বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি

এই অভিজ্ঞতায় শিখতে পারবে

- সংখ্যা পদ্ধতির ভিত্তির স্পষ্ট ধারণা
- বাইনারি সংখ্যার প্রয়োজনীয়তা এবং ব্যবহার
- বাইনারি এবং দশভিত্তিক সংখ্যার পারস্পরিক রূপান্তর
- বাইনারি সংখ্যার বিভিন্ন অপারেশন

বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি

সপ্তম শ্রেণিতে তোমরা বাইনারি (দুইভিত্তিক) সংখ্যাপদ্ধতি নিয়ে কাজ করেছ। তোমাদের মনে নিশ্চয়ই প্রশ্ন জেগেছে যে আমাদের গণনার সব কাজ দশভিত্তিক অর্থাৎ দশমিক সংখ্যাপদ্ধতি দিয়ে সমাধান করার পরও কেন বাইনারি সংখ্যাপদ্ধতি শিখছি। সেই প্রশ্নের জবাব খোঁজার আগে চলো আমরা জেনে নিই বাইনারি সংখ্যাপদ্ধতি কীভাবে এলো।

বাইনারি সংখ্যাপদ্ধতির প্রবক্তা হলেন জার্মান গণিতবিদ গটফ্রিড ভিলহেল্ম লিবনিজ (Gottfried Wilhelm Leibniz)। তাঁর অন্যতম একটি আলোচনা ছিল ধর্মীয় দর্শনের ভাষাকে কীভাবে গাণিতিক যুক্তিতে রূপান্তর করা যায়। এই চিন্তা থেকে তিনি দশটি দশভিত্তিক অঙ্ক দিয়ে প্রকাশ করা যায় এমন সমস্ত সংখ্যাকে কেবল 0 এবং 1 দিয়ে প্রকাশ করার চেষ্টা করলেন। শুধু চেষ্টাই নয়, দশভিত্তিক সংখ্যা দিয়ে সম্পন্ন করা যায় এমন সব গাণিতিক প্রক্রিয়াই (যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ) তিনি এই দুইটি সংখ্যা দিয়ে করে দেখালেন যা তিনি ১৭০৩ সালে প্রকাশ করেন “Explanation of the Binary Arithmetic” নামে। দেড়শ বছর পর জর্জ বুল (George Boole) নামের একজন আইরিশ বিদ্যালয়ের শিক্ষক ১৮৪৭ সালে তাঁর “The Mathematical Analysis of Logic” পুস্তিকায় লেখেন যে আমাদের দৈনন্দিন জীবনে যা ঘটে তা কিছু সত্য এবং মিথ্যার সমন্বয়, যেগুলোকে আমরা 0 এবং 1 দিয়ে প্রকাশ করতে পারি। কিন্তু বুলের বক্তব্য লিবনিজের তত্ত্বের বীজগাণিতিক প্রকাশ, যা আধুনিক কম্পিউটারে বিদ্যুতের উপস্থিতি এবং অনুপস্থিতির ঘটনাকে গাণিতিক যুক্তির ছকে বেঁধে ফেলতে যুগান্তকারী ভূমিকা রেখেছে।

Gottfried Wilhelm Leibniz

লিবনিজের হস্তাক্ষরে লেখা
বাইনারি গাণিতিক প্রক্রিয়া

জর্জ বুলের দেখানো বুলিয়ান বীজগণিতের (Boolean Algebra) সাহায্যে কীভাবে কম্পিউটারের গঠন সম্পন্ন হয় তা তোমরা ডিজিটাল প্রযুক্তি বিষয়ে এবং উচ্চতর শ্রেণিতে শিখবে। কিন্তু সে পর্যন্ত পৌঁছাতে তোমাদের লিবনিজের দেখানো গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলো শেখা প্রয়োজন।

সেই বিষয়ে আরেকটু পরিষ্কার করার আগে বাইনারি সংখ্যাপদ্ধতি নিয়ে তোমার কতটুকু মনে আছে একটু পরখ করে নেওয়া যাক।

কুইজ

১। Bit-এর পূর্ণ রূপ কী?

২। বাইনারি সংখ্যা পেদ্ধতিতে কেবল দুইটি অঙ্ক ব্যবহার হয় কেন যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো।

৩। বাইনারি 1011কে দশভিত্তিক সংখ্যায় প্রকাশ করলে কত হবে?

৪। দশভিত্তিক 11কে বাইনারিতে প্রকাশ করলে কত হবে?

