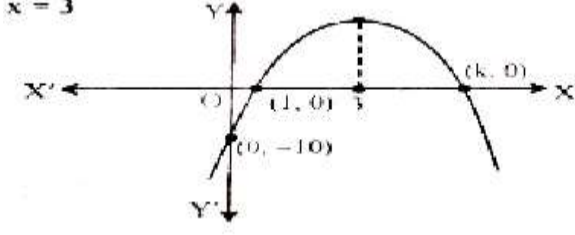


১.নং সুজনশীল প্রশ্নের সমাধান:

একটি দ্বিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র  $y$  অক্ষকে  $-10$  বিন্দুতে এবং  $x$  অক্ষকে  $1$  ও  $k$  বিন্দুতে ছেদ করে, (যেখানে  $k > 1$ )। লেখচিত্রের সর্বোচ্চ বিন্দুতে  $x = 3$



- ক.  $k$  এর মান নির্ণয় কর।
- খ. সমীকরণটি নির্ণয় কর।
- গ. প্রাপ্ত সমীকরণের মূলদ্বয়ের বিপরীত মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(ক). এর সমাধান :

শীর্ষ বিন্দু  $x = 3$   
 বক্ররেখাটি  $x$  অক্ষকে  $(1, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।  
 $\therefore$  মূলবিন্দু হতে বক্ররেখাটির ভূজ  $= 1$   
 শীর্ষ বিন্দুর ভূজ হতে বক্ররেখার অপর দূরত্ব  $= 2$   
 $\therefore$  মূল বিন্দু হতে বক্ররেখাটি,  $(5, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।  
 $\therefore$  বক্ররেখাটি  $(k, 0) = (5, 0)$  বিন্দুতে ছেদ করে।  
 $\therefore k = 5$

(খ). এর সমাধান :

মনে করি, বক্ররেখাটির সমীকরণ  
 $y = ax^2 + bx + c$  .....(i)  
 যেহেতু (i) নং বক্ররেখাটি  $(0, -10)$  বিন্দুগামী  
 $-10 = a.0 + b.0 + c \Rightarrow c = -10$   
 (i) এ  $c = -10$  বসিয়ে,  
 $y = ax^2 + bx - 10$  .....(ii)  
 যেহেতু (ii) বক্ররেখাটি  $(1, 0), (5, 0)$  বিন্দুগামী  
 $0 = a.1 + b.1 - 10$   
 বা,  $a + b = 10$  .....(i)  
 এবং  $0 = a.5^2 + b.5 - 10$   
 বা,  $5a + b = 2$  .....(iv)  
 (iii) হতে (i) বিয়োগ করে,  
 $a - 5a + b - b = 10 - 2 \Rightarrow -4a = 8 \Rightarrow a = -2$   
 (iii) এ  $a = -2$  বসিয়ে,  $-2 + b = 10 \Rightarrow b = 12$   
 (i) এ  $a, b, c$  এর মান বসিয়ে,

$y = -2x^2 + 12x - 10$  ইহাই নির্ণেয় সমীকরণ।

(গ). এর সমাধান :

x- অক্ষের ছেদ বিন্দুতে  $y = 0$

$$0 = -2x^2 + 12x - 10$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 5 = 0$$

মনে করি,  $x^2 - 6x + 5 = 0$  সমীকরণ মূলদ্বয়  $\alpha, \beta$  এবং এর বিপরীত মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণ  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

$$\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = 5$$

$$\text{মূলদ্বয়ের গুণফল} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{5}$$

$$\text{মূলদ্বয়ের যোগ ফল} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সমীকরণ, } x^2 - \frac{6}{5}x + \frac{1}{5} = 0 \text{ বা, } 5x^2 - 6x + 1 = 0$$

২.নং সুজনশীল প্রশ্নের সমাধান:

একটি কক্ষের দৈর্ঘ্য  $(2x - 1)$  একক, প্রস্থ  $(3x - 2)$  একক। কক্ষের মেঝের ক্ষেত্রফল 1 বর্গ একক এবং কক্ষের আয়তন

$$p(x) = -6x^3 + 25x^2 - 23x + 6 \text{ ঘন একক।}$$

ক.  $-6x^3 + 25x^2 - 23x + 6$  রাশিটির কেন বহুপদী?

