

2.1

সমানুপাত ও লাভ-ক্ষতিঃ বছরাশির অনুপাত ও ধারাবাহিক অনুপাত, সমানুপাত, সমানুপাতিক ভাগ

১. নিচের রাশিগুলো দিয়ে সমানুপাত লেখঃ

(ক) ৩ কেজি, ৫ টাকা, ৬ কেজি, ১০ টাকা।

(খ) ৯ বছর, ১০ দিন, ১৮ বছর ও ২০ দিন।

(গ) ৭ সেমি, ১৫ সেকেন্ড, ২৮ সেমি ও ১ মিনিট।

(ঘ) ১২টি খাতা, ১৫টি পেন্সিল, ২০ টাকা ও ২৫ টাকা।

(ঙ) ১২৫ জন ছাত্র, ২৫ জন শিক্ষক, ২৫০০ টাকা ও ৫০০ টাকা।

সমাধানঃ

(ক) ৩ কেজি : ৬ কেজি :: ৫ টাকা : ১০ টাকা।

বা, ৩ : ৬ :: ৫ : ১০

(খ) ৯ বছর : ১৮ বছর :: ১০ দিন : ২০ দিন।

বা, ৯ : ১৮ :: ১০ : ২০

(গ) ৭ সেমি : ২৮ সেমি :: ১৫ সেকেন্ড : ১ মিনিট বা ৬০ সেকেন্ড

বা, ৭ : ২৮ :: ১৫ : ৬০

(ঘ) ১২টি খাতা : ১৫টি পেন্সিল :: ২০ টাকা : ২৫ টাকা

বা, ১২ : ১৫ :: ২০ : ২৫

(ঙ) ১২৫ জন ছাত্র : ২৫ জন শিক্ষক :: ২৫০০ টাকা : ৫০০ টাকা

বা, ১২৫ : ২৫ :: ২৫০০ : ৫০০

২. নিচের ক্রমিক সমানুপাতের প্রতীকীয় রাশি দুইটি দেওয়া আছে। সমানুপাতটি তৈরি করঃ

(ক) ৬,২৪ (খ) ২৫,৮১ (গ) ১৬,৪৯

(ঘ) ৫/৭, ৭/৫ (ঙ) ১.৫, ১৩.৫

সমাধানঃ

(ক)

১ম রাশি=৬ ও ৩য় রাশি=২৪

আমরা জানি, তিনটি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$$(২য় রাশি)^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ৬ \times ২৪$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ১৪৪$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = \sqrt{১৪৪}$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = ১২$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমানুপাতটি} = ৬ : ১২ :: ১২ : ২৪$$

(খ)

১ম রাশি=২৫ ও ৩য় রাশি=৮১

আমরা জানি, তিনটি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$$(২য় রাশি)^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ২৫ \times ৮১$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ২০২৫$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = \sqrt{২০২৫}$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = ৪৫$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমানুপাতটি} = ২৫ : ৪৫ :: ৪৫ : ৮১$$

(গ)

১ম রাশি=১৬ ও ৩য় রাশি=৪৯

আমরা জানি, তিনটি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$$(২য় রাশি)^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ১৬ \times ৪৯$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ৭৮৪$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = \sqrt{৭৮৪}$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = ২৮$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমানুপাতটি} = ১৬ : ২৮ :: ২৮ : ৪৯$$

(ঘ)

১ম রাশি=৫/৭ ও ৩য় রাশি=৭/৫

আমরা জানি, তিনটি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$$(২য় রাশি)^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ৫/৭ \times ৭/৫$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ১$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = \sqrt{১}$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = ১$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমানুপাতটি} = ৫/৭ : ১ :: ১ : ৭/৫$$

(ঙ)

১ম রাশি=১.৫ ও ৩য় রাশি=১৩.৫

আমরা জানি, তিনটি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

$$(২য় রাশি)^2 = ১ম রাশি \times ৩য় রাশি$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ১.৫ \times ১৩.৫$$

$$\text{বা, } (২য় রাশি)^2 = ২০.২৫$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = \sqrt{২০.২৫}$$

$$\text{বা, } ২য় রাশি = ৪.৫$$

∴ নির্ণেয় সমানুপাতটি = ১.৫ : ৪.৫ :: ৪.৫ : ১৩.৫

৩. শূন্যস্থান পূরণ কর:

(ক) ১১ : ২৫ :: _____ : ৫০

সমাধান:

এখানে,

১ম রাশি = ১১

২য় রাশি = ২৫

৩য় রাশি = _____

৪র্থ রাশি = ৫০

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি × ৩য় রাশি

বা, $১১ \times ৫০ = ২৫ \times ৩য় রাশি$

বা, $৫৫০ = ২৫ \times ৩য় রাশি$

বা, ৩য় রাশি = $৫৫০ / ২৫$

বা, ৩য় রাশি = ২২

∴ ১১ : ২৫ :: ২২ : ৫০

(খ) ১১ : _____ :: ৮ : ৬৪

সমাধান:

এখানে,

১ম রাশি = ১১

২য় রাশি = _____

৩য় রাশি = ৮

৪র্থ রাশি = ৬৪

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি × ৩য় রাশি

বা, $১১ \times ৬৪ = ২য় রাশি \times ৮$

বা, $৭০৪ = ২য় রাশি \times ৮$

বা, ২য় রাশি = $৭০৪ / ৮$

বা, ২য় রাশি = ৮৮

∴ ১১ : ৮৮ :: ৮ : ৬৪

(গ) ২.৫ : ৫.০ :: ৭ : _____

সমাধান:

এখানে,

১ম রাশি = ২.৫

২য় রাশি = ৫.০

৩য় রাশি = ৭

৪র্থ রাশি = _____

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি × ৪র্থ রাশি = ২য় রাশি × ৩য় রাশি

বা, $২.৫ \times ৪র্থ রাশি = ৫.০ \times ৭$

বা, $২.৫ \times ৪র্থ রাশি = ৩৫$

বা, ৪র্থ রাশি = $৩৫ / ২.৫$

বা, ৪র্থ রাশি = ১৪

∴ ২.৫ : ৫.০ :: ৭ : ১৪

(ঘ) ১/৩ : ১/৫ :: _____ : ৭/১০

সমাধানঃ

এখানে,

১ম রাশি=১/৩

২য় রাশি=১/৫

৩য় রাশি=_____

৪র্থ রাশি=৭/১০

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি×৪র্থ রাশি=২য় রাশি×৩য় রাশি

বা, ১/৩×৭/১০=১/৫×৩য় রাশি

বা, ৭/৩০=১/৫×৩য় রাশি

বা, ৩য় রাশি=(৭/৩০)×৫

বা, ৩য় রাশি=৭/৬

∴ ১/৩ : ১/৫ :: ৭/৬ : ৭/১০

(ঙ) _____ : ১২.৫ :: ৫ : ২৫

সমাধানঃ

এখানে,

১ম রাশি=_____

২য় রাশি=১২.৫

৩য় রাশি=৫

৪র্থ রাশি=২৫

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি×৪র্থ রাশি=২য় রাশি×৩য় রাশি

বা, ১ম রাশি×২৫=১২.৫×৫

বা, ১ম রাশি=৬২.৫/২৫

বা, ১ম রাশি=২.৫

∴ ২.৫ : ১২.৫ :: ৫ : ২৫

৪. নিচের রাশিগুলোর ৪র্থ সমানুপাতী নির্ণয় করঃ

(ক) ৫, ৭, ১০

সমাধানঃ

এখানে,

১ম রাশি=৫

২য় রাশি=৭

৩য় রাশি=১০

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি×৪র্থ রাশি=২য় রাশি×৩য় রাশি

বা, ৫×৪র্থ রাশি=৭×১০

বা, ৫×৪র্থ রাশি=৭০

বা, ৪র্থ রাশি=৭০/৫

বা, ৪র্থ রাশি=১৪

∴ ৪র্থ সমানুপাতী=১৪

(খ) ১৫, ২৫, ৩৩

সমাধানঃ

এখানে,

১ম রাশি=১৫

২য় রাশি=২৫

৩য় রাশি=৩৩

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি×৪র্থ রাশি=২য় রাশি×৩য় রাশি

বা, ১৫×৪র্থ রাশি=২৫×৩৩

বা, ৪র্থ রাশি=২৫×৩৩/১৫

বা, ৪র্থ রাশি=৫৫

∴৪র্থ সমানুপাতী=৫৫

(গ) ১৬, ২৪, ৩২

সমাধানঃ

এখানে,

১ম রাশি=১৬

২য় রাশি=২৪

৩য় রাশি=৩২

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি×৪র্থ রাশি=২য় রাশি×৩য় রাশি

