Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Oddelek za fiziko

Seminar – 2. letnik 2. bolonjske stopnje

Masivna elektrodinamika

Avtor:
Jože Zobec

Mentor:
Prof. Dr. Borut Bajc

Povzetek

Kot je verjetno potrebno venomer, so ob zori teorije o elektromagnetnem polju znanstveniki novosti sprejemali z zdravo mero dvoma. Tako so dlakocepili ob podrobnostih, ki so poznejše fizike privedle do možnosti neničelne mase fotona, katere eksperimentalno zaenkrat še ne moremo zanemariti. V tem seminarju bom na kratko opisal različne mehanizme, po katerih lahko foton dobi maso in naredil zgodovinski pregled meritev le-te.

Ljubljana, 6. november 2012

1 Uvod

Newtonova teorija gravitacije je s svojo učinkovitostjo ter preprostostjo narave presunila mnoge tedanje mislece in služila za navdih novincem, ki so se tedaj ravno pričeli ukvarjati z elektrodinamiko. Predpostavka je bila, da električna sila med naboji prav tako pada z r^{-2}, tako kot gravitacijska. Nekateri so temu oporekali in so poskušali z $r^{-2+\alpha}$, malenkost, ki je povezana prav z maso fotona. [1]

Fiziki francoske šole so se o tem nekako največ spraševali. Med njimi prednjači Proca, ki je prvi zapisal ekvivalent Maxwellovih enačb za masivne fotone [2, 4]. Za njim so se s tem ukvarjali Stueckelberg [4, 2], de Broglie [2, 4], in med drugimi tudi Schroedinger [2].

S pojavom kvantne elektrodinamike so poskušali slednjo uporabiti za masivne fotone, pri čemer so naleteli na različne nevšečnosti, zaradi česar so pričeli z razvojem novih teoretičnih mehanizmov, s katerimi bi foton dobil maso in hkrati ohranil lepe lastnosti brezmasne elektrodinamike.

Masivna elektrodinamika je tudi dandanes zanimiva, ker je eksperimentalno še ne moremo ovreči in nima daljnosežnih posledic, kot jih imajo neabelove grupe ter gravitacija, zaradi česar jo lahko razumemo kot neke vrste uvod ali predpripravo v fiziko masivnih vektorskih bozonov.

2 Začetki elektrodinamike

Maxwellove enačbe so nas dosegle konec devetnajstega stoletja, nekaj desetletij za tem, jih je Proca prepisal v obliko, ki zadošča neničelni fotonski masi. Enačbe se potem glasijo

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon_0 - m^2\varphi, \tag{1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \tag{2}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{\jmath} + \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - m^2 \vec{A}, \tag{4}$$

kjer je $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ še vedno dobro definirana in nespremenjena. Odlej bom vse pisal v enotah $\hbar = c_0 = \varepsilon_0 = 1$, saj so prokladnejše. Tu velja $E = \omega$ in $\vec{p} = k_\mu$. Kot vidimo, so enačbe Proca v Lorentzovo kovariantni obliki nespremenjene za dualni napetostni tenzor elektromagnetnega polja, medtem ko dobi samo divergenca napetostnega tenzorja masne popravke – v Lorentzovo kovariantni obliki se torej prepišejo v

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} + m^2 A^\mu = -\jmath^\mu. \tag{5}$$

Če enačbo (5) diferenciramo, lahko od ondod dobimo pogoj za Lorentzovo umeritev, $\partial_\mu A^\mu = 0$, ki nam reducira eno od štirih prostostnih stopenj A^μ, od koder sledi, da gre za foton, s spinom 1 in maso m. Gostota Lagrangejeve funkcije[1], $\mathcal{L}$, se v tem primeru glasi

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu. \tag{6}$$

Vendar kot vidimo že v en. (5), postanejo potenciali, torej $A_\mu = (\varphi, \vec{A})$ fizikalne opazljivke v Lagrangianu (6). Taka teorija nima umeritvene invariance, saj smo bili primorani fiksirati v Lorentzovi skali.

2.1 Posledice

Kot sem namignil, enačbe Proca s seboj prinašajo določene nevšečnosti/ inovacije [2, 1, 3]:

- kršenje umeritvene invariance,
- svetlobna disperzija
- pri visokih energijah postane teorija nerenormalizabilna,
- kršenje (lokalne) ohranitve naboja,
- dodatna longitudinalna komponenta elektromagnetnega sevanja,
- elektromagnetna interakcija ima končni doseg,

kar nas lahko nekoliko preseneti – da bo φ dobil Yukawovo obliko gre pričakovati, vendar kršenje ohranitve naboja ni tako od muh. Pod kršitvijo umeritvene invariance mislimo umeritveno invarianco prve vrste. Lagrangian zaradi tega ni dober za kvantno relativistično kvantno mehaniko, saj tam dobimo divergence, ki jih ne moremo odpraviti z renormalizacijo.

