

5.4

গসাণ্ড ও লসাণ্ড

১. $a-5$ এর বর্গ কোনটি?

(ক) $a^2+10a+25$ (খ) $a^2-10a+25$ (গ) $a^2+5a+25$ (ঘ) $a^2-5a+25$

উত্তর: খ

২. $(x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$ এর মান কোনটি?

(ক) $8x^2$ (খ) $8y^2$ (গ) $4x^2$ (ঘ) $4y^2$

উত্তর: গ

৩. $a+b=4$ এবং $a-b=2$ হলে, ab এর মান কত?

(ক) 3 (খ) 8 (গ) 12 (ঘ) 16

উত্তর: ক

৪. একটি রাশি অপর একটি রাশি দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য হলে, ভাজ্যকে ভাজকের কী বলে?

(ক) ভাগফল (খ) ভাগশেষ (গ) গুণিতক (ঘ) গুণনীয়ক

উত্তর: গ

৫. $a, a^2, a(a+b)$ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক কোনটি?

(ক) a (খ) a^2 (গ) $a(a+b)$ (ঘ) $a^2(a+b)$

উত্তর: ঘ

৬. $2a$ ও $3b$ এর গসাণ্ড কত?

(ক) 1 (খ) 6 (গ) a (ঘ) b

উত্তর: ক

a, b বাস্তব সংখ্যা হলে-

৭. (i).. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
(ii).. $4ab=(a+b)^2+(a-b)^2$
(iii).. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তরঃ খ

(x^3y-xy^3) ও $(x-y)(x+2y)$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।
উপরের তথ্যের আলোকে ৮-১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৮. প্রথম রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?

- (ক) $(x+y)(x-y)$ (খ) $x(x+y)(x-y)$
(গ) $y(x+y)(x-y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x-y)$

উত্তরঃ ঘ

৯. বীজগণিতীয় রাশি দুইটির গসাণ্ড নিচের কোনটি?

- (ক) $(x+y)$ (খ) $(x-y)$
(গ) $y(x+y)$ (ঘ) $x(x-y)$

উত্তরঃ খ

১০. বীজগণিতীয় রাশি দুইটির লসাণ্ড নিচের কোনটি?

- (ক) $x(x+y)(x-y)$ (খ) $y(x+y)(x-y)$
(গ) $xy(x^2-y^2)(x+2y)$ (ঘ) $xy(x+y)(x+2y)$

উত্তরঃ গ

১১. $9x^2-25y^2$ এবং $15ax-25ay$ এর লসাণ্ড কত?

- (ক) $(3x+5y)$ (খ) $(3x-5y)$
(গ) $(9x^2-25y^2)$ (ঘ) $5a(9x^2-25y^2)$

উত্তরঃ ঘ

১২. x^3y^5 ও a^2-b^2 এর গসাণ্ড কত?

- (ক) x^3y^5 (খ) x^2a^2
(গ) xy^4 (ঘ) 1

উত্তরঃ ঘ

১৩. $x-1/x=0$ হলে,

- (i).. $x=1$
(ii).. $x=-1$
(iii).. $x= \pm 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ঘ

১৪. $a+1/a=4$ হলে a^2-4a+1 এর মান কত?

(ক) 4 (খ) 3 (গ) 2 (ঘ) 0

উত্তর: ঘ

১৫. $a+5$ এর বর্গ কোনটি?

(ক) $a^2+10a+5$ (খ) $a^2-10a+25$

(গ) $a^2+5a+25$ (ঘ) $a^2+10a-25$

উত্তর: খ

১৬. $a+b=8$, $a-b=4$ হলে $ab=$ কত?

(ক) 8 (খ) 10 (গ) 12 (ঘ) 18

উত্তর: গ

গসাণ্ড নির্ণয় কর (১৭-২৬):

১৭. $3a^2b^2c^2$, $6ab^2c^2$

সমাধান:

১ম রাশি $=3a^2b^2c^2=3 \times a \times a \times b \times b \times c$

২য় রাশি $=6ab^2c^2=2 \times 3 \times a \times b \times b \times c \times c$

এখানে, সাধারণ গুণনীয়কগুলো হলো: 3, a, b, b, c

\therefore নির্ণেয় গসাণ্ড $=3 \times a \times b \times b \times c = 3ab^2c$

১৮. $5ab^2x^2$, $10a^2by^2$

সমাধান:

