

১.নং প্রশ্নের সমাধান:

$$f(x) = \ln x \times$$

ক. $\int_1^e \frac{1}{x\{5+f(x)\}} dx$.. নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $\frac{f(2x)}{x}$.. এর সর্বোচ্চ মান $\frac{2}{e}$ ।

গ. মূল নিয়মে $f(2x-3)$ এর অন্তরঙ্গ নির্ণয় কর।

(ক). এর সমাধান:

$$f(x) = \ln x$$

$$\therefore \int_1^{e^3} \frac{1}{x\{5+f(x)\}} dx$$

$$= \int_1^{e^3} \frac{1}{x(5+\ln x)} dx$$

$$= \int_5^8 \frac{1}{r} dr$$

$$= [\ln r]_5^8$$

$$= \ln 8 - \ln 5 (\text{Ans.})$$

ধরি, $5 + \ln x = r$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{dr}{dx}$$

$$\therefore dr = \frac{1}{x} dx$$

| | | |
|---|---|-------|
| x | 1 | e^3 |
| 2 | 5 | 8 |

(খ). এর সমাধান:

$$f(x) = \ln x$$

$$\therefore f(2x) = \ln(2x)$$

$$\text{ধরি, } y = \frac{f(2x)}{x} = \frac{\ln(2x)}{x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{x \cdot \frac{1}{2x} \cdot 2 - \ln(2x)}{x^2} = \frac{1 - \ln(2x)}{x^2}$$

সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের জন্য $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\therefore \frac{1 - \ln(2x)}{x^2} = 0$$

$$\text{বা, } 1 - \ln(2x) = 0 \text{ বা, } \ln(2x) = 1$$

$$\text{বা, } 2x = e$$

$$\therefore x = \frac{e}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{আবার, } \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{x^2 \left(-\frac{1}{2x} \cdot 2 \right) - \{1 - \ln(2x)\} \cdot 2x}{(x^2)^2} \\
 &= \frac{-x - 2x + 2x \ln(2x)}{x^4} \\
 &= \frac{-3x + 2x \ln(2x)}{x^4} = \frac{-3 + 2 \ln(2x)}{x^3}
 \end{aligned}$$

এখন, $x = \frac{e}{2}$ বিন্দুতে,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-3 + 2 \ln e}{\left(\frac{e}{2}\right)^3} = \frac{-3 + 2}{\frac{e^3}{8}} = \frac{-1.8}{e^3} = \frac{-8}{e^3} < 0$$

$\therefore x = \frac{e}{2}$ বিন্দুতে সর্বোচ্চ মান বিদ্যমান।

$$\therefore \text{সর্বোচ্চ মান } \frac{\ln 2 \cdot \frac{e}{2}}{\frac{e}{2}} = \frac{\ln e}{\frac{e}{2}} = \frac{2}{e} \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ). এর সমাধান:

$$f(x) = \ln x$$

$$\therefore f(2x-3) = \ln(2x-3)$$

$$\text{ধরি, } f(x) = \ln(2x-3)$$

$$\therefore f(x+h) = \ln\{2(x+h)-3\} = \ln(2x+2h-3)$$

সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx} \ln(2x-3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(2x+2h-3) - \ln(2x-3)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln\left(1 + \frac{2h}{2x-3}\right)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{2h}{2x-3}\right) \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{2h}{2x-3} - \frac{1}{2} \frac{1+h^2}{(2x-3)^2} + \frac{1}{3} \frac{8h^3}{(2x-3)^3} \dots \right) \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{2}{2x-3} - \frac{2h}{(2x-3)^2} + \frac{8h^2}{3(2x-3)^3} \dots \right\} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{2}{2x-3} - \frac{2h}{(2x-3)^2} + \frac{8h^2}{3(2x-3)^3} \dots \right\} \\
 &= \frac{2}{2x-3}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{d}{dx} \{ \ln(2x-3) \} = \frac{2}{2x-3} (\text{Ans.})$$

২. নং প্রশ্নের সমাধান:

