# অধ্যায় - ২

# অনুক্রম ও ধারা – Class 9 Math BD 2024 – দ্বিতীয় অধ্যায় (অনুশীলনীর প্রশ্নঃ ১-৪ পর্যন্ত)

# অনুক্রম ও ধারা

এটা হলো নবম শ্রেণির গণিতের নতুন কারিকুলামের দ্বিতীয় অধ্যায় যার নাম রাখা হয়েছে অনুক্রম ও ধারা। এই অংশে আমরা অনুশীলনীর ১-৪ পর্যন্ত সমাধান করব এবং পরের পোস্টে বাকী সমাধান করব। এখানে আমরা শিখব-

- 🚺 সমান্তর অনুক্রম
- 2 গুণোত্তর অনুক্রম
- 3 ফিবোনাচ্চি অনুক্রম
- 4 সমান্তর ধারা
- 5 গুণোত্তর ধারা

তাহলে চল শুরু করি, তোমার মতামত অবশ্যই জানাবে।

১. নিচের অনুক্রমগুলো সমান্তর, গুণোত্তর, ফিবোনাচ্চি নাকি কোনোটিই নয়? কেন? সাধারণ পদ নির্ণয়সহ ব্যাখ্যা করো।

(i) 2, 5, 10, 17,.....

#### সমাধানঃ

এটি সমান্তর নয় কারণ এর সাধারণ অন্তর ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ - ১ম পদ = 5 - 2 = 3

৩য় পদ - ২য় পদ = 10 - 5 = 5

আবার,

এটি গুণোত্তর নয় কারণ এর সাধারণ অনুপাত ভিন্ন ভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = 5 ÷ 2 = 2.5

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = 10 ÷ 5 = 2

এটি ফিবোনাচ্চি নয় কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্বর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান নয়।

যেমনঃ

১ম পদ + ২য় পদ = 2+5 ≠ 10 (৩য় পদ);

২য় পদ + ৩য় পদ = 5+10 ≠ 17 (৪র্থ পদ)

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

লক্ষ করি,

প্রদত্ত অনুক্রমঃ 2, 5, 10, 17,.....

১ম পার্থক্যঃ 3 5 7

২য় পার্থক্যঃ 2 2

এখান থেকে লিখতে পারি,

(৩য় পদ - ২য় পদ) + 2 + ৩য় পদ = ৪র্থ পদ

বা, ২×৩য় পদ - ২য় পদ + 2 = ৪র্থ পদ

বা,  $2.a_3 - a_2 + 2 = a_4$ 

বা,  $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 2$  [নির্নেয় সাধারন পদ]

### (ii) 2, 7, 12, 17,.....

#### সমাধানঃ

এটি সমান্তর কারণ এর সাধারণ অন্তর অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ - ১ম পদ = 7 - 2 = 5

৩য় পদ - ২য় পদ = 12 - 7 = 5

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তান্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, a+d, a+2d, a+3d,...

এই অনুসারে, nতম পদ, a<sub>n</sub> = a+(n-1)d = 2+(n-1)5 [নির্নেয় সাধারণ পদ]

## (iii) -12, 24, -48, 96,.....

#### সমাধানঃ

এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ ÷ ১ম পদ = 24 ÷ (-12) = -2

৩য় পদ ÷ ২য় পদ = (-48) ÷ 24 = -2

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar<sup>2</sup>, ar<sup>3</sup>,...

