দশম অধ্যায়

সর্বসমতা ও সদৃশতা

[এই অধ্যায়ের প্রয়োজনীয় পূর্বজ্ঞান বইয়ের শেষে পরিশিষ্ট অংশে সংযুক্ত আছে। প্রথমে পরিশিষ্ট অংশ পাঠ/আলোচনা করতে হবে।]

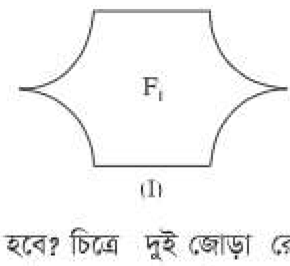
আমাদের চারদিকে বিভিন্ন আকৃতি ও আকারের বস্তু দেখতে পাই। এদের কিছু হুবহু সমান, আবার কিছু দেখতে একই রকম, কিন্তু সমান নয়। তোমাদের শ্রেণির শিক্ষার্থীদের প্রত্যেকের গণিত পাঠ্যপুস্তকটি আকৃতি, আকার ও ওজনে একই, সেগুলো সবদিক দিয়ে সমান বা সর্বসম। আবার একটি গাছের পাতাগুলোর আকৃতি একই হলেও আকারে ভিন্ন, পাতাগুলো দেখতে এক রকম বা সদৃশ। ফটোগ্রাফির দোকানে যখন আমরা মুলকপির অতিরিক্ত কপি চাই তা মূলকপির হুবহু সমান, বড়ো বা ছোটো করে চাইতে পারি। কপিটি যদি মূলকপির সমান হয় সেক্ষেত্রে কপি দুটি সর্বসম। কপিটি যদি মূলকপির চেয়ে বড়ো বা ছোটো হয় সেক্ষেত্রে কপি দুটি সদৃশ। এই অধ্যায়ে আমরা অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ এই দুই জ্যামিতিক ধারণা নিয়ে আলোচনা করব। আমরা আপাতত সমতলীয় ক্ষেত্রের সর্বসমতা ও সদৃশতা বিবেচনা করব।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা –

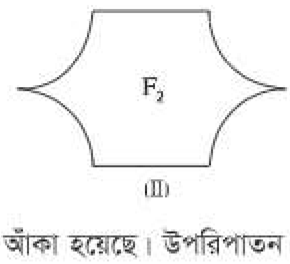
- বিভিন্ন জ্যামিতিক আকার ও আকৃতি হতে সর্বসম এবং সদৃশ আকার ও আকৃতি চিহ্নিত করতে পারবে।
- সর্বসমতা ও সদৃশতার মধ্যে পার্থক্য করতে পারবে।
- ত্রিভুজের সর্বসমতা প্রমাণ করতে পারবে।
- ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের সদৃশতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সর্বসমতা ও সদৃশতার বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে সহজ সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

১০·১ সর্বসমতা

নিচের সমতলীয় চিত্র দুটি দেখতে একই আকৃতি ও আকারের। চিত্র দুটি সর্বসম কিনা নিশ্চিত হওয়ার জন্য উপরিপাতন পদ্ধতি গ্রহণ করা যায়। এ পদ্ধতিতে প্রথম চিত্রের একটি অনুরূপ কপি করে দ্বিতীয়টির উপর রাখি। যদি চিত্রগুলো পরস্পরকে সম্পূর্ণরূপে আবৃত করে, তবে এরা সর্বসম। চিত্র F_1, চিত্র F_2 এর সর্বসম হলে আমরা $F_1 \cong F_2$ দ্বারা প্রকাশ করি।



(I)

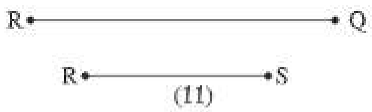


(II)

দুটি রেখাংশ কখন সর্বসম হবে? চিত্রে দুই জোড়া রেখাংশ আঁকা হয়েছে। উপরিপাতন পদ্ধতিতে AB এর অনুরূপ কপি CD এর উপর রেখে দেখি যে, AB রেখাংশ CD রেখাংশকে ঢেকে দিয়েছে এবং A ও B বিন্দু যথাক্রমে C ও D বিন্দুর উপর পতিত হয়েছে। সুতরাং রেখাংশ দুটি সর্বসম। একই কাজ

দ্বিতীয় জোড়া সরলরেখার জন্য করে দেখি যে, রেখাংশ দুটি সর্বসম নয়। লক্ষ করি, কেবল প্রথম জোড়া রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান।

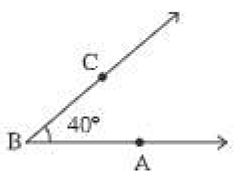
(1)



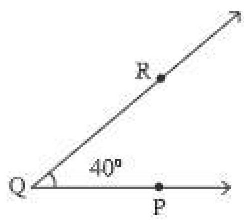
(11)

দুটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান হলে রেখাংশ দুটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুটি রেখাংশ সর্বসম হলে এদের দৈর্ঘ্য সমান।

দুইটি কোণ কখন সর্বসম হবে? চিত্রে $40°$ দুইটি কোণ আঁকা হয়েছে। উপরিপাতন পদ্ধতি গ্রহণ করে প্রথম চিত্রের একটি অনুরূপ কপি করে দ্বিতীয়টির উপর রাখি। B বিন্দু Q বিন্দুর উপর এবং BA রশ্মি QP রশ্মির ওপর পতিত হয়েছে। লক্ষ করি, কোণ দুটির পরিমাপ সমান বলে BC রশ্মি QR রশ্মির উপর পতিত হয়েছে। অর্থাৎ $\angle ABC \cong \angle PQR$



(1)

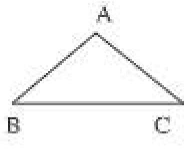


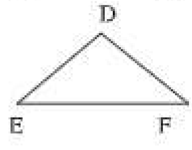
(11)

