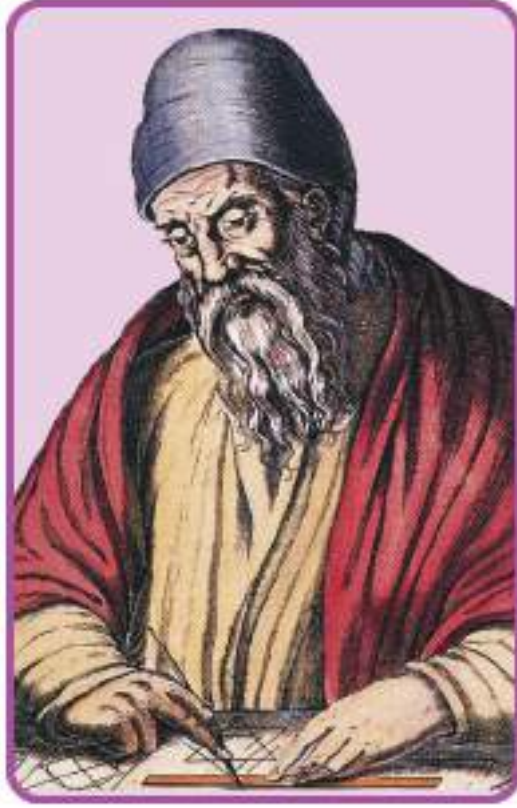


দ্বিমাত্রিক বস্তু গণনা




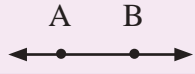


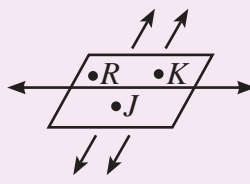
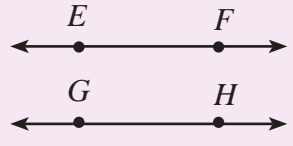
গ্রিক পন্ডিত ইউক্লিড

জ্যামিতি গণিতের পুরোনো কিন্তু মজার একটি শাখা। কারণ জ্যামিতি জেনেই আমরা আমাদের খেলার মাঠ, বাগান, ঘর-বাড়ি, জমিজমা ইত্যাদি পরিমাপ করে থাকি। তোমাদের নিশ্চয়ই জানতে ইচ্ছে করছে জ্যামিতি শব্দটির মানে কী? জানা যায়, গ্রিকদেশের মানুষরা ভূমিকে Geo বলত এবং পরিমাপকে বলত metron। এই Geo এবং metron মিলেই হলো Geometry, বাংলায় আমরা বলি জ্যামিতি। এবার তাহলে প্রশ্ন করতে পারো এই জ্যামিতির প্রয়োজন কেন হয়েছিল? আজ থেকে অনেক অনেক বছর আগে কৃষিকে নির্ভর করে গড়ে উঠেছিল বিভিন্ন সভ্যতা। কৃষি কাজের জন্য প্রয়োজন হয় জমিজমার। আর এই জমিজমা পরিমাপের জন্যই প্রয়োজন হয় জ্যামিতির। তবে আজকাল জ্যামিতি শুধু জমি পরিমাপের জন্য ব্যবহার হয় না। গণিতের অনেক জটিল সমস্যাও জ্যামিতির জ্ঞান ব্যবহার করে সমাধান করা হচ্ছে। প্রাচীন মিশর, ব্যাবিলন, ভারতবর্ষ, চীন ও দক্ষিণ আমেরিকার ইনকা সভ্যতার বিভিন্ন কাজে জ্যামিতি ব্যবহারের প্রমাণ পাওয়া যায়।

তবে প্রাচীন গ্রিক সভ্যতার যুগেই জ্যামিতির সাজানো গোছানো সুন্দর রূপটি স্পষ্টভাবে দেখা যায়। গ্রিক পন্ডিত ইউক্লিড জ্যামিতির সূত্রগুলোকে সুবিন্যস্ত করে তাঁর বিখ্যাত গ্রন্থ Elements রচনা করেন। এছাড়া জ্যামিতিকে সমৃদ্ধ করার ক্ষেত্রে থেলিস, পিথাগোরাস, প্লেটো, টলেমি, আর্কিমিডিস সহ আরও অসংখ্য গণিতবিদের অবদান রয়েছে।