$y = \tan^{-1} x$ এবং $x^2 + y^2 = 25$ একটি বৃত্ত।

ক. $\int_0^1 y \, dx$ নির্ণয় কর।

খ. $\int y \, dx$ নির্ণয় কর।

গ. যোগজীকরণের সাহায্যে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(ক). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,

$$\int_0^1 y \, dx = \int_0^1 \tan^{-1} x \, dx$$

$$\text{ধরি, } I = \int \tan^{-1} x \, dx$$

$$= \tan^{-1} x \int dx - \int \left\{ \frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) \int dx \right\} dx$$

$$= x \tan^{-1} x - \int \frac{x}{1+x^2} dx$$

$$= x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \int \frac{2x \, dx}{1+x^2}$$

$$= x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + c$$

$$\begin{aligned} \therefore \int_0^1 \tan^{-1} x \, dx &= \left[x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| \right]_0^1 \\ &= 1 \tan^{-1}(1) - \frac{1}{2} \ln |1+1| - 0 + \frac{1}{2} \ln(1) \\ &= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \ln 2. (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(খ). এর সমাধান:

$$\int \tan^{-1} x \, dx = \tan^{-1} x \int dx - \int \left\{ \frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) \int dx \right\} dx$$

$$= x \tan^{-1} x - \int \frac{x}{1+x^2} dx$$

$$= x \tan^{-1} x - \int \frac{2x \, dx}{1+x^2}$$

$$= x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + c (\text{Ans.})$$

(গ). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,

$$x^2 + y^2 = 25 \text{ বা, } y = \sqrt{25 - x^2}$$

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল

$$= 4 \int_0^5 y dx$$

$$= 4 \int_0^5 \sqrt{25 - x^2} dx$$

$$= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{25 - 25 \sin^2 \theta} \cdot 5 \cos \theta d\theta$$

$$= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin^2 \theta} \cdot 5 \cos \theta d\theta$$

$$= 100 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \cdot \cos \theta d\theta$$

$$= 50 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos \theta d\theta$$

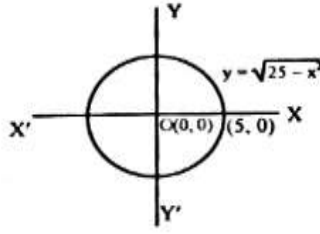
$$= 50 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2\theta) d\theta$$

$$= 50 \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 50 \left[\frac{\pi}{2} + 0 - 0 - 0 \right]$$

$$= 25\pi$$

∴ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 25π বর্গ একক। (Ans.)



৩. নং প্রশ্নের সমাধান:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$$

ক. $\int x e^{2x} dx$ নির্ণয় কর।

খ. $\int f(\sin \theta) d\theta$ নির্ণয় কর।

গ. $f(x)$ এর চরম মানগুলি নির্ণয় কর।

(ক). এর সমাধান:

$$\int x e^{2x} dx = x \int e^{2x} dx - \int \left\{ \frac{d}{dx}(x) \int e^{2x} dx \right\} dx$$

$$= x \cdot \frac{e^{2x}}{2} - \int 1 \cdot \frac{e^{2x}}{2} dx$$

$$= \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{2x}}{2} + c$$

$$= \frac{1}{4} e^{2x} (2x - 1) + c \text{ (Ans.)}$$

(খ). এর সমাধান:

$$\text{দেওয়া আছে, } f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$$

$$\begin{aligned}
\therefore \int f(\sin \theta) d\theta &= \int (\sin^3 \theta - 6\sin^2 \theta + 9\sin \theta - 8) d\theta \\
&= \int \left(\frac{1}{4} \cdot 4\sin^3 \theta - 3 \cdot 2\sin^2 \theta + 9 + \sin \theta - 8 \right) d\theta \\
&= \int \left\{ \frac{1}{4} (3\sin \theta - \sin 3\theta) - 3(1 - \cos 2\theta) + 9\sin \theta - 8 \right\} d\theta \\
&= \int \left(\frac{3}{4} \sin \theta - \frac{1}{4} \sin 3\theta - 3 + 3\cos 2\theta + 9\sin \theta - 8 \right) d\theta \\
&= \int \left(\frac{39}{4} \sin \theta - \frac{1}{4} \sin 3\theta + 3\cos 2\theta - 11 \right) d\theta \\
&= \frac{-39}{4} \cos \theta + \frac{1}{12} \cos 3\theta + \frac{1}{12} \cos 3\theta + \frac{3}{2} \sin 2\theta - 11\theta + c \text{ (Ans.)}
\end{aligned}$$