এই অনুসারে, nতম পদ,  $a_n=ar^{n-1}=-12.(-2)^{n-1}$  [নির্নেয় সাধারণ পদ]

## (iv) 13, 21, 34, 55,.....

#### সমাধানঃ

এটি ফিবোনাচ্চি কারণ এর পরবর্তী যে কোনো পদ পূর্ববর্বর্তী দুটি পদের সমষ্টির সমান।

#### যেমনঃ

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

পদ কে F দ্বারা চিহ্নিত করলে, সুত্রমতে n তম পদ, F<sub>n</sub> = F<sub>n-1</sub> + F<sub>n-2</sub> [নির্ণেয় সাধারন পদ]

# (v) 5, -3, 9/5, -27/25,.....

#### সমাধানঃ

এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

#### যেমনঃ

২য় পদ 
$$\div$$
 ১ম পদ = (-3)  $\div$  5 =  $-\frac{3}{5}$ 

৩য় পদ 
$$\div$$
 ২য় পদ =  $\frac{9}{5}$   $\div$  (-3) =  $-\frac{3}{5}$ 

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar<sup>2</sup>, ar<sup>3</sup>,...

এই অনুসারে, nতম পদ,  $a_n = ar^{n-1} = 5.(-3/5)^{n-1}$  [নির্নেয় সাধারণ পদ]

(vi) 
$$\frac{1}{3}$$
,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{8}{3}$ ,...

#### সমাধানঃ

এটি গুণোন্তর কারণ এর সাধারণ অনুপাত অভিন্ন।

যেমনঃ

২য় পদ 
$$\div$$
 ১ম পদ =  $^{2}/_{3}$   $\div$   $^{1}/_{3}$  = 2

৩য় পদ 
$$\div$$
 ২য় পদ =  $\frac{4}{3} \div \frac{2}{3} = 2$ 

সাধারণ পদ নির্ণয়ঃ

এখানে,

১ম পদ a, সাধারণ অনুপাত r হলে গুণোন্তর অনুক্রমের বীজগণিতীয় রূপঃ a, ar, ar<sup>2</sup>, ar<sup>3</sup>,...

এই অনুসারে, nতম পদ,  $a_n = ar^{n-1} = \frac{1}{3}.2^{n-1}$  [নির্নেয় সাধারণ পদ]

# ২. নিচের অনুক্রমগুলোর শূন্যস্থান পূরণ করো।

#### সমাধানঃ

(i) 2, 9, 16, 23, 30, 37, 44.

[Hint: a<sub>n</sub> = a+(n-1)d সূত্রমতে]

(ii) -35, -25, -15, -5, 5, 15.

[Hint: a<sub>n</sub> = a+(n-1)d সূত্রমতে]

(iii) 32, 23, 14, 5, -4, -13.

[Hint: a<sub>n</sub> = a+(n-1)d সূত্রমতে]

(iv) 2x,  $10x^2$ ,  $50x^3$ ,  $250x^3$ ,  $1250x^4$ ,

[Hint: a<sub>n</sub> = ar<sup>n-1</sup> সূত্ৰমতে]

# ৩. ছকের খালি ঘরগুলো পূরণ করো।

[বিদ্রঃ আমরা এই ছকেই সমাধানের ফল দ্বারা খালি ঘরগুলো পূরণ করে দিয়েছি, আর নিম্মে সমাধানের পদ্ধতি বিস্তারিত দেয়া হয়েছে।]

	I				_
ক্রমিক নং	১ম পদ	সাধারণ অন্তর	পদসংখ্যা	nতম পদ	S <sub>n</sub>
	a	d	n	a <sub>n</sub>	
i.	2	5	10	47	245
ii.	-37	4	10	-1	-190
iii.	29	-4	14	-23	42
iv.	34	-2	13	10	286
V.	3/4	1/2	15	<sup>31</sup> / <sub>4</sub>	255
vi.	9	-2	18	-25	-144
vii.	7	<sup>7</sup> / <sub>3</sub>	13	35	<sup>1820</sup> / <sub>3</sub>
viii.	-4	7	25	164	2000
ix.	8	-3/4	15	- <sup>5</sup> / <sub>2</sub>	<sup>165</sup> / <sub>4</sub>
Χ.	2	2	50	100	2550

#### সমাধানঃ

i.

nভম পদ 
$$a_n = a + (n - 1)d = 2 + (10-1)5 = 2 + 9 \times 5 = 2 + 45 = 47$$

সমষ্টি 
$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n-1)d\} = \frac{1}{2} \times 10\{2 \times 2 + (10-1)5\} = 5(4+9 \times 5) = 5 \times 49 = 245$$

ii.