১ম রাশি $=5ab^2x^2=5 \times a \times b \times b \times x \times x$

২য় রাশি $=10a^2by^2=2 \times 5 \times a \times a \times b \times y \times y$

এখানে, সাধারণ গুণনীয়কগুলো হলো: 5, a, b

\therefore নির্ণেয় গসাণ্ড $=5 \times a \times b = 5ab$

১৯. $3a^2x^2$, $6axy^2$, $9ay^2$

সমাধান:

১ম রাশি $=3a^2x^2=3 \times a \times a \times x \times x$

২য় রাশি $=6axy^2=2 \times 3 \times a \times x \times y \times y$

৩য় রাশি $=9ay^2=3 \times 3 \times a \times y \times y$

এখানে, সাধারণ গুণনীয়কগুলো হলো: 3, a

\therefore নির্ণেয় গসাণ্ড $=3 \times a = 3a$

২০. $16a^3x^4y$, $40a^2y^2x$, $28ax^3$

সমাধান:

১ম রাশি $=16a^3x^4y = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times a \times a \times a \times x \times x \times x \times x \times y$

২য় রাশি $=40a^2y^2x = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times a \times a \times y \times y \times x$

৩য় রাশি = $28ax^3 = 2 \times 2 \times 7 \times a \times x \times x \times x$
এখানে, সাধারণ গুণনীয়কগুলো হলো: $2, 2, a, x$
 \therefore নির্ণেয় গসাণ্ড = $2 \times 2 \times a \times x = 4ax$

২১. a^2+ab, a^2-b^2

সমাধান:

১ম রাশি = $a^2+ab=a(a+b)$

২য় রাশি = $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হলো: $(a+b)$

\therefore নির্ণেয় গসাণ্ড = $(a+b)$

২২. $x^3y-xy^3, (x-y)^2$

সমাধান:

১ম রাশি = $x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$

২য় রাশি = $(x-y)^2=(x-y)(x-y)$

এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হলো: $(x-y)$

\therefore নির্ণেয় গসাণ্ড = $x-y$

২৩. $x^2+7x+12, x^2+9x+20$

সমাধান:

১ম রাশি

$$= x^2+7x+12$$

$$= x^2+3x+4x+12$$

$$= x(x+3)+4(x+3)$$

$$= (x+3)(x+4)$$

২য় রাশি

$$= x^2+9x+20$$

$$= x^2+4x+5x+20$$

$$= x(x+4)+5(x+4)$$

$$= (x+5)(x+4)$$

এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হলো: $(x+4)$

\therefore নির্ণেয় গসাণ্ড = $(x+4)$

২৪. $a^3-ab^2, a^4+2a^3b+a^2b^2$

সমাধান:

১ম রাশি

$$= a^3-ab^2$$

$$= a(a^2-b^2)$$

$$= a(a+b)(a-b)$$

২য় রাশি

$$= a^4+2a^3b+a^2b^2$$

$$= a^2(a^2+2ab+b^2)$$

$$= a^2(a+b)^2$$

$$= a \times a(a+b)(a+b)$$

এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হলো: $a(a+b)$
∴ নির্ণেয় গসাগু = $a(a+b)$

২৫. $a^2-16, 3a+12, a^2+5a+4$

সমাধান:

১ম রাশি

$$= a^2-16$$

$$= a^2-4^2$$

$$= (a-4)(a+4)$$

২য় রাশি

$$= 3a+12$$

$$= 3(a+4)$$

৩য় রাশি

$$= a^2+5a+4$$

$$= a^2+a+4a+4$$

$$= a(a+1)+4(a+1)$$

$$= (a+1)(a+4)$$

এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হলো: $(a+4)$

∴ নির্ণেয় গসাগু = $(a+4)$

২৬. $xy-y, x^3y-xy, x^2-2x+1$

সমাধান:

১ম রাশি = $xy-y=y(x-1)$

২য় রাশি

$$= x^3y-xy$$

$$= xy(x^2-1)$$

$$= xy(x+1)(x-1)$$

৩য় রাশি

$$= x^2-2x+1$$

$$= x^2-2 \times x \times 1 + 1^2$$

$$= (x-1)^2$$

$$= (x-1)(x-1)$$

এখানে, সাধারণ মৌলিক উৎপাদক হলো: $(x-1)$

∴ নির্ণেয় গসাগু = $(x-1)$

লসাগু নির্ণয় কর (২৭-৩৬):

২৭. $6a^3b^2c, 9a^4bd^2$

সমাধান:

রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ 6 ও 9 এর লসাগু 18

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত a, b, c, d উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে a^4, b^2, c, d^2

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = 18 a^4 b^2 c d^2$$

$$\text{২৮. } 5x^2y^2, 10xz^3, 15y^3z^4$$

সমাধানঃ

রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ 5, 10 ও 15 এর লসাগু 30

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত x, y, z উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে x^2, y^3, z^4

