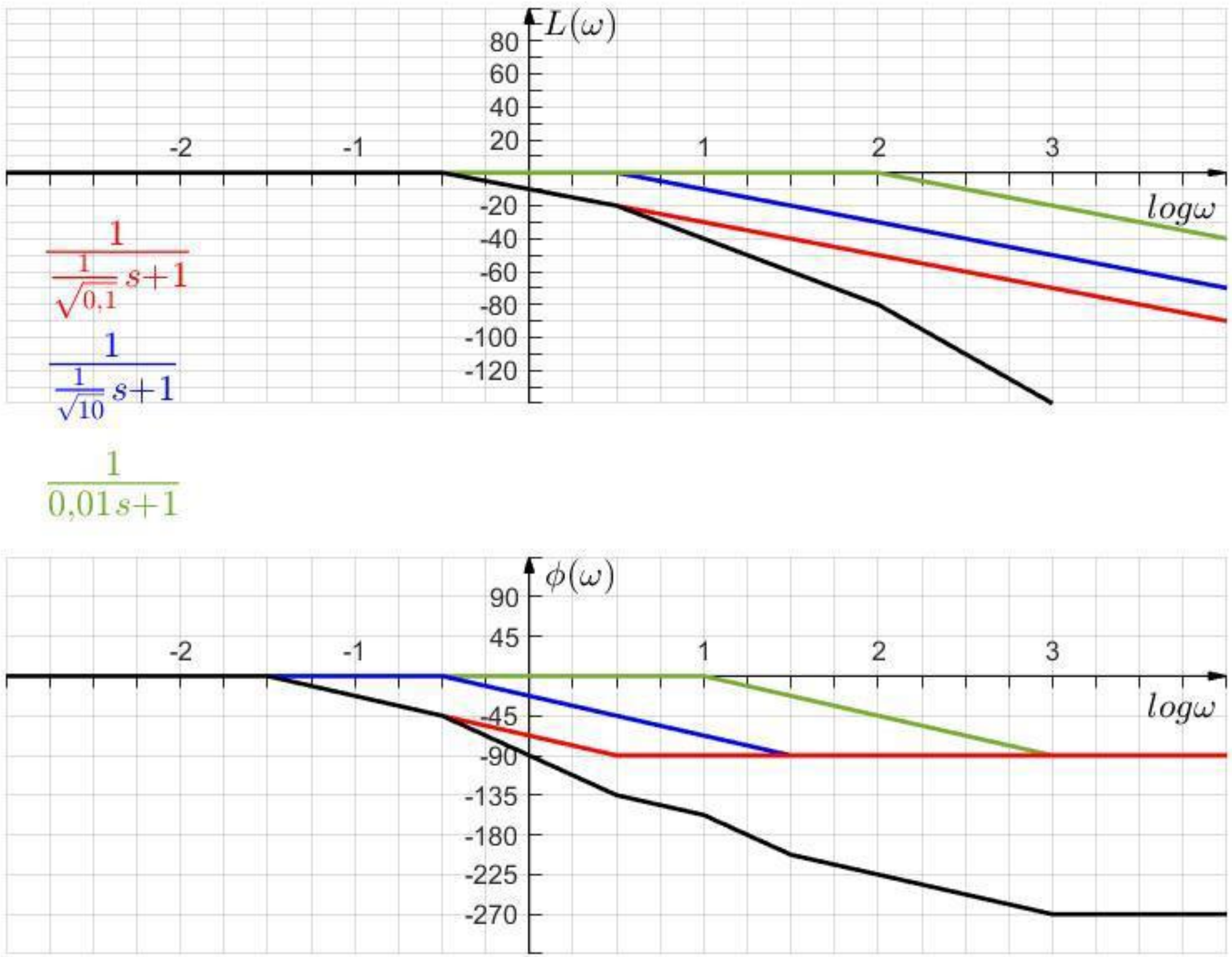
czyli, w naszym przypadku

$$e_{ust} = \left.\frac{1}{1+k\cdot a\dfrac{Ts+1}{aTs+1}\cdot\dfrac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{0.1}}s+1\right)\left(\frac{1}{\sqrt{10}}s+1\right)(0.01s+1)}}\right|_{s=0} = \frac{1}{1+k\cdot a} \le 10^{-4} \quad \Rightarrow \quad 1+k\cdot a \ge 10^4 \Rightarrow \quad k\cdot a \ge 10^4 - 1$$