জ্যামিতির মৌলিক ধারণা

নিচের ছকটি লক্ষ করি এবং এর খালি ঘরগুলো পূরণ করি:

জ্যামিতিক নাম	বর্ণনা	চিত্র	কীভাবে পড়তে হবে
বিন্দু	বিন্দুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নেই।		বিন্দু
রেখা	রেখার নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেই।		রেখা
রেখাংশ	রেখাংশের নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য আছে।		রেখাংশ
রশ্মি	রশ্মির একটি প্রান্ত বিন্দু আছে। এর নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য নেই।		রশ্মি
তল	তলের শুধু দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ আছে। তল দ্বিমাত্রিক।		সমতল RJK
সমান্তরাল রেখা	একই সমতলে অবস্থিত দুইটি সমান্তরাল রেখা কখনো একে অপরকে ছেদ করে না।		EF ও GH রেখাদ্বয় সমান্তরাল
কোণ			
সন্নিহিত কোণ			
সমকোণ			
↓			
↓			

কাগজের ত্রিভুজ

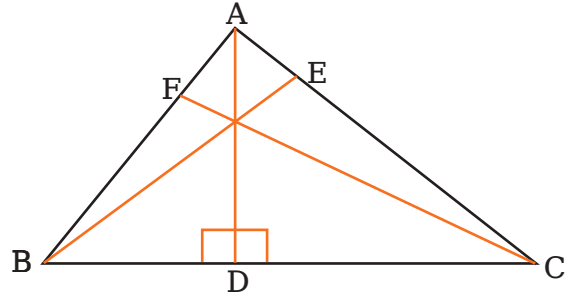
ইচ্ছেমতো কাগজের কয়েকটি ত্রিভুজ কাট। এবার, ত্রিভুজগুলোর ছবি ঐকে বা খাতায় আঁটা দিয়ে লাগিয়ে নিচের মতো ছক তৈরি করে পূরণ করো।

ছবি	১ম কোণ	২য় কোণ	৩য় কোণ	কোণ তিনটির যোগফল	১ম বাহুর দৈর্ঘ্য	২য় বাহুর দৈর্ঘ্য	৩য় বাহুর দৈর্ঘ্য	ত্রিভুজের ধরন

ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুই ভূমি হতে পারে এবং সেই অনুসারে উচ্চতা তিনটি

