

১নং প্রশ্নের সমাধান:

$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{2.3} + \frac{x^3}{3.4} + \frac{x^4}{4.5} + \dots$  একটি অসীম ধারা।

ক) দেখাও যে,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = x$

খ) ধারাটির অভিসৃতি পরীক্ষা কর যখন (i)  $x < 1$ ; (ii)  $x = 1$

গ)  $x = 1$  হলে ধারাটির অসীমতক সমষ্টি বিদ্যমান থাকলে নির্ণয় কর।

(ক) এর সমাধান

$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{2.3} + \frac{x^3}{3.4} + \frac{x^4}{4.5} + \dots$  এর অসীম ধারা।

$$u_{n+1} = \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$$

$$u_{n+1} = \frac{x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$$

$$\therefore \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{x^{n+1}}{(n+1)(n+2)} \times \frac{n(n+1)}{x^n}$$

$$= \frac{x^{n+1}}{x^n} \cdot \frac{n}{n+2} = \frac{x}{1 + \frac{2}{n}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{2}{n}} \cdot x = x \text{ (দেখানো হলো)}$$

(খ) এর সমাধান

(i) সুতরাং, যেহেতু  $x < 1$  অর্থাৎ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = x < 1$

D'Alembert অনুপাত পরীক্ষার সাহায্যে বলা যায়, ধারাটি অভিসৃত।

(ii) যখন  $x = 1$  তখন ধারাটি  $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots$

$$n \text{ তম পদ } u_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\text{ধরি, } v_n = \frac{1}{n^2}$$

যেখানে  $v_n$  একটি অভিসৃত ধারার সাধারণ পদ

এখন,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2 + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{n}} = 1$

যা একটি সসীম সংখ্যা, অতএব তুলনামূলক পরীক্ষার সাহায্যে বলা যায় ধারাটি অভিসৃত।

(গ) এর সমাধান

$x = 1$  বসিয়ে

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ধারা} &= \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.2} + \dots \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots \end{aligned}$$

$x = 1$  হলে ধারাটির অসীমতক মান বিদ্যমান এবং নির্ণেয় মান = 1

২নং প্রশ্নের সমাধান:

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  দ্বিপদী রাশির ক্ষেত্রে নিম্নের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

ক) যদি .. ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় তবে রাশির বিস্তারের পদসংখ্যা কত ?

খ) দেখাও যে মধ্যপদটি  $x$  বর্জিত এবং পদটি  $\frac{1.4.5 \dots (2n-1)}{n!} (-2)^n$  যেখানে  $n \in N$ .

গ) যদি  $n = 6$  হয় তবে  $x^6$  এর সহগ নির্ণয় কর।

(ক) এর সমাধান

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  বিস্তৃতির ক্ষেত্রে,

$n$  যদি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয়, তবে রাশিটির বিস্তারের পদসংখ্যা  $(2n + 1)$  টি।

(খ) এর সমাধান

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  এর বিস্তৃতির পদ সংখ্যা  $(2n + 1)$  টি যা বিজোড় সংখ্যা।

সুতরাং, এর মধ্যপদ হবে একটি অর্থাৎ  $\left(\frac{2n}{2} + 1\right)$  বা  $(n + 1)$  তম পদ।

$$\begin{aligned} \therefore (n+1) \text{ তম পদ} &= {}^{2n}C_n \times \left(-\frac{1}{x}\right)^n = {}^{2n}C_n \cdot x^n \cdot (-1)^n \cdot x^{-n} \\ &= (-1)^n \cdot {}^{2n}C_n = (-1)^n \cdot \frac{(2n)!}{(2n-n)!n!} \\ &= (-1)^n \cdot \frac{2n \cdot (2n-1)(2n-2)(2n-3) \dots 4.3.2.1}{n!n!} \\ &= (-1)^n \cdot \frac{1.2.3.4 \dots (2n-3)(2n-2)(2n-1)2n}{n!n!} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (-1)^n \cdot \frac{\{1.3.5...(2n-3)(2n-1)\}\{2.4.6...(2n-2)2n\}}{n!n!} \\
&= (-1)^n \cdot \frac{\{1.3.5...(2n-3)(2n-1)\}2^n \{1.2.3.4...(n-2).n\}}{n!n!} \\
&= \frac{\{1.3.5...(2n-1)\}\{1.2.3...n\}}{n!n!} (-1)^n 2^n \\
&= \frac{\{1.3.5...(2n-1)\}n!}{n!n!} (-2)^n \\
&= \frac{1.3.5...(2n-1)}{n!} (-2)^n
\end{aligned}$$

