

জিরাফের দৈর্ঘ্য ও জিরাফের গলার দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয়:

জিরাফের গলার দৈর্ঘ্য	জিরাফের পুরো দেহের দৈর্ঘ্য	গলার দৈর্ঘ্য ও পুরো দেহের দৈর্ঘ্যের অনুপাত	পুরো দেহের দৈর্ঘ্য ও গলার দৈর্ঘ্যের অনুপাত
২ মি	৫ মি	২:৫	৫:২

এবার তোমরা তোমাদের বাংলা বই ও গণিত বইটি নাও। দুটি বইয়েরই দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও পুরুত্ব মাপো। এবার গণিত বই ও বাংলা বইয়ের প্রাণ্ড দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় করো। একইভাবে প্রস্থ ও পুরুত্বের অনুপাতও নির্ণয় করো। এবার তোমার প্রাণ্ড তথ্যের সাপেক্ষে নিচের ছকটি পূরণ করো।

	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	পুরুত্ব
গণিত বই	২৪ সেমি	২০ সেমি	২ সেমি
বাংলা বই	২৪ সেমি	২০ সেমি	১ সেমি
অনুপাত	২৪:২৪	২০:২০	২:১

কাজ:

১. এবার ভেবে দেখো, তোমাদের বইয়ের প্রস্থ ও পুরুত্বের জন্য যে দুটি অনুপাত পেয়েছিলে, সেই অনুপাত দুটি কোন ধরনের অনুপাত হবে?

অনুপাত	অনুপাতের ধরণ	অনুপাতের ধরণ
২৪:২৪ বা, ১:১	সরল অনুপাত	একক অনুপাত
২০:২০ বা, ১:১	সরল অনুপাত	একক অনুপাত
২:১	সরল অনুপাত	গুরু অনুপাত

ব্যস্ত অনুপাত:

চলো, আমরা আবার সেই জিরাফটির কথা দেখি। তোমরা নিচের ছকে অনুপাত দুটির মধ্যে সম্পর্ক করার চেষ্টা করো তো।

ক্রমিক	অনুপাত	পূর্ব রাশি	উত্তর রাশি
১	গলা দৈর্ঘ্য ও পুরো দেহের দৈর্ঘ্যের অনুপাত	২	৫
২	পুরো দেহের দৈর্ঘ্য ও গলার দৈর্ঘ্যের অনুপাত	৫	২

ছক থেকে আসলে কি দেখতে পাচ্ছো? ১ নং অনুপাতের পূর্ব রাশিটি আর ২ নং অনুপাতের উত্তর রাশির মাঝে কোন মিল পাও? আবার ১ নং অনুপাতের উত্তর রাশি আর ২ নং অনুপাতের পূর্ব রাশির মাঝে কোন মিল পাও?

দেখো, এই দুটি অনুপাতের একটি আরেকটির সাপেক্ষে উলটো।

কোন সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিক উত্তর রাশি এবং উত্তর রাশিকে পূর্ব রাশি করে প্রাণ্ড অনুপাতকে পূর্বের অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত বলে।

যেমন, ১৩ : ৫ এর ব্যস্ত অনুপাত ৫ : ১৩।

এবার চলো, আমরা বই মাপার কাজটি আরেকবার করার চেষ্টা করি। তবে এবার বাংলা বই ও গণিত বইয়ের সাথে তুমি তোমার ইংরেজি বইটিকে সাথে নাও। পূর্বের ন্যায় একইভাবে তিনটি বইয়ের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও পুরুত্ব নির্ণয় করো এবং তা নিচের ছকে লিখো।

কাজ: তোমার তিনটি বইয়ের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও পুরুত্বের অনুপাত কী হবে?

