

## অধ্যায়-৯: সমতলে বস্তুকণার গতি

### ১ নং প্রশ্নের উত্তর

বার্ষিক ক্রিড়া প্রতিযোগিতায় লৌহ গোলক নিক্ষেপ ইভেন্টে একজন খেলোয়াড়  $u$  বেগে অনুভূমিকের সাথে  $\alpha$  কোণে লৌহ গোলক নিক্ষেপ করে। গোলকটি সর্বাধিক  $H$  উচ্চতায় উঠে এবং  $R$  দূরত্বে ভূমিতে পতিত হয়।

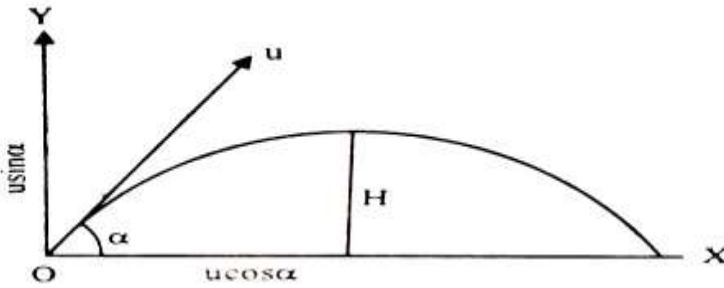
ক) গোলকটির সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছানোর সময় বের কর।

খ) প্রমাণ কর যে, গোলকটির অনুভূমিক পাল্লা  $R = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha$  এবং  $R_{\max} = \frac{u^2}{g}$

গ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে গোলকটির গতিপথ কেমন হবে তা নিরূপণ কর।

#### (ক) এর সমাধান

ধরি, কোনো গোলকটি  $O$  বিন্দু থেকে  $u$  আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে  $\alpha$  কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো।  $O$  বিন্দুতে  $u$  বেগের অনুভূমিক লম্বাংশ  $u \cos \alpha$  এবং উল্লম্ব লম্বাংশ  $u \sin \alpha$  এবং বস্তুকণাটি সর্বাধিক  $H$  উচ্চতায় পৌঁছে।



সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছানোর সময়  $T_1$  হলে,

$T_1$  সময়ে বস্তুকণাটির বেগের উল্লম্ব লম্বাংশ 0 হবে।

$$\therefore 0 = u \sin \alpha - gT_1$$

$$\text{বা, } T_1 = \frac{u}{g} \sin \alpha (\text{Ans.})$$

#### (খ) এর সমাধান

মনে করি কোনো বস্তুকণা  $O$  বিন্দু থেকে  $u$  আদিবেগে অনুভূমিকের সাথে  $\alpha$  কোণে প্রক্ষিপ্ত হলো।  $O$  বিন্দুতে  $u$  এর অনুভূমিক উপাংশ  $u \cos \alpha$  এবং উল্লম্ব উপাংশ  $u \sin \alpha$ । অভিকর্ষজ ত্বরণ  $g$  নিম্নদিকে উল্লম্বভাবে বিধায়  $u \cos \alpha$  এর উপর  $g$  এর কোন প্রভাব থাকবে না। বস্তুকণাটি  $T$  সময় পর অনুভূমিক তলে ফিরে আসলে লম্বিক সরণ শূন্য হবে।

$$\therefore 0 = u \sin \alpha T - \frac{1}{2} g T^2 \quad \text{বা, } 0 = 2u \sin \alpha T - g T^2$$

