

অধ্যায় - ৪

প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি (Polynomial Expression)- Class 9 Math BD 2024 – চতুর্থ অধ্যায় (অনুশীলনী: 1 - 8 পর্যন্ত)

প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি

আমাদের সমাধানকৃত এই অধ্যায় হলো নতুন কারিকুলামভূক্ত ৯ম শ্রেণির চতুর্থ অধ্যায় যার নাম রাখা হয়েছে প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি। এখানে আমরা অনুশীলনীর প্রশ্নের সমাধান করেছি এবং পাঠ্যবইয়ের আলোচনা অংশের সমাধান দ্রুত নিয়ে আসছি। এর জন্য আমাদের সাথে থাক।

প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি

এই অভিজ্ঞতায় শিখতে পারবে-

- বহুপদী রাশির গঠন প্রক্রিয়া।
- বহুপদী রাশির যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ।
- বহুপদী রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণের পদ্ধতি।
- উৎপাদক উপপাদ্য।
- পূর্ণবর্গ রাশির উৎপাদক।
- ঘনরাশির যোগফলের ও বিয়োগফলের উৎপাদক।
- আংশিক ভগ্নাংশে পরিবর্তনের বিভিন্ন পদ্ধতি।

অনুশীলনী-৪

১. তিনটি বাস্তব উদাহরণ থেকে বহুপদী রাশি গঠন করো।

সমাধানঃ

(i) টাকা জমানোর প্লান এর উদাহরণঃ

রহিমের কাছে 100 টাকা আছে এবং সে প্রতি মাসে 50 টাকা করে জমাতে চায়। তাহলে n মাস পর

জমা টাকার পরিমাণ $S(n)$ হলে, উক্ত টাকা জমানোর প্লানের বহুপদী রাশিঃ



$$S(n) = 50n + 100$$

(ii) চাল-ডালের হিসাবের উদাহরণঃ

করিম বাজারে গিয়ে দেখল প্রতি কেজি চাল ও ডালের দাম যথাক্রমে x ও y টাকা। তিনি 6 কেজি চাল ও 2 কেজি ডাল কিনলেন। তাহলে, করিম সাহেবের চাল ডাল বাবদ খরচকে আমরা নিম্নোক্ত বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি।

$$\text{মোট খরচ} = 6x + 2y$$

(iii) জমির ক্ষেত্রফলের উদাহরণঃ

সমরেশ বাবুর একখন্ড আয়তাকার জমি আছে যার দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y . তাহলে, সমরেশ বাবুর জমির ক্ষেত্রফলকে আমরা বহুপদী রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করতে পারি যা নিম্নরূপ।

$$\text{জমির ক্ষেত্রফল} = xy$$

২. নিচের নির্দেশনা মোতাবেক বহুপদী রাশির উদাহরণ দাও।

- i) এক চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী
- ii) এক চলক, ত্রিমাত্রিক, চতুপদী
- iii) দুই চলক, ত্রিমাত্রিক, দ্বিপদী
- iv) দুই চলক, ত্রিসমমাত্রিক, ত্রিপদী
- v) চার চলক, চক্রক্রমিক, চতুর্মাত্রিক

সমাধানঃ

(i) $3x^3 - 2x$

(ii) $3x^3 - 2x^2 - 3x + 2$

(iii) $x^3 + y^3$

(iv) $x^3 + x^2y + xy^2$

$$(v) x^4+y^4+z^4+m^4$$

[আমাদের এই অংশ বা অধ্যায়ের নাম প্রকৃতি ও প্রযুক্তিতে বহুপদী রাশি, যা অনুশীলনীভিত্তিক সমাধান নিয়ে সাজানো। আমাদের সাথে থাকার জন্য ধন্যবাদ।]

৩. উদাহরণ দাও:

- i) সমমাত্রিক, প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি,
- ii) সমমাত্রিক, প্রতিসম বহুপদী রাশি কিন্তু চক্রক্রমিক নয়,
- iii) সমমাত্রিক, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি কিন্তু প্রতিসম নয়,
- iv) প্রতিসম, চক্রক্রমিক বহুপদী রাশি, কিন্তু সমমাত্রিক নয়।

সমাধানঃ

$$(i) x^2+y^2+z^2$$

$$(ii) x^2+y^2 - z^2$$

$$(iii) xy + yz + zx$$

$$(iv) x^3+y^3+z^3 - 3x^2y^2z^2$$

৪.