[মধ্যপদটিতে কোনো x নেই, মধ্যপদটি x বর্জিত পদ হবে।]

**(গ) এর সমাধান**

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  দ্বিপদী রাশিটিতে  $n = 6$  বসালে

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2 \times 6} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$  এর বিস্তৃতি  $(r + 1)$  তম পদে  $x^6$  এর সহগ বিদ্যমান (ধরি)

$$\begin{aligned}
\therefore (r + 1) \text{ তমপদ} &= {}^{12}C_r (x)^{12-r} \left(-\frac{1}{x}\right)^r \\
&= (-1)^r {}^{12}C_r x^{12-r} x^{-r} \\
&= (-1)^r {}^{12}C_r x^{12-2r}
\end{aligned}$$

যেহেতু পদটিতে  $x^6$  আছে,

$$\therefore 12 - 2r = 6 \text{ বা } -2r = 6 - 12$$

বা,  $r = 3$

$$\therefore x^6 \text{ এর সহগ} = (-1)^{312} C_3 = -{}^{12}C_3$$

**উত্তরঃ**  $-{}^{12}C_3$

**৩নং প্রশ্নের সমাধান:**

$\frac{x}{(1-ax)(1-bx)}$  একটি দ্বিপদী।

ক) প্রদত্ত দ্বিপদীটির বিস্তারে  $x^n$  এর সহগ নির্ণয় কর।

খ) প্রদত্ত দ্বিপদীটিতে  $a = 4, b = 5$  লিখে বিস্তার কর।

গ)  $\frac{3}{(1-ax)(1-bx)}$  কে বিস্তার কর যখন  $a = 4, b = 5$ .

**(ক) এর সমাধান**

নিম্নে  $\frac{x}{(1-ax)(1-bx)}$  কে কভার আপ রুল পদ্ধতির সাহায্যে আংশিক ভগ্নাংশে পরিণত করা হলো।

ধরি,  $\frac{x}{(1-ax)(1-bx)} = \frac{A}{1-ax} + \frac{B}{1-bx} \dots\dots\dots(i)$

$$A = \left[ \frac{x}{1-bx} \right]_{x=\frac{1}{a}} = \frac{\frac{1}{a}}{1-\frac{b}{a}} = \frac{\frac{1}{a}}{\frac{a-b}{a}} = \frac{1}{a-b}$$

$$B = \left[ \frac{x}{1-ax} \right]_{x=\frac{1}{b}} = \frac{\frac{1}{b}}{1-\frac{a}{b}} = \frac{\frac{1}{b}}{\frac{b-a}{b}} = \frac{1}{b-a}$$

সুতরাং (i) নং থেকে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{x}{(1-ax)(1-bx)} &= \frac{1}{a-b} \cdot \frac{1}{1-ax} + \frac{1}{b-a} \cdot \frac{1}{1-bx} \\ &= \frac{1}{a-b} (1-ax)^{-1} - \frac{1}{a-b} (1-bx)^{-1} \\ &= \frac{1}{a-b} \{1 + ax + (ax)^2 + (ax)^3 + \dots\dots\dots + (ax)^n + \dots\dots\dots\} \\ &= -\frac{1}{a-b} \{1 + bx + (bx)^2 + (bx)^3 + \dots\dots\dots\} \end{aligned}$$

$$\therefore x^n \text{ এর সহগ} = \frac{1}{a-b} \cdot a^n - \frac{1}{a-b} \cdot b^n = \frac{a^n - b^n}{a-b} (Ans)$$