Przyjmujemy $\quad k\cdot a = 10^4$

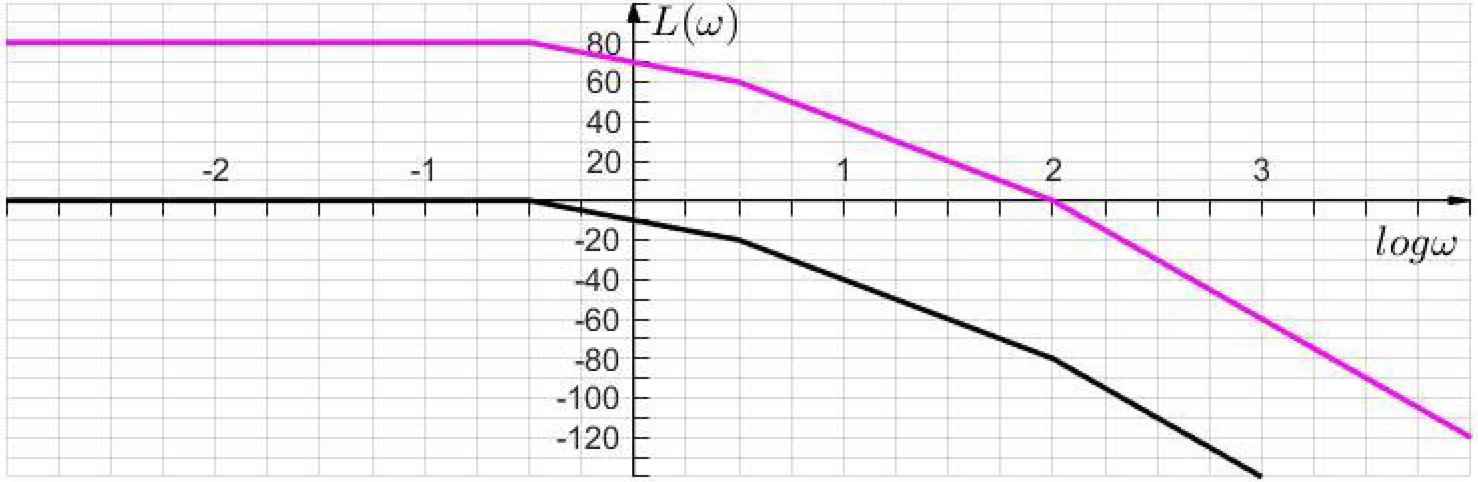


$L(\omega)$
80
60
40
20
-2
-1
1
2
3
-20
-40
-60
-80
-100
-120
$log\omega$
$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{0,1}}s+1}$
$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{10}}s+1}$
$\frac{1}{0,01s+1}$
$\phi(\omega)$
90
45
-2
-1
1
2
3
$log\omega$
-45
-90
-135
-180
-225
-270

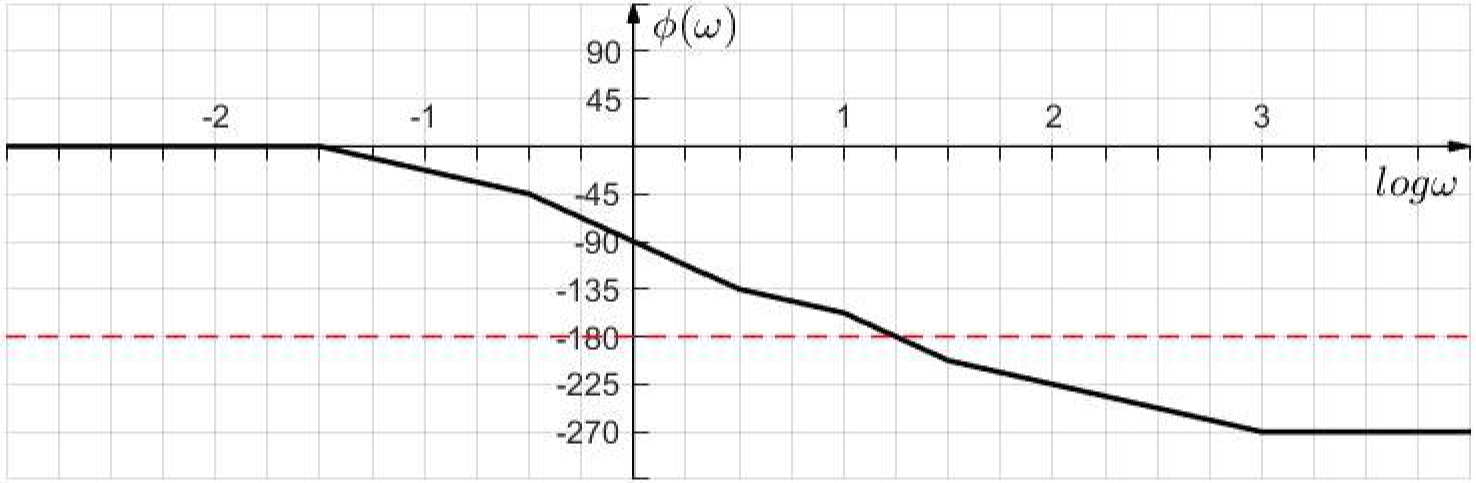


$L(\omega)$
80
60
40
20
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-2
-1
1
2
3
$log\omega$
$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{0,1}}s+1}$
$\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{10}}s+1}$
$\frac{1}{0,01s+1}$
$\phi(\omega)$
90
45
-45
-90
-135
-180
-225
-270

Uwaga!
Po wprowadzeniu wypadkowego wzmocnienia, układ jest niestabilny.
W zadaniu objawia się więc podstawowa sprzeczność automatyki, żądanie małego uchybu ustalonego w układzie statycznym, przy regulacji proporcjonalnej może prowadzić do niestabilności układu.