	দৈর্ঘ্য	প্রস্থ	পুরুত্ব
গণিত বই	২৪ সেমি	২০ সেমি	২ সেমি
বাংলা বই	২৪ সেমি	২০ সেমি	১ সেমি
ইংরেজি বই	২৪ সেমি	২০ সেমি	২ সেমি
অনুপাত	২৪:২৪:২৪	২০:২০:২০	২:১:২

নিচের তথ্যগুলো দেখো এবং সেটির সাপেক্ষে অনুপাতগুলো নির্ণয় করো।

শ্রেণি	গড় বয়স
৩য়	৮
৫ম	১০
৭ম	১২

ক্রমিক	অনুপাত	অনুপাত	অনুপাতের সরল রূপ	পূর্ব রাশি	উত্তর রাশি
১	৩য় ও ৫ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স	৮:১০	৪:৫	৪	৫
২	৫ম ও ৭ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স	১০:১২	৫:৬	৫	৬

কাজ:

১. উপরে ৩য়, ৫ম ও ৭ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়সের অনুপাতটি একত্রে কত হবে?

সমাধান : উপরে ৩য়, ৫ম ও ৭ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়সের অনুপাতটি একত্রে হবে ৪:৫:৬

৩য় ও ৫ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স যথাক্রমে ৭ ও ১০ বছর। অপরদিকে ৬ষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স ১১ বছর। এই তিন শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স কি ধারাবাহিক অনুপাতে রয়েছে? থাকলে ধারাবাহিক অনুপাত আকারে অনুপাতটি কত হবে?

সমাধান :

৩য়, ৫ম ও ৬ষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স যথাক্রমে ৭, ১০ ও ১১ বছর।

৩য়, ৫ম ও ৬ষ্ঠ শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়সের অনুপাতটি একত্রে হবে ৭:১০:১১।

এই তিন শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গড় বয়স ধারাবাহিক অনুপাতে রয়েছে।

একক কাজ :

১. অনুপাত সংক্রান্ত নিচের ছকটি পূরণ করো:

অনুপাতের নাম	সম্পর্ক	উদাহরণ
সরল অনুপাত	দুইটি রাশি থাকবে	৩:৫
লঘু অনুপাত	সরল অনুপাতের পূর্ব রাশি, উত্তর রাশি থেকে ছোট হলে	৫:৮
গুরু অনুপাত	সরল অনুপাতের উত্তর রাশি, পূর্ব রাশি থেকে ছোট হলে	৫০:২
একক অনুপাত	সরল অনুপাতের পূর্ব রাশি, উত্তর রাশি সমান হলে	৩:৩
ব্যস্ত অনুপাত	সরল অনুপাতের পূর্ব রাশিকে উত্তর রাশি এবং উত্তর রাশিকে পূর্ব রাশি করলে	১৩ : ৫ এর ব্যস্ত অনুপাত ৫: ১৩
বহুরাশিক অনুপাত	তিন বা ততোধিক রাশি থাকবে	৩:৫:৬
ধারাবাহিক অনুপাত	দুটি অনুপাতের মধ্যে প্রথম অনুপাতের উত্তর রাশি ও দ্বিতীয় অনুপাতের পূর্ব রাশি পরস্পর সমান হলে	৭:১০:১১

প্রথমেই তোমার বন্ধুর সাহায্যে বাম কাঁধ হতে বাম হাতের এবং ডান কাঁধ হতে ডান হাতের দৈর্ঘ্য মাপো। এবার তোমার নিজের উচ্চতা মাপো। তোমার প্রাপ্ত তথ্যগুলোর সাহায্যে নিচের ছক পূরণ করো।

বাম কাঁধ হতে বাম হাতের দৈর্ঘ্য (সেন্টিমিটারে)	ডান কাঁধ হতে ডান হাতের দৈর্ঘ্য (সেন্টিমিটারে)	পূর্ববর্তী দুটি কলামের যোগফল	তোমার উচ্চতা (সেন্টিমিটারে)	তোমার কাঁধ হতে দুই হাতের যোগফল এবং তোমার উচ্চতার অনুপাত
৬১	৬১	১২২	১৬৪	১২২:১৬৪

এখানে তুমি যে অনুপাতটি পেলে সেটি কোন ধরনের অনুপাত হল বলো তো?

সমাধান : এখানে, সরল অনুপাতের পূর্ব রাশি, উত্তর রাশি থেকে ছোট। তাই এটি লঘু অনুপাত।

বাস্তব সমস্যা সমাধানে অনুপাতের প্রয়োগ

প্রশ্ন ১১ পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ১৪ : ৩। পিতার বয়স ৫৬ বছর হলে, পুত্রের বয়স কত?