### (খ) এর সমাধান

a=4, b=5 হলে  $\frac{x}{(1-ax)(1-bx)} = \frac{x}{(1-4x)(1-5x)}$

ধরি,  $\frac{x}{(1-4x)(1-5x)} = \frac{A}{1-4x} + \frac{B}{1-5x} \dots\dots\dots(ii)$

$$A = \left[ \frac{x}{1-5x} \right]_{x=\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{1-5 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{4-5}{4}} = -1$$

$$B = \left[ \frac{x}{1-4x} \right]_{x=\frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{1-4 \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{5-4}{5}} = 1$$

(ii) নং থেকে পাই,  $\frac{x}{(1-4x)(1-5x)} = \frac{-1}{1-4x} + \frac{1}{1-5x}$

$$\begin{aligned} &= -(1-4x)^{-1} + (1-5x)^{-1} \\ &= -\{1 + 4x + (4x)^2 + (4x)^3 + \dots\dots\dots\} + \{1 + 5x + (5x)^2 + (5x)^3 + \dots\dots\dots\} \\ &= -1 - 4x - 16x^2 - 64x^3 - \dots\dots\dots + 1 + 5x + 25x^2 + 125x^3 + \dots\dots\dots \\ &= x + 9x^2 + 61x^3 + \dots\dots\dots (Ans) \end{aligned}$$

### (গ) এর সমাধান

$$a = 4, b = 5 \text{ হলে } \frac{3}{(1-ax)(1-bx)} = \frac{3}{(1-4x)(1-5x)} \dots\dots\dots (iii)$$

$$\text{ধরি } \frac{3}{(1-4x)(1-5x)} = \frac{A}{1-4x} + \frac{B}{1-5x}$$

$$A = \left[ \frac{3}{1-5x} \right]_{x=\frac{1}{4}} = \frac{3}{1-\frac{5}{4}} = \frac{3}{\frac{4-5}{4}} = -12$$

$$\text{এবং } B = \left[ \frac{x}{1-4x} \right]_{x=\frac{1}{5}} = \frac{3}{1-\frac{4}{5}} = \frac{3}{\frac{5-4}{5}} = 15$$

(iii) নং থেকে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{3}{(1-4x)(1-5x)} &= \frac{-12}{1-4x} + \frac{15}{1-5x} \\ &= -12(1-4x)^{-1} + 15(1-5x)^{-1} \\ &= -12\{1+4x+(4x)^2+(4x)^3+\dots\dots\dots\} + 15\{1+5x+(5x)^2+(5x)^3+\dots\dots\dots\} \\ &= -12-48x-192x^2-768x^3+\dots\dots\dots + 15+75x+375x^2+1875x^3+\dots\dots\dots \\ &= 3+27x+183x^2+1107x^3+\dots\dots\dots (Ans) \end{aligned}$$

### 8. নং প্রশ্নের সমাধান:

$$\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10} \text{ এর বিস্তৃতি থেকে}$$

- ক) মধ্যপদ (মধ্যপদদ্বয়) নির্ণয় কর।
- খ)  $x$  বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর।
- গ) বিস্তৃতি থেকে  $x^5$  এর সহগ নির্ণয় কর।

### (ক) এর সমাধান

$$\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10} \text{ এর}$$

শক্তিসূচক জোড় বলে একটি মধ্যপদ থাকবে।

$\therefore$  মধ্যপদটি  $\left(\frac{10}{2}+1\right)$  বা,  $(5+1)$  তম পদ

$$\begin{aligned} \therefore (5+1) \text{ তম পদ} &= {}^{10}C_5 (3x^2)^{10-5} \left(-\frac{1}{2x}\right)^5 \\ &= {}^{10}C_5 \cdot 3^5 \cdot x^{10} (-1)^5 \frac{1}{2^5 \cdot x^5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= {}^{10}C_5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-5} \cdot x^{10-5} \\
&= {}^{10}C_5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-5} \cdot x^5 \\
&= -\frac{15309}{8} x^5 (Ans.)
\end{aligned}$$