(গ). এর সমাধান:

ধরি, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$

$\therefore f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ মানের জন্য, $f'(x) = 0$

বা, $3x^2 - 12x + 9 = 0$ বা, $x^2 - 4x + 3 = 0$

বা, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$ বা, $x(x-3) - 1(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-1) = 0$

আবার, $f''(x) = 6x - 12 \therefore x = 1, 3$

$\therefore x = 3$ হলে $f''(x) = 6x - 12$

$= 6 \times 3 - 12 = 18 - 12$

$= 6 > 0$

$\therefore x = 3$ তে ফাংশনটির সর্বনিম্ন মান বিদ্যমান।

\therefore সর্বনিম্ন মান $= (3)^3 - 6(3)^2 + 9 \cdot 3 - 8$

$= 27 - 54 + 27 - 8 = -8$

আবার, $x = 1$ হলে, $f''(x) = 6x - 12 = 6 - 12 = -6 < 0$

\therefore তে ফাংশনটির সর্বোচ্চ মান বিদ্যমান।

\therefore সর্বোচ্চ মান $= (1)^3 - 6(1)^2 + 9 \cdot 1 - 8$

$= 1 - 6 + 9 - 8 = -4$

\therefore নির্ণেয় সর্বোচ্চ মান $= -4$ সর্বনিম্ন মান $= -8$ (Ans.)

৪. নং প্রশ্নের সমাধান:

$h(x) = \tan^{-1} x$ এবং $(x, y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ যেখানে $a > b$.

ক. $\int e^x (\cos x - \sin x) dx$ নির্ণয় কর।

খ. $\int h(x) dx$ নির্ণয় কর।

গ) $g(x, y) = 1$ বক্ররেখাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

(ক). এর সমাধান:

$$\begin{aligned}
& \int e^x (\cos x - \sin x) dx \\
&= \int e^x \{\cos x + (-\sin x)\} \\
&= \int e^x \left\{ \cos x + \frac{d}{dx}(\cos x) \right\} dx \\
&= e^x \cos x + c \quad (\text{Ans.}) \quad \left[\because \int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c \right]
\end{aligned}$$

(খ). এর সমাধান:

দেওয়া আছে, $h(x) = \tan^{-1} x$

$$\begin{aligned}
\therefore \int h(x) dx &= \int \tan^{-1} x \, dx \\
&= \tan^{-1} x \int dx - \int \left\{ \frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) \int dx \right\} dx \\
&= x \tan^{-1} x - \int \frac{x}{1+x^2} dx \\
&= x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \int \frac{2x \, dx}{1+x^2} \\
&= x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + c \quad (\text{Ans.})
\end{aligned}$$

(গ). এর সমাধান:

দেওয়া আছে, $g(x, y) = 1$

$$\therefore \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \dots\dots\dots(i)$$

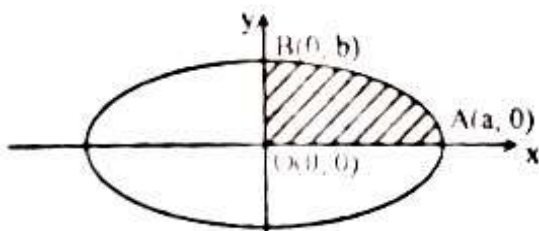
(i) নং এ $y = 0$ বসিয়ে পাই, $x^2 = a^2 \therefore x = \pm a$

অর্থাৎ উপবৃত্তটি x - অক্ষকে $(-a, 0)$ ও $(a, 0)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

আবার, $x = 0$ বসিয়ে পাই, $y^2 = b^2 \therefore y = \pm b$

\therefore উপবৃত্তটি y - অক্ষকে $(0, -b)$ ও $(0, b)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল = $4 \times OABO$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল



ধরি, $x = a \sin \theta \Rightarrow dx = a \cos \theta \, d\theta$
যখন $x = 0$ তখন $\theta = 0$
এবং যখন $x = a$, তখন $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^a y dx = 4 \int_0^a \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{4b}{a} \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} \\
&= \frac{4b}{a} \int_0^{\pi/2} \sqrt{a^2 - a^2 \sin^2 \theta} \cdot a \cos \theta d\theta \\
&= 2ab \int_0^{\pi/2} 2 \cos^2 \theta d\theta = 2ab \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2\theta) d\theta \\
&= 2ab \left[\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_0^{\pi/2} = 2ab \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right] = \pi ab \text{ বর্গ একক}
\end{aligned}$$

