

অজানা রাশির ভগ্নাংশের গল্প

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ

তোমরা ৬ষ্ঠ শ্রেণিতে বীজগণিতীয় রাশির যোগ ও বিয়োগ সম্পর্কে শিখেছ। আবার পাটীগণিতীয় ভগ্নাংশ সম্পর্কে ও জেনেছ। এসো এবার আমরা বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ সম্পর্কে শিখি।

পাটীগণিতীয় ভগ্নাংশ সম্পর্কে নিশ্চই তোমাদের মনে আছে,

চলো, তোমাদের মনে আছে কি না পরীক্ষা করে দেখি।

প্রথমে তোমরা একটি সাদা বর্গাকার কাগজ নাও এবং সমান করে দু'টি ভাঁজ করো। প্রতি ভাঁজে পুরো কাগজের কত অংশ পরেছে চিন্তা করো এবং যার যার খাতায় লিখ।



এসো হিসাব করে দেখি। কাগজ ১টি। ভাঁজ ৪টি। কাজেই প্রতি ভাঁজে কাগজের অংশ হয় $\frac{1}{4}$ । যেহেতু

সম্পূর্ণ বর্গাকার ক্ষেত্রটি ১ টি কাগজ। কাজেই,

$$\text{নীল রঙের অংশ} = 1 \text{ এর } \frac{2}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\text{সবুজ রঙের অংশ} = 1 \text{ এর } \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{মোট রঙ করা অংশ} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\text{নীল ও সবুজ রঙ করা} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং, সাদা অংশ} &= (1 - \frac{3}{4}) = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} \\ &= \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$	

এবার চলো আমরা ঐ একই উদাহরণ বীজগণিতের ক্ষেত্রে দেখি। এ ক্ষেত্রে কাগজের ক্ষেত্রফল x বর্গ একক।

প্রথমে এদের সমান করে দু'টি ভাঁজ করো। প্রতি ভাঁজে পুরো কাগজের কত অংশ পরেছে চিন্তা করো। পুনরায়

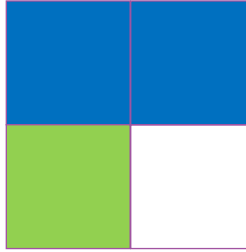
দুই ভাগের প্রতিটিকে দুইভাগ, অতঃপর চার ভাগে। এ ভাবে পর্যায়ক্রমে ভাগ করো এবং যার যার খাতায় অংশগুলোর পরিমাণ লিখ। পরিশেষে প্রতি দুই ভাগ বা তিন ভাগ এক সাথে নিয়ে মিলাও এবং তাদের অংশগুলোর নিয়ে যোগ করো এবং বিয়োগ করে বাস্তব পরিমাণের সাথে মিল করো। অন্যান্য অংশগুলোর জন্য ও অনুশীলন করো।



চলো আমরা x বর্গ একক ক্ষেত্রফলের কাগজ নিয়ে অনুশীলন করি। প্রথমে কাগজটিকে দুইভাগ করি, দুই ভাগকে আবার চার ভাগ করি এবং অংশগুলোতে ভিন্ন রঙ ব্যবহার করে পৃথক করি।