খ. কক্ষের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ নির্ণয় কর।

গ. কক্ষের আয়তন কত? উৎপাদক বিশ্লেষণ প্রকৃয়ায় কক্ষের চত্বার রাশিমালা নির্ণয় কর।

(ক). এর সমাধান :

$$-6x^3 + 25x^2 - 23x + 6$$

যেহেতু প্রদত্ত রাশিটিতে চলক x এর ঘাত ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। সুতরাং রাশিটি বহুপদী।

(খ). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, কক্ষের দৈর্ঘ্য  $(2x - 1)$  একক

এবং কক্ষের প্রস্থ  $(3x - 2)$  একক

$$\therefore \text{কক্ষের মেঝের ক্ষেত্রফল} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} (2x - 1)(3x - 2)$$

প্রশ্নমতে,

$$(2x - 1)(3x - 2) = 1$$

$$\text{বা, } 6x^2 - 4x - 3x + 2 = 1$$

$$\text{বা, } 6x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 6x^2 - 6x - x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 6x(x - 1) - 1(x - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 1)(6x - 1) = 0$$

$$\text{বা, } x - 1 = 0 \text{ অথবা } 6x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } x = 1 \quad \text{বা, } x = \frac{1}{6}$$

$x=1$  হলে দৈর্ঘ্য =  $2.1-1=1$  একক

$x=1$  হলে, প্রস্থ  $3.1-2=1$  একক

আবার,

$$x \frac{1}{6} \text{ হলে দৈর্ঘ্য} = 2 \cdot \frac{1}{6} - 1 = \frac{-2}{3}$$

$$\text{হলে প্রস্থ } 3 \cdot \frac{1}{6} - 2 = \frac{-3}{2}$$

$\therefore x \frac{1}{6}$  হলে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ভয় ঋণাত্মক হয়। যাহা গ্রহণ যোগ্য নয়।

$\therefore$  কক্ষের দৈর্ঘ্য = 1 একক

এবং কক্ষের প্রস্থ = 1 একক

(গ). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, কক্ষের আয়তন  $P(x) = -6x^3 + 25x^2 - 23x + 6$

যেহেতু দৈর্ঘ্য  $x = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ আয়তন, } P(1) &= -6.1^3 + 25.1^2 - 23.1 + 6 \\ &= -6 + 25 - 23 + 6 = 2\end{aligned}$$

$\therefore$  কক্ষের আয়তন = 2 ঘন একক

ধরি উচ্চতা  $x$  একক।

$$\therefore 1.1.x = 2 \text{ বা, } x = 2 \therefore x - 2 = 0$$

সুতরাং উচ্চতা  $(x - 2)$  একক।

৩.নং সুজনশীল প্রশ্নের সমাধান:

নিম্নে রাশিটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:

$$p(x) = (x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a)$$

ক. রাশিটি কী বহুপদী? হলে এর ঘাত কত?

খ. যদি হয়, তবে সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

গ. রাশিটি পূর্ণবর্গ হলে প্রমাণ কর যে,

(ক). এর সমাধান :

দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned}p(x) &= (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) \\ &= x^2 - ax - bx + ab + x^2 - bx - cx + bc + x^2 - cx - ax + ac \\ p(x) &= 3x^2 - 2ax - 2bx - 2cx + ab + bc + ac\end{aligned}$$

$\therefore$  রাশিটি একটি বহুপদী রাশি এবং এর ঘাত 2।

(খ). এর সমাধান :

‘ক’ থেকে পাই,  $p(x) = 3x^2 - 2(a+b+c)x + ab+bc+ac$

$a=1, b=2$  ও  $c=3$  হলে

$$p(x) = 3x^2 - (1+2+3)x + 1.2 + 2.3 + 1.3 = 3x^2 - 6x + 11$$

যেহেতু  $p(x) = 0$

$$\therefore 3x^2 - 6x + 11 = 0 \dots\dots\dots(i)$$

$$\begin{aligned}(i) \text{ নং দ্বিঘাত সমীকরণের পৃথায়ক, } D &= (-6)^2 - 4.3 \cdot 11 \\ &= 36 - 132 = -96\end{aligned}$$

