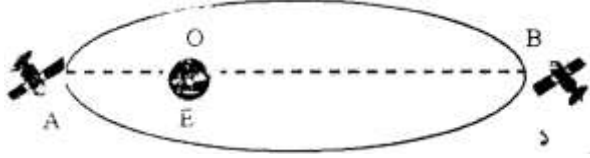


প্রশ্ন ১১ চিত্রে প্রদর্শিত M ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী E কে কেন্দ্র করে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে। O হতে A ও B বিন্দুর দূরত্ব যথাক্রমে 1.5×10^7 m এবং 5×10^7 m।



[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

- সংরক্ষণশীল বল কী?
- একই উচ্চতায় একই ভরের দুটি বস্তুকে দুজন লোক একই পরিমাণ সময়ে উত্তোলন না করলে ক্ষমতা ভিন্ন হয় কেন?
- পৃথিবী হতে A ও B অবস্থানের সাপেক্ষে উপগ্রহটির গড় দূরত্ব অর্ধেক হলে আবর্তনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে?
- A ও B অবস্থানে উপগ্রহটির বেগের তারতম্যের গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বল দ্বারা সৃষ্ট ক্ষেত্রে অবস্থিত একটি বস্তুকে যেকোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে ঐ বল দ্বারা কৃতকাজ যদি শূন্য হয়, তাহলে তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।

খ একই উচ্চতায় একই ভরের দুটি বস্তুকে দুজন লোক উত্তোলন করলে একই পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়। তাই ক্ষমতার সংজ্ঞানুসারে (একক সময়ে কৃতকাজের পরিমাণ বা $P = W/t$) বস্তুদ্বয়কে একই পরিমাণ সময়ে উত্তোলন না করলে ক্ষমতা ভিন্ন হয়।

যেমন, $W = 100$ J এবং $t_1 = 4$ sec, $t_2 = 5$ sec হলে,

$$P_1 = \frac{W}{t_1} = \frac{100 \text{ J}}{4 \text{ sec}} = 25 \text{ W} \text{ এবং } P_2 = \frac{W}{t_2} = \frac{100 \text{ J}}{5 \text{ sec}} = 20 \text{ W}$$

স্পষ্টত : $25 \text{ W} \neq 20 \text{ W}$ অর্থাৎ $P_1 \neq P_2$

গ পৃথিবী হতে উপগ্রহটির পূর্বের গড় দূরত্ব R_1 হলে

পরবর্তী গড় দূরত্ব, $R_2 = R_1/2$

বের করতে হবে, আবর্তনকালের পরিবর্তন, $T_2 : T_1 = ?$

$$\text{কেপলারের ৩য় সূত্র হতে পাই, } \frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3}$$

$$\therefore \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{R_1/2}{R_1} \right)^{\frac{3}{2}} = (0.5)^{1.5} = 0.354$$

বা, $T_2 = 0.354 T_1 = T_1 \times 35.4\%$

সুতরাং উপগ্রহের আবর্তনকাল পূর্বের তুলনায় 35.4 শতাংশ হবে।

ঘ কেপলারের ২য় সূত্রানুসারে, পৃথিবীর কেন্দ্র এবং কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানের সংযোজককারী রেখাংশ সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।



মনে করি, 1 sec সময়কালে উপগ্রহটি P হতে Q-তে এবং P' হতে Q' অবস্থানে আসে। আবর্তনকালের তুলনায় 1 sec অতি অল্প সময় ব্যবধান, তাই PQ এবং P'Q' সরলরেখিক।

A ও B অবস্থান হতে পৃথিবীর কেন্দ্রের দূরত্ব যথাক্রমে R_1 ও R_2 হলে, R_1 ও R_2 হলো প্রদর্শিত দুটি ত্রিভুজের উচ্চতা। PQ ও P'Q' হলো ত্রিভুজদ্বয়ের ভূমি।

ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমান হওয়ায়, $\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} \times PQ \times$

$$R_1 = \frac{1}{2} P'Q' \times R_2$$

$$\text{বা, } \frac{PQ}{P'Q'} = \frac{R_2}{R_1}$$

চিত্রানুসারে $R_2 > R_1$, সুতরাং $\frac{PQ}{P'Q'} > 1$

বা, $PQ > P'Q'$

কিন্তু PQ হলো A অবস্থানে বেগ এবং P'Q' হলো B অবস্থানে বেগ।

অর্থাৎ, A অবস্থানে উপগ্রহটির বেগ > B অবস্থানে উপগ্রহটির বেগ

সুতরাং পৃথিবী হতে কৃত্রিম উপগ্রহের দূরত্ব কমে আসলে বেশি বেগে পরিভ্রমণ করে এবং পৃথিবী হতে দূরে সরে গেলে বেগ কমে যায়।

এখানে, A অবস্থানে বেগঃ B অবস্থানে বেগ = $R_2 : R_1$

$$= 5 \times 10^7 \text{ m} : 1.5 \times 10^7 \text{ m}$$

$$= 3.33 : 1$$

প্রশ্ন ১২ পৃথিবী হতে 1800 kg ভরের একটি মহাশূন্যযান মুক্তি বেগে যাত্রা করে চন্দ্রে পৌঁছাল। চন্দ্র থেকে আবার পৃথিবীর উদ্দেশ্যে মুক্তি বেগে রওনা হল। পৃথিবীর ভর 6×10^{24} kg, ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m, চন্দ্রের ব্যাসার্ধ 1.5×10^6 m এবং পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} । চন্দ্রে কোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীর তুলনায় 5.6 গুণ কম। উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা]

- ঘাত বল কী?
- ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া পরস্পর সমান ও বিপরীত হলেও এরা কখনো সাম্য প্রতিষ্ঠা করতে পারে না কেন?
- উদ্দীপকের আলোকে ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে পৃথিবীর জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর।
- মহাশূন্য যানটির পৃথিবীতে এবং চন্দ্রে প্রাথমিক গতিশক্তি সমান নাকি ভিন্ন হবে গাণিতিক যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অতি ক্ষুদ্র সময়কাল ধরে বৃহৎমানের কোনো বল ক্রিয়া করলে তাকে ঘাত বল বলে।

খ ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া পরস্পর সমান ও বিপরীত হলেও এরা কখনো সাম্য প্রতিষ্ঠা করতে পারে না। কারণ, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া দুটি ভিন্ন বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। সাম্য প্রতিষ্ঠা করতে হলে সংশ্লিষ্ট বলসমূহ একই বস্তুকণার ওপর প্রযুক্ত হওয়া আবশ্যিক।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg

বের করতে হবে, ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে পৃথিবীর জড়তার ভ্রামক, $I = ?$

আমরা জানি, M ভর এবং R ব্যাসার্ধসম্পন্ন কোনো গোলকের অক্ষ

$$\text{সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক, } I = \frac{2}{5} MR^2$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় জড়তার ভ্রামক, } I = \frac{2}{5} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2$$

$$= 9.8304 \times 10^{37} \text{ kgm}^2 \text{ (Ans.)}$$

ঘ পৃথিবী বা চন্দ্রের অভিকর্ষের প্রভাব কাটাতে হলে সংশ্লিষ্ট গ্রহের পৃষ্ঠ হতে মহাশূন্যযানকে মুক্তবেগে নিক্ষেপ করতে হবে।

এখানে, g = পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = 9.8 ms^{-2} এবং

R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = $6.4 \times 10^6 \text{ m}$

$$v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} = 11200 \text{ ms}^{-1}$$

চন্দ্র পৃষ্ঠে মুক্তবেগ, $v_e' = \sqrt{2g'R'}$

$$\text{এখানে, } g' = \text{চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ} = \frac{9.8 \text{ ms}^{-2}}{5.6} = 1.75 \text{ ms}^{-2}$$

এবং চন্দ্রের ব্যাসার্ধ $R' = 1.5 \times 10^6 \text{ m}$

$$\therefore v_e' = \sqrt{2 \times 1.75 \text{ ms}^{-2} \times 1.5 \times 10^6 \text{ m}} = 2291 \text{ ms}^{-1}$$

দেওয়া আছে, মহাশূন্যযানের ভর, $m = 1800 \text{ kg}$

\therefore মহাশূন্যযানটির পৃথিবীতে প্রাথমিক গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv_e^2 = \frac{1}{2} \times 1800 \text{ kg} \times (11200 \text{ ms}^{-1})^2 = 1.12896 \times 10^{11} \text{ J}$$