$$\frac{x}{4} \quad \frac{x}{4}$$

$$\frac{x}{4}$$



সম্পূর্ণ বর্গাকার ক্ষেত্রটিকে x ধরা হলে এর

$$\text{নীল রঙের অংশ} = x \text{ এর } \frac{2}{4} = \frac{2x}{4}$$

$$\text{সবুজ রঙের অংশ} = x \text{ এর } \frac{1}{4} = \frac{x}{4}$$

$$\text{মোট রঙ করা অংশ} = \frac{2x}{4} + \frac{x}{4}$$

$$\text{নীল ও সবুজ রঙ করা} = \frac{2x+x}{4} = \frac{3x}{4}$$

$$\text{সুতরাং, সাদা অংশ} = (x - \frac{3x}{4}) = \frac{4x}{4} - \frac{3x}{4}$$

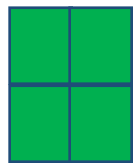
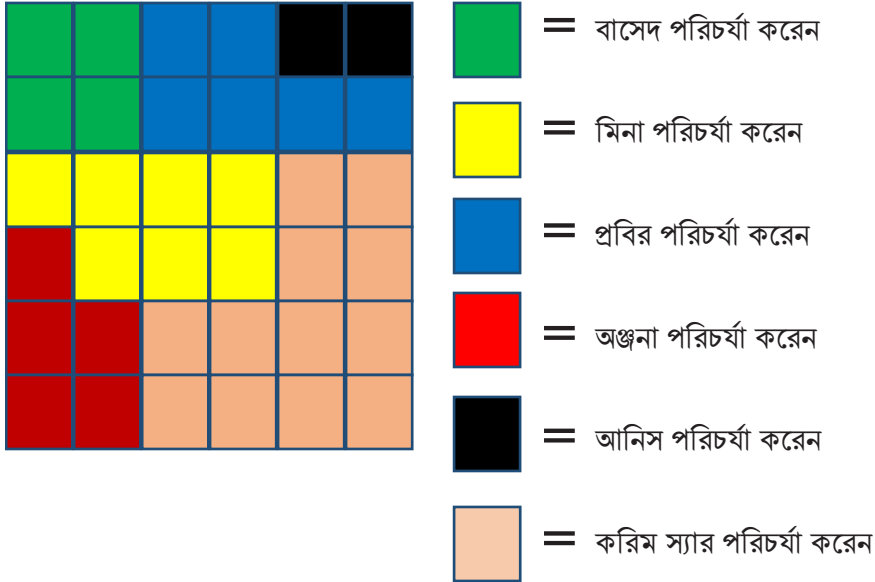
$$= \frac{4x-3x}{4} = \frac{x}{4}$$

এতক্ষণ নিশ্চয়ই বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের ধারণাটি তোমাদের স্পষ্ট হয়েছে।

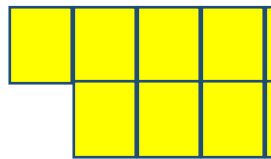
কর্মপত্র-১:

এবার চলো একাধিক রঙ করা অংশসহ একটি সবজি বাগানের ম্যাপ নিয়ে চিন্তা করি। বাগানটির মোট পরিমাণ x । ৭ম শ্রেণির শিক্ষার্থীরা বাগানটির পরিচর্যা করে থাকেন। এ বছর বাগানটির পরিচর্যার দায়িত্ব পেয়েছেন যথাক্রমে বাসেদ, মিনা, প্রবির, অঞ্জনা ও আনিস এবং বাকী অংশের দায়িত্বে আছেন কৃষি বিজ্ঞানের শিক্ষক করিম স্যার। এবার চলো আমরা বের করার চেষ্টা করি বাগানের মোট কত অংশ শিক্ষার্থীরা পরিচর্যা করে এবং কত অংশ কৃষি বিজ্ঞানের শিক্ষক করিম স্যার পরিচর্যা করেন।


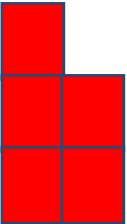

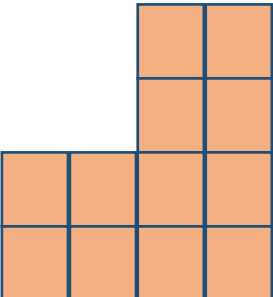
প্রথমে তোমরা খাতা ও রঙ করার জন্য কলম নাও। খাতায় নিচের চিত্রের মত করে একটি বর্গক্ষেত্র নিয়ে সংশ্লিষ্ট ক্ষেত্রগুলো রঙ করো। অতঃপর কাঁচি দিয়ে রঙ অনুযায়ী কেটে কেটে আলাদা করে সাজাও।



$$\text{বাসেদ এর পরিচর্যার অংশ} = x \text{ এর } \frac{4}{36} = \frac{4x}{36}$$



$$\text{মিনা এর পরিচর্যার অংশ} = x \text{ এর } \frac{7}{36} = \frac{7x}{36}$$

	প্রবির এর পরিচর্যার অংশ = x এর $\frac{6}{36} = \frac{6x}{36}$
	অঞ্জনা এর পরিচর্যার অংশ = x এর $\frac{5}{36} = \frac{5x}{36}$
	আনিস এর পরিচর্যার অংশ = x এর $\frac{2}{36} = \frac{2x}{36}$
	করিম স্যার এর পরিচর্যার অংশ = x এর $\frac{12}{36}$ = $\frac{12x}{36}$