আচ্ছা, বেশ ভালই শিখেছিলে মনে হচ্ছে! এবার বলি বাইনারি শিখে কী হবে।

তোমাদের মধ্যে যারা কম্পিউটারে কাজ করেছ বা গেইম খেলেছ, খেয়াল করেছ যে কাজটা বা খেলাটা সংরক্ষণ (save) করে রাখা যায়। আমরা যখন একটি চিঠি বা বই পাই, সেটি আমাদের টেবিলে বা ড্রয়ারে সংরক্ষণ করি। আমাদের সুন্দর সুন্দর স্মৃতিগুলো মাথায় সংরক্ষণ করি। কিন্তু তোমার করা কাজ কম্পিউটার কোথায় সংরক্ষণ করে? কম্পিউটারেরও কি স্মৃতি (memory) আছে? যদি থাকে তাহলে এই মেমোরি কীভাবে কাজ করে? এই বিষয়ে তোমার কী ধারণা তা এক লাইনে নিচের ফাঁকা ঘরে লেখো।

প্রতিদিনই আমাদের কম্পিউটারের উপর নির্ভরতা বাড়ছে। কম্পিউটার কীভাবে কাজ করে তা বুঝতে না পারলে আমরা এর পরিপূর্ণ ব্যবহার করতে পারব না। এই যন্ত্রটি কাজ করে বাইনারি সংখ্যা নির্ভর গাণিতিক পদ্ধতিতে। আমরা প্রতিনিয়ত যেমন যোগ-বিয়োগ করি, কম্পিউটারও করে, তবে বাইনারি পদ্ধতিতে। তাই বাইনারিতে যোগ-বিয়োগ-গুণ-ভাগ করতে পারলে আমরা অনেকটাই বুঝতে পারব কম্পিউটার কীভাবে কাজ করে।

ভিত্তি (Base)

দশভিত্তিক সংখ্যাপদ্ধতিতে মোট ডিজিট 10টি, 0 থেকে 9 পর্যন্ত। তাই এর ভিত্তি 10। দশভিত্তিক সংখ্যা 250 কে প্রকাশ করা হয় এভাবে : $(250)_{10}$.

আবার বাইনারিতে মোট ডিজিট 2টি, 0 এবং 1 । তাই এর ভিত্তি 2 । বাইনারি সংখ্যা 1011কে প্রকাশ করা হয় এভাবে :

$(1011)_2$ ।

স্থানীয় মান (Place Value)

দশভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতিতে কোনো একটি সংখ্যার বিভিন্ন ডিজিটের স্থানীয় মান শিখেছো। এখানে আমরা বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির কোনো একটি সংখ্যার বিভিন্ন ডিজিটের স্থানীয় মান শিখবো। নিচে একটি তুলনামূলক আলোচনা উপস্থাপন করা হলো।

দশমিক সংখ্যা পদ্ধতি

$1\ 2\ 5\ 0_{10}$

0×10^0

5×10^1

2×10^2

1×10^3

বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি

$1\ 0\ 1\ 1_2$

1×2^0

1×2^1

0×2^2

1×2^3

একক কাজ: বাইনারি সংখ্যা $(11011)_2$ এর প্রতিটি ডিজিটের স্থানীয় মান লেখো।

র‍্যাডিক্স পয়েন্ট (Radix Point)

একটি সংখ্যার দুইটি অংশ থাকতে পারে, পূর্ণাংশ এবং ভগ্নাংশ। Radix Point দ্বারা পূর্ণাংশ এবং ভগ্নাংশকে পৃথক করা হয়। যেমন–

2 0 2 3 . 1 9 7 1

পূর্ণাংশ ভগ্নাংশ

র‍্যাডিক্স পয়েন্ট (Radix Point)

সিগনিফিকেন্ট ডিজিট (Significant Digit)

সংখ্যা পদ্ধতিতে কোনো একটি সংখ্যার সর্ববৃহৎ স্থানীয় মান ধারণকারী ডিজিটকে বলে most significant digit এবং সর্বনিম্ন স্থানীয়মান ধারণকারী ডিজিটকে বলে least significant digit । বাইনারি সংখ্যাপদ্ধতিতে ডিজিটকে বিট (Bit) বলা হয়। সুতরাং বাইনারি সংখ্যাপদ্ধতিতে most significant bit কে MSB বলে এবং least significant bit কে LSB বলে।

উদাহারণ:

$(1011)_2$

LSB

MSB

ডিজিটাল যন্ত্রে 0 এবং 1 এর ব্যবহার

বাইনারি পদ্ধতিটি যেহেতু যন্ত্রে ব্যবহৃত হয় এবং যন্ত্র বিদ্যুতের উপস্থিতি ও অনুপস্থিতি ছাড়া আর কিছুই শনাক্ত করতে পারে না, তাই বিদ্যুতের অনুপস্থিতির জন্য 0 এবং বিদ্যুতের উপস্থিতির জন্য 1 ব্যবহার করা হয়।

রূপান্তর (Conversion)

আমরা গণনা করি দশভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতিতে। তাই দশভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতি হলো মানুষের ভাষা (Human Language) এর অংশ। আর ইলেক্ট্রনিক যন্ত্র বস্তুত বাইনারি সংখ্যার নির্দেশ ছাড়া আর কিছুই শনাক্ত করতে পারে না, তাই বাইনারি হলো যন্ত্রের ভাষা বা Machine Language। যন্ত্রের ভাষা যন্ত্র তৈরি করেনি, মানুষই করেছে। তবে যন্ত্রকে আমাদের তরফ থেকে কোনো স্বয়ংক্রিয় কাজের নির্দেশনা দেওয়ার জন্য মানুষের ভাষাকে যন্ত্রের ভাষায় অনুবাদ বা রূপান্তর করে দিতে হয়।

দশভিত্তিক থেকে বাইনারি

দশভিত্তিক সংখ্যার পূর্ণাংশকে 2 দ্বারা ভাগ করতে থাকলে ভাগশেষগুলোকে নিচ থেকে উপরে সাজালে পূর্ণাংশের বাইনারি মানটি পাওয়া যাবে এবং দশভিত্তিক সংখ্যার ভগ্নাংশকে 2 দ্বারা গুণ করতে থাকলে গুণফলের পূর্ণাংশকে উপর থেকে নিচে সাজালে ভগ্নাংশের বাইনারি মানটি পাওয়া যাবে।

উদাহারণ: $(23.25)_{10}$ কে বাইনারিতে প্রকাশ করো।

সমাধান:

a. $(23)_{10} = (?)_2$

2	23	ভাগশেষ	
2	11	1	LSB
2	5	1	
2	2	1	
2	1	0	
	0	1	MSB

$\therefore (23)_{10} = (10111)_2$

b. $(0.25)_{10} = (?)_2$

		.25
		× 2
MSB	0	.5
		× 2
LSB	1	.0

$\therefore (0.25)_{10} = (.01)_2$

সুতরাং, $(23.25)_{10} = (10111.01)_2$

দশভিত্তিক থেকে বাইনারিতে রূপান্তরের বিকল্প পদ্ধতি

আমরা জানি, প্রতিটি বিটের নির্দিষ্ট স্থানীয় মান রয়েছে। $(23)_{10}$ কে বাইনারিতে রূপান্তর করতে চাই। 23 এর সমান বা সবচেয়ে কাছাকাছি ছোটো স্থানীয় মান হলো 16। তাহলে প্রথমে 16 পর্যন্ত বাইনারির স্থানীয় মানগুলো বসাই। এবার 16 এর উপর 1 বসাই। অর্থাৎ আমাদের হাতে 1টি 16 আছে।

1					
16	8	4	2	1	→ স্থানীয় মান

দশভিত্তিক 23 তৈরি করতে আরও 7 দরকার। 4, 2 এবং 1 মিলিয়ে 7 হয়। তাহলে 4, 2 এবং 1 এর উপরেও 1 করে বসাই। আর বাকি যে সব স্থানীয় মান ব্যবহার করিনি তাতে 0 বসিয়ে দিই।

1	0	1	1	1	
16	8	4	2	1	→ স্থানীয় মান

$\therefore (23)_{10} = (10111)_2$

বাইনারি থেকে দশভিত্তিক

প্রতিটি বিটের স্থানীয় মানকে ঐ বিট দ্বারা গুণ করে গুণফলগুলোর সমষ্টি নিলে তা হবে কাঙ্ক্ষিত দশভিত্তিক সংখ্যাটি। যেমন–

$(101101)_2 = (?)_{10}$

1 0 1 1 0 1

$1 \times 2^0 = 1$

$0 \times 2^1 = 0$

$1 \times 2^2 = 4$

$1 \times 2^3 = 8$

$0 \times 2^4 = 0$

$1 \times 2^5 = 32$

$(45)_{10}$

এই কাজটি অন্যভাবেও করা যায়। বিটগুলোর নিচে স্থানীয় মান বসিয়ে যে বিটগুলোতে 1 রয়েছে সেগুলোর স্থানীয় মান যোগ করলেও ফলাফল পাওয়া যায়। যেমন–