দুটি কোণের পরিমাপ সমান হলে কোণ দুটি সর্বসম। আবার বিপরীতভাবে, দুটি কোণ সর্বসম হলে এদের পরিমাপও সমান।

১০.২ ত্রিভুজের সর্বসমতা

একটি ত্রিভুজকে অপর একটি ত্রিভুজের উপর স্থাপন করলে যদি ত্রিভুজ দুটি সর্বতোভাবে মিলে যায়, তবে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হয়। সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু ও অনুরূপ কোণগুলো সমান। নিচের ΔABC ও ΔDEF সর্বসম।





ΔABC ও ΔDEF সর্বসম হলে এবং A, B, C শীর্ষ যথাক্রমে D, E, F শীর্ষের উপর পতিত হলে

$AB = DE, AC = DF, BC = EF$

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ হবে।

ΔABC ও ΔDEF সর্বসম বোঝাতে $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ লেখা হয়।

ত্রিভুজের সর্বসমতা প্রমাণের জন্য কী তথ্য প্রয়োজন? এ জন্য দলগতভাবে পরের পৃষ্ঠার কাজটি কর:

কাজ

১। ΔABC একটি ত্রিভুজ আঁক যেন $AB = 5$ সে.মি., $BC = 6$ সে.মি.এবং $\angle B = 60^\circ$ হয়।

(ক) ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য এবং অন্য কোণ দুটি পরিমাপ কর।

(খ) তোমাদের পরিমাপগুলো তুলনা কর। কী দেখতে পাচ্ছ?

উপপাদ্য ১ (বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য)

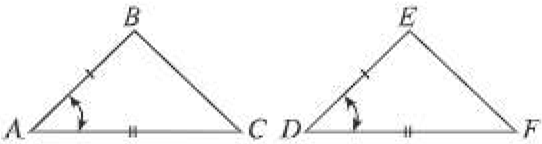
যদি দুটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমান হয় এবং বাহু দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুটি পরস্পর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হয়।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি,

ΔABC ও ΔDEF এ $AB = DE, AC = DF$

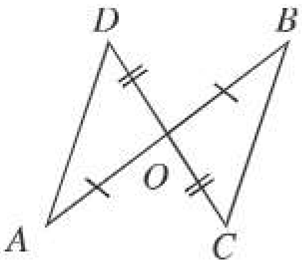
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle EDF$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



প্রমাণ

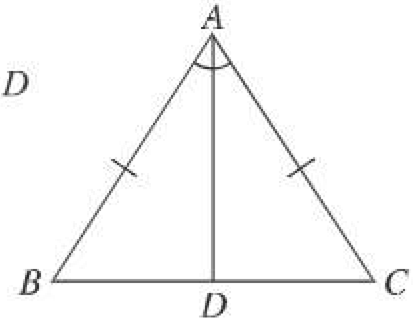
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC কে ΔDEF এর উপর এমনভাবে স্থাপন করি যেন A বিন্দু D বিন্দুর উপর ও AB বাহু DE বাহু বরাবর এবং DE বাহুর যে পাশে F আছে C বিন্দু ঐপাশে পড়ে। এখন $AB = DE$ বলে B বিন্দু অবশ্যই E বিন্দুর উপর পড়বে।	[বাহুর সর্বসমতা]
(২) যেহেতু $\angle BAC = \angle EDF$ এবং AB বাহু DE বাহুর উপর পড়ে, সুতরাং AC বাহু DF বাহু বরাবর পড়বে।	[কোণের সর্বসমতা]
(৩) $AC = DF$ বলে C বিন্দু অবশ্যই F বিন্দুর উপর পড়বে।	[বাহুর সর্বসমতা]
(৪) এখন B বিন্দু E বিন্দুর উপর এবং C বিন্দু F বিন্দুর উপর পড়ে বলে BC বাহু অবশ্যই EF বাহুর সাথে পুরোপুরি মিলে যাবে। অতএব, ΔABC, ΔDEF এর উপর সমাপতিত হবে। $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (প্রমাণিত)	[দুটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে একটি মাত্র সরলরেখা অঙ্কন করা যায়]



উদাহরণ ১। চিত্রে, $AO = OB, CO = OD$
প্রমাণ কর যে, $\Delta AOD \cong \Delta BOC$
প্রমাণ : ΔAOD এবং ΔBOC এ
$AO = OB, CO = OD$ দেওয়া আছে
এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle AOD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BOC$
[বিপ্রতীপ কোণ পরস্পর সমান]।
$\therefore \Delta AOD \cong \Delta BOC$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য] (প্রমাণিত)

উপপাদ্য ২

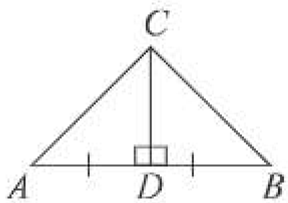
যদি কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহু পরস্পর সমান হয়, তবে এদের বিপরীত কোণ দুটিও পরস্পর সমান হবে।



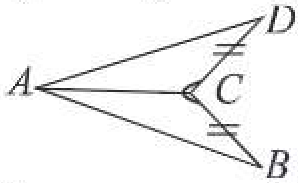
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ত্রিভুজে $AB = AC$ ।
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC = \angle ACB$ ।
অঙ্কন : $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক AD আঁকি যেন তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ : ΔABD এবং ΔACD এ
(১) $AB = AC$ (প্রদত্ত)
(২) AD সাধারণ বাহু এবং
(৩) অন্তর্ভুক্ত $\angle BAD =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD$ (অঙ্কনানুসারে)
সুতরাং, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle ABD = \angle ACD$ অর্থাৎ, $\angle ABC = \angle ACB$ (প্রমাণিত)