2.1.1 Disperzijska relacija

Svetlobna disperzija je največja razlika, ki jo je Proca povdarjal. Sam se ni menil, da bi enačbe zapisal v Lorentzovi kovariantni obliki in polja ni skušal kvantizirati. Svetlobno disperzijo dobimo lahko na preprost način [2]:

$$k_\mu k^\mu = \frac{\omega^2}{c_0^2} - k^2 = m^2, \tag{7}$$

kjer je m masa fotona. Če sedaj enačbo (7) diferenciramo, lahko pokažemo da $\omega \neq kc$, pri čemer je

[1] v nadaljevanju zaradi preprostosti raje kar Lagrangian

$c = c_g = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k \neq c_0$ ($c = c_g$ je grupna hitrost takega vala). Po prejšnjih enačb sledi

$$c = \sqrt{1 - \frac{m^2}{\omega^2}} = \frac{|\vec{k}|}{\sqrt{|\vec{k}|^2 + m^2}}, \tag{8}$$

od koder pa je očitno, da je $c = c(\omega) \neq c_0$, ampak dobimo zaradi mase fotona majhne popravke. Prve meritve, opravljene z namenom merjenja fotonske mase so bile tako opravljene z merjenjem disperzije. Odslej bomo vse pisali v prej omenjenih normiranih enotah, kjer

2.1.2 Končen doseg

Proca ni vedel, da bi bila elektrodinamika tako zaradi Yukawovega potenciala končna in da bi to nato privedlo do lokalne krštve ohranitve električnega naboja. Njegovim naslednikom je po Yukawovi napovedi 'mezona' postalo jasno, da bi dobili prav to. Da φ res ustreza Yukawovemu potencialu, lahko vidimo, če enačbo (1) zapišemo za točkast naboj ($\rho = e\delta^3(\vec{r})$) za stacionaren primer (časovni odvodi so enaki nič) in $\vec{E}$ nadomestimo s potenciali [1],

$$(\nabla^2 - m^2)\varphi = -e\delta^3(\vec{r}), \quad \Longrightarrow \quad \varphi \propto \mathrm{e}^{-\mu r}/r, \tag{9}$$

kar lahko enostavno rešimo[2]. Tak potencial je karakterističen za interakcije končnega dosega, kot je na primer šibka interakcija.

2.1.3 Kršenje ohranitve naboja

Gaussov zakon za ohranitev naboja drži v primeru, ko imamo potencial oblike $\varphi \propto 1/r$. Fotonska masa to lepo lastnost seveda takoj pokvari, saj se število silnic, ki prebadajo zaključeno ploskev ne ohranja, ampak se spreminja. Če je ta ploskev sfera s površino ∂V (ki zaobjema volumen V), lahko zapišemo pretok električnega polja kot

$$\begin{aligned}\Phi_e = \oint_{\partial V} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_V \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}\right) r^2 \mathrm{d}r \; \mathrm{d}\Omega = \\ = m^2 \int_V \left(\frac{\mathrm{e}^{-\mu r}}{r}\right) r^2 \mathrm{d}r = f(r) \neq e,\end{aligned} \tag{10}$$

kjer smo se poslužili identitet iz en. (9).

Čeprav nekateri vir [1] povdarja možnost kršitve lokalne ohranitve naboja v smislu $\partial_\mu \jmath^\mu \neq 0$, temu seveda ni tako, kar lahko pokažemo s pomočjo tega, da en. (5) odvajamo z operatorjem $\partial_m u$, kar nam vrne $\partial_\mu \jmath^\mu = 0$. To lahko demonstriramo tudi z izračunom divergence en. (4),

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) &= 0 \\ &= \vec{\nabla} \cdot \vec{\jmath} - m^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{\partial}{\partial t}(\rho - m^2 \varphi) \\ &= \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\jmath} - m^2 \underbrace{\Big(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A}\Big)}_{=\partial_\mu A^\mu = 0} \\ &= \partial_\mu \jmath^\mu = 0.\end{aligned} \tag{11}$$

Sama gostota naboja se torej ohranja, vendar moramo za pravilno ohranitev upoštevati en. (1), in ne Maxwellove, kar je jasno, saj lahko znova demonstriramo ohranitev, če integriramo po gostoto naboja $\rho(r)$, ki je porazdeljen po volumnu V:

$$\begin{aligned}e &= \int_V \mathrm{d}^3\vec{r} \rho(r) = \int_V \mathrm{d}^3\vec{r} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E} + m^2 \varphi) \\ &= \int_V \mathrm{d}^3\vec{r} \underbrace{(m^2 - \nabla^2)\varphi}_{e\delta^3(\vec{r})} = e,\end{aligned} \tag{12}$$

kjer smo uporabili enačbo (9). torej nam enačbe Proca res v primeru masivne elektrodinamike ohranjajo naboj. Kar je bilo verjetno mišljeno, je to da Maxwellove enačbe ne ohranjajo naboja, če imajo fotoni maso, kar pa pomeni natanko to, kar pravi en. (10).