1	0	1	1	0	1	
32	16	8	4	2	1	→ স্থানীয় মান

$32 + 8 + 4 + 1 = 45$

$\therefore (101101)_2 = (45)_{10}$

বাইনারি সংখ্যার প্রক্রিয়াকরণ

পূর্বে তোমরা বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতির গঠন সম্পর্কে ধারণা পেয়েছ। এখানে আমরা বাইনারি সংখ্যার ক্ষেত্রে যোগ, বিয়োগ, গুণ এবং ভাগ কীভাবে সম্পন্ন করে, তা হাতে কলমে শিখব।

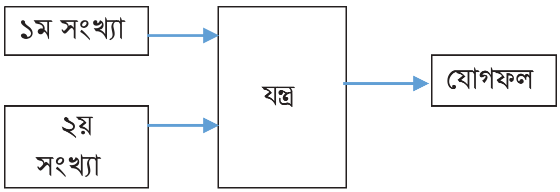
বাইনারি সংখ্যার যোগ

ধরো, তোমাকে দশমিকে 2 আর 3-কে যোগ করতে বলা হলো। তুমি যা করলে তা হলো,

$$2 + 3 = 5$$

কিন্তু এমন একটি যন্ত্র যদি থাকে যেখানে তুমি দুইটি সংখ্যা প্রবেশ করালেই যোগ হয়ে বের হবে!

যেমন,



কিন্তু কোন যন্ত্রকে আমাদের দশভিত্তিক সংখ্যা বোঝানো কঠিন। তাকে বোঝাতে হবে বাইনারি দিয়েই। বাইনারিতে অঙ্ক কেবল দুটি। বাইনারি অঙ্ক দুইটিকে সম্ভাব্য কত উপায়ে যোগ করা যায় তা নিচের ছকে দেখানো হলো।

বাইনারি অঙ্কের যোগের টেবিল				
0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	0 হাতে 1

লক্ষ করো, ৪র্থ যোগটি যদি দশভিত্তিকে রূপান্তর করো তাহলে ফলাফল আসে $1 + 1 = 2$; দশভিত্তিক 2 এর বাইনারি মান কত পাশের ফাঁকা ঘরে লেখো:

2_{10} এর বাইনারি প্রকাশে কটি বিট দরকার হচ্ছে পাশের ফাঁকা ঘরে লেখো:

দশভিত্তিক 2 এর বাইনারি মান 10 । এই 10 থেকে 0 লিখে হাতে 1 রাখতে হয়।

তাহলে উপরের নীতি অনুসরণ করে একটি বাইনারি যোগ করে দেখা যাক। তোমাদের সুবিধার জন্য একই সঙ্গে দশভিত্তিক পদ্ধতিতেও দেখানো হলো।

উদাহরণ ১ :

বাইনারি	দশভিত্তিক
1011	11
(+) 101	(+) 5
10000	16

তাহলে দেখা যাচ্ছে দশভিত্তিক সংখ্যার যোগের মতো আমরা অতি সহজেই দুটি বাইনারি সংখ্যার যোগ করতে পারি। তোমরা নিচের কয়েকটি বাইনারি সংখ্যার যোগ চর্চা করো এবং প্রয়োজনে দশভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতিতে রূপান্তর করে শুদ্ধি পরীক্ষা করো।

১।	২।	৩।	৪।	৫।	৬।
101	1101	1111	1011	10101	100001
(+) 11	(+) 111	(+) 1000	(+) 101	(+) 1010	(+) 11110
______	______	______	______	______	______

দশভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতিতে তো ভগ্নাংশও রয়েছে। যেমন–

$$\begin{array}{r} 29.31 \\ (+)\ 5.05 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

উপরের যোগটি কীভাবে করবে? যোগটি করে ফাঁকা ঘরে ফলাফল লেখো। যোগটিতে র‍্যাডিক্স পয়েন্টটি কীভাবে ব্যবহার করেছ সেটি নিচের ফাঁকা ঘরে ব্যাখ্যা করে লেখো।

তোমাদের জন্য স্বস্তির খবর হলো, বাইনারিতেও একই পদ্ধতিতে দশভিত্তিক ভগ্নাংশের যোগ সম্পাদন করা যায়। তাহলে একটি যোগ করে দেখা যাক।

উদাহরণ ২ :

বাইনারি		দশভিত্তিক
1 1 0 1. 1 0 1	→	1 3. 6 2 5
(+) 1 0 1 1. 0 1 1	→	(+) 1 1. 3 7 5
1 1 0 0 1. 0 0 0	→	2 5. 0 0 0