- i) ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে $x^4 - 3x^2 + 1$ কে $2x^2 - 3$ দ্বারা ভাগ করো।

সমাধানঃ

$$2x^2-3) \quad x^4 - 3x^2 + 1 \quad (\quad \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}$$

$$-(x^4-\frac{3}{2}x^2)$$

$$-\frac{3}{2}x^2 + 1$$

$$-(-\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4})$$

$$-5/4$$

∴ নির্ণেয় ভাগফল

$$5/4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4} - \frac{\quad}{2x^2-3}$$

ii) ভাগ প্রক্রিয়ার মাধ্যমে $5x^3 - 3x - 2$ কে $3x - 2$ দ্বারা ভাগ করো এবং ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে তোমার পাওয়া ভাগশেষের সত্যতা যাচাই করো।

সমাধানঃ

$$3x - 2 \mid 5x^3 - 3x - 2 \left(\frac{5}{3}x^2 + \frac{10}{9}x - \frac{7}{27} \right.$$

$$- (5x^3 - \frac{10}{3}x^2)$$

$$\frac{10}{3}x^2 - 3x$$

$$- (\frac{10}{3}x^2 - \frac{20}{9}x)$$

$$-\frac{7}{9}x - 2$$

$$-(-\frac{7}{9}x + \frac{14}{27})$$

$$-\frac{68}{27}$$

$$\therefore \text{প্রাপ্ত ভাগশেষ} = -\frac{68}{27}$$

ভাগশেষ উপপাদ্য ব্যবহার করে প্রাপ্ত ভাগশেষের সত্যতা যাচাইঃ

$$\text{এখানে, } P(x) = 5x^3 - 3x - 2$$

এবং $3x - 2$, $P(x)$ এর একটি উৎপাদক।

তাহলে, $x = \frac{2}{3}$ ধরে $P(x)$ এর মান নির্ণয় করি।

$$P(\frac{2}{3}) = 5(\frac{2}{3})^3 - 3(\frac{2}{3}) - 2$$

$$= 5 \cdot \frac{8}{27} - 2 - 2$$

$$= 40/27 - 4$$

$$= \frac{40 - 108}{27}$$

$$= -68/27$$

= প্রাপ্ত ভাগশেষের সমান [সত্যতা যাচাই করা হলো]

৫. নিচের বহুপদী রাশিগুলোর কোনটি বাস্তব মৌলিক রাশি তা নির্ণয় করো। যেগুলো বাস্তব মৌলিক রাশি নয় সেগুলোকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।

i) $x^2 - 5x - 14$

সমাধানঃ

ধরি, $P(x) = x^2 - 5x - 14$

এখন, $x = 7$ হলে,

$$P(7) = 7^2 - 5 \cdot 7 - 14 = 49 - 35 - 14 = 49 - 49 = 0$$

∴ $(x-7)$, প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ $x^2 - 5x - 14$ একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ

$$x^2 - 5x - 14$$

$$= x^2 - 7x + 2x - 14$$

$$= x(x-7) + 2(x-7)$$

$$= (x-7)(x+2)$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

ii) $x^2 - 5x + 2$

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$ax^2+bx+c = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$$

তাহলে, $x^2 - 5x + 2 = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2-4.1.2}}{2.1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

এখন $\sqrt{17}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য $x^2 - 5x + 2$ কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, $x^2 - 5x + 2$, $[x \neq 0]$ দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

iii) $2x^2 + 3x + 1$

সমাধানঃ

ধরি, $P(x) = 2x^2 + 3x + 1$

এখন, $x = -1$ হলে,

$$P(-1) = 2.(-1)^2 + 3.(-1) + 1 = 2 - 3 + 1 = 3 - 3 = 0$$

$\therefore (x+1)$, প্রদত্ত রাশির একটি উৎপাদক, অর্থাৎ $2x^2 + 3x + 1$ একটি বাস্তব মৌলিক রাশি নয়।

উৎপাদকে বিশ্লেষণঃ

$$\begin{aligned} &2x^2 + 3x + 1 \\ &= 2x^2 + 2x + x + 1 \end{aligned}$$

$$= 2x(x+1)+1(x+1)$$

$$= (x+1)(2x+1)$$

$$\text{iv) } 3x^2 + 4x - 1$$

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$ax^2+bx+c = 0 \text{ এর ক্ষেত্রে,}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$$

$$\text{তাহলে, } 3x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ এর ক্ষেত্রে,}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{(4^2-4.3.-1)}}{2.3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-4 \pm \sqrt{28}}{6}$$