এবং চন্দ্রে মহাশূন্যযানটির প্রাথমিক গতিশক্তি,

$$E_k' = \frac{1}{2} mv_e'^2 = \frac{1}{2} \times 1800 \text{ kg} \times (2291 \text{ ms}^{-1})^2 = 4.7238 \times 10^9 \text{ J}$$

যেহেতু, $1.12896 \times 10^{11} \text{ J} \neq 4.7238 \times 10^9 \text{ J}$

বা, $E_k \neq E_k'$

সুতরাং, মহাশূন্য যানটির পৃথিবীতে এবং চন্দ্রে প্রাথমিক গতিশক্তি ভিন্ন।

প্রশ্ন ▶ ৩ একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবী থেকে 700 km উপরে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

[রেসিডেন্সিয়াল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কী? ১

খ. একটি হালকা ও ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান – কোনটির গতিশক্তি বেশি – ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ বের কর। ৩

ঘ. উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় রাখলে এটি একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হিসেবে পরিগণিত হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সংঘর্ষের ফলে সংঘর্ষে লিপ্ত বস্তু সমূহের মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

খ হালকা ও ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান হলে, $P_1 = P_2$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$\text{বা, } \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\text{এদের গতিশক্তির অনুপাত, } \frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2$$

$$= \frac{m_1}{m_2} \times \frac{m_2^2}{m_1^2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$m_2 > m_1$ হলে $E_{k1} > E_{k2}$ অর্থাৎ হালকা বস্তুর গতিশক্তি বেশি।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

এবং ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 700 \text{ km} = 7 \times 10^5 \text{ m}$ বের করতে হবে, উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= 7509 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ ভূ-স্থির উপগ্রহ হতে হলে পৃথিবীর চারদিকে উপগ্রহটির পর্যায়কাল $T = 24 \text{ hr} = 86400 \text{ sec}$ হতে হবে।

এক্ষেত্রে ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা h হলে,

$$h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} - R$$

$$= \left\{ \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg} \times (86400 \text{ sec})^2}{4 \times 9.87} \right\}^{1/3} - 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$= 3.59 \times 10^7 \text{ m}$$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $3.59 \times 10^7 \text{ m}$ উচ্চতায় রাখলে এটি একটি ভূ-স্থির উপগ্রহ হিসেবে পরিগণিত হবে।

প্রশ্ন ▶ ৪ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের ৪১ এবং ৪ গুণ। পৃথিবী ও চাঁদের কেন্দ্রের মধ্যবর্তী দূরত্ব $38.6 \times 10^4 \text{ km}$ । পৃথিবীতে একজন লোকের ওজন 600N।

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ, ঢাকা]

ক. মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১

খ. দেখাও যে, অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান। ২

গ. লোকটি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন? ৩

ঘ. চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার কোথায় লোকটি নিজেকে ওজনহীন মনে করবেন বলে তুমি মনে কর-গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম হতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের বস্তুকে আনতে যে পরিমাণ কাজ করতে হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{R^2}$ (i)

এখানে M হলো পৃথিবীর ভর এবং R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। পৃথিবীর ভর দ্বারা সৃষ্ট মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের জন্য, ভূপৃষ্ঠে অবস্থিত m ভরের বস্তুর

$$\text{ওপর মহাকর্ষীয় বল, } F = \frac{GMm}{R^2} \text{ [মহাকর্ষ সূত্রানুসারে]}$$

$$m = 1 \text{ হলে } F = E$$

$$\text{সুতরাং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, } E = \frac{GM}{R^2} \text{ (ii)}$$

(i) ও (ii) হতে পাই, $g = E$, অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।

গ চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M_m এবং R_m হলে, পৃথিবীর ভর, $M_e = 81 M_m$ এবং ব্যাসার্ধ $R_e = 4 R_m$

\therefore চাঁদ ও পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুপাত,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{\frac{GM_m}{R_m^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m} \right)^2 = \frac{M_m}{81 M_m} \times \left(\frac{4 R_m}{R_m} \right)^2 = \frac{16}{81}$$

$$\text{বা, } \frac{mg_m}{mg_e} = \frac{16}{81} \text{ [m = লোকের ভর] বা, } \frac{W_m}{W_e} = \frac{16}{81}$$

$$\therefore W_m = \frac{16}{81} W_e$$

$$\therefore \text{লোকটি চাঁদে গিয়ে ওজন হারাবেন} = W_e - W_m$$

$$= W_e - \frac{16}{81} W_e = \frac{65}{81} W_e = \frac{65}{81} \times 600 \text{ N} = 481.5 \text{ N (Ans.)}$$

ঘ মনে করি, চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার যে বিন্দুতে লোকটি নিজেকে ওজনহীন মনে করবেন তা চন্দ্রের কেন্দ্র হতে x দূরত্বে অবস্থিত। ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় লব্ধি বল শূন্য হবে। ঐ বিন্দুতে অবস্থানরত অবস্থায় লোকটির ওপর চাঁদের আকর্ষণ বল =

$\frac{GM_{mm}}{x^2}$ N এবং পৃথিবীর আকর্ষণ বল = $\frac{GM_{em}}{(d-x)^2}$ [এখানে, $d = 38.6 \times 10^4$ km]

এ আকর্ষণ বলদ্বয় পরস্পর সমমানের বলে, $\frac{GM_{mm}}{x^2} = \frac{GM_{em}}{(d-x)^2}$

বা, $\left(\frac{d-x}{x}\right)^2 = \frac{M_e}{M_m} = 81$

বা, $\frac{d-x}{x} = 9$

বা, $9x = d - x$

$\therefore x = \frac{d}{10} = \frac{38.6 \times 10^4 \text{ km}}{10} = 38.6 \times 10^3 \text{ km}$

সুতরাং চন্দ্র ও পৃথিবীর সংযোগকারী রেখার যে বিন্দুটি চাঁদের কেন্দ্র হতে 38.6×10^3 km দূরত্বে অবস্থিত, সেখানে লোকটি নিজেই ওজনহীন মনে করবেন।

প্রশ্ন ▶ ৫

[শহীদ বীর উত্তম লেঃ আনোয়ার গার্লস কলেজ]

- ক. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র কী? ১
- খ. কি কি কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তিত হয়? ২
- গ. পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী কোন বিন্দুতে মহাকর্ষ বল শূন্য হবে? ৩
- ঘ. চাঁদের অবস্থানে লব্ধি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় কর। ৪

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মহাকর্ষীয় বলের প্রভাব যে ক্ষেত্র বা স্থান জুড়ে (তাত্ত্বিকভাবে অসীম) বিদ্যমান থাকে, তাকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।

খ অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তনের কারণসমূহ হলো:

- i. উচ্চতায় ক্রিয়া
- ii. অক্ষাংশ ক্রিয়া (পৃথিবীর আন্বিক গতি)
- iii. ভূ-পৃষ্ঠ হতে গভীরতার
- iv. পৃথিবীর অসম আকৃতির জন্য

গ দেওয়া আছে, চাঁদের ভর, $m = 7.36 \times 10^{22}$ kg

পৃথিবীর ভর, $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg

এদের মধ্যকার দূরত্ব, $d = 3.85 \times 10^5 \text{ km} = 3.85 \times 10^8 \text{ m}$

জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

মনে করি, চাঁদ ও পৃথিবীর সংযোগকারী সরলরেখার চাঁদ হতে x দূরত্বে মহাকর্ষ লব্ধি বল শূন্য হবে।

তাহলে, $\frac{Gm}{x^2} = \frac{GM}{(d-x)^2}$

বা, $\left(\frac{x}{d-x}\right)^2 = \frac{m}{M} = \frac{7.36 \times 10^{22} \text{ kg}}{5.98 \times 10^{24} \text{ kg}} = 0.0123$

বা, $\frac{x}{d-x} = 0.111$

$\therefore x = \frac{0.111d}{1.111} = \frac{0.111 \times 3.85 \times 10^8 \text{ m}}{1.111} = 3.85 \times 10^7 \text{ m}$

সুতরাং, পৃথিবী ও চাঁদের সংযোগকারী রেখার চাঁদ হতে 3.85×10^7 m দূরত্বে লব্ধি মহাকর্ষ বল শূন্য হবে।

ঘ চাঁদের অবস্থানে পৃথিবীর ভরের দরশন সৃষ্ট

মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের মান, $E_1 = \frac{GM}{d^2}$

$= \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{(3.85 \times 10^8 \text{ m})^2} = 2.692 \times 10^{-3} \text{ Nkg}^{-1}$