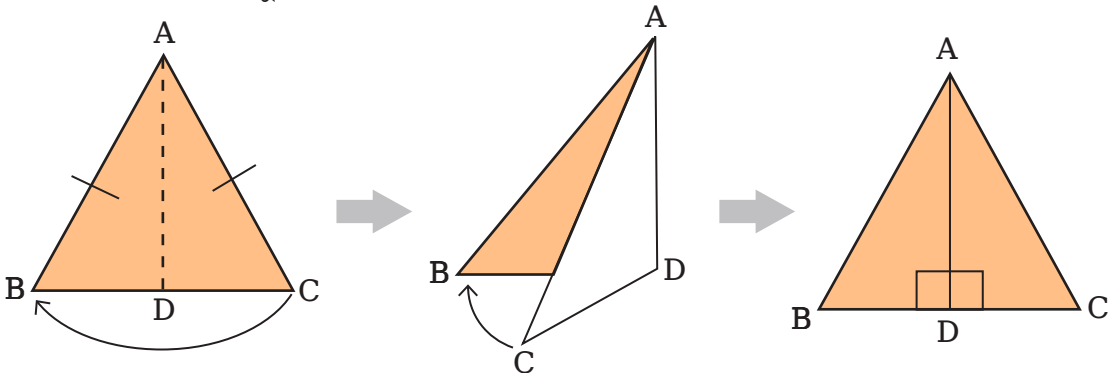
সুস্বকোণী ত্রিভুজের তিনটি উচ্চতা

চিত্রে $\triangle ABC$ একটি সুস্বকোণী ত্রিভুজ এবং AD , BE ও CF তিনটি উচ্চতা।



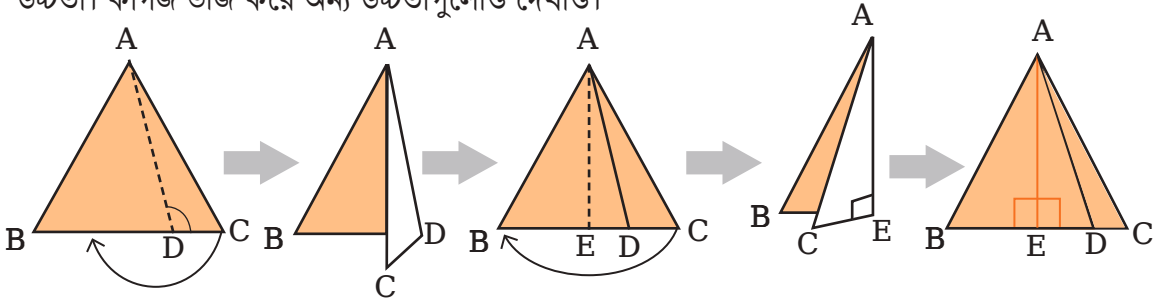
সমকোণী ত্রিভুজের উচ্চতা

চিত্রে $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং AD উভয় ত্রিভুজের একটি উচ্চতা। কাগজ ভাঁজ করে অন্য উচ্চতাগুলোও দেখাও।

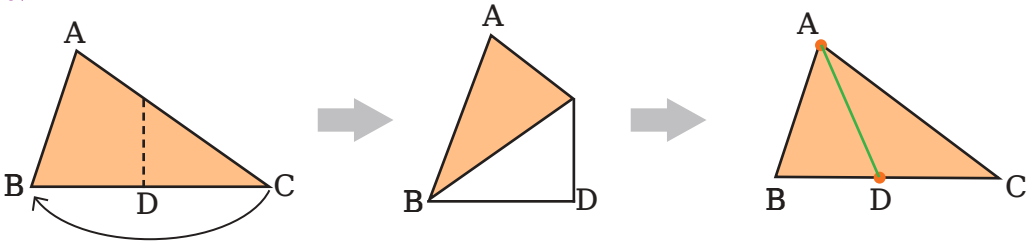


স্থলকোণী ত্রিভুজের উচ্চতা

চিত্রে $\triangle ABD$ সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ ও $\triangle ACD$ স্থলকোণী ত্রিভুজ। AE উভয় ত্রিভুজের একটি উচ্চতা। কাগজ ভাঁজ করে অন্য উচ্চতাগুলোও দেখাও।



ত্রিভুজের মধ্যমা নির্ণয় করো

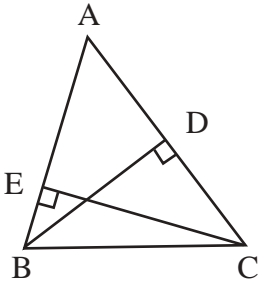


সবুজ রঙের সরলরেখাংশটি ত্রিভুজের একটি শীর্ষ থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ ঘটায়। এজন্য একে ‘ত্রিভুজের মধ্যমা’ বলব।



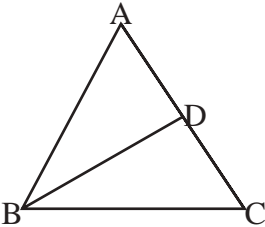
অনুশীলনী

১)



চিত্রে, $AB = 100$ সে.মি., $AC = 120$ সে.মি. এবং $BD = 80$ সে.মি. হলে $CE = ?$

২)



চিত্রে, ABC ত্রিভুজের BD মধ্যমা এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য AD এর দ্বিগুণ।
ত্রিভুজটি কী ধরনের?
উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

৩)

একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য ৫ সে.মি., ১২ সে.মি. এবং ১৩ সে.মি.।

ক) আনুপাতিক চিত্র অংকন করো।

খ) সমকোণিক বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

বিভিন্ন আকৃতির বস্তু খুঁজি








আমাদের চারপাশে নানা আকৃতির বস্তু আছে। সবগুলো বস্তু দেখতে একরকম নয়, তাদের বৈশিষ্ট্যগুলিও ভিন্ন ভিন্ন। আজ আমরা নানারকম বস্তুর আকৃতি ও বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে জানব এবং তাদের মধ্যে মিল/অমিল খুঁজে বের করব।



