অধ্যায় - ৮

সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ (2) - Class 9 Math BD 2024 – ৮ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ৯-১৪ পর্যন্ত)

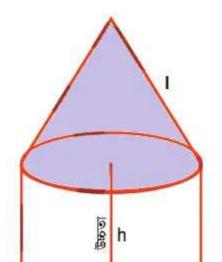
সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ

পূর্বেই আমরা সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ অধ্যায়ের ১-৮ পর্যন্ত সমাধান প্রকাশ করেছি আর এটা হলো এই অধ্যায়ের ৯-১৪ পর্যন্ত সমাধান। এখানে আছে – বিভিন্ন যৌগিক ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল, আয়তন ভিত্তিক প্রশ্ন ও তার সমাধান। যেমনঃ কোণক ও অর্ধগোলক, কোণক ও বেলন, বেলন ও প্রিজম ও পিরামিড, অর্ধগোলক ও সিলিন্ডার, কোণক ও অর্ধগোলক, কোণক, বেলন ও অর্ধগোলক ইত্যাদি। তাহলে, সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ এর ৯-১৪ সমাধান শুরু করা যাক-

প্রথম অংশ ১-৮ এর লিঙ্কঃ এখানে দেখ

৮ম অধ্যায় (২য় অংশ)

৯. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের ভূমির ব্যাস 4 মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার। উপরের অংশের হেলানো উচ্চতা 3 মিটার।



(i) ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের বক্রতল রং করতে প্রতি বর্গমিটারে 450 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটির নিন্মের অংশটিকে সিলিন্ডার বা বেলন বলে।

যার ব্যাস = 4 মিটার;

 \cdot সিলিন্ডারের ব্যাসার্ধ $r = \frac{4}{2}$ মিটার = 2 মিটার।

এবং সিলিন্ডারের উচ্চতা h = 5 মিটার।

সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= 2nrh বর্গ মিটার

= 2×3.1416×2×5 বর্গ মিটার [∵п=3.1416]

= 62.832 বর্গ মিটার

এখন,

বক্রতল রং করতে 1 বর্গমিটারে খরচ হয় 450 টাকা

· বক্রতল রং করতে 62.832 বর্গমিটারে খরচ হয় 450×62.832 টাকা = 28274.4 টাকা।

(ii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে ঘনবস্তুটি একটি কোণক ও একটি বেলনের সমন্ময়ে গঠিত যেখানে বেলনের একটি ভূমি ও কোণকের ভূমি একই।

অর্থাৎ, বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ = কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ = r = 2 মিটার [(i) নং থেকে পাই]

এছাড়া দেওয়া আছে,

গোলকের হেলানো উচ্চতা। = 3 মিটার

: ঘনবস্তুটির ক্ষেত্রফল

= কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল [উল্লেখ্যঃ কোণকের ভূমি যেহেতু কোণক ও বেলনের মাঝে যুক্ত তাই এর ক্ষেত্রফল হিসাবের দরকার নাই]

= nrl + 62.832 + nr² [∵62.832 এর মান (i) নং থেকে পাই]