সমাধান :

অনুপাতের পূর্বরাশি ১৪ এবং উত্তর রাশি ৩। রাশি দুইটির সমষ্টি: ১৪+৩ = ১৭

এখানে,

পিতার বয়স দুই জনের মোট বয়সের $\frac{১৪}{১৭}$ অংশ ... (i)

পুত্রের বয়স দুই জনের মোট বয়সের $\frac{৩}{১৭}$ অংশ ... (ii)

আবার,

দুই জনের মোট বয়স ও পিতার বয়সের অনুপাত ১৭:১৪

তাহলে, দুই জনের মোট বয়স হবে পিতার বয়সের $\frac{১৭}{১৪}$ অংশ

সুতরাং, দুই জনের মোট বয়স = পিতার বয়সের $\frac{১৭}{১৪}$ অংশ

$$= (৫৬ \times \frac{১৭}{১৪}) \text{ বছর}$$

$$= (৪ \times ১৭) \text{ বছর} = ৬৮ \text{ বছর}$$

(ii) হতে পাই,

পুত্রের বয়স = দুই জনের মোট বয়সের $\frac{৩}{১৭}$ অংশ

$$= (৬৮ \times \frac{৩}{১৭}) \text{ বছর}$$

$$= (৪ \times ৩) \text{ বছর} = ১২ \text{ বছর}$$

বিকল্প সমাধানঃ

পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত = ১৪ : ৩

অর্থাৎ পিতার বয়স পুত্রের বয়সের $\frac{১৪}{৩}$ গুণ

দেওয়া আছে, পিতার বয়স ৫৬ বছর।

$$\therefore ৫৬ \text{ বছর} = \text{পুত্রের বয়স} \times \frac{১৪}{৩}$$

$$\text{বা, পুত্রের বয়স} \times \frac{১৪}{৩} = ৫৬ \text{ বছর}$$

$$\text{বা, পুত্রের বয়স} = \frac{৫৬ \times ৩}{১৪} \text{ বছর} = ১২ \text{ বছর।}$$

উত্তর : পুত্রের বয়স ১২ বছর।

প্রশ্ন ২ ৥ পায়েসে দুধ ও চিনির অনুপাত ৭ : ২। ঐ পায়েসে চিনির পরিমাণ ৪ কেজি হলে, দুধের পরিমাণ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, পায়েসে দুধ ও চিনির অনুপাত ৭ : ২

অর্থাৎ, দুধের পরিমাণ চিনির পরিমাণের $\frac{৭}{২}$ গুণ

দেওয়া আছে, চিনির পরিমাণ ৪ কেজি।

$$\therefore \text{দুধের পরিমাণ} = \left(৪ \times \frac{৭}{২} \right) \text{কেজি} = ১৪ \text{কেজি}$$

উত্তর : পায়েসে দুধের পরিমাণ ১৪ কেজি।

প্রশ্ন ৩ ৥ দুইটি বইয়ের মূল্যের অনুপাত ৫ : ৭। দ্বিতীয়টির মূল্য ৮৪ টাকা হলে, প্রথমটির মূল্য কত?

সমাধান : দুইটি বইয়ের মূল্যের অনুপাত ৫ : ৭

প্রথম বইয়ের মূল্য দ্বিতীয় বইয়ের মূল্যের $\frac{৫}{৭}$ গুণ

দেওয়া আছে, দ্বিতীয় বইয়ের মূল্য ৮৪ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রথম বইয়ের মূল্য} &= \left(\frac{৫}{৭} \times \text{দ্বিতীয় বইয়ের মূল্য} \right) \text{টাকা} \\ &= \left(\frac{৫}{৭} \times ৮৪ \right) \text{টাকা} = ৬০ \text{টাকা} \end{aligned}$$

উত্তর : প্রথম বইয়ের মূল্য ৬০ টাকা।

প্রশ্ন ৪ ৥ দুইটি কম্পিউটারের দামের অনুপাত ৫ : ৬। প্রথমটির দাম ২৫০০০ টাকা হলে, দ্বিতীয়টির দাম কত? মূল্য বৃদ্ধির ফলে যদি প্রথমটির দাম ৫০০০ টাকা বেড়ে যায়, তখন তাদের দামের অনুপাতটি কী ধরনের অনুপাত?