যেহেতু প্ৰথায়ক অৰ্থাৎ ঋণাত্মক সূতৰাং প্ৰদত্ত সমীকৰণৰ মূল দুইটিৰ উভয়ে জটিল সংখ্যা হ'বে।

(গ). এৰ সমাধান :

$$p(x) = (x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a)$$

রাশিটি একটি পূৰ্ণবৰ্গ রাশি হ'বে যখন দ্বিঘাত সমীকৰণটিৰ মূল দুটি সমান হ'বে।

$$\text{'ক' থেকে পাই, } p(x) = 3x^2 - 2(a+b+c)x + (ab+bc+ac)$$

$$\text{যেহেতু } p(x) = 0$$

$$\therefore 3x^2 - 2(a+b+c)x + (ab+bc+ac) = 0$$

$$\text{এৰ প্ৰথায়ক} = 4(a+b+c)^2 - 4.3(ab+bc+ac)$$

$$= 4[a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca - 3ab - 3bc - bca]$$

$$= 4(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$= \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

প্ৰদত্ত দ্বিঘাত রাশিটি একটি পূৰ্ণবৰ্গ রাশি হ'বে যদি এৰ প্ৰথায়ক শূন্য হয়।

$$\therefore \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

$$\therefore (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$$

কতগুলো বৰ্গ রাশিৰ সমষ্টি শূন্য হ'লে প্ৰত্যেকটি প্ৰথক প্ৰথক ভাবে শূন্য হয়।

$$\therefore (a-b)^2 = 0, (b-c)^2 = 0 \text{ এবং } (c-a)^2 = 0$$

$$a = b \quad b = c \quad c = a$$

$$\therefore a = b = c \text{ (প্ৰমানিত)}$$

৪.নং সৃজনশীল প্ৰশ্নৰ সমাধান:

$$x^2 + px + q = 0 \text{ এবং } x^2 + qx + p = 0 \text{ সমীকৰণদ্বয়ৰ একটি সাধাৰণ মূল আছে।}$$

$$\text{ক) দেখাও যে, } p = q \text{ অথবা } p + q + 1 = 0$$

$$\text{খ) দেখাও যে, প্ৰদত্ত সমীকৰণৰ অন্য মূল দুইটি } x^2 + x + pq = 0 \text{ এৰ মূলদ্বয়}$$

$$\text{গ) } p = q = 1 \text{ হ'লে প্ৰদত্ত ২য় সমীকৰণৰ সমাধান কৰ।}$$

(ক). এৰ সমাধান :

$$\text{ধৰি, সাধাৰণ মূল} = \alpha$$

$$\therefore \alpha^2 + \alpha p + q = 0 \dots\dots\dots(i)$$

$$\alpha^2 + \alpha q + p = 0 \dots\dots\dots(ii)$$

$$(-) \text{ কৰে, } \alpha(p-q) + (p-q) = 0$$

$$\text{বা, } \alpha(p-q) - 1(p-q) = 0$$

$$\text{বা, } (p-q)(\alpha-1) = 0$$

$$\therefore p-q = 0 \text{ অথবা, } \alpha-1 = 0$$

$$\therefore p-q =$$

$$\therefore \alpha = 1$$

এখন, (i) নং সমীকৰণে  $\alpha = 1$  বসিয়ে পাই,

$$1^2 + 1.p + q = 0$$

$$\therefore p + q + 1 = 0 \text{ (দেখানো হ'লো)}$$

(খ). এৰ সমাধান :

$$p + q + 1 = 0 \Leftrightarrow p + q = -1$$

$$\alpha = 1$$

মনে করি,  $x^2 + px + q = 0$  সমীকরণের অপর মূলটি  $\beta_1$

$$\alpha \cdot \beta_1 = q$$

বা,  $1 \cdot \beta = q$  [ $\because \alpha = 1$ ]

$$\text{বা, } \beta_1 = p$$

আবার মনে করি,  $x^2 + qx + p = 0$  সমীকরণের অপর মূলটি  $\beta_2$

$$\alpha \cdot \beta_2 = p \text{ বা, } 1 \cdot \beta_2 = p$$

$$\text{বা, } \beta_2 = p$$

p ও q মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণ

$$x^2 - (p + q)x + pq = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - (-1)x + pq = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + x + pq = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ). এর সমাধান :

$$p = q = 1$$

$$\therefore x^2 + 1 \cdot x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