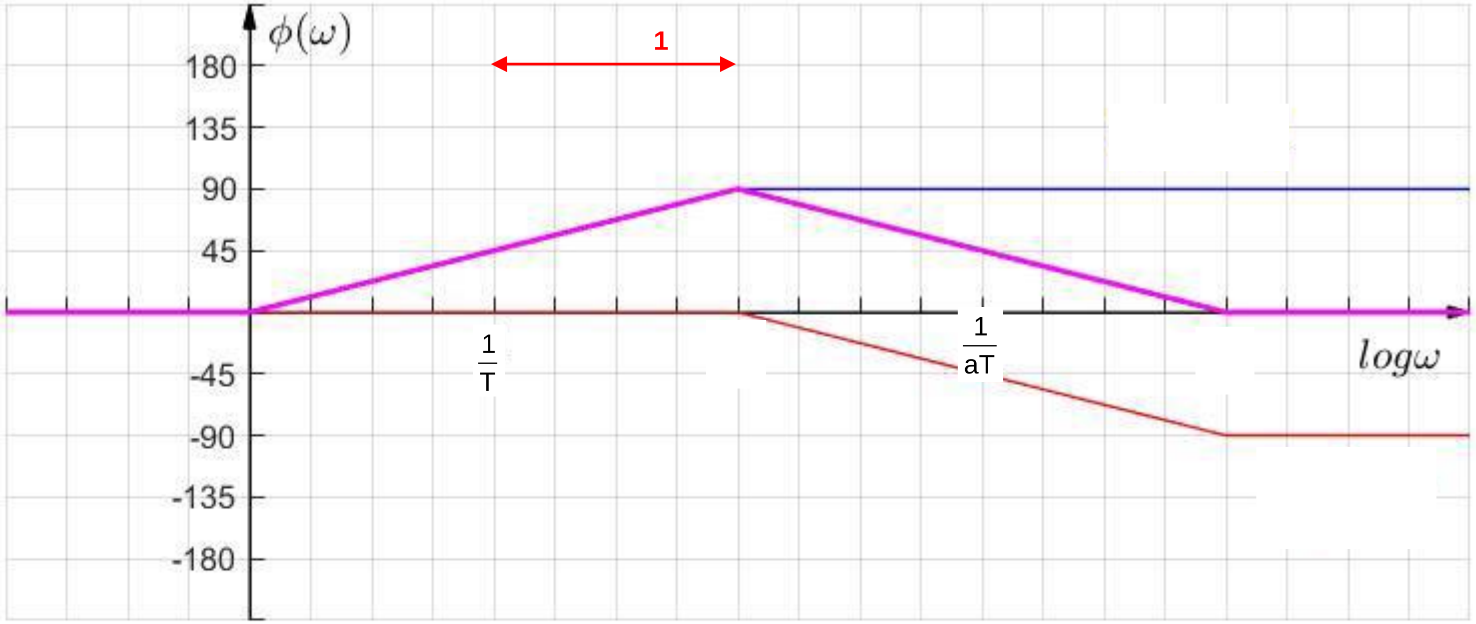


$$\omega_o = 10^2 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$$

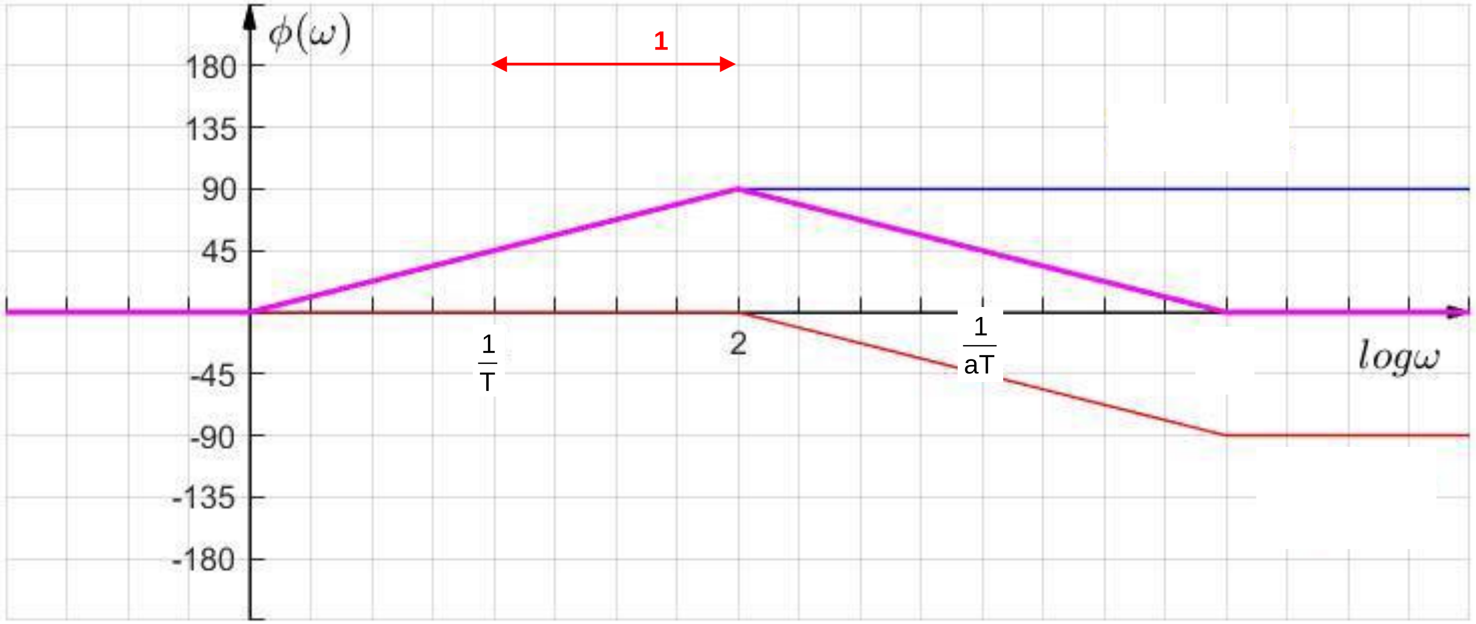


$$\omega_{-\pi} = 10^{1.25} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$$