### (খ) এর সমাধান

$\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10}$  এর বিস্তৃতির

$$\begin{aligned}
(r+1) \text{ তম পদ} &= {}^{10}C_r (3x^2)^{10-r} \left(-\frac{1}{2x}\right)^r \\
&= {}^{10}C_r 3^{10-r} x^{20-2r} (-1)^r 2^{-r} x^{-r} \\
&= {}^{10}C_r 3^{10-r} x^{20-3r} (-1)^r 2^{-r}
\end{aligned}$$

আমরা জানি,  $(r+1)$  তম পদে  $x$  বর্জিত পদ  $x^0$  আছে।

$$\therefore 20 - 3r = 0$$

$$\text{বা, } 3r = 20$$

$$\therefore r = \frac{20}{3}$$

যেহেতু  $r$  এর মান পূর্ণসংখ্যা নয় সুতরাং প্রদত্ত বিস্তৃতিতে  $x$  বর্জিত পদ নেই। ..

### (গ) এর সমাধান

$$(r+1) \text{ তম পদ} = {}^{10}C_r 3^{10-r} x^{20-3r} (-1)^r 2^{-r} \text{ [‘খ’ হতে]}$$

মনে করি,  $(r+1)$  তম পদে  $x^5$  আছে।

$$\therefore 5 = 20 - 3r$$

$$\text{বা, } 3r = 20 - 5$$

$$\text{বা, } 3r = 15$$

$$\therefore r = 5$$

$$\begin{aligned}
\therefore x^5 \text{ এর সহগ} &= {}^{10}C_r 3^{10-5} (-1)^5 2^{-5} \\
&= {}^{10}C_r 3^5 \cdot \frac{1}{2^5} = -\frac{15309}{8} (Ans.)
\end{aligned}$$

প্র্যাকটিস অংশ: সৃজনশীল প্রশ্ন:

### সৃজনশীল প্রশ্ন-১

$$১। A + B = \frac{\pi}{2}, C = (1 - 4x)^{\frac{-1}{2}} \text{ এবং } D = 4 \cos x \cos 2x \cos 3x.$$

ক.  $A = \sin^{-1}x$ ,  $B = \sin^{-1}$  হলে, দেখাও যে,  $x^2 = 1 - y^2$

খ. সমাধান কর:  $D = 1$ , যেখানে  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

গ. দেখাও যে, C এর বিস্তৃতিতে  $x^r$  এর সহগ  $\frac{(2r)!}{(r!)^2}$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২

২। (i)  $\left(3x^2 + \frac{a}{x}\right)^{12}$  একটি দ্বিপদী রাশি।

(ii)  $(1-2x)^{-\frac{1}{2}}$  একটি দ্বিপদী রাশি।

ক. (i) এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর।

খ. (ii) এর বিস্তৃতিতে  $x$  বর্জিত পদ নির্ণয় কর।

গ. (i) এর বিস্তৃতিতে  $x^{10}$  এর সহগ নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩

৩।  $(p-3x)^k$  একটি দ্বিপদী রাশি।

ক.  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$  এর বিস্তৃতি থেকে মধ্যপদটি নির্ণয় কর।

খ.  $(p-3x)^k$  এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে  $q - \frac{21}{2}qx$  ও  $\frac{189}{4}qx^2$  হলে  $p$ ,  $q$  ও  $k$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপকের দ্বিপদী রাশিটিতে  $p=1$  ও  $k=\frac{1}{2}$  হলে, দেখাও যে,  $(p-3x)^k$  এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ  $\frac{(2n)!}{(n!)^2} \left(\frac{3}{4}\right)^n$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৪

৪।  $x + y \leq 5$

$y - 4x \geq 0$

$y \geq x - 2$

$x \geq 0, y \geq 0$

ক.  $(1+x)^n$  এর বিস্তৃতিতে সপ্তম ও অষ্টম পদ যথাক্রমে  $a$  ও  $b$  হলে প্রমাণ কর যে,  $\frac{b}{a} = \frac{n-6}{7}x$

খ. দেখাও যে,  $(1-4x)^{\frac{1}{2}}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^r$  এর সহগ  $\frac{(2r)!}{(r!)^2}$