বা, ১৬×৪র্থ রাশি=২৪×৩২

বা, ৪র্থ রাশি=২৪×৩২/১৬

বা, ৪র্থ রাশি=৪৮

∴৪র্থ সমানুপাতী=৪৮

(ঘ)	৮,	১	=	১৭	, ৪
		৮-		২	
		২			

সমাধানঃ

এখানে,

১ম রাশি=৮

২য় রাশি=১৭/২

৩য় রাশি=৪

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি×৪র্থ রাশি=২য় রাশি×৩য় রাশি

বা, ৮×৪র্থ রাশি=(১৭/২)×৪

বা, ৮×৪র্থ রাশি=৩৪

বা, ৪র্থ রাশি=৩৪/৮

বা, ৪র্থ রাশি=১৭/৪

∴৪র্থ সমানুপাতী=১৭/৪

∴৪র্থ সমানুপাতী=	১৭	=	১
	৪		৪-
			৪

(ঙ) ৫, ৪.৫, ৭

সমাধানঃ

এখানে,

১ম রাশি=৫

২য় রাশি=৪.৫

৩য় রাশি=৭

আমরা জানি, ৪টি রাশি ক্রমিক সমানুপাতী হলে,

১ম রাশি \times ৪র্থ রাশি=২য় রাশি \times ৩য় রাশি

বা, ৫×৪ র্থ রাশি=৪.৫ \times ৭

বা, ৪র্থ রাশি=৩১.৫/৫

বা, ৪র্থ রাশি=৬.৩

\therefore ৪র্থ সমানুপাতী=৬.৩

৫. ১৫ কেজি চালের দাম ৬০০ টাকা হলে, এরূপ ২৫ কেজি চালের দাম কত?

সমাধানঃ

এখানে, চালের পরিমাণ বাড়লে দামও বাড়বে।

অর্থাৎ, চালের পরিমাণের অনুপাত=চালের দামের অনুপাত

বা, ১৫ : ২৫ = ৬০০ : নির্ণেয় চালের দাম

বা, নির্ণেয় চালের দাম=(৬০০ \times ২৫)/১৫ টাকা=১০০০ টাকা।

৬. একটি গার্মেন্টস ফ্যাক্টুরিতে দৈনিক ৫৫০টি শার্ট তৈরি হয়। ঐ ফ্যাক্টুরিতে একই হারে ১ সপ্তাহে কতটি শার্ট তৈরি হয়?

সমাধানঃ

১ সপ্তাহ=৭ দিন।

এখানে, দিনের পরিমাণ বাড়লে উৎপাদনের পরিমাণ বাড়ে।

অর্থাৎ,

দিনের অনুপাত=উৎপাদনের অনুপাত

বা, ১ : ৭ = ৫৫০ : নির্ণেয় তৈরির সংখ্যা

বা, নির্ণেয় তৈরির সংখ্যা=৫৫০ \times ৭=৩৮৫০ টি।

৭. কবির সাহেবের তিন পুত্রের বয়স যথাক্রমে ৫ বছর, ৭ বছর ও ৯ বছর। তিনি ৪২০০ টাকা তিন পুত্রকে তাদের বয়সের অনুপাতে ভাগ করে দিলেন। কে কত টাকা পাবে?

সমাধানঃ

টাকার পরিমাণ ৪২০০ টাকা।

তিন পুত্রের বয়সের অনুপাত=৫ : ৭ : ৯

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল=৫+৭+৯=২১

\therefore প্রথম পুত্র পাবে=৪২০০ \times ৫/২১ টাকা=১০০০ টাকা

২য় পুত্র পাবে=৪২০০ \times ৭/২১ টাকা=১৪০০ টাকা

৩য় পুত্র পাবে=৪২০০ \times ৯/২১ টাকা=১৮০০ টাকা।

৮. ২১৬০ টাকা রুমি, জেসমিন ও কাকলির মধ্য ১ : ২ : ৩ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে?