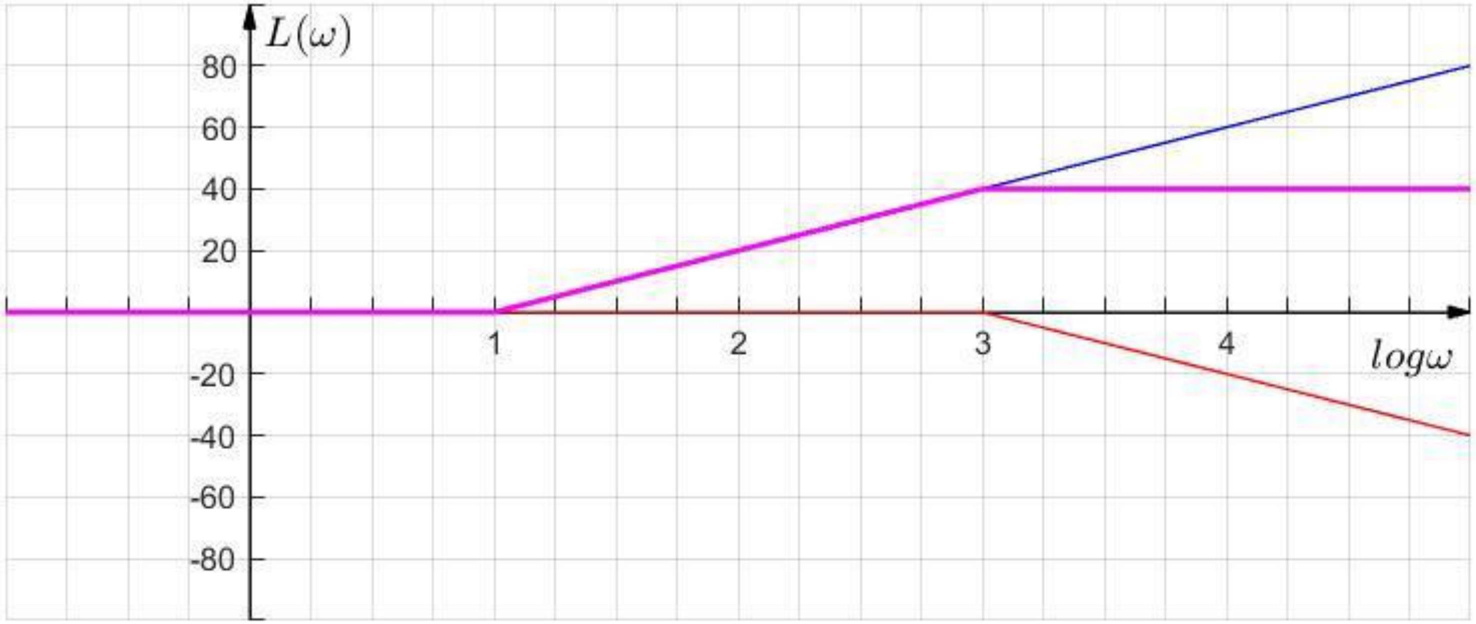
Przyjmujemy $\dfrac{Ts+1}{aTs+1} = (Ts+1)\cdot\dfrac{1}{aTs+1}$ $a<1$ a stąd, m.in.



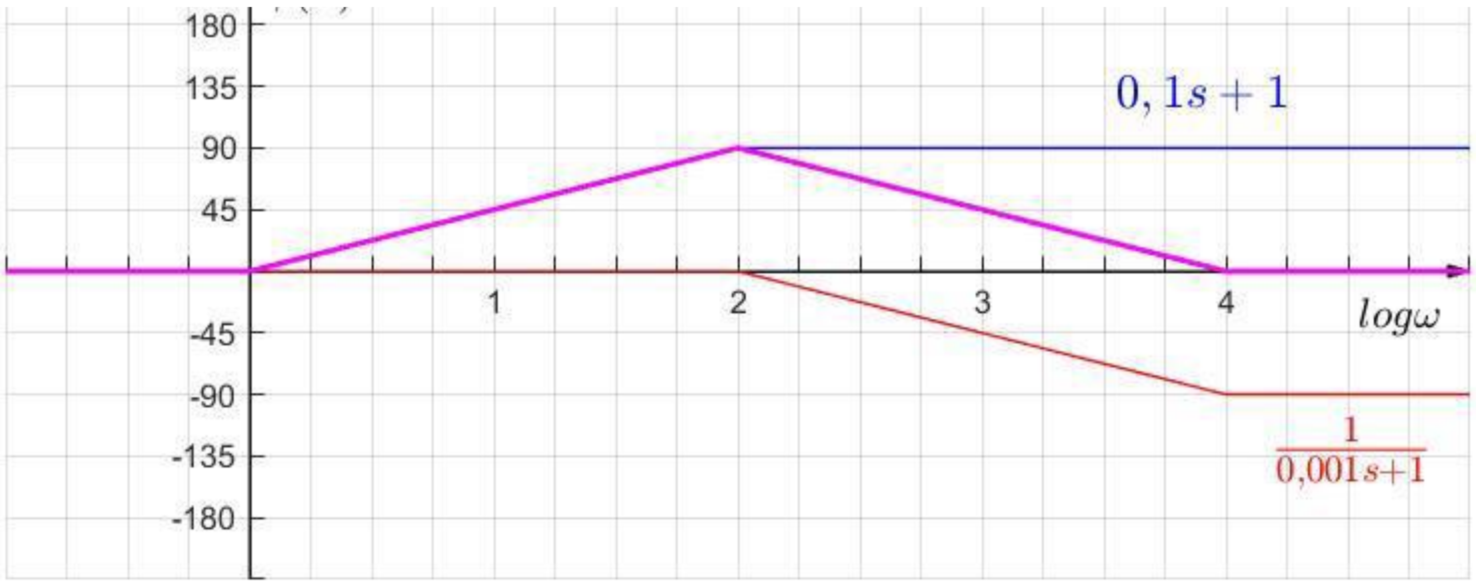
Przyjmujemy $\frac{Ts+1}{aTs+1} = (Ts+1)\cdot\frac{1}{aTs+1}$ $a<1$ a stąd, m.in.