এবার তবে ঝটপট নিচের বাইনারি যোগগুলো সেরে ফেলো এবং দশভিত্তিক পদ্ধতিতে শুদ্ধি পরীক্ষা করো।

৭।

$$\begin{array}{r} 110.101 \\ (+)\ 110.001 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

৮।

$$\begin{array}{r} 111.111 \\ (+)\ 10.101 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

৯।

$$\begin{array}{r} 1011.10110 \\ (+)\ 110.01101 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

নিচের ছক থেকে তোমার পছন্দের উত্তরটি বেছে নাও :

- ☐ ক. বাইনারিতে সরাসরি যোগ করে ফেলা সহজ, শুদ্ধি পরীক্ষার দরকার নেই।
- ☐ খ. দশমিকে রূপান্তর করে আবার বাইনারিতে রূপান্তর করে উত্তর বের করা সহজ।

বাইনারি সংখ্যার বিয়োগ

বাইনারি সংখ্যার বিয়োগ আমরা দশভিত্তিক সংখ্যার বিয়োগের নিয়ম অনুযায়ী করতে পারি। তোমরা দশভিত্তিক সংখ্যার বিয়োগ অনেক বছর ধরেই করছো। জটিলতা অনুধাবন করার জন্য নিচের দশভিত্তিক সংখ্যার বিয়োগ দুটি করো।

সমস্যা ১

$$\begin{array}{r} 10 \\ (-)\ 4 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

কী পদ্ধতিতে করলে ধাপগুলো ব্যাখ্যা করে লেখো।

সমস্যা ২

$$\begin{array}{r} 1008 \\ (-)\ 994 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

কী পদ্ধতিতে করলে ধাপগুলো ব্যাখ্যা করে লেখো। আগের বিয়োগের চেয়ে জটিল লেগেছে কি? কোথায় জটিল লেগেছে? লিখে রাখো।

তোমরা অবশ্যই লক্ষ করেছো, সমস্যা ২ সমাধান করার সময় 'ধার নেওয়া' অথবা 'হাতে রাখার' একটা বিষয় এসেছে। নিচের উদাহরণটি লক্ষ করো।

ধার নেয়া পদ্ধতিতে দুইটি দশভিত্তিক সংখ্যার বিয়োগ

(ধার নেয়া সারি)	0	9	9	9	13	14	10	
	1	0	0	0	4	5	0	1
(−)	0	0	8	0	5	7	3	0
	0	9	1	9	8	7	7	1

বিয়োগের ক্ষেত্রে যখন নিচের অংকটি উপরের অংকটির চেয়ে বড় হয়, তখন উপরের বাম দিকের অংক থেকে একটি দশক ধার নিয়ে উপরের ঐ অংকের সাথে যোগ করতে হয়। এর ফলে বামদিকের অংক থেকে একটি দশক কমে যায়। যেমন, উপরের উদাহারণে বিয়োজ্যের দশকের অংক 3 এর উপরে 0 আছে। এখানে 0 এর বামদিকের অংক 5 থেকে একটি দশক (=10) 0-এর সাথে যোগ করে 10 হয়েছে যা 0 এর উপরে বসানো হয়েছে। আবার 5 থেকে 1 কমে 4 হয়েছে। এখন যেহেতু বিয়োজ্যের শতকের অংক 7, 4 এর চেয়ে বড়, তাই বামের অংকের থেকে একটি দশক নিয়ে 4 এর সাথে যোগ করে 14 করা হয়েছে। অন্যান্য অংকের ক্ষেত্রেও এই নিয়মটি ব্যবহার করা হয়েছে।

তোমাদের কাছে হয়তো উপরের পদ্ধতিটি পরিচিত নয়, তবে তোমরা কিছু অনুশীলন করলে এই পদ্ধতির সাথে পরিচিত হয়ে যাবে।

জোড়ায় কাজ

ধার নেয়া পদ্ধতিতে নিচের বিয়োগফল নির্ণয় কর।

১। $50083 - 9354$ ২। $15703 - 15691$

যদি এই পদ্ধতিটি না থাকতো তাহলে কেমন হতো? এবার এসো আমরা ধার না নিয়ে অথবা হাতে না রেখে বিয়োগ করার পদ্ধতি শিখি! এজন্য আমাদের পূরক সংখ্যা সম্বন্ধে জানতে হবে।