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = 30 x^2 y^3 z^4$$

$$\text{২৯. } 2p^2xy^2, 3pq^2, 6pqx^2$$

সমাধানঃ

রাশিগুলোর সাংখ্যিক সহগ 2, 3 ও 6 এর লসাগু 6

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত p, q, x, y উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে p^2, q^2, x^2, y^2

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = 6 p^2 q^2 x^2 y^2$$

$$\text{৩০. } (b^2 - c^2), (b + c)^2$$

সমাধানঃ

$$১ম রাশি = (b^2 - c^2) = (b + c)(b - c)$$

$$২য় রাশি = (b + c)^2 = (b + c)$$

এখানে, $(b + c)$ রাশির সর্বোচ্চ ঘাত $(b + c)^2$

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = (b - c)(b + c)^2$$

$$\text{৩১. } x^2 + 2x, x^2 + 3x + 2$$

সমাধানঃ

$$১ম রাশি = x^2 + 2x = x(x + 2)$$

২য় রাশি

$$= x^2 + 3x + 2$$

$$= x^2 + x + 2x + 2$$

$$= x(x + 1) + 2(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x + 2)$$

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে $x, (x + 2), (x + 1)$

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = x(x + 2)(x + 1) = x(x^2 + 3x + 2)$$

$$\text{৩২. } 9x^2 - 25y^2, 15ax - 25ay$$

সমাধানঃ

১ম রাশি

$$= 9x^2 - 25y^2$$

$$= (3x)^2 - (5y)^2$$

$$= (3x + 5y)(3x - 5y)$$

২য় রাশি

$$= 15ax - 25ay$$

$$= 5a(3x - 5y)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = 5a(3x - 5y)(3x + 5y) = 5a(9x^2 - 25y^2)$$

৩৩. $x^2-3x-10$, $x^2-10x+25$

সমাধানঃ

১ম রাশি

$$= x^2-3x-10$$

$$= x^2-5x+2x-10$$

$$= x(x-5)+2(x-5)$$

$$= (x+2)(x-5)$$

২য় রাশি

$$= x^2-10x+25$$

$$= x^2-2 \times x \times 5 + 5^2$$

$$= (x-5)^2$$

এখানে, $(x-5)$ রাশির সর্বোচ্চ ঘাত $(x-5)^2$

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = (x-2)(x-5)^2$$

৩৪. $a^2-7a+12$, a^2+a-20 , $a^2+2a-15$

সমাধানঃ

১ম রাশি

$$= a^2-7a+12$$

$$= a^2-3a-4a+12$$

$$= a(a-3)-4(a-3)$$

$$= (a-4)(a-3)$$

২য় রাশি

$$= a^2+a-20$$

$$= a^2+5a-4a-20$$

$$= a(a+5)-4(a+5)$$

$$= (a+5)(a-4)$$

৩য় রাশি

$$= a^2+2a-15$$

$$= a^2+5a-3a-15$$

$$= a(a+5)-3(a+5)$$

$$= (a+5)(a-3)$$

প্রদত্ত রাশিগুলোর অন্তর্ভুক্ত উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ ঘাত যথাক্রমে $(a+5)$, $(a-3)$, $(a-2)$

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = (a+5)(a-3)(a-2)$$

৩৫. $x^2-8x+15$, x^2-25 , $x^2+2x-15$

সমাধানঃ

১ম রাশি

$$= x^2-8x+15$$

$$= x^2-3x-5x+15$$

$$= x(x-3)-5(x-3)$$

$$= (x-5)(x-3)$$

২য় রাশি

$$= x^2-25$$

$$\begin{aligned}
&= x^2 - 5^2 \\
&= (x-5)(x+5) \\
&\text{৩য় রাশি} \\
&= x^2 + 2x - 15 \\
&= x^2 + 5x - 3x - 15 \\
&= x(x+5) - 3(x+5) \\
&= (x-3)(x+5) \\
&\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = (x-3)(x-5)(x+5) = (x-3)(x^2 - 25)
\end{aligned}$$

৩৬. $x+5$, x^2+5x , $x^2+7x+10$

সমাধানঃ

$$\text{১ম রাশি} = x+5$$

$$\text{২য় রাশি} = x^2 + 5x = x(x+5)$$

$$\text{৩য় রাশি} = x^2 + 7x + 10 = x^2 + 2x + 5x + 10 = x(x+2) + 5(x+2) = (x+5)(x+2)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় লসাগু} = x(x+2)(x+5)$$

৩৭. $a=2x-3$ এবং $b=2x+5$

(ক) $a+b$ এর মান নির্ণয় কর।

(খ) সূত্রের সাহায্যে a^2 এর মান নির্ণয় কর।

(গ) সূত্রের সাহায্যে a ও b এর গুনফল নির্ণয় কর। $x=2$ হলে $ab=$ কত?