[বিদ্রঃ পাঠ্যবইয়ে  $S_n$  এর মান -180 দেওয়া আছে, আমরা যাচাই বাছাই করে পেয়েছি এটা -190 হলে গ্রহণযোগ্য হয় এবং সেই অনুসারে সমাধান দেয়া হলো। তোমাদের মতামত থাকলে আমাদের জানিও।]

আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা, 
$$2S_n = n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা, 
$$-380 = n(-74+4n-4)$$

বা, 
$$-380 = -74n + 4n^2 - 4n$$

বা, 
$$-190 = -37n + 2n^2 - 2n$$

বা, 
$$-190 = -39n + 2n^2$$

বা, 
$$-39n+2n^2+190=0$$

বা, 
$$2n^2$$
-39n +190 = 0

বা, 
$$2n^2$$
-20n-19n +190 = 0

বা, n=9.5 [n এর মান ভগ্নাংশ হতে পারে না]

তাহলে, n=10

আবার,

সূত্রমতে,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\overline{a}$$
,  $a_n = -37 + 9 \times 4$ 

$$\overline{a}$$
,  $a_n = -37 + 36$ 

iii.

আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

আবার,

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা, 
$$S_n = 7 \times 6$$

iv.

আমরা জানি,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

বা, 
$$10 = a + 12 \times (-2)$$

আবার,

আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

$$\sqrt[4]{S_n} = \frac{1}{2}.13\{68 + 12(-2)\}$$

বা, 
$$S_n = \frac{1}{2}.13 \times 44$$

٧.

$$a_n = a + (n - 1)d$$

বা, 31 = 3 + (n-1).2 [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

 $\overline{1}$ , 31 = 3 + 2n - 2

বা, 31 = 2n + 1

বা, 2n = 31-1

বা, 2n = 30

বা, n = 15

আবার,

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

 $\exists 1, S_n = \frac{1}{2}.15\{2 \times \frac{3}{4} + (15 - 1)\frac{1}{2}\}$ 

 $\overline{A}$ ,  $S_n = \frac{1}{2}.15\{\frac{3}{2} + \frac{14}{2}\}$ 

বা,  $S_n = \frac{1}{2}.15\{\frac{17}{2}\}$ 

বা, S<sub>n</sub> = 255

vi.

আমরা জানি,

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা,  $2S_n = n\{2a + (n - 1)d\}$ 

বা, 2×-144 = n{2×9 + (n - 1)(-2)} [মান বসিয়ে]

বা, -288 = n(18-2n+2)

বা, -288 = 18n-2n<sup>2</sup>+2n

বা, 
$$-288 = 20n-2n^2$$

বা, 
$$20n-2n^2+288=0$$

বা, 
$$-2n^2+20n+288=0$$

বা, 
$$n^2$$
-10n-144 = 0

বা, 
$$n^2$$
-10n-144 = 0

বা, 
$$n^2$$
-18n+8n-144 = 0

$$a_n = a + (n - 1)d$$

বা, 
$$a_n = 9 + 17(-2)$$

বা, 
$$a_n = -25$$

vii.

$$a_n = a + (n - 1)d$$

বা, d = 
$$\frac{28}{12}$$
 =  $\frac{7}{3}$ 

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা, 
$$S_n = \frac{1}{2}.13\{2 \times 7 + (35 - 1)^7/3\}$$
 [মান বসিয়ে]

বা, 
$$S_n = \frac{1}{2}.13\{14 + (34) \times \frac{7}{3}\}$$

$$\sqrt{3}$$
,  $S_n = \frac{1}{2}.13(14 + \frac{238}{3})$ 

$$\overline{\text{q}}$$
,  $S_n = \frac{1}{2}.13(\frac{42}{3} + \frac{238}{3})$ 

বা, 
$$S_n = \frac{1}{2}.13(\frac{280}{3})$$

বা, 
$$S_n = \frac{3640}{6}$$

বা, 
$$S_n = \frac{1820}{3}$$

#### viii.

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_n = -4 + 24 \times 7$$

$$a_n = -4 + 168$$

$$a_n = 164$$

ix.