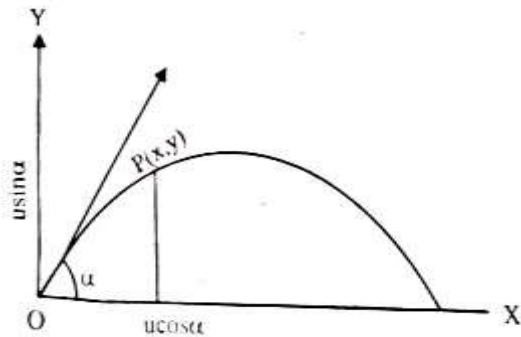
$$\text{বা, } g T^2 - 2u \sin \alpha T = 0$$

$$\text{বা, } T(gT - 2u \sin \alpha) = 0$$

$$\therefore gT - 2u \sin \alpha = 0 \quad [\because T \neq 0]$$

$$\text{বা, } T = \frac{2u}{g} \sin \alpha$$

অনুভূমিক পাল্লা  $R$  হলে,



$$R = u \cos \alpha \cdot T = u \cos \alpha \cdot \frac{2u}{g} \sin \alpha$$

$$= \frac{u^2}{g} (2 \sin \alpha \cos \alpha) = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha$$

$$\therefore R = \frac{u^2}{g} \sin 2\alpha \quad (\text{প্রমাণিত})$$

পাল্লা সর্বাধিক হবে যখন  $\sin 2\alpha$  এর মান সর্বাধিক হবে। অর্থাৎ ..

$$\sin 2\alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

সুতরাং সর্বাধিক পাল্লার জন্য,

$$R_{\max} = \frac{u^2}{g} \sin(2 \times 45^\circ) = \frac{u^2}{g}$$

$$\therefore R_{\max} = \frac{u^2}{g} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

#### (গ) এর সমাধান

গোলকটি ভূমি থেকে  $u$  অদিবেগে অনুভূমিকের সাথে  $\alpha$  কোণে নিক্ষেপ করলে যদি  $t$  সময়ে  $P(x, y)$  বিন্দুতে পৌঁছে তবে,

$$\text{অনুভূমিক সরণ } x = u \cos \alpha \cdot t \quad \text{বা, } t = \frac{x}{u \cos \alpha}$$

$$\text{লম্বিক সরণ } y = u \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$= u \sin \alpha \frac{x}{u \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2 \cos^2 \alpha}$$

$$= u \tan \alpha - \frac{g x^2}{2 u^2 \cos^2 \alpha}$$

$u, \alpha, g$  নির্দিষ্ট বলে এরা ধ্রুবক।

$$\tan \alpha = a \quad \text{এবং} \quad \frac{-g}{2 u^2 \cos^2 \alpha} \quad \text{ধরে}$$

$$y = ax + bx^2$$

এটি একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ বোঝায়।

সুতরাং গোলকটির গতিপথ একটি পরাবৃত্ত বা প্যারাবোলা হবে।

#### ২ নং প্রশ্নের উত্তর

$$S_t = u + \frac{1}{2} f (2t - 1) \quad (\text{সচরাচর প্রতীক})$$

ক) একটি কণা সমত্বরণে চলে ৪-তম ও ১৫-তম সেকেন্ড যথাক্রমে ৫৪০ সে.মি. এবং ৯৬০ সে.মি পথ অতিক্রম করল। কণাটি ২০ সেকেন্ডে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?

খ) একটি কণা কোনো সরলরেখায় চলে কোনো এক সেকেন্ডে ৩ মিটার পথ অতিক্রম করে এবং পরবর্তী ৪ সেকেন্ডে ২০ মিটার পথ গেল। তার ত্বরণ নির্ণয় কর।

গ) এট বস্তু p-তম, q-তম এবং r-তম সেকেন্ডে যথাক্রমে a,b,c দূরত্ব অতিক্রম করে, দেখাও যে,  
 $a(q-r)+b(r-p)+c(p-q)=0$

(ক) এর সমাধান

ধরি ত্বরণ  $f$  সে.মি/সে.<sup>2</sup>

৪ তম সেকেন্ডের জন্য

$$s_4 = 540$$

$$\text{ও } s_4 = u + \frac{1}{2} f (2t - 1)$$

$$\text{বা, } 540 = u + \frac{15}{2} f \dots\dots\dots(i)$$

15 তম সেকেন্ডের জন্য

$$960 = u + \frac{1}{2} f (15 \times 2 - 1)$$

$$\text{বা, } 960 = u + \frac{29}{2} f \dots\dots\dots(ii)$$

(i) ও (ii) নং সমাধান করে পাই,

$$u = 90 \text{ সে.মি./সে. } f = 60 \text{ সে.মি./সে.}^2$$

$$\text{আবার, } s = ut + \frac{1}{2} t^2$$

$$\begin{aligned} 20 \text{ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব} &= 90 \times 20 + \frac{1}{2} \times 60 \times 20^2 \\ &= 13800 \text{ সে.মি} \end{aligned}$$