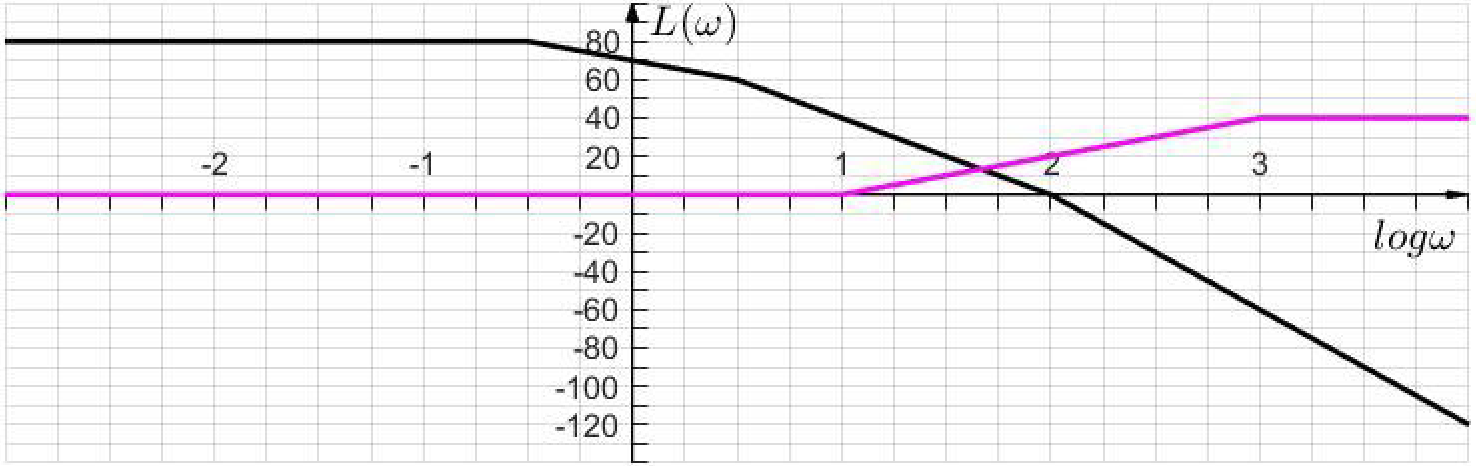
czyli $a = 0.01$ oraz $\frac{Ts+1}{aTs+1} = \frac{0.1s+1}{0.001s+1}$