= 3.1416×2×3 + 62.832 + 3.1416×2² বর্গ মিটার

= 18.8496 + 62.832 + 12.5664 বর্গ মিটার

= 94.248 বর্গ মিটার

(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

কোণকের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

ভূমির ব্যাসার্ধ r = 2 মিটার

হেলানো উচ্চতা I = 3 মিটার

কোণকের উচ্চতা h₁ হলে,

$$I^2 = h_1^2 + r^2$$

বা,
$$3^2 = h_1^2 + 2^2$$

বা,
$$9 = h_1^2 + 4$$

বা, $h_1^2 = 5$

বা, $h_1 = \sqrt{5}$

If it is helpful for you, donate us please

Bkash Personal

01916973743

বেলনের ক্ষেত্রে,

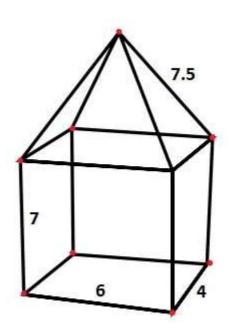
ভূমির ব্যাসার্ধ r = 2 মিটার

উচ্চতা h = 5 মিটার

- 🐺 ঘনবস্তুটির আয়তন
- = বেলনের আয়তন + কোণকের আয়তন
- $= \pi r^2 h + \frac{1}{3} \pi r^2 h_1$
- $= 3.1416 \times 2^2 \times 5 + \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 2^2 \times \sqrt{5}$
- = 62.832 + 9.36644
- = 72.19844 ঘন মিটার (প্রায়)

[বিদ্রঃ এই প্রশ্নে ভূমির ব্যাস না থেকে যদি ব্যাসার্ধ 4 মিটার থাকতো তাহলে চিত্র ও প্রশ্ন অধিকতর সুন্দর ও সাবলিল হতো। সুষম ও যৌগিক ঘনবস্তু পরিমাপ অধায়ের সমাধানে কোন ভূল বা ইস্যু পেলে সত্তর আমাদের জানানোর অনুরোধ থাকলো, আমরা সর্বদা সঠিকতা বজায় রাখতে বদ্ধ পরিকর।]

১০. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি যে আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 6 মিটার ও 4 মিটার এবং নিচের অংশের উচ্চতা 7 মিটার। উপরের অংশের ধারের দৈর্ঘ্য 7.5 মিটার।



(i) ঘনবস্তুটির নিম্নাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটারে 2250 টাকা খরচ হলে মোট কত টাকা লাগবে?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির নিম্নাংশ একটি প্রিজম আকৃতির যার

দৈর্ঘ্য = 6 মিটার; প্রস্থ = 4 মিটার ও উচ্চতা = 7 মিটার।

ঘনবস্তুটির নিয়াংশ এর চারটি আয়তাকার পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল

= ভূমির পরিসীমা × উচ্চতা

 $= (6+4+6+4)\times 7$

 $= 20 \times 7$

= 140 বর্গ মিটার

এখন,

ঘনবস্তুটির নিমাংশের চতুর্দিকে লোহার পাত লাগাতে,

1 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250 টাকা

· 140 বর্গমিটারে খরচ হয় 2250×140 টাকা = 315000 টাকা।

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি বিষম পিরামিড যার

প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য = 7.5 মিটার;

ভূমির একটি বাহ্রর দৈর্ঘ্য = 4 মিটার এবং অন্য বাহ্রটির দৈর্ঘ্য = 6 মিটার।

আমরা জানি,

সমদ্বিবাহ্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $b/4\sqrt{(4a^2-b^2)}$ যেখানে a স্বমদ্বিবাহ্ন ও b ভূমি বা বিষমবাহ্ন নির্দেশ করে।

তাহলে,

পিরামিডের 4 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{4}{4} \sqrt{4 \cdot (7.5)^2 - 4^2}$$

$$= 2\sqrt{4\times56.25-16}$$

$$= 2\sqrt{209}$$

পিরামিডের 6 মিটার বাহু বিশিষ্ট দুইটি বিপরীতমুখী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{6}{4} \sqrt{4.(7.5)^2 - 6^2}$$

$$= 3\sqrt{4\times56.25-36}$$

$$= 3\sqrt{189}$$

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল

ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

= 94.15684 বর্গ মিটার (প্রায়)

(iii) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

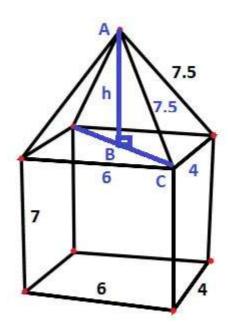
সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= বিষম পিরামিডের আয়তন + প্রিজমের ক্ষেত্রফল