তোমাদের শ্রেণিকক্ষের ভিতরে যে বিভিন্ন আকৃতির বস্তু রয়েছে তা খুঁজে বের করো। এ বস্তুগুলোর আকৃতির ভিন্নতার কারণ চিন্তা করো। এ বস্তুগুলোর তলের সংখ্যার মধ্যে কোনো ভিন্নতা আছে কি? চারপাশের এ বস্তুগুলোর বাহুর সংখ্যা কি ভিন্ন ভিন্ন? নিবিড়ভাবে পর্যবেক্ষণ করে এদের কোণ, বাহু এবং তল চিহ্নিত করতে চেষ্টা করো।



চলো আমরা নিচের
ছবিগুলো নিবিড়ভাবে
পর্যবেক্ষণ করি এবং
ছকটি পূরণ করি

ছবি	নাম	বাহু	কোণ	তল	জ্যামিতিক আকৃতির নাম	দ্বিমাত্রিক/ ত্রিমাত্রিক
	বই	১২	২৪	৬	আয়তাকার ঘনবস্তু	ত্রিমাত্রিক
						
						
						
						
						
						

এ বস্তুগুলো কোন ধরনের
আকৃতি দিয়ে তৈরি?

হতে পারে একাধিক মৌলিক আকৃতির
বস্তুর সংযোগে এগুলো তৈরি হয়েছে। এই
বস্তুগুলোকে আমরা কী বলব?

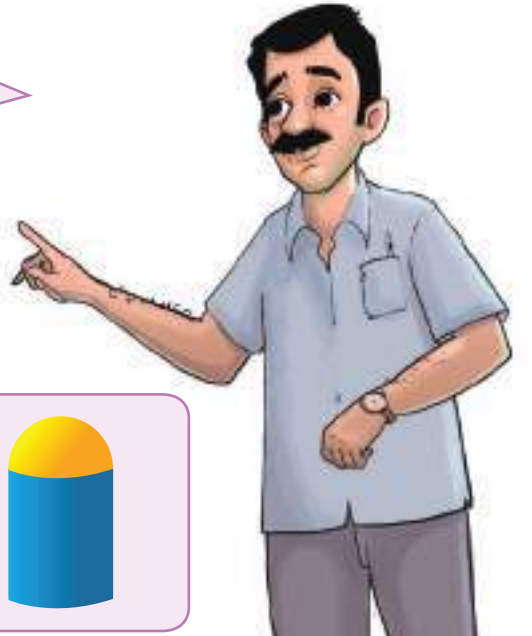
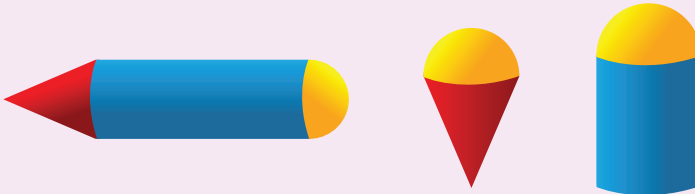
এগুলো আবার কোন
ধরনের আকৃতি!



এগুলো যৌগিক আকৃতির বস্তু। এরকম আর কোনো বস্তু কি তোমরা
কখনো দেখেছ? চিন্তা করে বলো।



এবার এগুলোর কোনটির সাথে কোনটি মিলিয়ে নিচের
বস্তুগুলো তৈরি করা যায় বলো তো?



ছবিতে দুইজন শিক্ষার্থী জ্যামিতিক আকৃতি নিয়ে আলোচনা করছে

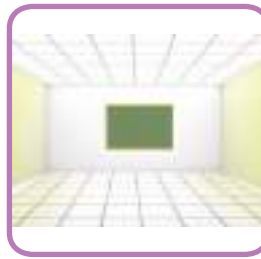
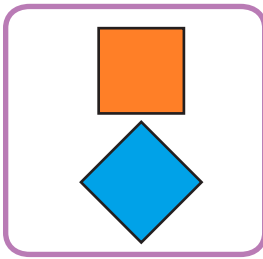