প্র্যাকটি অংশ: সৃজনশীল প্রশ্ন:

সৃজনশীল প্রশ্ন-১

$$১। a, b, c \in \mathbb{R}; ax^2 + bx + c = 0 \text{ এবং } \left( \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right)^n + \left( \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right)^n = P.$$

$$\text{ক. প্রমাণ কর যে, } |a - b| \geq ||a| - |b||$$

২

খ. দেখাও যে, P এর মান 2 অথবা -1, যখন n যথাক্রমে 3 দ্বারা বিভাজ্য অথবা অপর কোন পূর্ণসংখ্যা।

8

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত সমীকরণের মূল দুইটি ও এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২

$$২। g(x) = 1(1+x)^{44}, Q = \sin^{-1}x + \frac{1}{2} \cos^{-1}y - \cot^{-1}z \text{ এবং } cx^2 + bx + a = 0 \text{ একটি সমীকরণ।}$$

ক.  $g(x)$  এর বিস্তৃতিতে 21তম ও 22তম পদ দুইটি সমান হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

২

$$\text{খ. } x = \frac{3}{5}, y = \frac{5}{13} \text{ এবং } z = 2 \text{ হলে, দেখাও যে, } \tan Q = \frac{28}{29}.$$

8

গ.  $ax^2 + bx + c = 0$  এর একটি মূল উদ্দীপকে উল্লিখিত সমীকরণের একটি মূলের দ্বিগুণ হলে, দেখাও যে,

$$2a - c = 0 \text{ অথবা } (2a + c)^2 = 2b^2$$

সৃজনশীল প্রশ্ন-৩

$$৩। f(x) = 1 - 3x + 2x^2$$

ক.  $f(x) = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

২

খ.  $f(x) = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয় ও হলে  $+\frac{1}{\beta}$  ও  $+\frac{1}{\alpha}$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

8

গ.  $\frac{1}{f(x)}$  এর বিস্তৃতিতে  $x''$  এর সহগ নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৪

৪। (i)  $x^4 - 5x^3 + 8x^2 + 7x + 13 = 0$  এর একটি মূল  $3 + 2i$

(ii)  $x^2 + (4k+1)x + 2k+3 = 0$  এর মূলদ্বয়ের পার্থক্য 1.

ক.  $2x^2 + x + 3 = 0$  সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

২

খ. (i) সমীকরণটি সমাধান কর।

8

গ. (ii) সমীকরণ থেকে  $k$  এর মান নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৫

৫।  $h(x) = px^2 + qx + 1, g(x) = qx^2 + px + 1$  এবং  $f(x) = ax^2 + bx + c$

ক.  $f(x) = 0$  এর মূল ও সহগ এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

২

খ.  $h(x) = 0$  এবং  $g(x) = 0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে অপর মূলদ্বয় বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

8

গ.  $f(x) = 0$  এর একটি মূল  $cx^2 + bx + a = 0$  এর একটি মূলের দ্বিগুণ হলে দেখাও যে,  $2a=c$  অথবা,  $2a + c = \sqrt{2b}$ .

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৬

৬।  $f(x) = 4 + 3x - x^2; g(x) = x^3 - 7x^2 + 8x + 10$

ক.  $f(x) \geq 0$  অসমতাটিকে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর।

২

খ.  $f(x) = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয় ও ও হলে  $^2 + ^2$  ও  $^3 + ^3$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণ গঠন কর।

8

গ. (i) এমন একটি ত্রিঘাত সমীকরণ গঠন যার দুইটি মূল  $1$  ও  $2+3i$

(ii)  $g(x) = 0$  সমীকরণের একটি মূল  $1 + \sqrt{3}$  সমীকরণটি সমাধান কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৭

৭।  $A = (k^2 - 3)x^2 + 3kx + (3k + 1)$

$B = px^2 + qx + r$

ক.  $K$  এর মান কত হলে  $A=0$  সমীকরণের মূলদ্বয় পরস্পর উল্টা হবে।

২

খ.  $A=0$  সমীকরণের মূল দুইটি, হলে  $\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta}\right)$  এবং  $\left(\frac{1}{\beta} + \frac{2}{\alpha}\right)$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর, যেখানে  $K = -3$ .