কর্মপত্র ২:

যদি করিম স্যার তার পরিচর্যার দায়িত্বে থাকা বাগানের অংশ থেকে আরও $\frac{1}{3}$ অংশের পরিচর্যার দায়িত্ব বাসেদকে দেন তবে, করিম স্যার ও বাসেদ সবশেষে বাগানের কত অংশের পরিচর্যার দায়িত্বে নিয়োজিত থাকবেন বলতে পার কি? চলো বিষয়টি নিয়ে চিন্তা করি।

$$\text{বর্তমানে করিম স্যার এর পরিচর্যার অংশ} = \frac{12x}{36}$$

$$\text{বাসেদকে দায়িত্ব হস্তান্তর করবে} = \frac{12x}{36} \text{ এর } \frac{1}{3} = \frac{x}{3} \text{ এর } \frac{1}{3} = \frac{x}{9} \text{ অংশ}$$

$$\text{করিম স্যার এর পরিচর্যার অংশ সবশেষে থাকবে} = \frac{x}{3} - \frac{x}{9} = \frac{3x}{9} - \frac{x}{9} \text{ অংশ}$$

$$= \frac{3x-x}{9} = \frac{2x}{9}$$

সবশেষে বাসেদ এর পরিচর্যার অংশ হবে $=\frac{4x}{36}+\frac{x}{9}=\frac{4x}{36}+\frac{4x}{36}$ [সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ,

এখানে সাধারণ হর 36]

$$=\frac{8x}{36} \text{ [লব=রূপান্তরিত ভগ্নাংশগুলোর লবের যোগফল]}$$

$$=\frac{2x}{9}$$

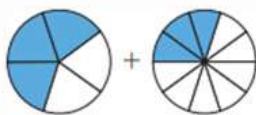
উপরের উদাহরণে তোমরা আবশ্যই লক্ষ করে থাকবে $\frac{4x}{36}$ ও $\frac{x}{9}$ ভগ্নাংশ দুইটিতে ভিন্ন ভিন্ন হর দেখা যায়।

এ ক্ষেত্রে তোমাদের কী করা উচিত? এক্ষেত্রে তোমরা অবশ্যই ভগ্নাংশ দুইটিকে সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত করে নিতে পারো।

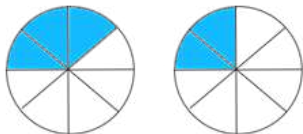
একক কাজ:

(প্রশ্ন ১ ও ২ এর জন্য, যদি বৃত্তটির ক্ষেত্রফল X বর্গ একক হয়।)

১। নিম্নের মডেলটি থেকে ভগ্নাংশ বের করো এবং যোগ করো।



২। প্রথম বৃত্ত থেকে দ্বিতীয় বৃত্ত বিয়োগ করো



৩। X -দৈর্ঘ্যের একটি বেতের $\frac{1}{3}$ অংশ লাল স্কস্টেপ দ্বারা মোড়ানো, $\frac{1}{4}$ অংশ কালো স্কস্টেপ দ্বারা মোড়ানো এবং অবশিষ্ট অংশ সাদা স্কস্টেপ দ্বারা মোড়ানো হলে, সাদা স্কস্টেপ দ্বারা মোড়ানো বেতের পরিমাণ কত?

৪. হেনা ৭ম শ্রেণির শিক্ষার্থী। সে তার বাড়ির উঠানে $\frac{1}{3}$ অংশে সবজি চাষ, $\frac{1}{4}$ অংশে ফুলের বাগান করল। উঠানের কত অংশ খালি রইল তা বীজগণিতীয় পদ্ধতিতে বের করো।

বীজগণিতীয় রাশির ভাগ (Division of Algebraic Expression)

একপদী রাশিকে একপদী রাশি দ্বারা ভাগ

আমরা ভগ্নাংশের গুণের ধারণা থেকে শিখেছি $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