দশভিত্তিক সংখ্যার পূরক সংখ্যা

বলো তো, 40 এর সাথে কতো যোগ করলে যোগফল 99 হবে? অবশ্যই বলবে, 59 যোগ করলে। এখানে 59, 40 এর পূরক সংখ্যা (complement number)। অন্যদিকে 40, 59 এর পূরক সংখ্যা। অর্থাৎ 99 এর সাপেক্ষে 40 এবং 59 পরস্পর পূরক সংখ্যা। আবার 999 এর সাপেক্ষে 40 এবং 959 পরস্পর পূরক সংখ্যা। দশভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতিতে এই ধরনের পূরক সংখ্যাকে 9 -পূরক সংখ্যা (9's complement) বলে। কোনো একটি সংখ্যা a এর 9-পূরক সংখ্যাকে a^* দ্বারা নির্দেশ করা হয়। $a^* + 1$ কে a এর 10-পূরক সংখ্যা (10's complement) বলে। কোনো একটি সংখ্যা a এর 10-পূরক সংখ্যাকে a^{**} দ্বারা নির্দেশ করা হয়। অর্থাৎ $a^{**} = a^* + 1$.

উদাহরণ: 999 এর সাপেক্ষে 6, 54 এবং 104 এর 9's complement এবং 10's complement বের করো।

সমাধান:

ধরি $a = 54$ তাহলে, 999 এর সাপেক্ষে,

a এর 9's complement $a^* = 999 - 54 = 945$

a এর 10's complement $a^{**} = 945 + 1 = 946$

999 এর সাপেক্ষে 6 এবং 104 এর 9's complement এবং 10's complement তোমরা বের করো।

এবার আমরা দশভিত্তিক সংখ্যা পদ্ধতিতে ‘ধার না নিয়ে’ অথবা ‘হাতে না রেখে’ বিয়োগ করবো। এখানে আমরা 9's complement এবং 10's complement এর ধারণাকে ব্যবহার করবো।

উদাহরণ: complement এর ধারণাকে ব্যবহার করে 3064 থেকে 365 বিয়োগ করো।

সমাধান:

যেহেতু 3064 একটি চার অঙ্কের সংখ্যা, সুতরাং 9999 এর সাপেক্ষে 365 এর complement বের করার মাধ্যমে সমাধান করতে হবে।

$$3064 - 365 = 3064 + \underbrace{9999 - 365}_{9's\text{ complement}} - 9999$$

$$= 3064 + \underbrace{9634 + 1}_{10's\text{ complement}} - 9999 - 1$$

$$= 3064 + 9635 - 10000$$

$$= 12699 - 10000$$

$$= 2699$$

দশভিত্তিক সংখ্যার বিয়োগের মতো আমরা বাইনারি সংখ্যার বিয়োগ করতে পারি। প্রথমে বাইনারি অঙ্ক দুইটিকে সম্ভাব্য কত উপায়ে বিয়োগ করা যায় তা নিচের ছকে দেখানো হলো।

বাইনারি অঙ্কের বিয়োগের টেবিল				
0	–	0	=	0
0	–	1	=	1, ধার 1
1	–	0	=	1
1	–	1	=	0

এই বিয়োগের নিয়মটি ব্যবহার করে নিচের বিয়োগটি করো।

একক কাজ

নিচের বাইনারি সংখ্যাকে দশভিত্তিক সংখ্যায় রুপান্তর কর এবং উভয় পদ্ধতিতে বিয়োগ করে সত্যতা যাচাই কর।

বাইনারি	দশভিত্তিক
1011	
(–) 101	

মাথা খাটাও

- কী পদ্ধতিতে করলে ধাপগুলো ব্যাখ্যা করে লেখো।
- কোনো ভুল করেছিলে? কোনো ধাপের পুনরাবৃত্তি করতে হয়েছে?

নিচের বিয়োগগুলো করো এবং শুদ্ধি পরীক্ষা করো।

১০। $$\begin{array}{r} 110 \\ (-)\ 110 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

১১। $$\begin{array}{r} 111 \\ (-)\ 101 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

১২। $$\begin{array}{r} 101110 \\ (-)\ 11001 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

১৩। $$\begin{array}{r} 10110 \\ (-)\ 11001101 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

বাইনারি ভগ্নাংশের বিয়োগ দশভিত্তিক ভগ্নাংশের বিয়োগের মতোই। তাহলে নিচের বাইনারি বিয়োগগুলো করো এবং শুদ্ধি পরীক্ষা করো।

১৪। $$\begin{array}{r} 110.101 \\ (-)\ 110.001 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

১৫। $$\begin{array}{r} 111.111 \\ (-)\ 10.101 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

১৬। $$\begin{array}{r} 1011.10110 \\ (-)\ 110.01101 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