বাম পাশের চিত্রগুলোর সাথে ডান পাশের শর্তগুলো মিলাও।

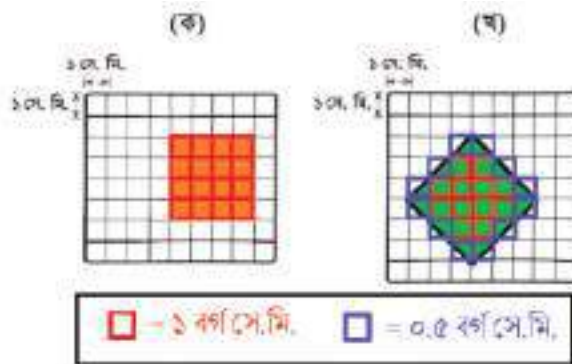


- ৩টি বাহু ও ১টি তল
- ৪টি বাহু ও ১টি তল
- ৬টি তল এবং প্রত্যেকটি তল সমান
- ১টি আবদ্ধ বক্ররেখা ও ১টি তল
- ৬টি তল কিন্তু প্রত্যেকটি তল সমান নয়
- ১টি বক্রতল

আমাদের চারপাশে নানা ধরনের বস্তু রয়েছে। আমরা বিভিন্ন পদ্ধতিতে এ বস্তুগুলো পরিমাপ করতে পারি। কখনো আমরা স্কেল ব্যবহার করি। আবার কখনো আমরা গ্রিড/গ্রাফে বিভিন্ন আকৃতির বস্তু পরিমাপ করি।



গ্রিডে চতুর্ভুজ
পরিমাপ পদ্ধতি



- (ক) চিত্রে লাল রং দিয়ে চিহ্নিত ১৬ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১৬×১ বর্গ সে.মি.
= ১৬ বর্গ সে.মি. এখানে, নীল রং দিয়ে চিহ্নিত কোনো বর্গক্ষেত্র নেই। তাই,
পরিমাপে কম বেশি হওয়ার সুযোগ নেই।
- (খ) চিত্রে লাল রং দিয়ে চিহ্নিত ১২ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১২×১ বর্গ সে.মি.
= ১২ বর্গ সে.মি. (খ) চিত্রে নীল রঙ দিয়ে চিহ্নিত ১২ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
= ১২×০.৫ বর্গ সে.মি. = ৬ বর্গ সে.মি.
- \rightarrow গ্রিড থেকে পাওয়া ক্ষেত্রফল = ১২ বর্গ সে.মি. + ৬ বর্গ সে.মি. = ১৮ বর্গ সে.মি.
- এখানে, নীল রং দিয়ে চিহ্নিত বর্গের সবগুলিতে একেবারে ঠিকঠাক ০.৫ বর্গ সে.মি.
ক্ষেত্রফল আছে।
- অন্য কোনো জ্যামিতিক উপায়ে (ক) ও (খ) চিত্র থেকে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায় কি?
- তাহলে গ্রিডের সাহায্যে (ক) ও (খ) চিত্র থেকে যে ক্ষেত্রফল পাওয়া গেল, সেগুলো
কি একেবারে সঠিক বা প্রকৃত ক্ষেত্রফল নাকি কাছাকাছি বা আপাত ক্ষেত্রফল?

তোমার শিক্ষক শ্রেণি কক্ষে যে পাতা প্রদর্শন করছেন তা ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করো। এ পাতাগুলো কীভাবে পরিমাপ করা যায় চিন্তা করে তার একটি পরিকল্পনা করো।

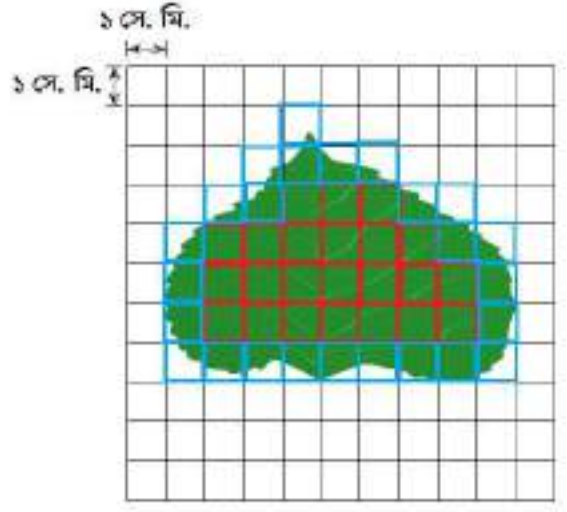
আমার হাতের পাতাগুলো
দ্বিমাত্রিক নাকি
ত্রিমাত্রিক? কেন?

পাতাগুলো আমরা কীভাবে
পরিমাপ করতে পারি?