প্র্যাকটিস অংশঃ সৃজনশীল প্রশ্নঃ

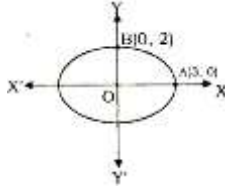
১। $f(x) \sec x$ এবং $y^2=4ax$ ও $x^2=4ay$ দুইটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।

ক. প্রমাণ কর যে, $\cos^2(A-120^\circ) + \cos^2 A + \cos^2 (A+120^\circ) = \frac{3}{2}$ ২

খ. মান নির্ণয় কর: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\{f(x)\}^3 - \tan^3 x}{\tan x}$ ৪

গ. দেখাও যে, পরাবৃত্ত দুইটি দ্বারা আবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{16}{3}$ বর্গ একক। ৪

২।



$f(x) = x^4$ একটি ফাংশন

ক. $\int 5 \cos 4x \cdot \sin 3x dx = ?$ ২

খ. $f(\sin x)$ এর যোগজ নির্ণয় কর। ৪

গ. যোগজীকরণের সাহায্যে উপবৃত্তির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৩। $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ এবং $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ফাংশনগুলি যথাক্রমে $f(t) = 2t$, $g(t) = \sin t$, $h(t) = t$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত।

ক. x এর সাপেক্ষে $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$ অন্তরীকরণ কর। ২

খ. $\int e^{f(x)} g(x) dx$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $y^2 = 8f(x)$ এবং $y = h(x)$ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৪। $h(t) = \sec^2 t$, $9x^2 + 16y^2 = 144$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

ক. $\int_0^{\ln 4} \frac{e^t}{2 + e^t} dt$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\int \frac{dt}{1 + \frac{3}{h(t)}}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

- গ. উদ্দীপকের উপবৃত্তির দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 8
- ৫। $f(x) = e^x + 1$, $g(x) = x\sqrt{4-x}$ এবং $y^2 = 4ax$ ও $x^2 = 4ay$ দুটি পরাবৃত্তের সমীকরণ।
- ক. $\int \frac{dx}{f(x)}$ বের কর ২
- খ. $\int_0^4 g(x)dx$ নির্ণয় কর। 8
- গ. পরাবৃত্তদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর 8
- ৬। $x^2 + y^2 = 25$ একটি বৃত্ত এবং $f(x) = x - 3$ একটি ফাংশন।
- ক. $\int_3^6 (x)dx$ নির্ণয় কর।
- খ. $\int_0^5 y dx$ নির্ণয় কর 8
- গ. বৃত্তটি এবং $f(x) = 0$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতর ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 8
- ৭। $f(x) = \cos x$ একটি ফাংশন এবং $x^2 + y^2 = 25$ একটি বৃত্তের সমীকরণ।
- ক. $f \frac{\tan x}{\ln\{f(x)\}} dx$ এর যোগজ নির্ণয় কর। ২
- খ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\frac{f(\frac{\pi}{2}-x)}{f(x)}} dx$ এর মান নির্ণয় কর। 8
- গ. উদ্দীপকের বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 8
- ৮। (i) $\int \frac{1}{1+\sin x} dx$ (ii) $\int_1^{\sqrt{3}} x \cdot \tan^{-1} x dx$ (iii) $\int \cos^3 x \sin^3 x dx$ এবং $x^2 + y^2 = a^2$ একটি বৃত্তের সমীকরণ।
- ক. (i) কে সমাকলন কর। ২
- খ. (ii) কে নির্দিষ্ট সমাকলন কর এবং (iii) কে সমাকলন কর। 8
- গ. বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 8
- ৯। $f(x) = e^x + e^{-x}$; $g(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$
- ক. $y = e^{\tan^{-1}x}$ হলে দেখাও যে, $(1+x^2) y_2 + (2x-1) y_1 = 0$. ২
- খ. $\int_0^1 \frac{dx}{f(x)}$ নির্ণয় কর। 8
- গ. $\int e^x g(x) dx$ নির্ণয় কর। 8
- ১০। $\int \sin^2 x \cos^2 x dx \dots \dots (1)$ $\int \frac{1+x}{1+x^2} dx \dots \dots (2)$
- ক. $(\cot x)^{\tan x}$ এর অন্তরজ নির্ণয় কর। ২
- খ. (1) নং এর যোগজ নির্ণয় কর। 8
- গ. (2) নং এর মান নির্ণয় কর যেখানে সীমা 0 থেকে 1. 8

