

এইস এস সি পদার্থবিজ্ঞান

অধ্যায়-৬: মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

প্রশ্ন ১ একটি সুউচ্চ অফিস বিল্ডিং-এ আরোহীসহ সর্বোচ্চ 400 kg ভরের ধারণ ক্ষমতা সম্পন্ন একটি লিফট দুইতলা হতে সাততলার মধ্যে ওঠা-নামা করে। বিল্ডিংটির প্রতিটি ফ্লোরের উচ্চতা 3 m। উক্ত অফিসের একজনের ভর 45 kg এবং তিনি একদিন লিফটিতে চড়ে 2 m.s^{-2} ত্বরণে উঠানামার সময় ওয়েট মেশিনে তার ওজন পরিমাপ করলেন। এক্ষেত্রে সর্বত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.8 m.s^{-2} ।

- সাদ্ভতা কাকে বলে? ১
- স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য লিখ। ২
- লিফটিকে দুই তলা হতে সাত তলায় 2 m.s^{-1} সমবেগে উঠাতে সর্বনিম্ন কত অশ্ব ক্ষমতার একটি মোটরের প্রয়োজন হবে? ৩
- উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সেদিন সঠিকভাবে নির্ণয় করা গেল কি-না তা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করে মতামত দাও। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের জন্য কোন প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিতে বাধার সৃষ্টি হয় তাকে ঐ প্রবাহীর সাদ্ভতা বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ এবং অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের মধ্যে পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো:

পার্থক্যকারী	স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ	অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
গতিশক্তি	এ সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে।	এ সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে না।
আপেক্ষিক বেগ	এ সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে বস্তুসমূহের আপেক্ষিক বেগ সমান ও বিপরীত হয়।	এ সংঘর্ষের পূর্বে ও পরে বস্তুসমূহের আপেক্ষিক বেগ ভিন্ন হয়।

গ দেওয়া আছে,

আরোহীসহ লিফটের ভর, $m = 400 \text{ kg}$

লিফটের সমবেগ, $v = 2 \text{ m.s}^{-1}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$

আরোহীসহ লিফটের ওজন, $F = mg$

$$= (400 \times 9.8) \text{ N}$$

$$= 3920 \text{ N}$$

তাহলে, ধরা যাক, লিফটকে 2 m.s^{-1} সমবেগে উপরে উঠাতে হলে সর্বনিম্ন P ক্ষমতার মোটর প্রয়োজন।

$$\therefore P = Fv = 3920 \text{ N} \times 2 \text{ m.s}^{-1} = 7840 \text{ W}$$

$$= \frac{7840}{746} \text{ HP} = 10.51 \text{ HP (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

ব্যক্তির ভর, $m = 45 \text{ kg}$

লিফটের ত্বরণ, $a = 2 \text{ m.s}^{-2}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$

ব্যক্তির প্রকৃত ওজন, $W_1 = mg$

$$= (45 \times 9.8) \text{ N}$$

$$= 441 \text{ N}$$

লিফটটির উঠার সময় ওজন, $W_1 = m(g + a) \text{ N}$

$$= 45 (9.8 + 2) \text{ N}$$

$$= 531 \text{ N}$$

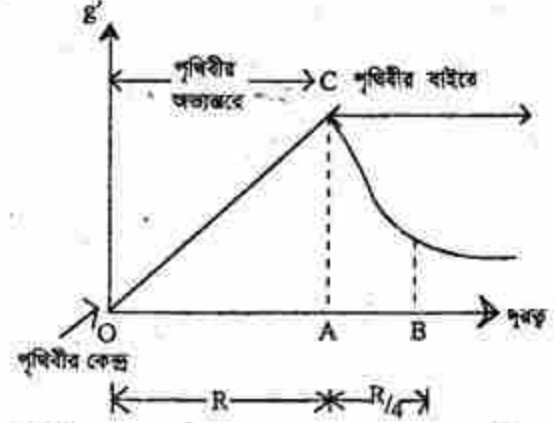
লিফটটির নামার সময় ওজন, $W_2 = m(g - a) \text{ N}$

$$= 45 (9.8 - 2) \text{ N} = 351 \text{ N}$$

অর্থাৎ, লিফট ওঠার সময় প্রকৃত ওজন থেকে বেশি ওজন অনুভূত হয় এবং নামার সময় কম ওজন অনুভূত হয়।

অতএব, উক্ত ব্যক্তির ওজন ওয়েট মেশিনের সাহায্যে সঠিকভাবে নির্ণয় করা যাবে না।

প্রশ্ন ২



উদ্দীপকে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব সাপেক্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। পৃথিবীর ভর $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$ ।

- গ্র্যাভিয়েন্ট কাকে বলে? ১
- প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ কি শূন্য? ব্যাখ্যা কর। ২
- উদ্দীপকের A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর। ৩
- একটি সেকেন্ড দোলককে A অবস্থানে হতে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি দ্রুত না ধীরে চলবে তা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্কেলার ক্ষেত্রের গ্র্যাভিয়েন্ট একটি ভেক্টর ক্ষেত্র, যা স্কেলার ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এর বৃদ্ধির হার ও বৃদ্ধির দিক নির্দেশ করে।

খ প্রাসের গতিপথের যে কোন বিন্দুতে বেগের দুইটি উপাংশ বিদ্যমান। মনে করি,

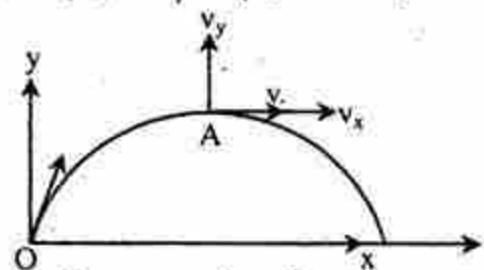
উল্লম্ব উপাংশ v_y এবং অনুভূমিক উপাংশ v_x

সর্বোচ্চ বিন্দু A তে,

$$v_x = v \cos 0^\circ = v_0$$

$$\text{এবং } v_y = v \sin 90^\circ = 0$$

$$\therefore \text{লম্বিবেগ, } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2 + 0} = v_x \neq 0$$



সুতরাং, প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগের মান অনুভূমিক উপাংশ v_x এর সমান। অর্থাৎ, প্রাসের গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ শূন্য নয়।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে A বিন্দুর দূরত্ব $= R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} \text{মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, } E &= \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2} \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \\ &= 9.775 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$

A অবস্থানে হল পৃথিবী পৃষ্ঠ

মনে করি, A অবস্থানে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = T_1

এবং B অবস্থানে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল = T_2

A অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$

B অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM}{(R + R/4)^2}$

$$\therefore \frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R + R/4)^2}$$

যেহেতু একটি নির্দিষ্ট দোলকের জন্য $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$

$$\text{এখন, } \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g'}{g}} = \frac{R}{(R + R/4)} = \frac{4R}{5R} = \frac{4}{5}$$

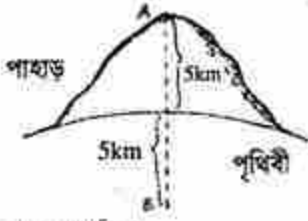
$$\text{বা, } T_2 = \frac{5 \times T_1}{4} = 1.25 T_1$$

$$\therefore T_2 > T_1$$

অর্থাৎ, B অবস্থানে সেকেন্ড দোলকটির দোলনকাল বৃদ্ধি পায়।

অতএব, A অবস্থান থেকে B অবস্থানে নিলে সেকেন্ড দোলকটি ধীরে চলবে।

প্রঃ ৩



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

[স. বো. ২০১৬]

- ব্যাসার্ধ ভেট্টর কাকে বলে? ১
- রাস্তায় ব্যাংকিং এর প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২
- পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- উদ্দীপকে A ও B স্থানের মধ্যে কোথায় একটি সরল দোলক অধিক ধীরে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রসঙ্গ কাঠামোর মূলবিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেট্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাকে ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেট্টর বা ব্যাসার্ধ ভেট্টর বলে।

খ বৃত্তাকার পথে কোনো বস্তু ঘুরতে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন। বাঁকা রাস্তায় গাড়ির গতিও বৃত্তাকার। তাই বাঁকা রাস্তায় গাড়ি ঘোরানোর সময় কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এ কেন্দ্রমুখী বল সৃষ্টি করার জন্য বাঁকা রাস্তার ভিতরের দিক অপেক্ষা বাইরের দিক কিছুটা উচু করে তৈরি করা হয়। একে রাস্তার ব্যাংকিং বলে। বাঁকা রাস্তায় ব্যাংকিং থাকে বলে গাড়ি মোড় ঘোরার সময় কেন্দ্রের দিকে কিছুটা হেলে পড়ে যাতে গাড়ির ওজনের একটি উপাংশ প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সরবরাহ করতে পারে।

গ এখানে, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

পাহাড়ের উচ্চতা, $h_A = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = ?$

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতায় কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$\begin{aligned} g_A &= \left(\frac{R}{R + h} \right)^2 g \\ &= \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 5 \times 10^3 \text{ m}} \right)^2 \times 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ &= 9.785 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ ভূপৃষ্ঠ হতে $h_B = 5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m}$ গভীরে B বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$\begin{aligned} g_B &= \left(1 - \frac{h_B}{R} \right) g \\ &= \left(1 - \frac{5 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \right) \times 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} = 9.79 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

‘গ’ অংশ থেকে পাই, A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = 9.785 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

A ও B স্থানে একটি সরল দোলকের দোলন কাল যথাক্রমে T_A ও T_B হলে সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা পাই,

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}} = \sqrt{\frac{9.79 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{9.785 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}} = 1.000255$$

সুতরাং $T_A > T_B$

যেখানে দোলক ঘড়ির দোলকের দোলনকাল বড় সেখানে ঘড়ি ধীরে চলে। সুতরাং B অবস্থানের তুলনায় A অবস্থানে ঘড়ি ধীরে চলবে।

প্রঃ ৪ 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে $3.6 \times 10^9 \text{ Joule}$ গতি শক্তি সঞ্চারিত করা হল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ । [স. বো. ২০১৫]

- কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? ১
- বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে বাতাসের বেগ কম মনে হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে? ৩
- গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তু কণাকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখতে কেন্দ্রের দিকে যে বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে কেন্দ্রমুখী বল বা অভিকেন্দ্র বল বলে।

খ বাতাসের প্রবাহের দিকে দৌড়ালে ব্যক্তির সাপেক্ষে বাতাসের আপেক্ষিক বেগ হবে, বাতাসের বেগ ও ব্যক্তির বেগের বিয়োগফলের সমান। যা বাতাসের প্রকৃত বেগ অপেক্ষা কম হয়। তাই তখন বাতাসের বেগ কমে গেছে বলে মনে হয়।

গ দেওয়া আছে, কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি, $E_K = 3.6 \times 10^9 \text{ J}$

কৃত্রিম উপগ্রহের ভর, $m = 120 \text{ kg}$

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ v হলে, $E_K = \frac{1}{2} mv^2$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.6 \times 10^9 \text{ J}}{120 \text{ kg}}} = 7746 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা h হলে, $v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$

$$\text{বা, } R + h = \frac{GM}{v^2}$$

$$\begin{aligned} \therefore h &= \frac{GM}{v^2} - R \\ &= \frac{6.6 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(7746 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2} - 6.4 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 2 \times 10^5 \text{ m} = 200 \text{ km} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

কৃত্রিম উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে তথা মহাশূন্যে প্রেরণের জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি,

$$W = \int_{R+h}^{\infty} F dr = \int_{R+h}^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \left[\frac{1}{r} \right]_{R+h}^{\infty} = -GMm \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R+h} \right]$$

$$= \frac{GMm}{R+h} = \frac{6.6 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 120}{6.4 \times 10^6 + 2 \times 10^5}$$

$$= 7.2 \times 10^9 \text{ J}$$

কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহের গতিশক্তি $3.6 \times 10^9 \text{ J}$, যা প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি অপেক্ষা কম। সুতরাং বলা যায়, সংঘারিত গতিশক্তি কৃত্রিম উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

প্রশ্ন ৫ একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে $3.2 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $4 \times 10^{24} \text{ kg}$ । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.675 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ । একটি ধূমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হল।

(দি. বো. ২০১৭)

- পরিমাপের লম্বন ত্রুটি কাকে বলে? ১
- অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর— ব্যাখ্যা কর। ২
- মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগম মূল বস্তুটির মুক্তি বৈগমের এক অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পর্যবেক্ষকের দৃষ্টির দিকের কারণে পরিমাপে যে ত্রুটি দেখা যায় তাকে লম্বন ত্রুটি বলে।

খ অবস্থান ভেক্টরের পদবিন্দু নির্দিষ্ট থাকে বলে অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর। আমরা জানি, যে ভেক্টরের পাদবিন্দু নির্দিষ্ট থাকে সীমাবদ্ধ ভেক্টর বলে। অবস্থান ভেক্টরের পাদবিন্দু সব সময়ই প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দু হয়। একারণে অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ ভেক্টর।

গ দেওয়া আছে,

$$\text{মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ, } R = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাজাগতিক বস্তুর ভর, } M = 4 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.657 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় বস্তুর পৃষ্ঠে মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ, } g = ?$$

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$= \frac{6.675 \times 10^{-11} \times 4 \times 10^{24}}{(3.2 \times 10^6)^2} = 26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

ঘ দেওয়া আছে,

$$\text{খণ্ড সংখ্যা, } N = 8$$

∴ প্রতিটি খণ্ডের ভর, $m = \frac{M}{8}$ প্রতিটি খণ্ডের ব্যাসার্ধ, r এবং মূল বস্তুর ব্যাসার্ধ, R হলে,

N সংখ্যক খণ্ডের আয়তন = মূল খণ্ডের আয়তন

$$\text{বা, } N \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{বা, } 8r^3 = R^3$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{R^3}{8}$$

$$\therefore r = \frac{R}{2}$$

এখন মূল বস্তুর মুক্তিবৈগম, v_e এবং প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগম v_e' হলে,

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \dots\dots\dots(i)$$

$$v_e' = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} \dots\dots\dots(ii)$$

এখন, (ii) + (i) নং সমীকরণ হতে পাই,

$$\frac{v_e'}{v_e} = \sqrt{\frac{2Gm}{r} \times \frac{R}{2GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{M}{8} \times R}{R/2 \times M}}$$

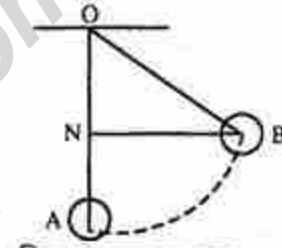
$$= \sqrt{\frac{M \times R \times 2}{8 \times R \times M}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore v_e' = \frac{1}{2} v_e$$

অতএব, প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবৈগম মূল বস্তুটির মুক্তিবৈগমের এক অষ্টমাংশ না হয়ে অর্ধেক হবে।

প্রশ্ন ৬ চিত্রে একটি সেকেন্ড দোলক দেখানো হলো, যা ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। $OA = 2 \text{ m}$ এবং $BN = 0.5 \text{ m}$, B দোলকটির সর্বোচ্চ অবস্থান। ববের ভর 5 gm । দোলকটিকে চাঁদে নিয়ে যাওয়া হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ। পৃথিবীতে $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ।



চিত্র: সেকেন্ড দোলক

(দি. বো. ২০১৬)

- সাম্প্রতিক সংজ্ঞা দাও। ১
- ছাতার কাপড়ে ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি ভেতরে প্রবেশ করে না কেন— ব্যাখ্যা কর। ২
- চাঁদে দোলকটির দোলনকাল কত হবে? ৩
- উদ্দীপকে উল্লেখিত দোলকটি পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থানকালে A বিন্দুতে মোট শক্তি ও B বিন্দুতে মোট শক্তির কোনো পরিবর্তন হবে কিনা—উদ্দীপকের তথ্যমতে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ধর্মের জন্য কোনো প্রবাহী পাশাপাশি দুটি স্তরের আপেক্ষিক গতিক বাধা দেয়, সে ধর্মকে ঐ প্রবাহীর সাম্প্রতিকতা বলে।

খ ছাতার কাপড় বিশেষ প্রক্রিয়ায় প্রস্তুত করা হয় এবং এতে খুব ছোট ছোট ছিদ্র থাকে, কিন্তু এসব ছিদ্র দিয়ে পানি প্রবেশ করতে পারে না। পৃষ্ঠটানের কারণে পানি গোলাকার ফোঁটায় পরিণত হয় এবং পানির ফোঁটগুলোর আয়তন কাপড়ের ছিদ্রের আয়তনের তুলনায় বড় হয়। তাই পানি ছাতার উপর দিয়ে গড়িয়ে চলে, ছাতার ভিতরে প্রবেশ করতে পারে না।

গ দেয়া আছে,

$$\text{পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_e = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{ধরি, চাঁদের ভর } = M_m \text{ এবং ব্যাসার্ধ } = R_m$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ভর, } M_e = 81M_m$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R_e = 4R_m$$

$$\text{পৃথিবীতে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, } T_e = 2 \text{ s.}$$

$$\text{চাঁদে দোলনকাল, } T_m = ?$$

আমরা জানি, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$ এবং

$$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore \frac{g_e}{g_m} = \frac{GM_e}{R_e^2} \times \frac{R_m^2}{GM_m}$$

$$= \frac{81M_m \times R_m^2}{16R_e^2 \times M_m} = \frac{81}{16}$$

সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র হতে পাই,

$$\frac{T_m}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$$

$$\text{বা, } T_m = T_e \times \sqrt{\frac{g_e}{g_m}}$$

$$= 2 \times \sqrt{\frac{81}{16}}$$

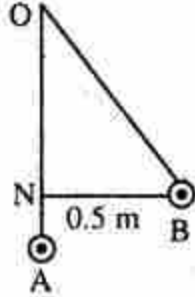
$$= 2 \times \frac{9}{4}$$

$$= 4.5 \text{ s (Ans.)}$$

ঘ দেয়া আছে,

ববের ভর, $m = 5 \text{ gm} = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}$

এখানে, $OA = 2 \text{ m}$
 $NB = 0.5 \text{ m}$
 $OB = 2 \text{ m}$



পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে

$$OB^2 = ON^2 + NB^2$$

$$ON^2 = OB^2 - NB^2 = (2 \text{ m})^2 - (0.5 \text{ m})^2$$

$$\therefore ON = \sqrt{(2 \text{ m})^2 - (0.5 \text{ m})^2} = 1.936 \text{ m}$$

$$\therefore AN = h = OA - ON = 2 \text{ m} - 1.936 \text{ m} = 0.064 \text{ m}$$

B বিন্দুতে ববটির বেগ, $v_B = 0 \text{ m.s}^{-1}$

A বিন্দুতে ববটির বেগ, $v_A = ?$

$$\text{এখন, } v_A^2 = v_B^2 + 2gh$$

$$= (0)^2 + 2 \times 9.8 \text{ m.s}^{-2} \times 0.064 \text{ m}$$

$$= 1.2544 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$$

$$\therefore v_A = 1.12 \text{ m.s}^{-1}$$

A বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{pA} = mgh = mg \times 0 = 0 \text{ J}$

$$\text{গতিশক্তি, } E_{kA} = \frac{1}{2} mv_A^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \text{ kg} \times (1.12 \text{ m.s}^{-1})^2 = 3.136 \times 10^{-3} \text{ J}$$

A বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_A = E_{pA} + E_{kA} = 3.136 \times 10^{-3} \text{ J}$

B বিন্দুতে বিভবশক্তি, $E_{pB} = mgh$

$$= 5 \times 10^{-3} \times 9.8 \text{ m.s}^{-2} \times 0.064 \text{ m} = 3.136 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\text{গতিশক্তি, } E_{kB} = \frac{1}{2} mv_B^2 = \frac{1}{2} m(0)^2 = 0 \text{ J}$$

B বিন্দুতে মোট শক্তি, $E_B = E_{pB} + E_{kB} = 0 + 3.136 \times 10^{-3} \text{ J}$
 $= 3.136 \times 10^{-3} \text{ J}$

অতএব, দেখা যাচ্ছে যে, A ও B বিন্দুতে মোট শক্তির পরিমাণ একই থাকে। অতএব, শক্তির সংরক্ষণশীলতা নীতি প্রমাণিত হয়।

প্রশ্ন ৭ BTRC বজাবন্ধু-১ নামে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণের প্রস্তুতি নিচ্ছে। ঢাকার ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহটির উচ্চতা $3.6 \times 10^4 \text{ km}$ । ঢাকায় $g = 9.78 \text{ ms}^{-2}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ । ($G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$)

ক. কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও।

খ. ঘর্ষণ বল ও সান্দ্র বল এক নয়— ব্যাখ্যা কর।

গ. বজাবন্ধু-১ উপগ্রহটির বেগ নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকের বজাবন্ধু-১ উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই কর।

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখতে কেন্দ্রের দিকে যে বল প্রয়োগ করতে হয় তাকে কেন্দ্রমুখী বল বা অভিকেন্দ্র বল বলে।

খ ঘর্ষণের সাথে সান্দ্রতার অনেক সাদৃশ্য থাকা সত্ত্বেও ঘর্ষণ বল ও সান্দ্রতা বল এক নয়, কারণ- ঘর্ষণ বলের মান স্পর্শ তলের ক্ষেত্রফল ও তাদের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে না। কিন্তু সান্দ্রতা বলের মান প্রবাহীর স্তরছয়ের ক্ষেত্রফল ও তাদের আপেক্ষিক বেগের ওপর নির্ভর করে। এ ছাড়াও স্থির প্রবাহীর ক্ষেত্রে সান্দ্রতা বল পরিলক্ষিত হয় না কিন্তু স্থির বস্তুর বেলায় স্থিতি ঘর্ষণ বল ক্রিয়াশীল থাকতে পারে।

গ এখানে,

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2\text{kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{উপগ্রহটির বেগ, } v = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7}}$$

$$= 3.08 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$= 3.08 \text{ km.s}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপক হতে পাই,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 3.6 \times 10^4 \text{ km}$$

$$= 3.6 \times 10^7 \text{ m}$$

'গ' অংশ হতে পাই,

$$\text{উপগ্রহটির বেগ, } v = 3.08 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\text{উপগ্রহটির আবর্তনকাল, } T = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

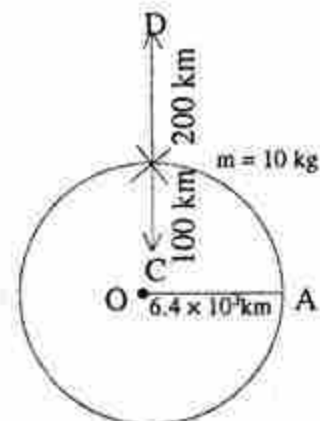
$$= \frac{2 \times 3.14(6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7)}{3.08 \times 10^3}$$

$$= 86,496 \text{ s}$$

$$= 24.02 \text{ h} = 24 \text{ h (প্রায়)}$$

আমরা জানি, যেসব কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর আক্ষিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘন্টা, তাদের ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে। উদ্দীপকের বজাবন্ধু-১ উপগ্রহটির আবর্তনকাল 24 ঘন্টা হওয়ায় তা ভূ-স্থির উপগ্রহ।

প্রশ্ন ৮



- ক. তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝ? ১
খ. ভেটরের মান কখন ঋণাত্মক হয় এবং কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
গ. চিত্রটি লক্ষ্য কর, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত? ৩
ঘ. চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ ব্যাখ্যা কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো গতিশীল বস্তুর কোনো বিশেষ মুহূর্তে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সময় ব্যবধানে বেগের পরিবর্তনের হারকে ঐ বিশেষ মুহূর্তের তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলে।

খ. ভেটরের মান কখনোই ঋণাত্মক হয় না। কারণ ভেটরের মান বলতে আমরা পরম মানকে বুঝি আর পরম মান কখনোই ঋণাত্মক নয়। একটি ভেটর অপর একটি প্রসঙ্গ ভেটরের বিপরীত দিকে কাজ করলে তা ঋণাত্মক হয়।

গ. দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
ভূপৃষ্ঠ হতে D বিন্দুর উচ্চতা, $h = 200 \text{ km} = 2 \times 10^5 \text{ m}$
জানা আছে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$
বের করতে হবে, D অবস্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান, $g' = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } g' &= g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \\ &= 9.8 \text{ m.s}^{-2} \times \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^5 \text{ m}} \right)^2 \\ &= 9.215 \text{ m.s}^{-2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ. এখানে, বস্তুর ভর, $m = 10 \text{ kg}$
ভূপৃষ্ঠে, m ভরের বস্তুর ওজন বা আকর্ষণ বল, $W = mg = 10 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m.s}^{-2} = 98 \text{ N}$
C অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

$$\begin{aligned} g'' &= g \left(1 - \frac{d}{R} \right) = 9.8 \text{ m.s}^{-2} \times \left(1 - \frac{100 \times 10^3 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \right) \\ &= 9.647 \text{ m.s}^{-2} \end{aligned}$$

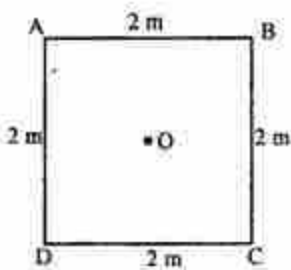
$$\begin{aligned} \therefore \text{C অবস্থানে বস্তুর ওজন বা আকর্ষণ বল, } W'' &= mg'' \\ &= 10 \text{ kg} \times 9.647 \text{ m.s}^{-2} \\ &= 96.47 \text{ N} \end{aligned}$$

যেহেতু $96.47 \text{ N} \neq 98 \text{ N}$

অর্থাৎ $W'' < W$

সুতরাং উদ্দীপকের চিত্রে C অবস্থানে যদি $m = 10 \text{ kg}$ ভরের বস্তু নিয়ে যাওয়া হয়, তবে এর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল হ্রাস পাবে।

প্রশ্ন ৯



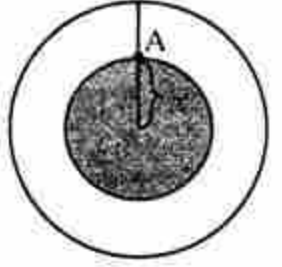
2 m বাহুবিশিষ্ট ABCD বর্গক্ষেত্রের কেন্দ্র O এবং উক্ত বিন্দুতে 1 kg ভরের বস্তু রাখা আছে। A, B, C ও D বিন্দুতে যথাক্রমে 4 kg, 4 kg, 2 kg ও 2 kg ভরের চারটি বস্তু রাখা আছে। [$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$]

- ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? ১
খ. পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর। ২
গ. 'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব নির্ণয় কর। ৩
ঘ. O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে কী না—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোন বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের লম্বি যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাকে বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভরকেন্দ্র বলে।

খ. ধরা যাক, পৃথিবীর অভ্যন্তরে A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান g' । এ ক্ষেত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র হতে A বিন্দুর দূরত্ব x । A বিন্দুতে কোনো বস্তুর ওপর পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বল শুধুমাত্র x ব্যাসার্ধের গোলকের আকর্ষণ বলের সমান। এ গোলকের বাইরের অংশ বস্তুর ওপর কার্যকর কোনো বল প্রয়োগ করে না। সুতরাং, A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ শুধুমাত্র x ব্যাসার্ধের গোলকের আকর্ষণের জন্য সৃষ্টি হবে। কিন্তু x ব্যাসার্ধের গোলকের ভর,



$$M' = \frac{4}{3} \pi x^3 \rho$$

• সুতরাং, A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ—

$$g' = G \frac{M'}{x^2} = G \frac{\frac{4}{3} \pi x^3 \rho}{x^2} = \frac{4}{3} G \pi x \rho$$

বা, $g' \propto x$ [$\because G, \rho$ ধ্রুব]

অর্থাৎ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

গ. দেওয়া আছে,

A বিন্দুতে বস্তুর ভর, $m_A = 4 \text{ kg}$

B বিন্দুতে বস্তুর ভর, $m_B = 4 \text{ kg}$

C বিন্দুতে বস্তুর ভর, $m_C = 2 \text{ kg}$

D বিন্দুতে বস্তুর ভর, $m_D = 2 \text{ kg}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$

O বিন্দু হতে A, B, C এবং D বিন্দুর দূরত্ব,

$$r = OA = OB = OC = OD = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ m}$$

'O' বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব, $V_0 = ?$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} V_0 &= -\frac{G}{r} (m_A + m_B + m_C + m_D) \\ &= -\frac{6.673 \times 10^{-11}}{\sqrt{2}} \times (4 + 4 + 2 + 2) \\ &= -5.66 \times 10^{-10} \text{ J.kg}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ. AC রেখায় O বিন্দুতে দুইটি বল ও BD রেখায় O বিন্দুতে দুটি বল কাজ করে।

A ও C বিন্দুর ভরের জন্য O বিন্দুতে 1 kg ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F_1 = \frac{4G}{\sqrt{(2)^2}} - \frac{2G}{\sqrt{(2)^2}} = 2G - G = G; \text{ যা CA বরাবর ক্রিয়াশীল।}$$

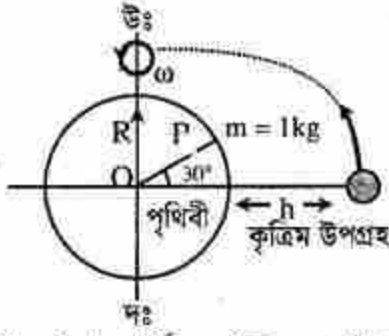
B ও D বিন্দুর ভরের জন্য O বিন্দুতে 1 kg ভরের উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F_2 = \frac{4G}{\sqrt{(2)^2}} - \frac{2G}{\sqrt{(2)^2}} = 2G - G = G; \text{ যা DB বরাবর ক্রিয়াশীল।}$$

CA ও DB পরস্পর লম্ব। [বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়]

$$\begin{aligned} \therefore \text{লম্বি} &= \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \\ &= \sqrt{G^2 + G^2} \\ &= G\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ N.Kg}^{-1} = 9.44 \times 10^{-11} \text{ N.Kg}^{-1} \end{aligned}$$

প্রাবল্য উপাংশদ্বয় পরস্পর সমান হওয়ায় লম্বি O বিন্দুতে $\angle AOB$ এর সমদ্বিখণ্ডক অর্থাৎ DA বা CB রেখার সমান্তরালে ক্রিয়া করে। অর্থাৎ O বিন্দুতে বস্তুটি স্থির থাকবে না।



পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ । ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$ পৃথিবী নিজ অক্ষের চারপাশে 24 ঘন্টায় একটি পূর্ণ ঘূর্ণন সম্পন্ন করে।

[ক. বো. ২০১৬]

- কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।
- আম ভূপৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে, তবে কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ব্যাখ্যা কর।
- পৃথিবীর ঘূর্ণন বিবেচনা করে P বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষ বলের মান বের কর।
- ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে কিনা—গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ আমের কোনো বৃত্তাকার গতি নেই তাই এর কেন্দ্রবিমুখী বল সৃষ্টি হয় না তাই পৃথিবীর মহাকর্ষ বলের প্রভাবে এটি আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহের বৃত্তাকার গতির কারণে সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল পৃথিবীর মহাকর্ষ বলের সমান হওয়ায় তা আছড়ে পড়ে না।

গ দেয়া আছে,

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\text{আবর্তনকাল, } T = 24 \text{ ঘন্টা}$$

$$= 24 \times 3600 \text{ sec} = 86400 \text{ sec}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{অক্ষাংশ, } \lambda = 30^\circ$$

$$P \text{ বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর ভর, } m = 1 \text{ kg}$$

$$P \text{ বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ } = g_\lambda$$

$$P \text{ বিন্দুতে বস্তুর উপর কার্যকর অভিকর্ষজ বল } = F_\lambda$$

$$\text{আমরা জানি, } g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$= g - \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \times R \cos^2 \lambda$$

$$= 9.8 - \left(\frac{2\pi}{86400} \right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \cos^2 30^\circ$$

$$= 9.77 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\text{আবার, } F_\lambda = mg_\lambda = 1 \times 9.77 = 9.77 \text{ N (Ans.)}$$

ঘ এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, } h = 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{পৃথিবীর একটি পূর্ণ ঘূর্ণনের আবর্তনকাল, } T' = 24 \text{ ঘন্টা।}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল } = T$$

$$\therefore T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 3.2 \times 10^6)^3}{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$$= 9321.24 \text{ sec} = 2.58 \text{ hr}$$

যেহেতু কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল (T), পৃথিবীর আঙ্গিক গতির আবর্তনকালের ($T' = 24 \text{ hr}$) সমান নয়। তাই ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে স্থির বলে মনে হবে না।

প্রশ্ন ১১ পৃথুলা ও মিথিলা দুই বোন মহাজগৎ নিয়ে গল্প করছিল। পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া নিয়েও তারা আলোচনা করছিল। [ক. বো. ২০১০]

- শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে?
- ঘূর্ণনের কোনো গ্রহ সূর্যের কাছাকাছি আসলে তার বেগ বাড়ে কেন? — ব্যাখ্যা কর।
- সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব যদি বর্তমান দূরত্বের অর্ধেক হয় তাহলে এক বছরে দিনের সংখ্যা বের কর।
- পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজনের কিরূপ পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন শব্দের তীব্রতা এবং প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেল, $\beta = \log_{10} \frac{I}{I_0}$ ।

খ ঘূর্ণন কালে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার জন্য সূর্য থেকে বিভিন্ন দূরত্বে গ্রহের বেগ বিভিন্ন হয়। গ্রহের কৌণিক ভরবেগ এর ভর বেগ ও সূর্য থেকে গ্রহের দূরত্বের গুণফল mvr । তাই কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত রাখার জন্য গ্রহ থেকে সূর্যের দূরত্ব যত কমে, এর বেগ একই হারে বাড়ে। এই কারণেই গ্রহ তার ঘূর্ণন তলে সর্বদা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

গ দেওয়া আছে,

$$\text{সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল, } T_1 = 365 \text{ day}$$

$$\text{সূর্য থেকে পৃথিবীর দূরত্ব } R_1 \text{ হলে, পরিবর্তিত দূরত্ব, } R_2 = \frac{R_1}{2}$$

$$\text{বের করতে হবে, পরিবর্তিত আবর্তনকাল, } T_2 = ?$$

কেপলারের ৩য় সূত্রানুসারে আমরা জানি,

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$$

$$\therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{\frac{3}{2}} = 365 \text{ day} \times \left(\frac{R_1/2}{R_1} \right)^{\frac{3}{2}} = 129.05 \text{ day (Ans.)}$$

ঘ আমরা জানি, পৃথিবীর আঙ্গিক গতি বিবেচনায় λ অক্ষাংশে

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_\lambda = G \frac{M}{R^2} - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

$$\text{নিরক্ষরেখায়, } \lambda = 0^\circ.$$

$$\therefore g_0 = G \frac{M}{R^2} - \omega^2 R$$

$$\text{পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে } \omega = 0, \text{ নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ}$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$\text{সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বৃদ্ধি}$$

$$\Delta g = g - g_0 = \omega^2 R = \left(\frac{2 \times 3.1416}{86400 \text{ sec}} \right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} = 0.0338$$

$$\text{নিরক্ষরেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_0 = 9.78 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর}$$

$$\text{ওজন বৃদ্ধির হার} = \frac{m \times 0.0338 \text{ m.s}^{-2}}{mg} \times 100\%$$

$$= \frac{0.0338 \text{ m.s}^{-2}}{9.78 \text{ m.s}^{-2}} \times 100\%$$

$$= 0.346\% \text{ (বৃদ্ধি পাবে)}$$

সুতরাং পৃথিবীর আবর্তন বন্ধ হলে নিরক্ষীয় রেখায় অবস্থিত কোনো বস্তুর ওজন 0.346% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ১২ একদল বিজ্ঞানী 100 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে 3.6×10^4 km উপরে উঠিয়ে 3.1 km/s রৈখিক বেগ প্রদান করে চাঁদ সদৃশ উপগ্রহে পরিণত করার চেষ্টা করল। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 ও 16 গুণ। পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব 3×10^5 km। পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 m/s^2 , মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$ ।

চ. বো. ২০১৭

- অশ্বক্ষমতা কাকে বলে? ১
- কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ ব্যাখ্যা কর। ২
- পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে? ৩
- উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি চাঁদের মত উপগ্রহে পরিণত হবে কিনা গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে 1 অশ্ব ক্ষমতা বলে।
খ বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর ওপর কেন্দ্রমুখী বল ক্রিয়া করে। এক্ষেত্রে যে কোনো মুহুর্তে কেন্দ্রমুখী বলের (F_c) দিক বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর, কিন্তু প্রতিটি ক্ষুদ্র সময়ে বস্তুর ক্ষুদ্র সরণ (ds) হয় বৃত্তের স্পর্শক বরাবর। ফলে F_c ও ds এর মধ্যকার কোণ $\theta = 90^\circ$ । সুতরাং কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃতকাজ, $W = \vec{F}_c \cdot \vec{ds} = F_c \times ds \cos 90^\circ = 0$ । অর্থাৎ কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কোনো কাজ সম্পাদিত হয় না।

গ দেওয়া আছে,
 পৃথিবী থেকে চাঁদের দূরত্ব, $r = 3 \times 10^5 \text{ km} = 3 \times 10^8 \text{ m}$
 ধরি, চাঁদের ভর, $M_m = M$
 চাঁদের ব্যাসার্ধ, $R_m = R$
 \therefore পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M$
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 16 R$
 ধরি, পৃথিবী হতে x দূরত্বে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।
 \therefore চাঁদ হতে উক্ত দূরত্ব, $(3 \times 10^8 - x)$
 \therefore পৃথিবী হতে x দূরত্বে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,
 $E_1 = \frac{GM_e}{x^2}$

এবং চাঁদ হতে $(3 \times 10^8 - x)$ দূরত্বে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$E_2 = \frac{GM_m}{(3 \times 10^8 - x)^2}$$

প্রশ্নমতে,

$$E_1 = E_2$$

$$\text{বা, } \frac{GM_e}{x^2} = \frac{GM_m}{(3 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{81 M}{x^2} = \frac{M}{(3 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{x}{3 \times 10^8 - x} \right)^2 = 81$$

$$\text{বা, } \frac{x}{3 \times 10^8 - x} = 9$$

$$\text{বা, } x = 2.7 \times 10^9 - 9x$$

$$\text{বা, } 10x = 2.7 \times 10^9$$

$$\therefore x = 2.7 \times 10^8 \text{ m}$$

\therefore পৃথিবীর কেন্দ্র হতে $2.7 \times 10^8 \text{ m}$ দূরে মহাকর্ষ প্রাবল্য সমান হবে।

ঘ দেওয়া আছে,

কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 36 \times 10^6 \text{ m}$

কৃত্রিম উপগ্রহের প্রদত্ত বেগ, $v = 3.1 \text{ km/s} = 3.1 \times 10^3 \text{ m/s}$

পৃথিবী হতে চাঁদের দূরত্ব, $h' = 3 \times 10^5 \text{ km} = 3 \times 10^8 \text{ m}$

আমরা পাই, h উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহের প্রয়োজনীয় বেগ,

$$v' = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{(6.673 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2})(6 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6.4 + 36) \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 3.08 \times 10^3 \text{ m/s} = v$$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবীকে চাঁদের ন্যায় একটি বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করবে। কৃত্রিম উপগ্রহের,

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

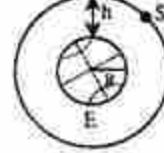
$$= \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 + 36) \times 10^6}{3100} \text{ s}$$

$$= 23.87 \text{ Hr}$$

$$= 24 \text{ Hr.}$$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিন্তু চাঁদ ভূ-স্থির উপগ্রহ নয়।

প্রশ্ন ১৩



E = পৃথিবী
 S = ভূ-স্থির উপগ্রহ
 $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
 $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$

বাংলাদেশ 3,500 kg ভরের একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করবে।

চ. বো. ২০১৬

- মুক্তিবেগের সংজ্ঞা দাও। ১
- ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- ভূ-স্থির উপগ্রহটি কত উচ্চতায় (h) উৎক্ষেপণ করতে হবে? ৩
- h এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ কত বৃদ্ধি করতে হবে? গাণিতিকভাবে দেখাও। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তি বেগ বলে।

খ কোনো কণা একটি পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে আদি অবস্থানে ফিরে আসলে কণাটির ওপর যে বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ শূন্য হয় না, সেই বলকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।
 ঘর্ষণ বল সর্বদা গতির বিরুদ্ধে ক্রিয়া করে। তাই একটি পূর্ণ চক্রের প্রতিটি অংশে ঘর্ষণ বলের দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক, ফলে একটি পূর্ণ চক্রে ঘর্ষণ বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কখনো শূন্য হতে পারে না। তাই ঘর্ষণ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

গ এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
 ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
 ভূস্থির উপগ্রহের পর্যায়কাল, $T = 24 \text{ hr} = 86400 \text{ s}$
 উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি,

$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

$$= \left\{ \frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (86400)^2}{4 \times (3.1416)^2} \right\}^{\frac{1}{3}} - (6.4 \times 10^6)$$

$$= 3.6 \times 10^7 \text{ m (Ans.)}$$

ঘ এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

(গ) অংশ হতে পাই, উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

ভূ-স্থির উপগ্রহের বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 3.6 \times 10^7}}$$

$$= 3079 \text{ m/s}$$

যদি h এর মান দ্বিগুণ হলে,

$$h' = 2 \times 3.6 \times 10^7 \text{ m} = 7.2 \times 10^7 \text{ m}$$

উচ্চতা দ্বিগুণ হলে প্রয়োজনীয় বেগ, $v' = ?$

$$v' = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 7.2 \times 10^7}}$$

$$= 2246 \text{ m.s}^{-1}$$

$$\therefore \text{বেগের পরিবর্তন, } \Delta v = v' - v = 2246 \text{ m.s}^{-1} - 3079 \text{ m.s}^{-1}$$

$$= -815 \text{ m.s}^{-1}$$

এর মান দ্বিগুণ হলে উপগ্রহটির বেগ 815 m.s^{-1} পরিমাণ কমাতে হবে।

প্রশ্ন ১৪ ভূ-পৃষ্ঠ হতে দুটি সেকেন্ড দোলকের একটিকে $2 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অবস্থিত কোনো ভূ-স্থির উপগ্রহে নেয়া হলো। অপরটিকে $3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরে একটি খনিতে নেয়া হলো।

ক. প্রমাণ তীব্রতা কাকে বলে?

খ. \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ 45° হলে দেখাও যে, $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin 45^\circ$

গ. কৃত্রিম উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর।

ঘ. কোন ক্ষেত্রে দোলক অধিক দীর্ঘে চলবে? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর।

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের জন্য যে আদর্শ তীব্রতার সাথে তুলনা করে বিভিন্ন তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্চতার মাত্রা নির্ণয় করা হয়, তাকে ঐ কম্পাঙ্কের শব্দের জন্য প্রমাণ তীব্রতা বলা হয়।

খ দেওয়া আছে, \vec{A} ও \vec{B} এর মধ্যবর্তী কোণ, $\theta = 45^\circ$

$$\text{বামপক্ষ} = \vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta = AB \cos 45^\circ = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\text{এবং ডানপক্ষ} = |\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta = AB \sin 45^\circ = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}|$$

গ দেওয়া আছে, ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 2 \times 10^6 \text{ m}$

জানা আছে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$

এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$\therefore \text{কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_h = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

$$= 9.8 \text{ m.s}^{-2} \left(\frac{6.4 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 2 \times 10^6 \text{ m}} \right)^2 = 5.69 \text{ m.s}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

ঘ ভূপৃষ্ঠ হতে $d = 3 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_d = g \left(1 - \frac{d}{R} \right) = 9.8 \text{ m.s}^{-2} \times \left(1 - \frac{3 \times 10^6 \text{ m}}{6.4 \times 10^6 \text{ m}} \right) = 5.206 \text{ m.s}^{-2}$$

'গ' অংশ হতে $g_h = 5.96 \text{ m.s}^{-2}$

কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে এবং খনির অভ্যন্তরে সরল দোলকের দোলনকাল যথাক্রমে T_h এবং T_d হলে, সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রানুসারে,

$$\frac{T_h}{T_d} = \sqrt{\frac{g_d}{g_h}} = \sqrt{\frac{5.206 \text{ m.s}^{-2}}{5.96 \text{ m.s}^{-2}}} = 0.9565$$

$$\therefore T_h < T_d$$

সুতরাং খনির অভ্যন্তরে দোলকটি অধিক দীর্ঘে চলবে।

প্রশ্ন ১৫ কোনো গ্রহের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার কক্ষপথে 7.8 km.s^{-1} বেগে ঘুরছে যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.0 m.s^{-2} । অন্য একটি গ্রহের সাথে গ্রহটির ভর ও ব্যাসার্ধের অনুপাত যথাক্রমে $80:1$ ও $4:1$ ।

ক. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাকে বলে?

খ. বিমুখীয় অঞ্চলে বস্তুর ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর।

গ. বৃত্তাকার কক্ষপথের উচ্চতা নির্ণয় কর।

ঘ. গ্রহ দুটির মধ্যে একটি নভোযান যাতায়াত করলে কোন গ্রহ হতে অধিক গতিশক্তি নিয়ে নভোযানটিকে যাত্রা শুরু করতে হবে গাণিতিক বিশ্লেষণসহ মন্তব্য কর।

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্ব থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

খ আমরা জানি, ওজন হচ্ছে বস্তুর ভর ও অভিকর্ষজ ত্বরণের গুণফল। সুতরাং যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম সেখানে বস্তুর ওজনও কম। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বিমুখীয় অঞ্চলের দূরত্ব বেশি হওয়া এবং পৃথিবীর ঘূর্ণনের ফলে বিমুখীয় অঞ্চলে কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হওয়ার কারণে বিমুখীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম হয়। তাই অন্য অঞ্চল থেকে কোনো বস্তুকে বিমুখীয় অঞ্চলে আনলে ওজন হ্রাস পায়।

গ দেওয়া আছে, উপগ্রহের স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.0 \text{ m.s}^{-2}$

উপগ্রহের বেগ, $v = 7.8 \text{ km.s}^{-1} = 7.8 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$

উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r হলে এবং ভর m হলে প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল এর ওজনে সমান হবে, সুতরাং

$$mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$\text{বা, } g = \frac{v^2}{r}$$

$$\therefore r = \frac{v^2}{g} = \frac{(7.8 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1})^2}{9.0 \text{ m.s}^{-2}} = 6.76 \times 10^3 \text{ m}$$

গ্রহের ব্যাসার্ধ R এবং গ্রহ পৃষ্ঠ থেকে উপগ্রহের উচ্চতা h হলে

$$r = R + h$$

$$\therefore R + h = 6.76 \times 10^3 \text{ m}$$

$$\therefore h = 6.76 \times 10^3 \text{ m} - R \text{ (Ans.)}$$

ঘ মনে করি,

$$1\text{ম গ্রহটির ভর} = M_1$$

$$\text{ব্যাসার্ধ} = R_1$$

$$2\text{য় গ্রহটির ভর, } M_2 = 80M_1$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } R_2 = 4R_1$$

গ্রহদ্বয়ের মুক্তিবেগ যথাক্রমে v_1 ও v_2 হলে এদের আকর্ষণ বলসমূহ হতে m ভরের নভোযানে সরবরাহকৃত শক্তি যথাক্রমে E_1 ও E_2

$$E_1 = \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} m \times \frac{2GM_1}{R_1} = m \times \frac{GM_1}{R_1} \left[\because v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \right]$$

$$E_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} m \times \frac{2GM_2}{R_2} = m \times \frac{GM_2}{R_2}$$

$$\therefore \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{M_2}{M_1} \right) \times \left(\frac{R_1}{R_2} \right) = 80 \times \frac{1}{4} = 20$$

$$\therefore E_2 = 20 E_1$$

অতএব, দ্বিতীয় গ্রহ হতে রওনা হবার সময় অধিকতর (20 গুণ) গতিশক্তি সরবরাহ করতে হবে।

প্রশ্ন ১৬ একটি সেকেন্ড দোলককে 'ক' অঞ্চল হতে 'খ' অঞ্চলে নেয়া হল।

$$g_k = 9.78 \text{ ms}^{-2}$$

$$g_x = 9.83 \text{ ms}^{-2}$$

/সি. বো. ২০১৬/

ক. অগ্রগামী তরঙ্গ কাকে বলে?

খ. সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়, ব্যাখ্যা কর।

গ. 'ক' অঞ্চলে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

ঘ. 'খ' অঞ্চলে দোলকটির দোলনকালের পরিবর্তন ঘটবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও।

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো তরঙ্গ বিস্তৃত মাধ্যমের মধ্য দিয়ে ক্রমাগত অগ্রসর হয় তখন তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

খ. কোনো স্বরে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের সুর থাকে। এদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম তাকে মূল সুর বলে। অন্যান্য সুর যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের চেয়ে বেশি তাদেরকে উপসুর বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয় তাহলে সেই সকল উপসুরকে বলে সমমেল বা হারমোনিক। সুতরাং বলা যায়, সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক না।

গ. দেওয়া আছে,

সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ s}$

ক অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_k = 9.78 \text{ m/s}^2$

আমরা জানি, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_k}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g_k}$

বা, $L = \frac{g_k T^2}{4\pi^2}$

$\therefore L = 0.9909 \text{ m (Ans.)}$

ঘ. দেওয়া আছে, খ অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_x = 9.83 \text{ m/s}^2$
সরল দোলকের তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি, দোলনকাল অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতিক, অর্থাৎ

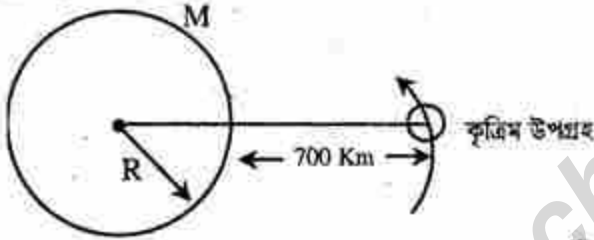
$$\frac{T_x}{T_k} = \sqrt{\frac{g_k}{g_x}} = \sqrt{\frac{9.78}{9.83}} = 0.9974$$

$\therefore T_x = 0.9974 \times 2 \text{ s} = 1.995 \text{ s}$

$\therefore T_x < T_k$

\therefore দোলকটিকে ক অঞ্চল থেকে খ অঞ্চলে নেয়া হলে দোলনকাল কমে যাবে।

প্রশ্ন ১৭ উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে ($M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$)



- ভেক্টর বিভাজন কি? ১
- সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কি? ব্যাখ্যা কর। ২
- কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. একটি ভেক্টরকে যদি দুই বা ততোধিক ভেক্টরে এমনভাবে বিভক্ত করা হয়, যাদের লব্ধি হবে মূল ভেক্টর, তবে এ বিভক্তকরণ প্রক্রিয়াকে ভেক্টরের বিভাজন বলে।

খ. আমরা জানি, ভেক্টরের মান অথবা দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনে ভেক্টর পরিবর্তিত হয়। বেগ হচ্ছে ভেক্টর রাশি। সুতরাং মান পরিবর্তন না হলেও দিকের পরিবর্তনে বেগ পরিবর্তিত হবে। সমদ্রুতিতে বক্রপথে চলার সময় বেগের মান পরিবর্তিত না হলেও দিকের পরিবর্তন হয়। আর বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। সুতরাং আমরা বলতে পারি, সরল পথে সমদ্রুতিতে চলমান কোনো বস্তুর ত্বরণ না থাকলেও বক্রপথে সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে।

গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, কক্ষপথে এর ওপর প্রযুক্ত অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান।

দেওয়া আছে,

গ্রহের ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

গ্রহের পৃষ্ঠ হতে কক্ষপথের উচ্চতা, $h = 700 \text{ km} = 700 \times 10^3 \text{ m}$

কক্ষপথের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m})^2}$$

$$= 7.942 \text{ m/s}^2 \text{ (Ans.)}$$

ঘ. কক্ষপথে পরিভ্রমণকালে কৃত্রিম উপগ্রহটির

গতিবেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 700 \times 10^3 \text{ m}}}$$

$$= 7509 \text{ m/s}^{-1}$$

কৃত্রিম উপগ্রহটিকে মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন শক্তি

$$W = \int_{R+h}^{\infty} F dr = \int_{R+h}^{\infty} \frac{GMm}{r^2} dr = GMm \left[\frac{1}{r} \right]_{R+h}^{\infty} = -GMm \left[\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R+h} \right]$$

$$= \frac{GMm}{R+h}$$

এ পরিমাণ কাজ করতে প্রয়োজনীয় সর্বনিম্ন বেগ v_c হলে

$$\frac{1}{2} mv_c^2 = \frac{GMm}{R+h}$$

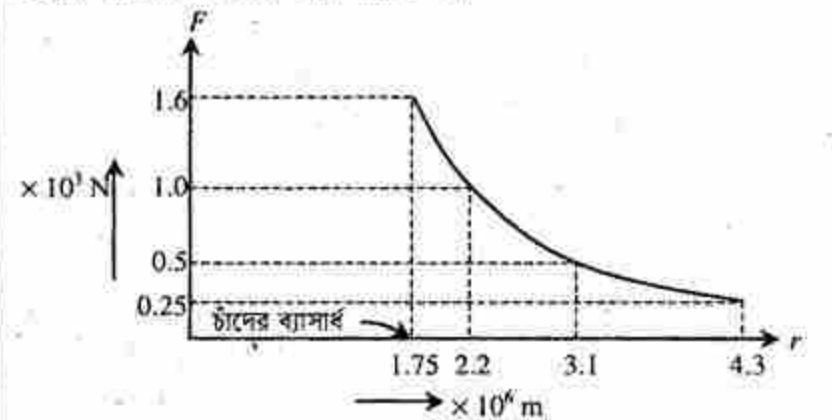
$$v_c = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \sqrt{2} \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = 1.41 \times 7509 \text{ m/s}^{-1}$$

$$= 10587.7 \text{ m/s}^{-1} > v$$

কক্ষপথ হতে কৃত্রিম উপগ্রহ মুক্ত হলে সর্বনিম্ন 10587.7 m/s^{-1} বেগ প্রয়োজন কিন্তু কক্ষপথের প্রকৃত বেগ 7509 m/s^{-1} ।

সুতরাং বলা যায়, উপগ্রহটি শূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

প্রশ্ন ১৮ লেখচিত্রে দেখানো হল চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r , চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন।



দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ।

- গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের ২য় সূত্রটি লিখ। ১
- পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা করো। ২
- উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় করো। ৩
- উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবী পৃষ্ঠ ও চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা করো। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কেপলারের ২য় সূত্র: সূর্য ও গ্রহের সংযোজক রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ। আমরা জানি টর্ক কৌণিক বেগের পরিবর্তন ঘটায় বা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। আমরা জানি, টর্ক $\tau = I \frac{d\omega}{dt}$ । সমকৌণিক বেগের ক্ষেত্রে $\frac{d\omega}{dt} = 0$ তাই $\tau = 0$ । তাই সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কোনো টর্কের প্রয়োজন হয় না। যেহেতু পৃথিবী সমকৌণিক বেগে ঘুরছে, সেহেতু এর উপর কোনো টর্ক ক্রিয়া করে না।

গ। দেওয়া আছে,

বস্তুর ভর, $m = 1000 \text{ kg}$
কেন্দ্র হতে দূরত্ব, $r =$ চন্দ্রের ব্যাসার্ধ $= 1.75 \times 10^6 \text{ m}$
 r দূরত্বে অনুভূত বল, $F = 1.6 \times 10^3 \text{ N}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
চন্দ্রের ভর, $M = ?$

আমরা জানি,

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

$$\therefore M = \frac{Fr^2}{Gm} = \frac{1.6 \times 10^3 \times (1.75 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11} \times 1000}$$

$$= 7.34 \times 10^{22} \text{ kg (Ans.)}$$

ঘ। দেওয়া আছে,

বস্তুর ভর, $m = 1000 \text{ kg}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
চাঁদ বা পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = 2.55 \times 10^6 \text{ m}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

চাঁদের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1.75 \times 10^6 \text{ m}$ [ডাটা থেকে]

পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

h উচ্চতায় পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g_{ch}$

\therefore ভূ-পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F_e = mg_{ch} = m \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 g_e$$

চন্দ্রপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F_m = mg_{mh} = m \left(\frac{R_m}{R_m + h} \right)^2 g_m = \left(\frac{R_m}{R_m + h} \right)^2 mg_m$$

$g_m =$ চন্দ্রপৃষ্ঠে মহাকর্ষজ-ত্বরণ।

চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_m = \frac{F}{m} = \frac{1.6 \times 10^3}{1000} = 1.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

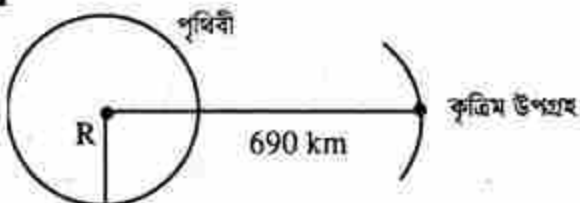
$$\therefore \frac{F_e}{F_m} = \left(\frac{R_e}{R_m} \cdot \frac{R_m + h}{R_e + h} \right)^2 \frac{g_e}{g_m}$$

$$= \left[\frac{6.4 \times 10^6}{1.75 \times 10^6} \times \frac{1.75 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6} \right]^2 \times \frac{9.8}{1.6}$$

$$= 18.91$$

অতএব, উল্লিখিত উচ্চতার জন্য পৃথিবী কর্তৃক প্রযুক্ত বল চাঁদ কর্তৃক প্রযুক্ত বলের তুলনায় প্রায় 18.91 গুণ হবে।

প্রশ্ন ১৯



পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

[য. বো. ২০১৪]

ক. কাজ শক্তি উপপাদ্য বিবৃত কর।

১

খ. কোনো বস্তুর গতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে? ব্যাখ্যা কর।

২

গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ কত?

৩

ঘ. উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km সরালে সেটির পরিভ্রমণকালের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি — ব্যাখ্যা কর।

৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কাজ শক্তি উপপাদ্য: কোনো বস্তুর ওপর প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।

খ. কোনো বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2} mv^2$; বস্তুর ভর m কখনোই ঋণাত্মক হয় না এবং v ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যাই হোক না কেন v^2 সর্বদাই ধনাত্মক হয়। তাই কোনো বস্তুর গতিশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে না।

গ। দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 690 \text{ km} = 6.90 \times 10^5 \text{ m}$
বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.90 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= 7514.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত অবস্থায় কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে,

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m})}{7514.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$= 5928 \text{ sec}$$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটির উচ্চতা $h = 800 \text{ km} = 8 \times 10^5 \text{ m}$ হলে,

এর পর্যায়কাল হবে, $T' = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 8 \times 10^5 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$$

$$= 6066.56 \text{ sec}$$

যেহেতু $6066 \text{ sec} > 5928 \text{ sec}$

অর্থাৎ $T > T'$

সুতরাং উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km সরালে সেটির পরিভ্রমণকাল বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ২০। পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে 24 ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে, একে আক্ষিক গতি বলে। পৃথিবীর এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ । [য. বো. ২০১৭]

ক. মুক্তিবেনে কি?

১

খ. মহাকর্ষ ধ্রুবক স্কেলার রাশি কেন?

২

গ. পৃথিবীর 45° অক্ষাংশে অবস্থিত অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর?

৩

ঘ. বিষুব অঞ্চলে অবস্থিত কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কিরূপ পরিবর্তন করতে হবে? বিশ্লেষণ কর।

৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সর্বনিম্ন যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেনে বলে।

খ. মহাকর্ষ ধ্রুবক G হচ্ছে, 1 m দূরত্বে অবস্থিত 1 kg ভরের দুটি কণার মধ্যবর্তী আকর্ষণ বলের মান। এ আকর্ষণ বলের দিক হবে কণাদ্বয়ের সংযোজক রেখা বরাবর, অর্থাৎ আকর্ষণ বলের দিক নির্ভর করে কণা দ্বয়ের অবস্থানের উপর। সুতরাং বলের দিকের সাথে G এর কোনোরূপ সম্পর্ক নেই। তাই G এর কোনো দিক নেই। অর্থাৎ G একটি স্কেলার রাশি।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ rad/s}$
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
 অক্ষাংশ, $\lambda = 45^\circ$
 ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

আমরা জানি,

45° অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,
 $g_{45^\circ} = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$
 $= 9.8 - \left(\frac{2\pi}{24 \times 3600} \right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2$
 $= 9.783 \text{ m/s}^2 \text{ (Ans.)}$

ঘ উদ্দীপক থেকে পাই,

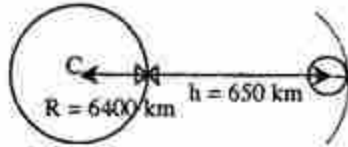
পৃথিবীর কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ rad/s}$
 ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
 বিষুব অঞ্চলে, $\lambda = 0^\circ$
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
 বিষুব অঞ্চলে, $g_\lambda = 0 \text{ m/s}^2$

আমরা জানি,

$g_\lambda = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$
 বা, $0 = 9.8 - \omega^2 R \times 1$
 বা, $\omega^2 R = 9.8$
 বা, $\omega^2 = \frac{9.8}{R} = \frac{9.8}{6.4 \times 10^6}$
 $\therefore \omega = 1.237 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$

অতএব, পৃথিবীর কৌণিক বেগ $(1.237 \times 10^{-3} + \frac{2\pi}{24 \times 3600})$ গুণ বা 17 গুণ করলে বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য হবে।

প্রশ্ন ২১



পৃথিবীর ভর $= 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$
 মহাকর্ষ ধ্রুবক $= 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

[ব. বো. ২০১৬]

- পাঁড়ন কাকে বলে? ১
- বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে কেন? ২
- উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ কত? ৩
- যদি উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km উপরে হতো তবে পর্যায়কালের কোনো পরিবর্তন ঘটতো কি? প্রয়োজনীয় গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যুক্তি দাও। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর বিকার হলে একক ক্ষেত্রে উৎপন্ন প্রত্যাবর্তী বলকে পাঁড়ন বলে।

খ বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় গোলাকার আকার ধারণ করে পানির পৃষ্ঠটানের জন্যে। পৃষ্ঠটানের জন্য বৃষ্টির ফোঁটাটি এমন একটি আকারে থাকতে চায় যেখানে তার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম হয়। পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন করার জন্যই বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার আকার ধারণ করে।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$
 মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$
 $= 6400 \times 10^3 \text{ m}$

কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 650 \text{ km}$
 $= 650 \times 10^3 \text{ m}$

আমরা জানি, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6400 \times 10^3 + 650 \times 10^3}}$$

$$= 7521.75 \text{ m/s}^{-1}$$

\therefore উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটির বেগ হবে $7521.75 \text{ m/s}^{-1} \text{ (Ans.)}$

ঘ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$
 মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$
 কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 650 \text{ km} = 650 \times 10^3 \text{ m}$
 আমরা জানি কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল,

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2(h+R)^3}{GM}}$$

$$= \sqrt{\frac{4 \times (3.1416)^2 \times (650 \times 10^3 + 6400 \times 10^3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}}$$

$$= 5889.13 \text{ sec}$$

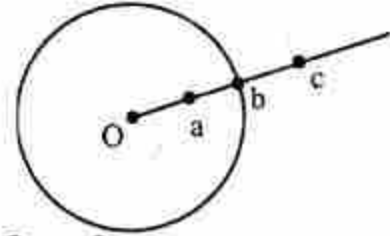
এখন, উচ্চতা $h' = 700 \text{ km}$ বা $700 \times 10^3 \text{ m}$ হলে, এর আবর্তন কাল,

$$T' = \sqrt{\frac{4\pi^2(700 \times 10^3 + 6400 \times 10^3)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}}$$

$$= 5951.90 \text{ sec} > T$$

দেখা যাচ্ছে যে, উপগ্রহটি যদি 700 km উপরে হতো তবে তার নতুন আবর্তনকাল T' পূর্বের আবর্তনকাল T হতে $(5951.90 - 5889.13) \text{ sec}$ বা, 62.77 sec বেশি হতো।

প্রশ্ন ২২



উপরের চিত্রে একটি কাল্পনিক গ্রহ দেখানো হয়েছে যার ভর $12 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $8 \times 10^6 \text{ m}$ । O উহার কেন্দ্র। b উহার পৃষ্ঠে কোনো বিন্দু। a ও c দুটি বিন্দু এমন দূরে অবস্থিত যাতে $ao = ab = bc$ হয়। $[G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}]$

[ব. বো. ২০১০]

- অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে? ১
- একটি হালকা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে — ব্যাখ্যা কর। ২
- উল্লিখিত গ্রহটির পৃষ্ঠের মুক্তি বেগ হিসাব কর। ৩
- a ও c বিন্দুর মধ্যে কোনটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বেশি হবে? তোমার উত্তরের গাণিতিক প্রমাণ দাও। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বলকে অসংরক্ষণশীল বলা হবে যদি একটি বস্তু পূর্ণ চক্র সম্পন্ন করে পূর্বের অবস্থানে ফিরে এলে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য না হয়। অথবা, যদি কোনো বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অপর এক বিন্দুতে নিতে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুকে কোন পথে নেয়া হয়েছে তার উপর নির্ভর করে তবে ঐ বল একটি অসংরক্ষণশীল বল।

খ মনে করি, দুটি বস্তুর ভর m_1 ও m_2 ($m_2 > m_1$) এবং গতিবেগ v_1 ও v_2 । এদের ভরবেগ সমান হলে, $m_1 v_1 = m_2 v_2$

বা, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{m_1}{m_2}$ বা, $\left(\frac{v_1}{v_2} \right) = \frac{m_2}{m_1}$

$$\therefore \text{এদের গতিশক্তির অনুপাত} = \frac{E_{K1}}{E_{K2}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\therefore m_2 > m_1$$

$$\therefore E_{K1} > E_{K2}$$

অর্থাৎ হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

দেওয়া আছে,

$$\text{গ্রহটির ভর, } M = 12 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{ব্যাসার্ধ, } R = 8 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2\text{-kg}^{-2}$$

বের করতে হবে, গ্রহের পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ, $v_c = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v_c &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2\text{-kg}^{-2} \times 12 \times 10^{24} \text{ kg}}{8 \times 10^6 \text{ m}}} \\ &= 14.146 \times 10^3 \text{ m-s}^{-1} \\ &= 14.146 \text{ km-s}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

যে $ao = ab = bc$ শর্তমতে,

a, ob এর মধ্যবিন্দু

$$\therefore ab = bc = \frac{R}{2} = \frac{8 \times 10^6 \text{ m}}{2} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g হলে,

গ্রহপৃষ্ঠ হতে $d = 4 \times 10^6 \text{ m}$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$\begin{aligned} g' &= g \left(1 - \frac{d}{R}\right) = g \left(1 - \frac{4 \times 10^6 \text{ m}}{8 \times 10^6 \text{ m}}\right) \\ &= \frac{g}{2} \end{aligned}$$

এবং পৃষ্ঠ হতে $h = 4 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

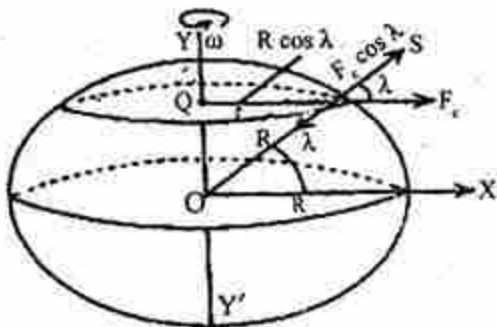
$$g'' = g \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = g \left(\frac{R}{R+R/2}\right)^2 = g \left(\frac{R}{3R/2}\right)^2 = \frac{4}{9} g$$

$$\therefore \frac{g}{2} > \frac{4}{9} g$$

অর্থাৎ $g' > g''$

সুতরাং a বিন্দুর অভিকর্ষ ত্বরণের মন, c বিন্দুর অভিকর্ষ ত্বরণ অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ২৩



পৃথিবী পৃষ্ঠে λ অক্ষাংশে একটি বিন্দু P বিবেচনা করি। M ভরের একটি বস্তু P বিন্দুতে অবস্থিত। (অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$).

[রাষ্ট্রস্বামী ক্যাডেট কলেজ]

- ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কী? ১
- খ. মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক কেন? ব্যাখ্যা করো। ২
- গ. পৃথিবী তার স্বাভাবিক বেগের চেয়ে ১৭ গুণ বেশি জোরে ঘুরলে বস্তুটির উপর কার্যকর g এর মান নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. বিষুবীয় অঞ্চলের চেয়ে মেরু অঞ্চলে g এর মান বেশি গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

খ. মহাকর্ষ বল ঋণাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা আসীম। অর্থাৎ কেন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সমপরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

$$\text{পৃথিবীর বর্তমান কৌণিক বেগ, } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.1416 \text{ rad}}{86400 \text{ sec}} = 0.000072722 \text{ rad/s}$$

$$\therefore \text{কল্পিত কৌণিক বেগ, } \omega' = 17\omega = 17 \times 0.000072722 \text{ rad/s} = 0.0012363 \text{ rad/s}$$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{জানা আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

পৃথিবীর ঘূর্ণনজনিত কারণে ঐ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$\begin{aligned} g' &= g - \omega^2 R \cos^2 \lambda = 9.81 - (0.000072722)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2 \lambda \\ &= 9.81 - 0.03385 \cos^2 \lambda \end{aligned}$$

\therefore পৃথিবীর ঘূর্ণন গতি বর্তমানের তুলনায় ১৭ গুণ হলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হবে,

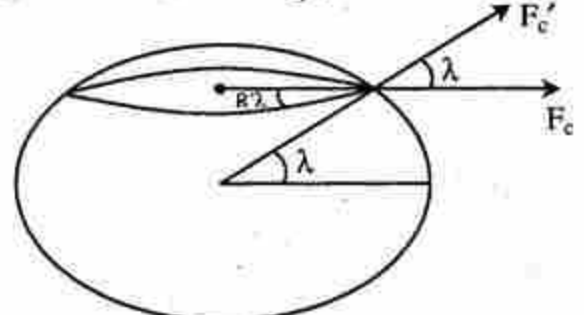
$$\begin{aligned} g'' &= g - \omega'^2 R \cos^2 \lambda \\ &= 9.81 - (0.0012363)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2 \lambda \\ &= 9.81 - 9.782 \cos^2 \lambda \end{aligned}$$

ইহাই নির্ণেয় কার্যকর g এর মান।

ঘ. পৃথিবীতে বিষুবীয় অঞ্চলের চেয়ে মেরু অঞ্চলের g এর মান বেশি দুটি কারণে।

i. পৃথিবীর আকৃতিগত কারণে: আমরা জানি, পৃথিবী সুষম গোলক নয়। বিষুবীয় অঞ্চল বরাবর এটি কিছুটা স্ফীত। তাই $g = \frac{GM}{R^2}$ সূত্রানুসারে বিষুবীয় অঞ্চলের তুলনায় মেরু অঞ্চলে g -এর মান কিছুটা হলেও বেশি।

ii. পৃথিবীর ঘূর্ণনগতির কারণে: বিষুবীয় অঞ্চলে অবস্থিত বস্তুসমূহ বেশি কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করে। তাই স্বভাবতই একই বস্তুর বিষুবীয় অঞ্চলে ওজন, এর মেরু অঞ্চলে ওজনের তুলনায় বেশি, এ সংক্রান্ত গাণিতিক বিশ্লেষণ নিম্নরূপ:



λ অক্ষাংশে অবস্থিত বস্তু R' ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরবে। তাহলে এটি কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করবে $F_c = m\omega^2 R' = m\omega^2 R \cos \lambda$ পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর এ বলের উপাংশ,

$$\begin{aligned} F_c' &= F_c \cos \lambda \\ &= (m\omega^2 R \cos \lambda) \cos \lambda = m\omega^2 R \cos^2 \lambda \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ দ্বারা পাবে } \frac{F_c'}{m} = \omega^2 R \cos^2 \lambda \text{ পরিমাণ}$$

$$\therefore \lambda \text{ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের কার্যকর মান, } g' = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda$$

এই সূত্রের ক্ষেত্রে ধরে নেয়া হয়েছে, পৃথিবীর সর্বত্র ব্যাসার্ধ একই মাপের।

তাহলে মেরু অঞ্চলে $\lambda = 90^\circ$ এবং $g' = g - \omega^2 R (\cos 90^\circ)^2 = g$

এবং বিষুবীয় অঞ্চলে $\lambda = 0^\circ$ এবং $g' = g - \omega^2 R (\cos 0^\circ)^2 = g - \omega^2 R$

সুতরাং গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা গেল যে, বিষুবীয় অঞ্চলের চেয়ে মেরু অঞ্চলে g এর মান বেশি।

প্রশ্ন ২৪ পৃথিবী পৃষ্ঠে একটি সেকেন্ড দোলক ঠিক সময় দেয় এটাকে পর্বতশীর্ষে নিয়ে গেলে দিনে 10 sec ধীরে চলে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ । [রাজশাহী ক্যাডেট কলেজ]

- পর্বাত্ত গতি কী? ১
- পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল বিভিন্ন ব্যাখ্যা করো। ২
- পর্বতটির উচ্চতা নির্ণয় করো। ৩
- কী ব্যবস্থা গ্রহণ করলে দোলকটি পর্বতশীর্ষে ঠিক সময় দিবে— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো একটি বস্তু নির্দিষ্ট সময় পর পর একই স্থানে ফিরে আসে অথবা একই স্থান দিয়ে নির্দিষ্ট সময় অন্তর অতিক্রম করে তবে তাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

খ সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$
সুতরাং দোলনকাল সংশ্লিষ্ট স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের ওপর নির্ভর করে। ধরি, কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরলদোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য এমনভাবে সমন্বয় করা হলো যাতে দোলনকাল দুই সেকেন্ড হয়, তখন এটাকে সেকেন্ড দোলক বলা যাবে। কিন্তু দোলকটিকে পৃথিবীর অন্যকোনো স্থানে নিয়ে যাওয়া হলে g -এর মান ভিন্ন হবে, তখন

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সূত্রানুসারে দোলকের দোলনকাল আর 2 sec থাকবে না। এ কারণে বলা যায়, পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে সেকেন্ড দোলকের পর্যায়কাল বিভিন্ন।

গ প্রথমত পাহাড়ের উচ্চতার সাথে সারাদিনে প্রাপ্ত অর্ধদোলন সংখ্যার (n) সম্পর্ক স্থাপন করি।

$$n \frac{T}{2} = 86400$$

$$\therefore n \propto \frac{1}{T}$$

$$\text{বা, } n \propto \sqrt{g} \quad \left[\because T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \right]$$

$$\text{বা, } n \propto \sqrt{\frac{1}{d^2} \left[\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \right]}; g \propto \frac{1}{d^2}; d = \text{পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্ব}$$

$$\text{বা, } n \propto \frac{1}{d}$$

$$\text{বা, } nd = \text{ধ্রুবক}$$

$$\therefore 86400R = (86400 - m)(R + h) \quad \left[m = \text{সারাদিনে হারানো অর্ধদোলন সংখ্যা} \right]$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \frac{86400}{86400 - m} = \frac{86400}{86400 - 10} = 1.00011575414$$

$$\text{বা, } h = 0.00011575414R = 0.00011575414 \times 6400 \times 10^3 \text{ m} = 740.8 \text{ m}$$

সুতরাং পাহাড়ের উচ্চতা 740.8m (Ans.)

ঘ পাহাড়ের পাদদেশের তুলনায় শীর্ষদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ যেহেতু কম, তাই কার্যকর দৈর্ঘ্যও সামান্য কমাতে হবে যাতে $\frac{L}{g}$ অনুপাতটি সমন্বয় সাধনের মাধ্যমে পুনরায় $T = 2 \text{ sec}$ হয়।

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

$$\therefore \text{পাহাড়ের পাদদেশে কার্যকর দৈর্ঘ্য, } L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2 \text{ sec})^2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{4 \times 9.87} = 0.9929 \text{ m}$$

পাহাড়ের শীর্ষদেশে কার্যকর দৈর্ঘ্য L' হলে,

$$\frac{L'}{L} = \frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\therefore L' = \frac{R^2 L}{(R+h)^2} = \left(\frac{6400 \times 10^3 \text{ m}}{6400 \times 10^3 \text{ m} + 740.8 \text{ m}} \right)^2 \times 0.9929 \text{ m} = 0.9927 \text{ m}$$

সুতরাং দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য সামান্য কমিয়ে 0.9927m করা হলে দোলকটি পর্বতশীর্ষে সঠিক সময় দিবে।

প্রশ্ন ২৫ একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। এ দোলককে একটি উপগ্রহে নিয়ে যাওয়া হলো। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও ভর উপগ্রহের ব্যাসার্ধ ও ভরের যথাক্রমে 4 ও 50 গুণ। [জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

- নাল ভেক্টর কাকে বলে? ১
- নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতাগুলো আলোচনা করো। ২
- উপগ্রহে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
- "দোলকটি উদ্দীপকের উপগ্রহে ভূপৃষ্ঠের চাইতে ধীরে চলে।"— উপযুক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে উক্তিটি যাচাই কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের মান শূন্য তাকে শূন্য ভেক্টর বা নাল ভেক্টর বলে।

খ নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতাগুলো হল—

- নিউটনের 1ম সূত্রানুসারে কোন বস্তুর উপর বল শূন্য হলেই তার ত্বরণ শূন্য হবে। কিন্তু নির্দিষ্ট ত্বরণে গতিশীল কোনো পর্যবেক্ষকের সাপেক্ষে অন্য কোন স্থির বস্তুকেও ত্বরান্বিত অবস্থায় দেখবে। যদিও বস্তুটি প্রকৃত পক্ষে স্থির ও এতে কোন বল কাজ করছে না। তাই এ সূত্র কেবল জড় প্রসঙ্গ কাঠামোতে প্রযোজ্য।
- নিউটনের ২য় সূত্রানুসারে, $F = ma$, কিন্তু এ সূত্রটি কেবল তখনই প্রযোজ্য যখন গতিশীল বস্তুটির আপেক্ষিক বেগজনিত ভর বৃদ্ধি খুব নগণ্য হয়।
- উচ্চ বেগে তথা আলোর বেগের কাছাকাছি বেগে গতিশীল বস্তুর জন্য নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়।

গ উপগ্রহটির অভিকর্ষজ ত্বরণ g_s ও ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_E হলে,

$$\frac{g_s}{g_E} = \frac{\frac{GM_s}{R_s^2}}{\frac{GM_E}{R_E^2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{এখানে,} \\ \text{পৃথিবীর ভর, } M_E = 50 \times \text{উপগ্রহের ভর, } M_s \\ \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R_E = 4 \times \text{উপগ্রহের ব্যাসার্ধ, } R_s \end{array} \right.$$

$$= \frac{M_s}{R_s^2} \times \frac{R_E^2}{M_E} = \frac{M_s}{R_s^2} \times \frac{(4R_s)^2}{50 M_s} = \frac{16}{50}$$

$$\therefore g_s = \frac{16}{50} \times g_E = \frac{16}{50} \times 9.81 = 3.14 \text{ ms}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

য 'গ' হতে পাই,

উপগ্রহটিতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_s = 3.14 \text{ ms}^{-2}$

সেকেন্ড দোলকটির ভূপৃষ্ঠে দোলনকাল, T_E ও উপগ্রহের পৃষ্ঠে দোলনকাল, T_S হলে,

$$\frac{T_S}{T_E} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_s}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_E}}}$$

$$\therefore \frac{T_S}{T_E} = \sqrt{\frac{g_E}{g_s}}$$

$$\therefore T_S = \sqrt{\frac{g_E}{g_s}} \times T_E$$

$$= \sqrt{\frac{9.81}{3.14}} \times 2 = 3.54 \text{ sec}$$

অতএব, উপগ্রহটিতে সেকেন্ড দোলকটির দোলনকাল বেড়ে 3.54 sec হবে, অর্থাৎ দোলকটি উদ্ভীপকের উপগ্রহে ধীরে চলে উত্তিষ্টি যথার্থ।

প্রশ্ন ২৬



কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূপৃষ্ঠের চারদিকে ভূপৃষ্ঠ হতে 800 km উচ্চতায় ঘুরছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km।

[জয়পুরহাট গার্লস ক্যাডেট কলেজ]

- হুকের সূত্রটি বিবৃত করো। ১
- সকল দোলক সরল দোলক নয়— ব্যাখ্যা করো। ২
- পৃথিবীর ঘনত্ব নির্ণয় করো। ৩
- কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহ হবে কি? উপযুক্ত গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত দাও। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক।

খ কোন ভারী বস্তুকে অপ্রসারণশীল সূতার সাহায্যে কোন দৃঢ় বিন্দু থেকে ঝুলিয়ে দিলে তা যদি বাধাহীনভাবে দুলতে থাকে তবে বস্তুর গতি হবে স্পন্দন বা দোলন গতি। কিন্তু কৌণিক বিস্তারের মান 4° এর বেশি হলে তা সরল দোলন গতি হবে না। কারণ সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত গতি এবং সরল ছন্দিত গতির চলার পথ রৈখিক। কিন্তু কৌণিক বিস্তার 4° এর তুলনায় বেশি হলে ববের গতি সরলরৈখিক হয় না এবং ত্বরণ সরনের সমানুপাতিক হয় না। তাই সকল দোলক সরল দোলক নয়।

গ পৃথিবীর ঘনত্ব, ρ হলে,

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } g = \frac{G}{R^2} \times V_p$$

$$= \frac{G}{R^2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$= \frac{4}{3} G \pi \rho R$$

$$\text{বা, } \rho = \frac{g}{\frac{4}{3} G \pi R} = \frac{9.81}{\frac{4}{3} \times 6.673 \times 10^{-11} \times 3.1416 \times 6.4 \times 10^6} = 5483.8 \text{ kgm}^{-3} \text{ (Ans.)}$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

য 'গ' হতে পাই, পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho = 5483.8 \text{ kgm}^{-3}$

\therefore পৃথিবীর ভর, $M = V_p$

$$= \frac{4}{3} \pi R^3 \times \rho$$

$$= \frac{4}{3} \pi \times (6.4 \times 10^6)^3 \times 5483.8$$

$$= 6.022 \times 10^{24} \text{ kg}$$

এখন, কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তন কাল, T হলে

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 8 \times 10^5)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6.022 \times 10^{24}}}$$

$$= 6055.5 \text{ sec} = 1.68 \text{ hr}$$

\therefore উপগ্রহটির আবর্তন কাল 1.08 ঘণ্টা। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির হতে হলে তার আবর্তনকাল হতে হবে 24 ঘণ্টা।

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির উপগ্রহ হবে না।

প্রশ্ন ২৭ একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 3000km উপর দিয়ে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

[রংপুর ক্যাডেট কলেজ, রংপুর]

- মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১
- মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কেন সার্বজনীন ব্যাখ্যা করো। ২
- কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রবিমুখী ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
- উচ্চতা পরিবর্তন করে কি কৃত্রিম উপগ্রহটিকে ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত করা সম্ভব?— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাধিক কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ একক ভরের দুটি বস্তু কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m হলে কণা দুটি পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। যেহেতু বস্তু কণাদ্বয়ের মধ্যে মহাকর্ষীয় বল কণা দুটির মধ্যে কোন মাধ্যমের উপস্থিতি অথবা প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না, এই বল কণা দুটির প্রকৃতি, রাসায়নিক গঠন বা উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল নয়। এ সকল কারণে G-কে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়।

গ কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 + 3) \times 10^6}} = 6.53 \text{ km/s}$$

দেওয়া আছে,
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 3000 \text{ km} = 3 \times 10^6 \text{ m}$

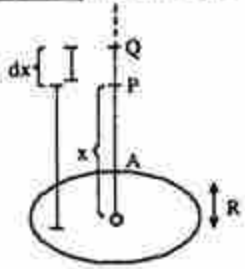
$$\therefore \text{কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, } a = \frac{v^2}{R+h} = \frac{(6.53 \times 10^3)^2}{(6.4 + 3) \times 10^6} = 4.536 \text{ m/s}^2 \text{ (Ans.)}$$

ঘ উপগ্রহটিকে ভূ-স্থির হতে হলে এর পর্যায়কাল হবে 24 ঘণ্টা। তখন, তার উচ্চতা h হলে,

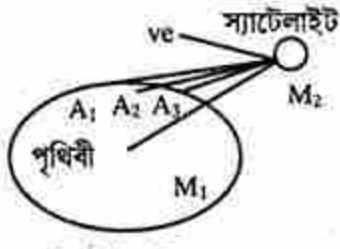
$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R = \left[\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times (24 \times 3600)^2}{4\pi^2} \right]^{\frac{1}{3}} - 6.4 \times 10^6 = 35,900 \text{ km}$$

অতএব কৃত্রিম উপগ্রহটিকে তার বর্তমান অবস্থান হতে আরও (35,900 - 3000) = 32,900 km উপরে তুললে কৃত্রিম উপগ্রহটি একটি ভূ-স্থির উপগ্রহে পরিণত হবে।

প্রশ্ন ২৮ নিচের চিত্রটি লক্ষ করো এবং পরবর্তী প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



মুক্তিবেগ



স্যাটেলাইটের উৎক্ষেপণ

চিত্র-১ এ 2kg ভরের একটি বস্তুকে মুক্তিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। চিত্র-২-এর 3500kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ দেখানো হয়েছে যা পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে h উচ্চতার কক্ষপথে আবর্তনরত থাকে।

(কৌশলদ্বারা ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম)

- ভারকেন্দ্র কী?
- ভূ-স্থির উপগ্রহ বলতে কী বোঝ? ব্যাখ্যা করো।
- চিত্র-১ অনুসারে মোট কৃতকাজ এবং বস্তুটির মুক্তিবেগ নির্ণয় করো।
- উদ্দীপকের প্রদত্ত তথ্য ব্যবহার করে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে নির্ণয় করো— কৃত্রিম উপগ্রহ হিসেবে পাঠাতে মুক্তিবেগের কতগুণ বেগে উৎক্ষেপণ ঘটাতে হবে?

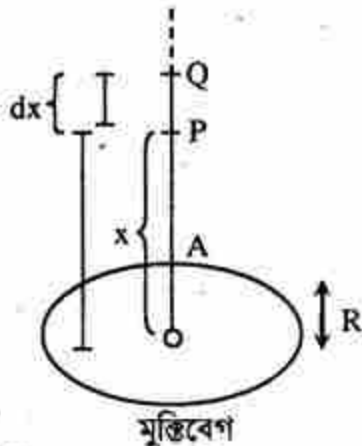
২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন বিশেষ একটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে সর্বদা বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। এই বিশেষ বিন্দুটিকেই ভার কেন্দ্র বলে।

খ. পৃথিবীর অক্ষীয় গতির দিক বরাবর আবর্তনকারী যে সকল কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল পৃথিবীর আক্ষিক গতির আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ ২৪ ঘণ্টা তাদেরকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

পৃথিবীর আবর্তনকাল ও উপগ্রহটির আবর্তনকাল সমান ও সমাবর্তী হওয়ায় পৃথিবীর একজন পর্যবেক্ষকের কাছে একে সব সময়ই স্থির মনে হবে। পৃথিবী থেকে উৎক্ষেপণের পর পৃথিবীর যে স্থানের খাড়া উপর থেকে একে বৃত্তাকার কক্ষপথে স্থাপন করা হয় এটি পৃথিবীর ঐ স্থানের উপরই সব সময় অবস্থান করবে বলে মনে হবে। কারণ পৃথিবীর নিজের অক্ষের উপর একবার ঘুরতে যে সময় লাগে উপগ্রহটিরও পৃথিবীকে একবার সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করতে ঐ সময় লাগবে।

গ. মনে করি,
বস্তুটির ভর = m



মুক্তিবেগ

যেকোনো মুহূর্তে বস্তুটির অবস্থান P বিন্দুতে যেখানে,

$$OP = x;$$

$$OP = OA + AP$$

$$\therefore AP = OP - OA$$

$$= x - R; \text{ যেখানে } R \text{ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।}$$

বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $x - R$ উচ্চতায় আছে। ঐ উচ্চতায় (P বিন্দুতে) বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল,

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{x^2} \hat{x}$$

$PQ = dx$ সরণ ঘটাতে মহাকর্ষের বিরুদ্ধে কৃতকাজ,

$$\begin{aligned} dW &= -\vec{F} \cdot d\vec{x} \\ &= \frac{GMm}{x^2} \cdot \vec{x} \cdot d\vec{x} \\ &= \frac{GMm}{x^2} \cdot x dx \cos 0^\circ \\ &= \frac{GMm}{x} dx \end{aligned}$$

\therefore পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে অসীমে অর্থাৎ মহাকর্ষের সীমার বাইরে আনতে কৃতকাজ,

$$\begin{aligned} W &= \int_R^\infty \frac{GMm}{x^2} dx \\ &= -4Mm \left[\frac{1}{x} \right]_R^\infty \\ &= \frac{GMm}{R} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ধরা যাক, সর্বনিম্ন v বেগে বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নিক্ষেপ করলে তা আর ফিরে আসে না।

কার্জ-শক্তি উপপাদ্য অনুসারে,

$$\frac{1}{2} mv^2 - 0 = \frac{GMm}{R}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \text{ (Ans.)}$$

এই সমীকরণের সাহায্যে মুক্তিবেগ নির্ণয় করা সম্ভব।

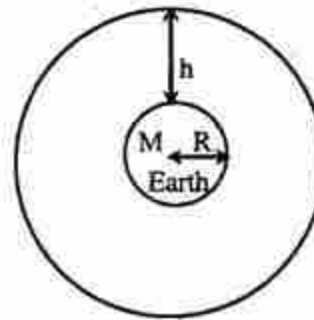
ঘ. 'গ' অংশে গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখতে পেয়েছি, কক্ষপথে আবর্তনরত অবস্থায় উপগ্রহের বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \text{ এবং ঐ উচ্চতা থেকে মুক্তিবেগ, } v_c = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\text{তাহলে, } \frac{v}{v_c} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{R+h}}}{\sqrt{\frac{2GM}{R}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$$

সুতরাং, কৃত্রিম উপগ্রহ হিসেবে পাঠাতে মুক্তিবেগের $\frac{1}{\sqrt{2}}$ বা 0.707 গুণ বেগে উৎক্ষেপণ ঘটাতে হবে।

প্রশ্ন ২৯



পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ 6.24×10^{24} kg ও 6371 km
স্যাটেলাইটের উচ্চতা, $h = 100$ km
 $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

(বরিশাল ক্যাডেট কলেজ)

- ভারকেন্দ্র কী?
- স্যাটেলাইটের ব্যবহার আলোচনা করো।
- স্যাটেলাইটের কৌণিক বেগ কত?
- যদি স্যাটেলাইটের উচ্চতা 120km হয় তবে এর পর্যায়কাল বৃদ্ধি পাবে কী? উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক যুক্তি দাও।

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন বিশেষ একটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে সর্বদা বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। এই বিশেষ বিন্দুটিকেই ভারকেন্দ্র বলে।

খ

- টেলিফোন ও ইন্টারনেটের মাধ্যমে আন্তঃমহাদেশীয় যোগাযোগ স্থাপনে ব্যবহৃত হয়।
- আবহাওয়ার পূর্বাভাস পাওয়া যায়।
- পৃথিবীর আকার সম্পর্কিত ভূ-জরিপ কাজে ব্যবহৃত হয়।
- সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করতে ব্যবহৃত হয়।

গ রৈখিক বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.24 \times 10^{24} \times 6.673 \times 10^{-11}}{6371 \times 10^3 + 100 \times 10^3}}$$

$$= 8021.71 \text{ ms}^{-1}$$

দেওয়া আছে,
পৃথিবীর ভর, $M = 6.24 \times 10^{24} \text{ kg}$
ব্যাসার্ধ, $R = 6371 \text{ km}$
 $= 6371 \times 10^3 \text{ m}$
স্যাটেলাইটের উচ্চতা,
 $h = 100 \times 10^3 \text{ m}$
 $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

কৌণিক বেগ, $\omega = \frac{v}{R+h}$

$$= \frac{8021.71}{(6371 + 100) \times 10^3}$$

$$= 1.24 \times 10^{-3} \text{ rads}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ স্যাটেলাইটের পর্যায়কাল T হলে,

$$T = 2\pi (R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}}$$

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6371 \text{ km} = 6371000 \text{ m}$
এখানে, প্রথম ক্ষেত্রে উচ্চতা, $h_1 = 100 \text{ km} = 100 \times 10^3 \text{ m}$
দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, উচ্চতা, $h_2 = 120 \times 10^3 \text{ m}$

$$\therefore \text{প্রথমে পর্যায়কাল, } T_1 = 2\pi (R+h_1) \sqrt{\frac{R+h_1}{GM}}$$

$$\text{এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, } T_2 = 2\pi (R+h_2) \sqrt{\frac{R+h_2}{GM}}$$

$$\text{এখন, } \frac{T_2}{T_1} = \frac{(R+h_2)}{(R+h_1)} \times \frac{(R+h_2)^{\frac{1}{2}}}{(R+h_1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{বা, } \frac{T_2}{T_1} = \frac{(R+h_2)^{\frac{3}{2}}}{(R+h_1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{(6371000 + 120000)^{\frac{3}{2}}}{(6371000 + 100000)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{বা, } T_2 = 1.0046 T_1$$

$$= T_1 + 0.0046 T_1 = T_1 + 0.46\% T_1$$

অর্থাৎ পর্যায়কাল আদি পর্যায়কাল হতে 0.46% বৃদ্ধি পাবে।

প্রঃ ৩০ একজন অ্যাথলেট পৃথিবীতে দীর্ঘ লাফ দিয়ে সর্বোচ্চ 4m দূরত্ব যেতে পারেন। পদার্থবিদ্যায় পারদর্শী এই অ্যাথলেট চাঁদের পৃষ্ঠে দীর্ঘ লাফ দিয়ে 20.25m যাওয়ার দাবী করেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 81 গুণ ও 4 গুণ। (নিচের ডেটা কলেক্ট, ঢাকা)

- মহাকর্ষীয় বিভব কী? ১
- অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তু নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়। ব্যাখ্যা কর। ২
- পৃথিবী ও চাঁদের মুক্তিবেগের অনুপাত কত? ৩
- উদ্দীপকের উক্ত অ্যাথলেটের দাবী কতটুকু যৌক্তিক? পাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ মনে করি, পৃথিবীর ভর M , ব্যাসার্ধ R , মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থিত m ভরের কোনো বস্তুর ওপর অভিকর্ষ বল,

$$W = mg = \frac{GMm}{R^2} \text{ বা, } g = \frac{GM}{R^2}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণের রাশিমালায় বস্তুর ভর (m) অনুপস্থিত। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভর নিরপেক্ষ। উপরোক্ত সমীকরণে GM ধ্রুবক হওয়ায় $g \propto \frac{1}{R^2}$ অর্থাৎ মেরু অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কম বলে সেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি, অপর পক্ষে বিষুবীয় অঞ্চলে R -এর মান বেশি বলে সেখানে g -এর মান কম। পৃথিবীর অপর স্থানে g -এর মান ঐ স্থানের অক্ষাংশের ওপর নির্ভর করে। সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভর নিরপেক্ষ হলেও স্থান নিরপেক্ষ নয়।

গ পৃথিবীর মুক্তিবেগ v_E ও চাঁদের মুক্তিবেগ, v_M হলে,

$$\frac{v_E}{v_M} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}}{\sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}}}$$

এখানে,
পৃথিবীর ভর, $M_E = 81 \times$ চাঁদের ভর, M_M
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_E = 4 \times$ চাঁদের ব্যাসার্ধ, R_M

$$= \sqrt{\frac{M_E \times R_M}{M_M \times R_E}}$$

$$= \sqrt{\frac{81 M_M \times R_M}{M_M \times 4 R_M}}$$

$$= \sqrt{\frac{81}{4}}$$

$$= \frac{9}{2}$$

$$\therefore v_E : v_M = 9 : 2 \text{ (Ans.)}$$

ঘ অ্যাথলেটের বেগ v_0 হলে সে যদি সর্বোচ্চ 4m যেতে পারে তবে, সর্বোচ্চ পাল্লা, $R'_E = 4m$

$$\text{বা, } \frac{v_0^2}{g_E} = 4m \text{ [} g_E = \text{ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ]}$$

এখন, চাঁদে অভিকর্ষজ ত্বরণ, g_M হলে,

$$g_M = \frac{GM_M}{R_M^2} = \frac{G \frac{M_E}{81}}{\left(\frac{R_E}{4}\right)^2}$$

যেহেতু,
 $M_E = 81 M_M$
ও $R_E = 4 R_M$

$$= \frac{GM_E}{R_E^2} \times \frac{16}{81}$$

$$= \frac{16 g_E}{81} \left[g_E = \frac{GM_E}{R_E^2} \right]$$

\therefore চাঁদে তার সর্বোচ্চ পাল্লা R'_M হলে,

$$R'_M = \frac{v_0^2}{g_M}$$

$$= \frac{v_0^2}{\frac{16 g_E}{81}}$$

$$= \frac{v_0^2}{g_E} \times \frac{81}{16} \left[\because \frac{v_0^2}{g_E} = 4 \right]$$

$$= 4 \times \frac{81}{16}$$

$$= 20.25 \text{ m}$$

অর্থাৎ, অ্যাথলেট চাঁদে সর্বোচ্চ 20.25 m যেতে পারবে।

অতএব, অ্যাথলেটের দাবী সঠিক ছিল।

প্রঃ ৩১ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7.5 kmsec^{-1} বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং 6000 km.

(রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা)

- ক. সান্দ্রতা গুণাঙ্ক কি? ১
 খ. কোনো তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত 0.2 বলতে কি বুঝে? ২
 গ. উদ্দীপকের উপগ্রহটি কত উচ্চ থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে? ৩
 ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূস্থির কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. প্রবাহীর দুটি স্তরের মধ্যে বেগের নতি একক হলে তাদের একক ক্ষেত্রফলে যে সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বলে।

খ. কোনো তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত 0.2 বলতে বুঝায় স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে উক্ত তারের পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত 0.2।

গ. এখানে,
 পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6000 \text{ km}$
 $= 6 \times 10^6 \text{ m}$
 কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = 7.5 \text{ kms}^{-1}$
 $= 7500 \text{ ms}^{-1}$
 উপগ্রহটির উচ্চতা, $h = ?$

$$\text{এখন, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

$$\text{বা, } R+h = \frac{GM}{v^2}$$

$$\therefore h = \frac{GM}{v^2} - R$$

$$= \left\{ \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(7500)^2} - (6 \times 10^6) \right\} \text{ m}$$

$$= 1117.87 \text{ km (Ans.)}$$

ঘ. ১০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল 1.656 hr. ভূস্থির উপগ্রহ হতে হলে আবর্তনকাল 24 hr. হতে হবে। অতএব, উপগ্রহটি ভূ-স্থির নয়।

প্রশ্ন ৩২ একটি গ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান এবং ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের 1.5 গুণ। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত পৃথিবী এবং ঐ গ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ এবং $2.28 \times 10^{11} \text{ m}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} ।

(আইজিয়াস স্কুল এন্ড কলেজ, মতিবিল, ঢাকা)

- ক. গ্রহের গতি বিষয়ক কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত করো। ১
 খ. পতনশীল বস্তুর ওজন শূন্য হয় কেন? ২
 গ. উদ্দীপকের গ্রহটিতে বস্তুর মুক্তিবেগ কত? ৩
 ঘ. উদ্দীপকের গ্রহটির অনুভূমিক বেগ পৃথিবীর অনুভূমিক বেগের সমান হবে কি না গাণিতিক বিশ্লেষণসহ যাচাই করো। ৪

৩২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ. কোন বস্তু অভিকর্ষজ ত্বরণের সমান ত্বরণে নিচে নামতে থাকলে তার উপর লম্বি ত্বরণ শূন্য হয় এবং তার ওজন থাকে না। একে ওজনহীনতা বলে। কোনো বস্তু যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর সমান ত্বরণে নিচে নামতে থাকে তখন বস্তুর মোট ত্বরণ হয়, $a = g - g = 0$ । সুতরাং বস্তুর উপর লম্বি বল, $F = ma = m \times 0 = 0$ হয়। অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত লম্বি বল শূন্য হলে বস্তু ওজনহীন অনুভব করে।

গ. উক্ত গ্রহের মুক্তিবেগ, v_p ও পৃথিবীর মুক্তিবেগ v_e হলে,

$$\frac{v_p}{v_e} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_p}{R}}}{\sqrt{\frac{2GM_e}{R}}}$$

[যেহেতু ব্যাসার্ধ সমান]

$$\text{বা, } \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{M_p}{M_e}}$$

$$\text{বা, } \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{v_p^2}{v_e^2}}$$

$$\text{বা, } \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_e}}$$

$$\text{বা, } \frac{v_p}{v_e} = \sqrt{1.5}$$

$$\therefore v_p = \sqrt{1.5} \times v_e$$

$$= 1.225 \times v_e$$

$$= 1.225 \times 11.2$$

$$= 13.72 \text{ kms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

এখানে, পৃথিবীর মুক্তিবেগ,

$$v_e = \sqrt{2gR}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 6.4 \times 10^6}$$

$$= 11.2 \text{ kms}^{-1}$$

গ্রহটির ঘনত্ব, ρ_p

পৃথিবীর ঘনত্ব, ρ_e এর 1.5 গুণ,
 $\rho_p = 1.5 \rho_e$

[ব্যাসার্ধ সমান; তাই আয়তনও সমান]

ঘ. পৃথিবীর আনুভূমিক বেগ, v_E হলে
 সূর্য ও পৃথিবীর মহাকর্ষ বল = পৃথিবীর
 কেন্দ্রবিমুখী বল

$$\therefore \frac{G.M_s.m_E}{r_E^2} = \frac{m_E.v_E^2}{r_E}$$

$$\text{বা, } v_E = \sqrt{\frac{G.M_s}{r_E}}$$

অনুরূপভাবে, গ্রহের আনুভূমিক বেগ, v_p হলে,

$$v_p = \sqrt{\frac{G.M_s}{r_p}}$$

$$\therefore \frac{v_E}{v_p} = \sqrt{\frac{G.M_s}{r_E} \times \frac{r_p}{G.M_s}}$$

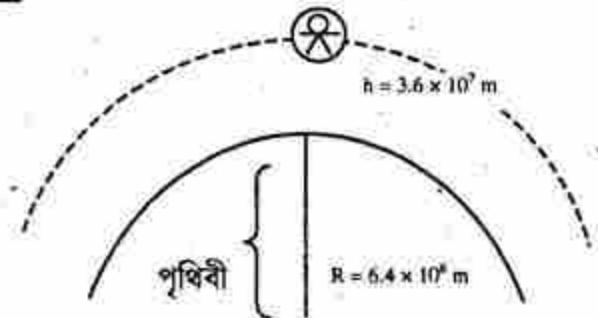
$$= \sqrt{\frac{r_p}{r_E}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.28 \times 10^{11}}{1.49 \times 10^{11}}} = 1.237$$

$$\therefore v_E = 1.237 v_p \text{ অর্থাৎ, } v_E \neq v_p$$

\therefore পৃথিবীর অনুভূমিক বেগ গ্রহের আনুভূমিক বেগের সমান নয়।

প্রশ্ন ৩৩



(জিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা)

- ক. মুক্তি বেগের সংজ্ঞা দাও। ১
 খ. G-এর মাত্রা সমীকরণ দাও। ২
 গ. ভূ-স্থির উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর উদ্দীপক ব্যবহার করে। ৩
 ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটা g ত্বরণে পৃথিবীকে কেন্দ্র করে ঘুরলে, উপগ্রহে অবস্থানরত ব্যক্তির ওজনের পরিবর্তন কীভাবে হবে? উক্ত যানে ব্যক্তি একটা আপেল ছেড়ে দিলে কী ঘটতে দেখবে? ৪

৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবৈগ বলে।

খ. আমরা জানি,

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}$$

$$\therefore \text{মাত্রা} = \frac{\text{বলের মাত্রা} \times \text{দূরত্বের মাত্রা}^2}{\text{ভরের মাত্রা}^2} \\ = \frac{[MLT^{-2}] \times [L]^2}{[M]^2} \\ \therefore [G] = [M^{-1}L^3T^{-2}]$$

গ. ১৭(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর: 0.22 ms^{-1}

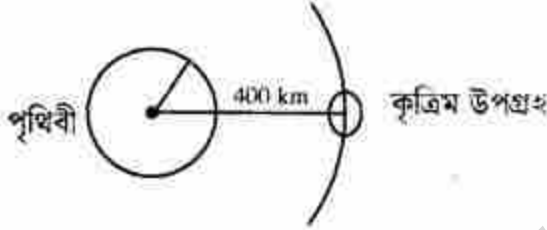
ঘ. উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি g- ত্রুণে পৃথিবীকে কেন্দ্র করে ঘুরলে এটির কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_c = mg$, m উপগ্রহের ভর। কৃত্রিম উপগ্রহটি ঘোরার সময় কেন্দ্রমুখী বল হল অভিকর্ষ বল, $F_{cp} = mg$ ।

$$\therefore \text{কৃত্রিম উপগ্রহের উপর মোট বল} = F_{cp} - F_c = 0N$$

\therefore কৃত্রিম উপগ্রহটির অভ্যন্তরীণ যে কোন বস্তুর ওপরও নিট বল শূন্য হবে। ফলে উক্ত উপগ্রহে কোনো ব্যক্তি কোনো ওজন অনুভব করবে না। উক্ত যানে একটি আপেল ছেড়ে দিলে সেটির ওপরও নিট বল শূন্য হওয়ায় সেটি শূন্যে ভাসতে থাকবে।

প্রশ্ন ৩৪ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 400km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ 6400 km।

(ফলি ক্রম কলেজ, ঢাকা)



- পীড়ন কাকে বলে? ১
- তেলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 1.55 Nsm^{-2} বলতে কি বুঝ? ২
- উপগ্রহটির বেগের মান নির্ণয় কর। ৩
- উদ্দীপকের উপগ্রহটি ভূ-স্থির কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোন বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে প্রযুক্ত বলকে পীড়ন বলে।

খ. তেলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 1.55 Nsm^{-2} বলতে বুঝায়, তেলের মধ্যে 1m ব্যবধানে অবস্থিত 1m^2 ক্ষেত্রফলের দুটি স্তর পরস্পরের সাপেক্ষে 1ms^{-1} আপেক্ষিক বেগে গতিশীল হলে এদের মধ্যকার সান্দ্র বল 1.55 N ।

গ. দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 400 \text{ km} = 4 \times 10^5 \text{ m}$
বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = ?$
আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 4 \times 10^5}} \\ = 7671.57 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ. দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 4 \times 10^5 \text{ m}$
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T = 24 \text{ hr}$
ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল, T'

$$\text{আমরা জানি, } T' = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} \\ = 2\pi \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 4 \times 10^5)^3}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} \\ = 5566.52 \text{ sec} = 1.546 \text{ hr}$$

যেহেতু কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তন কাল, $T' <$ পৃথিবীর আবর্তন কাল। সুতরাং, উপগ্রহটি ভূস্থির নয়।

প্রশ্ন ৩৫ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 400km উপরে আবর্তনকে পৃথিবী থেকে দৃশ্যমান আন্তর্জাতিক মহাকাশ স্টেশনে (ISS) এ গবেষণার উদ্দেশ্যে বিজ্ঞানী সাক্ষা 25000kg ভরের একটি মহাকাশযান নিয়ে পৌঁছলেন। গবেষণা শেষে ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে $3.92 \times 10^{11} \text{ J}$ গতিশক্তি নিয়ে পৃথিবীর উদ্দেশ্যে রওনা দিলেন। পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ 6400km।

(মাইলস্টোন কলেজ)

- মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১
- মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G কে সার্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- আন্তর্জাতিক মহাকাশ স্টেশন কত বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে নির্ণয় কর। ৩
- পৃথিবীতে ফিরে আসার সময় সাফার মহাকাশযানটি মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিকভাবে যুক্তি দাও। ৪

৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবৈগ বলে।

খ. একক ভরের দুটি বস্তু কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m হলে কণা দুটি পরস্পরকে যে বলে আকর্ষণ করে তার মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে। যেহেতু বস্তু কণাদ্বয়ের মধ্যকার মহাকর্ষীয় বল কণা দুটির মধ্যে কোন মাধ্যমের উপস্থিতি অথবা প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না, এই বল কণা দুটির প্রকৃতি, রাসায়নিক গঠন বা উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল নয়। এ সকল কারণে G-কে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয়।

গ. ৭(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর: 7.68 kms^{-1}

ঘ. ১৭(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা নেই।

প্রশ্ন ৩৬ ভূ-পৃষ্ঠে একজন ক্রীড়াবিদের ওজন 648 N হলে। তিনি পৃথিবীর পৃষ্ঠে 1.5 m উচ্চ লাফ দিতে পারেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ।

(বীরশ্রেষ্ঠ নূর মোহাম্মদ পাবলিক কলেজ)

- পার্কিং কক্ষপথ কাকে বলে? ১
- মহাকর্ষ ধ্রুবক এর মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ বলতে কী বোঝায়? ২
- চাঁদে ঐ ব্যক্তির ওজন কত হবে নির্ণয় করো। ৩
- চাঁদের পৃষ্ঠে ঐ ক্রীড়াবিদ 7.5 m উচ্চ লম্ফে বিজয়ী হতে পারবে কী? গাণিতিক যুক্তি দেখাও। ৪

৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ. আন্তর্জাতিক বা SI পদ্ধতিতে G -এর মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2$ এর অর্থ 1 kg ভরের দুইটি বস্তুকে পরস্পর থেকে 1m দূরে স্থাপন করলে এরা পরস্পরকে $6.67 \times 10^{-11} \text{ N}$ বলে আকর্ষণ করবে।

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}$$

এবং $d = 1 \text{ m}$ হলে,

$$G = F = \text{মহাকর্ষ বল} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}$$

গ. এখন, পৃথিবীতে ওজন W_m ও চাঁদে ওজন W_c হলে

$$\therefore \frac{W_m}{W_c} = \frac{mg_m}{ng_c}$$

$$= \frac{g_m}{g_c}$$

$$= \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_c^2}{GM_c}$$

$$= \frac{M_m}{81M_c} \times \left(\frac{4R_m}{R_c}\right)^2$$

$$= \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} \times W_c$$

$$= \frac{16}{81} \times 648$$

$$= 128 \text{ N (Ans.)}$$

ঘ. এখন, পৃথিবী পৃষ্ঠে লাফের উচ্চতা,

$$H_c = \frac{v_0^2}{2g_c}$$

চাঁদের পৃষ্ঠে উচ্চতা,

$$H_m = \frac{v_0^2}{2g_m}$$

$$\therefore \frac{H_m}{H_c} = \frac{v_0^2}{2g_m} \times \frac{2g_c}{v_0^2}$$

$$\text{বা, } \frac{H_m}{H_c} = \frac{g_c}{g_m} = \frac{81}{16}$$

$$\text{বা, } H_m = \frac{81}{16} \times H_c$$

$$= \frac{81}{16} \times 1.5 = 7.6 \text{ m}$$

যা 7.5m অপেক্ষা বেশি, অর্থাৎ তিনি চাঁদের পৃষ্ঠে 7.5 m উচ্চ লাফে বিজয়ী হতে পারবেন।

প্রশ্ন ৩৭ পৃথিবীর পৃষ্ঠের উপর 10 কেজি ভরের একটি বস্তু নেয়া হল যার ওজন 98 নিউটন।

(আদমজী ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, ঢাকা)

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষীয় ত্বরণের মধ্যে দুটি পার্থক্য লিখো। ২

গ. কত উচ্চতায় বস্তুটির ওজন 10% কমে যাবে নির্ণয় করো। ৩

ঘ. পৃথিবীর ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হঠাৎ 1% কমে গেলে বস্তুটির ওজনের মানের শতকরা কত পরিবর্তন হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও। ৪

৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যেকোনো বিন্দুতে একটি একক ভর রাখলে ঐ ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা বলে।

খ. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক এবং অভিকর্ষীয় ত্বরণের মধ্যে 2টি পার্থক্য নিচে দেওয়া হলো—

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক	অভিকর্ষীয় ত্বরণ
i. একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুর মধ্যবর্তী দূরত্ব এক একক হলে তাদের পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।	i. অভিকর্ষ বলের জন্য বস্তুতে যে ত্বরণ সৃষ্টি হয় তাকে অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে।
ii. এর মান $6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	ii. ভূ-পৃষ্ঠে এর মান 9.81 ms^{-2}

গ. বস্তুর ওজন,

$$W = mg$$

$$\therefore g = \frac{W}{m}$$

$$= \frac{98}{10}$$

$$= 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

এখানে,

$$\text{বস্তুর ভর, } m = 10 \text{ kg}$$

$$\text{বস্তুর ওজন, } W = 98 \text{ N}$$

$$h \text{ উচ্চতায় } g \text{ এর মান} = g_h$$

বস্তুর ভর ধ্রুবক। অর্থাৎ ওজন 10% কমে যাওয়া অর্থ হচ্ছে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 10% কমে যাওয়া।

অর্থাৎ, h উচ্চতায় g এর মান হবে,

$$g_h = g - 10\% g$$

$$= g - 0.1 g$$

$$= 0.9 g$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

এখন, ঐ উচ্চতা h হলে,

$$h = \left(\sqrt{\frac{g}{g_h}} - 1 \right) R$$

$$= \left(\sqrt{\frac{g}{0.9g}} - 1 \right) 6.4 \times 10^6$$

$$= 3.46 \times 10^5 \text{ m (Ans.)}$$

ঘ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

ব্যাসার্ধ হবে,

$$R' = R - 1\% R$$

$$= R - 0.01 R$$

$$= 0.99 R$$

এখন, বস্তুর ওজন, $W = mg$

ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে ওজন, $W' = mg'$

$$\therefore \frac{W'}{W} = \frac{mg'}{mg}$$

$$= \frac{g'}{g}$$

$$= \frac{GM}{R'^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

$$= \frac{R^2}{R'^2}$$

$$= \frac{R^2}{(0.99 R)^2}$$

$$= \frac{R^2}{0.9801 R^2}$$

$$= \frac{1}{0.9801} R^2$$

$$\text{বা, } W' = 1.0203 W$$

$$\text{বা, } W' = W + 0.0203 W$$

$$= W + 2.03\% W$$

অর্থাৎ বস্তুটির ওজনের শতকরা মান 2.03% বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ৩৮ ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়ের পদার্থবিজ্ঞানের একদল ছাত্র সেকেন্ড দোলক ব্যবহার করে কোনো পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান 9.2 ms^{-2} এবং খনির মধ্যে 9.2 ms^{-2} পেলো। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠে তারা পরিমাপ করে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান পেলো 9.8 ms^{-2} সেক্ষেত্রে তারা পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ 6400 km ধরে নিলো।

(ইন্ডিয়ান ইন্সটিটিউট অফ টেকনোলজি)

- ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১
খ. মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক কেন ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উল্লিখিত পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর। ৩
ঘ. পাহাড়ের উচ্চতা ও খনির গভীরতা কি একই ছিল – ৪
গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একই দিক বরাবর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে ২৪ ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 9.2 \text{ ms}^{-2}$

বের করতে হবে, পাহাড়ের উচ্চতা, $h = ?$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এবং পৃথিবীর ভর M হলে আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} \text{ এবং } g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{GM/R^2}{GM/(R+h)^2} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}} - 1$$

$$\therefore h = R \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \right)$$

$$= 6.4 \times 10^6 \text{ m} \left(\sqrt{\frac{9.8 \text{ ms}^{-2}}{9.2 \text{ ms}^{-2}}} - 1 \right)$$

$$= 205.4 \times 10^3 \text{ m} = 205.4 \text{ km (Ans.)}$$

ঘ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
মনে করি, ভূপৃষ্ঠ হতে d গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান 9.2 ms^{-2}
পৃথিবীর গড় ঘনত্ব ρ হলে,

$$\text{ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2} = \frac{4}{3} \pi G R \rho \dots\dots\dots (i)$$

খনির অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণ g'' হলে,

$$g'' = \frac{GM''}{(R-d)^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi (R-d)^3 \rho}{(R-d)^2} = \frac{4}{3} \pi G (R-d) \rho \dots\dots\dots (ii)$$

$$(ii) \div (i) \text{ হতে, } \frac{g''}{g} = \frac{\frac{4}{3} \pi G (R-d) \rho}{\frac{4}{3} \pi G R \rho} = \frac{R-d}{R} = 1 - \frac{d}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{d}{R} = 1 - \frac{g''}{g}$$

$$\text{বা, } d = R \left(1 - \frac{g''}{g} \right) = 6.4 \times 10^6 \text{ m} \left(1 - \frac{9.2 \text{ ms}^{-2}}{9.8 \text{ ms}^{-2}} \right)$$

$$= 391.8 \times 10^3 \text{ m} = 391.8 \text{ km}$$

যেহেতু $391.8 \text{ km} \neq 205.4 \text{ km}$

অর্থাৎ $d \neq h$

সুতরাং পাহাড়ের উচ্চতা ও খনির গভীরতা একই ছিল না।

প্রশ্ন ৩৯ 80 kg ভরের ওয়াসফিয়া 45° অক্ষাংশে অবস্থিত C অবস্থান থেকে একবার উত্তর মেরুতে গেল। অতঃপর সে আবার C অবস্থান থেকে নিরক্ষরেখায় পৌঁছলেন। C অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6400 \text{ km}$.



(নিউ গড, ডিগ্রী কলেজ, রাজশাহী)

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ. মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক কেন— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. C অবস্থানে ওয়াসফিয়ার উপর ক্রিয়াশীল কেন্দ্রবিমুখী বল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের অভিযানে ওয়াসফিয়ার উপর পৃথিবীর ঘূর্ণনজনিত প্রভাব—গাণিতিক যুক্তিসহ আলোচনা কর। ৪

৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে ২৪ ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ দেয়া আছে,

C বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

অক্ষাংশের মান, $\lambda = 45^\circ$

পৃথিবীর আক্ষিক পর্যায় কাল,

$$T = 24 \text{ hours}$$

$$= 24 \times 3600 \text{ s}$$

$$= 86400 \text{ s}$$

ওয়াসফিয়ার ভর, $m = 80 \text{ kg}$

আমরা জানি,

কেন্দ্রবিমুখী বল, $F_c = m\omega^2 R \cos^2 \lambda$

$$= m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R \cos^2 \lambda$$

$$= \frac{4\pi^2 m R \cos^2 \lambda}{T^2}$$

$$= \frac{4 \times \pi^2 \times 80 \times 6.4 \times 10^6 \times \cos^2 45^\circ}{(86400)^2}$$

$$= 1.35 \text{ N (Ans.)}$$

খ) ওয়াসফিয়ার আপাত ওজন, $W_s = mg - F_c \cos \lambda$
 $= mg - m\omega^2 R \cos \lambda$

∴ C বিন্দুতে আপাত ওজন,

$$W'_{45^\circ} = mg - m\omega^2 R \cos^2 45^\circ$$

$$= 80 \times 9.8 - 80 \times \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times \frac{1}{2}$$

$$= 782.64 \text{ N}$$

উত্তর মেবুতে আপাত ওজন,

$$W'_p = mg - m\omega^2 R \cos^2 90^\circ$$

$$= mg$$

$$= 80 \times 9.83 \text{ N} = 784 \text{ N} > W'_{45^\circ}$$

অতএব, মেবু অঞ্চলের যত কাছাকাছি যাওয়া যায়, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ কমতে থাকে এবং ঘূর্ণনজনিত কেন্দ্র বিমুখী বলের মানও হ্রাস পায়।

তাই বস্তুর আপাত ওজন বাড়তে থাকে।

নিরক্ষরেখায় অক্ষাংশ, $\lambda = 0^\circ$

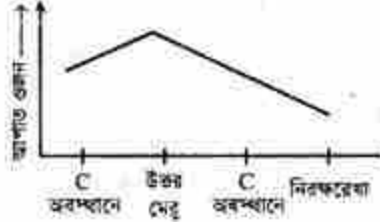
তাই নিরক্ষরেখায় কেন্দ্রবিমুখী বল, $= m\omega^2 R \cos^2 \lambda$

$$= 80 \times \left(\frac{2\pi}{86400}\right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \times (\cos 0^\circ)^2$$

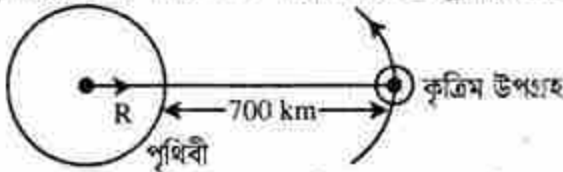
$$\therefore \text{নিরক্ষরেখার ওয়াসফিয়ার লক্ষ/আপাত ওজন} = (784 - 2.71) \text{ N}$$

$$= 781.29 \text{ N}$$

সুতরাং, উদ্দীপকের অভিযানে ওয়াসফিয়ার ওপর পৃথিবীর ঘূর্ণনজনিত প্রভাব নিম্নোক্ত লেখাকারে দেখানো যায়।



প্রশ্ন ৮০ নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ করো এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



পৃথিবীর ভর $m = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$

(চট্টগ্রাম বিজ্ঞান কলেজ)

- ভূ-স্থির উপগ্রহ কী? ১
- গুণ টানার ফলে নৌকা সামনের দিকে এগিয়ে চলে— ব্যাখ্যা করো। ২
- উপগ্রহের বেগ কত? ৩
- উপগ্রহের বেগ ২০% বৃদ্ধি করা হলে কৃত্রিম উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ কত হবে? গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

৪০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক) যদি পৃথিবীর অক্ষীয় আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে ২৪ ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এবূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ) নৌকার গুণ টানা বলতে বুঝায় নদীর পাড় হতে দড়ির সাহায্যে নৌকাকে সামনে টেনে নিয়ে যাওয়া। পাড় হতে গুণ টানা হলে টান বলের অনুভূমিক উপাংশ বা সামনের দিকের উপাংশ নৌকাকে সামনের দিকে নিয়ে যায়।



চিত্র: গুণটানা নৌকা

ধরা যাক, পাড় হতে নৌকার B বিন্দুতে দড়ি বেধে BM বরাবর T বল দ্বারা নৌকাকে টানা হচ্ছে। এই গুণটানা বল T এর অনুভূমিক উপাংশ $T \cos \theta$ সামনের দিকে এবং উল্লম্ব উপাংশ $T \sin \theta$ তীরের দিকে কাজ করে। এখন $T \cos \theta$ নৌকাকে সামনে নিয়ে যায় এবং $T \sin \theta$ নৌকাকে পাড়ের দিকে নিয়ে যেতে চায়। এ কারণে মাঝি নদীর স্রোতকে ব্যবহার করে বৈঠার সাহায্যে $T \sin \theta$ এর বিপরীত দিকে বল প্রয়োগ করে একে প্রশমিত করলে $T \cos \theta$ বেশি কার্যকর হয় এবং নৌকা সামনের দিকে যায়।

গ) ৭(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর: ৭.৫১ km/s

ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ $v_1 = v$ হতে ২০% বৃদ্ধি করে $v_2 = 1.2v$ করা হলে,

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}}$$

$$\text{বা, } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\text{বা, } \frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{100}{120}\right)^2$$

$$\text{বা, } r_2 = \left(\frac{100}{120}\right)^2 \times r_1$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times r_1$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^2 \times (6400 + 700) \text{ km}$$

$$= 4930.56 \text{ km}$$

$$\text{বা, } R + h_2 = 4930.56 \text{ km}$$

$$\text{বা, } h_2 = (4930.56 - 6400) \text{ km}$$

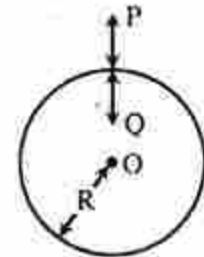
$$= -1469.45 \text{ km; যা অসম্ভব।}$$

অতএব, উপগ্রহটির বেগ ২০% বৃদ্ধি করে উপগ্রহটিকে কোন নির্দিষ্ট কক্ষপথে রাখা সম্ভব নয়।

প্রশ্ন ৮১

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}$$



P ও Q বিন্দুয় ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যথাক্রমে সম উচ্চতা ও সমগভীরতায় অবস্থিত।

(গংপুর সরকারি কলেজ, রংপুর)

- মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কী? ১
- মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়— ব্যাখ্যা করো। ২
- P বিন্দুর উচ্চতা ১০০০ km হলে P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব কত হবে? ৩
- P ও Q বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ একই হবে কিনা— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৪১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে মহাকর্ষীয় বল প্রযুক্ত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য বলে।

খ) যেকোনো গ্রহ বা উপগ্রহের জন্য মুক্তি বেগের রাশিমালা—

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

এখানে, G মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, M ও R যথাক্রমে উক্ত গ্রহ বা উপগ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ।

দেখা যাচ্ছে, মুক্তিবৈগের রাশিমালায় বস্তুর ভর, m অনুপস্থিত। সুতরাং বস্তু ছোট বা বড়, ভারী বা হালকা যাই হোক না কেন তার মুক্তিবৈগের মান একই হবে। তাই মুক্তিবৈগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল নয়।

গ এখন, P বিন্দুতে বিন্দুভরের জন্য মহাকর্ষীয় বিভব,

$$V = -\frac{GM}{R+h}$$

$$= -\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 10^6}$$

$$= -5.41 \times 10^7 \text{ Jkg}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপক হতে দেখা যাচ্ছে যে, P বিন্দু পৃথিবীপৃষ্ঠের থেকে বাইরে রয়েছে। P বিন্দুতে অবস্থিত কোনো বস্তুর জন্য পৃথিবীর সমগ্র ভর ক্রিয়া করে। P বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_P = \frac{GM}{(R+h)^2} \dots (i)$$

$$= 3 \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$$

এখানে, h_P হচ্ছে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে P বিন্দুর উচ্চতা।

Q বিন্দুতে অবস্থিত কোনো বস্তুর জন্য পৃথিবীর সমগ্র ভর ক্রিয়াশীল নয়। এখানে বস্তুর অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_Q = \left(1 - \frac{h}{R} \right) g \dots (ii)$$

এখানে, h_Q হচ্ছে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে Q বিন্দুর গভীরতা।

$$\therefore \frac{g_P}{g_Q} = \frac{R_1}{(R+h)^2} \times \frac{1}{1 - \frac{h}{R}}$$

$$= \frac{R^3}{(R^2 - h^2)(R+h)}$$

$g_P = g_Q$ হলে,

$$R^3 = R^3 - h^2R + hR^2 - h^3$$

$$\text{বা, } h^3R - hR^2 + h^3 = 0$$

$$\text{বা, } h(h^2 - R^2 + hR) = 0$$

$$\text{বা, } h^2 + hR - R^2 = 0$$

$$\therefore h = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2}$$

$$= \frac{-R \pm R\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore h = \frac{\sqrt{5}-1}{2} R$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 6.4 \times 10^3$$

$$= 3955 \text{ km}$$

$g_P > g_Q$ হবে যদি $h > 3955 \text{ km}$ হয়

$g_P > g_Q$ হবে যদি $h < 3955 \text{ km}$ হয়

অতএব, P ও Q বিন্দুর সমান উচ্চতা ও গভীরতায় মান 3955 km হলে অভিকর্ষজ ত্বরণ সমান হবে। $h < 3955 \text{ km}$ পর্যন্ত P বিন্দুর তুলনায় Q বিন্দুতে এই ত্বরণ বেশি হবে। $3955 < h < 6400 \text{ km}$ পর্যন্ত P বিন্দুতে ত্বরণ Q অপেক্ষা বেশি হবে।

প্রশ্ন ৪২ পৃথিবীর মেরু ও বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে 9.832 ms^{-2} ও 9.79 ms^{-2} । পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও $6.4 \times 10^3 \text{ km}$ এবং $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

[ব্রাহ্মণবাড়িয়া সরকারি কলেজ, ব্রাহ্মণবাড়িয়া]

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী?

খ. মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হয় কেন?

গ. মেরু ও বিষুব অঞ্চল বরাবর পৃথিবীর ব্যাসার্ধের ব্যবধান নির্ণয় করো?

ঘ. মেরু ও বিষুব অঞ্চল হতে সমভরের বস্তুকে মহাশূন্যে উৎক্ষেপণ করতে কৃতকাজ সমান হবে কিনা— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো।

৪২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ এখন,

মেরু অঞ্চলের জন্য,

$$g_n = \frac{MG}{R_m^2} \dots (1)$$

বিষুব অঞ্চলের জন্য,

$$g_b = \frac{MG}{R_b^2} \dots (2)$$

(1) ও (2) হতে পাই,

মেরু ও বিষুব অঞ্চলে ব্যাসার্ধের পার্থক্য—

$$R_b - R_m = \sqrt{\frac{GM}{g_b}} - \sqrt{\frac{GM}{g_m}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{9.79}} - \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{9.832}}$$

$$= 13673.7 \text{ m (Ans.)}$$

ঘ পৃথিবীর ভর M এবং ব্যাসার্ধ R হলে,

পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে m ভরের একটি বস্তুকে মহাশূন্যে উৎক্ষেপণ করতে হলে তাকে মুক্তবৈগে নিক্ষেপ করতে হবে।

এজন্য কৃতকাজ,

$$W = \frac{GM_m}{R}$$

এখন মেরু অঞ্চল থেকে উৎক্ষেপণ করতে কৃতকাজ, $W_m = \frac{GM_m}{R_m} \dots (1)$

এবং বিষুব অঞ্চল থেকে উৎক্ষেপণ করতে কৃতকাজ, $W_b = \frac{GM_m}{R_b} \dots (2)$

(1) ও (2) হতে পাই,

$$\frac{W_m}{W_b} = \frac{GM_m}{R_m} \times \frac{R_b}{GM_m}$$

$$= \frac{R_b}{R_m}$$

এখন, বিষুব অঞ্চলের ব্যাসার্ধ, $R_b >$ মেরু অঞ্চলের ব্যাসার্ধ, R_m

$$\therefore \frac{R_b}{R_m} > 1$$

$$\text{বা, } \frac{W_m}{W_b} > 1$$

$$\text{বা, } W_m > W_b$$

অর্থাৎ, মেরু অঞ্চল থেকে সমভরের বস্তুকে মহাশূন্যে উৎক্ষেপণ করতে বেশি কাজ করতে হবে।

প্রশ্ন ৮৩ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km এবং পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8m/s^2 । পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে একটি দোলক ঘড়িকে 200km উচ্চতায় নিয়ে যাওয়া হল।

[কান্টনমেন্ট স্যাপার কলেজ, নাটোর]

- ক. মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১
- খ. পানি কচু পাতাকে ডিজায় না কেন? ২
- গ. ঐ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? ৩
- ঘ. দোলক ঘড়িটি ঐ উচ্চতায় নিয়ে গেলে দিনে কত সেকেন্ড সময় হারাবে তা নির্ণয় সম্ভব-এর সত্যতা যাচাই করো। ৪

৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিব্যবেগ বলে।

খ পানির ফোঁটা পৃষ্ঠতানজনিত বলের প্রভাবে গোলাকার আকার ধারণ করে সর্বনিম্ন বিভবশক্তি প্রাপ্ত হয়। যখন পানির ফোঁটা কোন কঠিন পদার্থের তলের সংস্পর্শে আসে, তখন তরল সংলগ্ন কঠিন পদার্থের অণুগুলোর সাথে পানির অণুসমূহের আসঞ্জন বলের উদ্ভব হয়। এই আসঞ্জন বল পানির অণুর স্বাভাবিক গোলাকার গঠনের বিকৃতি ঘটতে চায়। এই বল যদি পানির পৃষ্ঠের পৃষ্ঠতানজনিত সংশ্লিষ্ট বলের তুলনায় বেশি হয়, তবে পানির অণুর স্বাভাবিক গোলাকার গঠন নষ্ট হয় এবং পানিও কঠিন পৃষ্ঠে ছড়িয়ে পড়ে। একইভাবে, আসঞ্জন বল তুলনামূলকভাবে সংশ্লিষ্ট বলের তুলনায় দুর্বল হলে পানির অণুর গঠন প্রায় অপরিবর্তিত থাকে এবং পানি কঠিনকে ডিজায় না। কচুর পাতার সাথে পানির আসঞ্জন বল পানিপৃষ্ঠের সংশ্লিষ্ট বলের তুলনায় দুর্বল বিধায় পানি কচু পাতাকে ডিজায় না।

গ h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g_h হলে,

$$g_h = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \times g$$

$$= \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 2 \times 10^5} \right)^2 \times 9.8$$

$$= 9.215 \text{ ms}^2 \text{ (Ans.)}$$

এখানে, ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$
 $= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
 পৃষ্ঠে আ: ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
 উচ্চতা, $h = 200 \text{ km}$
 $= 2 \times 10^5 \text{ m}$

ঘ ভূমিতে সেকেন্ড দোলকের দোলনকাল, $T_1 = 2 \text{ sec}$.

ধরি, দিনে x s সময় হারায়

$$200 \text{ km উচ্চতায় দোলকের দোলনকাল, } T_2 = \frac{86400}{86400 - x} \times 2;$$

আমরা জানি, সরল দোলকের ক্ষেত্রে,

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = \sqrt{\left(\frac{R}{R+h} \right)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{86400 - x}{86400} = \frac{R}{R+h}$$

$$\text{বা, } \frac{86400 - x}{86400} = \frac{6400}{6400 + 200}$$

$$\text{বা, } x = 2618.18 \text{ sec}$$

\therefore 200 km উপরে নিয়ে গেলে দোলকটি প্রতিদিন 2618.18 sec হারাবে।

বি.দ্র: সময় অর্জন করবে বা দ্রুত চলবে বললে $+x$ বসাতে হবে।

প্রশ্ন ৮৪ একটি স্যাটেলাইট পৃথিবীর কেন্দ্র হতে 42400km উচ্চতায় পার্কিং করা হয়েছে। পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$, ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

[ক্যান্টনমেন্ট কলেজ, যশোর]

- ক. মুক্তিব্যবেগ কাকে বলে? ১
- খ. পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে বস্তুর ওজনের তারতম্য হয় কেন? ২
- গ. পৃথিবীর পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. স্যাটেলাইটটি কি ভূ-স্থির উপগ্রহ? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৮৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিব্যবেগ বলে।

খ আমরা জানি, ওজন $W = mg$; এখানে $m =$ বস্তুর ভর এবং $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ। বস্তুর ভর একটি ধ্রুব রাশি, সুতরাং কোনো বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভরশীল। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্যই বস্তুর ওজনের তারতম্য দেখা যায়। যে স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি, সে স্থানে বস্তুর ওজনও বেশি। আর অভিকর্ষজ ত্বরণ যে স্থানে কম বস্তুর ওজনও সে স্থানে কম। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, মেরু অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি। সুতরাং মেরু অঞ্চলে বস্তুর ওজন বেশি।

গ ৫(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: 9.7705 ms^{-2}

ঘ ৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: অবর্তন কাল, $T = 29.74 \text{ h}$ স্যাটেলাইটটি ভূ-স্থির উপগ্রহ নয়।

প্রশ্ন ৮৫ 20 kg ভরের কোন বস্তুর ওজন পৃথিবীর পৃষ্ঠে 196 N। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km।

[সাজার ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১
- খ. দেখাও যে, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণ এর মান একই। ২
- গ. উদ্ভীপকের আলোকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় নিয়ে গেলে g এর মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের 20% হবে? ৪

৮৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$ (i)

এখানে M হলো পৃথিবীর ভর এবং R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। পৃথিবীর ভর দ্বারা সৃষ্ট মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের জন্য, ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত m ভরের বস্তুর ওপর মহাকর্ষীয় বল, $F = \frac{GMm}{R^2}$ [মহাকর্ষ সূত্রানুসারে]

$m = 1$ হলে $F = E$

সুতরাং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \frac{GM}{R^2}$ (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই, $g = E$, অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।

গ ওজন, $W = mg$

$$\therefore g = \frac{W}{m}$$

$$= \frac{196}{20}$$

$$= 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\text{বা, } M = \frac{gR^2}{G}$$

$$= \frac{9.8 \times (6.37 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11}}$$

$$= 5.959 \times 10^{24} \text{ kg (Ans.)}$$

এখানে,
 পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6370 \text{ km}$
 $= 6.37 \times 10^6 \text{ m}$
 বস্তুর ভর, $m = 20 \text{ kg}$
 বস্তুর ওজন, $W = 196 \text{ N}$
 মহাকর্ষীয় ধ্রুবক,
 $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

ঘ h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

এখানে, h উচ্চতায় g এর মান,
 $g_h = g \times \frac{20}{100} = \frac{20g}{100}$
 ব্যাসার্ধ, $R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

(i) + (ii)

$$\frac{g_h}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

$$\text{বা, } \frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{g}{g_h} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{g}{g_h}} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } h &= \left(\sqrt{\frac{g}{g_h}} - 1\right) R \\ &= \left(\sqrt{\frac{10}{20}} - 1\right) R \\ &= \left(\sqrt{\frac{100}{20}} - 1\right) \times 6.37 \times 10^6 \text{ m} = 7.873 \times 10^6 \text{ m} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৮৬ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1km উঁচু একটি পাহাড়ের চূড়ায় একটি ফলের বাগান রয়েছে। একজন ফল ব্যবসায়ী 1000kg ভরের একটি মালবাহী গাড়ি নিয়ে 10min এ পাহাড়ের চূড়ায় উঠে 20kg ফল কিনলেন।

[পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$]

[সরকারি বেগম রোকেয়া কলেজ, রংপুর]

- ক. শিরিংক কী? ১
- খ. হুকের সূত্রটি বর্ণনা কর। ২
- গ. মালবাহী গাড়িটির অক্ষক্ষমতা নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. ফল ব্যবসায়ী ফলগুলো পৃথিবী পৃষ্ঠের একটি বাজারে কেনা দামে বিক্রি করেও অনেক মুনাফা করলেন-গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিরিংক বলে।

খ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন এর বিকৃতির সমানুপাতিক। অর্থাৎ, পীড়ন \propto বিকৃতি।

বা, পীড়ন = ধ্রুবক \times বিকৃতি

$$\text{বা, } \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$$

গ দেওয়া আছে,

$$\text{উচ্চতা, } h = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$\text{গাড়ির ভর, } m = 1000 \text{ kg}$$

$$\text{সময়, } t = 10 \text{ min} = 10 \times 60 \text{ s} = 600 \text{ s}$$

$$\text{গাড়িটির ক্ষমতা, } P = ?$$

আমরা জানি,

$$P = \frac{mgh}{t}$$

$$\text{বা, } P = \frac{1000 \times 9.8 \times 1000}{600} [g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$$

$$\therefore P = 16333.33 \text{ W}$$

আবার, 1 H.P = 746 W

$$\therefore P = \frac{16333.33}{746} = 21.89 \text{ H.P}$$

\therefore মালবাহী গাড়িটির অক্ষক্ষমতা 21.89. (Ans.)

ঘ পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1 km বা 1000 m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g' = g \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \quad [\text{ব্যাসার্ধ, } R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}]$$

$$g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$$

$$\begin{aligned} &= 9.8 \times \left(\frac{6.4 \times 10^6}{6.4 \times 10^6 + 1000}\right)^2 \\ &= 9.797 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

এখন, ওজন, $W = mg$

$$\therefore \text{পাহাড়ের চূড়ায় ফল গুলোর ওজন, } W_1 = mg' = 20 \times 9.797$$

$$\therefore W_1 = 195.94 \text{ N}$$

আবার পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

সুতরাং পৃথিবীপৃষ্ঠের কোনো বাজারে ফলগুলোর মোট ওজন হবে,

$$\begin{aligned} W_2 &= mg \\ &= 20 \times 9.8 \end{aligned}$$

$$\therefore W_2 = 196 \text{ N}$$

এখন, W_1 ও W_2 তুলনা করে পাই $W_2 > W_1$

ফলগুলোর ওজন বৃদ্ধি পাওয়ার কারণে কেনা দামে বিক্রি করলেও অনেক মুনাফা হবে।

প্রশ্ন ৮৭ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 36000km উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। বাংলাদেশ-দক্ষিণ আফ্রিকার একদিনের আন্তর্জাতিক ম্যাচ শেষে বাংলা টেলিভিশন হতে সরাসরি সম্প্রচার করার জন্য উপগ্রহটির ট্রান্সমিটারের যোগাযোগ স্থাপন করা হলো। পৃথিবীর ভর = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = 9.8 ms^{-2}

[শেখ হুজিলাউলমোহা সরকারি মহিলা কলেজ, গোপালগঞ্জ]

- ক. পার্কিং কক্ষপথ কী? ১
- খ. মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হয় কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400km হলে পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. উদ্ভীপকের উল্লিখিত উপগ্রহটির সাহায্যে ম্যাচটি সরাসরি সম্প্রচার সম্ভব কি-না গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৮৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

$$\text{পৃথিবীর ঘনত্ব, } \rho = ?$$

আমরা জানি,

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$

$$\text{বা, } \rho = \frac{3 \times 9.8}{4 \times 3.1416 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^6}$$

$$\therefore \rho = 5.478 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ (Ans.)}$$

ঘ কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে,

$$\begin{aligned} T &= 2\pi(R+h) \sqrt{\frac{R+h}{GM}} \\ &= 2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 + 36 \times 10^6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \sqrt{\frac{6.4 \times 10^6 + 36 \times 10^6}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}} \\ &= 86694.88627 \text{ sec} \end{aligned}$$

$$= 24.0819 \text{ hr} \approx 24 \text{ hr}$$

অতএব, কৃত্রিম উপগ্রহটি একটি ভূস্থির উপগ্রহ। একারণে উপগ্রহটির সাহায্যে ম্যাচটি সরাসরি সম্প্রচার করা সম্ভব।

এখানে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 36000 \text{ km}$
 $= 36 \times 10^6 \text{ m}$
জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

প্রশ্ন ৪৮ মঙ্গল গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6.39 \times 10^{23} \text{ kg}$ ও 3397 km . 2 m কার্যকরী দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলককে মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠে স্থাপন করা হল।

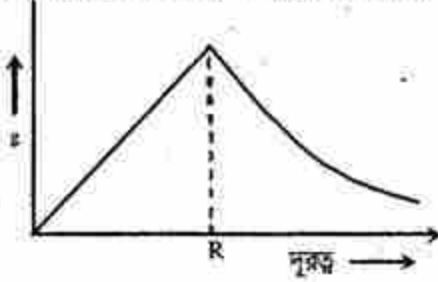
(চট্টগ্রাম ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক কলেজ, চট্টগ্রাম)

- পৃষ্ঠটান কাকে বলে? ১
- অভিকর্ষজ ত্বরণ বনাম দূরত্ব লেখচিত্রটি অঙ্কন কর ও ব্যাখ্যা কর। ২
- সরল দোলকটির দোলন কাল নির্ণয় কর। ৩
- যদি দোলকটিকে মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে 20 km উপরে স্থাপন করা হয় তবে দোলকটি দিনে কত সময় হারাবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো তরল পৃষ্ঠের উপর যদি একটি রেখা কল্পনা করা হয় তবে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে রেখার সাথে লম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শরূপে রেখার উভয় পাশে যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে।

খ পৃথিবীর ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। কেন্দ্র হতে যত উপরে উঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত বাড়তে থাকে এবং ভূ-পৃষ্ঠে সর্বোচ্চ হয়। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে যত উপরে উঠা যায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান তত কমতে থাকে। নিচে লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো হলো।



গ দেওয়া আছে,

মঙ্গল গ্রহের ভর, $M = 6.39 \times 10^{23} \text{ kg}$
 মঙ্গল গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = 3397 \text{ km} = 3.397 \times 10^6 \text{ m}$
 মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
 সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 2 \text{ m}$

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6.39 \times 10^{23}}{(3.397 \times 10^6)^2}$$

$$\therefore g = 3.7 \text{ ms}^{-2}$$

আবার, দোলনকাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{2}{3.7}}$$

$$\therefore T = 4.62 \text{ sec}$$

\therefore সরল দোলকটির দোলনকাল 4.62 sec (Ans.)

ঘ এখানে,

মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে দোলকটির দূরত্ব, $h = 20 \text{ km} = 20 \times 10^3 \text{ m}$
 মঙ্গল পৃষ্ঠে ও h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g' এবং দোলকের দোলনকাল T ও T' হলে সরল দোলকের ৩য় সূত্রানুসারে—

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{R+h}{R} = \frac{3397 \times 10^3 + 20 \times 10^3}{3397 \times 10^3}$$

$$\text{বা, } T' = 1.0005 \times T = 1.0005 \times 4.62 = 4.6472 \text{ s}$$

এখানে, মঙ্গল গ্রহের ১ দিন কত সেকেন্ডে হয় জানা নেই। তাই পৃথিবীর দিনের সাপেক্ষে হিসাব করা হলো। মঙ্গলপৃষ্ঠে, $T = 4.62$ (গ হতে পাই)

$$\frac{4.62 \text{ s}}{2} = 2.31 \text{ s এ টিক দেয় ১ টি}$$

$$\therefore 86400 \text{ s এ টিক দেয়} = \frac{86400}{2.31} = 37402.59 \text{ টি}$$

আবার, 20 km উচ্চতায়, $T' = 4.6472$

$$\frac{4.6472 \text{ s}}{2} = 2.3236 \text{ s টিক দেয় ১ টি}$$

$$86400 \text{ s " " } \frac{86400}{2.3236} = 37183.68 \text{ টি}$$

$$\therefore \text{পৃথিবীর ১ দিনে মঙ্গল পৃষ্ঠ হতে } 20 \text{ km উচ্চতায় টিক হারায়}$$

$$= 37402.59 - 37183.68$$

$$= 218.9 \text{ টি}$$

প্রশ্ন ৪৯



$$R = 6400 \text{ km}$$

$$h = 700 \text{ km}$$

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$$

চিত্রে পৃথিবীর চারদিকে ঘূর্ণনরত একটি কৃত্রিম উপগ্রহ দেখানো হল।

(বাংলাদেশ নৌবাহিনী স্কুল এন্ড কলেজ, কুলনা)

- কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃতি কর। ১
- মহাকর্ষীয় বিভব ঋণাত্মক হওয়ার তাৎপর্য কী? ২
- উদ্দীপক অনুসারে কৃত্রিম উপগ্রহের রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। ৩
- উদ্দীপকে বর্ণিত কৃত্রিম উপগ্রহটিকে 1000 km উচ্চতায় নিয়ে গেলে আবর্তনকাল একই হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

খ মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু থেকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ ১৯ (গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: 7.5 km/s

ঘ ১৯ (ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: আবর্তনকাল একই হবে না। পূর্বের আবর্তনকালের 1.064 গুণ হবে।

প্রশ্ন ৫০ নেপচুনের ভর এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধের যথাক্রমে 17.15 এবং 1.4 গুণ। সূর্য থেকে নেপচুনের গড় দূরত্ব, সূর্য হতে পৃথিবীর গড় দূরত্বের 30 গুণ।

(বিদ্যাবন সরকারি কলেজ, হবিগঞ্জ)

- মুক্তি বেগ কী? ১
- বৃষ্টির ফোটা পতনের সময় গোলাকার ধারণ করে কেন? ২
- সূর্যের চারদিকে নেপচুনের আবর্তনকাল নির্ণয় কর। ৩
- 1.2 m দৈর্ঘ্যের একটি সরলদোলক নেপচুনের পৃষ্ঠে নিয়ে গেলে এটি কি সেকেন্ড দোলকে পরিণত হবে? ৪

৫০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ. মহাকর্ষ বল ধনাত্মক বা আকর্ষণধর্মী হওয়ায় মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক। মহাকর্ষ বলের পাল্লা অসীম অর্থাৎ কোন ভারী বস্তু তাকে অসীম দূরত্বে মহাকর্ষীয় বিভব শূন্য। ঐ ভারী বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী কোন বিন্দু থেকে একটি একক ভরের বস্তুকে ক্ষেত্র থেকে বাইরে অসীমে (অর্থাৎ শূন্য বিভবে) আনতে হলে মহাকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়।

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে স্থির একটি বস্তুর শক্তি, ক্ষেত্রের বাইরে একই ভরের অপর একটি স্থির বস্তুর শক্তি অপেক্ষা তার বিভবের সম পরিমাণ কম হয়। তাই মহাকর্ষীয় বিভবের মান ঋণাত্মক।

গ. দেওয়া আছে, পৃথিবী হতে সূর্যের গড় দূরত্ব R_1 হলে সূর্য হতে নেপচুনের গড় দূরত্ব, $R_2 = 30 R_1$
জানা আছে, সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_1 = 365.25$ day
বের করতে হবে, সূর্যের চারদিকে নেপচুনের আবর্তনকাল, $T_2 = ?$

আমরা জানি, $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$

$$\therefore T_2 = T_1 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{3/2} = 365.25 \text{ day} \times \left(\frac{30 R_1}{R_1} \right)^{3/2}$$

$$= 60.02 \times 10^3 \text{ day (Ans).}$$

ঘ. দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর M হলে নেপচুনের ভর, $M' = 17.15 M$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে নেপচুনের ব্যাসার্ধ, $R' = 1.4 R$
পৃথিবী পৃষ্ঠে ও নেপচুনের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে g ও g' হলে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM'}{R'^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{M'}{M} \left(\frac{R}{R'} \right)^2 = 17.14 \times \frac{1}{1.4^2}$$

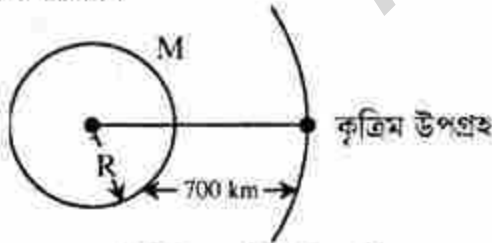
$g' = 8.75g$
 \therefore নেপচুনের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 8.75 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} = 85.75 \text{ ms}^{-2}$
 \therefore কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 1.2 \text{ m}$ হলে নেপচুনের পৃষ্ঠে সরল দোলকের দোলনকাল হবে,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1.2}{85.75}}$$

$$= 0.7433 \text{ sec} \approx 2 \text{ sec}$$

\therefore নেপচুনের পৃষ্ঠে উক্ত দোলকটি সেকেন্ড দোলকে পরিণত হবে না।

প্রশ্ন ৫১. উদ্দীপকে বস্তুটির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।



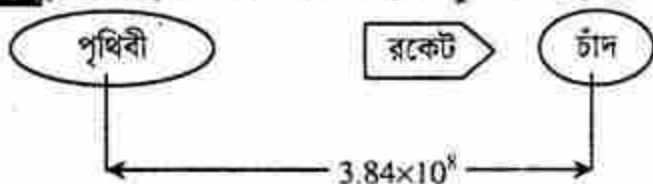
[ছোটাইল ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, টাঙ্গাইল]

- ভেট্টর বিভাজন কী? ১
- সমদ্রতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কী? ব্যাখ্যা করো। ২
- কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
- কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে সঠিক সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৫১ নং প্রশ্নের উত্তর

১৭ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৫২. নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করো এবং প্রশ্নগুলোর দাও:



এখানে চাঁদের ভর $M_m = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$, পৃথিবীর ভর $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$, রকেটের ভর = 40000 kg। কোনো এক সময় রকেটটি পৃথিবীর কেন্দ্রে থেকে $2.00 \times 10^8 \text{ m}$ দূরত্বে অবস্থান করে।

[গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ]

- ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১
- খ. বস্তুর ভর শূন্য না হলেও ওজন শূন্য হতে পারে— ব্যাখ্যা করো। ২
- গ. রকেটের ওপর নিট মহাকর্ষীয় বল নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. রকেটটির অবস্থান লক্ষ্য প্রাবল্য পাওয়া যায় কিনা— গাণিতিক যুক্তিসহ কারণ প্রদর্শন করো। ৪

৫২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. অসীম দূরত্বে থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ. বস্তুর ভর শূন্য না হলেও ওজন শূন্য হতে পারে। কারণ, বস্তুর ভর স্থান নিরপেক্ষ না হলেও ওজন স্থান নিরপেক্ষ। আমরা জানি, বস্তুর ওজন = বস্তুর ভর \times ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ। অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হলে বস্তুর ভর থাকা সত্ত্বেও এর ওজন শূন্য হবে। যেমন পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য।

সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ভর যাই হোক না কেন, ওজন শূন্যই হবে।

গ. দেওয়া আছে,

চাঁদের ভর, $M_m = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$
পৃথিবীর ভর, $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
রকেটের ভর, $m = 40000 \text{ kg} = 4 \times 10^4 \text{ kg}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
পৃথিবীর কেন্দ্রে থেকে রকেটের দূরত্ব, $(R+h) = 2 \times 10^8 \text{ m}$
পৃথিবীর কেন্দ্রে থেকে চাঁদের কেন্দ্রের দূরত্ব, $H = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$
বের করতে হবে, রকেটের ওপর নিট মহাকর্ষীয় বল, $F = ?$
 \therefore পৃথিবীর সাপেক্ষে রকেটের উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$F_e = \frac{GM_e m}{(R+h)^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 4 \times 10^4}{(2 \times 10^8)^2}$$

$$= 400.2 \text{ N}$$

এবং চাঁদের সাপেক্ষে রকেটের উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষীয় বল,

$$F_m = \frac{GM_m m}{[H - (R+h)]^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 7.35 \times 10^{22} \times 4 \times 10^4}{(3.84 \times 10^8 - 2 \times 10^8)^2}$$

$$= 5.79 \text{ N}$$

$$\therefore \text{রকেটের ওপর নিট মহাকর্ষীয় বল, } F = F_e - F_m$$

$$= 400.2 - 5.79 \text{ N}$$

$$= 394.4 \text{ N (Ans.)}$$

ঘ. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে একক ভরের উপর প্রযুক্ত নিট মহাকর্ষীয় বলই হলো ঐ বিন্দুর নিট মহাকর্ষীয় প্রাবল্য।

"গ" হতে পাওয়া যায়,

রকেটের উপর নিট মহাকর্ষীয় বল,

$$F = 394.4 \text{ N}$$

\therefore ঐ বিন্দুতে নিট মহাকর্ষীয় প্রাবল্য,

$$E = \frac{F}{m}$$

$$= \frac{394.4}{40000} \text{ Nkg}^{-1}$$

$$= 9.86 \times 10^{-3} \text{ N kg}^{-1}$$

অতএব, ঐ বিন্দুতে লক্ষ্য প্রাবল্য পাওয়া যাবে এবং তা হবে ভূ-পৃষ্ঠের প্রাবল্যের $\frac{9.86 \times 10^{-3}}{9.8}$ বা প্রায় $\frac{1}{1000}$ গুণ।

প্রশ্ন ৫৩ পদার্থবিজ্ঞানের ক্লাসে একজন শিক্ষক বোর্ডে লিখলেন চাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 1.67 \text{ ms}^{-2}$, চাঁদের গড় ব্যাসার্ধ $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$ এবং চাঁদের মুক্তিবৈগের মান 2.375 kms^{-1} । মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ ।

(দিনাজপুর সরকারি কলেজ, দিনাজপুর)

- মুক্তিবৈগ কাকে বলে? ১
- পৃথিবীর সব স্থানে g এর মান একই নয়— ব্যাখ্যা করো। ২
- চাঁদের গড় ঘনত্ব নির্ণয় করো। ৩
- শিক্ষকের দেয়া উপাত্ত থেকে মুক্তিবৈগের মান বের করে তার কথার সত্যতা যাচাই করো। ৪

৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবৈগ বলে।

খ পৃথিবী থেকে যত উপরে ওঠা যায় g এর মান ততই কমতে থাকে।

এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় g এর মান $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}$

আবার পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে যতই নিচে নামা যায় g এর মান কমতে থাকে,

h গভীরতায়, $g_h = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$

আবার পৃষ্ঠে $g = \frac{GM}{R^2}$, পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার নয়। তাই R এর পার্থক্যের জন্য g বিভিন্ন হয়।

গ দেওয়া আছে,

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 1.67 \text{ ms}^{-2}$

ব্যাসার্ধ, $R = 1.74 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

চাঁদের গড় ঘনত্ব, $\rho = ?$

আমরা জানি,

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR}$$

$$= \frac{3 \times 1.67}{4 \times 3.1416 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 1.74 \times 10^6}$$

$$\therefore \rho = 3.43 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ (Ans.)}$$

ঘ চাঁদের মুক্তিবৈগ, $v_m = \sqrt{2gR}$

$$\text{বা, } v_m = \sqrt{2 \times 1.67 \times 1.74 \times 10^6}$$

['গ' নং হতে মান বসিয়ে]

$$\therefore v_m = 2.41 \text{ kms}^{-1}$$

শিক্ষকের ভাষ্যমতে চাঁদের মুক্তিবৈগের মান 2.375 kms^{-1} কিন্তু তার দেয়া উপাত্ত অনুযায়ী চাঁদের মুক্তিবৈগ 2.41 kms^{-1} ।

সুতরাং শিক্ষকের কথার সত্যতা পাওয়া যাচ্ছে না।

প্রশ্ন ৫৪ 1000 kg ভরের একটি লিফটকে যখন তারের সাহায্যে উঠানামা কারানো হয় তখন দেয়ালের সাথে এর 3000 N মানের ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে। লিফটটিকে স্থির অবস্থা হতে 3 ms^{-2} সমত্বরণে উপরে তোলার 4 s সময়ে তার ছিড়ে যায়।

(গুরুদয়াল সরকারি কলেজ, কিশোরগঞ্জ)

- গড় বেগের সংজ্ঞা দাও। ১
- একই বেগে কিন্তু ভিন্ন কোণে নিক্ষেপ বস্তুর পাল্লা সমান পাওয়া সম্ভব কী? ২
- তার ছিড়ে যাওয়ার সময় লিফট এর মেঝেতে রক্ষিত আপেলের উর্ধ্বমুখী বেগ কত হবে? ৩
- লিফটের তার ছিড়ে যাবার পর থেকে ভূমিতে পতিত হওয়া পর্যন্ত এর ত্বরণ কী সুখম থাকে? ব্যাখ্যা করো। ৪

৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে কোনো সময় ব্যবধানে বস্তুর গড়ে প্রতি একক সময়ে যে সরণ হয় তাকে বস্তুটির গড় বেগ বলে।

খ বিশেষ ক্ষেত্রে একই বেগে ভিন্ন ভিন্ন কোণে নিক্ষেপ প্রাসের পাল্লা সমান হতে পারে। অনুভূমিক পাল্লার সমীকরণ: $R = \frac{v^2 \sin 2\theta}{g}$; যদি v

বেগে θ_1 ও θ_2 ($\theta_1 \neq \theta_2$) কোণে নিক্ষেপ বস্তুর পাল্লা সমান হয়, তবে,

$$\frac{v^2 \sin 2\theta_1}{g} = \frac{v^2 \sin 2\theta_2}{g}$$

$$\text{বা, } \sin 2\theta_1 = \sin 2\theta_2$$

$$\text{বা, } 2\theta_1 + 2\theta_2 = \pi$$

$$\therefore \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

\therefore অতএব, একই বেগে পরস্পর পূরক কোণে কোনো প্রাসকে নিক্ষেপ করলে উভয় ক্ষেত্রে তাদের পাল্লা সমান হয়।

গ দেওয়া আছে, লিফটের ভর, $m = 1000 \text{ kg}$

ঘর্ষণ বল, $F = 3000 \text{ N}$

লিফটের ত্বরণ, $a = 3 \text{ ms}^{-2}$

সময়, $t = 4 \text{ s}$

আদি বেগ, $v_0 = 0$

তার ছিড়ে যাওয়ার মুহূর্তে লিফটের বেগ v হলে,

$$\begin{aligned} v &= u + at \\ &= 0 + 3 \times 4 \\ &= 12 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ দেওয়া আছে,

লিফটের ভর, $m = 1000 \text{ kg}$

লিফটের লব্ধি ত্বরণ, $g = 3 \text{ ms}^{-2}$

সময়, $t = 4 \text{ s}$

দেয়ালের সাথে ঘর্ষণ, $F = 3000 \text{ N}$

তার ছিড়ে যাওয়ার ফলে লিফটের ওপর শুধুমাত্র অভিকর্ষজ বল এবং ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে। তার ছিড়ে যাওয়ার পর লিফটটি কিছুটা উপরে উঠে, যতক্ষণ না তার বেগ শূন্য হয়।

এ সময় এর উপর লব্ধি ত্বরণ,

$$g' = 9.8 + \frac{3000}{1000}$$

$$= 12.8 \text{ ms}^{-2}, \text{ যা নিচের দিকে ক্রিয়া করে।}$$

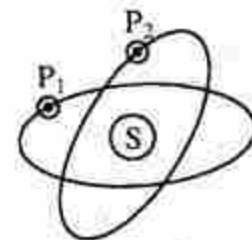
উর্ধ্বমুখী বেগ শূন্য হওয়ার পর, লিফটটি অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচে পড়তে থাকে কিন্তু এক্ষেত্রে অভিকর্ষজ বলের বিপরীতে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করবে।

সুতরাং এক্ষেত্রে লিফটটির লব্ধি ত্বরণ,

$$\begin{aligned} g'' &= 9.8 - \frac{3000}{1000} \\ &= 6.8 \text{ ms}^{-2} \end{aligned}$$

সুতরাং দেখা যাচ্ছে তার ছেড়ার পর থেকে শুরু করে লিফটের ত্বরণ দুই ক্ষেত্রে দুই রকম হয়। সুতরাং তার ছিড়ে গেলে লিফটের ত্বরণ সুখম থাকে না।

প্রশ্ন ৫৫ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করো এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



সৌরজগতের দুটি গ্রহ P_1 এবং P_2 সূর্য হতে যাদের ২য় টির গড় দূরত্ব 1 m টির চেয়ে ২ গুণ বেশি। আবার সূর্যের চারদিকে আবর্তনকাল যথাক্রমে ৩৬৫ দিন এবং T ।

(শহীদ সৈয়দ নজরুল ইসলাম কলেজ, ময়মনসিংহ)

ক কোন গ্রহের মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১

খ কৃত্রিম উপগ্রহ কক্ষপথে চলার জন্য কোন জ্বালানি লাগে না কেন? ২

প. উদ্দীপক হতে P_2 গ্রহের। বৎসর সময় পৃথিবীর কত সপ্তাহের সমান বের করো। ৩

ঘ. গ্রহ দুটিকে স্থান বিনিময় করিয়ে দিলে তাদের পরস্পরের। বৎসরে সময়ের ব্যবধান সম্পর্কে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও। ৪

৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবৈগ বলে।

খ ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহকে যখন রকেটের সাহায্যে উর্ধ্বে নিক্ষেপ করা হয় তখন এতে প্রয়োজনীয় গতিশক্তি দিয়ে দেওয়া হয়। এই গতিবেগ এমন যেন, বৃত্তাকার কক্ষপথে কৃত্রিম উপগ্রহের কেন্দ্রমুখী বল এর ওজনের সমান হয়। অর্থাৎ উপগ্রহটির ওজন এতে কেন্দ্রমুখী বল যোগান দিতেই নাকচ হয়ে যায়। ফলে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে এর ওপর লব্ধিবল শূন্য। তাই নিউটনের গতির প্রথম সূত্রানুসারে, এটি অর্জিত দ্রুতি নিয়ে বৃত্তাকার পথে আবর্তিত হতে থাকে। এ সময় উপগ্রহটিতে অতিরিক্ত কোনো শক্তি প্রদানের দরকার হয় না, তাই কোনো জ্বালানীও লাগে না। তবে, উপগ্রহটিতে বৈদ্যুতিক শক্তির যোগান আসে সৌরশক্তি হতে।

গ প্রথম গ্রহটির আবর্তনকাল $T_1 = 365$ দিন। সুতরাং এটি পৃথিবী।

গ্রহ দুটির দূরত্বের অনুপাত, $R_1 : R_2 = 1 : 2$

দ্বিতীয় গ্রহের আবর্তনকাল T_2 হলে, কেপলারের ৩য় সূত্রানুযায়ী,

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$$

$$\text{বা, } T_2^2 = T_1^2 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3$$

$$\therefore T_2 = T_1 \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{1.5}$$

$$= 365 \times \left(\frac{2}{1}\right)^{1.5}$$

$$= 1032.4 \text{ day}$$

$$= \frac{1032.4}{7} \text{ week}$$

$$= 147.5 \text{ week (Ans.)}$$

ঘ গ্রহ দুটিকে স্থান বিনিময় করিয়ে দিলে সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনকাল হবে 1032.4 দিন এবং অপর গ্রহটির আবর্তনকাল হবে 365 দিন।

এখানে 1032.4 দিন - 365 দিন = 667.4 দিন

সুতরাং 1ম গ্রহ (পৃথিবী)-এর। বৎসরে সময়কাল বাড়বে 667.4 দিন এবং দ্বিতীয় গ্রহটির। বৎসরে সময়কাল কমবে 667.4 দিন।

তদুপরি, গ্রহদুটিকে স্থান বিনিময় করিয়ে দিলে তাদের পরস্পরের। বৎসরে সময়ের ব্যবধান 667.4 দিন।

প্রশ্ন ৫৬ A একটি গ্রহ। গ্রহটির ব্যাসার্ধ 6000 km এবং এর নিজ অক্ষে আবর্তনকাল 20 ঘণ্টা। A গ্রহের পৃষ্ঠ থেকে 1200 km উচ্চতা দিয়ে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ চারদিকে ঘুরছে। B অপর একটি গ্রহ। যার ভর A-এর ভরের 9 গুণ। গ্রহদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 4×10^8 km।

[জালালাবাদ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট]

ক. পার্কিং কক্ষপথ কী? ১

খ. পৃথিবী ও সূর্য সমান বলে পরস্পরকে আকর্ষণ করে। তবুও পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরে কেন? ব্যাখ্যা করো। ২

গ. গ্রহ দুটির সংযোগ রেখার কোণায় 10 kg ভরের কোনো বস্তুর ওপর উভয়ের টান সমান হবে নির্ণয় করো। ৩

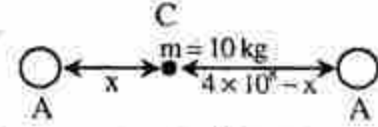
ঘ. কী পদক্ষেপ নিলে কৃত্রিম উপগ্রহটি A গ্রহের জন্য ভূ-স্থির উপগ্রহ হবে? গাণিতিক বিশ্লেষণ করো। ৪

৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অবস্থিত যে কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ আবর্তন করতে থাকলে ভূপৃষ্ঠের সাপেক্ষে এটি সর্বদাই স্থির মনে হবে, তাকে অর্থাৎ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথকে পার্কিং কক্ষপথ বলে।

খ সূর্যের চারদিকে পৃথিবী বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের সময় পৃথিবীর ওপর কেন্দ্রবিমুখী বল ক্রিয়া করে যার মান $F_c = mv^2/r$ সূত্রানুসারে বের করা সম্ভব। এই কেন্দ্রবিমুখী বল পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যকার মহাকর্ষ বলের সমান ও বিপরীতমুখী হয়। এই দুইটি বল পরস্পরকে নাকচ করে দেয় বলে, সূর্যের মহাকর্ষ বল কাজ করে না। মহাকর্ষ বল অকার্যকর হওয়ার দরুনই পৃথিবী ও সূর্যের গড় দূরত্ব কখনো হ্রাস পায় না এবং পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘোরে।

গ



মনে করি, A গ্রহ হতে x m দূরে C বিন্দুতে $m = 10$ kg ভরের একটি বস্তুর উপর A ও B গ্রহের টান সমান এবং তা যথাক্রমে F_A ও F_B ।

$$\therefore F_A = F_B$$

$$\text{বা, } \frac{GM_{AM}}{x^2} = \frac{GM_{BM}}{(4 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{M_A}{x^2} = \frac{9M_A}{(4 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(4 \times 10^8 - x)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{3}{4 \times 10^8 - x}$$

$$\text{বা, } 3x = 4 \times 10^8 - x$$

$$\text{বা, } 4x = 4 \times 10^8$$

$$\therefore x = 10^8 \text{ m (Ans.)}$$

ঘ h উচ্চতায় স্থাপন করলে যদি উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হয়, তবে,

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{aM}} r^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{(R+h)^{\frac{3}{2}}}{R}$$

$$\text{বা, } (R+h)^{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{g} TR}{2\pi}$$

$$\text{বা, } R+h = \left(\frac{RT}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} g^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{বা, } h = \left(\frac{RT}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} g^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{6 \times 10^6 \times 7.2 \times 10^4}{2\pi}\right)^{\frac{2}{3}} g^{\frac{1}{3}}$$

A গ্রহের পৃষ্ঠে g এর মান তথা গ্রহটির ভর জানা গেলে h বের করা সম্ভব। যেহেতু উদ্দীপকে তথ্য অনুপস্থিত, সেহেতু এই প্রশ্নের কোন যথাযথ জবাব নেই।

প্রশ্ন ৫৭ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোন বস্তুকে পৃথিবীর অভ্যন্তরে নেওয়া হলে বস্তুটির ওজন কমে। আবার ভূ-পৃষ্ঠ থেকে কোন বস্তুকে পৃথিবীর বাইরে নেওয়া হলেও বস্তুটির ওজন কমে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 64,000 কি মি ও ভর 6×10^{24} কেজি।

[পিরোজপুর সরকারি মহিলা কলেজ, পিরোজপুর]

ক. মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কাকে বলে? ১

খ. গতিশীল চাঁদ কেন পৃথিবীর চারদিকে ঘোরে ব্যাখ্যা করো। ২

গ. উদ্দীপক থেকে কত গভীরতায় বস্তুর ওজন শতকরা 40 ভাগ হ্রাস পাবে নির্ণয় করো। 3

ঘ. ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সমান গভীরতায় এবং উচ্চতায় ওজন হ্রাস একই হবে কিনা বিশ্লেষণ করো। 8

৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার ওপর যে মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলে।

খ গতিশীল চাঁদ পৃথিবীর চারদিকে ঘোরে: যদি পৃথিবীর ভর M এবং চাঁদের ভর m হয় এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব R হয় তবে চাঁদ ও পৃথিবীর মধ্যকার মহাকর্ষ বলের মান

$$F = \frac{GMm}{R^2}$$

এই বলই পৃথিবীর চারদিকে চাঁদকে ঘোরায় অর্থাৎ চাঁদের কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দেয়। সাম্যাবস্থায় চাঁদ ও পৃথিবীর মহাকর্ষ বল = চাঁদের কেন্দ্রমুখী বল।

গ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h গভীরতায় g এর মান g_h হলে,

$$g_h = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$$

বা, $h = \left(1 - \frac{g_h}{g}\right)R$

$$= \left(1 - \frac{0.6g}{g}\right) \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 0.4 \times 6.4 \times 10^6$$

$$= 2.5 \times 10^6 \text{ m (Ans.)}$$

এখানে,

$$\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, } R = 6400 \text{ km} \\ = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\text{ভর, } M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

পৃথিবীর h গভীরতায় ওজন,

$$W_h = mg_h \text{ (ভর } m \text{ ধুবক)}$$

$$g_h = g - g' \text{ এর } 40\%$$

$$= g - 0.4g$$

$$= 0.6g$$

$$\text{উচ্চতা, } h = ?$$

ঘ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_{h+} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 g$$

আবার, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g_h = \left(1 - \frac{h}{R}\right)g$$

$\therefore h$ উচ্চতায় m ভরের কোন বস্তুর ওজন হ্রাস,

$$\Delta W_- = mg - mg_{h+}$$

$$= \left[1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2\right] mg$$

h গভীরতায় m ভরের বস্তুর ওজন হ্রাস,

$$\Delta W_- = mg \frac{h}{R}$$

$$\Delta W_- = \Delta W_+ \text{ হলে,}$$

$$1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = 1 - \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{R^2}{R^2 + h^2 + 2hR} = \frac{R-h}{R}$$

$$\Rightarrow R^3 + Rh^2 + 2hR^2 - R^2h - h^3 - 2h^2R = R^3$$

$$\text{বা, } -h^3 - Rh^2 + R^2h = 0$$

$$\text{বা, } h^2 + Rh - R^2 = 0$$

$$\text{বা, } h = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4R^2}}{2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{-R \pm \sqrt{5}R}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} R$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 6400 \text{ km}$$

$$= 3455.42 \text{ km}$$

অতএব, কেবলমাত্র পৃষ্ঠ থেকে 3455.42 km উচু বা গভীরতায় বস্তুর ওজন সমান পরিমাণ হ্রাস পাবে। $h < 3455.42 \text{ km}$ এর জন্য একই উচ্চতায় ওজন হ্রাস দ্রুততর হবে। আবার, $6400 \text{ km} > h > 3455.42 \text{ km}$ এর জন্য একই গভীরতার ওজন হ্রাস দ্রুততর হবে।

প্রশ্ন ৫৮



চিত্রের কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে 600km উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। ($G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)

[বি এ এফ শাহীন কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. অভিকর্ষ কেন্দ্র কাকে বলে? 1

খ. বিষুবীয় অঞ্চলে বস্তুর আপাত ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা কর। 2

গ. পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর। 3

ঘ. উদ্দীপকে কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ থেকে সর্বদা একই স্থানে দেখা যাবে কি? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও। 8

৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন বস্তুর ভেতরে অবস্থিত যে বিন্দুর মধ্য দিয়ে মোট ওজন ক্রিয়া করে সেই বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বলে।

খ আমরা জানি, ওজন হচ্ছে বস্তুর ভর ও অভিকর্ষজ ত্বরণের গুণফল। সুতরাং যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম সেখানে বস্তুর ওজনও কম। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বিষুবীয় অঞ্চলের দূরত্ব বেশি হওয়া এবং পৃথিবীর ঘূর্ণনের ফলে বিষুবীয় অঞ্চলে কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হওয়ার কারণে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম হয়। তাই অন্য অঞ্চল থেকে কোনো বস্তুকে বিষুবীয় অঞ্চলে আনলে ওজন হ্রাস পায়।

গ জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$,

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

ধরি, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব = ρ

বের করতে হবে, $\rho = ?$

$$\text{এখানে, } g = \frac{4}{3} \pi GR\rho$$

$$\therefore \rho = \frac{3}{4} \times \frac{g}{\pi GR}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{9.8}{3.1416 \times 6.673 \times 10^{-11} \times 6.4 \times 10^6}$$

$$= 5478.17 \text{ kgm}^{-3} \text{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকের কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে সর্বদা একই স্থানে দেখা যাবে, যদি, কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল, পৃথিবীর নিজ অক্ষে আবর্তনকাল তথা 24 ঘণ্টার সমান হয়।

এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km}$

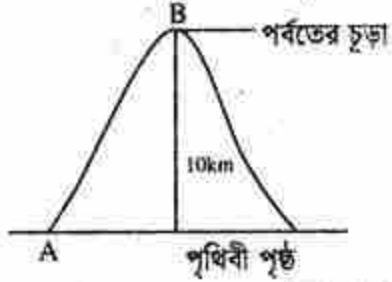
$$= 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 600 \text{ km} = 6 \times 10^5 \text{ m}$
 পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
 মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$
 ধরি, কৃত্রিম উপগ্রহের পর্যায়কাল বা আবর্তনকাল = T
 বের করতে হবে $T = ?$

এখানে, $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$
 $= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 6 \times 10^5)^3 \text{ (m)}^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$
 $= 5815.563 \text{ s} = 1.6154 \text{ hr}$

যেহেতু কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল $\neq 24 \text{ hr}$
 সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহটি একই অবস্থায় দেখা যাবে না।

প্রশ্ন ৫৯ নিচের চিত্রটি লক্ষ্য কর এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :



[কল্পবাজার সরকারি মহিলা কলেজ]

- ক. মুক্তিবেগের সংজ্ঞা দাও। ১
- খ. কোন বস্তুর গতিশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে না কেন? ২
- গ. A স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} হলে B স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? ৩
- ঘ. উদ্দীপকের A স্থান হতে একটি সেকেন্ড দোলককে B স্থানে নিয়ে গেলে এর দোলনকালের পরিবর্তন হবে কি? ব্যাখ্যাসহ মতামত দাও। ৪

৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ কোনো বস্তুর গতিশক্তি শূন্য হতে পারে, তবে কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না।

কারণ : কোনো বস্তুর ভর m এবং বেগ v হলে তার গতিশক্তির সমীকরণটি হয়, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ । এই সমীকরণে বস্তুর ভর m সর্বদাই ধনাত্মক। তবে v এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দুটোই হতে পারে। কিন্তু, v^2 এর মান কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। কারণ, ধনাত্মক বা ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ সবসময়ই ধনাত্মক। তাই mv^2 বা $\frac{1}{2}mv^2$ কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না। তবে বেগ অর্থাৎ, v শূন্য (স্থির বস্তু থাকলে) হলে গতিশক্তির মান শূন্য হবে।

গ ৩(গ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ। উত্তর: 9.769 ms^{-2}

ঘ ৩(ঘ)নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর: দোলনকাল 0.003125 sec বাড়বে।

প্রশ্ন ৬০ একটি উপগ্রহ নিজ অক্ষে 10 ঘন্টায় একবার আবর্তন করে। এর ব্যাস $14 \times 10^4 \text{ m}$ । 10^4 kg ভরবিশিষ্ট একটি নভোযান উপগ্রহটিতে অবতরণ করল।

[বান্দরবান সরকারি কলেজ]

- ক. মুক্তিবেগ কি? ১
- খ. আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ আছড়ে পড়ে না কেন? ২
- গ. উপগ্রহের নিজ অক্ষের ঘূর্ণনের কারণে নভোযানের ওজন কত হ্রাস পাবে? ৩
- ঘ. যদি উপগ্রহটির আবর্তনকাল 24 hr হয় তবে সেটি কি চাঁদ হতে পারে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৬০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ আমের ওপর শুধুমাত্র কেন্দ্রমুখী বল কাজ করে, কেন্দ্রবিমুখী বল শূন্য। এ কারণে আম ভূ-পৃষ্ঠে আছড়ে পড়ে। কিন্তু কৃত্রিম উপগ্রহ একটি নির্দিষ্ট বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করে বলে একটি কেন্দ্রবিমুখী বল থাকে। উপগ্রহের ওপর প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল পরস্পর সমান হওয়ায় তা আছড়ে পড়ে না।

গ নিজ অক্ষে ঘূর্ণনের কারণে সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল,

$$F_c = m\omega^2 r$$

$$= m \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{d}{2}$$

$$= 10^4 \times \frac{4\pi^2}{(10 \times 3600)^2} \times \frac{14 \times 10^4}{2}$$

$$= 21.32 \text{ N}$$

দেয়া আছে,
 নিজ অক্ষে ঘূর্ণনকাল,
 $T = 10 \text{ h} = 10 \times 3600 \text{ s}$
 কক্ষের ব্যাস, $d = 14 \times 10^4 \text{ m}$
 নভোযানের ভর, $m = 10^4 \text{ kg}$

\therefore নভোযানের হারানো ওজন = 21.32 N (Ans.)

ঘ যদি আবর্তনকাল $T = 24 \text{ h}$ হয় তবে উপগ্রহের মহাকর্ষজ ত্বরণ হ্রাসের মান হবে,

$$\Delta g = \omega^2 r$$

$$= \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{d}{2}$$

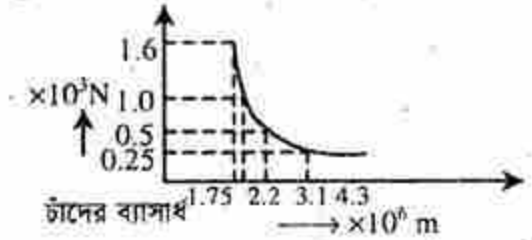
$$= \frac{4\pi^2}{(24 \times 3600)^2} \times \frac{14 \times 10^4}{2}$$

$$= 3.7 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-2}$$

$$= 3.78 \times 10^{-3} \% \text{ of } g, \text{ [এখানে, } g = \text{অভিকর্ষজ ত্বরণ]}]$$

অর্থাৎ, গ্রহটির ঘূর্ণনকাল 24 h হলে সেখানে g এর মান পৃথিবীতে g এর মানের তুলনায় মাত্র $3.78 \times 10^{-3} \%$ কমবে। কিন্তু আমরা জানি, চাঁদে g এর মান পৃথিবীর g এর মানের তুলনায় প্রায় $\frac{5}{6} = 83.33\%$ কম। তাই ঘূর্ণনকাল 24 h হলেও উপগ্রহটি চাঁদ হতে পারে না।

প্রশ্ন ৬১ লেখচিত্রে দেখানো হলো চন্দ্রের কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r , চন্দ্র পৃষ্ঠের উপরের বিভিন্ন দূরত্বের সাথে 1000 kg ভরের একটি বস্তুর উপর চন্দ্রের অভিকর্ষজ বল F এর পরিবর্তন। দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ।



[পদ্মশেখার সরকারি কলেজ]

- ক. গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি লেখ। ১
- খ. পৃথিবীর ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে টর্ক না থাকার কারণ ব্যাখ্যা করো। ২
- গ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে চন্দ্রের ভর নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. উদ্দীপকের ডাটা ব্যবহার করে পৃথিবী পৃষ্ঠ ও চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলের তুলনা করো। ৪

৬১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ আমরা জানি, টর্ক কৌণিক বেগের পরিবর্তন ঘটায় বা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করে। সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কোনো টর্কের প্রয়োজন হয় না। যেহেতু পৃথিবী সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণন, সেহেতু এর উপর কোনো টর্ক ক্রিয়া করে না।

গ এখন, চন্দ্রপৃষ্ঠে ত্বরণের মান,

$$g_m = \frac{F}{m} = \frac{1.6 \times 10^3}{1 \times 10^3} = 1.6 \text{ ms}^{-2}$$

$$\text{আবার, } g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$$

$$\therefore M_m = \frac{g_m \times R_m^2}{G} = \frac{1.6 \times (1.75 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11}} = 7.34 \times 10^{22} \text{ kg (Ans.)}$$

ঘ

$$\text{এখন, } g_c = \frac{GM_c}{R_c^2}$$

$$\therefore M_c = \frac{g_c \times R_c^2}{G} = \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.673 \times 10^{-11}} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

এখানে,

'গ' হতে পাই, চন্দ্রের ভর,

$$M_m = 7.34 \times 10^{22} \text{ kg}$$

চন্দ্রের ব্যাসার্ধ, $R_m = 1.75 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীর ভর, $M_c = ?$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_c = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উচ্চতা, $h = 2.55 \times 10^6 \text{ m}$

পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

আবার, h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

$$\text{চাঁদের ক্ষেত্রে, } g'_m = \frac{GM_m}{(R_m + h)^2} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং পৃথিবীর ক্ষেত্রে } g'_c = \frac{GM_c}{(R_c + h)^2} \dots \dots \dots (ii)$$

$$\therefore \frac{g'_c}{g'_m} = \frac{GM_c}{(R_c + h)^2} \times \frac{(R_m + h)^2}{GM_m} = \frac{(R_m + h)^2}{(R_c + h)^2} \times \frac{M_c}{M_m} = \frac{(1.75 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6)^2}{(6.4 \times 10^6 + 2.55 \times 10^6)^2} \times \frac{6 \times 10^{24}}{7.34 \times 10^{22}} = 18.87$$

$$\therefore \frac{F'_c}{F'_m} = \frac{mg'_c}{mg'_m} = 18.87$$

$$\therefore F'_c = 18.87 F'_m$$

অর্থাৎ $2.55 \times 10^6 \text{ m}$ উচ্চতায় বস্তুর উপর পৃথিবীর অভিকর্ষজ বল, চন্দ্রের মহাকর্ষ বলের 18.87 গুন।

প্রশ্ন ৬২ মহাবিশ্বের কোনো একটি গ্রহ যার ব্যাসার্ধ পৃথিবীর অর্ধেক কিন্তু ঘনত্ব পৃথিবীর ঘনত্বের চারগুন। উক্ত গ্রহের এলিয়েনরা মহাকাশে হ্রাস সৃষ্টি করেছিল। তাই পৃথিবী হতে বিজ্ঞান একাডেমির প্রধান জসিম সাহেব ক্যান্টেন শাহরিয়ার এর নেতৃত্বে একটি মহাকাশ যান সেই গ্রহে পাঠালেন এবং সেই গ্রহের পরিস্থিতি বিবেচনার জন্য একটি ভূস্থির উপগ্রহ পাঠালেন। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং ঘনত্ব $5.5 \times 10^3 \text{ kgm}^{-3}$)

(নিরসিংদী বিজ্ঞান কলেজ, নিরসিংদী)

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কি? ১

খ. সূর্যের কাছে আসলে গ্রহগুলো দূত চলে কেন? ২

গ. ক্যান্টেন শাহরিয়ার উক্ত গ্রহ হতে ফিরতে চাইলে ন্যূনতম কত বেগে তাকে মহাকাশযান চালাতে হবে। ৩

ঘ. উক্ত গ্রহের পৃষ্ঠ হতে 1000 km ও 1500 km উচ্চতায় উপগ্রহটির বেগ এক হবে না— গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক ভরের কোনো বস্তুকে অসীম দূরত্ব হতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ গ্রহ সম্পর্কিত কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, গ্রহ তার উপবৃত্তাকার কক্ষপথে আবর্তনকালে সূর্য ও গ্রহের সংযোজক সরল রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে। এ কারণেই সূর্যের কাছাকাছি এলে গ্রহের বেগ বেড়ে যায়।

গ ক্যান্টেন শাহরিয়ার উক্ত গ্রহ থেকে ফিরতে চাইলে তাকে ঐ গ্রহের মুক্তিবৈগ অপেক্ষা বেশি বেগে রওনা দিতে হবে।

উক্ত গ্রহের অভিকর্ষজ ত্বরণ,

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2} [\because M = V\rho] = \frac{4}{3} \rho G \pi R = \frac{4}{3} 4\rho_c G \pi \frac{R_c}{2} = \frac{8}{3} \rho_c G \pi R_c = \frac{8}{3} \times (5.5 \times 10^3) \times 6.673 \times 10^{-11} \times 3.1416 \times 6.4 \times 10^6 = 19.678 \text{ m/s}^2$$

$$\therefore \text{মুক্তিবৈগ, } v = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 19.678 \times \frac{6.4 \times 10^6}{2}} = 11247 \text{ m/s} = 11.247 \text{ km/s (Ans.)}$$

ঘ 1000 km উচ্চতায় বেগ,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R+h}} = \sqrt{\frac{G \frac{4}{3} \pi \frac{R_c^3}{8} 4\rho_c}{\left(\frac{R_c}{2} + h\right)}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \pi G \rho_c R_c^3}{\frac{R_c}{2} + h}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \times \pi \times 6.673 \times 10^{-11} \times 5.5 \times 10^3 \times (6.4 \times 10^6)^3}{\frac{6.4 \times 10^6}{2} + 1000 \times 10^3}} = 6.924 \text{ km/s (Ans.)}$$

অনুরূপভাবে, 1500 km উচ্চতায় বেগ,

$$v' = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \pi G \rho_c R_c^3}{\frac{R_c}{2} + h}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \times \pi \times 6.673 \times 10^{-11} \times 5.5 \times 10^3 \times (6.4 \times 10^6)^3}{\frac{6.4 \times 10^6}{2} + 1.5 \times 10^6}} = 6.55 \text{ km/s} < v$$

অতএব, পৃষ্ঠ হতে 1000 km ও 1500 km উচ্চতায় উপগ্রহটির বেগ সমান হবে না।

উক্ত গ্রহের ব্যাসার্ধ,

$$R = \frac{1}{2} \times \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ} = \frac{R_c}{2}$$

ঘনত্ব, $\rho = 4 \times \text{পৃথিবীর ঘনত্ব} = 4\rho_c$

পৃথিবীতে, $g_c = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

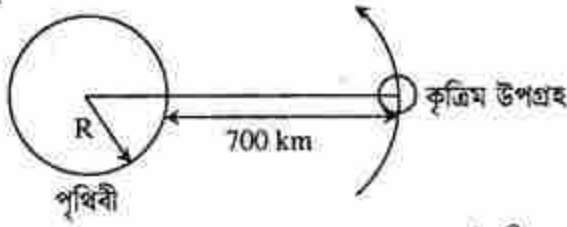
পৃথিবীর ঘনত্ব, $\rho_c = 5.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_c = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

দেওয়া আছে,

উক্ত গ্রহের ব্যাসার্ধ, $R = \frac{R_c}{2}$

ঘনত্ব, $\rho = 4\rho_c$



[মহাপ্রসারি কলেজ]

উপরের চিত্রে প্রদর্শিত M দ্বারা পৃথিবীর ভর এবং R দ্বারা পৃথিবীর ব্যাসার্ধ নির্দেশ করা হয়েছে। ($M = 6 \times 10^{24}$ kg, $R = 6.4 \times 10^6$ m)

- ভেক্টর বিভাজন কী? ১
- সমদ্রতলে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে কী? ব্যাখ্যা কর। ২
- কৃত্রিম উপগ্রহটির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ নির্ণয় কর। ৩
- কৃত্রিম উপগ্রহটির মহাশূন্যে মিলিয়ে যাওয়ার সম্ভাবনা আছে কী? গাণিতিক বিশ্লেষণ থেকে সিদ্ধান্ত দাও। ৪

৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর

১৭ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬৪ সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবী ও মঙ্গল গ্রহের কক্ষপথের গড় ব্যাসার্ধে অনুপাত ৩ : ৪ পৃথিবীতে ৩৬৫ দিনে এক বছর। মঙ্গল গ্রহের ভর পৃথিবীর ভরের ০.১১ গুণ এবং ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের ০.৫৩২ গুণ।

[উত্তরা হাই স্কুল এন্ড কলেজ]

- ভূস্থির উপগ্রহ কী? ১
- ডট গুণন ব্যাখ্যা করো। ২
- উদ্দীপক অনুসারে মঙ্গল গ্রহে কত দিনে এক বছর নির্ণয় করো। ৩
- উদ্দীপক অনুসারে কোন গ্রহে মুক্তি বেগ বেশি হবে গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ করো। ৪

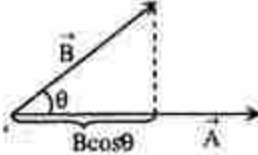
৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর অক্ষীয় আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে ২৪ ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবীর থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ দুটি ভেক্টরের গুণফল যদি একটি স্কেলার রাশি হয় তবে ঐ গুণনকে স্কেলার গুণন বা ডট গুণন বলে।

ধরি, \vec{A} ও \vec{B} দুটি ভেক্টর রাশির মধ্যবর্তী কোণ θ ।

সুতরাং এদের স্কেলার গুণফল হবে,



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$= AB \cos \theta$$

$$= |\vec{A}| \text{ এর মান} \times \vec{B} \text{ এর অনুভূমিক উপাংশ এর মান।}$$

$$\text{আবার, } \vec{A} \cdot \vec{B} = BA \cos \theta$$

$$= |\vec{B}| \text{ এর মান} \times \vec{A} \text{ এর অনুভূমিক উপাংশের মান।}$$

গ মঙ্গল গ্রহের পর্যায়কাল T_M হলে, T_M দিনে এতে এক বছর হবে।

$$\therefore \left(\frac{T_M}{T_E}\right)^2 = \frac{R_M^3}{R_E^3}$$

$$\text{বা, } T_M = \left(\frac{R_E}{R_M}\right)^{\frac{3}{2}} \times T_E$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \times 365$$

$$= 561.95 = 562 \text{ days.}$$

উদ্দীপক অনুসারে, মঙ্গল গ্রহে ৫৬২ দিনে এক বছর হবে (Ans.)

ঘ মঙ্গলগ্রহে মুক্তিবেগ, v_M ও পৃথিবীতে মুক্তিবেগ, v_E হলে,

$$\begin{aligned} \frac{v_M}{v_E} &= \frac{\sqrt{2 \frac{GM_M}{R_M}}}{\sqrt{2 \frac{GM_E}{R_E}}} \\ &= \sqrt{\frac{M_M}{M_E} \cdot \frac{R_E}{R_M}} \\ &= \sqrt{0.11 \times \frac{1}{0.532}} \\ &= 0.45 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{v_M}{v_E} < 1$$

$$\text{বা, } v_M < v_E$$

অর্থাৎ পৃথিবীর মুক্তিবেগ মঙ্গল গ্রহের মুক্তিবেগ অপেক্ষা বেশি।

প্রশ্ন ৬৫ পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে ২৪ ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করে। এই ঘূর্ণন গতির জন্য অভিকর্ষীয় ত্বরণ সর্বত্র সমান নয়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ৬৪০০ km এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9.8 ms^{-2} ।

[মানি ভবানি মহিলা কলেজ, নাটোর]

- কেন্দ্রমুখী বলের সংজ্ঞা দাও। ১
- বিষুবীয় অঞ্চলের বস্তুর ওজন হ্রাস পাওয়ার কারণ ব্যাখ্যা করো। ২
- পৃথিবীর 45° অক্ষাংশের অবস্থিত অঞ্চলের অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
- বিষুব অঞ্চলে অবস্থিত কোন বস্তুর অভিকর্ষীয় ত্বরণ শূন্য হতে হলে পৃথিবীর কৌণিক বেগের কিরূপ পরিবর্তন করতে হবে বিশ্লেষণ করো। ৪

৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যখন কোনো বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে যে নিট বল ক্রিয়া করে বস্তুটিকে বৃত্তাকার পথে গতিশীল রাখে তাকে কেন্দ্রমুখী বল বলে।

খ আমরা জানি, ওজন হচ্ছে বস্তুর ভর ও অভিকর্ষজ ত্বরণের গুণফল। সুতরাং যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম সেখানে বস্তুর ওজনও কম। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে বিষুবীয় অঞ্চলের দূরত্ব বেশি হওয়া এবং পৃথিবীর ঘূর্ণনের ফলে বিষুবীয় অঞ্চলে কেন্দ্রবিমুখী বল সর্বাধিক হওয়ার কারণে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কম হয়। তাই অন্য অঞ্চল থেকে কোনো বস্তুকে বিষুবীয় অঞ্চলে আনলে ওজন হ্রাস পায়।

গ ২০(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

ঘ ২০(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ৬৬ একটি মহাজাগতিক বস্তুর ব্যাসার্ধ ও ভর যথাক্রমে 3.2×10^6 m এবং 4×10^{24} kg। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ । একটি ধুমকেতুর আঘাতে মহাজাগতিক বস্তুটি আটটি সমান খণ্ডে বিভক্ত হল।

[মনিপুর উচ্চ বিদ্যালয় অ্যান্ড কলেজ]

- ক. পরিমাপের লঘন ত্রুটি কাকে বলে? ১
- খ. অবস্থান ভেক্টর একটি সীমাবদ্ধ-ভেক্টর ব্যাখ্যা করো। ২
- গ. মহাজাগতিক বস্তুর পৃষ্ঠে মধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ নির্ণয় করো। ৩
- ঘ. প্রতিটি খণ্ডের মুক্তিবেগ মূল বস্তুটির মুক্তিবেগের এক অষ্টমাংশ হবে কিনা যাচাই করো। ৪

৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর

৫ নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তর দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন ▶ ৬৭ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.37 \times 10^6 \text{ m}$, ভর $5.9 \times 10^{24} \text{ kg}$ । পৃথিবীর পৃষ্ঠ থেকে 8000 km উপরে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে।

[বিরিলাল মন্ডল স্কুল এন্ড কলেজ]

- ক. মুক্তিবৈগ কাকে বলে? ১
- খ. মহাকর্ষ বল পরিবর্তন বল কেন? ২
- গ. কৃত্রিম উপগ্রহের উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? ৩
- ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটিকে ভূ-স্থির উপগ্রহ হিসাবে বিবেচনা করা যাবে কী? উত্তরের পক্ষে তোমার যুক্তি দাও। ৪

৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবৈগ বলে।

খ মহাকর্ষ বল হলো দুটি বস্তুর ভরের কারণে তাদের মধ্যে প্রযুক্ত বল। যা তাদের ভারকেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যাস্তানুপাতিক। অর্থাৎ একটি বস্তুর উপর অন্য একটি বস্তুর মহাকর্ষ বলের মান তাদের দূরত্ব পরিবর্তন হওয়ার সাথে সাথে পরিবর্তিত হয়। তাই মহাকর্ষ বল একটি পরিবর্তনশীল বল।

গ ৮(গ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : 1.9066 ms^{-2}

ঘ ৭(ঘ) নং সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরের অনুরূপ।

উত্তর : 4.8 hr ভূ-স্থির উপগ্রহ নয়।

প্রশ্ন ▶ ৬৮ উদ্দীপকটি পড় এবং প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ভূ-পৃষ্ঠ থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় অনুভূমিকভাবে একটি উড্ডোজাহাজ চলছিল। হঠাৎ উড্ডোজাহাজের উচ্চতামাপক যন্ত্রটি নষ্ট হওয়ায় পাইলট বিকল্পভাবে উচ্চতা নির্ণয়ের জন্য স্থিৎ নিক্তির সাহায্যে 1 kg ভরের একটি বাটখারা মেপে দেখলেন যে ওজন 9.78 N হয়।

[পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $= 9.8 \text{ ms}^{-2}$]

[সরকারি আজিজুল হক কলেজ বগুড়া]

- ক. ভূ-স্থির কৃত্রিম উপগ্রহ কাকে বলে? ১
- খ. পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তি বেগের মান ভিন্ন হয় কেন? ২
- গ. উড্ডোজাহাজটি কত উচ্চতায় চলছিল? ৩
- ঘ. উড্ডোজাহাজ কত বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা নিজেদেরকে ওজনহীন অনুভব করবে? গাণিতিকভাবে উপস্থাপন করো। ৪

৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি পৃথিবীর আবর্তনের সাথে মিলিয়ে একই কৌণিক গতিতে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ গতিশীল হয়, তবে তা পৃথিবীকে ২৪ ঘন্টায় একবার প্রদক্ষিণ করবে কিন্তু পৃথিবী থেকে একজন পর্যবেক্ষকের কাছে স্থির মনে হবে। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূস্থির উপগ্রহ বলে।

খ পৃথিবী ও চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের ভিন্নতার কারণে পৃথিবী ও চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগের মান ভিন্ন। আমরা জানি, চন্দ্র পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের $\frac{1}{6}$ গুণ। আবার

চন্দ্রের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের $\frac{1}{4}$ গুণ।

∴ পৃথিবী পৃষ্ঠে মুক্তি বেগ, $v_e = \sqrt{2gR}$

∴ চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তি বেগ $v_{m'} = \sqrt{2 \times \frac{1}{6} \times \frac{R}{4}}$

$$\Rightarrow v_{m'} = \sqrt{\frac{2gR}{24}}$$

$$\Rightarrow v_{m'} = \frac{1}{\sqrt{24}} \times v_e$$

এ কারণে পৃথিবী ও চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগের মান ভিন্ন।

গ এখানে, উড্ডোজাহাজে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = 9.78 \text{ ms}^{-2}$

পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

উড্ডোজাহাজের উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠ থেকে ক্ষুদ্র উচ্চতর কোন স্থানে

$$g' = \left(1 - \frac{2h}{R}\right) g$$

$$\text{বা, } \frac{g'}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$$

$$\text{বা, } h = \frac{R}{2} \left(1 - \frac{g'}{g}\right)$$

$$= \frac{R}{2} \left(1 - \frac{g'}{g}\right)$$

$$= \frac{6.4 \times 10^6}{2} \left(1 - \frac{9.78}{9.8}\right)$$

$$= 6530.6 \text{ m (Ans.)}$$

ঘ এখানে, $h = 6530.6 \text{ m}$ [‘গ’ থেকে প্রাপ্ত]

ওজনশূন্য হওয়ার জন্য উড্ডোজাহাজের কেন্দ্রমুখী বল এবং উড্ডোজাহাজের উপর মহাকর্ষ বল সমান হতে হবে।

$$\therefore \frac{mv^2}{R+h} = \frac{GMm}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$\text{বা, } v = \sqrt{\frac{6.7 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6 + 6530.6)}}$$

$$\therefore v = 7921.4 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং উড্ডোজাহাজটি 7921.4 ms^{-1} বেগে গতিশীল হলে যাত্রীরা নিজেদেরকে ওজনহীন অনুভব করবে।

পদার্থবিজ্ঞান

ষষ্ঠ অধ্যায় : মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

২০০. পড়ন্ত বস্তুর কয়টি সূত্র রয়েছে? (জ্ঞান)

- (ক) ২ (খ) ৩
(গ) ৪ (ঘ) ৫

২০১. মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর 1s, 2s ও 3s এ অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত— (প্রয়োগ)

- (ক) 1:2:3 (খ) 1:4:9
(গ) 1:3:9 (ঘ) 1:3:5

২০২. পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব এই সময়ের কীভাবে? (জ্ঞান)

- (ক) সমানুপাতিক (খ) ব্যাস্তানুপাতিক
(গ) বর্গের সমানুপাতিক
(ঘ) বর্গের ব্যাস্তানুপাতিক

২০৩. পড়ন্ত বস্তুর সময় দ্বিগুণ করলে বেগ কত হবে? (জ্ঞান)

- (ক) চারগুণ (খ) পাঁচ গুণ
(গ) দ্বিগুণ (ঘ) ছয় গুণ

২০৪. স্থির অবস্থান থেকে একটি বস্তু 1 সেকেন্ড h দূরত্ব অতিক্রম করল, 3 সেকেন্ডে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব কত? (উচ্চতর দক্ষতা)

- (ক) 8h (খ) 6h
(গ) 9h (ঘ) 3h

২০৫. গ্রহগুলির গতিপথ উপবৃত্তাকার এই সূত্রটি কোন বিজ্ঞানীর? (জ্ঞান)

- (ক) টলেমী (খ) কেপলার
(গ) পীথাগোরাস (ঘ) গ্যালিলিও

২০৬. 'যেকোনো গ্রহ এবং সূর্যের সাথে সংযোগকারী রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে'—এটি কোন সূত্র নামে পরিচিত? (জ্ঞান)

- (ক) কেপলারের প্রথম সূত্র
(খ) কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র
(গ) কেপলারের তৃতীয় সূত্র
(ঘ) কেপলারের চতুর্থ সূত্র

২০৭. কেপলারের প্রথম সূত্রের অপর নাম কী? (জ্ঞান)

- (ক) কক্ষের সূত্র (খ) ক্ষেত্রফলের সূত্র
(গ) পর্যায়কালের সূত্র (ঘ) নাভির সূত্র

২০৮. সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব r এবং গ্রহের পর্যায়কাল T হলে কোনটি সঠিক?

- (ক) $T \propto r^2$ (খ) $T^3 \propto r^3$
(গ) $T^2 \propto \frac{1}{r}$ (ঘ) $T^2 \propto r^3$

২০৯. একটি নক্ষত্রের চারদিকে দুটি গ্রহ A ও B প্রদক্ষিণরত। এদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 2:3; A গ্রহের আবর্তনকাল $4 \times 10^8 \text{ sec}$ হলে B গ্রহের আবর্তনকাল কত? (প্রয়োগ)

- (ক) $6.35 \times 10^8 \text{ sec}$ (খ) $7.35 \times 10^8 \text{ sec}$
(গ) $8.35 \times 10^8 \text{ sec}$ (ঘ) $9.35 \times 10^8 \text{ sec}$

২১০. মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা কোনটি? (জ্ঞান) /সরকারি
কে.সি. কলেজ, বিনাইদহ/

- (ক) $L^3 M^{-1} T^{-2}$ (খ) $ML^2 T^{-2}$
(গ) $M^3 L^{-2} T^{-2}$ (ঘ) $ML^3 T^{-1}$

২১১. একজন লোক একটি মোটর গাড়িতে বসে আছে। তার ভর 70 kg. মোটর গাড়িটি 4 ms^{-2} ত্বরণসহ চলছে। লোকটির ওপর অভিকর্ষ বল কত? (প্রয়োগ) /হানি ক্রস কলেজ, ঢাকা/

- (ক) 886 N (খ) 686 N
(গ) 70 N (ঘ) শূন্য

২১২. 10 kg ভরের দুটি বল রাখলে তাদের মধ্যে অভিকর্ষ বলের মান কত? (প্রয়োগ)

- (ক) $6.67 \times 10^{-7} \text{ N}$ (খ) $6.67 \times 10^{-10} \text{ N}$
(গ) $6.67 \times 10^{-9} \text{ N}$ (ঘ) $6.67 \times 10^{-5} \text{ N}$

২১৩. 300 kg ও 200 kg ভরের দুটি বস্তু 1.5m দূরে অবস্থিত।

$G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$ হলে এদের মধ্যকার আকর্ষণ বলের মান কত? (প্রয়োগ)

- (ক) $17.79 \times 10^{-4} \text{ N}$ (খ) $17.79 \times 10^{-5} \text{ N}$
(গ) $17.79 \times 10^{-6} \text{ N}$ (ঘ) $17.79 \times 10^{-7} \text{ N}$

২১৪. ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষ ত্বরণের সমীকরণ কোনটি? (জ্ঞান)

- (ক) $g = \frac{GM}{R}$ (খ) $g = \frac{GM}{R^2}$
(গ) $g = \frac{GM}{d^2}$ (ঘ) $g = \frac{GM}{d}$

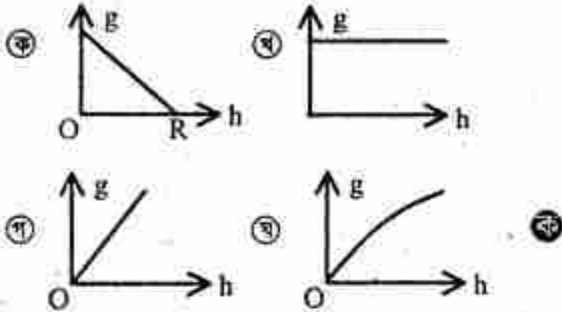
২১৫. যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ অর্ধেক করা হয় তাহলে এক বছরে কত দিন হবে? ঢাকা রেসিডেন্সিয়াল
মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা/

- (ক) 129 (খ) 182
(গ) 365 (ঘ) 730

২১৬. E মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের কোনো বিন্দুতে m ভরের বস্তু রাখলে তার ওপর কী পরিমাণ বল ক্রিয়া করবে? (অনুধাবন)

- (ক) $\frac{E}{m}$ (খ) Em
(গ) Em^2 (ঘ) $\frac{E}{m^2}$

২১৭. অভিকর্ষজ ত্বরণ g বনাম পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে গভীরতা h এর লেখচিত্র কোনটি?



২১৮. ভূপৃষ্ঠ হতে 400 km অভ্যন্তরে ও ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের অনুপাত বের কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 6400 km (প্রয়োগ)

- (ক) 16 : 19 (খ) 15 : 16
(গ) 3 : 5 (ঘ) 5 : 7

২১৯. ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g_h ও ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর অনুপাত, $\frac{g_h}{g}$ কত? (প্রয়োগ)

- (ক) $1 - \frac{h}{R}$ (খ) $1 - \frac{2h}{R}$
(গ) $1 + \frac{2h}{R}$ (ঘ) $1 + \frac{h}{R}$

২২০. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হ্রাস পেলে g এর মান—(জ্ঞান)

- (ক) হ্রাস পাবে (খ) বৃদ্ধি পাবে
(গ) অপরিবর্তিত থাকবে (ঘ) শূন্য হবে

২২১. পৃথিবীর মুক্তিবেগ কত? (জ্ঞান)

- (ক) 11.2 kms^{-1} (খ) 11.4 kms^{-1}
(গ) 11.6 kms^{-1} (ঘ) 11.8 kms^{-1}

২২২. ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে সেখানে মুক্তিবেগের মান কত? (জ্ঞান)

- (ক) \sqrt{gR} (খ) $\sqrt{2gR}$
(গ) $g\sqrt{R}$ (ঘ) $R\sqrt{g}$

২২৩. বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27} \text{ kg}$ এবং $7 \times 10^7 \text{ m}$ হলে এর মুক্তিবেগে কত? (প্রয়োগ)

- (ক) $6.02 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$ (খ) $6.02 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$
(গ) $6.02 \times 10^5 \text{ ms}^{-1}$ (ঘ) $6.02 \times 10^6 \text{ ms}^{-1}$

২২৪. গ্রহগতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র মতে—

- i. সূর্যকে একটি ফোকাসে রেখে প্রত্যেক গ্রহ উপবৃত্তাকার পথে পরিমাণ করে
ii. গ্রহ এবং সূর্যের সংযোজক সরলরেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে

iii. সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের বর্গের সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২৫. পড়ন্ত বস্তুর ওয় সূত্রের ক্ষেত্রে—(অনুধাবন)

- i. অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের সমানুপাতিক
ii. অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক
iii. $\frac{h}{t}$ ধ্রুবক

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২৬. দুটি বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষ বল ক্রিয়াকালীন সময়ে এদের ভর পরিবর্তিত হলে—(অনুধাবন)

- i. এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব পরিবর্তিত হবে
ii. এদের মধ্যকার মহাকর্ষ বল পরিবর্তিত হবে
iii. G ধ্রুব থাকবে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২৭. $g = \frac{GM}{R^2}$ সমীকরণ ব্যবহারে R এর মান

সবচেয়ে বেশি—(অনুধাবন)

- i. বিষুবরেখা বরাবর
ii. 0° অক্ষাংশে
iii. ভূপৃষ্ঠের যে স্থানে ঘূর্ণনগতির রৈখিক দ্রুতি সর্বাপেক্ষা বেশি

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২৮. কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে—(অনুধাবন)

- i. সর্বত্র এর প্রভাব সমান থাকে
ii. বিভিন্ন বিন্দুতে এর প্রভাব বিভিন্ন হয়
iii. নিকটবর্তী বিন্দুতে প্রাবল্যের মান বেশি হয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২২৯. পৃথিবীর আঙ্গিক গতির কারণে ভূপৃষ্ঠস্থ বস্তুর—(উচ্চতর দক্ষতা)

- পৃথিবীর কেন্দ্র বরাবর কেন্দ্রমুখী বলের যোগান দিতে হয়
- এর ওজন হ্রাস পায়
- অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর মান হ্রাস পায়

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩০. বিদ্যুৎবাহক হতে ক্রমাগত মেরু অঞ্চলের দিকে অগ্রসর হলে—(অনুধাবন)

- পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R -এর মান কমে থাকবে
- অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর মান বাড়তে থাকবে
- মেরুতে এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩১. কোনো গ্রহ পৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে মুক্তিবর্গের মান নির্ভর করবে না —(অনুধাবন)

- বস্তুর ভরের ওপর
- গ্রহের ব্যাসার্ধের ওপর
- নিষ্ক্ষেপণ কোণের ওপর

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩২. কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তিবর্গ অপেক্ষা বেশি হলে বস্তুটি—(উচ্চতর দক্ষতা)

- পর্যাবৃত্ত পথে পৃথিবীপৃষ্ঠ ছেড়ে যায়
- চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হয়
- পৃথিবীতে আর ফিরে আসে না

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩৩. পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করার সময় কৃত্রিম উপগ্রহ—(উচ্চতর দক্ষতা)

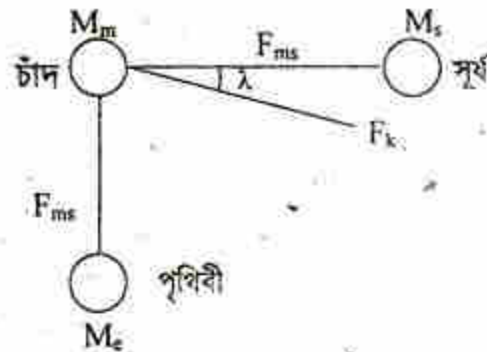
- কেন্দ্রবিমুখী বল অনুভব করে
- প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল পৃথিবীর আকর্ষণ থেকে জোগাড় করে
- শূন্যমানের লম্বি বল অনুভব করে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উদীপকটি পড়ে ২৩৪ - ২৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

7.36×10^{22} ভরের চাঁদ থেকে 5.98×10^{24} kg ভরের আমাদের এ পৃথিবী ও 1.99×10^{30} kg ভরের সূর্যের দূরত্ব যথাক্রমে 3.85×10^5 km ও 1.50×10^8 km. পৃথিবী ও সূর্য চাঁদের সাথে সমকোণে অবস্থিত।



২৩৪. পৃথিবী কর্তৃক চাঁদের ওপর প্রযুক্ত বল কত হবে? (প্রয়োগ)

- (ক) 1.98×10^{10} N (খ) 1.98×10^{20} N
(গ) 2.98×10^{10} N (ঘ) 2.98×10^{20} N

২৩৫. মোট প্রযুক্ত বলের মান—(প্রয়োগ)

- (ক) 4.34×10^{20} N (খ) 4.77×10^{24} N
(গ) 6.77×10^{20} N (ঘ) 6.77×10^{24} N

২৩৬. পৃথিবী কর্তৃক চাঁদের ওপর প্রযুক্ত বল ও সূর্য কর্তৃক চাঁদের ওপর প্রযুক্ত বলের অনুপাত (প্রয়োগ),

- (ক) $2.98 : 1.34$ (খ) $4.34 : 1.98$
(গ) $1.98 : 4.34$ (ঘ) $2.34 : 2.98$

উদীপকটি পড়ে ২৩৭ - ২৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:
একজন বিজ্ঞানী মুক্তিবর্গ নিয়ে চিন্তাভাবনা করছিলেন। তার কাছে উপাত্ত আছে, কোনো গ্রহের ভর 4×10^{24} kg এবং ব্যাসার্ধ 6×10^6 m।

২৩৭. ঐ গ্রহে মুক্তিবর্গের মান কত? (প্রয়োগ)

- (ক) 5.67 kms^{-1} (খ) 6.67 kms^{-1}
(গ) 7.67 kms^{-1} (ঘ) 8.67 kms^{-1}

২৩৮. কোনো বস্তুকে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ হতে $4.717 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$ বেগে উৎক্ষেপণ করা হলে বস্তুটি—(উচ্চতর দক্ষতা)

- বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে
- চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে
- পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র অতিক্রম করে বাইরে চলে যাবে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৩৯. ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে নিম্নের কোন বেগে উৎক্ষেপণ করলে তা পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করতে থাকবে? (প্রয়োগ)

- (ক) 4.67 kms^{-1} (খ) 5.67 kms^{-1}
(গ) 6.67 kms^{-1} (ঘ) 7.67 kms^{-1}