2.1.4 Longitudinalna polarizacija fotonov

Brezmasna svetloba ima spin 1 in je vedno transverzalno polarizirana. To pomeni, da sta dovoljeni le projekciji $S \pm 1$.

Projekcija 0 predstavlja longitudinalno polarizacijo. Zakaj ne more biti realizirana? Če je dovoljena, pomeni da se lahko gibljemo s tako hitrostjo, da bo val glede na nas miroval. V takem koordinatnem sistemu, bi izmerili $\vec{k} \equiv 0$. V brezmasnem primeru tega ne moremo storiti, saj $c \equiv \omega/|\vec{k}|$, kar nam očitno divergira za majhne $|\vec{k}|$.

V primeru za masivne fotone velja en. (8), ki nam dovoljuje takšno delovanje. Pove nam, da moramo svojo hitrost izenačiti s hitrostjo fotona, kar je v soglasju s prejšnjim odstavkom. Longitudinalni fotoni imajo veliko večjo penetracijsko moč, kot navadni žarki γ (težje se obsorbirajo), verjetnost za izsevanje pa je sorazmerna z maso fotona. Formalizem za njih je sicer enak, vendar niso bili opaženi, zaradi česar jih v nadaljnem ne bom omenjal.

[2] Hitro lahko opazimo, da je problem radialno simetričen $\Rightarrow \varphi = \varphi(r)$. Ko enačbo rešimo, dobimo za rešitev superpozicijo sfernih Besselovih $j_n(x)$ Neumannovih $y_0(x)$ funkcij za $x = imr$. Uporabimo robni pogoj $\varphi(r) \xrightarrow{r \to \infty} 0$ in ugotovimo, da je $C_1 = 0$. Tako dobimo res Yukawa potencial. Problem lahko rešimo tudi z Greenovo funkcijo, kar je še lažje in bolj neposredno.

3 Stueckelbergov mehanizem

V dvajsetih letih prejšnjega stoletja je Stueckelberg demonstriral kako lahko splošnemu kompleksnemu vektorskemu polju, ki ima simetrijo U(1), dodamo maso, ne da bi pri tem zlomili umeritveno invarianco in hkrati ohranili renormalizabilnost teorije. Njegove ideje so ostale v ozadju, a so pozneje služile za navdih Higgsovemu mehanizmu. Njegovo idejo so seveda uporabili tudi za realno vektorsko polje, A_μ, se pravi foton.

Stueckelberg si je mislil, da je tisto kar je najpomembnejše v teoriji to, da je umeritveno invariantna. Pri tem imamo lahko več različnih umeritev: umeritve skale [3, 1], umeritve faze [1] ... Njegova teorija ohranja oboje. Trik za foton uporabimo takole: ker vemo, da mora imeti masivno vektorsko polje s spinom 1 prisotne natanko 3 prostostne stopnje[3], se mu je zdelo primernejše pričeti z A_μ, kot pa z $F_{\mu\nu}$. Rekel je: za masivni foton A_μ mora veljati Klein-Gordonova enačba:

$$(\Box + m^2)A_\mu(x) = 0, \tag{13}$$

A_μ ima 4 prostostne stopnje. Proca se je ene stopnje znebil s pomočjo Lorentzove umeritve, Stueckelberg pa tega pogoja tukaj ni dobil, zato je moral vpeljati novo skalarno polje B, ki je povezano z A_μ prek iste[4] Klein-Gordonove enačbe,

$$(\Box + \xi m^2)B(x) = 0, \quad \xi \in \mathbb{R}. \tag{14}$$

Tako imamo naenkrat 5 prostostnih stopenj. Izkaže se, da lahko na tem mestu postuliramo relacijo