আবার সূর্যের ভর, $M' = 1.99 \times 10^{33} \text{ kg}$

সূর্য হতে চাঁদের দূরত্ব, $d' = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

তাহলে, চাঁদের অবস্থানে সূর্যের ভরের কারণে সৃষ্ট মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের

মান $E_2 = \frac{GM'}{d'^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 1.99 \times 10^{33} \text{ kg}}{(1.5 \times 10^{11} \text{ m})^2} = 5.9 \text{ Nkg}^{-1}$

E_1 ও E_2 পরস্পর লম্বদিকে ক্রিয়া করায়, চাঁদের অবস্থানে লব্ধি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্যের মান, $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos 90^\circ}$
 $= \sqrt{(2.692 \times 10^{-3})^2 + (5.9)^2 + 2 \times 2.692 \times 10^{-3} \times 5.9 \times \cos 90^\circ}$
 $= 5.9 \text{ Nkg}^{-1}$

প্রশ্ন ▶ ৬ পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে বেশ উচ্চতায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 4.5 kms^{-1} বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $4 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং 6400 km । [হলিক্রস কলেজ, ঢাকা]

ক. গ্রহের গতি সংক্রান্ড কেপলারের ২য় সূত্রটি লেখ। ১

খ. কেন্দ্রমুখী বলের দ্বারা যে কাজ সম্পাদিত হয় তা ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকের উপগ্রহটি পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে? ৩

ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহ কিনা যাচাই কর। ৪

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক গ্রহের গতি সংক্রান্ড কেপলারের ২য় সূত্রটি হলো, সূর্য এবং গ্রহের সংযোজক রেখাংশ সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

খ বৃত্তাকার বা ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল (\vec{F}) সর্বদা বৃত্তের কেন্দ্র বরাবর ক্রিয়া করে, কিন্তু প্রতিটি ক্ষুদ্র মুহূর্তে যে ক্ষুদ্র সরণগুলো ($d\vec{s}$) ঘটে সেগুলোর দিক কেন্দ্রমুখী বলের লম্ব বরাবর। সুতরাং

প্রতিটি ক্ষুদ্র মুহূর্তে কৃতকাজ, $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = Fds \cos 90^\circ = 0$, তাই সামগ্রিক ভাবে কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কোনো কাজ সম্পন্ন হয় না।

গ দেওয়া আছে,

কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, $v = 7.5 \text{ kms}^{-1} = 7.5 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$

বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$\therefore h = \frac{GM}{v^2} - R$
 $= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(7.5 \times 10^3)^2} - 6.4 \times 10^6$
 $= 7.179 \times 10^5 \text{ m (Ans.)}$

ঘ পৃথিবীর চতুর্দিকে যে কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা, ফলে ভূপৃষ্ঠ হতে পর্যবেক্ষণকালে এটিকে সর্বদাই স্থির মনে হয়, তাকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল,

$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$
 $= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7.179 \times 10^5 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$
 $= 5963.1 \text{ sec} \approx 86400 \text{ sec} (= 24 \text{ hr})$

সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহটি ভূ-স্থির উপগ্রহ নয়।

প্রশ্ন ▶ ৭ আমরা জানি 45° অক্ষাংশে এবং সমুদ্র সমতলে অভিকর্ষ ত্বরণের মান 9.8 ms^{-2} এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, পৃথিবীর আন্বিক গতির জন্য পর্যায়কাল $T = 24 \text{ hr}$ ।

[ভিকার নিউনিসা নুন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. কাজ শক্তি উপপাদ্য বিবৃত কর। ১

খ. কখনও সমুদ্র সমতল থেকে কোন বস্তু কে $v = 11.2 \text{ kms}^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব? ২

গ. ঢাকার $\left(23\frac{1}{2}^\circ\right)$ অক্ষাংশ) অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর— উদ্দীপক ব্যবহার করে। ৩

ঘ. $(g - r)$ লেখচিত্র অংকন করে প্রয়োজনীয় সমীকরণসহ অভিকর্ষজ ত্বরণ g কিভাবে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্ব r -এর সাথে পরিবর্তিত হয় আলোচনা কর। ৪

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কাজ শক্তি উপপাদ্যটি হলো— কোনো বস্তুর ওপর বাহ্যিক বল প্রয়োগের মাধ্যমে যে পরিমাণ কাজ করা হয় তা গতিশক্তি পরিবর্তনের সমান।

খ পৃথিবীতে সমুদ্র সমতলে g -এর মান $= 9.8 \text{ ms}^{-2}$; আমরা জানি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, সুতরাং সমুদ্র সমতল হতে কোনো সুতরাং সমুদ্র সমতল থেকে কোনো বস্তুকে 11.2 kms^{-1} বেগে নিক্ষেপ করলে তা পৃথিবীর অভিকর্ষের প্রভাব কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যাবে। অর্থাৎ সমুদ্র সমতল থেকে কোনো বস্তুকে $v = 11.2 \text{ kms}^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা সম্ভব। তবে এক্ষেত্রে বস্তুটিকে আর ফেরত পাওয়া যাবে না, কারণ এটি ভূ-পৃষ্ঠে আর আসবে না।

গ দেওয়া আছে,

$\lambda_1 = 45^\circ$ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, $g_1 = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

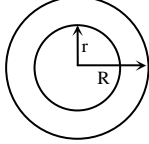
\therefore ঢাকায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, $g_2 = g - \omega^2 R \cos^2 \lambda_2$

$$= 9.817 \text{ ms}^{-2} - \left(\frac{2\pi}{86400 \text{ sec}} \right)^2 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m} \times (\cos 23.5^\circ)^2$$

$$= 9.817 \text{ ms}^{-2} - 0.02846 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 9.78854 \text{ ms}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

ঘ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থান যদি কেন্দ্র হতে r দূরত্বে অবস্থিত হয় তবে তা পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে $(R-r)$ দূরত্বে অবস্থিত। এখানে R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ উক্ত স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয়ের জন্য r ব্যাসার্ধের গোলক বিবেচনা করতে হবে। এ গোলকের পৃষ্ঠে (অর্থাৎ উক্ত বিবেচনাধীন স্থানে)



$$\text{অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g = \frac{GM'}{r^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi r^3 \rho}{r^2}$$

$$= \frac{4}{3} \pi \text{ Gr} \rho$$

G, π ধ্রুবমানের হওয়ায় $g \propto r$

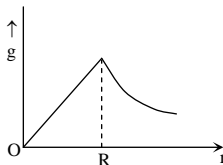
অর্থাৎ পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে ঐ স্থানের দূরত্বের সমানুপাতিক।

পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ সর্বোচ্চ। পৃথিবীর (বায়ুমন্ডলে অথবা মহাশূন্যে) কোনো স্থানের দূরত্ব যদি পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে r হয়,

তাহলে ঐ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = \frac{GM}{r^2}$

G, M ধ্রুবমানের হওয়ায় $g \propto \frac{1}{r^2}$

সুতরাং, $g - r$ বা অভিকর্ষজ ত্বরণ বনাম পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো স্থানের দূরত্ব লেখচিত্রে নিরূপণ:



অর্থাৎ, পৃথিবীর কেন্দ্র হতে পৃথিবীর পৃষ্ঠ পর্যন্ত g -এর মান সরল রৈখিক বাড়তে থাকে এবং অতঃপর g এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র হতে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক বলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে যত উপরে যা

যাওয়া যায় g এর মান তত কমতে থাকে। সুতরাং পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সর্বাধিক।

প্রশ্ন ▶ ৮ একটি সেকেন্ড দোলককে পাহাড়ের পাদদেশে নিয়ে গেলে সঠিক সময় দেয় কিন্তু পাহাড়ের চূড়ায় নিয়ে গেলে সেটি ঘন্টায় 30 সেকেন্ড সময় হারায়। [বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

ক. তাৎক্ষণিক বেগ কাকে বলে? ১

খ. সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 5° এর মধ্যে রাখা হয় কেন? ২

গ. পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল বের কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা— গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে নির্দিষ্ট দিকে কোনো বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

খ সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয়, কারণ সরল দোলকের গতিকে দোল গতি বা স্পন্দন গতি তথা সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিরূপে বিবেচনা করতে চাইলে এর গতিপথ সরলরৈখিক হওয়া জরুরী। তখন কৌণিক বিস্তার স্বল্প (অনধিক 4°) হতে বাধ্য, কারণ অধিক কৌণিক বিস্তারের ক্ষেত্রে সরল দোলকের গতিপথ বৃত্তাকার হয়ে পড়ে। এছাড়া সরল দোলকের দোলনকালের সমীকরণ $(T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}})$ প্রতিপাদনকালেও এর কৌণিক বিস্তার অনধিক 4° -এরূপ বিবেচনা করা হয়।

গ দেওয়া আছে,

পাহাড়ের পাদদেশে দোলনকাল, $T_1 = 2 \text{ sec}$

পাহাড়ের পাদদেশে ঘন্টায় টিক বা অর্ধদোলন দেয়,

এ সমীকরণে ধ্রুবমানের হলে (যেমন, এক ঘন্টা সময়কালের জন্য)

$$TN = \text{ধ্রুবক} \therefore T_1 N_1 = T_2 N_2$$

$$\therefore T_2 = \frac{T_1 N_1}{N_2} = \frac{2 \text{ sec} \times 3600}{3570} = 2.017 \text{ sec}$$

\therefore পাহাড়ের চূড়ায় সরল দোলকের দোলনকাল 2.017 sec (Ans.)