১৭। $$\begin{array}{r} 1011.10110 \\ (-)\ 110.01101 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

দশভিত্তিক সংখ্যার ধার নেওয়া পদ্ধতির বিয়োগের মতো আমরা বাইনারি সংখ্যারও বিয়োগ করতে পারি। নিচের উদাহারণটি লক্ষ কর।

ধার নেয়া পদ্ধতিতে দুইটি বাইনারি সংখ্যার বিয়োগ

$$\begin{array}{rccccccc} \text{(ধার নেয়া সারি)} & 0 & 1 & 10 & 1 & 1 & 10 & 10 \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ (-) & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

জোড়ায় কাজ

ধার নেয়া পদ্ধতিতে নিচের বাইনারি সংখ্যাগুলোর বিয়োগফল নির্ণয় কর।

১। 10011 – 1001   ২। 110111 – 10001

দশভিত্তিক পদ্ধতির পূরক সংখ্যার সঙ্গে তুলনা করে আমরা সহজেই বাইনারিতে বিয়োগ সেরে ফেলতে পারি।

বাইনারি সংখ্যার পূরক

দশভিত্তিক সংখ্যার মতো কোনো একটি বাইনারি সংখ্যা a এর 1-পূরক (1's complement) সংখ্যাকে a^* দ্বারা নির্দেশ করা হয়। এবং a এর 2-পূরক (2's complement) সংখ্যাকে a^{**} দ্বারা নির্দেশ করা হয়। অর্থাৎ $a^{**} = a^* + 1$.

উদাহরণ: বাইনারি সংখ্যা 101101 এর 1's complement এবং 2's complement বের করো।

সমাধান: ধরি $a = 101101$. তাহলে,

a এর 1's complement $a^* = 111111 - 101101 = 010010$

a এর 2's complement $a^{**} = 010010 + 1 = 010011$

একক কাজ

নিচের বাইনারি সংখ্যা গুলোর 1's complement এবং 2's complement বের করো।

(i) 1011   (ii) 1100   (iii) 10001

এবার আমরা বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতে 'ধার না নিয়ে' অথবা 'হাতে না রেখে' বিয়োগ করবো। এখানে আমরা 1's complement এবং 2's complement এর ধারণাকে ব্যবহার করবো।

উদাহরণ: $100011 - 101 = 100011 + \underbrace{111111 - 101}_{1's\ \text{complement}} - 111111$

$$= 100011 + \underbrace{111010 + 1}_{10's\ \text{complement}} - 111111 - 1$$

$$= 100011 + 111011 - 1000000$$

$$= 1011110 - 1000000$$

$$= 11110$$

জোড়ায় কাজ

পূরক সংখ্যার ধারণা ব্যবহার করে নিচের বাইনারি সংখ্যার বিয়োগফল বের করো।

(i) 1011 – 101 (ii) 101001 – 100110 (iii) 1110101 – 100011

গাণিতিক প্রক্রিয়াগুলো করার সময় তোমার মনে কোনো প্রশ্ন এলে নিচের ফাঁকা ঘরে লিখে রাখো।

বাইনারি গুণ

এতক্ষণ আমরা বাইনারি সংখ্যার যোগ ও বিয়োগ শিখলাম। বাকি থাকে গুণ আর ভাগ। গুণ বেশ সহজ, দশমিকের পদ্ধতির সঙ্গে বাইনারি গুণের হিসেবের মিল রয়েছে। এসো দেখে নিই বাইনারিতে গুণ কীভাবে সম্পন্ন করে। বাইনারি গুণের মৌলিক নীতি খুব সহজ। গুণের নিয়মের ছকটি নিচে দেয়া হলো।

বাইনারি অঙ্কের গুণের টেবিল				
0	×	**0**	=	**0**
0	×	**1**	=	**0**
1	×	**0**	=	**0**
1	×	**1**	=	**1**

তাহলে এবার একটি উদাহরণ দেখে নিই

উদাহরণ : $(1011)_2 \times (101)_2 = (?)_2$

		1	0	1	1		11
		(×)	1	0	1		(×) 5
		1	0	1	1		
	0	0	0	0	×		
1	0	1	1	×	×		
1	1	0	1	1	1		55