8

গ.  $B = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়  $a, b$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৮

৮।  $z = x + iy$  একটি জটিল সংখ্যা।

$x^2 - px + 6 = 0, x^2 - 6x - 16 = 0$  দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক.  $|z + 3| = 4$  দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারণপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত দ্বিতীয় দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়, হলে  $(+)$  এবং  $(-)$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি গঠন কর।

গ. উদ্দীপকের দ্বিঘাত সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে এর মান নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৯

৯।  $(k^2-3)x^2+3kx+(3k+1)=0$  ও  $\frac{1}{x} + \frac{1}{p-x} = \frac{1}{q}$  দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ এবং  $(a+2x)^n$  একটি দ্বিপদী বিস্তৃতি।

ক.  $k$  এর মান কত হলে, প্রথম সমীকরণটির মূলদ্বয় পরস্পর উল্টো হবে?

খ. দ্বিতীয় সমীকরণটির মূলদ্বয়ের অন্তর  $r$  হলে,  $p$  কে  $q$  ও  $r$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. বিস্তৃতির প্রথম তিনটি পদের মান যথাক্রমে  $b, \frac{10}{3}bx, \frac{40}{9}bx^2$  হলে  $a, b$  ও  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১০

১০। দৃশ্যকল্প ১:  $3x^2-2(c+1)x+c=0$  একটি বহুপদী।

দৃশ্যকল্প ২:  $ax^3+bx^2+cx+d=0$  একটি সমীকরণ।

ক. দৃশ্যকল্প ১ হতে দেখাও যে,  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x-c} = 0, x \neq 0, 1, c$ .

খ. দৃশ্যকল্প ১ হতে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের যোগফল এবং গণিফল অপর একটি দ্বিঘাত সমীকরণের দুটি মূল হলে সমীকরণটি নির্ণয় কর।

গ.  $a=2, b=-15, c=37, d=-30$  এবং দৃশ্যকল্প-২ এর সমীকরণটির মূলগুলো সমান্তর প্রগমনভুক্ত হলে সমীকরণটি সমাধান কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১১

১১। উদ্দীপক: দৃশ্যকল্প-১:  $f(x) = (m+1)x^2 - x + 1$

দৃশ্যকল্প-২:  $g(x) = (n+1)x^2 - x - 1$

ক.  $f(x) = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হলে,  $m$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $g(x) = 0$  সমীকরণে একটি মূল অপরটির দ্বিগুণ হলে,  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $f(x) = 0$  এবং  $g(x) = 0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে,  $\{(m+1)+(n+1)\}^2 = \{(n+1)-(m+1)\}$ ।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১২

১২। নিচের উদ্দীপকগুলো লক্ষ্য কর:

(i)  $27x^2+6x-(p+2)=0$

(ii)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{p-x} = \frac{1}{q}$

ক.  $x^2-5x+6=0$  সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকে (i) নং হতে একটি মূল অপরটির বর্গ হলে  $p$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকে (ii) নং হতে মূলদ্বয়ের অন্তর  $r$  হলে  $p$  কে  $q$  ও  $r$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১৩

১৩।  $F(x) = px^2+qx+r$  এবং  $G(x) = qx^2+px+1$ .

ক.  $p$  এবং  $q$  মূলদ হলে, দেখাও যে,  $(p^2-q^2)x^2+2(p^2+q^2)x+p^2-q^2=0$  এর মূলগুলোও মূলদ হবে।

খ.  $F(x) = 0$  সমীকরণের মূলগুলো, হলে, প্রমাণ কর যে,  $(p\alpha + q)^{-2} + (p\beta + q)^{-2} = \frac{(q^2 - 2pr)}{p^2 r^2}$

গ.  $r=1, F(x) = 0$  এবং  $G(x) = 0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে দেখাও যে,  $p+q+1=0$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১৪

১৪।  $ax^2+bx+c=0$  এবং  $cx^2+bx+a=0$  দুইটি বীজগণিতীয় সমীকরণ।

ক.  $x^2-4x+5=0$  সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

খ. প্রথম সমীকরণটির মূলদ্বয়, হলে  $(a+b)$  ও  $(a+b)$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

গ. প্রথম সমীকরণের একটি মূল দ্বিতীয় সমীকরণের একটি মূলের দ্বিগুণ হলে দেখাও যে,  $2a=c$  অথবা  $(2a+c)^2=2b^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৫

১৫। দৃশ্যকল্প-১:  $X=(1+y)^a$ ;  $Y = \left(1 + \frac{1}{y}\right)^b$

দৃশ্যকল্প-২:  $X=px^2+qx+r$ ,  $Y = rx^2+qx+p$ .