ঘ পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$T \text{ ও } T' \text{ হলে, } \frac{T}{T'} = \sqrt{\frac{g'}{g}} \text{ [সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রানুসারে](i)}$$

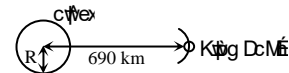
$$(i) \text{ ও } (ii) \text{ হতে পাই, } \frac{T}{T'} = \sqrt{\left(\frac{R}{R+h} \right)^2} = \frac{R}{R+h}$$

$$\text{বা, } \frac{R+h}{R} = \frac{T'}{T} = \frac{2.017 \text{ sec}}{2 \text{ sec}} = 1.0085$$

সুতরাং, পাহাড়ের উচ্চতা 54400m

অতএব, উদ্দীপকের তথ্যের ভিত্তিতে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব।

প্রশ্ন ▶ ৯



[বগুড়া ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

[পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24} \text{ kg}$; পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$]

ক. মুক্তবেগ কাকে বলে? ১

খ. অভিকর্ষজ বল অসংক্ষণশীল বল নয়— ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কৃত্রিম উপগ্রহটির রৈখিক বেগ কত? ৩

ঘ. উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800km সরালে সেটির পরিভ্রমণকালের কোনো পরিবর্তন ঘটবে কি— ব্যাখ্যা কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গ্রহ, উপগ্রহ, নক্ষত্র তথা যে কোনো মহাজাগতিক বস্তুখন্ডের পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে যে কোনো দিকে ন্যূনতম যে বেগে

নিষ্ক্ষেপ করলে এটি আর ঐ মহাজাগতিক বস্তুখণ্ডটির নিকট ফিরে আসে না, তাকে ঐ বস্তু খণ্ডের পৃষ্ঠে মুক্তিবৈগ বলে।

খ অভিকর্ষজ বলের ক্ষেত্রে (field) কোনো বস্তুকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় আদি অবস্থানে আনা হলে উক্ত বল দ্বারা কৃতকাজ শূন্য হয়। অভিকর্ষজ বলের দিক এবং বল দ্বারা কৃতকাজ বস্তুর গতিপথের ওপর নির্ভর করে না, কেবল অবস্থানের ওপর নির্ভর করে। এ বলের ক্ষেত্রে অপচয়মূলক প্রভাব হতে মুক্ত। তাই অভিকর্ষজ বল অসংরক্ষণশীল বল নয়, বরং এটি একটি সংরক্ষণশীল বল।

গ দেওয়া আছে,

পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূপৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 690 \text{ km} = 6.9 \times 10^5 \text{ m}$

জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহটির দ্রুতি, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

$$= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m}}}$$

$$= 7515 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকে বর্ণিত অবস্থায় উপগ্রহটির পরিভ্রমণকাল T হলে,

$$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$$

$$\therefore T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 6.9 \times 10^5 \text{ m})}{7515 \text{ ms}^{-1}}$$

$$= 5928 \text{ sec}$$

উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে 800 km বা $8 \times 10^5 \text{ m}$ সরালে অর্থাৎ

$$h' = 6.9 \times 10^5 \text{ m} + 8 \times 10^5 \text{ m} = 14.9 \times 10^5 \text{ m} \text{ হলে পরিবর্তিত}$$

রৈখিক দ্রুতি,

$$= 7123.6 \text{ ms}^{-1}$$

সেক্ষেত্রে পৃথিবীর চতুর্দিকে উপগ্রহটির আবর্তনকালের মান,

$$T' = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2 \times 3.1416 \times (6.4 \times 10^6 \text{ m} + 14.9 \times 10^5 \text{ m})}{7123.6 \text{ ms}^{-1}} = 6959.2 \text{ sec}$$

$$\text{যেহেতু } 6959.2 \text{ sec} \neq 5928 \text{ sec}$$

$$\therefore T' \neq T, \text{ উপরন্তু } T' > T$$

সুতরাং, উপগ্রহটিকে পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে 800 km সরালে এর পরিভ্রমণকালের পরিবর্তন ঘটবে, বস্তুত: তখন পরিভ্রমণকালের মান বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ১০ যোগাযোগ স্যাটেলাইটের মাধ্যমেই পৃথিবী আজ হাতের মুঠোয় এসেছে। আগামী ২০১৭ সালে মহাকাশে প্রথম স্যাটেলাইট (বঙ্গবন্ধু স্যাটেলাইট) উৎক্ষেপণের নিমিত্তে বাংলাদেশে পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে 36000 km উঁচুতে পাকিং করা হতে পারে। (পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^3 \text{ km}$) [দনিয়া কলেজ, ঢাকা]

ক. অকার্যকর ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও।

খ. সান্দ্রতার সাহায্যে প্যারাসুট আরোহীর নিরাপদ অবতরণ – ব্যাখ্যা করো।

গ. বঙ্গবন্ধু স্যাটেলাইটটি কত রৈখিক বেগে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে?

ঘ. উদ্দীপকে উল্লেখিত স্যাটেলাইটটি ভূ-স্থির স্যাটেলাইট হবে না ভূ-অস্থির স্যাটেলাইট হবে? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভেক্টরের আদিবিন্দু এবং প্রান্তবিন্দু একই থাকে নাল তাকে ভেক্টর বা অকার্যকর ভেক্টর বলে।

খ বিমান হতে প্যারাসুট যোগে অবতরণের সময় প্যারাসুটটি খুলে দিলে এটি বিপরীত দিকে প্রবাহিত বায়ুর সংস্পর্শে আসে। অন্য কথায়,

প্যারাসুটটিকে বাতাস আটকে ধরে। প্যারাসুটের ক্ষেত্রফল বেশি হওয়ায় নিউটনের $F = \eta A \frac{dv}{dy}$ সূত্রানুসারে এর ওপর প্রবাহী ঘর্ষণ বল বা বাতাসের সান্দ্রতা জনিত বাধাবল অত্যন্ত বেশি মানের হয়। তাছাড়া প্রথম দিকে প্যারাসুটসহ আরোহী তীব্র বেগে নিচে নামতে শুরু করায় $F \propto dv$ সূত্রানুসারে এর ওপর সান্দ্রতা বলের পরিমাণও হয় বেশি। তাই বায়ুর মধ্য দিয়ে অবতরণকালে প্যারাসুট আরোহী খুব বেশি গতি বেগ অর্জন করতে পারে না। ফলে আরোহী নিরাপদে মাটিতে নেমে আসতে সক্ষম হয়।

গ এখানে, পৃথিবীর ভর, $m = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

স্যাটেলাইটের উচ্চতা, $h = 36000 \times 10^3 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

স্যাটেলাইটের বেগ, $v = ?$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } v &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6 + 36000 \times 10^3}} \\ &= 3073 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ উদ্দীপক মতে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

এবং ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে প্রস্তুত উচ্চতা, $h = 36000 \text{ km} = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

জানা আছে, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

উক্ত উচ্চতায় স্থাপন করলে পৃথিবীর চতুর্দিকে উপগ্রহটির আবর্তনকাল

$$\text{হবে, } T = \frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{GM}}$$

সুতরাং, উদ্দীপকে উল্লেখিত স্যাটেলাইটটি ভূ-স্থির স্যাটেলাইট হবে না।

প্রশ্ন ১১ মহাশূন্যচারীরা যখন খেয়ামানে পৃথিবী থেকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করে তখন বৃত্তাকার গতির জন্য পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে ঐ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের সমান মানের ত্বরণ সৃষ্টি হয়। ফলে মহাশূন্যচারীরা ওজনহীনতা অনুভব করে। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি উড়োজাহাজ 3 kms^{-1} বেগে চলছিল। উড়োজাহাজের সবচেয়ে পেছনের সিটে বসা ছিল 50 kg ভরের একজন যাত্রী।

[সরকারি আজিজুল হক কলেজ, বগুড়া]

ক. সান্দ্রতাংক কাকে বলে?