(খ) এর সমাধান

মনে করি, কণাটি  $u$  আদিবেগে যাত্রা করে  $f$  সমত্বরণে  $t$  তম সেকেন্ডে 3 মিটার পথ অতিক্রম করে।

$$\text{তাহলে, } 3 = u + \frac{1}{2} f (2t - 1) = u + ft - \frac{1}{2} f \text{ বা, } u + ft = 3 + \frac{1}{2} f$$

$$\therefore 20 = u(t + 4) + \frac{1}{2} f (t + 4)^2 - \left( ut + \frac{1}{2} ft^2 \right)$$

$$= 4u + 4ft + 8f = 4(u + ft) + 8f$$

$$= 4 \left( 3 + \frac{1}{2} f \right) + 8f = 12 + 10f$$

$$\text{বা, } 10f = 8$$

$$\therefore f = 0.8 \text{ মিটার/সে.}^2$$

(গ) এর সমাধান

ধরি, বস্তুটির আদিবেগ  $u$  ও ত্বরণ  $f$ .

$$\text{সুতরাং P-তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব } a = u + \frac{1}{2} f (2p - 1) \dots\dots\dots(i)$$

$$q\text{-তম} \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad b = u + \frac{1}{2} f(2q - 1) \dots\dots\dots(ii)$$

$$r\text{-তম} \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad c = u + \frac{1}{2} f(2r - 1) \dots\dots\dots(iii)$$

এখন (ii) থেকে (iii) বিয়োগ করে,

$$b - c = u + \frac{1}{2} f(2q - 1) - u - \frac{1}{2} f(2r - 1)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2} f(2q - 2r)$$

$$\text{বা, } b - c = f(q - r)$$

$$f = \frac{b - c}{q - r} \dots\dots\dots(iv)$$

অনুরূপভাবে (iii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$r - p = \frac{c - a}{f} \Rightarrow f = \frac{c - a}{r - p} \dots\dots\dots(v)$$

(iv) ও (v) হতে পাই,

$$\frac{b - c}{q - r} = \frac{c - a}{r - p}$$

$$\text{বা, } (b - c)(r - p) = (q - r)(c - a)$$

$$\text{বা, } br - cr + bp - cp = qc - cr - qa + ar$$

$$\text{বা, } a(q - r) + b(r - p) + c(p - q) = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

### ৩ নং প্রশ্নের উত্তর

স্থির অবস্থান থেকে একটি গাড়ি 2 মি./সে.<sup>2</sup> সমত্বরণে এবং এর 84 মিটার পশ্চাৎ হতে একজন সাইকেল চালক 20 মি./সে সমবেগে একসঙ্গে একই দিকে সরলপথে যাত্রা করল।

ক) সমবেগ ও সমত্বরণের সংজ্ঞা দাও।

খ) কখন তারা মিলিত হবে।

গ) দুইটি উত্তরের কারণ ব্যাখ্যা কর।

#### (ক) এর সমাধান

**সমবেগ:** কোনো বস্তুর বেগ যদি সময়ের সাথে সাথে অপরিবর্তিত থাকে, তাকে সমবেগ বলে।

**সমত্বরণ:** বেগের পরিবর্তনের হার সুসম হলে অর্থাৎ সময়ের সাথে সাথে বেগের মান ও দিক অপরিবর্তিত থাকলে, তাকে বস্তুর সমত্বরণ বলে।