১১। $x^2+y^2=25$ একটি বৃত্তের সমীকরণ।

ক. $\int \frac{1}{9x^2-4} dx$ নির্ণয় কর। ২

খ. বৃত্তটির (3,4) বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। ৪

গ. যোগজীকরণের সাহায্যে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১২। $f(\theta)=\sin \theta$

ক. $\int \frac{1}{1+\tan z} dz$ এর মান কত? ২

খ. $\sqrt{1+f(x)}$ এর সাপেক্ষে যোগজ নির্ণয় কর। ৪

গ. $\int f\left(\frac{\pi}{2}-2\theta\right) f\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) d\theta$ এর মান বের কর। ৪

১৩। $f(x)=\sin x$ এবং $g(x)=\cos x$.

ক. দেখাও যে, $g(3x)=4\{g(x)\}^3-3g(x)$. ২

খ. $e^{x f(x)} dx$ এর যোজিত ফল নির্ণয় কর। ৪

গ. $f(x)-g(x)=0$ হলে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান নির্ণয় কর। ৪

১৪। $x^2+y^2=25$ একটি বৃত্ত, $f(x)=x-3$ এবং $g(x)=\sin x$ দুইটি ফাংশন।

ক. $xg(x)dx$ নির্ণয় কর। ২

খ. $\int_0^5 ydx$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উল্লিখিত বৃত্ত এবং $f(x)=0$ রেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষুদ্রতম ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত? ৪

১৫। $x^2+y^2=a^2$ এবং $9x^2+4y^2=36$ যথাক্রমে বৃত্ত ও উপবৃত্তের সমীকরণ।

ক. (1, 1) বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শকের ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. যোগজীকরণের সাহায্যে বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

গ. উপবৃত্তটির দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক/ ৪

১৬। $h(x)=\tan^{-1}x$ এবং $g(x,y)=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}$; যেখানে $a>b$.

ক. $\int e^2 (\cos-\sin x) dx$ এর যোগজ কত? ২

খ. $\int h(x) dx$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $g(x,y)=1$ বক্ররেখাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৭। $x^2+y^2=25$ একটি বৃত্তের সমীকরণ এবং $f_1(x)=x$

ক. $\int f_1(x) \ln x dx$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\int f_1(x) \sqrt{4-f_1(x)} dx$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

১৮। $\int e^x \sin 2x dx$

$$\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$$

ক. $f \frac{dx}{1+\tan x}$ নির্ণয় কর।

২

খ. ১ম উদ্দীপকের আলোকে সমাকলন নির্ণয় কর।

৪

গ. ২য় উদ্দীপকের আলোকে মান নির্ণয় কর।

৪

১৯। $f(x) = e^x$ এবং $x^2+y^2=16$ একটি বৃত্তের সমীকরণ

ক. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $\frac{xf'(x)}{(x+1)^{2dx}}$ নির্ণয় কর।

৪

গ. বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪

১৯। $f(x) = e^x$ এবং $x^2+y^2=16$ একটি বৃত্তের সমীকরণ

ক. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $\frac{xf'(x)}{(x+1)^{2dx}}$ নির্ণয় কর।

৪

গ. বৃত্তটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪

$$২০। p = \frac{1}{1+\sin x}; q = \frac{1}{\frac{3}{(a^2+x^2)^2}}$$

ক. $(\sqrt{x})\sqrt{x}$ এর অন্তরজ নির্ণয় কর।

২

খ. qdx নির্ণয় কর।

৪

গ. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} p dx$ নির্ণয় কর।

৪

২১। দৃশ্যকল্প-১: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

দৃশ্যকল্প-২: $g(x) = \cos^3 x \sqrt{\sin x}$

ক. $\sin^3 \cos d$ এর মান কত?