সমাধানঃ

(ক)

$$a+b = (2x-3) + (2x+5) = 2x-3+2x+5 = 4x+2$$

(খ)

$$a^2 = (2x-3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

(গ)

ab

$$= (2x-3)(2x+5)$$

$$= (2x-3) \times 2x + (2x-3) \times 5$$

$$= 4x^2 - 6x + 10x - 15$$

$$= 4x^2 + 4x - 15$$

$x=2$ হলে,

$$4x^2 + 4x - 15 = 4 \times 2^2 + 4 \times 2 - 15 = 16 + 8 - 15 = 9$$

$$\therefore ab = 9$$

৩৮. x^4-625 এবং $x^2+3x-10$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ক) দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

(খ) রাশি দুইটির গসাগু নির্ণয় কর।

(গ) রাশি দুইটির লসাগু নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

(ক)

$$x^2 + 3x - 10$$

$$= x^2 + 5x - 2x - 10$$

$$= x(x+5) - 2(x+5)$$

$$=(x-2)(x+5)$$

(খ)

১ম রাশি

$$x^4-625$$

$$=(x^2)^2-(25)^2$$

$$=(x^2-25)(x^2+25)$$

$$=(x^2-5^2)(x^2+25)$$

$$=(x-5)(x+5)(x^2+25)$$

২য় রাশি

$$=x^2+3x-10$$

$$=x^2+5x-2x-10$$

$$=x(x+5)-2(x+5)$$

$$=(x-2)(x+5)$$

$$\therefore \text{রাশি দুইটির গসাণ্ড}=(x+5)$$

(গ)

১ম রাশি

$$x^4-625$$

$$=(x^2)^2-(25)^2$$

$$=(x^2-25)(x^2+25)$$

$$=(x^2-5^2)(x^2+25)$$

$$=(x-5)(x+5)(x^2+25)$$

২য় রাশি

$$=x^2+3x-10$$

$$=x^2+5x-2x-10$$

$$=x(x+5)-2(x+5)$$

$$=(x-2)(x+5)$$

$$\therefore \text{রাশি দুইটির লসাণ্ড}=(x-5)(x+5)(x^2+25)(x-2)=(x-2)(x^4-625)$$

৩৯. $x^2-3x-10$, $x^3+6x+8x$ এবং $x^4-5x^3-14x^2$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক) $(3x-2y+z)$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

খ) ১ম ও ২য় রাশির গসাণ্ড নির্ণয় কর।

গ) রাশি তিনটির লসাণ্ড নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

(ক)

$(3x-2y+z)$ এর বর্গ

$$=(3x-2y+z)^2$$

$$=(3x-2y)^2+2 \times (3x-2y) \times z+z^2$$

$$=(3x)^2-2 \times 3x \times 2y+(2y)^2+2 \times 3x \times z-2 \times 2y \times z+z^2$$

$$=9x^2-12xy+4y^2+6xz-4yz+z^2$$

(খ)

১ম রাশি

$$=x^2-3x-10$$

$$=x^2-5x+2x-10$$

$$=x(x-5)+2(x-5)$$

$$=(x+2)(x-5)$$

২য় রাশি

$$=x^3+6x+8x$$

$$=x^3+4x+2x+8x$$

$$=x(x+4)+2(x+4)$$

$$=(x+2)(x+4)$$

$$\text{১ম ও ২য় রাশির গসাণ্ড} = x+2$$

(গ)

১ম রাশি

$$=x^2-3x-10$$

$$=x^2-5x+2x-10$$

$$=x(x-5)+2(x-5)$$

$$=(x+2)(x-5)$$

২য় রাশি

$$=x^3+6x+8x$$

$$=x^3+4x+2x+8x$$

$$=x(x+4)+2(x+4)$$

$$=(x+2)(x+4)$$

৩য় রাশি

$$=x^4-5x^3-14x^2$$

$$=x^4-7x^3+2x^3-14x^2$$

$$=x^3(x-7)+2x^2(x-7)$$

$$=(x^3+2x^2)(x-7)$$

$$=x^2(x+2)(x-7)$$

$$\therefore \text{লসাণ্ড} = (x+2)(x-5)(x+4)(x-7)x^2$$