এক্ষেত্রে আমরা গ্রিড পদ্ধতি
ব্যবহার করতে পারি



গ্রিডে পাতা পরিমাপ পদ্ধতি

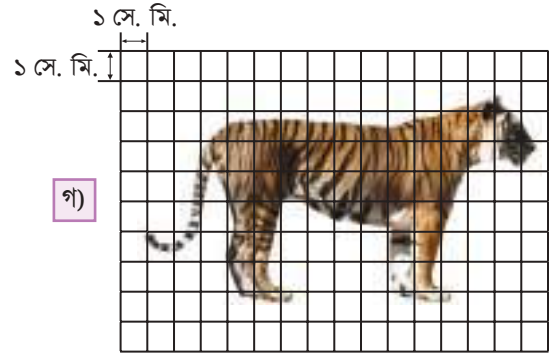
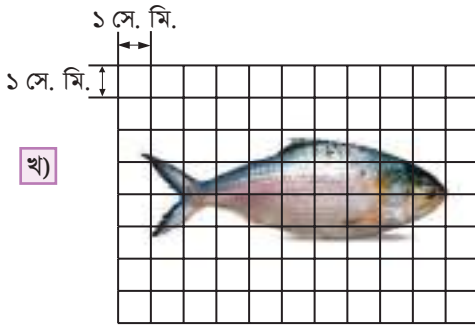
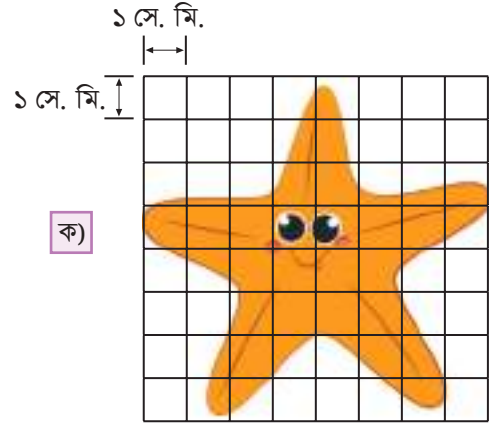


গ্রিডে লাল রঙ চিহ্নিত
বর্গগুলো সম্পূর্ণরূপেই
পাতা দিয়ে ঢাকা রয়েছে।



গ্রিডে নীল রঙ চিহ্নিত
বর্গগুলো আংশিকভাবে
পাতা দিয়ে ঢাকা রয়েছে।

- লাল রঙ দিয়ে চিহ্নিত ২৩ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২৩×১ বর্গ সে.মি.
= ২৩ বর্গ সে.মি.
- নীল রঙ দিয়ে চিহ্নিত ২৫ টি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ২৫×০.৫ বর্গ সে.মি.
= ১২.৫ বর্গ সে.মি.
- পাতার ক্ষেত্রফলের আপাত পরিমাপ = ২৩ বর্গ সে.মি. + ১২.৫ বর্গ সে.মি.
= ৩৫.৫ বর্গ সে.মি.
- কিন্তু নীল রং দিয়ে চিহ্নিত বর্গের সবগুলিতে একেবারে ঠিকঠাক ০.৫ বর্গ সে.মি. ক্ষেত্রফল নেই। তাহলে গ্রিড দিয়ে উপরের পরিমাপের প্রক্রিয়ায় পাতার যে ক্ষেত্রফল পাওয়া গেল, সেটা কি একেবারে সঠিক বা প্রকৃত ক্ষেত্রফল নাকি কাছাকাছি বা আপাত ক্ষেত্রফল?
- এবার গ্রিডের ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ২ সে.মি. এবং ০.৫ সে.মি. নিয়ে আলাদাভাবে ছবির পাতাটিরই আপাত ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
- তোমার দৃষ্টিতে কোন ক্ষেত্রে প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল পাতাটির প্রকৃত ক্ষেত্রফলের বেশি কাছাকাছি হবে, যৌক্তিক মতামত দাও।



দলগত কাজ: আমাদের শ্রেণিকক্ষ কত বড়?