$$\big[\partial_\mu A^\mu(x) + \xi m B(x)\big]^{(-)}|\phi\rangle = 0, \tag{15}$$

kjer je $|\phi\rangle$ katerokoli fizikalno stanje, operatorji pa imajo gornji indeks '$-$', ki ponazarja da gre le za anihilacijske operatorje. Izraz (15) je posplošitev izraza iz kvantne elektrodinamike, le da je tam $m = 0$, kar naredi teorijo privlačno. S tem se znebimo ene od prostostnih stopenj, ko pa polje kvantiziramo opazimo, da imamo umeritveno svobodo, ki nam skupaj zreducira število prostostnih stopenj na 3. Dovoljena umeritev faze je te vrste:

$$\begin{aligned} A_\mu(x) &\to A_\mu(x) + \partial_\mu \Lambda(x), \\ B(x) &\to B(x) + m\Lambda(x), \end{aligned} \tag{16}$$

kjer mora $\Lambda(x)$ prav tako rešiti en. (14), se pravi

$$(\Box + \xi m^2)\Lambda(x) = 0. \tag{17}$$

[3] spine, polarizacije

[4] To je bilo res za enačbe, kot jih je zapisal on, po Feynamu in t'Hofftu, pa se v Lagrangiane dodaja še člene, ki nam dopuščajo umeritev skale – ξ.

Če bi hoteli torej popraviti Lagrangian Proca (6), bi tem transformacijam ustrezala substitucija

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) - \frac{1}{m}\partial_\mu B(x), \tag{18}$$

ki nam vrne Lagrangian

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2\Big(A_\mu - \frac{1}{m}\partial_\mu B\Big)^2. \tag{19}$$

Vendar pa je ta Lagrangian umeritveno invarianten (členi s ξ v enačbah (14), (15) in (17), zaradi česar moramo dodati še člene, ki nam fiksirajo skalo (ang. gauge fixing). Končni Lagrangian, kateremu lahko potem spreminjamo tako fazo, kot skalo, se potem zapiše kot

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2\Big(A_\mu - \frac{1}{m}\partial_\mu B\Big)^2 - \\ - \frac{1}{2\xi}\big(\partial_\mu A^\mu + \xi m B\big)^2, \end{aligned} \tag{20}$$

ki je spet zvezna posplošitev Lagrangiana za brezmasne fotone.

Poleg tega, da ohranimo svobodo umeritve ima Stueckelbergov trik še eno lepo lastnost: $F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ je enak, saj se prispevki skalarnega polja ravno izničijo. Novo skalarno polje $B(x)$ interpretiramo kot longitudinalno polarizacijo fotona.

4 Higgsov mehanizem

Higgsov mehanizem prav tako lahko reši Lagranian Proca (6) in prav tako doda novo skalarno polje, vendar je tam ideja drugačna: vse skupaj je mogoče prek spontanega zloma simetrije.

Higgsovega mehanizma ne gre mešati s Higgsovim delcem, katerega kandidata so v letošnjem poletju odkrili v CERN-u. Foton sam pripada grupi U(1) in za maso ne potrebuje takega mehanizma – maso dobi neodvisno.

Prva taka razlika od elektrošibkega Higgsa je ta, da je elektromagnetni Higgs tu električno nabit delec. Njegov naboj je sorazmeren z maso fotona.

Zaradi sorodnosti s superprevodniki bi v tem primeru tudi pomenilo, da je masa fotonov lahko temperaturno odvisna in pri neki kritični temperaturi postane enaka nič (superprevodna faza fotonov).

Zaenkrat eksperimentalno nič ne kaže, da bi Higgsov mehanizem bil prava pot, vendar pa kot je bilo demonstrirano v [5], so dosedanje kozmološke meritve nezadostne.

Lagrange-ian (6) torej ni invarianten na transformacije $A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu \Lambda(x)$. Namesto da bi maso dodali v Lagrangeian direktno, s členom

$\frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu$, bomo raje vpeljali novo skalarno polje ϕ z elektromagnetno interakcijo (nabojem q). Če torej vpeljemo kovariantni odvod $D_\mu = \partial_\mu - iqA_\mu$ in $V(\phi) = -\mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$ dobimo Lagrangian

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi), \quad (21)$$

ki je invarianten na umeritvene transformacije

$$\begin{aligned} A_\mu(x) \to& A_\mu(x) + \partial_\mu\Lambda(x), \\ \phi(x) \to& e^{iq\Lambda(x)}\phi(x). \end{aligned} \quad (22)$$