এখন, পিরামিডের আয়তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে, সমান ধারবিশিষ্ট পিরামিডের শীর্ষ থেকে ভূমিতে লম্ব আকলে

তা ভূমির কর্ণের মধ্যবিন্দুতে পতিত হবে। নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করিঃ-



পিরামিডের ভূমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{(6^2+4^2)}$ মিটার = $\sqrt{52}$ মিটার = $2\sqrt{13}$ মিটার।

চিত্র অনুসারে,

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

বা,
$$AB^2 = 43.25$$

🗴 বিষম পিরামিডটির আয়তন

 $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা

 $= \frac{1}{3} \times (6 \times 4) \times \sqrt{43.25}$ ঘন মিটার

= 52.6117857 ঘন মিটার (প্রায়)

এবং,

প্রিজমটির আয়তন

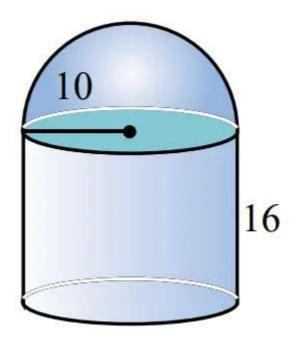
If it is helpful for you, donate us please

Bkash Personal

01916973743

- = ভূমির ক্ষেত্রফল × উচ্চতা
- = 6×4×7 ঘন মি
- = 168 ঘন মি
- ·· ঘনবস্তুটির আয়তন = (52.6117857 + 168) ঘন মি = 220.611786 ঘন মি।

১১. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটির ভূমির ব্যাসার্ধ 10 সেন্টিমিটার এবং নিম্নাংশের উচ্চতা 16 সেন্টিমিটার।



(i) ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার হলে ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?

সমাধানঃ

যেহেতু ঘনবস্তুটির উপরের অংশ অর্ধগোলাকার সেহেতু এর ব্যাসার্ধ এই অর্ধগোলাকারের উচ্চতা হবে। চিত্র অনুসারে,

অর্ধগোলাকারের উচ্চতা = ব্যাসার্ধ = 10 সেমি।

এবং ঘনবস্তুটির নিন্মাংশের উচ্চতা = 16 সেমি।

তাহলে,

ঘনবস্তুটির উচ্চতা = 10+16 সেমি = 26 সেমি।

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশটি একটি অর্ধগোলক যার

ব্যাসার্ধ r = 10 সেমি

🐺 অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল

= 2nr² বৰ্গ সেমি

= 2×3.1416×10² বৰ্গ সেমি

= 628.32 বর্গ সেমি

আবার,

অর্ধগোলকের ভূমির ক্ষেত্রফল

= nr² বৰ্গ সেমি

= 3.1416×10² বৰ্গ সেমি

= 314.16 বর্গ সেমি

অর্ধগোলকের ক্ষেত্রফল = (628.32+314.16) বর্গ সেমি = 942.48 বর্গ সেমি.

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে একটি অর্ধগোলকের পৃষ্টতল, একটি সিলিন্ডারের বক্রতল ও সর্বনিমে বৃত্তাকার ভূমির তল আছে।

- 🐺 ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
- = অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল +সিলিন্ডারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বৃত্তাকার ভূমির ক্ষেত্রফল

= 2nr² + 2nrh + nr² বৰ্গ সেমি

= 2×3.1416×10² + 2×3.1416×10×16 + 3.1416×10² বৰ্গ সেমি

= 1319.472 বর্গ সেমি

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= অর্ধগোলকটির আয়তন + সিলিন্ডারটির আয়তন