গ.  $z=5x+y$  সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর, যেখানে,

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৫

৫।  $f(x) = 4x^2 - 6x + 1$

ক.  $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$  এর 6 তম পদ নির্ণয় কর।

খ.  $g(x) = f(x) - 4x^2$  হয় তবে দেখাও যে,  $\{g(x)\}^{-1/2}$  এর বিস্তৃতিতে  $(r+1)$  তম পদের সহগ  $\frac{(2r)!}{(r!)^2} \left(\frac{3}{2}\right)^r$

গ.  $f(x) = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়, হাল, এমন একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয়  $\alpha^2 + \frac{1}{\beta}, \beta^2 + \frac{1}{\alpha}$  হবে।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৬

৬।  $y = 1 + 3x$  এবং  $z = \frac{1}{3x}$

ক.  $z^{12}$  এর বিস্তৃতি থেকে মধ্য পদ নির্ণয় কর।

খ.  $y^n$  এর বিস্তৃতিতে তৃতীয় ও চতুর্থ পদ যথাক্রমে  $27bx^2$  ও  $135bx^3$  হলে  $b$  ও  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $y^p z^q$  এর বিস্তৃতি থেকে সাধারণ পদ বের করে  $x$  বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৭

৭।  $(a-y)^n$  একটি বীজগুণিতক রাশি।

ক.  $ax^2 + bx - a = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়, হলে  $a+b$  এবং  $a-b$  মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর।

খ. প্রদত্ত রাশির বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে  $b, \frac{21}{2}bx$  ও  $\frac{189}{4}bx^2$  হলে  $a, b, n$  এর মান নির্ণয় কর। যেখানে  $y = -3x$ .

গ.  $a=1, y=4x$  এবং  $n = -\frac{1}{2}$  প্রদত্ত রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x^{r+1}$  তম পদের সহগ নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৮

৮।  $X = (1+a)^{44}, Y = \left(2a + \frac{2}{6a}\right)^{10}, Z = \left(3 + \frac{a}{2}\right)^n$

ক.  $X$  এর বিস্তৃতিতে ২১ তম এবং ২২ তম পদ সমান হলে,  $a$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $Y$  এর বিস্তৃতিতে  $a$  মুক্ত পদটি নির্ণয় কর এবং পদটির মান নির্ণয় কর।

গ.  $Z$  এর বিস্তৃতিতে  $a^7$  ও  $a^8$  এর সহগ সমান হলে  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৯

৯।  $P(x) = \left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n, Q(x) = (1-2x)(1-3x)$

ক.  $x^2 - ax + b = 0$  সমীকরণের মূল দুইটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা হলে প্রমাণ কর যে,  $a^2 = 1 + 4b$

খ.  $n = 11$  হলে প্রথম উদ্দীপকের বিস্তৃতিতে  $x^{10}$  এর সহগ নির্ণয় কর।

গ.  $\frac{1}{Q(x)}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^r$  এর সহগ নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১০



১০। উদ্দীপক:  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 2\right)^p$  একটি রাশি।

ক.  $p = 3$  হলে উদ্দীপকের রাশিটি বিস্তার কর।

খ. উদ্দীপকের রাশিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর।

গ.  $p = -\frac{1}{4}$  হলে দেখাও যে, উদ্দীপকের রাশিটির  $(n+1)$  তম পদ  $\frac{(2n)!}{(n!)^2 2^{2n} x^{\frac{4n+1}{2}}}$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১১

১১।  $f(t) = t^n$ , যেখানে  $n$  একটি যোগ্যবোধক পূর্ণসংখ্যা।

ক.  $f\left(3 + \frac{t}{2}\right)$  এর বিস্তৃতির ১ম চারটি পদ নির্ণয় কর।

খ.  $f\left(3 + \frac{t}{2}\right)$  এর বিস্তৃতিতে  $t^7$  এবং  $t^8$  এর সহগ সমান হলে  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে,  $f(1+t)^2$  এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ  $\frac{1.3.5.....(2n-1)}{n!} 2^n t^n$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১২

