

অধ্যায় - ৭

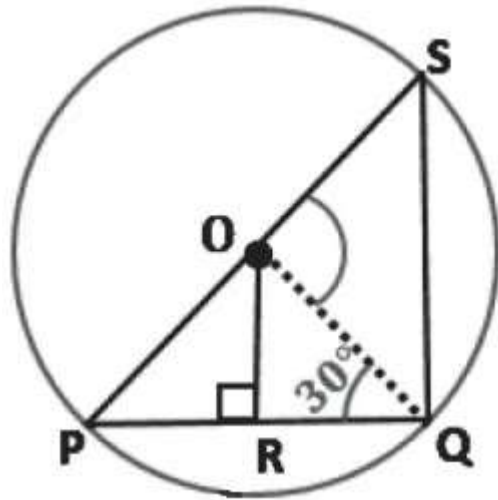
বৃত্তের খুঁটিনাটি - Class 8 Math BD 2024 – ৭ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১ - ৫ পর্যন্ত)

বৃত্তের খুঁটিনাটি

বৃত্তের খুঁটিনাটি যেমন বৃত্তের ব্যাসার্ধ, বৃত্তের জ্যা, স্পর্শক, বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল, পরিধি, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য ইত্যাদি বিষয়ের গাণিতিক প্রশ্নের উত্তর প্রদান করেছি এই অনুশীলনীতে। এখানে মোট ৫টি প্রশ্ন আছে, অধ্যায় ৭ (৮ম শ্রেণি); অধ্যায়ের নাম বৃত্তের খুঁটিনাটি। তাহলে চলো-শুরু করি।

৭ম অধ্যায় (৮ম শ্রেণি)

১। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে জ্যা $PQ = x$ cm এবং $OR \perp PQ$ ।



ক) $\angle QOS$ এর পরিমাণ কত?

সমাধানঃ

ΔPOQ -এ,

$PO = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

$\therefore \angle QPO = \angle PQO = 30^\circ$ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

এখন,

$\angle QPO + \angle PQO + \angle POQ = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°]

বা, $30^\circ + 30^\circ + \angle POQ = 180^\circ$

বা, $\angle POQ = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ$

বা, $\angle POQ = 120^\circ$ (i)

আবার,

$\angle POS = 180^\circ$ [\because 1 সরলকোণ $= 180^\circ$]

বা, $\angle QOS + \angle POQ = 180^\circ$

বা, $\angle QOS = 180^\circ - \angle POQ$

বা, $\angle QOS = 180^\circ - 120^\circ$ [(i) নং হতে মান বসিয়ে]

বা, $\angle QOS = 60^\circ$

খ) $OR = (\frac{x}{2} - 2)$ cm হলে, x এর মান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$OR = (\frac{x}{2} - 2)$ cm;

$PQ = x$ cm;

এখন,

ΔPOR ও ΔQOR -এ,

OR সাধারণ বাহু;

$PO = QO$ [\because একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ];

$\angle ORP = \angle ORQ = 90^\circ$ [$\because OR \perp PQ$];

$\therefore \Delta POR \cong \Delta QOR$

$\therefore PR = QR$

বা, $PR = \frac{1}{2}PQ = \frac{1}{2}x \dots\dots\dots(i)$

আবার,

ΔPOR -এ,

$\angle ORP = 90^\circ$ [$\because OR \perp PQ$];

$\angle RPO = 30^\circ$ [$\because PQ = OR$]

$\therefore \angle POR = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle POR = 2\angle RPO$

বা, $PR = 2OR = 2(\frac{x}{2} - 2) \dots\dots\dots(ii)$

এখন, (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\frac{1}{2}x = 2(\frac{x}{2} - 2)$$