খ. কৈশিক নল বেয়ে পানি উপরে উঠলেও পানদ নিচে নামে কেন ব্যাখ্যা কর।

গ. উড়োজাহাজের ঐ যাত্রীর আপাত ওজন কত হবে নির্ণয় কর।

ঘ. উড়োজাহাজটি কত বেগে গতিশীল থাকলে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো প্রবাহীর দুটি স্ফুটনের মধ্যে বেগের নতি একক রাখতে প্রবাহী স্ফুটনের প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শকীয় বলের প্রয়োজন হয় তাকে ঐ তাপমাত্রায় ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতাবল বলে।

খ কৈশিক নল বেয়ে পানি উপরে ওঠে, এর কারণ হলো পানি অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বলের তুলনায় পানি অণু ও কাচ অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল বৃহত্তর মানের। কিন্তু কৈশিক নল বেয়ে পানদ নিচে নামে কারণ পানদ অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা পানদ অণু ও কাচ অণুর মধ্যকার আসঞ্জন বল ক্ষুদ্রতর মানের।

গ দেওয়া আছে,

যাত্রীর ভর, $m = 50 \text{ kg}$

উড়োজাহাজের বেগ, $v = 3 \text{ kms}^{-1} = 3000 \text{ ms}^{-1}$

জানা আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

এবং ভূপৃষ্ঠ বা এর সন্নিহিত অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$$= 70.3 \text{ N}$$

এ যাত্রীর আপাত ওজন = প্রকৃত ওজন – কেন্দ্রবিমুখী বল
= 490 N – 70.3 N = 419.7N (Ans.)

ঘ মনে করি, উড়োজাহাজটি v বেগে গতিশীল থাকলে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে এবং কোনো একজন যাত্রীর ভর m তার প্রকৃত ওজন = mg

এবং অণুভূত কেন্দ্রবিমুখী বল = $\frac{mv^2}{R}$ (R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ)

ওজনহীন অবস্থায়, $mg = \frac{mv^2}{R}$

$$\therefore v = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} = 7919.6 \text{ ms}^{-1}$$

সুতরাং, উড়োজাহাজটি 7919.6 ms^{-1} বেগে গতিশীল থাকলে যাত্রীরা ওজনহীনতা অনুভব করবে।

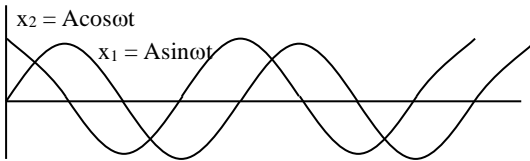
প্রশ্ন ▶ ১২ বিজ্ঞান বিভাগের একজন ছাত্র 0.003 m ব্যাসার্ধের একটি বরের সাথে 99 cm দৈর্ঘ্যের সুতা লাগিয়ে সরলদোলক তৈরী করলেন যা বিনা বাধায় এদিক ওদিক দুলতে পারে। দোলকটি নিয়ে তিনি কয়লা খনির ভেতর প্রবেশ করলেন। তিনি লক্ষ্য করলেন, খনির যত গভীরে যাচ্ছেন দোলকটি তত ধীরে দুলছে। $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ [হলিক্রস কলেজ, ঢাকা]

- দশা কাকে বলে? ১
- দুটি সরল দোল গতি সম্পন্ন কণার বিস্তার ও কম্পাংক সমান। কিন্তু তাদের দশার মধ্যে পার্থক্য $\pi/2$ । এদের সময় সরণ লেখ অংকন কর। ২
- উদ্দীপকের দোলকটির দোলনকাল কত? ৩
- খনির ভেতর ধীরে ধীরে দুলতে থাকা দোলকটি কি একসময় থেমে যাবে? – তোমার মতামতের স্বপক্ষে যুক্তি দাও। (বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য কর।) ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল ছন্দিত স্পন্দনগতিসম্পন্ন কোনো কণার যেকোনো মুহূর্তের গতির সম্যক অবস্থা (সরণ, বেগ, ত্বরণ) প্রকাশকারী রাশিকে দশা বলে।

খ সরল দোলগতিসম্পন্ন দুটি কণার বিস্তার ও কম্পাঙ্ক, কিন্তু তাদের মধ্যে দশা পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$ হলে এদের সরণ-সময় লেখ নিরূপণ :



গ দেওয়া আছে, সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 99 \text{ cm} = 0.99 \text{ m}$

বরের ব্যাসার্ধ, $r = 0.003 \text{ m}$

\therefore সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = l + r = 0.99 \text{ m} + 0.003 \text{ m} = 0.993 \text{ m}$

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

বের করতে হবে, দোলনকাল, $T = ?$

আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.993 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} = 2 \text{ sec (Ans.)}$$

ঘ খনির ভিতর ধীরে ধীরে দুলতে থাকা দোলকটি একসময় থেমে যাবে। বক্তব্যের স্বপক্ষে যুক্তি নিরূপণ :

ভূপৃষ্ঠ হতে d গভীরতার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান,

$g_d = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$; এখানে g হলো ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

ওপরোক্ত সমীকরণ হতে স্পষ্টত যে, d -এর মান যত বাড়ে g_d এর মান ততো কমে। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কমে গেলে সরল দোলকের

$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ সূত্রানুসারে দোলনকালের মান বাড়তে থাকে। তখন দোলকটি পূর্বের তুলনায় ধীরে দোল দিতে থাকে।

$$d = R \text{ হলে অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্রে } g_d = g \left(1 - \frac{R}{R}\right) = 0$$

$g = 0$ হলে $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{0}} = \infty$; দোলনকাল অসীম হওয়া মানে দোলকটি কার্যত থেমে যাওয়া।

সুতরাং খনির ভেতর ধীরে ধীরে দুলতে থাকা দোলকটি একসময় থেমে যাবে।

প্রশ্ন ▶ ১৩ একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য A ও B স্থানে যথাক্রমে 98 cm ও 94 cm ।

[সেন্ট জোসেফ সেকেন্ডারী স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- শক্তির সমবিভাজন নীতি বিবৃত কর। ১
- সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কর। ২
- A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? ৩
- 50 kg ভরের একটি বস্তুকে B হতে A তে নিলে এর ওজনের শতকরা হ্রাস বা বৃদ্ধি সম্পর্কে তোমার মতামত দাও। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক শক্তির সমবিভাজন নীতিটি হলো— কোনো গতীয় সংস্থার মোট শক্তি তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বন্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ = $\frac{1}{2}kT$ ।

গ দেওয়া আছে, A স্থানে কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_A = 98 \text{ cm} = 0.98 \text{ m}$

দোলনকাল, $T = 2 \text{ sec}$

বের করতে হবে, A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_A = ?$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\therefore g_A = 4\pi^2 \frac{L_A}{T^2} = 4 \times 9.87 \times \frac{0.98 \text{ m}}{(2 \text{ sec})^2} = 9.673 \text{ ms}^{-2} \text{ (Ans.)}$$

ঘ B স্থানে সেকেন্ড দোলকের ($T = 2 \text{ sec}$) কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_B = 94 \text{ cm} = 0.94 \text{ m}$

$$\therefore B \text{ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, } g_B = 4\pi^2 \frac{L_B}{T^2} = 4 \times 9.87 \times \frac{0.94 \text{ m}}{(2 \text{ sec})^2} = 9.28 \text{ ms}^{-2}$$

যেহেতু A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং ওজন বেশি।

$$\therefore \text{উক্ত স্থানান্তরে ওজনের শতকরা বৃদ্ধি} = \frac{W_A - W_B}{W_B} \times 100\%$$

$$= \left(\frac{W_A}{W_B} - 1\right) \times 100\% = \left(\frac{mg_A}{mg_B} - 1\right) \times 100\%$$

$$= \left(\frac{g_A}{g_B} - 1\right) \times 100\%$$

$$= \left(\frac{9.673 \text{ ms}^{-2}}{9.28 \text{ ms}^{-2}} - 1\right) \times 100\%$$

$$= 4.23\%$$

প্রশ্ন ▶ ১৪ পৃথিবী পৃষ্ঠে 2 kg ভরের একটি বস্তুর ওজন 19.6 N । পৃথিবীর ভর $2 \times 10^{24} \text{ kg}$ এবং ব্যাসার্ধ $4.4 \times 10^6 \text{ m}$ ।