এখন, আমরা জানি,

গোলকের আয়তন (ব্যাসার্ধ r হলে) = ⁴/3 пг³ ঘন একক।

 \because অর্ধগোলকের আয়তন = $^4/_6$ πr^3 ঘন একক।

এবং,

সিলিন্ডারের আয়তন (ব্যাসার্ধ r ও উচ্চতা h হলে) = пг²h ঘন একক।

🐺 ঘনবস্তুটির আয়তন

= (4/6 пг³+ пг²h) ঘন একক

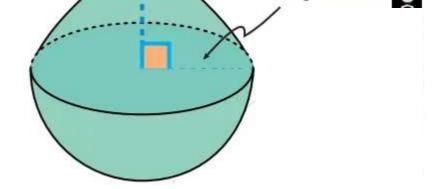
= (⁴/₆×3.1416×10³+ 3.1416×10²×16) ঘন একক

= 7120.96 ঘন একক।

১২. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।

10 cm





(i) ঘনবস্তুটির হেলানো তলের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার

উচ্চতা h = 10 cm;

ভূমির ব্যাসার্ধ r = 10 cm

এবং এর হেলানো উচ্চতা। হলে চিত্র অনুসারে পাই,

 $I^2 = h^2 + r^2$

বা, $I^2 = 10^2 + 10^2$

বা, $I^2 = 200$

বা, I = √200 = 14.1421356 cm [প্রায়]

(ii) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

= (nr² + nrl) বৰ্গ একক

= (3.1416×10² + 3.1416×10.√200) বৰ্গ সেমি

= 758.4493 বর্গ সেমি (প্রায়)

় ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল 758.4493 বর্গ সেমি (প্রায়)

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে দুইটি তল আছে, একটি হলো কোণকের বক্রতল ও অপরটি হলো অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

- 🐺 ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
- = কোণকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্টতলের ক্ষেত্রফল
- = (nrl + 2nr²) বৰ্গ একক
- = (3.1416×10×√200 + 2×3.1416×10²) বর্গ সেমি [(i) নং থেকে ৷ ও চিত্র হতে r এর মান বসিয়ে]
- = 1072.60933 বর্গ সেমি (প্রায়)

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

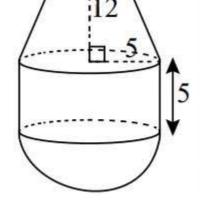
সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

- = কোণকটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন
- = (1/3nr2h + 2/3nr2) ঘন একক
- = (1/3×3.1416×10²×10 + 2/3×3.1416×10²) ঘন একক [চিত্র হতে মান বসিয়ে]
- = 1256.64 ঘন সেমি।

১৩. চিত্রের যৌগিক ঘনবস্তুটি ভালো করে লক্ষ করো।





(i) ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির উপরের অংশ কোণক আকৃতির যার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল

এখানে,

কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ r = 5; উচ্চতা h = 12;

এর হেলানো উচ্চতা। হলে আমরা লিখতে পারি,

$$I^2 = h^2 + r^2$$

বা,
$$I^2 = 12^2 + 5^2$$

বা,
$$I^2 = h^2 + r^2$$

ঘনবস্তুটির উপরের অংশের ক্ষেত্রফল

= 282.744 বর্গ একক.

If it is helpful for you, donate us please

Bkash Personal

01916973743

(ii) ঘনবস্তুটির উচ্চতা কত?

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটি লক্ষ্য করি,

এটি একটি কোণক, একটি বেলন ও একটি অর্ধগোলকের দ্বারা গঠিত। অর্থাৎ এই তিনটি আকৃতির উচ্চতার সমষ্টিই হলো ঘনবস্তুটির উচ্চতা।

চিত্র অনুসারে,

কোণকের উচ্চতা = 12 একক

বেলনের উচ্চতা = 5 একক

অর্ধগোলকের উচ্চতা = অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ = 5 একক

∵ঘনবস্তুটির উচ্চতা = (12+5+5) একক = 22 একক।

(iii) ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটিতে তনটি তল আছে, (i) কোণকের বক্রতল, (ii) বেলনের বক্রতল ও (iii) অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতল।

- 🐺 ঘনবস্তুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
- = কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + বেলনের বক্রতলের ক্ষেত্রফল + অর্ধগোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল
- = nrl + 2nrh + 2nr² বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে]