#### (খ) এর সমাধান



মনে করি, স্থিরাবস্থায় B বিন্দু থেকে একটি গাড়ি ছাড়ার সাথে সাথে একজন সাইকেল আরোহী একই দিকে যাত্রা করে t সময়ে C বিন্দুতে মিলিত হয়।

$$BC = 0.t + \frac{1}{2}.2t^2 \text{ [ } s = ut + \frac{1}{2}t^2 \text{ সূত্র থেকে]}$$

$$= t^2$$

$$AC = 20t \quad [s = vt \text{ সূত্র থেকে}]$$

$$\text{বা, } AB + BC = 20t$$

$$\text{বা, } 84 + t^2 = 20t \quad [\therefore AB = 84 \text{ মি.}]$$

$$\text{বা, } t^2 - 20t + 84 = 0$$

$$\text{বা, } (t - 6)(t - 14) = 0$$

$$\therefore t = 6, 14$$

6 সেকেন্ড ও 14 সেকেন্ড সময়ে তারা মিলিত হবে।

#### (গ) এর সমাধান

6 সেকেন্ডে গাড়ির গতিবেগ  $u + ft = 0 + 2 \times 6 = 12$  মিটার/সে. যা সাইকেল চালকের বেগ অপেক্ষা কম হওয়ায় আরোহী গাড়িটিকে পিছনে ফেলে চলে যাবে।

আবার, 14 সেকেন্ডে গাড়ির বেগ  $= 0 + 2 \times 14 = 28$  মি./সে., যা সাইকেল চালকের বেগ অপেক্ষা বেশি। সুতরাং 14 সেকেন্ড পর গাড়িটি সাইকেল আরোহীকে পিছনে ফেলে চলে যাবে।

#### ৪ নং প্রশ্নের উত্তর

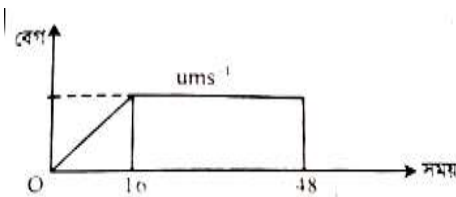
O বিন্দু হতে অনুভূমিক বরাবর একটি বস্তুকণা স্থির অবস্থা থেকে সমত্বরণে যাত্রা করে 16 সেকেন্ড পর  $ums^{-1}$  বেগ প্রাপ্ত হয়। অতঃপর বস্তুকণাটি  $ums^{-1}$  সমবেগে চলে পরবর্তী আরো 32 সেকেন্ড এবং এই 48 সেকেন্ডে কণাটি P বিন্দুতে পৌছায়; যেখানে, OP = 320 মিটার।

ক) বস্তুকণাটির গতিপথকে বেগ সময় লেখচিত্র অঙ্কন করে দেখাও।

খ) u এর মান নির্ণয় কর।

গ) বস্তুকণার গতিপথকে দূরত্ব-সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর।

#### (ক) এর সমাধান



#### (খ) এর সমাধান

$$\text{প্রথম 16 সেকেন্ডে বস্তুকণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব} = \left( \frac{0+u}{2} \right) 16 \quad [s = \left( \frac{v+u}{2} \right) t \text{ সূত্র হতে}]$$

$$= 8u \text{ মিটার}$$

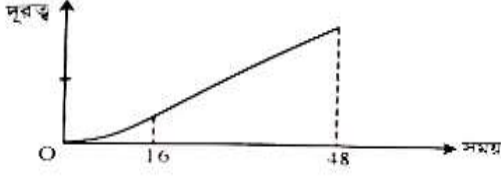
$$\text{পরবর্তী 32 সেকেন্ড অতিক্রান্ত দূরত্ব} = 32u \text{ মিটার} \quad [s = vt \text{ সূত্র হতে}]$$

$$\therefore 48 \text{ সেকেন্ড মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব} = 8u + 32u = 40u \text{ মিটার}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 40u = 320$$

$$\therefore u = 8ms^{-1} (Ans.)$$

#### (গ) এর সমাধান



## প্র্যাকটিস অংশ: সৃজনশীল প্রশ্ন:

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ১

কোনো বিন্দুতে একই সময়ে  $\alpha$  কোণে ক্রিয়ারত  $u$  ও  $v$  বেগদ্বয়ের লব্ধি  $w$ ।