১২।

(i)  $\left(ax - \frac{b}{x}\right)^m$  একটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ii)  $R = \frac{x}{(1-px)(1-qx)}$

ক.  $\left(\frac{4x}{5} - \frac{5}{2x}\right)^4$  এর বিস্তৃতি কর।

খ.  $a=b=1$  এবং  $m=2n$  হলে দেখাও যে রাশিটির বিস্তৃতির মধ্যপদটির মান  $\frac{1.2.5.....(2m-1)}{n!} (-2)^n$ ; যেখানে  $n \in \mathbb{N}$

গ. দেখাও  $R$  এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ  $\frac{p^n - q^n}{p - q}$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১৩

১৩। (i)  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  (ii)  $(1-5x+6x^2)^{-1}$

ক.  $x^2 - 5x + c = 0$  সমীকরণের একটি মূল 1 হলে অন্যটি কত?

খ. দেখাও যে, (i) নং এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ  $\frac{1.3.5.....(2n-1)}{n!} (-2)^n$  যেখানে  $n \in \mathbb{N}$ .

গ. দেখাও যে, (ii) নং বিস্তৃতিতে  $x^r$  এর সহগ  $3^{r+1} - 2^{r+1}$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-১৪

১৪। দৃশ্যকল্প-১:  $X = 1 - 4y$

দৃশ্যকল্প-২:  $Y = -81$

ক. সামাধান কর:  $\sqrt{3}(\tan x + \tan 2x) + \tan x + \tan 2x = 1$ .

খ. দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে দেখাও যে,  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  এর বিস্তৃতিতে  $y^r$  এর সহগ  $\frac{(2r)!}{(r!)^2}$

গ. দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে  $Y^{1/4}$  এর মান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৫

১৫।  $\left(2x^2 + \frac{p}{x}\right)^{20}$  একটি রাশি।

ক.  $-i$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ.  $x^{13}$  এবং  $x^{16}$  এর সহগদ্বয়ের অনুপাত সমান হলে,  $p$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $p$  এর মান ব্যবহার করে, বিস্তৃতিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৬

১৬।  $(a+p)^n$

ক.  $x$  এর শক্তির উর্ধ্বক্রম অনুসারে ৪র্থ পদ পর্যন্ত বিস্তার কর যেখানে  $a=1$ ,  $n = -\frac{1}{3}$ ,  $p = -2x$ .

খ.  $p=3x$  এবং বিস্তৃতির ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে  $b, \frac{21}{2}bx, \frac{189}{4}bx^2$  হলে  $b$  এর মান কত?

গ.  $a=1$ ,  $p = -8x$ ,  $n = -\frac{1}{2}$  হলে  $x^r$  এর সহগ  $\frac{2(2r)!}{(r!)^2}$

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৭

১৭। দৃশ্যকল্প-১:  $(1+4x)^p \left(1 + \frac{1}{4x}\right)^q$ ; দৃশ্যকল্প-২:  $(1-5x+6x^2)^{-1}$

ক.  $\left(3x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10}$  এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল্প-১ এর রাশিটির বিস্তৃতিতে ধ্রুব পদটির মান নির্ণয় কর।

গ. দৃশ্যকল্প-২ এর রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x^r$  এর সহগ  $3^{r+1} - 2^{r+1}$  প্রমাণ কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৮

১৮।  $P = (1-2x)^{-\frac{1}{2}} \dots \dots (i) F = 3x + y$

ক. প্যাসকেলের সূত্রের সাহায্যে  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$  কে বিস্তৃতি কর।

খ.  $P$  এর বিস্তৃতি থেকে দেখাও যে,  $(r+1)$  তম পদের সহগ  $= \frac{2r!}{2^r (r!)^2}$

গ.  $2x+y \leq 8$ ,  $2x+3y \leq 12$ ;  $x, y \geq 0$  হলে F এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

### দৃজনশীল প্রশ্ন-১৯

১৯। উদ্দীপকের আলোকে নিম্নে প্রশ্নগুলির উত্তর দাও:

(i)  $P = \left( \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2 \right)^2$  (ii)  $Q = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$

ক. P এর বিস্তৃতিতে কত তম পদটি মধ্য পদ?