[ঢাকা ইমপেরিয়াল কলেজ, ঢাকা]

- মহাকর্ষীয় বিভব কাকে বলে? ১
- মেরু অঞ্চলে g এর মান বেশি কেন? ২
- বস্তুটি কত উচ্চতায় উঠলে এর ওজন ভূ-পৃষ্ঠের ওজনের 15% কমে যাবে নির্ণয় কর। ৩
- ভর অপরিবর্তিত রেখে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 2% কমে গেলে ভূ-পৃষ্ঠে g এর মানের শতকরা কত পরিবর্তন হবে গাণিতিক বিশ্লেষণ কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ পৃথিবীর আকৃতি ও আর্হিক গতির জন্য মেরু অঞ্চলে g এর মান বেশি হয়।

পৃথিবীর আকৃতির জন্য: পৃথিবীর আকৃতি সুষম গোলক না হওয়ায় বিষুব অঞ্চলে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ সবচেয়ে বেশি এবং মেরু অঞ্চলে সবচেয়ে কম। যেহেতু g এর মান ব্যাসার্ধের উপর নির্ভরশীল তাই মেরুতে g এর মান সর্বোচ্চ।

পৃথিবীর আর্হিক গতির জন্য: পৃথিবীর আর্হিক গতির জন্য কোন স্থানে g এর মান,

∴ মেরুতে g এর মান সবচেয়ে বেশি।

গ এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

বস্তুর ভর, $m = 2 \text{ kg}$

ভূ-পৃষ্ঠে বস্তুর ওজন, $W = 19.6 \text{ N}$

ধরি, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে h উচ্চতায় বস্তুর ওজন,

$W' = W - W$ এর 15%

$$= \left(19.6 - 19.6 \times \frac{15}{100} \right) \text{ N}$$

$$= 16.66 \text{ N}$$

আবার,

ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর h উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g' হলে,

$$\frac{g'}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$\text{বা, } \frac{mg'}{mg} = \frac{(R+h)^2}{R^2}$$

$$\text{বা, } \frac{W}{W'} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R} \right)^2$$

$$\text{বা, } \sqrt{\frac{W}{W'}} = 1 + \frac{h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{W}{W'}} - 1$$

$$\text{বা, } h = \left(\sqrt{\frac{W}{W'}} - 1 \right) R$$

$$= \left(\sqrt{\frac{19.6}{16.66}} - 1 \right) \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\therefore h = 5.42 \times 10^5 \text{ m}$$

অতএব, বস্তুটি $5.42 \times 10^5 \text{ m}$ উচ্চতায় উঠলে এর ওজন ভূপৃষ্ঠের ওজনের 15% কমে যাবে।

ঘ এখানে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = R

ব্যাসার্ধ 1% কমে গেলে পরিবর্তিত ব্যাসার্ধ,

$R' = R - R$ এর 1%

$$= R - R \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{99}{100} R$$

$$= 0.99 R$$

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = g

পরিবর্তিত অভিকর্ষজ ত্বরণ = g'

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$\therefore g \propto \frac{1}{R^2}$$

অর্থাৎ, g এর মান বৃদ্ধি পাবে = $g' - g$

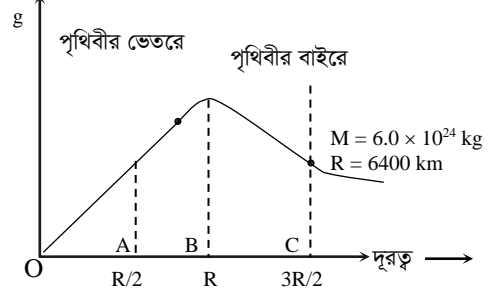
$$= 1.0203g - g$$

$$= 0.0203g$$

$$= 2.03\% g$$

অর্থাৎ, g এর মান শতকরা 2.03 ভাগ বৃদ্ধি পাবে। (Ans.)

প্রশ্ন ১৫



[ঢাকা সিটি কলেজ, ঢাকা]

ক. মুক্তি বেগ কি? ১

খ. মহাশূন্যায়নের ভিতরে পানি ভর্তি গ-স উপড় করলেও পানি পড়ে না কেন? ২

গ. 'B' অবস্থানে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য নির্ণয় কর? ৩

ঘ. একটি সেকেন্ড দোলককে 'B' অবস্থান হতে 'A' অবস্থানে নিয়ে আসা হলে দোলনকালের কিরূপ পরিবর্তন হবে এবং দিনে কত সময় হারাবে- বিশ্লেষণ কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে বেগে কোন বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না তাকে মুক্তি বেগ বলে।

খ মহাশূন্যায়নে সবকিছু ওজনহীন অবস্থায় থাকে। এই ওজনহীনতার জন্য মহাশূন্যায়নে পানির গ-স উপড় করে ধরলেও পানি পড়ে না। কারণ তখন পানির উপর নিচের দিকে কোন বল কাজ করে না।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$

B বিন্দুর দূরত্ব $R = 6400 \text{ km} = 6400000 \text{ m}$

B অবস্থানে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $E = ?$

আমরা জানি, $E = \frac{GM}{R^2}$

$$\text{বা, } E = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6400000)^2}$$

$$\therefore E = 9.77 \text{ Nkg}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে B অবস্থানের দূরত্ব, $R_B = R$

∴ পৃথিবীর কেন্দ্র হতে A অবস্থানের দূরত্ব, $R_A = \frac{R}{2}$

B অবস্থানে দোলকের দোলনকাল, $T_B = 2 \text{ Sec}$

∴ A অবস্থানে দোলকের দোলনকাল, $= T_A$ (ধরি)

আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$

$$\therefore g_B = \frac{GM}{R_B^2}$$

$$\text{বা, } g_B = \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{(6.4 \times 10^6)^2}$$

$$\therefore g_B = 9.7749 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$g_A = g_B \left(1 - \frac{h}{R_B} \right)$$

$$\text{বা, } g_A = 9.7749 \times \left(1 - \frac{3.2 \times 10^6}{6.4 \times 10^6} \right)$$

$$\therefore g_A = 4.887 \text{ ms}^{-2}$$

আবার,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\therefore \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}}$$

$$\therefore T_A = 2.83 \text{ Sec}$$

এখানে,

$$R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$h = \left(R - \frac{R}{2} \right)$$

$$= \frac{R}{2}$$

$$= \frac{6.4 \times 10^6}{2} \text{ m}$$

$$= 3.2 \times 10^6 \text{ m}$$

∴ দোলকটিকে B হতে A অবস্থানে আনলে দোলন কাল $(2.83 - 2)$ sec বা 0.83 sec বৃদ্ধি পাবে।

প্রশ্ন ▶ ১৬ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে একখন্ড পাথরকে একটি খনির অভ্যন্তরে নেয়া হলো। খনিতে এর ওজন পরিমাপ করে দেখা গেল যে তা ভূ-পৃষ্ঠের উপরে পরিমাপকৃত ওজনের চেয়ে কম। পৃথিবীর গড় ব্যাসার্ধ $R = 6.4 \times 10^6$ m ভর $M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $G = 6.673 \times 10^{-11}$ $\text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ।

[কারমাইকেল কলেজ, রংপুর]

- মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১
- কাল্পনিক সুড়ঙ্গের পথে 2 কেজি ভরের কোন বস্তুকে পৃথিবীর কেন্দ্রে নেয়া হলো, এর ওজনহীনতা ব্যাখ্যা কর। ২
- পৃথিবীপৃষ্ঠ থেকে কত গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে? ৩
- উদ্দীপকের বস্তুটির ওজন যে গভীরতায় অর্ধেক হয়, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে ঐ উচ্চতায় বস্তুটির ওজন অর্ধেক হবে কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন বস্তুকে সর্বনিম্ন যে বেগে পৃথিবী হতে শূন্যে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না তাকে মুক্তিবেগ বলে।