সমাধানঃ

টাকার পরিমাণ=২১৬০ টাকা

প্রদত্ত অনুপাত=১ : ২ : ৩

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল=১+২+৩=৬

\therefore রুমি পাবে=২১৬০ \times ১/৬ টাকা=৩৬০ টাকা

জেসমিন পাবে= ২১৬০ \times ২/৬ টাকা= ৭২০ টাকা

কাকলি পাবে=২১৬০ \times ৩/৬ টাকা=১০৮০ টাকা।

৯. কিছু টাকা লাবিব, সামি ও সিয়ামের মধ্য ৫ : ৪ : ২ অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া

হলো। সিয়াম ১৮০ টাকা পেলে লাবিব ও সামি কত টাকা পাবে নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

এখানে, সিয়াম পায়=১৮০ টাকা

লাবিব : সামি : সিয়াম = ৫ : ৪ : ২

∴লাবিব পাবে= সিয়ামের টাকার $\frac{৫}{২}$ অংশ= $১৮০ \times \frac{৫}{২} = ৪৫০$ টাকা

সামি পাবে=সিয়ামের টাকার $\frac{৪}{২}$ অংশ= $১৮০ \times \frac{৪}{২} = ৩৬০$ টাকা।

১০. সবুজ, ডালিম ও লিংকন তিন ভাই। তাদের পিতা ৬৩০০ টাকা তাদের মধ্য ভাগ করে দিলেন। এতে সবুজ ডালিমের $\frac{৩}{৫}$ অংশ এবং ডালিম লিংকনের দ্বিগুন টাকা পায়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ বের কর।

সমাধানঃ

মনে করি, লিংকন পায় ক টাকা

ডালিম পায়=২ক টাকা

∴সবুজ পায়=২ক এর $\frac{৩}{৫} = \frac{৬ক}{৫}$ টাকা।

তিনজনের টাকার অনুপাত=ক : ২ক : $\frac{৬ক}{৫} = ১ : ২ : \frac{৬}{৫} = ৫ : ১০ : ৬$

অনুপাতগুলোর যোগফল= $৫ + ১০ + ৬ = ২১$

∴লিংকন পায়= $৬৩০০ \times \frac{৫}{২১}$ টাকা= ১৫০০ টাকা

ডালিম পায়= $৬৩০০ \times \frac{১০}{২১}$ টাকা= ৩০০০ টাকা

সবুজ পায়= $৬৩০০ \times \frac{৬}{২১} = ১৮০০$ টাকা।

১১. তামা। দস্তা ও রূপা মিশিয়ে এক রকম গহনা তৈরি করা হলো। ঐ গহনায় রামা ও দস্তার অনুপাত ১ : ২ এবং দস্তা ও রূপার অনুপাত ৩ : ৫। ১৯ গ্রাম ওজনের গহনায় কত গ্রাম রূপা আছে?

সমাধানঃ

তামা : দস্তা

= ১ : ২

= ৩ : ৬ [উভয়পক্ষকে ৩ দ্বারা গুণ করে]

আবার,

দস্তা : রূপা

= ৩ : ৫

= ৬ : ১০ [উভয়পক্ষকে ২ দ্বারা গুণ করে]

তামা : দস্তা : রূপা = ৩ : ৬ : ১০

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল= $৩ + ৬ + ১০ = ১৯$

∴গহনায় রূপা আছে= $১৯ \times \frac{১০}{১৯}$ গ্রাম= ১০ গ্রাম।

১২. দুইটি সমান মাপের গ্লাস শরবতে পূর্ণ আছে। ঐ শরবতে পানি ও সিরাপের অনুপাত যথাক্রমে প্রথম গ্লাসে ৩ : ২ ও দ্বিতীয় গ্লাসে ৫ : ৪। ঐ দুইটি গ্লাসের শরবত একত্রে মিশ্রন করলে পানি ও সিরাপের অনুপাত নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