অনুশীলনী ১০.১

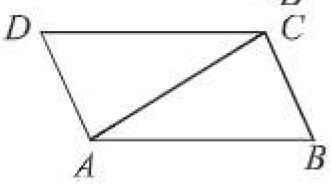
১। চিত্রে, CD, AB এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক,
প্রমাণ কর যে $\Delta ADC \cong \Delta BDC$



২। চিত্রে, $CD = CB$ এবং $\angle DCA = \angle BCA$
প্রমাণ কর যে, $AB = AD$

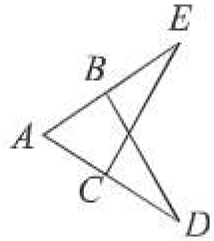


৩। চিত্রে, $\angle BAC = \angle ACD$ এবং $AB = DC$
প্রমাণ কর যে, $AD = BC, \angle CAD = \angle ACB$
এবং $\angle ADC = \angle ABC$

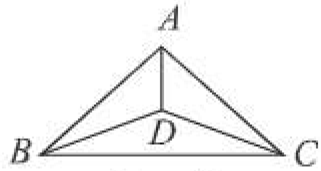


৪। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহু বাদে অপর বাহু উভয়দিকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন বহিঃস্থ কোণ দুটি পরস্পর সমান।

৫। চিত্রে, $AD = AE, BD = CE$
এবং $\angle AEC = \angle ADB$
প্রমাণ কর যে, $AB = AC$



৬। চিত্রে, ΔABC এবং ΔDBC দুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
প্রমাণ কর যে, $\Delta ABD = \Delta ACD$



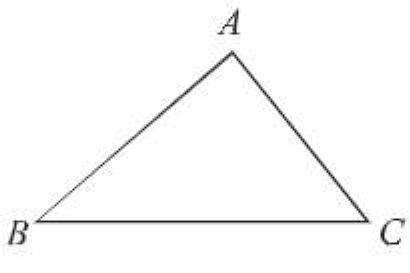
৭। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুদ্বয়ের উপর অঙ্কিত মধ্যমাদ্বয় সমান।

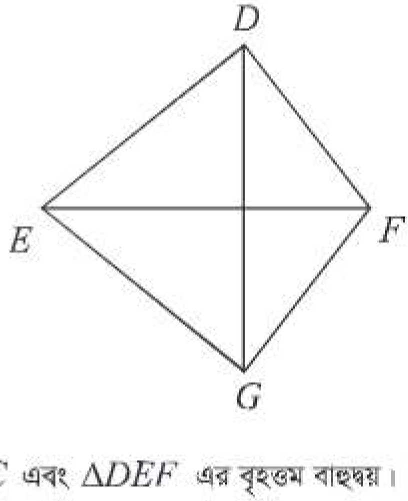
৮। প্রমাণ কর যে, সমবাহু ত্রিভুজের কোণগুলো পরস্পর সমান।

উপপাদ্য ৩ (বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য)

যদি একটি ত্রিভুজের তিন বাহু যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এবং ΔDEF এ
$AB = DE, AC = DF$ এবং $BC = EF$, প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$





প্রমাণ : মনে করি, BC এবং EF বাহু যথাক্রমে ΔABC এবং ΔDEF এর বৃহত্তম বাহুদ্বয়।

এখন ΔABC কে ΔDEF এর উপর এমনভাবে স্থাপন করি, যেন B বিন্দু E বিন্দুর উপর ও BC বাহু EF বাহু বরাবর এবং EF রেখার যে পাশে D বিন্দু আছে, A বিন্দু এর বিপরীত পাশে পড়ে। মনে করি, G বিন্দু A বিন্দুর নতুন অবস্থান।

যেহেতু $BC = EF$, C বিন্দু F বিন্দুর উপর পড়বে। সুতরাং ΔGEF হবে ΔABC এর নতুন অবস্থান।

১০৫ অর্থাৎ, $EG = BA, FG = CA$ ও $\angle EGF = \angle BAC$

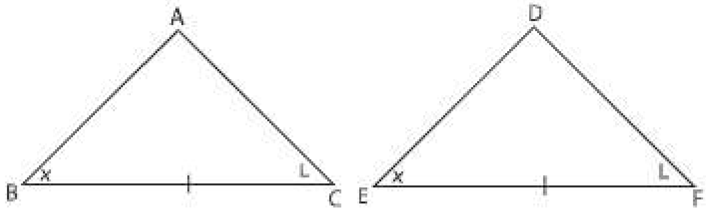
D, G যোগ করি।

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔEGD এ $EG = ED$ [কারণ $EG = BA = ED$] অতএব, $\angle EDG = \angle EGD$	[ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণ পরস্পর সমান]
(২) ΔFGD এ $FG = FD$ অতএব, $\angle FDG = \angle FGD$	[ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]
(৩) সুতরাং, $\angle EDG + \angle FDG = \angle EGD + \angle FGD$ বা, $\angle EDF = \angle EGF$ অর্থাৎ, $\angle BAC = \angle EDF$ অতএব, ΔABC ও ΔDEF - এ $AB = DE, AC = DF$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle EDF$ $\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ (প্রমাণিত)।	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

উপপাদ্য 4 (কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য)

যদি একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ ও কোণ সংলগ্ন বাহু যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের দুটি কোণ ও কোণ সংলগ্ন বাহুর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে।

বিশেষ নির্বচন: মনে করি,
ΔABC ও ΔDEF -এ
$\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ এবং
কোণ সংলগ্ন BC বাহু = অনুরূপ
EF বাহু।



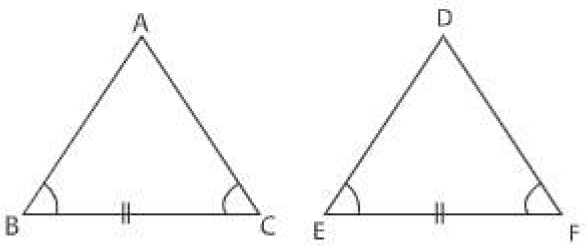
প্রমাণ করতে হবে যে,
$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