Če je ima $\mu^2 > 0$ v $V(\phi)$ je minimum energije pri $\langle\phi\rangle_\pm = \pm\sqrt{\mu^2/2\lambda} \equiv \pm v/\sqrt{2}$. Tako smo dobili pričakovano vrednost vakuuma, v. S pomočjo te vrednosti lahko parametriziramo ϕ kot

$$\phi(x) = \frac{v + h(x)}{\sqrt{2}} e^{i\chi/v}. \quad (23)$$

Ta izraz vstavimo v en. (21) in tako dobimo

$$\begin{aligned} \mathcal{L} =& -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{q^2v^2}{2}A^\mu A_\mu + \\ &+ \frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - \mu^2 h^2 + \\ &+ \frac{1}{2}(\partial_\mu\chi)(\partial^\mu\chi) - qvA_\mu\partial^\mu\chi \\ &+ (\text{interakcije } \chi - h,\ h - A_\mu \text{ in } h - h). \end{aligned} \quad (24)$$

Kot vidimo, dobi v en. (24) foton maso $q^2\mu^2 = m^2$, vendar se moramo znebiti še člena χ, ker nam mešajo A_μ in $\partial_\mu\chi$. To storimo s tako izbiro umeritve

$$A_\mu \to A_\mu - \frac{1}{qv}\partial_\mu\chi, \quad (25)$$

ki ji pravimo unitarna umeritev. Ta χ je bil brezmasni Nambu-Goldstonov bozon, ki je bil posledica spontanega zloma simetrije. Ko se ga znebimo z umeritvijo, pravimo da je bil absorbiran v fotonsko maso in je „would-be“ Goldstonov bozon.

Tudi v tem primeru pravimo, da novo realno skalarno polje χ da maso fotonu A_μ in ga prav tako interpretiramo kot longitudinalno polarizacijo.

5 Izvleček teorije

Lagrangian Proca, en. (6), je torej slab iz teorijskega vidika, saj nam ne omogoča kvantne elektrodinamike – pri visokih energijah ima divergence, ki se jih ne moremo znebiti s standardnim renormalizacijskim postopkom. Ima tudi druge nevšečnosti, ki pa so bolj matematične narave.

Ko želimo te nevšečnosti popraviti so nam na voljo mnogi triki, najbolj se uporabljata Stueckelbergov in pa Higgsov mehanizem. Oba imata sorodno to, da dodamo neko novo realno skalarno polje $\psi(x)$, s katerim transformiramo Lagrangian (6)

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) - \frac{1}{m}\psi(x), \quad (26)$$

ki ga interpretiramo kot longitudinalno polarizacijo fotona. Vendar je med njima opazljiva fizikalna razlika – Stueckelberg doda zgolj novo polarizacijo, Higgs pa poleg tega doda še novo fizikalno polje, oz. nov Higgsov delec. Higgsov mehanizem dopušča temperaturno spreminjanje mase fotona, kar je Stueckelbergovemu Lagrangianu tuje.

Obe teoriji zvezno posplošita brezmasni primer, kar pomeni, da je lahko maso fotona zvezno limitiramo proti 0 in pri obeh primerih dobimo nazaj kvantno elektrodinamiko in Maxwellove enačbe.

6 Meritve

Nikoli ne moremo eksaktno izmeriti, da je masa fotona 0. Lahko določujemo samo zgornjo mejo. Vendar pa vseeno obstaja neka meja, do kod se jo splača meriti – dobimo jo s Heisenbergovim principom neenakosti [4]:

$$\delta t \cdot \frac{\delta E}{\hbar} = \delta t \cdot \frac{mc_0^2}{\hbar} = \delta t \cdot \mu c_0 \sim 1, \quad (27)$$

kjer za δt vstavimo starost vesolja (10^{17} sekund) in dobimo spodnjo mejo za maso fotona $m \sim 10^{-69}$ kg. Če je masa fotona manjša od tega, pomeni da jo lahko pripišemo kvantnim fluktuacijam, katere pa že znamo pojasniti in bi bile meritve odveč.

Meritve lahko združimo nekako v tri razrede:

- Laboratorijske – opravljene so v skrbno nadzorovanem okolju na Zemlji.
- Meritve znotraj našega osončja – opravljene so s pomočjo satelitov.
- Kozmološke – s teleskopi opazujemo razna nebesna telesa, ki so zelo oddaljena.

Laboratorijske lahko nato razdelimo še na ‘kvantne’ in ‘klasične’, kjer pod klasične mislimo spremembe glede na Maxwellovo elektrodinamiko.