তাহলে কয়েকটি বাইনারির গুণ সেরে নাও।

১৮।

```
     1101
(×)   111
---------
---------
```

১৯।

```
   101110
(×) 11001
---------
---------
```

২০।

```
   100001
(×) 11110
---------
---------
```

২১।

```
   111.111
(×) 10.101
----------
----------
```

বাইনারি ভাগ

আমরা বাইনারি সংখ্যার যোগ, বিয়োগ, গুণ কীভাবে করতে হয় তা জেনেছি। দুইটি বাইনারি সংখ্যাকে ভাগ করার সময় আমাদের কিছু নিয়ম মেনে চলতে হয়। দশভিত্তিক পদ্ধতির মতোই বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতিতেও 0 দিয়ে ভাগ করা অসংজ্ঞায়িত। বাইনারি ভাগের নিয়মগুলো দেখে নিই :

বাইনারি অঙ্কের ভাগের টেবিল				
0	÷	0	=	অসংজ্ঞায়িত
0	÷	1	=	0
1	÷	0	=	অসংজ্ঞায়িত
1	÷	1	=	1

এই নিয়মগুলো ব্যবহার করে দুইটি দশভিত্তিক সংখ্যার ভাগের মতো করেই দুটি বাইনারি সংখ্যার ভাগ করা যায়।

একটা উদাহরণ দেখি :

$$
\begin{array}{r}
1011)\ 110111\ (101 \\
-\ 1011 \\
\hline
1011 \\
-\ 1011 \\
\hline
0
\end{array}
$$

জোড়ায় কাজ ১

ভাগ পদ্ধতিতে নিচের বাইনারি সংখ্যাকে ভাগ করো।

১। $1010 \div 10$ ২। $111011 \div 1011$ ৩। $10111010 \div 1001$

জোড়ায় কাজ ২

নিচে দশভিত্তিক সংখ্যার কয়েকটি ভাগ দেওয়া আছে। সেগুলোকে বাইনারিতে রূপান্তর করে ভাগ করো।

১। $100 \div 25$ ২। $77 \div 7$ ৩। $85 \div 5$ ৪। $128 \div 32$

অনুশীলনী

১। নিচের বাইনারি সংখ্যাগুলোকে দশভিত্তিক সংখ্যায় রূপান্তর করো।

i) 010101 ii) 110011 iii) 100011 iv) 101000
v) 101100 vi) 001100.101 vii) 010010.111 viii) 0010111111.11

২। নিচের দশভিত্তিক সংখ্যাগুলোকে বাইনারিতে রূপান্তর করো।

i) 6 ii) 19 iii) 56 iv) 129
v) 127 vi) 96 vii) 25 viii) 200

৩। নিচের বাইনারি সংখ্যাগুলোর যোগফল নির্ণয় করো।

i) $101111 + 101101$ ii) $10101 + 100010$ iii) $1010101 + 1000001$

৪। নিচের দশভিত্তিক সংখ্যাগুলোকে বাইনারিতে রূপান্তর করে যোগগুলো সম্পন্ন করো।

i) 6 + 19 ii) 10 + 32 iii) 56 + 16 iv) 127 + 127

৫। নিচের বাইনারি সংখ্যাগুলোর বিয়োগ করো।

i) 1001 – 101 ii) 11001 – 1011 iii) 1010010 – 111011

৬। নিচের দশভিত্তিক সংখ্যাগুলোর 10's Complement নির্ণয় করো।

i) 2351 ii) 90152 iii) 10003 iv) 9999

৭। পূরক ব্যবহার করে নিচের দশভিত্তিক সংখ্যার বিয়োগফল নির্ণয় করো।

i) 43101 – 5032 ii) 70081 – 6919 iii) 2173901 – 5835

৮। নিচের বাইনারি সংখ্যাগুলোর 2's Complement নির্ণয় করো।

i) 1111 ii) 1011001 iii) 1010101 iv) 1000001

৯। পূরক ব্যবহার করে নিচের বাইনারি সংখ্যার বিয়োগফল নির্ণয় করো।

i) 11001 – 1001 ii) 100101 – 10011 iii) 11000101 – 101101

১০। নিচের দশভিত্তিক সংখ্যাগুলোকে বাইনারিতে রূপান্তর করে গুণ করে দেখাও।

i) 18 × 6 ii) 32 × 23 iii) 21 × 7 iv) 59 × 18

v) 118.2 × 46 vi) 180.50 × 65 vii) 192 × 22 viii) 111 × 101

১১। নিচের দশভিত্তিক সংখ্যাগুলোকে বাইনারিতে রূপান্তর করে ভাগ করে দেখাও।

i) 16 ÷ 4 ii) 34 ÷ 17 iii) 15 ÷ 3 iv) 99 ÷ 99

v) 157 ÷ 46 vi) 180 ÷ 69 vii) 192 ÷ 22 viii) 111 ÷ 101