বা, $\frac{1}{2}x = x - 4$

বা, $x = 2x - 8$

বা, $x - 2x = -8$

বা, $-x = -8$

বা, $x = 8$

If it is helpful for you,
donate us please

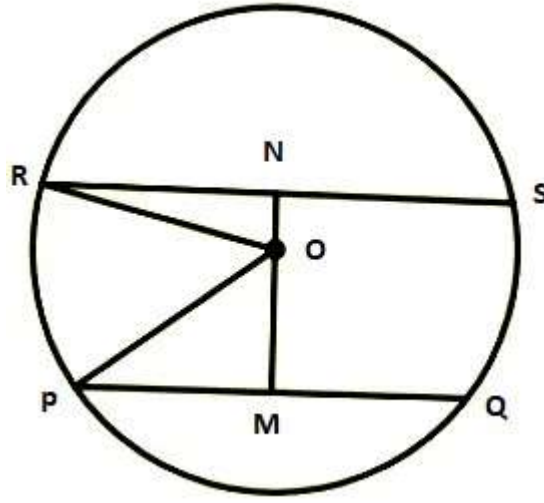
Bkash Personal

01916973743

২। 10 cm ও 24 cm দৈর্ঘ্যের PQ ও RS সমান্তরাল জ্যা দুইটি O কেন্দ্রীয় বৃত্তের কেন্দ্রের বিপরীত পাশে অবস্থিত। যদি PQ ও RS জ্যা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 17 cm হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQSR বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান্তরাল জ্যা যারা O এর দুই বিপরীত পাশে অবস্থিত এবং PQ = 10 cm ও RS = 24 cm. এবং PQ ও RS এর মধ্যবর্তী দূরত্ব 17 cm. বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।



অঙ্কনঃ

O,R; O,P যোগ করি এবং O থেকে PQ এর উপর OM লম্ব এবং RS এর উপর ON লম্ব আঁকি।

বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ঃ

$$PQ = 10 \text{ cm}$$

$$\therefore PM = \frac{10}{2} \text{ cm} = 5 \text{ cm} \text{ [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা কে সমদ্বিখন্ডিত করে]}$$

তাহলে, $\triangle OPM$ -এ,

$$OP^2 = PM^2 + OM^2$$

$$\text{বা, } OP^2 = 5^2 + OM^2 \dots\dots\dots(i)$$

আবার,

$$RS = 24 \text{ cm}$$

$$\therefore RN = 24/2 \text{ cm} = 12 \text{ cm};$$

ΔNRO -এ,

$$RO^2 = RN^2 + ON^2$$

$$\text{বা, } OP^2 = 12^2 + (MN-OM)^2 \dots\dots (ii) [\because RO=OP=\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ};]$$

এখন,

(i) ও (ii) হতে পাই,

$$5^2 + OM^2 = 12^2 + (MN-OM)^2$$

$$\text{বা, } 5^2 + OM^2 = 12^2 + (17-OM)^2$$

$$\text{বা, } 25 + OM^2 = 144 + 17^2 - 2 \cdot 17 \cdot OM + OM^2$$

$$\text{বা, } 25 + OM^2 = 144 + 289 - 34OM + OM^2$$

$$\text{বা, } 25 + OM^2 - 144 - 289 + 34OM - OM^2 = 0$$

$$\text{বা, } 34OM - 408 = 0$$

$$\text{বা, } 34OM = 408$$

$$\text{বা, } OM = 408/34 = 12 \text{ cm}$$

এখন, OM এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$OP^2 = 5^2 + 12^2$$

$$\text{বা, } OP^2 = 25 + 144$$

$$\text{বা, } OP^2 = 169$$

$$\text{বা, } OP = 13$$

If it is helpful for you,
donate us please

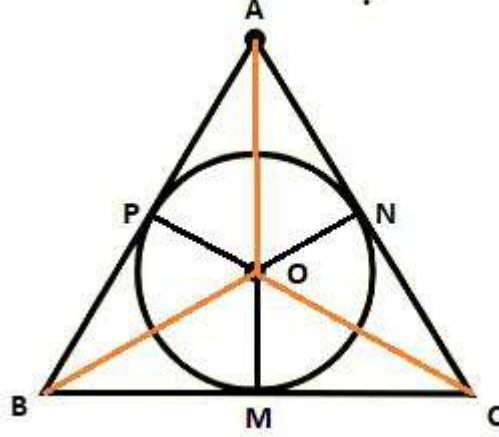
Bkash Personal

01916973743

বা, বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 13 cm.