ক.  $w$  নির্ণয় কর যখন  $u = 3$  সে.মি/সে,  $v = 5$  সে.মি/সে এবং  $\alpha = 60^\circ$

খ.  $u = v$  হলে লব্ধির মান ও দিক  $\alpha$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. লব্ধি বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম হওয়ার শর্তে নির্ণয় কর।

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ২

কোনো বিন্দুতে ক্রিয়ারত  $u$  ও  $v$  বেগদ্বয়ের লব্ধি।

ক.  $u$  ও  $v$  এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর যখন  $u = v = w$

খ.  $u$  এর দিক বরাবর  $w$  এর লম্বাংশের পরিমাণ  $v$  হলে বেগ দুইটির অন্তর্গত কোণ ও লব্ধিকে  $u$  ও  $v$  এর সাহায্য প্রকাশ কর।

গ. দেখাও যে,  $u$  কে বিপরীতমুখী করে তার স্থলে  $(w^2 - v^2)/u$  বেগ প্রয়োগ করলে লব্ধির মান অপরিবর্তিত থাকেব।

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ৩

একবন্দরে দুইটি জাহাজ স্থির অবস্থান করছিল। একটি জাহাজ উত্তর পূর্বে দিকে 27 কি.মি/ঘন্টা বেগে এবং অপর জাহাজটি 36 কি.মি/ঘন্টা বেগে দক্ষিণ পূর্ব দিকে যাত্রা শুরু করল। জাহাজ দুটির বেতার যন্ত্রের সর্বোচ্চ গ্রহণসীমা 450 কি.মি।

ক. 3 ঘন্টায় জাহাজ দুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

খ. দ্বিতীয় জাহাজের আরোহীর সাপেক্ষে প্রথম জাহাজটির বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর।

গ. দেখাও যে, 10 ঘন্টা পর তাদের যোগাযোগ বিচ্ছিন্ন হয়ে যাবে।

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ৪

এক ব্যক্তি একটি পাথরের টুকরা খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করল। টুকরাটি সর্বোচ্চ 39.2 মিটার উঠে ছমিতে ফিরে আসে।

ক. একটি কণা স্থিরাবস্থা হতে সমত্বরণে প্রথম সেকেন্ডে 1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে?

খ. পাথরের টুকরাটি সর্বোচ্চ উচ্চতার অর্ধেক অতিক্রম করার সময় বেগ কত হবে।

গ. পাথরটি যদি  $t_1$  ও  $t_2$  সময়ে ভূমির  $h$  উচ্চতায় অবস্থান করে তাহলে দেখাও যে,  $2h = gt_1 t_2$

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ৫

একটি বলকে একটি বেগে বিভিন্ন কোণে নিক্ষেপ করে বলটি আনুভূমিকভাবে কত দূরত্ব অতিক্রম করে তা পরিমাপ করা হয়। বলটি সর্বোচ্চ  $R_{\max}$  দূরত্ব অতিক্রম করে।

ক.  $\alpha$  কোণে নিক্ষেপ করলে যদি  $R$  দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে  $R$  ও  $R_{\max}$  এর সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. অনুভূমিক দূরত্ব ও সর্বোচ্চ উচ্চতা সমান হলে নিক্ষেপ কোণ নির্ণয় কর।

গ. যদি বলটি দুটি ভিন্ন পথে একই দূরত্ব অতিক্রম করে এবং ঐ পথ দুটিতে বৃহত্তম উচ্চতা  $h_1$  ও  $h_2$  হয় তাহলে প্রমাণ কর যে,  $R_{\max} = 2(h_1 + h_2)$

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ৬

ঢাকা মেট্রো রেল শেওড়াপাড়া স্টেশনে থেকে যাত্রা শুরু করে সময়ে  $s$  দূরত্বে শাহবগ স্টেশনে থামবে।

ক. একটি বস্তুকণার  $v$  বনাম  $t$  লেখ থেকে ত্বরণ নির্ণয় কর।

খ. মেট্রোরেলটি গতিপতের প্রথমাংশ  $x$  সমত্বরণে এবং পরে সমমন্দনে চললে দেখাও যে,  $\frac{t^2}{2s} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

গ. মেট্রোরেলটি প্রথম  $\frac{1}{m}$  অংশ সমত্বরণে শেষ  $\frac{1}{n}$  অংশ সমমন্দনে এবং অবশিষ্টাংশ সমবেগে চললে প্রমাণ কর যে, সর্বোচ্চ বেগ ও গড়বেগের অনুপাত  $\left(1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) : 1$

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ৭

A বস্তুকে  $193ms^{-1}$  বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো।

ক. কোন নির্দিষ্ট বেগের মান  $10ms^{-1}$  হলে তার দুই পাশে তার সাথে  $30^\circ$  ও  $60^\circ$  কোণে কার্যরত অংশকদ্বয় নির্ণয় কর।

খ. A বস্তু নিক্ষেপের 6 সে পরে কত বেগে B বস্তুকে একইদিকে নিক্ষেপ করা হলে এটি A বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতায় মিলিত হবে।

গ. A বস্তুটিকে কত উচ্চতা থেকে বেগে ভূমির সমান্তরাল নিক্ষেপ করলে 5 সে পর ভূমিকে পতিত হবে এবং পতন বেগ কত হবে।

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ৮

একটি ট্রেন ঘন্টায় 40 কিমি সমবেগে চলছে। ট্রেনটি 8 কিমি দৈর্ঘ্যের একটি সুড়ঙ্গ প্রবেশ করার মুহূর্তে ট্রেন লাইনের সমান্তরাল একটি রাস্তা দিয়ে একটি ট্রাক ট্রেনটির 50মিটার পেছনে থেকে ঘন্টায় 20কিমি বেগে এবং  $0.05m/s^2$  সমত্বরণে সুড়ঙ্গের দিকে আসছিল। ট্রেনের দৈর্ঘ্য 200মিটার এবং ট্রাকের দৈর্ঘ্য 10মিটার।

ক. 3 কি.মি দূরত্ব অতিক্রম করতে ট্রেনটির কত সময় লাগবে।

খ. 5 কি.মি দূরত্ব অতিক্রম করার মুহূর্তে ট্রাকটির বেগ কতহবে এবং কত সময়ে এ দূরত্ব অতিক্রম করবে।

গ. ট্রেন অথবা ট্রাক কোনটি আগে সুড়ঙ্গ অতিক্রম করবে গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ৯

একজন সাতার  $s$  মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি পুকুর পার হতে  $t$  মিনিট সময় নেয়। সমান প্রস্থের একটি নদী সোজাসুজি পার হতে  $t_1$  মিনিট সময় নেয়। স্রোতের বেগ  $u$  এবং সাতার  $v$ ।

ক.  $s = 600$ মিটার এবং  $t = 24$  মিনিট হলে সাতার  $v$  বেগকত কিমি/ঘন্টা।

খ.  $v = 2u$  হলে সোজাসুজি অপর পাড়ে পৌছাতে স্রোতের সাথে সাতার  $v$  দিক নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে,  $u = s \sqrt{\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t_1^2}}$  মিটার / মিনিট।

### সৃজনশীল প্রশ্নঃ ১০

একটি উচু ভবনের ছাদ থেকে একখন্ড পাথর ছেড়ে দেয়া হল। বাধাহীনভাবে 1 সে পতনের পর পরবর্তী 4 সেকেন্ডে 98 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করল এবং পরবর্তী 4 সেকেন্ডে  $h_1$  দূরত্ব অতিক্রম করল।

ক. ছেড়ে দেয়ার প্রথম সেকেন্ডে অতিক্রম দূরত্ব কত?

খ.  $h_1$  নির্ণয় কর।

গ. যদি পাথর খন্ডটি পতনের শেষ  $t$  সেকেন্ডে  $h$  দূরত্ব অতিক্রম করে তাহলে দেখাও যে, পতনের মোট সময়  $= \left(\frac{t}{2} + \frac{h}{gt}\right)$  সেকেন্ড।