এ কাজের মাধ্যমে তোমরা তোমাদের শ্রেণিকক্ষের দেয়াল এবং মেঝে পরিমাপ করবে। দলের সকলে পরিকল্পনা করে কাজগুলো করবে এবং এক্ষেত্রে শিক্ষকের নির্দেশনা অনুসারে সতীর্থ মূল্যায়ন প্রক্রিয়াটি সম্পন্ন করবে।

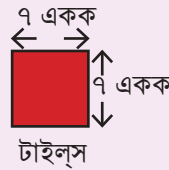
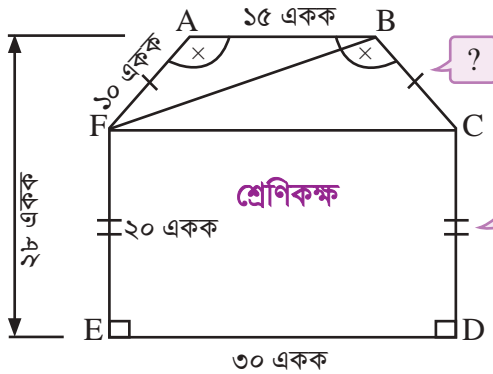


কর্মপত্র: পড়ার ঘর মেপে দেখি

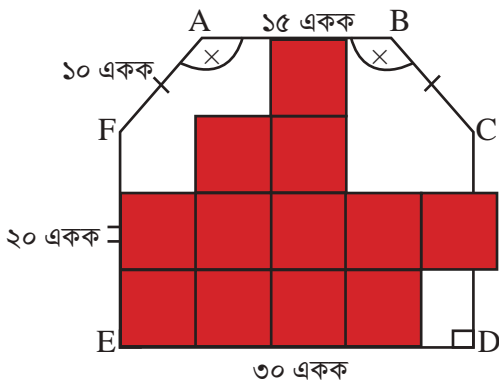
তোমার পড়ার ঘরটির মেঝের ক্ষেত্রফল কত?	
ঐ মেঝেতে সম্ভাব্য কতটি টাইলস লাগবে? (অতিরিক্তসহ) (টাইলসের আকার পছন্দমত নির্ধারণ করো)	
শ্রেণিকক্ষের ভিতরের ছাদসহ কতটুকু জায়গায় রং করতে হবে? (পরিমাপ ও হিসাব সম্পন্ন করতে প্রয়োজনে সহায়তা নিবে)	



পাজল



এই আকারের টাইলস দিয়ে শ্রেণিকক্ষের ছবিটি পূরণ করো।



- ক) শ্রেণিকক্ষের ছবিটি পূরণ করতে কতটি টাইলস প্রয়োজন হয়েছে?
 খ) ছবিতে দেখানো শ্রেণিকক্ষ এবং একটি টাইলসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে প্রয়োজনীয় টাইলসের সংখ্যা হিসাব করো।
 (সংকেত : AB ও ED রেখা সমান্তরাল। $\triangle ABF$ ও $\triangle BCF$ এর উচ্চতাগুলো ঐক্যে নিতে পার।
 গ) (ক) এবং (খ) থেকে প্রাপ্ত ফলাফলের মধ্যে পার্থক্য থাকলে তার যৌক্তিক ব্যাখ্যা দাও।

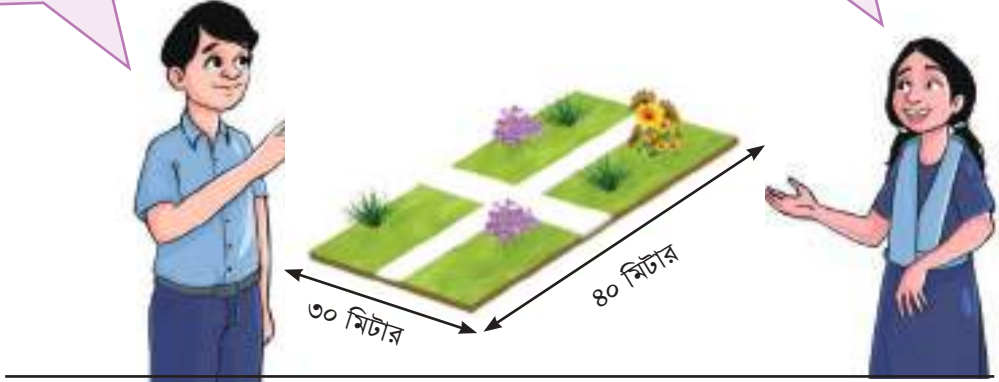
বাগানটির ঠিক মাঝ বরাবর
আড়াআড়িভাবে ১ মিটার
চওড়া রাস্তা আছে।

বাগানটির পরিসীমা কত হবে?