৩। ধরো, তোমাদের একটি ত্রিভুজাকৃতি জমি আছে। জমিটির পরিসীমা 124 মিটার। ঐ জমির সবচেয়ে বেশি জায়গা জুড়ে সবজি চাষ করতে চাও। যদি সবজি চাষের জায়গার পরিধি 84 মিটার হয়, তবে জমিটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



ধরি, আমার একটি সবজি বাগান আছে যা নিম্নের চিত্রে ABC ত্রিভুজের ন্যায়। $AB+BC+CA = 124$ মিটার। ঐ জমির সবচেয়ে বেশি জায়গায় আমি সবজি করতে চাই, যার পরিধি 84 মিটার। এখন পরিধি বৃত্তক্ষেত্রের হয়ে থাকে অর্থাৎ বৃত্ত ক্ষেত্রটি এমন হবে যেন সেটি ত্রিভুজের সকল বাহুতে স্পর্শ করে ফলত সবজি চাষে বেশি জায়গা পাব। বৃত্তটি BC বাহুকে M; CA বাহুকে N; AB বাহুকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তের কেন্দ্র O; O,M; O,N; O,P যোগ করি।

এখন,

O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে, প্রশ্নমতে,

$$2\pi r = 84$$

$$\text{বা, } r = 84/2\pi$$

$$\text{বা, } r = 13.368984 [\because \pi=3.1416]$$

চিত্রনুসারে, $OM=ON=OP=r=13.368984$

এখন, আমরা জানি,

বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

$\because OM \perp BC; ON \perp AC; OP \perp AB$

তাহলে,

OM, OBC ত্রিভুজের উচ্চতা।

$\because \Delta OBC$ এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times BC \times OM$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times 13.368984$$

$$= 6.684492 \times BC$$

অনুরূপভাবে,

$$\Delta AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = 6.684492 \times AC$$

$$\Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} = 6.684492 \times AB$$

তাহলে,

ΔABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \Delta OBC \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \Delta AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল} + \Delta AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}$$

$$= 6.684492 \times BC + 6.684492 \times ON + 6.684492 \times OP$$

$$= 6.684492(BC + AC + AB)$$

$$= 6.684492 \times 124$$

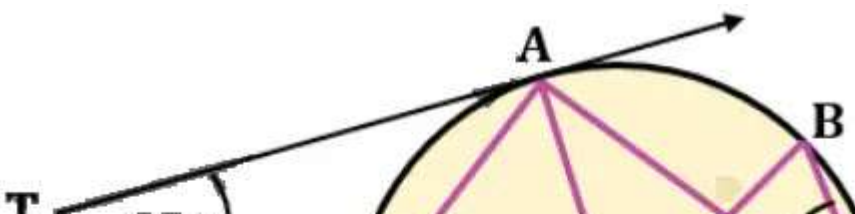
$$= 828.877008 \text{ বর্গ মিটার।}$$

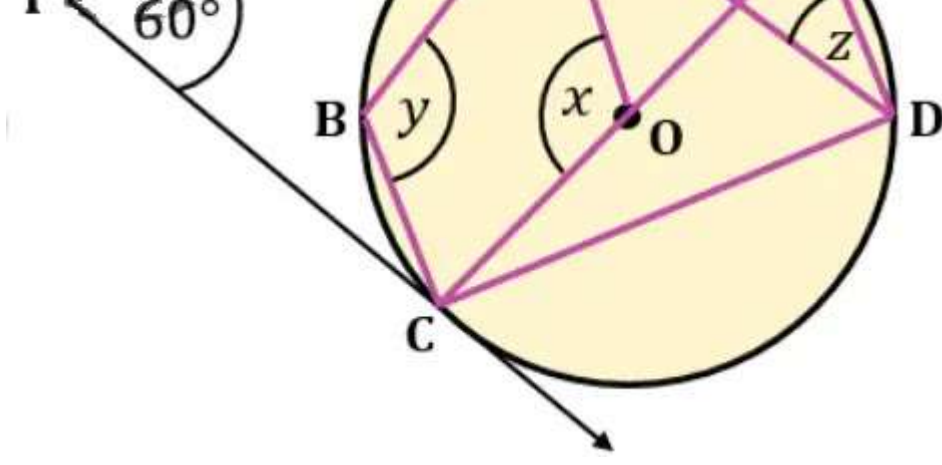
If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

৪। চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং TA ও TC দুইটি স্পর্শক। $\angle ATC = 60^\circ$ হলে, x, y ও z এর মান নির্ণয় করো।





সমাধানঃ

চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং TA ও TC দুইটি স্পর্শক;

∴ ATCO-এ,

$$\angle OAT = 90^\circ; \angle OCT = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAT + \angle OCT + \angle ATC + \angle COA = 360^\circ \text{ [চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি = 360^\circ]}$$

$$\text{বা, } 90^\circ + 90^\circ + 60^\circ + x = 360^\circ$$

$$\text{বা, } 240^\circ + x = 360^\circ$$

$$\text{বা, } x = 360^\circ - 240^\circ$$

$$\text{বা, } x = 120^\circ \dots\dots(i)$$

আবার,

$$x + \angle AOB = 180^\circ \text{ [এক সরলকোণ]}$$

$$\text{বা, } \angle AOB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

আবার,

$$\text{কেন্দ্রস্থ } \angle AOC = 2 \times \text{পরিধিস্থ } \angle ADC \text{ [বৃত্তে কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ]}$$

$$\text{বা, } 120^\circ = 2 \times \angle ADC \text{ [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \angle ADC = 120^\circ / 2 = 60^\circ \dots\dots(ii)$$

আবার,

কেন্দ্রস্থ $\angle COB = 2 \times$ পরিধিস্থ $\angle CDB$ [বৃত্তে কেন্দ্রস্থ কোণ পরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ]

$$\text{বা, } 180^\circ = 2 \times \angle CDB$$

$$\text{বা, } \angle CDB = 180^\circ / 2$$

$$\text{বা, } \angle CDB = 90^\circ$$

$$\text{বা, } \angle ADC + \angle ADB = 90^\circ$$

$$\text{বা, } 60^\circ + z = 90^\circ \text{ [(ii) নং থেকে মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } z = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \text{(iii)}$$

আবার,

$$360^\circ - x$$

$$= 360^\circ - 120^\circ$$

$$= 240^\circ \text{ যা } x \text{ কোণ এর বিপরীত দিকের কেন্দ্রস্থ কোণ}$$

$$= 2 \times \text{পরিধিস্থ } \angle ABC$$

$$= 2 \times y$$

$$\therefore 2y = 240^\circ$$

$$\text{বা, } y = 240^\circ / 2 = 120^\circ \text{(iv)}$$

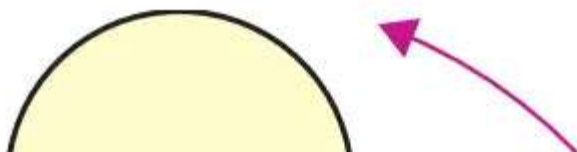
$$\text{অতএব, } x = 120^\circ; y = 120^\circ; z = 30^\circ$$

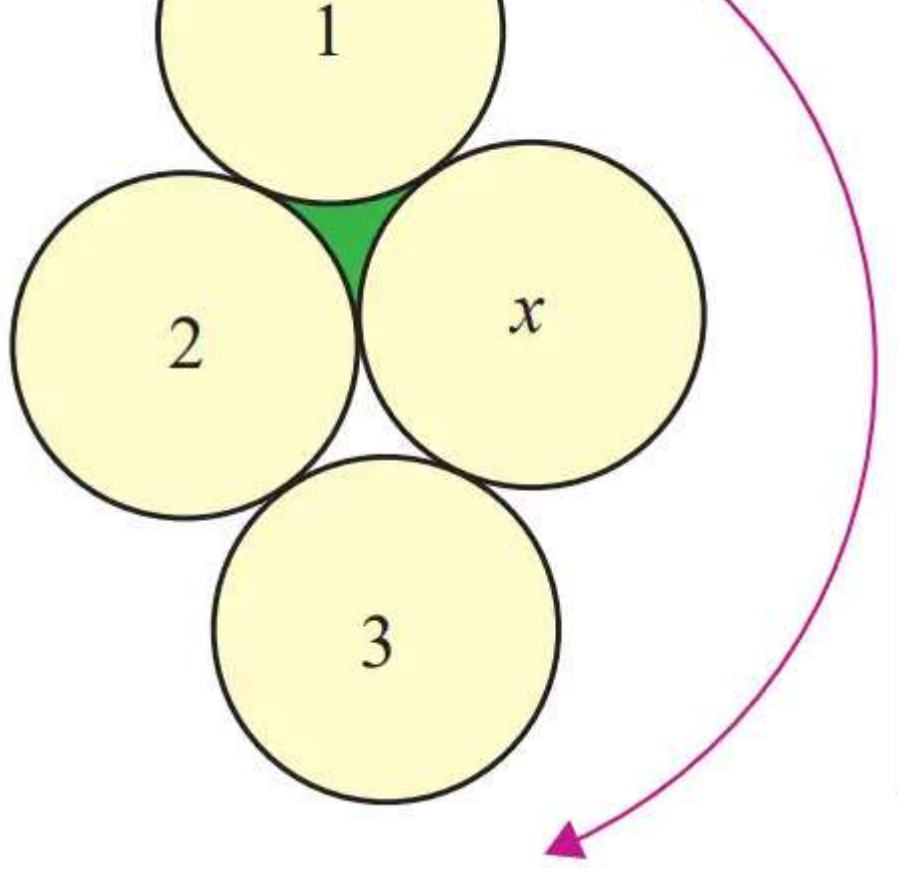
If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

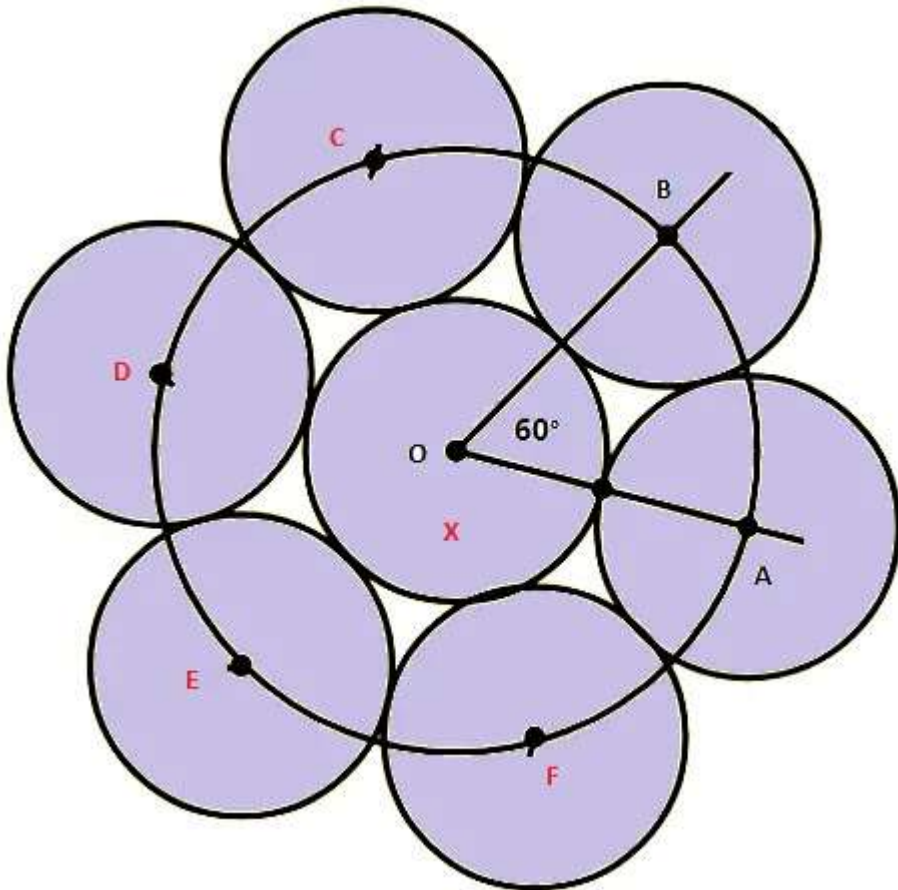
৫। একই আকারের (একই রকমের) কয়েকটি এক (১) টাকার কয়েন সংগ্রহ করো। কয়েনগুলোর যে কোনো একটিকে তোমার খাতার মাঝখানে রাখো। এবার এর চারপাশে পরস্পরকে স্পর্শ করে চিত্রের মতো কয়েনগুলো বসাও। অনেকটা ক্যারম বোর্ডে গুটি সাজানোর মতো।





ক) উপরের শর্ত মেনে 'x' চিহ্নিত কয়েনকে স্পর্শ করে চারপাশে সর্বোচ্চ কটি কয়েন বসানো যাবে? চিত্রটি সম্পূর্ণ করে তা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



ধরি, x কয়েনের ব্যাসার্ধ = a

এখন, x কয়েনের কেন্দ্রে $\angle BOA = 60^\circ$ আঁকি।

O কে কেন্দ্র করে 2a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত ABCDEF আঁকি যা অঙ্কিত কোণের দুই বাহুকে যথাক্রমে A ও B তে ছেদ করে।

এখন, ABCDEF এর পরিধি $= 2 \cdot \pi \cdot 2a = 4\pi a$

এবং, AB চাপের দৈর্ঘ্য $= \frac{60}{360} \times 4\pi a$

\therefore x কয়েনের চারপাশে সর্বোচ্চ কয়েন বসানো যাবে

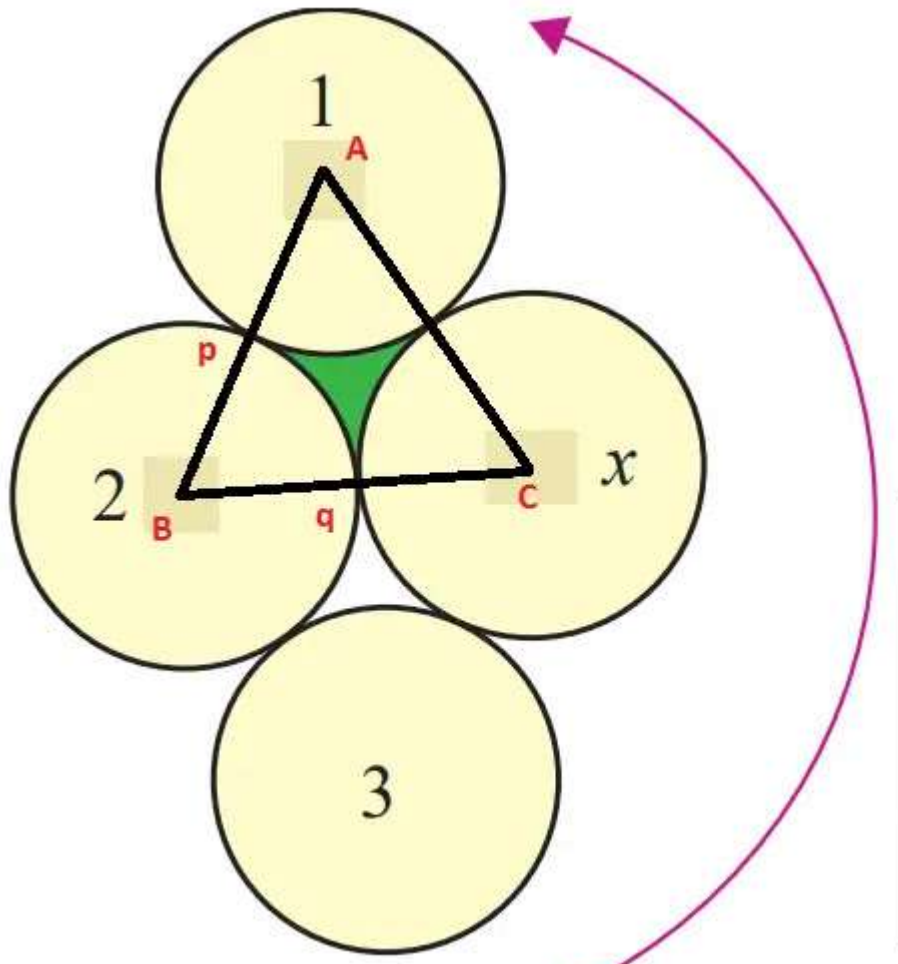
$$= 4\pi a \div \frac{60}{360} \times 4\pi a \text{ টি}$$

$$= 6 \text{ টি।}$$

উপরে চিত্রটি সম্পূর্ণ করা হলো এবং গণনা করে কয়েন সংখ্যা পেলাম 6 টি।

খ) চিত্রের '1', '2' ও 'x' চিহ্নিত বৃত্ত তিনটির কেন্দ্রগুলো যোগ করো। যে ত্রিভুজটি পেলে তার পরিসীমা 18 সেমি। চিত্রের সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



মনে করি,

কয়েন 1, 2 ও x এর কেন্দ্র যথাক্রমে A, B ও C. এবং প্রতিটি কয়েনের ব্যাসার্ধ = a.

তাহলে,

$$AB = a+a = 2a;$$

$$BC = a+a = 2a;$$

$$CA = a+a = 2a.$$

প্রশ্নমতে,

$$2a + 2a + 2a = 18$$

$$\text{বা, } 6a = 18$$

$$\text{বা, } a = 18/6 = 3 \text{ সেমি।}$$

$$\text{এবং, } AB = 2.3 = 6; BC = 2.3 = 6; CA = 2.3 = 6;$$

$$\text{অর্থাৎ, } AB=BC=CA = 6 \text{ সেমি।}$$

∴ ABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{3}/4 \cdot (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^2 \text{ বর্গ একক [সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্রমতে]}$$

$$= \sqrt{3}/4 \cdot 6^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 15.58845 \text{ বর্গ সেমি (প্রায়)}$$

আবার,

সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের পরিমাণ 60°.

এখন, 2 নং বৃত্তে PQ বৃত্তচাপ উৎপন্ন হয়েছে যার কেন্দ্রে কোণ 60°.

∴ বৃত্তকলাটির ক্ষেত্রফল

$$= \frac{60}{360} \times \pi r^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{60}{360} \times 3.1416 \times 3^2 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 4.7124 \text{ বর্গ সেমি।}$$

অনুরূপভাবে 1, 2, x কয়েনে উৎপন্ন বৃত্তকলাত্রয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি

$$= 4.7124 \text{ বর্গ সেমি} + 4.7124 \text{ বর্গ সেমি} + 4.7124 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 14.1372 \text{ বর্গ সেমি}$$

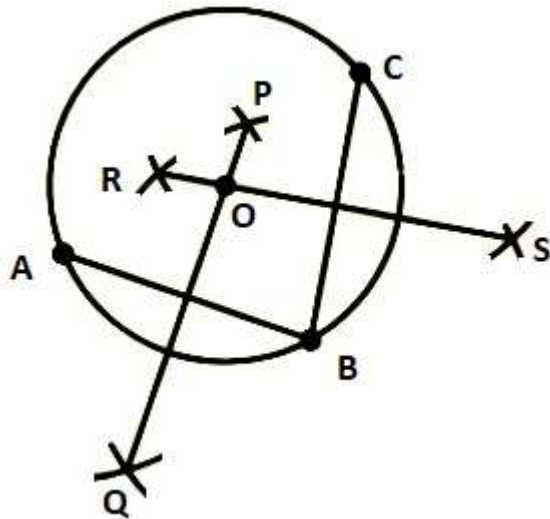
∴ বৃত্তকলা বাদে সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল

$$= 15.58845 \text{ বর্গ সেমি} - 14.1372 \text{ বর্গ সেমি}$$

$$= 1.45125 \text{ বর্গ সেমি.}$$

গ) খাতায় চিত্রের যে কোনো একটি কয়েন ছাপ দিয়ে বৃত্ত বানাও। তারপর বৃত্তটির কেন্দ্র নির্ণয় করো।

সমাধানঃ



খাতায় x কয়েনের ছাপ দিয়ে ABC বৃত্তটি বানাই। এখন, ABC এর কেন্দ্র নির্ণয় করি।

কেন্দ্র নির্ণয়ঃ

(i) A, B; B, C যোগ করি।

(ii) A কে কেন্দ্র করে AB এর অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এবং B কে কেন্দ্র ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। ফলত, দুই পাশের দুইটি বৃত্তচাপ পরস্পরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে। P, Q যোগ করি।

(iii) একইভাবে, B ও C কেন্দ্র করে বৃত্তচাপ আঁকি ফলত R ও S বিন্দু পাই। R, S যোগ করি।

(iv) এখন, PQ ও RS পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, O-ই উক্ত বৃত্তের কেন্দ্র।

ঘ) যে কোনো একটি কয়েনের ব্যাসার্ধের গুণিতক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত আঁকো। বৃত্ত দুইটি পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে প্রমাণ করো যে, বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব তাদের সাধারণ ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।

সমাধানঃ

এই গাণিতিক সমস্যায় বৃত্তের সাধারণ ব্যাসার্ধ বিষয়টি আমাদের বোধগম্য হয় নি; আরও সময় নিয়ে আমরা এই সমস্যা নিয়ে ভাবব। তোমরাও আমাদেরকে তোমাদের মতামত জানিও।

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743