ক. প্রমাণ কর যে,  $\sin^{-1}(\sqrt{2\sin\theta}) + \sin^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) = \frac{\pi}{2}$ .

খ. দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে  $XY$  এর বিস্তৃতিতে  $y$  বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর।

গ. দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে  $X=0$  এর একটি মূল  $Y=0$  এর একটি মূলের দ্বিগুণ হলে, প্রমাণ কর যে,  $2p=r$  অথবা,  $(2p+r)^2=2q^2$

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৬

১৬।  $ax^2+bx+c=0$ .....(i)

$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x} = 0$  .....(ii) দুইটি বহুপদী সমীকরণ।

ক. (ii) নং সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

খ. (ii) নং সমীকরণের মূলদ্বয়, হলে + এবং মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. (i) নং সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত  $r$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac}$ .

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৭

১৭।  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের মূলগুলি, .

ক.  $\sum \alpha^2$  এর মান নির্ণয় কর।

খ. একটি সমীকরণ গঠন কর যার মূলগুলো যথাক্রমে প্রদত্ত মূলদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফল।

গ.  $acx^2-(b^2-2ac)x+ac=0$  সমীকরণের মূলগুলিকে, এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৮

১৮।  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  এবং  $cx^2 - 3bx + 9a = 0 (c \neq 0)$  দুইটি দ্বিঘাত সমীকরণ। প্রথম সমীকরণের মূলদ্বয় ও।

ক.  $\sqrt{-3}-1$  মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি নির্ণয় কর।

খ. দ্বিতীয় সমীকরণের মূলদ্বয়কে ও এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ.  $\left(\alpha + \frac{3}{\beta}\right)$  ও  $\beta + \frac{3}{\alpha}$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৯

১৯। দৃশ্যকল্প-১:  $x^2-2x+C=0$

দৃশ্যকল্প-২:  $2x^2-3x+D=0$

ক.  $C$  এর মান কত হলে মূলদ্বয় জটিল হবে?

খ. দৃশ্যকল্প-১ এর মূলদ্বয়, এবং দৃশ্যকল্প-২ এর মূলদ্বয়  $\frac{1-\alpha}{\beta}, \frac{1-\beta}{\alpha}$  হলে  $C$  ও  $D$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণের সাধারণ মূল হলে প্রমাণ কর যে,  $C=D$ .

সৃজনশীল প্রশ্ন-২০

২০।  $ax^2+bx+c=0$  সমীকরণের মূলদ্বয়,



ক.  $1+i$  মূল দ্বারা একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর।

খ.  $\frac{\alpha}{\beta^2}$  এবং  $\frac{\beta}{\alpha^2}$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ.  $cx^2-2bx+4a=0$  সমীকরণ নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২১

২১।  $f(x) = ax^2 + bx + c; a \neq 0$

ক.  $a=1, b=5, c=7$  হলে দেখাও যে,  $f(x)=0$  সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল।

খ.  $f(x)=0$  সমীকরণের মূলদ্বয়, হলে দেখাও যে,  $(a+b)^{-2} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2 c^2}$

গ.  $a=2, b=-3, c=1$  হলে  $\{f(x)\}^{-1}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২২

২২। একটি দ্বিঘাত সাধারণ সমীকরণ  $ax^2+bx+c=0$  এবং এর মূল দুইটি, হলে-

ক. দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান কর

খ. এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয়  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}, \alpha\beta$  হবে।

গ. সমীকরণের মূল দুইটির অনুপাত  $r$  হলে দেখাও যে,  $\frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac}$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৩

২২। একটি দ্বিঘাত সাধারণ সমীকরণ  $ax^2+bx+c=0$  এবং এর মূল দুইটি, হলে-

ক. দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান কর

খ. এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয়  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}, \alpha\beta$  হবে।