6.1 Laboratorijske meritve

Vse skupaj se je pričelo s preverjanjem odvisnosti $F \propto r^{-2}$. Ker so fiziki tedaj pluli v neznane vode, so dopuščali popravek temu, tj. $r^{-2+\alpha}$. V primeru fotonske mase se izkaže, da je $\alpha = \alpha(r)$, ker je potencial masivnega fotona oblike $\varphi \sim e^{-\mu r}/r$. Odklone od zakona r^{-2} so merili predvsem na dva načina: **(a)** direktno z meritvijo pojemanja sile z razdaljo (Coulomb, Robinson), **(b)** z merjenjem odsotnosti sil zunanjih lupin znotraj sferičnega objekta[5] in merjenjem oblike električnega potenciala (Cavendish, Maxwell ...). Te meritve so očitno laboratorijske. V zadnjih dveh, treh desetletjih so pričeli meriti tudi kvantne posledice.

6.1.1 Klasične meritve

Meritve odklona tipa $F \sim r^{-2-\alpha}$ lahko povežemo z meritvami fotonske mase, ker lahko izpeljemo enakost [4]

$$\frac{\varphi(r) - \varphi(a)}{\varphi(a)} \approx \alpha(r) \approx -\frac{1}{6}\mu^2(a^2 - r^2), \tag{28}$$

kjer je μ recipročna Comptonova dolžina fotona, ki je z maso povezana kot $m = \mu\hbar/c_0$. Od tod lahko s poznavanjem dimenzij problema dobimo podatek o masi takega fotona.

Franklin (1755) je naredil prvi eksperiment, kjer je na nitki obesil majhno plutovinasto kroglico in dal, da je visela v nabit kovinski lonček [4]. Ker ni bilo interakcije med njima, je Priestley (1767) sklepal, da sila pada s kvadratom razdalje, tako kot Newtonova gravitacijska sila, ker bi se v tem primeru prispevki sil izničili. Eksperiment je bil zgolj kvalitativen in je služil zgolj kot motivacija naslednikom.

Prvo kvantitativno obravnavo je naredil Škotski fiziolog Robison (1769). Meril je odbojno silo med dvemi nabitimi palicami, ki jo je uravnovesil z njuno privlačno gravitacijsko silo – maso palic je namreč poznal. Izmeril je odklon $\alpha = 0,06$ in tudi ugibal, da bi morala biti ta številka negativna za privlačno električno silo, zaradi česar je sklepal da je r^{-2} res pravi zakon. Rezultate je objavil šele leta 1801, 13 let za Coulombom, dasiravno je meritev opravil pred njim.

Coulombov poskus (1788) je bil bolj sofisticiran, meril je odbojno, kot tudi privlačno silo električno nabitih krogel s pomočjo torzijske tehtnice. Odmik zaradi sile, je torej prenesel na odmik kota, ki ga je meril z zrcalom, na katerega je imel usmerjen svetlobni snop. Njegov rezultat je ustrezal $\alpha \leq 0,01$.

Vsi drugi klasični laboratorijski poskusi so bili sorodnega tipa, kot si ga je zamislil Cavendish. Njegov eksperiment je bil zastavljen takole: imel je dve koncentrični krogli, zunanja je bila sestavljena iz dveh polobel, da se jo je lahko razprlo. Znotraj sta bili povezani z elektrostatsko napravo [4]. Povezavo so nato nenadoma prekinili, zunanjo kroglo previdno odprli in preverili, če je naboj notranje krogle res enak 0. Cavendish je dobil rezultat $\alpha \leq 0,02$, torej slabše od Coulomba.

Isti poskus pozneje opravil tudi Maxwell in za rezultat dobil $\alpha \approx 5 \times 10^{-5}$.

Poskus so opravili nato z raznimi koncentričnimi telesi, ne le s kroglami, saj v primeru r^{-2} Gaussov zakon velja za vse oblike. Tako so isto stvar ponovili s kockami, ikozaedri in na izmeničnih napetostih s fazno vpeto zanko (Plimpton in Lawton – 1936, Cochran in Franken – 1968, Bartlett in Phillips – 1969, Williams, Faller in Hill – 1971).

V laboratorijih so skušali opraviti tudi poskuse svetlobne disperzije, vendar se bolj obnesejo pri velikih razdaljah in zategadelj spadajo med astronomska opazovanja.

6.1.2 Kvantni poskusi

To so poskusi, katere je fizikom šele pred kratkim uspelo narediti in so privlačni zaradi tega, ker jih lahko izvajamo v nadzorovanem okolju.

Meritve, ki so bile opravljene z zadovoljivo natančnostjo, so bile Aharonov-Bohm efekt in defekti giromagnetnega razmerja elektrona. Pri giromagnetnem razmerju rezultat izgleda prigoljufan. Masa fotona, dobljena na ta način, je namreč zelo groba ocena in ne namenska meritev fotonske mase. Ocenijo jo namreč tako, da vse odstopanje meritve od teoretične vrednosti, ki jo napoveduje kvantna elektrodinamika za brezmasni foton, pripišejo fotonski masi. Napaka meritve je $\Delta g \sim 10^{-14}$ [4]. Vrednost, ki so jo dobili na ta način je $m \approx 10^{-54}$ g [4].