সমাধান : দুইটি কম্পিউটারের দামের অনুপাত ৫ : ৬

অর্থাৎ, দ্বিতীয়টির দাম, প্রথমটির দামের $\frac{৬}{৫}$ গুণ

দেওয়া আছে, প্রথমটির দাম ২৫০০০ টাকা

$$\therefore \text{দ্বিতীয়টির দাম} = ২৫০০০ \text{টাকার } \frac{৬}{৫} \text{ অংশ}$$

$$= ২৫০০০ \text{ এর } \frac{৬}{৫} \text{ টাকা}$$

$$= ৩০০০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{মূল্য বৃদ্ধির ফলে প্রথমটির দাম} = (২৫০০০ + ৫০০০) \text{ টাকা}$$

$$= ৩০০০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{এখন, তাদের দামের অনুপাত} = ৩০০০০ : ৩০০০০$$

$$= ১ : ১ \text{ [উভয় রাশিকে ৩০০০০ দ্বারা ভাগ করে]}$$

এটি একটি একক অনুপাত।

উত্তর : দ্বিতীয় কম্পিউটারের দাম ৩০০০০ টাকা, মূল্য বৃদ্ধির ফলে উভয় কম্পিউটারের দামের অনুপাত ১ : ১ একটি একক অনুপাত।

প্রশ্ন ৫ ৥ তিন বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলে আসা যাওয়ার সময়ের অনুপাত ২ : ৩ : ৪। ১ম বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলে যেতে ১৮ মিনিট সময় লাগলে, বাকি দুই বন্ধুর বাড়ি হতে স্কুলে যেতে কত সময় লাগবে?

সমাধান :

$$\text{অনুপাতের রাশি তিনটির সমষ্টি: } ২+৩+৪ = ৯$$

এখানে,

১ম বন্ধুর সময় মোট সময়ের $\frac{২}{৯}$ অংশ ... (i)

২য় বন্ধুর সময় মোট সময়ের $\frac{৩}{৯}$ অংশ ... (ii)

৩য় বন্ধুর সময় মোট সময়ের $\frac{৪}{৯}$ অংশ ... (iii)

আবার,

৩ জনের মোট সময় ও ১ম বন্ধুর সময়ের অনুপাত ৯:২

তাহলে, ৩ জনের মোট সময় হবে ১ম বন্ধুর সময়ের $\frac{৯}{২}$ অংশ

$$\begin{aligned}\text{সুতরাং, ৩ জনের মোট সময়} &= ১ম বন্ধুর সময়ের \frac{৯}{২} \text{ অংশ} \\ &= (১৮ \times \frac{৯}{২}) \text{ মিনিট} \\ &= (৯ \times ৯) \text{ মিনিট} = ৮১ \text{ মিনিট}\end{aligned}$$

(ii) হতে পাই,

$$\begin{aligned}\text{২য় বন্ধুর সময়} &= \text{মোট সময়ের } \frac{৩}{৯} \text{ অংশ} \\ &= (৮১ \times \frac{৩}{৯}) \text{ মিনিট} \\ &= (৯ \times ৩) \text{ মিনিট} = ২৭ \text{ মিনিট}\end{aligned}$$

(iii) হতে পাই,

$$\begin{aligned}\text{৩য় বন্ধুর সময়} &= \text{মোট সময়ের } \frac{৪}{৯} \text{ অংশ} \\ &= (৮১ \times \frac{৪}{৯}) \text{ মিনিট} \\ &= (৯ \times ৪) \text{ মিনিট} = ৩৬ \text{ মিনিট}\end{aligned}$$

সুতরাং, ২য় বন্ধুর ২৭ মিনিট, ৩য় বন্ধুর ৩৬ মিনিট লাগে।