আমরা যদি ডান পক্ষকে বামে এবং বাম পক্ষকে ডানে স্থানান্তর করি, তাহলে লিখতে পারি

$$\frac{ac}{bd} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$$

চলো এবার উপরের সম্পর্ক বীজগণিতীয় রাশির গুণের ক্ষেত্রেও ব্যবহার করি:

$$\frac{-30x^6}{2x^4} = \frac{-30}{2} \cdot \frac{x^6}{x^4} = -15x^2$$

$$\frac{-21a^5b^4}{-3a^4b} = \frac{-21}{-3} \cdot \frac{a^5}{a^4} \cdot \frac{b^4}{b} = 7a^1b^3 = 7ab^3$$

$$\frac{12y^2z^2}{4y^2z} = \frac{12}{4} \cdot \frac{y^2}{y^2} \cdot \frac{z^2}{z} = 3y^0z^1 = 3 \cdot 1 \cdot z = 3z$$

যদি একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 42 বর্গমিটার এবং এর দৈর্ঘ্য 7 মিটার হয়, তাহলে প্রস্থ কত?

7 মিটার

?

42 বর্গমিটার

বিষয়টি আমরা চিত্রে উপস্থাপন করতে চেষ্টা করি।

এখানে, ক্ষেত্রফল=42 বর্গমিটার

দৈর্ঘ্য=7 মিটার

প্রস্থ= $\frac{42}{7}$ মিটার=6 মিটার

আবার যদি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 42 বর্গ মিটার এবং প্রস্থ 6 মিটার হয়, তাহলে এর দৈর্ঘ্য কত?
?

এখানে, ক্ষেত্রফল=42 বর্গমিটার

প্রস্থ =6 মিটার

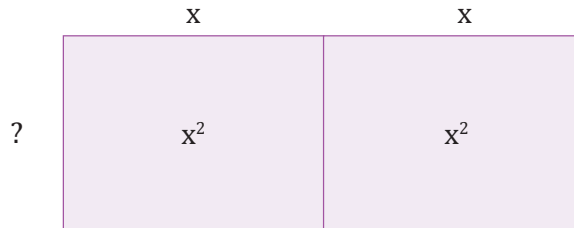
6 মি.

দৈর্ঘ্য = $\frac{42}{6}$ মিটার =7 মিটার

42 বর্গমিটার

অনুরূপভাবে , চলো আমরা আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে বীজগণিতীয় রাশিমালার ক্ষেত্রে চিন্তা করি।

একটি বিদ্যালয় কক্ষের ভিতরের মেঝের ক্ষেত্রফল $2x^2$ বর্গমিটার, এর দৈর্ঘ্য $2x$ মিটার হলে প্রস্থ কত?



কক্ষের (ক্ষেত্রটির) মেঝের ক্ষেত্রফল $= 2x^2$ বর্গমিটার

দৈর্ঘ্য $= 2x$ মিটার

প্রস্থ $= \frac{2x^2}{2x}$ মিটার $= x$ মিটার।

উদাহরণ ১:

$$x^5 \div x^2 = x^{5-2} = x^3$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

আমরা জানি, $a \times (-b) = (-a) \times b = -ab$

সুতরাং $-ab \div a = -b$

একইভাবে $-ab \div b = -a$

$$-ab \div (-a) = b$$

$$-ab \div (-b) = a$$

$$-ab \div (-b) = a$$

লক্ষ করি,

$$-\frac{ab}{a} = \frac{a \times (-b)}{a} = -b$$

$$-\frac{ab}{b} = \frac{(-a) \times b}{b} = -a$$

$$-\frac{-ab}{-a} = \frac{(-a) \times b}{-a} = -b$$

$$-\frac{-ab}{-b} = \frac{a \times (-b)}{-b} = -a$$

- * একই চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির ভাগফল (+) চিহ্নযুক্ত হবে।
- * বিপরীত চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির ভাগফল (-) চিহ্নযুক্ত হবে।

$$\frac{+1}{+1} = +1$$

$$\frac{-1}{-1} = +1$$

$$\frac{-1}{+1} = -1$$

$$\frac{+1}{-1} = -1$$

উদাহরণ ২:

$$24a^2bc^3 \div (-6abc^2)$$

$$\frac{24a^2bc^3}{(-6abc^2)} = \left(-\frac{24}{6}\right) \times \frac{a^2bc^3}{abc^2}$$

$$= -4 \times (a^{2-1} \times b^{1-1} \times c^{3-2}) = -4ac$$

একক কাজ: ভাগ করো

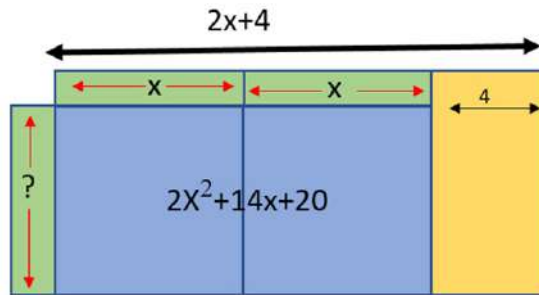
a. $\frac{24a^5}{-3a^2}$

b. $\frac{-18x^3y^2}{-6x^2y}$

c. $\frac{20a^3c^4d^2}{-5a^3c^3}$

বহুপদী রাশিকে একপদী রাশি দ্বারা ভাগ

যদি ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য 4মিটার বাড়ানো হয় এবং সে ক্ষেত্রে ক্ষেত্রটির পরিবর্তিত ক্ষেত্রফল হয় $2x^2+14x+20$, তবে ক্ষেত্রটির প্রস্থ কত?



আয়তাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= 2x^2+14x+20$ মিটার

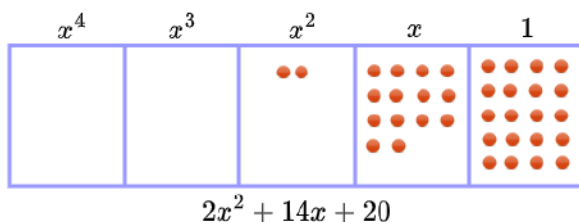
আয়তাকার ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য $= (2x+4)$ মিটার

সুতরাং, আয়তাকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ $= \frac{2x^2+14x+20}{(2x+4)}$ মি.

চলো আমরা গুটির খেলা পদ্ধতির সাহায্যে বহুপদী $(2x^2+14x+20)$ কে বহুপদী $(2x+4)$ দ্বারা ভাগ করে আয়তাকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ নির্ণয় করি।

১ম ধাপ: প্রথমে যতঘাতের বহুপদীকে ভাগ করতে হবে এর চেয়ে বেশি সংখ্যক বিশিষ্ট বাক্স আঁকি। যেমন: এখানে ভাঁজে x এর সর্বোচ্চ ঘাত ২। কাজেই বাক্স নিব ৩ বা ৪ ঘাত পর্যন্ত।

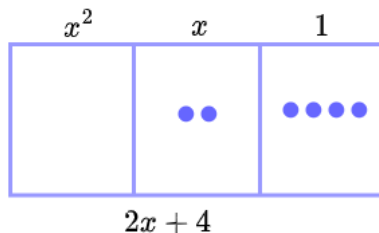
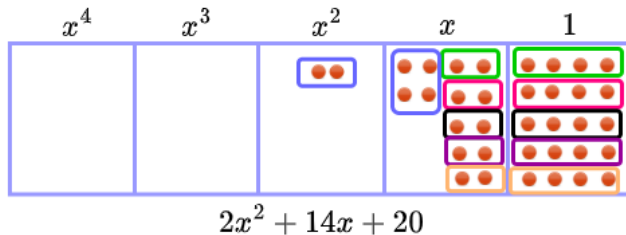
২য় ধাপ: ডান দিক থেকে ১ম বাক্সকে খুব পদের জন্য, ২য় বাক্সকে x ধারী সহগের জন্য, ৩য় বাক্সকে x^2 ধারী সহগের জন্য, ৪র্থ বাক্সকে x^3 ধারী সহগের জন্য, ৫ম বাক্সকে x^4 ধারী সহগের জন্য, নির্ধারণ করি।