খ আমরা জানি, বস্তুর ওজন = বস্তুর ভর \times অভিকর্ষজ ত্বরণ। উদ্দীপকের 2 kg ভরের বস্তুটিকে পৃথিবীর কেন্দ্রে নিলে তার উপর অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য হয়। এজন্য পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুটির ওজনও শূন্য হয়। অর্থাৎ বস্তুটি ওজনহীনতা অনুভব করে।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m মনেকরি, পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ g ও পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে h গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ g_h ।

প্রশ্নমতে, $g_h = \frac{g}{2}$ (i)

আবার, আমরা জানি, $g_h = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$

বা, $\frac{g}{2} = g \left(1 - \frac{h}{R}\right)$

বা, $h = \frac{6.4 \times 10^6}{2}$

∴ $h = 3.2 \times 10^6$ m

সুতরাং, পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 3.2×10^6 m গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের অর্ধেক হবে।

ঘ ধরি ভূপৃষ্ঠ থেকে উচ্চতায় পাথর খন্ডটির ওজন ভূপৃষ্ঠের ওজনের অর্ধেক হবে। পৃথিবী ও ভূপৃষ্ঠ হতে h উচ্চতায় পাথর খন্ডটির ওজন যথাক্রমে W ও W_h হলে,

$$\frac{W_h}{W} = \frac{1}{2}$$

বা, $\frac{mg_h}{mg} = \frac{1}{2}$

বা, $h = (\sqrt{2} - 1)R = (\sqrt{2} - 1) \times 6.4 \times 10^6$ m

∴ $h = 2.651 \times 10^6$ m

অর্থাৎ গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যায় যে, ভূ-পৃষ্ঠ হতে 2.651×10^6 m উচ্চতায় পাথর খন্ডটির ওজন অর্ধেক হবে, যা পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে যে গভীরতায় বস্তুটির ওজন অর্ধেক তার সমান নয়।

প্রশ্ন ▶ ১৭ মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0.532 গুণ এবং মঙ্গলের ভর পৃথিবীর ভরের 0.11 গুণ। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত পৃথিবী ও মঙ্গলগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 1.49×10^{11} m এবং 2.28×10^{11} m। পৃথিবীতে 365.24 দিনে এক বছর এবং এর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.81 ms^{-2} । পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km।

[বিয়াম মডেল স্কুল ও কলেজ, বগুড়া]

- ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১
- চলন্ত গাড়ির কামরায় একটি বলকে উপরে ছুঁড়ে দিলে তা আবার হাতে ফিরে আসে কেন? ২

গ. মঙ্গল গ্রহে মুক্তিবেগের মান নির্ণয় কর। ৩

ঘ. মঙ্গলগ্রহে এক বছর ও পৃথিবীতে এক বছর সময় সমান হবে কি? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার মতামত দাও। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন উপগ্রহের আবর্তনকাল যদি পৃথিবীর আক্ষিক গতিকালের সমান হয় তবে তাকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

খ চলন্ত গাড়িতে অবস্থানরত ব্যক্তি ও হাতের বলের বেগ একই থাকে। তাই এই বলকে উপরে ছুঁড়ে দিলে ব্যক্তির বেগের সমান বেগে বলও সামনের দিকে একই দ্রুত অতিক্রম করে। ফলে বলটি পুনরায় হাতে ফিরে আসে।

দেওয়া আছে, পৃথিবীর পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.81 \text{ ms}^{-2}$

ধরি, পৃথিবীর ভর, $M_e = m \text{ kg}$

ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = R \text{ m}$

∴ মঙ্গলগ্রহের ভর, $M_m = 0.11m \text{ kg}$

ও মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ, $R_m = 0.532 R \text{ m}$

মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = $g_m \text{ ms}^{-2}$

মঙ্গল গ্রহে মুক্তিবেগ, $v_m = ?$

আমরা জানি, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$ (i)

$g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$ (ii)

(ii) ÷ (i) থেকে পাই,

$$\frac{g_m}{g_e} = \frac{M_m R_e^2}{M_e R_m^2}$$

বা, $g_m = \frac{0.11 \times 9.81}{(0.532)^2}$

∴ $g_m = 3.81 \text{ ms}^{-2}$

∴ মঙ্গলগ্রহে মুক্তি বেগ $v_m = \sqrt{2g_m R_m}$
 $= \sqrt{2 \times 3.81 \times (0.532 R)}$
 $= \sqrt{2 \times 3.81 \times 0.532 \times 6400 \times 10^3}$
 $= 5093.58 \text{ ms}^{-1}$
 $= 5.094 \text{ km/s (Ans.)}$

ঘ এখানে,

পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T_e = 365.24 \text{ days}$

∴ $T_m = 691.36 \text{ days} \neq T_e$

সুতরাং, পৃথিবীতে এক বছর ও মঙ্গল গ্রহে এক বছর সময় সমান হবে না।

প্রশ্ন ▶ ১৮ ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 3.6×10^4 km উচ্চতায় থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 3 kms^{-1} বেগে পৃথিবীকে আবর্তন করছে। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 6×10^{24} kg এবং 6400 km. উপগ্রহটির ভর 1000 kg. $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$.

[খুলনা কলেজিয়েট গার্লস স্কুল এন্ড কেসিসি উইমেন্স কলেজ, খুলনা]

- মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১
- অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ কখনও ধন্বক আবার কখনও ঋণাত্মক হয়- ব্যাখ্যা কর। ২
- কৃত্রিম উপগ্রহটির পর্যায়কাল নির্ণয় কর। ৩
- কৃত্রিম উপগ্রহকে যদি আরো 1000 km বেশি উচ্চতায় প্রেরণ করা হতো তাহলে অতিরিক্ত কত কাজ করতে হতো- গাণিতিক হিসাবের সাহায্যে বের কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোন বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।

খ অভিকর্ষ বল এক প্রকার মহাকর্ষ বল। মহাকর্ষ বলের দ্বারা কৃত কাজের সমীকরণ থেকে আমরা পাই,

$$W_{ab} = GMm \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

উপরোক্ত সমীকরণে যদি $r_b < r_a$ হয় তবে W_{ab} তথা অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ ধন্বক হবে।

আর যদি $r_b > r_a$ হয়, তবে W_{ab} তথা অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ ঋণাত্মক হবে।

গ এখানে, বেগ, $v = 3 \text{ kms}^{-1} = 3000 \text{ ms}^{-1}$
ব্যাসার্ধ, $R = 6400 \text{ km} = 6400 \times 10^3 \text{ m}$
উচ্চতা, $h = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$

∴ পর্যায়কাল, $T = ?$

আমরা জানি, $v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$

$$\begin{aligned} \text{বা, } T &= \frac{2\pi(R+h)}{v} \\ &= \frac{2\pi(6400 \times 10^3 + 3.6 \times 10^7) \text{ m}}{3000 \text{ ms}^{-1}} \\ &= 88802.3 \text{ sec} = 1480.03 \text{ min} \end{aligned}$$

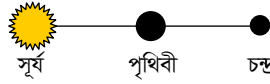
∴ কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল = 1480.03 min (Ans.)

ঘ এখানে আছে, উচ্চতা, $r_a = 3.6 \times 10^4 \text{ km} = 3.6 \times 10^7 \text{ m}$
শেষ উচ্চতা, $r_b = 3.7 \times 10^7 \text{ m}$
 $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
উপগ্রহের ভর, $m = 1000 \text{ kg}$

অতএব আরও 1000 km উচ্চতায় বলটিকে উঠাতে $3 \times 10^8 \text{ Joule}$ কাজ করতে হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৯ সূর্য, পৃথিবী ও চন্দ্রের ভর যথাক্রমে $2 \times 10^{30} \text{ kg}$, $6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ও $7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$ । পৃথিবী হতে চন্দ্র ও সূর্যের দূরত্ব যথাক্রমে $3.85 \times 10^8 \text{ m}$ ও $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ । সূর্য, পৃথিবী ও চন্দ্রের অবস্থান যখন চিত্র (ক)-এর অনুরূপ হয় তখন পৃথিবীর এক অংশে চন্দ্র গ্রহণ ঘটে।

কিন্তু চন্দ্র গ্রহণের সময় পারস্পরিক অবস্থানের কারণে চন্দ্রের উপর মহাকর্ষ বলের লব্ধি সর্বাদিক হলেও সূর্য গ্রহণের সময় তা সর্বান্নি হয়।



চিত্র (ক) : চন্দ্র গ্রহণ

[সরকারি পাইওনিয়ার মহিলা কলেজ, খুলনা]