গ. সমীকরণের মূল দুইটির অনুপাত  $r$  হলে দেখাও যে,  $\frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac}$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৪

২৩।  $ax^2 + bx + c = 0$  [যেখানে  $a, b, c \in \mathbb{R}$  এবং  $a \neq 0$ ] আকারের সমীকরণকে এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ বলা হয়। দ্বিঘাত সমীকরণকে এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ বলা হয়। দ্বিঘাত সমকণের বামপক্ষে একটি দ্বিমাত্রিক রাশি এবং ডানপক্ষে শূন্য ধরা হয়। বহুপদীর কয়েকটি উদাহরণ হলো,

$$(k+1)x^2 + 2(k+3)x + 2k+3, 27x^2 + 6x - (p+2), px^2 + qx + 1 \text{ এবং } qx^2 + px + 1.$$

ক.  $k$  এর মান কত হলে  $(k+1)x^2 + 2(k+3)x + 2k+3$  বহুপদীটি পূর্ণবর্গ হবে।

খ.  $27x^2 + 6x - (p+2) = 0$  সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গ হলে,  $p$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $px^2 + qx + 1 = 0$  এবং  $qx^2 + px + 1 = 0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে, দেখাও যে,  $p+q+1=0$ .

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৫

২৪। নিম্নে সমীকরণের আলোকে প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:

$$(i) x^2 - mx + n = 0 \quad (ii) x^3 - px^2 + qx - r = 0$$

ক. পৃথাক বলতে কী বুঝ?

খ. (i) নং সমীকরণের মূলের অন্তর একক হলে প্রমাণ কর  $m^2 + 4n^2 = (1+2n)^2$

গ. (ii) নং সমীকরণের মূলগুলো 1, m, n হলে এর  $\sum \frac{1}{2}$  মান নির্ণয় কর।

### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৬

২৫। a ও b বাস্তব সংখ্যা এবং  $a^2+b^2=1$ .

ক. গুণোত্তর প্রগতিতে অবস্থিত তিনটি সংখ্যার যোগফল 35 এবং তাদের গুণফল 1000; সংখ্যা তিনটি নির্ণয় কর।

খ.  $27x^2+6x-p-2(a^2+b^2)=0$  সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গ হলে p নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, x এর একটি বাস্তব মান  $\frac{1-ix}{1+ix} = a+ib$  সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৭

২৬।  $px^2+2x+1=0$ .....(i)

$x^2+2x+p=0$ .....(ii)

$27x^2+6x-(M+2)=0$ .....(iii)

ক.  $x^2+3x+4=0$  সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর।

খ. (i) ও (ii) নং সমীকরণের একটি মূল সাধারণ হলে, সাধারণ মূলটি নির্ণয় কর।

গ. (iii) নং সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গ হলে M এর মান নির্ণয় কর।

২৭।  $x^2+px+q=0$  এবং  $x^2+qx+p=0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল রয়েছে

ক. ২য় সমীকরণের মূলদ্বয় সমান হলে দেখাও যে,  $4p-q^2=0$

খ. উদ্দীপকের আলোকে  $2x^2+(p+q+2)x=(p+q-2)^2$  সমীকরণের মূল দুইটি নির্ণয় কর।

গ.  $2x^2+(p+q)x=(p+q)^2$  সমীকরণের মূল দুইটি হবে 1 এবং  $\frac{1}{2}$  গাণিতিকভাবে সত্যতা যাচাই কর।

### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৮

২৮।  $(x) = x^2-2qx+q^2-p^2$

$f(x) = x^2+px+qr$

ক.  $\sqrt{2}x=1-i$  হলে  $x^6+x^4+x^2+1$  এর মান নির্ণয় কর।

খ. এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয়  $(x) = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের সমষ্টি ও অন্তরফলের যোগবোধক মান হবে।

গ.  $xf(x) = 0$  সমীকরণের মূলগুলো , , হলে  $^3+^3+^3$  এর মান নির্ণয় কর।

### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৯

২৯। a ও b বাস্তব সংখ্যা এবং  $a^2+b^2=1$

ক.  $ax^2+bx+c=0$  দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে কোন শর্তে?