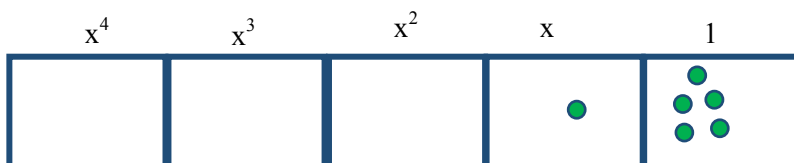
৩য় ধাপ: প্রদত্ত সমস্যাটিতে থাকা সহগগুলোর সমপরিমাণ গুটি ডান দিক থেকে পর্যায়ক্রমে বসাই। যেমন:

ডান দিক থেকে ১ম বাক্সে খুব পদ জন্য ২০ টি গুটি, ২য় বাক্সে x এর সহগের জন্য ১৪টি গুটি এবং ৩য় বাক্সে x^2 এর সহগের জন্য ২ টি গুটি বসাই।

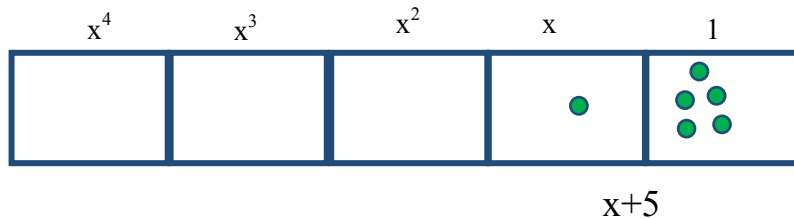
৪র্থ ধাপ: ডান দিক থেকে পর্যায়ক্রমে ভাঁজকের গুটির সম সংখ্যক গুটি নিয়ে দল গঠন করি।



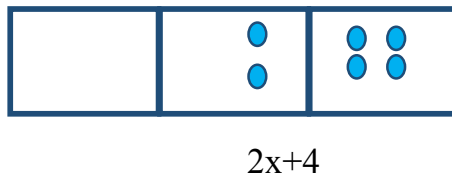
৫ম ধাপ: এক রাউন্ড হলে ১টি, ২ রাউন্ড হলে ২টি অন্য রঙের গুটি বসাই এবং পূর্বের দল সরিয়ে দেই।



৬ষ্ঠ ধাপ: নতুন রঙের গুটিকে সহগ ধরে এদেরকে চলকের সাথে মিল করি। ফলে নিম্নের মত ভাগফল পাওয়া যাবে।



সুতরাং, $\frac{2x^2+14x+20}{(2x+4)} = x+5$



নির্ণেয় প্রস্থ $= (x+5)$ মিটার

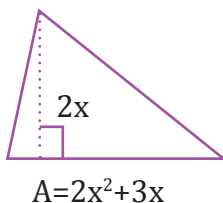
উদাহরণ-৪: $4x^5 - 14x^4 + 6x^3 - 2x^2$ কে $2x^2$ দ্বারা ভাগ করো।

সমাধান: $\frac{4x^5}{2x^2} - \frac{14x^4}{2x^2} + \frac{6x^3}{2x^2} - \frac{2x^2}{2x^2} = 2x^3 - 7x^2 + 3x - 1$

উদাহরণ-৫: ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ কর: $3a^3b^2 - 2a^2b^3, a^2b^2$

সমাধানঃ $\frac{(3a^3b^2 - 2a^2b^3)}{(a^2b^2)} = \frac{a^2b^2(3a - 2b)}{a^2b^2} = 3a - 2b$ ∴ নির্ণেয় ভাগফলঃ $3a - 2b$

উদাহরণ-৬: একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $2x^2 + 3x$ বর্গএকক এবং উচ্চতা $2x$ একক হলে, এর ভূমির দৈর্ঘ্য কত?



$$\frac{4x^2 + 6x}{2x} = (4x^2 + 6x) \cdot \frac{1}{2x}$$

সমাধান:

$$\begin{aligned} &= 4x^2 \cdot \frac{1}{2x} + 6x \cdot \frac{1}{2x} \\ &= \frac{4x^2}{2x} + \frac{6x}{2x} \\ &= \frac{4}{2} \left(\frac{x^2}{x} \right) + \frac{6}{2} \left(\frac{x}{x} \right) \\ &= 2x^{(2-1)} + 3x^{(1-1)} \\ &= 2x + 3 \end{aligned}$$