১ম গ্লাসে পানি ও সিরাপের অনুপাত= ৩ : ২

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল= $৩ + ২ = ৫$

∴১ম গ্লাসে পানি $\frac{৩}{৫}$ অংশ ও সিরাপ $\frac{২}{৫}$ অংশ

আবার,

২য় গ্লাসে পানি ও সিরাপের অনুপাত = ৫ : ৪

অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল= $৫ + ৪ = ৯$

∴২ গ্লাসে পানি $\frac{৫}{৯}$ অংশ ও সিরাপ $\frac{৪}{৯}$ অংশ

সুতরাং, নতুন মিশ্রনে পানি

$$= 3/5 + 5/8 \text{ অংশ}$$

$$= 24/85 + 25/85 \text{ অংশ}$$

$$= 49/85 \text{ অংশ}$$

নতুন মিশ্রনে সিরাপ

$$= 2/5 + 8/85 \text{ অংশ}$$

$$= 17/85 + 20/85 \text{ অংশ}$$

$$= 37/85 \text{ অংশ}$$

∴ নতুন মিশ্রনে পানি ও সিরাপের অনুপাত

$$= 49/85 : 37/85$$

$$= 49 : 37$$

$$= 26 : 19$$

∴ পানি ও সিরাপের অনুপাত = 26 : 19

১৩. ক : খ = ৪ : ৭, খ : গ = ১০ : ৭ হলে, ক : খ : গ নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

ক : খ

$$= ৪ : ৭$$

$$= ৪০ : ৭০ \text{ [উভয়পক্ষকে ১০ দ্বারা গুণ করে]}$$

খ : গ

$$= ১০ : ৭$$

$$৭০ : ৪৯ \text{ [উভয়পক্ষকে ৭ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$∴ ক : খ : গ = ৪০ : ৭০ : ৪৯$$

১৪. ৯৬০০ টাকা সারা, মাইমুনা ও রাইসার মধ্য ৪ : ৩ : ১ অনুপাতে ভাগ করে দিলে কে কত টাকা পাবে?

সমাধানঃ

$$\text{মোট টাকা} = ৯৬০০$$

$$\text{সারা, মাইমুনা ও রাইসার প্রাপ্ত টাকার অনুপাত} = ৪ : ৩ : ১$$

$$\text{অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল} = ৪ + ৩ + ১ = ৮$$

$$∴ \text{সারা পাবে} = ৯৬০০ \times ৪/৮ \text{ টাকা} = ৪৮০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{মাইমুনা পাবে} = ৯৬০০ \times ৩/৮ \text{ টাকা} = ৩৬০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{রাইসা পাবে} = ৯৬০০ \times ১/৮ \text{ টাকা} = ১২০০ \text{ টাকা।}$$

১৫. তিনজন ছাত্রের মধ্যে ৪২০০ টাকা তাদের শ্রেণি অনুপাতে ভাগ করে দেওয়া হলো। তারা যদি যথাক্রমে ৬ষ্ঠ, ৭ম ও ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থী হয়, তবে কে কত টাকা পাবে।

সমাধানঃ

$$\text{মোট টাকা} = ৪২০০$$

$$\text{শিক্ষার্থীদের শ্রেণির অনুযায়ী অনুপাত} = ৬ : ৭ : ৮$$

$$\text{অনুপাতের রাশিগুলোর যোগফল} = ৬ + ৭ + ৮ = ২১$$

$$∴ ৬ষ্ঠ শ্রেণি পাবে = ৪২০০ \times ৬/২১ \text{ টাকা} = ১২০০ \text{ টাকা}$$

$$৭ম শ্রেণি পাবে = ৪২০০ \times ৭/২১ \text{ টাকা} = ১৪০০ \text{ টাকা}$$

$$৮ম শ্রেণি পাবে = ৪২০০ \times ৮/২১ \text{ টাকা} = ১৬০০ \text{ টাকা।}$$

১৬. সোলায়মান ও সালমানের আয়ের অনুপাত ৫ : ৭। সালমান ও উইসুফের আয়ের

অনুপাত ৪ : ৫। সোলায়মানের আয় ১২০ টাকা হলে ইউসুফের আয় কত?

সমাধানঃ

সোলায়মানের আয় : সালমানের আয়

=৫ : ৭

=২০ : ২৮ [উভয়পক্ষকে ৪ দ্বারা গুণ করে]

সালমানের আয় : ইউসুফের আয়

=৪ : ৫

=২৮ : ৩৫ [উভয়পক্ষকে ৭ দ্বারা গুণ করে]

অতএব,

সোলায়মানের আয় : সালমানের আয় : ইউসুফের আয়=২০ : ২৮ : ৩৫

বা, সোলায়মানের আয় : ইউসুফের আয়=২০ : ৩৫

বা, সোলায়মানের আয় : ইউসুফের আয়=২০×৬ : ৩৫×৬

বা, সোলায়মানের আয় : ইউসুফের আয়=১২০ : ২১০ [উভয়পক্ষকে ৬ দ্বারা গুণ করে]

অতএব. ইউসুফের আয়=২১০ টাকা।