বাস্তব সমস্যার গল্প

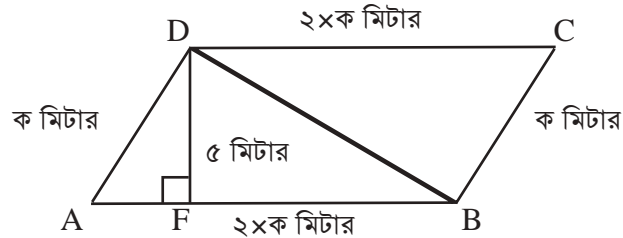
চলো রাস্তা দুইটার মোট
ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি

১)



- ২) একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল একটি বর্গাকার জমির ক্ষেত্রফলের সমান। আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। প্রতি মিটার দড়ির মূল্য ৭ টাকা। দড়ি দিয়ে দুইবার ঘুরিয়ে জমির চারদিকে বেষ্টনি দিতে মোট ৫৬০০ টাকা খরচ হয়।
- ক) আয়তাকার জমির পরিসীমা কত হবে?
- খ) বর্গাকার জমিতে প্রতি ৪ বর্গমিটার জায়গায় একটি করে পৈপের চারা রোপন করলে কতটি চারা লাগবে?

৩)



চিত্রের সামান্তরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা ১৮০ মিটার এবং এর ক্ষেত্রফল একাধিক উপায়ে নির্ণয় করা যায়।

ক) সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল যৌক্তিক ব্যাখ্যাসহ একাধিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করো।

খ) দেখাও যে, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ত্রিভুজক্ষেত্র ABD এর দ্বিগুণ।


৪) একটি ঘরের মেঝে ২৬ মিটার লম্বা ও ২০ মিটার চওড়া। ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেটি সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ৪৫ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?



দ্বিমাত্রিক বস্তু পরিমাপের দলগত কাজের ক্ষেত্রে সতীর্থ মূল্যায়নের জন্য রুব্রিক্স নমুনা

এ রুব্রিক্সটি প্রত্যেক শিক্ষার্থী তার দলের অন্য সদস্যদের সতীর্থ মূল্যায়নের জন্য ব্যবহার করবে। শিক্ষক এই মূল্যায়ন প্রক্রিয়া পরিচালনার জন্য শিক্ষার্থীদের নির্দেশনা প্রদান করবেন।

দলগত কাজের সময় তোমার দলের সদস্যদের কাজ পর্যবেক্ষণ করে সতীর্থ মূল্যায়ন প্রক্রিয়াটি পরিচালনা করো। তোমার সহপাঠী কাজটি সম্পূর্ণভাবে পারলে তিনটি তারকা, আংশিকভাবে পারলে দুইটি তারকা এবং পরিমাপ করেছে কিন্তু ফলাফল সঠিক নয় হলে একটি তারকা দাও। এক্ষেত্রে প্রয়োজনে শিক্ষকের সাহায্য নিতে পারবে।

সম্পূর্ণভাবে পেরেছে ★ ★ ★	আংশিকভাবে পেরেছে ★ ★	পরিমাপ করেছে কিন্তু ফলাফল সঠিক নয় ★	কাজে অংশ নেয়নি 
------------------------------	-------------------------	--	--

মূল্যায়নকারী শিক্ষার্থীর নাম:	দলের অন্য সদস্যদের নাম					
মূল্যায়ন ক্ষেত্র	ক	খ	গ	ঘ	ঙ	চ
শ্রেণিকক্ষের দেয়ালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পেরেছে						
শ্রেণিকক্ষের দেয়ালের যে অংশ রঙ করতে হবে তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পেরেছে						
শ্রেণিকক্ষের মেঝের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পেরেছে						
মেঝেতে কতটি টাইলস লাগবে তা নির্ণয় করতে পেরেছে						
দলগত কাজের সময় দলের অন্যান্য সদস্যের সাথে আলোচনা করেছে।						
দলগত কাজের সময় সবাইকে সাহায্য করেছে						
পরিমাপের সময় সঠিক ফলাফল নির্ণয়ের জন্য দুই/তিনবার পরিমাপ করেছে						

মন্তব্য: