

অধ্যায় - ৫

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ (Synchronization) - Class 9 Math BD 2024 – পঞ্চম অধ্যায় (অনুশীলনী: 5-11 পর্যন্ত)

বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ (Synchronization)

আগেই আমরা এই অধ্যায়ের ১-৫ পর্যন্ত সমাধান করেছি আর এখন বাস্তব সমস্যা সমাধানে সহসমীকরণ (Synchronization) বিষয়ক 5-11 পর্যন্ত সমাধান দিয়েছি। এখানে যে সব বিষয়ের উত্তর-সমাধান রয়েছে সেগুলো হলো: (i) আড়গুণন বা বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান; (ii) বাস্তব সমস্যা: অপূর বাগান বিষয়ক সমস্যা; (iii) সমীকরণের মূলের প্রকৃতি; (iv) সূত্রের সাহায্যে সমীকরণ সমাধান; (v) বাস্তব সমস্যা: সেতুর মায়ের হাঁস মুরগি বিষয়ক; (vi) সহসমীকরণ – দুই চলক বিশিষ্ট সহ-সমীকরণ সেট গঠন।

১-৪ পর্যন্ত সমাধান লিঙ্ক: [এখানে দেখ](#)

5. আড়গুণন বা বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান করো।

(i)

$$3x-2y=2$$

$$7x+3y=43$$

সমাধান:

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারি:

$$3x-2y-2=0$$



$$7x+3y-43=0$$



তাহলে, বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-2)(-43)-(-2)(3)} = \frac{1}{(3)(3)-(7)(-2)}$$

বা, $\frac{x}{86-(-6)} = \frac{1}{9-(-14)}$

বা, $\frac{x}{92} = \frac{1}{23}$

বা, $23x = 92$

বা, $x = 4$

আবার,

$$\frac{y}{(-2)(7)-(-43)(3)} = \frac{1}{(3)(3)-(7)(-2)}$$

বা, $\frac{y}{-14-(-129)} = \frac{1}{9-(-14)}$

বা, $\frac{y}{115} = \frac{1}{23}$

বা, $23y = 115$

বা, $y = 5$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (4,5)$

(ii)

$$x/2+y/3=8$$

$$5x/4-3y=-3$$

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারিঃ

$$x/2+y/3 - 8 = 0$$

$$5x/4-3y + 3 = 0$$

তাহলে, বজ্রগুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{\frac{1}{3}(3)-(-3)(-8)} = \frac{1}{(\frac{1}{2})(-3)-(\frac{5}{4})(\frac{1}{3})}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{1-(24)} = \frac{1}{-\frac{3}{2}-(\frac{5}{12})}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-23} = \frac{1}{-\frac{23}{12}}$$

$$\text{বা, } -\frac{23}{12} \cdot x = -23$$

$$\text{বা, } -23x = -23 \cdot 12$$

$$\text{বা, } x = 12$$

আবার,

$$\frac{y}{(-8)(\frac{5}{4})-(3)(\frac{1}{2})} = \frac{1}{(\frac{1}{2})(-3)-(\frac{5}{4})(\frac{1}{3})}$$

$$\frac{y}{-10-\frac{3}{2}} = \frac{1}{-\frac{3}{2}-\frac{5}{12}}$$

$$\text{বা, } \frac{-10 - (3/2)}{-3/2 - (5/12)} = \frac{-23/2}{-23/12}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-23/2} = \frac{1}{-23/12}$$

$$\text{বা, } -23/12 \cdot y = 23/2$$

$$\text{বা, } y = -23/2 \cdot -12/23$$

$$\text{বা, } y = 6$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x, y) = (12, 6)$

(iii)

$$px + qy = p^2 + q^2$$

$$2qx - py = pq$$

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারিঃ

$$px + qy - p^2 - q^2 = 0$$

$$2qx - py - pq = 0$$

তাহলে, আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(q)(-pq) - (-p)(-p^2 - q^2)} = \frac{1}{(p)(-p) - (2q)(q)}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-pq^2 - p^3 - pq^2} = \frac{1}{-p^2 - 2q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{-2pq^2-p^3} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{p(-2q^2-p^2)} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } x/p = 1$$

$$\text{বা, } x = p$$

আবার,

$$\frac{y}{(-p^2-q^2)(2q)-(-pq)(p)} = \frac{1}{(p)(-p)-(2q)(q)}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-2p^2q-2q^3+p^2q} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{-p^2q-2q^3} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{q(-p^2-2q^2)} = \frac{1}{-p^2-2q^2}$$

$$\text{বা, } y/q = 1$$

$$\text{বা, } y = q$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (p,q)$

(iv)

$$ax-by=ab$$

bx-ay=ab

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়কে আমরা নিম্নরূপে লিখতে পারিঃ

ax-by-ab=0

bx-ay-ab=0

তাহলে, আড়গুণন পদ্ধতি প্রয়োগ করে পাই,

$$\frac{x}{(-b)(-ab)-(-a)(-ab)} = \frac{1}{(a)(-a)-(b)(-b)}$$

বা,
$$\frac{x}{ab^2-a^2b} = \frac{1}{-a^2+b^2}$$

বা,
$$\frac{x}{ab(b-a)} = \frac{1}{(b-a)(b+a)}$$

 বা,
$$x(b-a)(b+a) = ab(b-a)$$

বা,
$$x(b+a) = ab$$

বা,
$$x = \frac{ab}{a+b}$$

আবার,

$$\frac{y}{(-ab)b-(-ab)a} = \frac{1}{(a)(-a)-(b)(-b)}$$

বা,
$$\frac{y}{-ab^2+a^2b} = \frac{1}{-a^2+b^2}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

$$\frac{y}{1}$$

$$\text{বা, } \frac{ab(a-b)}{(b-a)(b+a)} = \frac{-ab}{a+b}$$

$$\text{বা, } y(b-a)(b+a) = ab(a-b)$$

$$\text{বা, } y(b-a)(b+a) = -ab(b-a)$$

$$\text{বা, } y(b-a)(b+a) = -ab(b-a)$$

$$\text{বা, } y(b+a) = -ab$$

$$\text{বা, } y = \frac{-ab}{a+b}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ

$$x = \frac{ab}{a+b} \text{ এবং}$$

$$y = \frac{-ab}{a+b}$$

6. অপূর একটি আয়তাকার সবজি বাগান আছে। বাগানটির পরিসীমা 120 মিটার। প্রস্থকে দ্বিগুণ করলে এবং দৈর্ঘ্য থেকে 3 মিটার কমালে পরিসীমা হয় 150 মিটার।

ক) বাগানটি 3 পাশে ঘেরা আছে এবং দৈর্ঘ্য বরাবর এক পাশে ফাঁকা আছে। ফাঁকা পাশ বেড়া দিয়ে ঘিরে দিতে প্রতি মিটার 10 টাকা হিসাবে মোট কত টাকা খরচ হবে?

খ) যদি প্রতি বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য 7 টাকা খরচ হয়, তাহলে সার বাবদ অপূর মোট কত টাকা খরচ হবে?

সমাধানঃ

ধরি,

অপূর আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার।

তাহলে, শর্তমতে,

$$2(x+y) = 120 \dots\dots(i)$$

$$2\{2y+(x-3)\} = 150.....(ii)$$

এখন, (i) নং থেকে পাই,

$$x+y = 60$$

$$\text{বা, } x = 60-y \dots(iii)$$

$$x = 60-y, (ii) \text{ নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$2\{2y+(60-y-3)\} = 150$$

$$\text{বা, } 2y+(60-y-3) = 75$$

$$\text{বা, } 2y+60-y-3 = 75$$

$$\text{বা, } y = 75 - 60 + 3$$

$$\text{বা, } y = 18$$

$$y \text{ এর এই মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$x = 60 - 18 = 42$$

ক)

আমরা, উপরোক্ত সমাধান প্রক্রিয়া থেকে বাগানের দৈর্ঘ্য পাই, $x = 42$ মিটার।

ক এর শর্ত অনুসারে বাগানের দৈর্ঘ্য বরাবর এক পাশ ফাঁকা আছে অর্থাৎ 42 মিটার ফাঁকা আছে।

এখন,

1 মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় 10 টাকা

\therefore 42 মিটার বেড়া দিতে খরচ হয় 10×42 টাকা = 420 টাকা।

খ)

বাগানের দৈর্ঘ্য $x = 42$ মিটার এবং প্রস্থ $y = 18$ মিটার।

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = 42×18 বর্গ মিটার = 756 বর্গ মিটার।

এখন,

1 বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য খরচ হয় 7 টাকা

∴ 756 বর্গমিটারে জৈবিক সারের জন্য খরচ হয় 7×756 টাকা = 5292 টাকা।

7. $x^2 - 3 = 0$ সমীকরণের মূলের প্রকৃতি নির্ণয় করো এবং সমাধান করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপঃ $ax^2 + bx + c = 0$

∴ প্রদত্ত সমীকরণের আদর্শ রূপঃ $1 \cdot x^2 + 0 \cdot x + (-3) = 0$

তাহলে, প্রদত্ত সমীকরণের নিশ্চায়কঃ $b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 12$

এখন, $12 > 0$ এবং পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয়।

তাহলে, প্রদত্ত সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ [মূলের প্রকৃতি নির্ণয় করা হলো]।

সমাধানঃ

দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূপ অনুসারে:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{বা, } x = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\pm \sqrt{12}}{2}$$

$$\pm \sqrt{(4.3)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\quad}{2}$$

$$\pm 2\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\quad}{2}$$

$$\text{বা, } x = \pm \sqrt{3}$$

সুতরাং, সমীকরণটির মূল দুইটিঃ $x_1 = \sqrt{3}$ এবং $x_2 = -\sqrt{3}$

৪. $3x^2 - 2x - 1 = 0$ সমীকরণটি সূত্রের সাহায্যে সমাধান করো। আবার সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে দেখাও যে, উভয় পদ্ধতিতে একই সমাধান পাওয়া যায়।

সমাধানঃ

$3x^2 - 2x - 1 = 0$ কে $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করলে পাই,

$$a = 3, b = -2, c = -1$$

তাহলে,

$$-b \pm \sqrt{(b^2-4ac)}$$

$$x = \frac{\quad}{2a}$$

$$-(-2) \pm \sqrt{\{(-2)^2-4.3.(-1)\}}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\quad}{2.3}$$

$$2 \pm \sqrt{(4+12)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\quad}{6}$$

$$2 \pm \sqrt{16}$$

$$\text{বা, } x = \frac{\quad}{6}$$

$$2 \pm 4$$

বা, $x = \frac{2 \pm 4}{6}$

$$6$$

সুতরাং, $x_1 = \frac{(2+4)}{6} = 1$ এবং, $x_2 = \frac{(2-4)}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধানঃ

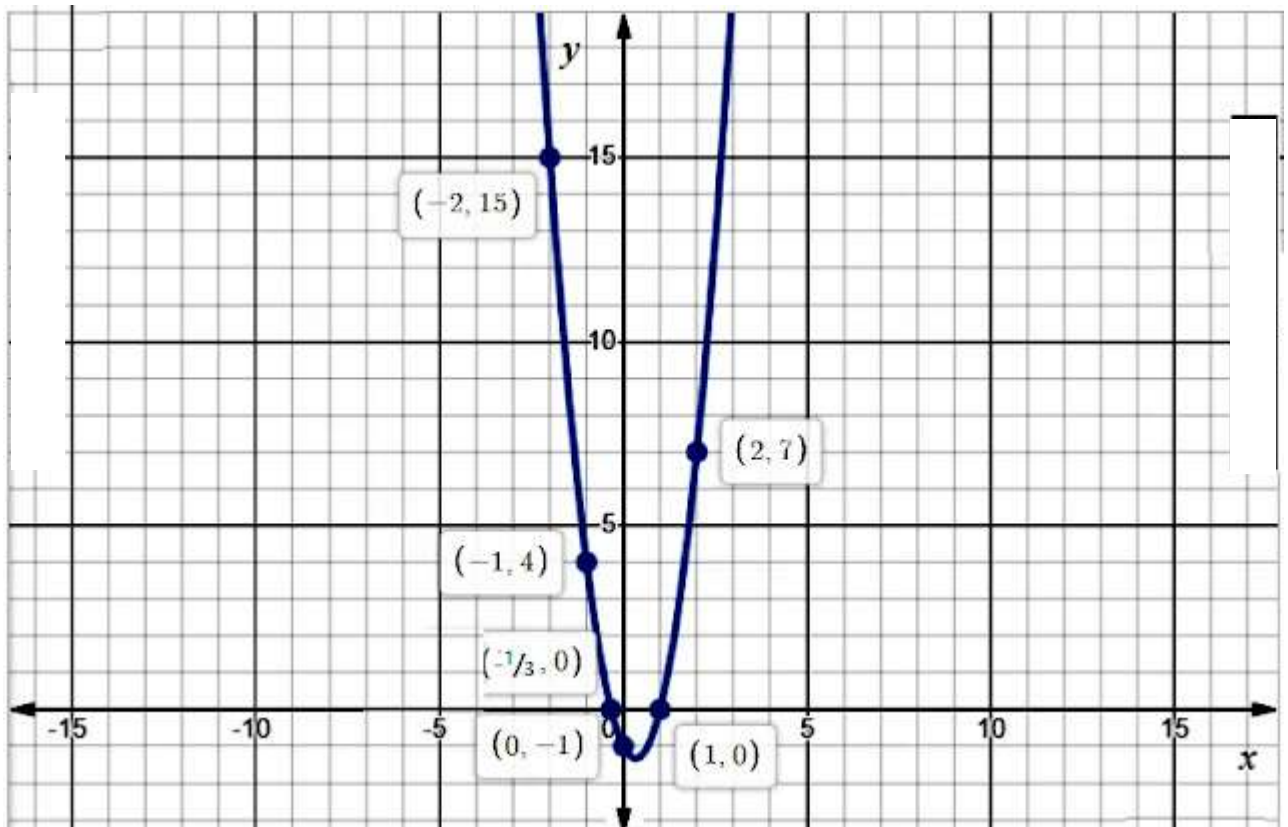
মনে করি,

$$y = 3x^2 - 2x - 1$$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি।

x	y
-2	15
-1	4
0	-1
1	0
2	7
$-\frac{1}{3}$	0

গ্রাফ কাগজে ক্ষুদ্রতম বর্গের এক বাছুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে উপরের বিন্দুগুলো স্থাপন করে নিম্নের লেখচিত্রটি অংকন করি।



লক্ষ করি, লেখচিত্রটি x অক্ষকে $(-\frac{1}{3}, 0)$ ও $(1, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। অর্থাৎ এই বিন্দুদ্বয়ের মানই

প্রদত্ত সমীকরণের সমাধান।

সুতরাং, $x_1 = 1$ এবং, $x_2 = -1/3$

অতএব, সূত্রের সাহায্যে ও লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে দেখা গেল উভয় পদ্ধতিতে একই ফলাফল পাওয়া যায় (দেখানো হলো)।

9. সেতুর মা বাড়িতে হাঁস ও মুরগী পালন করে। তিনি 5000 টাকা দিয়ে 25টি হাঁসের বাচ্চা এবং 30টি মুরগীর বাচ্চা কিনলেন। যদি তিনি একই দরে 20 টি হাঁসের বাচ্চা এবং 40টি মুরগীর বাচ্চা কিনতেন তবে তাঁর 500 টাকা কম খরচ হত।

ক) একটি হাঁসের বাচ্চা ও একটি মুরগীর বাচ্চার দাম কত?

খ) কিছুদিন লালনপালনের পরে প্রতিটি হাঁস 250 টাকা এবং প্রতিটি মুরগী 160 টাকা দরে বিক্রি করলে তাঁর মোট কত টাকা লাভ হবে?

সমাধানঃ

(ক)

মনে করি,

সেতুর মা যেসকল হাঁসের বাচ্চা কেনেন তার প্রতিটার মূল্য = x টাকা এবং যেসকল মুরগীর বাচ্চা কেনেন তার প্রতিটার মূল্য = y টাকা।

তাহলে ১ম শর্ত মতে,

$$25x + 30y = 5000$$

$$\text{বা, } 5(5x + 6y) = 5000$$

$$\text{বা, } 5x + 6y = 1000 \dots\dots (i)$$

এবং ২য় শর্ত মতে,

$$20x + 40y = 5000 - 500$$

$$\text{বা, } 20x + 40y = 4500$$

$$\text{বা, } 20(x + 2y) = 4500$$

$$\text{বা, } x+2y = 225$$

$$\text{বা, } x = 225-2y \dots (iii)$$

এখন, $x = 225-2y$, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$5(225-2y)+6y = 1000$$

$$\text{বা, } 1125 - 10y + 6y = 1000$$

$$\text{বা, } -4y = 1000 - 1125$$

$$\text{বা, } -4y = -125$$

$$\text{বা, } y = 31.25$$

$$x = 225-2y = 225 - 2*31.25 = 162.50$$

অতএব, একটি হাঁসের বাচ্চা 162.50 টাকা ও একটি মুরগীর বাচ্চার দাম 31.25 টাকা।

খ)

সেতুর মায়ের ক্রয়কৃত হাঁসের বাচ্চার সংখ্যা = 25 টি এবং ক্রয়কৃত মুরগির বাচ্চার সংখ্যা = 30 টি।

কিছুদিন লালন পালনের পর ক্রয়কৃত ১টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য 250 টাকা হলে 25 টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য = $250*25$ টাকা = 6250 টাকা।

আবার,

কিছুদিন লালন পালনের পর ১ টি মুরগির বিক্রয় মূল্য 160 টাকা হলে 30 টি হাঁসের বিক্রয় মূল্য = $160*30$ টাকা = 4800 টাকা।

তাহলে, মোট বিক্রিত মূল্য = $6250 + 4800$ টাকা = 11050 টাকা।

কিন্তু, এগুলোর ক্রয়মূল্য ছিল = 5000 টাকা।

অতএব, সেতুর মায়ের লাভ হলোঃ $(11050 - 5000)$ টাকা = 5050 টাকা।

10. নিচের সহসমীকরণের সমাধান করো:

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$x - 3y + 1 = 0$$

সমাধানঃ

$$y = x^2 - 2x - 3 \dots (i)$$

$$x - 3y + 1 = 0 \dots (ii)$$

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 3(x^2 - 2x - 3) + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x - 3x^2 + 6x + 9 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } -3x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 7x - 10 = 0$$

$$\text{বা, } 3x^2 + 3x - 10x - 10 = 0$$

$$\text{বা, } 3x(x+1) - 10(x+1) = 0$$

$$\text{বা, } (x+1)(3x-10) = 0$$

$$\text{বা, } 3x-10 = 0 \text{ অথবা, } x+1=0$$

$$\text{বা, } 3x = 10 \quad \text{বা, } x = -1$$

$$\text{বা, } x = 10/3$$

এখন, $x = -1$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = (-1)^2 - 2(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$$

এবং $x = 10/3$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = (10/3)^2 - 2(10/3) - 3 = 100/9 - 20/3 - 3 = 13/9$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (-1,0), (10/3, 13/9)$

11. নিজের মতো করে দুই চলকবিশিষ্ট 3 সেট (একটি সরল ও একটি দ্বিঘাত) সহসমীকরণ গঠন করো এবং সমাধান করো।

সমাধানঃ

গঠনকৃত সহসমীকরণের ১ম সেটঃ

$$y = x^2 - x - 2 \dots\dots(i)$$

$$x - 2y + 5 = 0 \dots\dots(ii)$$

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2(x^2 - x - 2) + 5 = 0$$

$$\text{বা, } x - 2x^2 + 2x + 4 + 5 = 0$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 0$$

$$\text{বা, } 2x(x-3) + 3(x-3)$$

$$\text{বা, } (2x+3)(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } 2x+3 = 0 \text{ অথবা, } x-3 = 0$$

$$\text{বা, } 2x = -3 \quad \text{বা, } x = 3$$

$$\text{বা, } x = -3/2$$

এখন, $x = 3$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 3^2 - 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$$

এবং $x = 10/3$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = (-3/2)^2 - (-3/2) - 2 = 9/4 + 3/2 - 2 = 7/4$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (3,4), (-3/2, 7/4)$

গঠনকৃত সহসমীকরণের ২য় সেটঃ

$$y = x^2 - 3x + 2 \dots\dots(i)$$

$$x - y - 1 = 0 \dots\dots(ii)$$

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - (x^2 - 3x + 2) - 1 = 0$$

$$\text{বা, } x - x^2 + 3x - 2 - 1 = 0$$

$$\text{বা, } -x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x - x + 3 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-3) - 1(x-3)$$

$$\text{বা, } (x-1)(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } x-3 = 0 \text{ অথবা, } x-1 = 0$$

$$\text{বা, } x = 3 \quad \text{বা, } x = 1$$

এখন, $x = 3$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 3^2 - 3 \cdot 3 + 2 = 9 - 9 + 2 = 2$$

এবং $x = 1$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 1 - 3 + 2 = 0$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (3,2),(1,0)$

গঠনকৃত সহসমীকরণের ত্রয় সেটঃ

$$y = 2x^2 - 2x - 3 \dots\dots(i)$$

$$x - y - 4 = 0 \dots\dots(ii)$$

সমাধান প্রক্রিয়াঃ

(i) নং হতে y এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - (2x^2 - 2x - 3) - 4 = 0$$

$$\text{বা, } x - 2x^2 + 2x + 3 - 4 = 0$$

$$\text{বা, } -2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2x^2 - x - 2x + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x(2x-1) - 1(2x-1)$$

$$\text{বা, } (x-1)(2x-1) = 0$$

$$\text{বা, } 2x-1 = 0 \text{ অথবা, } x-1 = 0$$

$$\text{বা, } 2x = 1 \quad \text{বা, } x = 1$$

$$\text{বা, } x = \frac{1}{2}$$

এখন, $x = 1$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2.1^2 - 2.1 - 3 = 2 - 2 - 3 = -3$$

এবং $x = \frac{1}{2}$; (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2.(\frac{1}{2})^2 - 2.\frac{1}{2} - 3 = \frac{1}{2} - 1 - 3 = -\frac{8}{2} = -\frac{7}{2}$$

অতএব, নির্ণেয় সমাধানঃ $(x,y) = (1,-3), (\frac{1}{2}, -\frac{7}{2})$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743