প্রমাণ

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC কে ΔDEF এর উপর এমনভাবে স্থাপন করি যেন, B বিন্দু E বিন্দুর উপর ও BC বাহু EF বাহু বরাবর এবং EF রেখার যে পাশে D আছে বিন্দু A বিন্দু যেন ঐপাশে পড়ে। যেহেতু $BC = EF$, অতএব C বিন্দু F বিন্দুর উপর অবশ্যই পড়বে।	[বাহুর সর্বসমতা]
(২) আবার, $\angle B = \angle E$ বলে, BA বাহু ED বাহু বরাবর পড়বে এবং $\angle C = \angle F$ বলে, CA বাহু FD বাহু বরাবর পড়বে। (৩) $\therefore BA$ এবং CA বাহুর সাধারণ বিন্দু A, ED ও FD বাহুর সাধারণ বিন্দু D এর উপর পড়বে। অর্থাৎ, $\Delta ABC, \Delta DEF$ এর উপর সমাপতিত হবে। $\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ (প্রমাণিত)	[কোণের সর্বসমতা]

অনুসিদ্ধান্ত : একটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও দুটি কোণ যথাক্রমে অপর একটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও দুটি কোণের সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম।

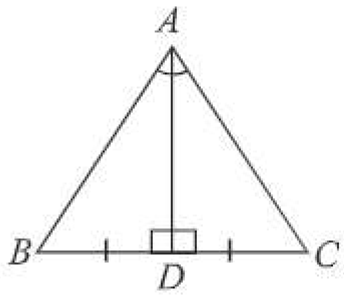
কাজ



Δ ABC ও ΔDEF এ BC=EF এবং $\angle$B=$\angle$E ও $\angle$C=$\angle$F হলে
দেখাও যে, Δ ABC $\cong$ ΔDEF
ইঙ্গিত : $\angle$A+$\angle$B+$\angle$C = $\angle$D+$\angle$E+$\angle$F = ২ সমকোণ হবে।
$\therefore$ $\angle$B=$\angle$E, $\angle$C=$\angle$F, হলে $\angle$A=$\angle$D হবে। অতঃপর উপপাদ্য ৪ প্রয়োগ কর।

উদাহরণ ১। প্রমাণ কর যে, কোনো ত্রিভুজের শিরঃকোণের সমদ্বিখণ্ডক যদি ভূমির উপর লম্ব হয়, তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

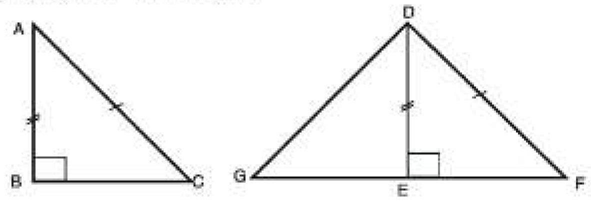
বিশেষ নির্বচন : চিত্রে, ΔABC এর শিরঃকোণ A-এর সমদ্বিখণ্ডক AD যা ভূমি BC এর D বিন্দুতে লম্ব।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$



প্রমাণ : ΔABD এবং ΔACD এ
$\angle BAD = \angle CAD$ [$\because$ AD, $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
$\angle ADB = \angle ADC$ [$\because$ AD, BC এর উপর লম্ব]
এবং AD সাধারণ বাহু।
সুতরাং $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ [কোণ বাহু কোণ উপপাদ্য]
এতএব, $AB = AC$ [প্রমাণিত]

উপপাদ্য ৫ (সমকোণী অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য)

দুটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজদ্বয় সমান হলে এবং একটির এক বাহু অপরটির অপর এক বাহুর সমান হলে, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ও DEF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে
অতিভুজ AC =অতিভুজ DF এবং $AB = DE$
প্রমাণ করতে হবে যে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

প্রমাণ

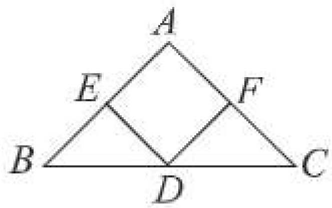
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC কে ΔDEF এর উপর এমনভাবে স্থাপন করি যেন, B বিন্দু E বিন্দুর উপর, BA বাহু ED বাহু বরাবর এবং C বিন্দু DE এর যে পাশে F বিন্দু আছে এর বিপরীত পাশে পড়ে। ধরি, C বিন্দুর নতুন অবস্থান G।	
(২) যেহেতু AB=DE, A বিন্দু D বিন্দুর উপর পড়বে। ফলে Δ DEG হবে ΔABC এর নতুন অবস্থান অর্থাৎ DG =AC, $\angle$G=$\angle$C $\angle$DEG= $\angle$B = 1 সমকোণ। (৩) যেহেতু $\angle$DEF +$\angle$DEG = 1 সমকোণ + 1 সমকোণ = 2 সমকোণ = 1 সরলকোণ, GEF একটি সরলরেখা। সুতরাং Δ DGF একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। যার DG = DF $\therefore \angle$F = $\angle$G =$\angle$C	[ত্রিভুজের দুই বাহু সমান হলে তাদের বিপরীত কোণ দুটি পরস্পর সমান]
(৪) এখন Δ ABC ও ΔDEF এর $\angle$B = $\angle$E [প্রত্যেকে ১ সমকোণ] $\angle$C = $\angle$F এবং AB = অনুরূপ DE সুতরাং Δ ABC $\cong$ ΔDEF (প্রমাণিত)	[কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

অনুশীলনী ১০.২

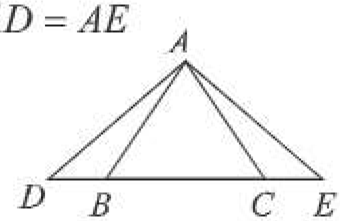
১। ΔABC এ $AB = AC$ এবং O, ABC এর অভ্যন্তরে এমন একটি বিন্দু যেন $OB = OC$ হয় প্রমাণ কর যে, $\angle AOB = \angle AOC$