্রিখানে, п=3.1416; r =5 একক; কোণকের হেলানো উচ্চতা l = 13 {(i) নং থেকে}; বেলনের উচ্চতা h =5]

- = (3.1416×5×13 + 2×3.1416×5×5 + 2×3.1416×5²) বৰ্গ একক
- = 518.364 বর্গ একক

(iv) ঘনবস্তুটির আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ঘনবস্তুটির আয়তন

= কোণকটির আয়তন + বেলনটির আয়তন + অর্ধগোলকের আয়তন

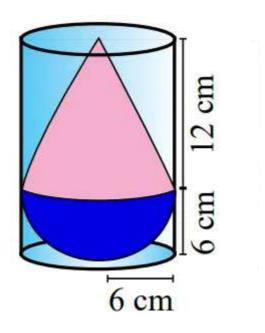
= (1/3nr2h1 +nr2h2+ 2/3nr2) ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

[এখানে,n = 3.1416; r = 5 একক; কোণকের উচ্চতা h₁=12 একক; বেলনের উচ্চতা h₂ = 5 একক]

= $(\frac{1}{3} \times 3.1416 \times 5^2 \times 12 + 3.1416 \times 5^2 \times 5 + \frac{2}{3} \times 3.1416 \times 5^2)$ ঘন একক

= 759.22 ঘন একক

১৪. চিত্রে একটি অর্ধগোলক ও কোণক একটি সিলিন্ডারের মধ্যে ঠিক বসে গেছে।



(i) কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

চিত্ৰ হতে পাই,

কোণকের উচ্চতা h = 12 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ r = 6 সেমি।

এখন, কোণকের হেলানো উচ্চতা। হলে,

$$I^2 = h^2 + r^2$$

বা,
$$I^2 = 12^2 + 6^2$$

· কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= nrl বৰ্গ একক

= 3.1416×6×√180 বর্গ সেমি

= 252.8939 বর্গ সেমি (প্রায়)

If it is helpful for you, donate us please

Bkash Personal

01916973743

(ii) অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল বের করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

অর্ধগোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল

= $2\pi r^2$ বর্গ একক [সূত্র বসিয়ে, যেখানে অর্ধগোলকের ব্যাসার্ধ r=6 সেমি]

= 2×3.1416×6² বৰ্গ সেমি

= 226.1952 বর্গ সেমি।

(iii) সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

সিলিন্ডারের আয়তন

= πr²h ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= 3.1416×6²×(6+12) ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 2035.7568 ঘন সেমি

কোণকের আয়তন

 $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

 $= \frac{1}{3} \times 3.1416 \times 6^2 \times 12$ ঘন সেমি [চিত্র হতে মান বসিয়ে]

= 452.3904 ঘন সেমি

অর্ধগোলকের আয়তন

= ²/₃ пг³ ঘন একক [সূত্র বসিয়ে]

= ²/₃×3.1416×6³ ঘন সেমি

= 452.3904 ঘন সেমি

· সিলিন্ডারের ফাঁকা অংশের আয়তন

= সিলিন্ডারের আয়তন - কোণকের আয়তন - অর্ধগোলকের আয়তন

= 2035.7568 ঘন সেমি - 452.3904 ঘন সেমি - 452.3904 ঘন সেমি

= 1130.976 ঘন সেমি

(iv) অর্ধগোলক, কোণক ও সিলিন্ডারের আয়তনের অনুপাত কত?

সমাধানঃ

অর্ধগোলকের আয়তন : কোণকের আয়তন : সিলিন্ডারের আয়তন

= 452.3904 : 452.3904 : 2035.7568 [(ii) নং হতে মান বসিয়ে]

= 1:1:4.5 [452.3904 দ্বারা ভাগ করে]

= 2 : 2 : 9 [2 দ্বারা গুণ করে]