খ.  $27x^2+6x-p-2(a^2+b^2)=0$  সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গ হলে p এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, x এর একটি বাস্তব মান  $\frac{1-ix}{1+ix} = a-ib$  সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩০

৩০।  $F(x) = x^3+ax+bx+c$ ,  $f(x) = px^2+qx+r$  এবং  $g(x) = rx^2+qx+p$  তিনটি বহুপদী রাশি।

ক.  $F(x)=0$  সমীকরণের মূল , , হলে,  $^2+^2+^2=$  কত?

খ.  $f(x)=0$  সমীকরণের মূলদ্বয় m ও n হলে একটি সমীকরণ তৈরি কর যার মূলদ্বয় হবে  $m^2+n$  ও  $n^2+m$ ।

গ.  $f(x) = 0$  এর একটি মূল  $g(x) = 0$  এর একটি মূলের দ্বিগুণ হলে, দেখাও যে,  $r = 2p$  অথবা  $(2p+r)^2 = 2q^2$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩১

৩১।  $ax^3+bx^2+cx+d=0$  একটি সমীকরণ।

ক. মূলদসহগ বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর যার একটি মূল  $1-3i$ ।

খ. উদ্দীপকে  $a = 0, b = 1$  হলে যদি সমীকরণটির মূলদ্বয়ের পার্থক্য 4 হয় তবে প্রমাণ কর যে,  $c^2 + d^2 - 12 = (d + 2)^2$

গ. উদ্দীপকে  $a = 2, b = 15, c = 37, d = -30$  এবং সমীকরণটির মূলগুলো সমান্তর প্রগমনভুক্ত হলে সমীকরণটি সমাধান কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩২

৩২।  $P(x) = 1-7x+12x^2$

$Q(x) = x^2-8x^2+10x+12$

ক.  $k$  এর মান কত হলে  $5x^2-kx+6=0$  সমীকরণের একটি মূল অপরটির পাঁচগুণ হবে।

খ.  $p(x) = 0$  সমীকরণটির মূলদ্বয় ও হলে  $+^{-1}$  ও  $+^{-1}$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ.  $Q(x)=0$  সমীকরণের একটি মূল  $1+\sqrt{3}$  হলে সমীকরণটির সমাধান কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩৩

৩৩। (i)  $x^2 + lx + m = 0$

(ii)  $x^2+mx+l=0$

(iii)  $x^2-(l+m)x+(l+m)^2=0$

ক.  $k$  এর মান কত হলে  $(3k+1)x^2 - (k+11)x + 9 = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয় জটিল হবে।

খ. (i) ও (ii) এর মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুব রাশি হলে প্রমাণ কর যে,  $l+m+4=0$ .

গ. (i) ও (ii) এর একটি সাধারণ মূল থাকলে এবং (iii) এর মূলদ্বয়  $p$  ও  $q$  হলে প্রমাণ কর যে,  $p^3+q^3=2$ .

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩৪

৩৪। উদ্দীপক-১:  $Z_1 = -7+24i$  এবং  $f(y) = 4y^3 + 6y^2 + 4y$

উদ্দীপক-২:  $f(x) = x^2 - bx + c$ ,  $g(x) = x^2 - cx + b$

ক.  $|z-5| = 3$  বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় কর, যেখানে,  $z = x+iy$

খ.  $\sqrt{Z_1}$  এর মান নির্ণয় কর এবং  $y = -1 + \sqrt{2}i$  হলে  $f(y)$  নির্ণয় কর।

গ.  $f(x) = 0$  ও  $g(x) = 0$  সমীকরণদ্বয়ের মূলদ্বয়ের পার্থক্য একটি ধ্রুব রাশি হলে প্রমাণ কর যে,  $b+c+4=0$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩৫

৩৫।  $f(x) = px^2 - qx + r$

$g(x) = px^2 - rx + q$

ক.  $y = \frac{1}{15}$  হলে  $\frac{1}{(1+y)^7}$  এর বিস্তৃতিতে সংখ্যামান বৃহত্তম পদটি নির্ণয় কর।

খ.  $f(x) = 0$  সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে প্রমাণ কর যে,  $r(p+q)^3 = p(r+q)^3$

গ.  $f(x) = 0$  এবং  $g(x) = 0$  সমীকরণের একটি সাধারণ মূল থাকলে অপর মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণ নির্ণয় কর।