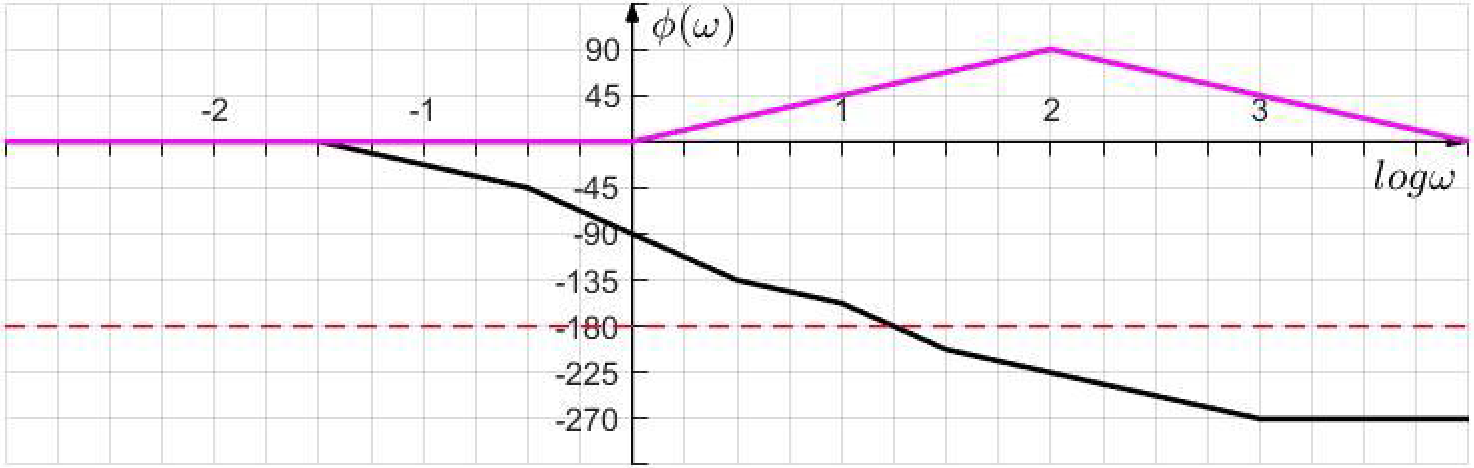


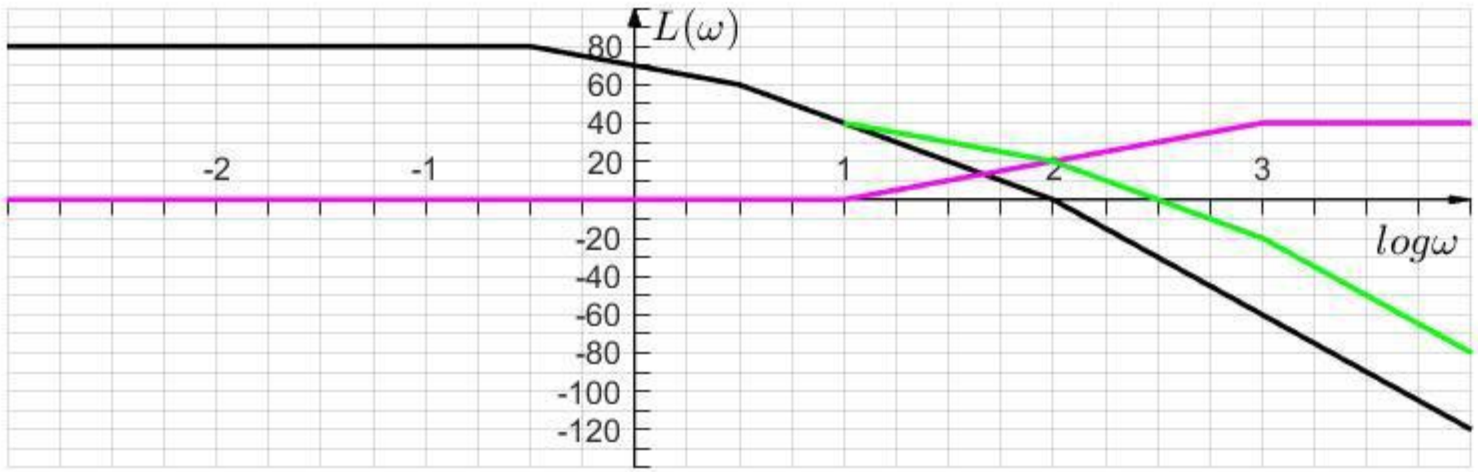
$L(\omega)$
80
60
40
20
-20
-40
-60
-80
1
2
3
4
$log\omega$

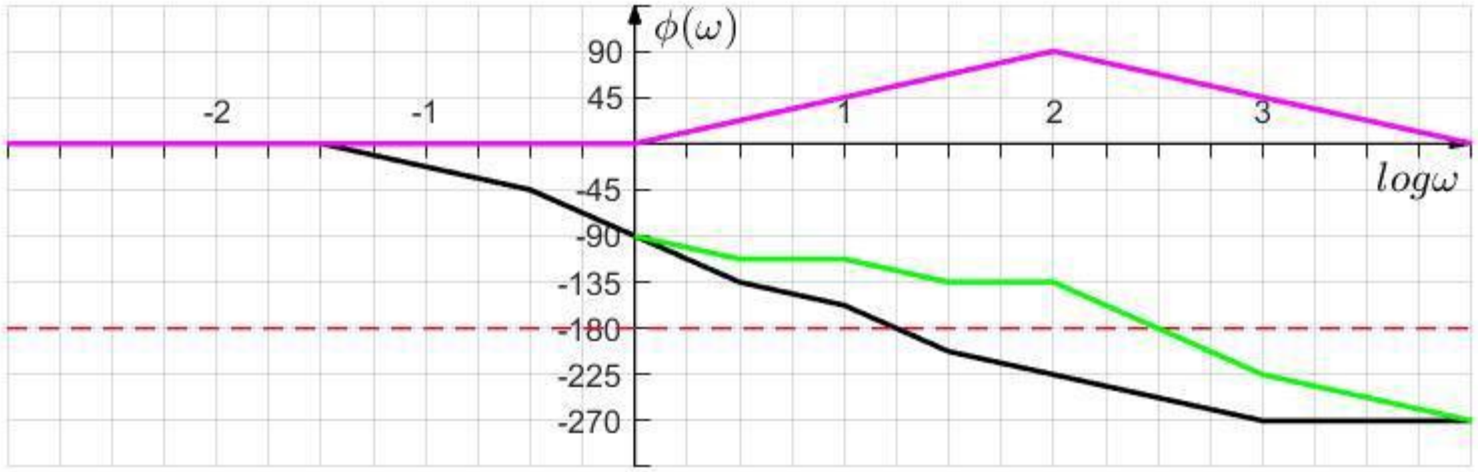


180
135
90
45
-45
-90
-135
-180
1
2
3
4
$log\omega$
$0,1s+1$
$\frac{1}{0{,}001s+1}$


$L(\omega)$
80
60
40
20
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-2
-1
1
2
3
$log\omega$


$\phi(\omega)$
90
45
-45
-90
-135
-180
-225
-270
-2
-1
1
2
3
$log\omega$





Uwaga!

$\omega_0 \approx \omega_{-\pi}$

czyli układ na granicy stabilności

I kilka zadań z rozwiązaniami algebraicznymi

Zadanie. Dana jest transmitancja operatorowa układu otwartego
$$G_0(s) = k \cdot \frac{10}{(1+s)^2(1+25s)}$$

Wyznaczyć wartości k, dla których układ zamknięty będzie stabilny, a uchyb w stanie ustalonym (dla wejścia w postaci skoku jednostkowego) nie przekracza wartości 0.02

Z postaci transmitancji uchybowej:
$$S(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} = \frac{(1+s)^2(1+25s)}{25s^3+51s^2+27s+1+10k}$$

budujemy następującą tablicę Routh'a

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 25 & 27 \\ 2 & 51 & 1+10k \\ 1 & b_1 & \\ 0 & c_1 & \end{array}$$

$$b_1 = \frac{-1}{51}\cdot\left[25(1+10k)-51\cdot 27\right] = \frac{1352-250k}{51} > 0$$

$$c_1 = 1+10k > 0$$

Stąd wynika, że dla $k < \dfrac{1352}{250} \approx 5.408$ układ zamknięty jest stabilny.