২। ΔABC এর AB ও AC বাহুতে যথাক্রমে D ও E এমন দুটি বিন্দু যেন $BD = CE$ এবং $BE = CD$ প্রমাণ কর যে, $\angle ABC = \angle ACB$

৩। চিত্রে, $AB = AC, BD = DC$ এবং $BE = CF$ | প্রমাণ কর যে, $\angle EDB = \angle FDC$

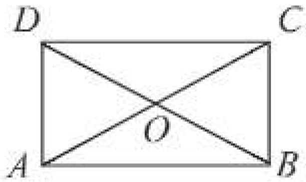


৪। চিত্রে, $AB = AC$ এবং $\angle BAD = \angle CAE$ । প্রমাণ কর যে, $AD = AE$



৫। $ABCD$ চতুর্ভুজে $AC, \angle BAD$ এবং $\angle BCD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ কর যে, $\angle B = \angle D$

৬। চিত্রে, AB এবং CD পরস্পর সমান ও সমান্তরাল এবং AC ও BD কর্ণ দুটি O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, $AD = BC$



৭। প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দুদ্বয় থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় পরস্পর সমান।

৮। প্রমাণ কর যে, কোনো ত্রিভুজের ভূমির প্রান্ত বিন্দুদ্বয় থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বদ্বয় যদি সমান হয়, তবে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু।

৯। $ABCD$ চতুর্ভুজের $AB = AD$ এবং $\angle B = \angle D =$ এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC \cong \Delta ADC$

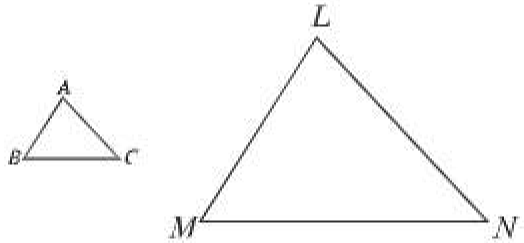
১০.৩ সদৃশতা

নিচের চিত্রগুলো একই চিত্রের ছোটো-বড়ো আকার। এদের বিভিন্ন অংশের আকৃতি একই, কিন্তু অনুরূপ দুই বিন্দুর দূরত্ব সমান নয়। চিত্রগুলোকে সদৃশ চিত্র বলা হয়।



কাজ

১। (ক) চিত্রের ত্রিভুজ দুটি কি সদৃশ বলে মনে হয়?



কোণ		বাহু	
A =	L =	AB =	LM =
B =	M =	BC =	MN =
C =	N =	CA =	NL =

(খ) ত্রিভুজ দুটির কোণগুলো মেপে সারণিটি পূরণ কর। কোণগুলোর মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কি?

(গ) ত্রিভুজ দুটির বাহুগুলো মেপে সারণিটি পূরণ কর। বাহুগুলোর মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কি?

পূরণকৃত ছকটি হতে দেখা যায়,

$\angle A = \angle L$
$\angle B = \angle M$
$\angle C = \angle N$
$\angle L$, $\angle M$ ও $\angle N$ যথাক্রমে $\angle A$, $\angle B$, ও $\angle C$ এর অনুরূপ কোণ।

আরো লক্ষ করা যায়

$$\frac{AB}{LM} = \frac{BC}{MN} = \frac{CA}{NL} = \boxed{?}$$

LM, MN ও NL বাহুগুলো যথাক্রমে AB, BC ও CA বাহুর অনুরূপ বাহু।

দুটি ত্রিভুজ বা বহুভুজ সদৃশ হলে

- অনুরূপ কোণগুলো সমান।
- অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

সদৃশ চিত্রের বাহুগুলোর অনুপাত দ্বারা মূল চিত্রের তুলনায় অন্য চিত্রের বর্ধন অথবা সঙ্কোচন বোঝায়। সদৃশ চিত্র একই আকৃতির কিন্তু আকারে সমান নাও হতে পারে। সদৃশ চিত্রের আকার সমান হলে তা সর্বসম চিত্রে পরিণত হয়। সুতরাং সর্বসমতা সদৃশতার বিশেষ রূপ।

১০.৪ সদৃশ ত্রিভুজ

দুটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ কোণগুলো সমান এবং অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক। দুটি ত্রিভুজ সদৃশ হওয়ার জন্য ন্যূনতম শর্ত বের করি।

কাজ

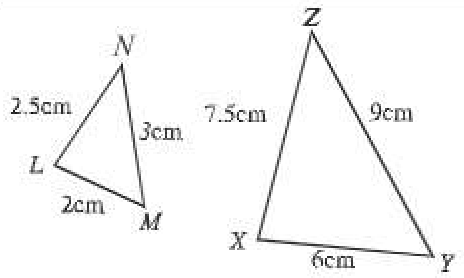
১। তিন-চার জনের দল গঠন করে নিচের কাজগুলো কর :

১। (ক) ΔLMN ত্রিভুজটি আঁক, যার $LM = 2$ সে.মি., $MN = 3$ সে.মি., $LN = 2.5$ সে.মি.।

(খ) ΔXYZ ত্রিভুজটি আঁক, যার $XY = 6$ সে.মি., $YZ = 9$ সে.মি., $XZ = 7.5$ সে.মি.।

(গ) ΔLMN ও ΔXYZ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান কি?

(ঘ) ΔLMN ও ΔXYZ সদৃশ কি?

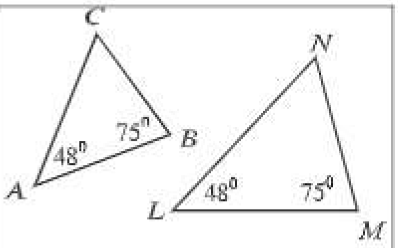


২। (ক) ΔABC ত্রিভুজটি আঁক, যার $\angle A = 48°$, $\angle B = 75°$.