কাজ:

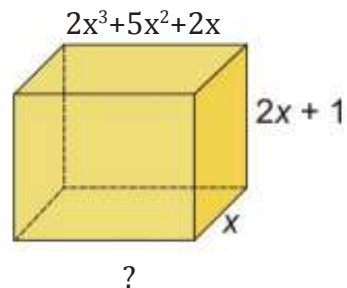
১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করো:

ক) $3a^3b^2 - 2a^2b^3, a^2b^2$

খ) $20x^3y + 10xy^2 - 15x^2y, 5xy$

বহুপদী রাশিকে বহুপদী রাশি দ্বারা ভাগ

এবার চলো আমরা একটি শ্রেণিকক্ষের আয়তন পরিমাপ করতে চেষ্টা করি। যদি একটি বিদ্যালয় ভবনের নীচ তলার একটি কক্ষের আয়তন $2x^3 + 5x^2 + 2x$ ঘনমিটার, কক্ষের উচ্চতা = $(2x+1)$ মিটার এবং প্রস্থ = x মিটার হলে কক্ষটির দৈর্ঘ্য কত হতে পারে তোমরা বলতে পার কি? নিশ্চয়ই তোমাদের আয়তাকার ঘনবস্তুর কথা মনে আছে। চলো বের করতে চেষ্টা করি।



কক্ষের আয়তন = $2x^3 + 5x^2 + 2x$ ঘনমিটার

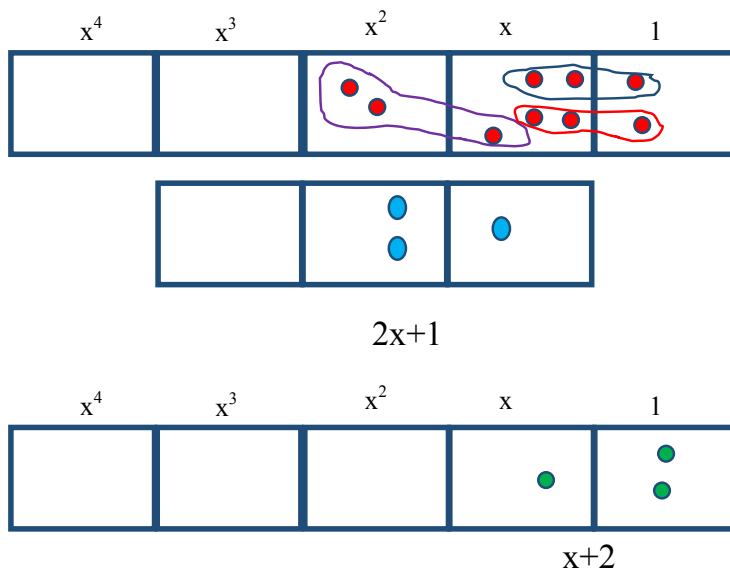
কক্ষের উচ্চতা = $(2x+1)$ মিটার

কক্ষের প্রস্থ = x মিটার

কক্ষের দৈর্ঘ্য = ?

$$\text{কক্ষের দৈর্ঘ্য} = \frac{2x^3 + 5x^2 + 2x}{(2x+1)(x)} = \frac{2x^2 + 5x + 2}{(2x+1)}$$

দলগত কাজ: গুটির খেলা পদ্ধতি



নির্ণেয় ভাগফল= $(x+2)$

একক কাজ:

গুটির খেলা পদ্ধতির সাহায্যে বহুপদী (x^2+3x+2) কে বহুপদী $(x+2)$ দ্বারা ভাগ করো।

একক কাজ:

গুটির খেলা পদ্ধতির সাহায্যে নিচের ১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা ভাগ করো।

1. $24a^2b^2c-15a^4b^4c^4-9a^2b^6c^2, -3ab^2$	5. $a^2+4axyz+4x^2y^2z^2, a+2xyz$
2. $a^3b^2+2a^2b^3, a+2b$	6. $x^2-1, x+1$
3. $6x^2+x-2, 2x-1$	7. $x^2-1, x-1$
4. $6y^2+3x^2-11xy, 3x-2y$	8. $x^2+3x+2, x+1$
	9. $x^2-3x+2, x-2$