Jednocześnie dla wymuszenia jednostkowego $e_{ust} = S(0) = \left. \frac{(1+s)^2(1+25s)}{25s^3+51s^2+27s+1+10k} \right|_{s=0} = \frac{1}{1+10k}$

oraz $\frac{1}{1+10k} \le 0.02 \quad \Rightarrow \quad k \ge 4.9$

Ostatecznie więc $k \in \langle 4.9; 5.408 \rangle$

Wystarczy jednak założyć, że uchyb w stanie ustalonym (dla wejścia w postaci skoku jednostkowego) nie przekracza wartości 0.01 i wtedy

$$\frac{1}{1+10k} \le 0.01 \quad \Rightarrow \quad k \ge 9.9$$

Pojawia się sprzeczność pomiędzy wymaganiami w sprawie stabilności oraz uchybu w stanie ustalonym. Oczywiście nadrzędne są wymagania stabilności i to one muszą być spełnione bezwarunkowo.

Zadanie.
Dana jest transmitancja operatorowa obiektu $G_{ob}(s) = \dfrac{k}{s(1+sT)}$

Zaproponować regulator, dla którego przy spełnionym warunku stabilności, uchyb w stanie ustalonym przyjmuje wartość stałą, skończoną jeśli $w(t) = a \cdot t^2 \cdot \mathbf{1}(t)$

Z postaci transformaty uchybu $e(s) = \dfrac{1}{1+G_o(s)} \cdot w(s) = \dfrac{1}{1+\dfrac{k}{s(1+sT)} \cdot G_r(s)} \cdot \dfrac{2a}{s^3}$

wyznaczamy uchyb w stanie ustalonym

$$e_{ust} = \lim_{s\to 0}\left[s \cdot e(s)\right] = \lim_{s\to 0}\left[s \cdot \frac{1}{1+\dfrac{k}{s(1+sT)} \cdot G_r(s)} \cdot \frac{2a}{s^3}\right] = \lim_{s\to 0}\left[s \cdot \frac{s(1+sT)}{s(1+sT)+k \cdot G_r(s)} \cdot \frac{2a}{s^3}\right]$$

$$= \lim_{s\to 0}\left[\frac{(1+sT)}{s(1+sT)+k \cdot G_r(s)} \cdot \frac{2a}{s}\right] = \frac{2a}{k \cdot \lim\limits_{s\to 0}\left[s \cdot G_r(s)\right]} = \text{const.}$$

Aby warunek stałości uchybu był spełniony, regulator musi zawierać człon I, np.

$$G_r(s) = \frac{1}{sT_i} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} e_{ust} = \dfrac{2a}{k \cdot \lim\limits_{s\to 0}\left[s \cdot \dfrac{1}{sT_i} \right]} = \dfrac{2aT_i}{k} = \text{const} \\ S(s) = \dfrac{s(1+sT)}{s(1+sT) + k \cdot \dfrac{1}{sT_i}} = \dfrac{s^2 T_i (1+sT)}{s^2 T_i (1+sT) + k} \end{cases}$$

W tym przypadku wielomian charakterystyczny układu zamkniętego $M(s) = s^2 T_i (1+sT) + k = s^3 T T_i + s^2 T + k$

opisuje układ strukturalnie niestabilny.
Aby uniknąć tej wady proponuje się uzupełnienie regulatora o część proporcjonalną (regulator PI)

$$G_r(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) = \frac{k_p (1+sT_i)}{sT_i} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} e_{ust} = \dfrac{2a}{k \cdot \lim\limits_{s\to 0}\left[s \cdot \dfrac{k_p (1+sT_i)}{sT_i} \right]} = \dfrac{2aT_i}{kk_p} = \text{const} \\ S(s) = \dfrac{s(1+sT)}{s(1+sT) + k \cdot \dfrac{k_p (1+sT_i)}{sT_i}} = \dfrac{s^2 T_i (1+sT)}{s^2 T_i (1+sT) + kk_p (1+sT_i)} \end{cases}$$

W tym przypadku wielomian charakterystyczny układu zamkniętego

$$M(s) = s^2T_i(1+sT) + kk_p(1+sT_i) = s^3TT_i + s^2T_i + sT_ikk_p + kk_p$$

$$\begin{array}{c:cc} 3 & TT_i & T_ikk_p \\ 2 & T_i & kk_p \\ 1 & b_1 & \\ 0 & c_1 & \end{array}$$

$$b_1 = \frac{-1}{T_i}\cdot\left[TT_ikk_p - T_i^2kk_p\right] = kk_p(T_i - T) > 0$$

$$c_1 = kk_p > 0$$

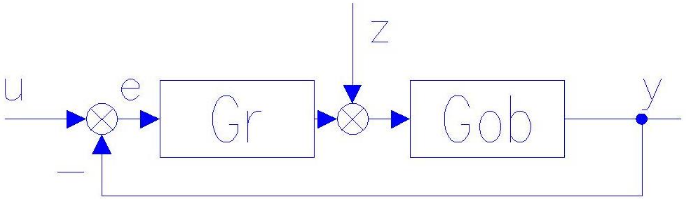
$$\Rightarrow \begin{cases} T_i > T \\ k_p > 0 \end{cases}$$

a ponieważ

$$e_{ust} = \frac{2a}{K\cdot\frac{k_p}{T_i}} \quad \Rightarrow \quad e_{ust} \underset{k_p\to\infty}{\to} 0$$

Zadanie

Dany jest układ zamknięty:



Zbadaj astatyzm układu względem wymuszenia i zakłócenia. Wyznacz uchyby w stanie ustalonym dla różnych przypadków sygnałów wejściowych (funkcja stała, liniowa, kwadratowa, …) i różnych wariantów transmitancji regulatora i obiektu.