(খ) এবার ΔLMN ত্রিভুজটি আঁক, যার $\angle L = 48°$, $\angle M = 75°$.

(গ) ΔABC ও ΔLMN সদৃশ কি? কেন?

(ঘ) তোমার আঁকা ত্রিভুজগুলো অন্য শিক্ষার্থীদের আঁকা ত্রিভুজগুলোর সাথে তুলনা কর। সেগুলো কি সদৃশ?

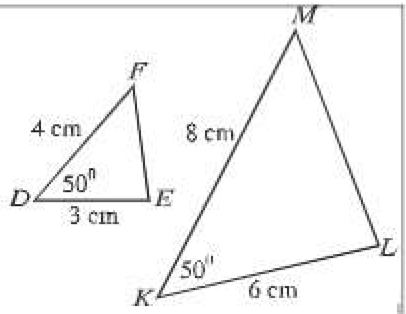


৩। (ক) ΔDEF ত্রিভুজটি আঁক, যার $DE = 3$ সে.মি., $DF = 4$ সে.মি. ও অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle D = 50°$.

(খ) ΔKLM ত্রিভুজটি আঁক, যার $KL = 6$ সে.মি., $KM = 8$ সে.মি. ও অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle K = 50°$.

(গ) ΔDEF ও ΔKLM ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলো কি সমানুপাতিক?

(ঘ) ΔDEF ও ΔKLM সদৃশ কি? ব্যাখ্যা কর।

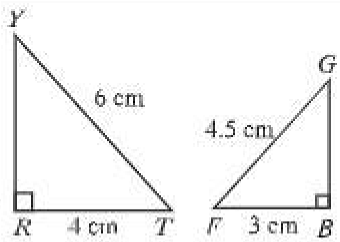


৪। (ক) ΔRTY ত্রিভুজটি আঁক, যার $RT = 4$ সে.মি., $\angle R = 90°$ ও অতিভুজ $TY = 6$ সে.মি.।

(খ) ΔBFG ত্রিভুজটি আঁক, যার $BF = 3$ সে.মি., $\angle B = 90°$ ও অতিভুজ $FG = 4.5$ সে.মি.।

(গ) ΔRTY ও ΔBFG ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত বের কর। তারা সমান কি?

(ঘ) ΔLMN ও ΔXYZ সদৃশ কি?



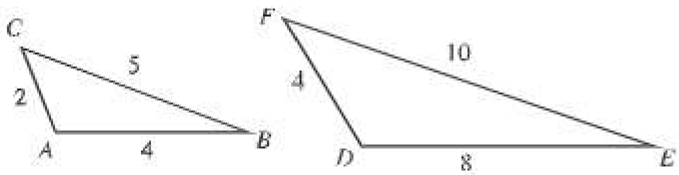
২০২৫

১০.৫ ত্রিভুজের সদৃশতার শর্ত

আগের পৃষ্ঠার আলোচনা থেকে আমরা ত্রিভুজের সদৃশতার কতিপয় শর্ত নির্ধারণ করতে পারি। শর্তগুলো নিম্নরূপঃ

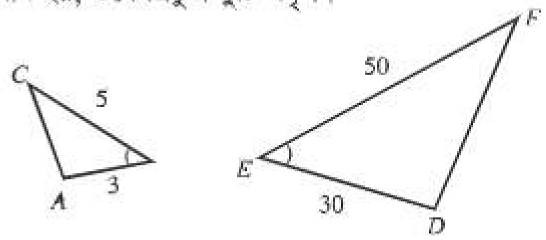
শর্ত ১। (বাহু-বাহু-বাহু)

যদি একটি ত্রিভুজের তিন বাহু অপর একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমানুপাতিক হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সদৃশ।



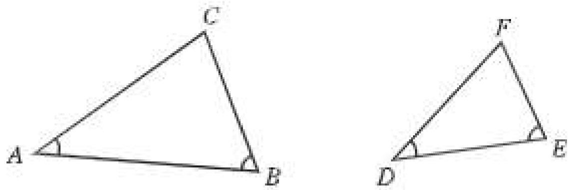
শর্ত ২। (বাহু-কোণ-বাহু)

যদি দুটি ত্রিভুজের একটির দুই বাহু যথাক্রমে অপরটির দুই বাহুর সমানুপাতিক হয় এবং বাহু দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ দুটি পরস্পর সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সদৃশ।



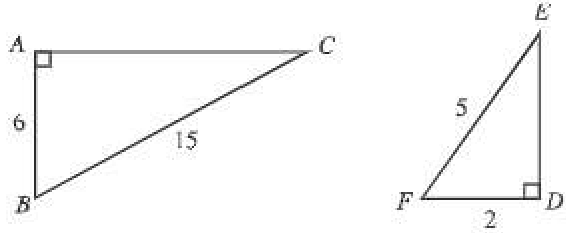
শর্ত ৩। (কোণ-কোণ)

যদি দুটি ত্রিভুজের একটির দুটি কোণ যথাক্রমে অপরটির দুটি কোণের সমান হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সদৃশ।



শর্ত ৪। (অতিভুজ-বাহু)

যদি দুটি সমকোণী ত্রিভুজের একটির অতিভুজ ও একটি বাহু যথাক্রমে অপরটির অতিভুজ ও অনুরূপ বাহুর সমানুপাতিক হয়, তবে ত্রিভুজ দুটি সদৃশ।



২০২৫

১০·৬ সদৃশ চতুর্ভুজ

দুটি সদৃশ চতুর্ভুজের অনুরূপ কোণগুলো সমান এবং অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক। দুটি চতুর্ভুজ সদৃশ হওয়ার শর্ত নির্ণয় করি।

কাজ

১। তিন-চার জনের দল গঠন করে নিচের কাজগুলো কর:

(ক) $KLMN$ চতুর্ভুজটি আঁক, যার $\angle K = 45^\circ$, $KL =$ 3 সে.মি., $LM =$ 2 সে.মি., $MN = 3$ সে.মি., $NK =$ 2.5 সে.মি.।

[ইঙ্গিত: প্রথমে $\angle K$ কোণটি আঁক এবং কোণের বাহু দুটি থেকে KL ও KN সমান দূরত্বে দুটি বিন্দু চিহ্নিত কর। অতঃপর অপর দুই বাহু আঁক।]

(খ) $WXYZ$ চতুর্ভুজটি আঁক, যার $WX =$ 6 সে.মি., $XY =$ 4 সে.মি., $YZ = 6$ সে.মি., ZW=5 সে.মি., ▪ $\angle$w=45°. এ চতুর্ভুজটি কি অনন্য?

(গ) $KLMN$ ও $WXYZ$ চতুর্ভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত সমান কি?

(ঘ) $KLMN$ ও $WXYZ$ চতুর্ভুজের অনুরূপ কোণগুলো পরিমাপ কর। সেগুলো কি পরস্পর সমান?

(ঘ) $KLMN$ ও $WXYZ$ সদৃশ কি?

লক্ষণীয় যে, দুটি সদৃশ চতুর্ভুজের

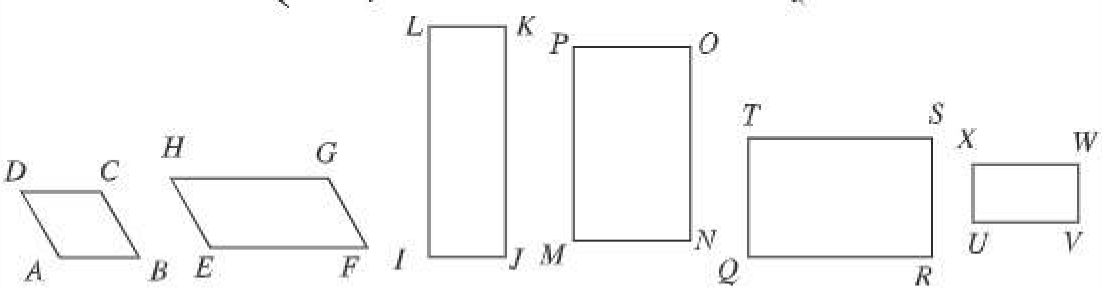
(ক) অনুরূপ কোণগুলো সমান এবং

(খ) অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক।

দুটি চতুর্ভুজের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক হলে চতুর্ভুজ দুটি সদৃশ।

কাজ

১। নিচের চিত্রগুলোর সদৃশ জোড় চিহ্নিত কর। তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।



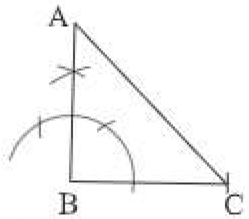
উদাহরণ ১। ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা।

(ক) একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর।

(খ) দেখাও যে, $\angle A = \angle B = \angle C$

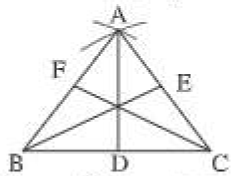
(গ) প্রমাণ কর যে, AD = BE = CF

(ক)



ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB = BC

(খ)



দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজের AB = AC = BC

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A = \angle B = \angle C$

অঙ্কন: AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা অঙ্কন করি।

প্রমাণ: ΔABD ও ΔACD এ

AB = AC

BD = CD [$\because AD$ মধ্যমা]

AD সাধারণ বাহু

$\because \Delta ABD \equiv \Delta ACD$

$\angle ABD = \angle ACD$

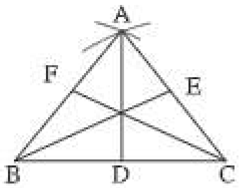
অর্থাৎ $\angle B = \angle C$

অনুরূপে দেখানো যায় যে,

$\angle A = \angle B$

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C$

গ।



বি:নি: দেওয়া আছে, ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD, BE ও CF তিনটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, AD=BE=CF.

প্রমাণ ঃ AB = AC. $\therefore ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ

$\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}AC$

BF = CE $\because F$ ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু।

ΔBEC ও ΔBFC এ

BE = CF

BC = BC সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BCE$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CBF$ $\because \angle B = \angle C$

. $\Delta BEC \equiv \Delta BFC$

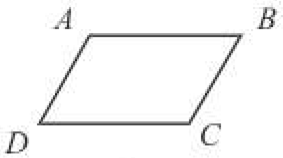
. $BE = CF$

অনুরূপে দেখানো যায় যে, AD=BE

AD = BE = CF (প্রমাণিত)

অনুশীলনী ১০·৩

১।



চিত্রে $ABCD$ সামান্তরিক। $\angle B =$ কত?

(ক) $\angle C$ (খ) $\angle D$
(গ) $\angle A - \angle D$ (ঘ) $\angle C - \angle D$

২। ΔABC এ $\angle B > \angle C$ হলে কোনটি সঠিক?

(ক) $BC > AC$ (খ) $AB > AC$
(গ) $AC > BC$ (ঘ) $AC > AB$

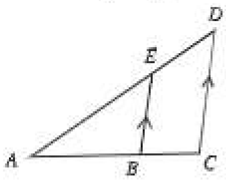
৩। চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি কত?

(ক) ১ সমকোণ (খ) ২ সমকোণ
(গ) ৩ সমকোণ (ঘ) ৪ সমকোণ

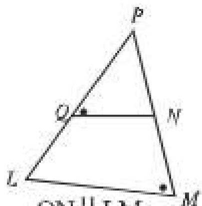
৪। ΔABC-এ $\angle A = 70^0, \angle B = 20^0$ হলে ত্রিভুজটি কী ধরনের?