২

খ. দৃশ্যকল্প-২: হতে দেখাও যে, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx = \frac{8}{21}$

৪

গ. দৃশ্যকল্প-১: হতে $a = 5, b = 4$ হলে উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪

২২। $f(x) = \sin x, g(x) = e^4$ দুটি বীজগণিতীয় ফাংশন।

ক. $5f(x) + 3g(x)$ এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর।

২

খ. $\int_0^{\ln 2} \frac{g(x)}{1+g(x)} dx$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, $4g(x) + \frac{9}{g(x)}$ এর ক্ষুদ্রতম মান 12। 8

২৩। $f(x) = \frac{1}{1 + \tan x}$, $g(\theta) = \frac{1}{1 + 3\cos^2 \theta}$ এবং $h(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$

ক. $\int f(x) dx$ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\int g(\theta) d\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{\tan \theta}{2} \right) + c$ 8

গ. $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$ নির্ণয় কর। 8

২৪। $P = \sin^2 \theta$, $Q = \sqrt{\cos \theta} \sin \theta$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক ফাংশন এবং $y = x$ একটি সরলরেখা ও $y^2 = 4x$ একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে।

ক. $\int P dQ$ নির্ণয় কর। ২

খ. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Q d\theta$ নির্ণয় কর। 8

গ. সরলরেখা এবং পরাবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 8

২৫। $f(m) = e^m$, $g(m) = \sin 2m$ এবং $4x^2 + 9y^2 = 36$

ক. $\int \frac{dx}{f(x) + f(-x)}$ নির্ণয় কর। ২

খ. $\int f(x)g(x) dx$ নির্ণয় কর। 8

গ. প্রদত্ত সমীকরণ হতে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 8

২৬। দুটি ফাংশন $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$ এবং $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ একটি উপবৃত্তের সমীকরণ।

ক. $\int \cos^{-1} x dx$ এর যোগজ নির্ণয় কর। ২

খ. $\int \{(x)^3 \sqrt{g(x)} dx$ যোগজ নির্ণয় কর। 8

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত উপবৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। 8

২৭। নিচের উদ্দীপকগুলো লক্ষ্য কর:

(i) $y = \frac{x}{\sqrt{1-x}}$, (ii) $f(x) = \frac{xe^x}{(1+x)^2}$, (iii) $g(x) = x^2 \sqrt{4-x^2}$

ক. $\int y dx$ নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\int f(x) dx = \frac{e^x}{1+x} + c$ 8

গ. -1 থেকে $+1$ সীমার মধ্যে $g(x)$ এর মান নির্ণয় কর। 8

২৮। $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$ এবং $g(x) = \frac{e^x}{1 + e^x}$

ক. $\int 5 \cos 4x \sin 3x dx$ এর যোগজ নির্ণয় কর। ২

খ. $\int f(x) dx$ নির্ণয় কর। 8

গ. $\int_0^{\ln 2} g(x)dx$ এর মান নির্ণয় কর।

8

২৯। $f(x) = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ একটি ফাংশন।

ক. প্রমাণ কর: $\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

২

খ. $a = 9$ হলে, $f(x)dx = ?$

8

গ. $a^2 = 4$ হলে দেখাও যে, $\int_0^1 xf(x)dx = 2 - \sqrt{3}$

8

৩০। $f(x) = \frac{1}{(9 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$, $g(x) = x^2$

ক. $\frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx = ?$

২

খ. $f(x) dx$ এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. $x - y + 2 = 0$, $y = g(x) = x^2$ বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

8

৩১। $f(x) = \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x$, $g(x) = x^3 + 3x^4$, $h(x) = x^2 + y^2$

ক. $f(x) dx$ নির্ণয় কর।

২

খ. $\int_0^1 g(x) dx$ নির্ণয় কর।

8

গ. $h(x) = 4$ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

8

৩২। $f(\theta) = 1 + 3\cos^2 \theta$ এবং $g(\theta) = \frac{e^\theta}{1 + e^\theta}$

ক. অনির্দিষ্ট যোগেজ যোগজীকরণ প্রবক ব্যবহার করা হয় কেন?

২

খ. $\frac{d\theta}{f(\theta)}$ নির্ণয় কর।

8

গ. দেখাও যে, $\int_0^{\ln 2} g(x)dx = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$

8