খ. P এর বিস্তৃতিতে  $\frac{x}{y}$  বর্জিত পদটি নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, Q এর বিস্তৃতিতে  $(r+1)$  তম পদের সহগ  $\frac{(2r)!}{2^r (r!)^2}$

### দৃজনশীল প্রশ্ন-২০

২০। দৃশ্যকল্প-১:  $\left( x - \frac{1}{2} \right)^{2n}$  একটি দ্বিপদী রাশি যেখানে  $n \in \mathbb{N}$ .

দৃশ্যকল্প-২:  $(1-5x+6x^2)^{-1}$

ক. দ্বিপদী উপপাদ্যটি (সসীম ও অসীম ক্ষেত্রে) উল্লেখ কর। প্রযোজ্য ক্ষেত্রে ব্যবহৃত প্রতীকগুলোর শর্ত উল্লেখ করতে হবে।

খ. দেখাও যে, দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত দ্বিপদীটির বিস্তৃতিতে মধ্যপদের মান  $= \frac{1.3.5.....(2n-1)}{n!} (-2)^n$

গ. দেখাও যে, দৃশ্যকল্প-২ এ উল্লেখিত রাশিটির বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ  $3^{n+1} - 2^{n+1}$

### দৃজনশীল প্রশ্ন-২১

২১। দৃশ্যকল্প-১,  $(1+x)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি।

দৃশ্যকল্প-২,  $32x^3 - 48x^2 + 22x - 3 = 0$  একটি বহুপদী সমীকরণ যার মূলগুলো সমান্তর প্রগমনে আছে।

ক. যদি  $(1+x)^n = c_0 + c_1x + c_2x^2 + ..... c_nx^n$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $c_0 + c_2 + c_4 + ..... = 2^{n-1}$

খ. যদি  $(1+x)^n$  এর বিস্তৃতিতে ৬ষ্ঠ, ৭ম, ৮ম ও ৯ম পদ যথাক্রমে a, b, c, d হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\frac{b^2 - ac}{c^2 - bd} = \frac{4a}{3c}$

গ. দৃশ্যকল্প-২ এ বর্ণিত সমীকরণটির মূলগুলো নির্ণয় কর।

### দৃজনশীল প্রশ্ন-২২

২২।  $ax^2+bx+c=0$  এবং  $\left( x - \frac{1}{x} \right)^{2n}$  যথাক্রমে একটি দ্বিঘাত সমীকরণ এবং দ্বিপদী রাশি।

ক. দ্বিঘাত সমীকরণের পৃথায়ক কাকে বলে?

খ.  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের মূল দুইটি, হলে  $\frac{\alpha + \beta}{2}$  এবং  $\sqrt{\alpha\beta}$  মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর।

গ.  $n \in \mathbb{N}$  হলে দেখাও যে, দ্বিপদটির বিস্তৃতিতে মধ্যপদ  $= \frac{1.2.3.....2n-1}{n} (-2)^n$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৩

২৩।  $(a+3y)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি।

ক.  $y = x+x^2+x^3+\dots$  হলে,  $x$  কে  $y$  এর শক্তির উর্ধ্বক্রম ধারায় প্রকাশ কর।

খ. উদ্দীপকের রাশিটির বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ যথাক্রমে  $b, \frac{21by}{2}$  ও  $\frac{189by^2}{4}$  হলে  $a, b, n$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $n=21$  হলে, রাশিটির বিস্তৃতিতে মধ্যপদ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৪

২৪। (i)  $(a+3x)^n$  একটি দ্বিপদী রাশি, যেখানে,  $a$  বাস্তব সংখ্যা

(ii)  $(1-5x+6x^2)^{-1}$

ক. (i) এ বর্ণিত বিস্তৃতির সাধারণ পদটি লেখ।

খ. (i) এ বর্ণিত বিস্তৃতির প্রথম তিনটি পদ  $b, \frac{21}{2}bx$  ও  $\frac{189}{4}bx^2$  হলে  $a, b$  ও  $n$  এর মান নির্ণয় করো।