এখন $\sqrt{28}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু x এর এই মানের জন্য $3x^2 + 4x - 1$ কে সরল বহুপদী রাশির মাধ্যমে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যাবে না। এমতাবস্থায়, $3x^2 + 4x - 1$, $[x \neq 0]$ দ্বিঘাত রাশিটি একটি বাস্তব মৌলিক রাশি।

৬. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

$$\text{i) } x^3 - 5x + 4$$

সমাধানঃ

$$\text{ধরি, } P(x) = x^3 - 5x + 4$$

$$\text{এখন, } x=1 \text{ হলে,}$$

$$P(1) = 1^3 - 5 \cdot 1 + 4 = 1 - 5 + 4 = 0$$

তাহলে, $(x-1)$ হলো $x^3 - 5x + 4$ এর একটি উৎপাদক।

অতএব,

$$x^3 - 5x + 4$$

$$= x^2(x-1) + x(x-1) - 4(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2+x-4) \text{ [Ans.]}$$

If it is helpful for you,
donate us please

$$\text{ii) } x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

Bkash Personal

সমাধানঃ

01916973743

$$\text{ধরি, } P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

এখন, $x = 2$ হলে,

$$P(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 2 = 8 - 12 + 6 - 2 = 14 - 14 = 0$$

তাহলে, $(x-2)$ হলো $x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ এর একটি উৎপাদক।

অতএব,

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 2$$

$$= x^2(x-2) - x(x-2) + 1(x-2)$$

$$= (x-2)(x^2-x+1) \text{ [Ans.]}$$

$$\text{iii) } x^5 - 16xy^4$$

সমাধানঃ

$$x^5 - 16xy^4$$

$$= x(x^4-16y^4)$$

$$= x\{x^4-(2y)^4\}$$

$$= x[\{(x^2)^2-\{(2y)^2\}^2]$$

$$= x\{x^2+(2y)^2\}\{(x^2-(2y)^2)\}$$

$$= x(x^2+4y^2)(x+2y)(x-2y) \text{ [Ans.]}$$

৭. একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য অন্য একটি ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্যের বিপরীত গুণিতক। চৌবাচ্চা দুইটির দৈর্ঘ্যের যোগফল ৩ ফুট হলে, তাদের আয়তনের যোগফল কত?

সমাধানঃ

ধরি, ১ম ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = x

∴ ২য় ঘনক আকৃতির চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য = $1/x$

শর্তানুসারে,

$$x+1/x = 3$$

বা, $x^2 + 1 = 3x$ [উভয়পক্ষকে x দ্বারা গুণ করে]

$$\text{বা, } x^2-3x+1 = 0$$

এখন, আমরা জানি,

$$ax^2+bx+c = 0 \text{ এর ক্ষেত্রে,}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$$

তাহলে, $x^2-3x+1 = 0$ এর ক্ষেত্রে,

$$3 \pm \sqrt{\{(-3)^2-4.1.1\}}$$

$$x = \frac{2.1}{3 \pm \sqrt{5}}$$

$$2.1$$

$$3 \pm \sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2.1}{3 \pm \sqrt{5}}$$

$$2$$

$$\text{বা, } x = 0.38196 \text{ ফুট (প্রায়) অথবা, } x = 2.61803 \text{ ফুট (প্রায়)}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{0.38196} = 2.61803 \text{ ফুট (প্রায়) অথবা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{2.61803} = 0.38196 \text{ ফুট (প্রায়)}$$

তাহলে,

ঘনক দুইটির আয়তনের যোগফল

$$= x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$$

$$= (0.38196)^3 + (2.61803)^3$$

$$= 18 \text{ ঘন ফুট (প্রায়) [Ans.]}$$

৮. আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর:

$$x+1$$

$$\text{i) } \frac{x+1}{(x-1)^2(x^2+1)^2}$$

$$(x-1)^2(x^2+1)^2$$

সমাধানঃ

এর সমাধান পরে দেওয়া হবে, ধন্যবাদ।

$$x^3+1$$

$$\text{ii) } \frac{x^3+1}{x^2+1}$$

$$x^2+1$$

সমাধানঃ

$$x^2 + 1 \mid x^3 + 1 \quad (x$$

$$-(x^3 + x)$$

$$-----$$

$$-x + 1$$

এখানে, ভাগফল = x ও ভাগশেষ = $-x+1$

$$\begin{array}{r} x^3+1 \\ \div \text{-----} \\ x^2+1 \end{array}$$

$$= x + \frac{-x+1}{x^2+1}$$

$$= x - \frac{x-1}{x^2+1}$$

অর্থাৎ, $\frac{x-1}{x^2+1}$ হলো
একটি আংশিক ভগ্নাংশ।

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743