Wyznaczmy zgodnie z zadaniem ogólną postać transformaty uchybu w stanie ustalonym. Ze względu na dwa wejścia (wymuszenie oraz zakłócenie):

$$e(s) = G_{eu}(s)\cdot u(s) + G_{ez}(s)\cdot z(s) = \frac{1}{1+G_r(s)G_{ob}(s)}\cdot u(s) - \frac{G_{ob}(s)}{1+G_r(s)G_{ob}(s)}\cdot z(s)$$

Załóżmy teraz następujące postaci transmitancji:

regulatora jako człon astatyczny rzędu α

$$G_r(s) = \frac{L_r(s)}{s^{\alpha}\cdot M_r(s)} \qquad \left.\begin{matrix} L_r(0) \\ M_r(0) \end{matrix}\right\} \neq 0$$

obiektu jako człon astatyczny rzędu β

$$G_{ob}(s) = \frac{L_{ob}(s)}{s^{\beta}\cdot M_{ob}(s)} \qquad \left.\begin{matrix} L_{ob}(0) \\ M_{ob}(0) \end{matrix}\right\} \neq 0$$

i wyznaczmy

$$\frac{1}{1+G_r(s)G_{ob}(s)}=\frac{1}{1+\frac{L_r(s)}{s^{\alpha}\cdot M_r(s)}\cdot\frac{L_{ob}(s)}{s^{\beta}\cdot M_{ob}(s)}}=\frac{1}{1+\frac{L_o(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)}}=\frac{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}$$

$$G_{ob}(s)\frac{1}{1+G_r(s)G_{ob}(s)}=\frac{L_{ob}(s)}{\cancel{s^{\beta}}\cdot \cancel{M_{ob}}(s)}\cdot\frac{\cancel{s^{(\alpha+\beta)}}\cdot M_r(s)\cancel{M_{ob}}(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_r(s)M_{ob}(s)+L_r(s)L_{ob}(s)}=\frac{s^{\alpha}\cdot M_r(s)L_{ob}(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}$$

W ten sposób otrzymujemy

$$e(s)=\frac{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}\cdot u(s)-\frac{s^{\alpha}\cdot M_r(s)L_{ob}(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}\cdot z(s)=e_u(s)-e_z(s)$$

Aby rozpatrzeć teraz różne przypadki sygnałów wejściowych, przypomnijmy sobie, że dla wielomianowej funkcji czasu stopnia k - zachodzi:

$$\boldsymbol{L}\left\{t^k\cdot\mathbf{1}(t)\right\}=\frac{k!}{s^{k+1}}$$

A stąd $$e_{u,ust} = \lim_{s\to 0}\left[\cancel{s}\cdot\frac{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}\cdot\frac{k!}{s^{k+\cancel{1}}}\right] = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s^{(\alpha+\beta-k)}\cdot M_o(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}\cdot k!\right] =$$

$$= \frac{M_o(0)\cdot k!}{L_o(0)}\cdot\lim_{s\to 0}\left[s^{(\alpha+\beta-k)}\right] = \begin{cases} 0 & (\alpha+\beta)>k \\ const\neq 0 & (\alpha+\beta)=k \\ \infty & (\alpha+\beta)<k \end{cases}$$

czyli względem wymuszenia układ jest astatyczny rzędu **(α+β)** i zależy od astatyzmu i regulatora i obiektu

Jednocześnie

$$e_{z,ust} = \lim_{s\to 0}\left[\cancel{s}\cdot\frac{s^{\alpha}\cdot M_r(s)L_{ob}(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}\cdot\frac{k!}{s^{k+\cancel{1}}}\right] = \lim_{s\to 0}\left[\frac{s^{(\alpha-k)}\cdot M_r(s)L_{ob}(s)}{s^{(\alpha+\beta)}\cdot M_o(s)+L_o(s)}\cdot k!\right] =$$

$$= \frac{M_r(0)L_{ob}(0)\cdot k!}{L_o(0)}\cdot\lim_{s\to 0}\left[s^{(\alpha-k)}\right] = \begin{cases} 0 & \alpha>k \\ const\neq 0 & \alpha=k \\ \infty & \alpha<k \end{cases}$$

czyli względem zakłócenia układ jest astatyczny rzędu **α** i zależy tylko od astatyzmu regulatora

Dla przykładu przyjmijmy wariant A, w którym $G_r(s) = \frac{K}{s}$ $G_{ob}(s) = \frac{1}{s+1}$ czyli $\alpha=1$ $\beta=0$

To oznacza, że względem wymuszenia układ zamknięty jest astatyczny z rzędem **$\alpha+\beta=1$**, a względem zakłócenia – z rzędem $\alpha=1$. Czyli uchyb w stanie ustalonym będzie miał stałą wartość tylko dla wymuszenia w postaci co najwyżej **liniowej** (k=1) funkcji czasu oraz dla zakłócenia w postaci również **liniowej** funkcji.

Przyjmijmy teraz wariant B, w którym $G_r(s) = K$ $G_{ob}(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ czyli $\alpha=0$ $\beta=1$

To oznacza, że względem wymuszenia układ zamknięty jest astatyczny z rzędem **$\alpha+\beta=1$**, a względem zakłócenia – z rzędem $\alpha=0$. Czyli uchyb w stanie ustalonym będzie miał stałą wartość tylko dla wymuszenia w postaci co najwyżej **liniowej** (k=1) funkcji czasu oraz dla zakłócenia w postaci **stałej** (k=0) funkcji czasu.

Dla treningu proponuję (dla obu wariantów) obliczyć obie składowe uchybu w stanie ustalonym po podaniu na oba wejścia liniowych funkcji czasu.