গ. (ii) এ বর্ণিত বিস্তৃতিটিকে অসীম ধারায় প্রকাশ করে  $x^r$  এর সহগ নির্ণয় করো।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৫

২৫।  $P = (1+2y)^6$ ;  $Q = (x - \frac{1}{2})^{2n}$  এবং  $R = 1-5x+6x^2$  হলে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে  $P$  এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

খ.  $\frac{1}{R}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর বিস্তৃতি নির্ণয় কর।

গ.  $Q$  এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ =  $\frac{1.3.5\dots(2n-1)}{n!}(-2)^n$ .

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৬

২৬। নিম্নে দ্বিপদ রাশি দুইটি লক্ষ্য কর-

(i)  $(a+2x)^n$  (ii)  $\frac{5x-7}{(x-1)(x-2)}$

ক.  $\left(3x - \frac{5}{x^2}\right)^{15}$  এর বিস্তৃতিতে সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২ খ. (i) এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে  $p, \frac{10}{3}px$  ও  $\frac{40}{9}px^2$

হলে  $a, p, n$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. (ii) এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৭

২৭।  $27x^2 + 6x - (p+2) = 0$  একটি দ্বিঘাত সমীকরণ এবং  $\left(x - \frac{1}{x}\right)$  একটি দ্বিপদী রাশি।

ক.  $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$  এর বিস্তৃতিতে  $x$  বর্জিত পদটি নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের সমীকরণটির একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে  $p$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. রাশিটির মধ্যপদ নির্ণয় কর।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৮

২৮।  $P = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots$ ,

$$Q = \frac{2+x}{2-x}$$

ক.  $n \mid N$  হলে  $\left(x^p - \frac{1}{x^p}\right)^{2n}$  এর বিস্তৃতিতে শেষ হতে  $(n+1)$  তম পদ নির্ণয় কর।

খ. কী শর্তে  $Q^3$  এর বিস্তৃতিতে  $x^4$  এর সহগ পাওয়া যাবে? উক্ত সহগটি নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে,  $(1+p)^{-n}$  এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটির মান  $\frac{1.3.5\dots(2n-1)}{n!}(-2x)^n$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-২৯

২৯। দৃশ্যকল্প:  $f_1(x) = (1+x)^n, n \in N$  এবং  $f_2(y) = 2(1+y)^n, n \in N$

ক. প্যাসকেলের ত্রিভুজের সাহায্যে  $(1+x)^5$  কে বিস্তৃত কর।

খ.  $f_i\left(\frac{x}{2}\right)$  এর বিস্তৃতিতে  $x^2$  এর সহগ 7 হলে  $n$  এর মান নির্ণয় কর।

গ.  $f_2(y)$  কে  $(1-y)$  দ্বারা ভাগ করলে দেখাও যে, বিস্তৃতিতে  $y^n$  এর সহগ হবে  $2^{n+t}$ ।

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩০

৩০।  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  একটি বীজগাণিতিক রাশি যেখানে  $n$  একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।

ক. প্রদত্ত রাশিটির বিস্তৃতিতে ১ম তিনটি পদ নির্ণয় কর।

খ.  $n=10$  হলে রাশিটির বিস্তৃতিতে প্রথম পদ নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, রাশিটির বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি হবে  $\frac{1.3.5\dots(2n-1)}{n!}$

#### সৃজনশীল প্রশ্ন-৩১

৩১।  $a, b$  বাস্তব সংখ্যা,  $a^2 + b^2 = 1$  এবং  $(1-2x)^{\frac{1}{2}}$  একটি দ্বিপদী রাশি।

ক.  $ab=1$  হলে  $(a-b)^2$  এর মান নির্ণয় কর।

খ.  $27x^2 - 6x - p - 2(a^2 + b^2) = 0$  সমীকরণের একটি মূল অপরটির বর্গ হলে  $p$  এর মান নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, প্রদত্ত দ্বিপদী রাশিটির  $(r+1)$  তম পদের সহগ  $\frac{(2r)!}{2^r (r!)^2}$