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা, 
$$^{165}/_4 = \frac{1}{2}.15\{2a + 14 \times (-\frac{3}{4})\}$$

$$\sqrt{165}/4 = \frac{1}{2}.15(2a - \frac{21}{2})$$

বা, 
$$(2a - {21/2}) = {11/2}$$

বা, 
$$2a = \frac{11}{2} + \frac{21}{2}$$

বা, 
$$2a = \frac{32}{2}$$

বা, 
$$a = \frac{32}{4}$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_n = 8 + 14 \times (-\frac{3}{4})$$

$$a_n = 8 - \frac{21}{2}$$

$$a_n = \frac{16}{2} - \frac{21}{2}$$

$$a_n = -\frac{5}{2}$$

Χ.

$$S_n = \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা, 
$$2S_n = n\{2a + (n - 1)d\}$$

বা, 
$$5100 = n(4+2n-2)$$

বা, 
$$5100 = 4n + 2n^2 - 2n$$

বা, 
$$5100 = 2n + 2n^2$$

বা, 
$$2550 = n+n^2$$

$$\sqrt{100}$$
  $n+n^2+2550=0$ 

বা, 
$$n^2+n + 2550 = 0$$

বা, 
$$n^2 + 51n - 50n + 2550 = 0$$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

বা, 
$$a_n = 2 + 49 \times 2$$

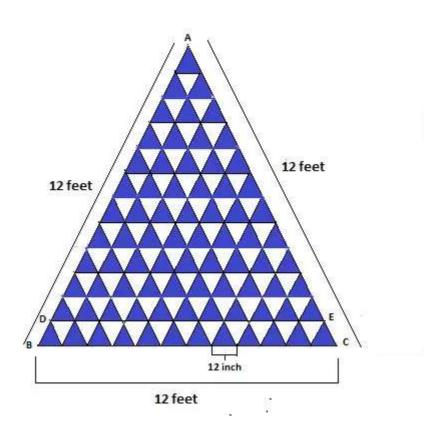
বা, 
$$a_n = 2 + 98$$

৪. তোমার পড়ার ঘরের মেঝেতে তুমি সমবাহু ব্রিভুজাকৃতির একটি মোজাইক করতে চাও, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 12 ফুট। মোজাইকে সাদা ও নীল রঙের টাইলস থাকবে। প্রতিটি টাইলস 12 ইঞ্চি দৈর্ঘ্যবিশিস্ট সুষম ব্রিভুজাকৃতি। টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসিয়ে মোজাইকটি সম্পূর্ণ করতে হবে।

# ক) ব্রিভুজাকৃতির মোজাইকটির একটি মডেল তৈরি করো।

#### সমাধানঃ

আমি আমার ঘরে সমবাহ্র ত্রিভুজ আকৃতির একটা মোজাইক করতে চাই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ফুট। এবং এই মোজাইক করার জন্য আমি কতগুলো নীল ও কতগুলো সাদা টাইলস বেছে নিয়েছি যেখানে প্রতিটি টাইলস সমবাহু এবং বাহুর দৈর্ঘ্য ১২ ইঞ্চি। এখন টাইলসগুলো বিপরীত রঙে বসানোর জন্য আমি একটি মডেল তৈরি করেছি, মডেলটি নিমারুপঃ



## খ) প্রত্যেক রঙের কয়টি করে টাইলস লাগবে?

#### সমাধানঃ

সমবাহ্ল ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহ্ল AB = BC = CA = 12 ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