(ক) সমকোণী (খ) সমদ্বিবাহু
(গ) সূক্ষ্মকোণী (ঘ) সমবাহু

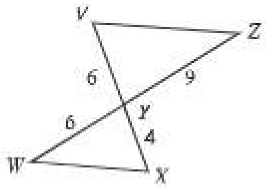
৫। নিচের প্রতিটি চিত্রে ত্রিভুজ দুটির সদৃশতার কারণ বর্ণনা কর।



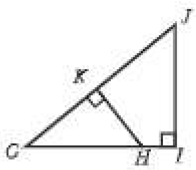
BE||CD

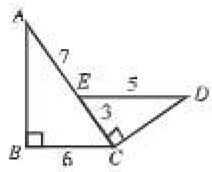


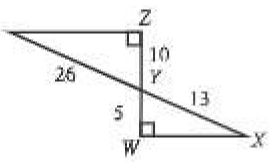
QN||LM



WX||YZ

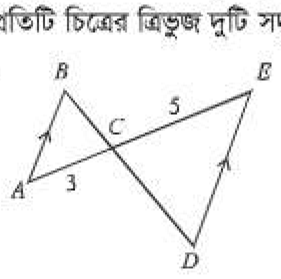




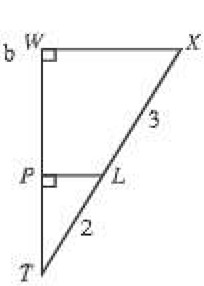


৬। প্রমাণ কর যে, নিচের প্রতিটি চিত্রের ত্রিভুজ দুটি সদৃশ।

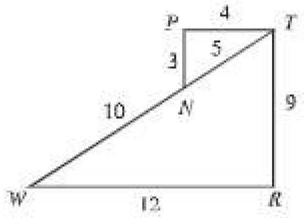
a



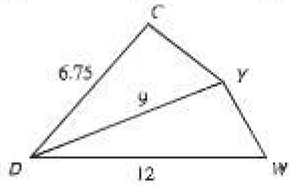
b



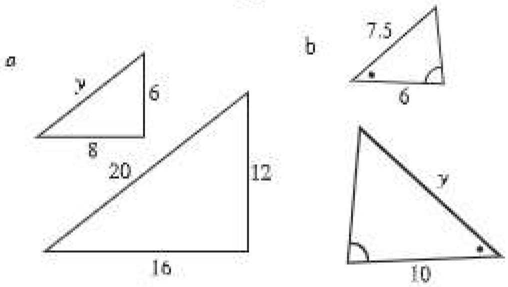
৭। দেখাও যে, ΔPTN এবং ΔRWT সদৃশ।



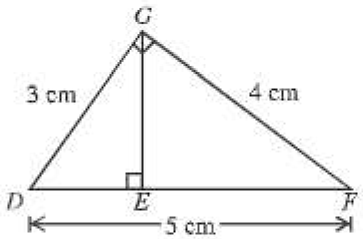
৮। DY রেখাংশ $\angle CDW$ কোণটির দ্বিখণ্ডক। দেখাও যে, ΔCDY ও ΔYDW সদৃশ।



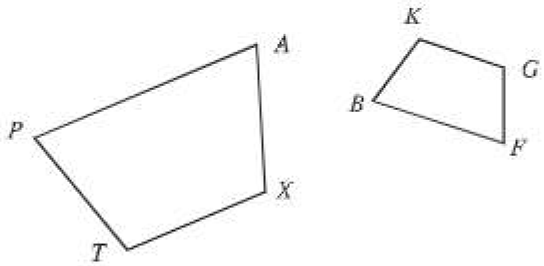
৯। নিচের প্রতিটি সদৃশ ত্রিভুজ জোড়া থেকে y এর মান বের কর।



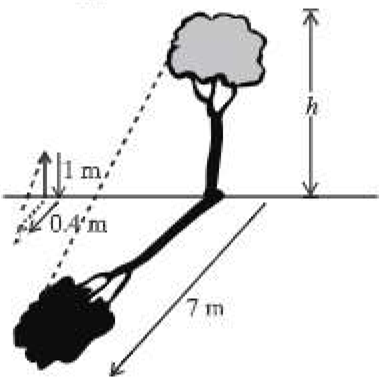
১০। প্রমাণ কর যে, চিত্রের ত্রিভুজ তিনটি সদৃশ।



১১। চতুর্ভুজ দুটির অনুরূপ কোণ ও অনুরূপ বাহুগুলো চিহ্নিত কর। চতুর্ভুজ দুটি সদৃশ কি-না যাচাই কর।



১২। 1 মিটার দৈর্ঘ্যের একটি লাঠি মাটিতে দণ্ডায়মান অবস্থায় 0.4 মিটার ছায়া ফেলে। একই সময়ে একটি খাড়া গাছের ছায়ার দৈর্ঘ্য 7 মিটার হলে গাছটির উচ্চতা কত?



২০২৫

১৩। ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB = AC এবং D, BC এর মধ্যবিন্দু। DE ও DF যথাক্রমে AC ও AB এর উপর লম্ব।

(ক) তথ্যের আলোকে ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন করে D বিন্দুটি চিহ্নিত কর।

(খ) দেখাও যে, $AD \perp BC$

(গ) প্রমাণ কর যে, DE = DF

১৪। ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB=AC, এর অভ্যন্তরে D এমন একটি বিন্দু যেন BDC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হয়।

(ক) বর্ণনা অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর।

(খ) প্রমাণ কর যে, $\angle ABC = \angle ACB$

(গ) দেখাও যে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$

১৫। ΔABC এ AB = AC এবং BE ও CF যথাক্রমে AC ও AB এর উপর লম্ব।

(ক) বর্ণনা অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর।

(খ) দেখাও যে, $\angle B = \angle C$

(গ) প্রমাণ কর যে, BE = CF