Pri Aharonov-Bohm efektu gre za pravo in bolj sofisticirano meritev. Zaradi efektov kvantne mehanike se je izkazalo, da lahko namreč merimo vpliv vektorskega potenciala magnetnega polja na fazo interferenčne dveh vzporednih elektronskih curkov, ki med katerima je pravokotno na njuno tirnico postavljen solenoid. Ta efekt ima teoretično napoved za neničelno, kot tudi ničelno maso fotona. Najnatančnejši rezultat so dobili Williams, Faller in Hill (1965), $m \lesssim 10^{-14}$ eV $\equiv 2 \times 10^{-47}$ g [1], čeprav so dobili tudi že nižje vrednosti $m \sim 10^{-51}$ g [4], $m \sim 10^{-51}$ g, $m \sim 10^{53}$ g in tudi $m \sim 10^{54}$ g (skalarni Aharonov-Bohm efekt [4]).

Take meritve postajajo končno primerljive z opazovanji iz vesolja in bodo morda prinesle merjenje

[5] Kot je Newton demonstriral za svojo teorijo gravitacije, ima sila obliko $F \sim r^{-2}$, kar prinaša s seboj lepe lastnosti: če smo namreč na neki globini h pod Zemljo, na nas deluje le sila Zemlje z radijem $R-h$, se pravi, da nam zunanje lupine z debelino h ni treba upoštevati, ker je njen prispevek natanko 0. Ko so to prevedli na meritve električnih sil, v veliko nabito kroglo zaprli manjšo in opazovali interakcije med njima – po navadi pretečen električni naboj.

fotonske mase nazaj na Zemljo.

Kot zanimivost naj dodam tudi to, da so po navdihu Higgsovega mehanizma za foton naredili tako imenovani „kriogenski“ poskus tipa Cavendish. Teoretični princip za temperaturno odvisnost sta napisala Primack in Scher [1], opravili pa so ga Ryan, Acceta in Austin (1985) in dosegli $m \leq (1,5 \pm 1,38) \times 10^{-42}$ g, pri temperaturi $1,36$ K [4].

6.2 Meritve v našem osončju

Fiziki prejšnjega stoletja so videli, da je Maxwellova elektrodinamika zelo natančna v skoraj vseh pogledih. Možnosti za nadgradnjo so videli bodisi pri zelo velikih razdaljah[6], bodisi pri rešitveh po dolgem času.

Schroedinger (1943) [2] se je zato odločil, da bo meril obliko silnic zemeljskega magnetnega polja. Dipolni moment Zemlje bi po Maxwellu imel obliko $1/r^3$, vendar pa mora zaradi Yukawovega potenciala padati hitreje. Defekt bi bil najbolje viden na ekvatorju. Schroedinger je uporabil že obstoječe meritve iz leta 1922, ki jih je objavil gospod Schmidt leta 1924. Leta 1955 sta se z Bassom odločila, da bosta rezultat pomnožila s faktorjem 2 in dobila mejo $m \leq 10^{-47}$ g [2].

Schroedingerjevo meritev sta ponovila A. S. Goldhaber in M. M. Nieto (1968) in dobila oceno $m = 4 \times 10^{-48}$ g [2, 4].

Iste poskuse so pozneje opravili za večja telesa, kot je tudi Schroedinger predlagal. Najboljši rezultat bi po njegovem mnenju dal Jupiter, saj je največji med planeti. To je storil Davis (1975) s svojo ekipo, uporabili so rezultate sonde Pioneer in dobili rezultat $m \lesssim 4 \times 10^{-16}$ eV $\equiv 7 \times 10^{-49}$ g [1, 4].

S pomočjo disperzije optične svetlobe je de Broglie napovedoval mejo $m \leq 10^{-39}$ kg [1]. Pozneje jo je izmeril Kroll, ki pravi $m \lesssim 3 \times 10^{-13}$ eV $\equiv 4 \times 10^{-46}$ g [1].

Opravljene so bile še druge meritve, ki so predolge za ta seminar, kot na primer vplivi mase na sončev veter (Ryutov 2007, $m \lesssim 10^{-18}$ eV $\equiv 2 \times 10^{-51}$ g).

6.3 Kozmološke meritve

Pod tem imenom je mišljeno na meritve, ki so galaktičnih razsežnosti, izven našega osončja. Meri se predvsem magnetno polje in vektorski potencial iz galaktičnega jedra [4], obliko svetlobnega snopa iz pulzarjev [2] in oblike meglic [1]. V članku [5] je razloženo, da so ta opazovanja v primeru elektrodinamskega Higgsa nična in ne merijo mase fotona.