তাহলে, মডেল অনুসারে, ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহু BC বরাবর স্থাপিত নীল টাইলস এর সংখ্যা = (12÷1) টি = 12 টি।

অর্থাৎ ১ম ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা a = 12

আবার,

সমবাহ্ল ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক ABC এর উচ্চতা =  $(\sqrt{3}/2).12$  ফুট।

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর উচ্চতা =  $(\sqrt{3}/2).1$ ফুট।

তাহলে,

মডেলটিতে, মোট ধাপ সংখ্যা n =  $(\sqrt{3}/2).12 \div (\sqrt{3}/2).1 = 12$ 

এবং, ADE এর উচ্চতা =  $(\sqrt{3}/2).12 - (\sqrt{3}/2).1 = (\sqrt{3}/2).11$  ফুট।

এখন আমরা জানি সমবাহ্র ত্রিভুজের উচ্চতা =  $(\sqrt{3}/2)$ .a, এই সূত্র অনুসারে  $(\sqrt{3}/2)$ .11 উচ্চতা বিশিষ্ট ত্রিভুজিটি সমবাহ্র হবে এবং যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 11 ফুট।

অর্থাৎ, DE = 11 ফুট।

তাহলে, DE বরাবর নীল টাইলস রাখা যাবে  $(11 \div 1)$  টি = 11 টি।

অর্থাৎ ২য় ধাপে নীল টাইলস এর সংখ্যা = 11

তাহলে, সমান্তর ধারা অনুসারে, সাধারন অন্তর d = (11-12) = -1

সুতরাং,

মেডেলটিতে মোট নীল টাইলস এর সংখ্যা S<sub>n</sub>

 $= \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$ 

 $= \frac{1}{2}.12\{2.12 + (12 - 1)(-1)\}$ 

 $= 6{24 + 11(-1)}$ 

= 6(24 - 11)

 $= 6 \times 13$ 

= 78 টি

এখন আবার,

মেডেল অনুসারে, DE বরাবর সাদা টাইলস আছে 11টি কারণ DE = 11 ফুট।

নীল টাইলসের ক্ষেত্রে প্রয়োগকৃত সকল সূত্র ও নিয়ম সাদা টাইলস এর ক্ষেত্রে ব্যবহার করলে সেক্ষেত্রে আমরা পাই,

a = 11, n = 11, d = -1

তাহলে,

মোট সাদা টাইলস এর সংখ্যা Sn

$$= \frac{1}{2}.n\{2a + (n - 1)d\}$$

$$= \frac{1}{2}.11\{2.11 + (11 - 1)(-1)\}$$

$$= \frac{1}{2}.11\{22 + 10(-1)\}$$

$$= \frac{1}{2}.11 (22 - 10)$$

$$= \frac{1}{2}.11 \times 12$$

= 66 টি

## গ) মোট কতগুলো টাইলস প্রয়োজন হবে?

#### সমাধানঃ

সমবাহ্ল ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক এর বাহ্লর দৈর্ঘ্য = 12 ফুট।

 $\therefore$ সমবাহ্ল ত্রিভূজাকৃতি মোজাইক এর ক্ষেত্রফল =  $\sqrt{3}/4.(12)^2$  বর্গ ফুট।

আবার,

সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর বাহুর দৈর্ঘ্য = 12 ইঞ্চি = 1 ফুট।

 $\therefore$  সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস এর ক্ষেত্রফল =  $\sqrt{3}/4.(1)^2$  বর্গ ফুট।

অর্থাৎ,

সমবাহ্ল ত্রিভুজাকৃতি মোজাইক সম্পূর্ণ করতে সুষম ত্রিভুজাকৃতি টাইলস লাগবে

$$\sqrt{3}/_{4}.(12)^{2}$$

$$= ---- \overline{b}$$

$$\sqrt{3}/_{4}.(1)^{2}$$

 $= (12)^2 \hat{\mathbb{G}}$ 

= 144 টি।

www.facebook.com/jpthedeveloper