[6] zelo dolga valovna dolžina

Najzanimivejša metoda je metoda, ki jo je predlagal Lakes (1998) za merjenje magnetnega vektorskega potenciala. Magnetno polje je daleč od galaktičnega jedra skoraj konstantno, prav tako tudi vektorski potencial, ki je zaradi mase fotona opazljivka v Lagrange-ianu. Zaradi vrtenja Zemlje okrog svoje osi s frekvenco ω in neničelnega ambientalnega vektorskega potenciala, bi na Zemljo deloval navor

$$\vec{M} \propto \vec{\omega} \times m^2 \vec{A} \tag{29}$$

Smer $\vec{A}$ lahko sklepamo iz smeri vrtenja naše galaksije, dolžino pa je ocenil s z $|\vec{A}| \approx L|\vec{B}|$, kjer je L oddaljenost od galaksije. Ravno zaradi teh predpostavk ne moremo biti gotovi v rezultate meritve – lahko da je $\vec{A}$ veliko manjši od LB, prav tako ne vemo če je magnetno polje res homogeno. Kljub temu so po njegovem predlogu naredili meritev in dobili $m \lesssim 7 \times 10^{-20}$ eV $\equiv 10^{-52}$ g [1]. Ker seveda ne poznamo prave vrednosti $\vec{A}$ je to zelo groba ocena. Če je $|\vec{A}|$ zelo majhna vrednost, ne bi opazili mase fotona, tudi če bi bila zelo velika. Prav tako ne moremo reči, da je celoten prispevek $\vec{A}$ posledica vektorskega potenciala galaksije.

Higgsov mehanizem bi bil tudi tukaj – v režimu, ki bi bil analogen superprevodniku tipa II, bi imel foton maso lahko v zelo visokih energijah, temperaturah, torej v zgodnjem vesolju [1].

7 Izvleček eksperimentov

Particle Data Group [6], ki vodi almanah za rezultate meritev in „uradne izmerjene vrednosti ta hip“, o fotonu pove sledeče:

- **Najbolj gotova vrednost:** izmeril Ryutov, $m < 10^{-18}$ eV, z merjenjem hidromagnetnih pojavov Sončevih vetrov. Zatrjujejo, da z metodo merjenja zaobjel področje do radija Plutonove orbite. To je največje magnetno polje, kar nam je na voljo, zato je tudi ta meritev najbolj čislana.
- **Doslej najnižja izmerjena vrednost:** izmeril Chibisov, $m < 3 \times 10^{-27}$ eV, z merjenjem galaktičnega magnetnega polja.
- **Najbolj natančna meritev:** Davis, $m < 6 \times 10^{-16}$ eV, ki dodaja še stopnjo zaupanja $99,6\%$, z merjenjem Jupitrovega magnetnega polja.

8 Zaključek

Verjetno še vedno kakih sto let proč, preden bo dosežena Heisenbergova meja $m \sim 10^{-66}$ g. Trenutno se Higgsov sektor nekako prebuja in fiziki skušajo odstopanja od klasične Maxwellove elektrodinamike parametrizirati s Higgsovim mehanizmom za nadaljne meritve. Opravljene so bile še mnoge druge meritve, nekatere bolj eksotične od teh sploh v kozmoloških opazovanj, tudi teorija v ozadju je v mnogih bolj divja, sploh pri Higgsovem mehanizmu [5].

Literatura

[1] A. S. Goldhaber and M. M. Nieto, „Photon and Graviton Mass Limits“, arXiv:0809.1003v5 [hep-ph] (2010)

[2] A. S. Goldhaber and M. M. Nieto, „Terrestrial and Extraterrestrial Limits on The Photon Mass“, Rev. Mod. Phys. **43**, 277-296 (1971)

[3] H. Ruegg and M. Ruiz-Altaba, „The Stueckelberg Field“ arXiv:hep-th/0304245v2 (2003)

[4] G. Spavieri, J. Quintero, G.T. Gillies and M. Rodriguez, „A survey of existing and proposed classical and quantum approaches to the photon mass“, Eur. Phys. J. D **61** 531-550 (2011)

[5] E. Adelberger, G. Dvali and A. Gruzinov, „Photon Mass Bound Destroyed by Vortices“, arXiv:hep-ph/0306245v2 (2003)

[6] J. Beringer et al. (Particle Data Group), Phys. Rev. **D86**, 010001, (2012) (URL:http://pdg.lbl.gov)