- ক. চার্লসের সূত্রটি লিখ। ১
- খ. শব্দ একটি অনুদৈর্ঘ্য অগ্রগামী তরঙ্গ- ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. চন্দ্র গ্রহণের সময় সূর্য ও পৃথিবীর সম্মিলিত ক্রিয়ার ফলে চন্দ্রের উপর মহাকর্ষীয় বলের লব্ধি কত হবে বের কর। ৩
- ঘ. সূর্য গ্রহণের সময় সূর্য, পৃথিবী ও চন্দ্রের পারস্পরিক অবস্থানের চিত্র অংকন করে উদ্ভিদিকের সর্বশেষ বক্তব্যের যথার্থতা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক চার্লসের সূত্র: স্থির আয়তনে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C হতে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য তার 0°C এর চাপের একটি নির্দিষ্ট $\frac{1}{273}$ অংশ পরিবর্তিত হয়।

খ শব্দ বায়ু মাধ্যমে সঙ্কোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি করে প্রবাহিত হয়। বায়ু কণাগুলোর কম্পনের দিক শব্দ তরঙ্গের গতির অভিমুখে সংঘটিত হয়। অতএব, শব্দ লম্বিক তরঙ্গ বা অনুদৈর্ঘ্য অগ্রগামী তরঙ্গ।

গ এখানে, সূর্যের ভর, $M_s = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$
পৃথিবীর ভর, $M_e = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
চন্দ্রের ভর, $M_m = 7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$
পৃথিবী ও সূর্যের দূরত্ব $R_s = 1.5 \times 10^{11} \text{ m}$
পৃথিবী ও চাঁদের দূরত্ব, $R_m = 3.85 \times 10^8 \text{ m}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

চন্দ্রের ওপর সূর্যের আকর্ষণ বল,

$$\begin{aligned} F_s &= G \frac{M_s M_m}{R^2} \\ &= G \frac{M_s M_m}{(R_s + R_m)^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 7.3 \times 10^{22} \times 2 \times 10^{30}}{(1.5 \times 10^{11} + 3.85 \times 10^8)^2} \end{aligned}$$

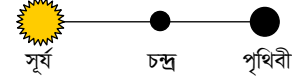
$$= 4.31 \times 10^{20} \text{ N}$$

∴ চন্দ্র গ্রহণের সময় চন্দ্রের উপর সহাকর্ষীয় বলের লব্ধি বল

$$= F_s + F_e = 4.31 \times 10^{20} + 1.97 \times 10^{20}$$

$$= 6.28 \times 10^{20} \text{ N (Ans.)}$$

ঘ সূর্য গ্রহণের সময় সূর্য ও পৃথিবীর মধ্যে অবস্থান করে চন্দ্র।



চিত্র : সূর্যগ্রহণ

সূর্য গ্রহণের সময় চন্দ্রের উপর সূর্যের আকর্ষণ

$$F_s = \frac{GM_s M_m}{R^2} = \frac{GM_s M_m}{(R_s - R_m)^2}$$

চন্দ্রের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল,

$$\begin{aligned} F_e &= \frac{GM_e M_m}{R_m^2} \\ &= \frac{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 7.3 \times 10^{22}}{(3.85 \times 10^8)^2} \\ &= 1.97 \times 10^{20} \text{ N} \end{aligned}$$

∴ সূর্য গ্রহণের সময় চন্দ্রের উপর লব্ধি বল = $F_s - F_e$

$$= 4.35 \times 10^{20} - 1.97 \times 10^{20}$$

$$= 2.38 \times 10^{20} \text{ N}$$

(গ) নং থেকে পাই, চন্দ্র গ্রহণের সময় লব্ধি বল = $6.28 \times 10^{20} \text{ N}$.

সুতরাং সূর্য গ্রহণের সময় চন্দ্রের উপর মহাকর্ষ বল সর্বান্নি হয়।

প্রশ্ন ▶ ২০ A স্থানে একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 98 cm এবং B স্থানে দোলকটি দিনে 10 s সময় হারায়। উভয় স্থানে 60 gm ভরের বস্তুকে নেওয়া হয়েছিল। [ডা. আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]

- ক. মহাকর্ষীয় বিভব কী? ১
- খ. পরম তাপমাত্রা ও পরম শূন্য তাপমাত্রার মধ্যে পার্থক্য কী? ২
- গ. A স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কত? ৩
- ঘ. B স্থানে বস্তুর ওজনের কীরূপ পরিবর্তন হবে বিশ্লেষণ কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক অসীম দূরত্ব থেকে একক ভরের কোন বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোন বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

খ পরম তাপমাত্রা: পরম স্কেলে অর্থাৎ কেলভিন স্কেলে প্রকাশিত যে কোন তাপমাত্রাকেই পরম তাপমাত্রা বলে। পরম স্কেলে তাপমাত্রাকে কেলভিন এ প্রকাশ করা হয়।

পরমশূন্য তাপমাত্রা: যে তাপমাত্রায় তত্ত্বীয়ভাবে গ্যাসের আয়তন শূন্য হয় অর্থাৎ যার নিচে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হয় সেই তাপমাত্রাকে পরমশূন্য তাপমাত্রা বলে। পরমশূন্য তাপমাত্রার মান 273 K. পরমশূন্য তাপমাত্রা কেলভিন স্কেলে প্রকাশিত একটি তাপমাত্রা।

গ আমরা জানি,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } 2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{বা, } L = \frac{g}{\pi^2}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } g &= L\pi^2 \\ &= .98 \times \pi^2 \\ &= 9.67 \text{ ms}^{-2} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ (গ) নং থেকে পাই, A স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.67 \text{ ms}^{-2}$

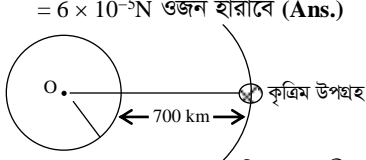
∴ A স্থানে ওজন $W_A = mg$

$$\begin{aligned} &= \frac{60}{1000} \text{ kg} \times 9.67 \text{ ms}^{-2} \\ &= 0.5802 \text{ N.} \end{aligned}$$

∴ B স্থানে বস্তুর ওজন, $W_B = 0.58014 \text{ N}$.

∴ B স্থানে বস্তুটি = $(0.5802 - 0.58014) \text{ N}$

প্রশ্ন ▶ ২১



[বিএএফ শাহীন কলেজ, যশোর]

- ক. ভরকেন্দ্র কাকে বলে? ১
খ. নিউটনের সূত্র থেকে কেপলারের সূত্রের গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও। ২
গ. $M =$ পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24}$ Kg $R =$ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 m হলে উপগ্রহটি অনুভূমিক বেগ কত? ৩
ঘ. উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1000 km ওপরে রাখতে হলে এর আবর্তন কালের কিরূপ পরিবর্তন করতে হবে? ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো বস্তুকে যে অবস্থানেই রাখা হোক না কেন, যে বিন্দু দিয়ে সর্বদাই এর ওজন ক্রিয়া করে, তাকে এর ভরকেন্দ্র বলে।

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুসারে, মহাকর্ষ বল, $F = \frac{GMm}{r^2}$

একে কেন্দ্রমুখী বল রূপে বিবেচনা করলে, $\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2}$

গ. দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6$ m
ভূ-পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা, $h = 700$ km $= 7 \times 10^5$ m
বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহের অনুভূমিক বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$
 $= \sqrt{\frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.4 \times 10^6 \text{ m} + 7 \times 10^5 \text{ m}}}$
 $= 7509 \text{ ms}^{-1}$ (Ans.)

ঘ. উদ্দীপকে বর্ণিত অবস্থায় আবর্তনকাল,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 + 7 \times 10^5)^3}{6.673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$$= 5940 \text{ sec}$$

সুতরাং আবর্তনকালের পরিবর্তন (বৃদ্ধি) হবে $= T' - T$
 $= 6321 \text{ sec} - 5940 \text{ sec}$
 $= 381 \text{ sec}$ (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২২ একটি উপগ্রহ পৃথিবীর কাছাকাছি একটি বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ।

[সরকারি বি.এল. কলেজ, খুলনা]

- ক. মুক্তি বেগ কাকে বলে? ১
খ. পৃথিবীর ঘূর্ণন বেগ থেমে গেলে বিষুবরেখা অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান কেমন হবে তা ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উপগ্রহটির কক্ষীয় বেগ নির্ণয় কর। ৩
ঘ. উপগ্রহটিকে অতিরিক্ত কত বেগ দিলে সেটি পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাকাশে চলে যাবে- ব্যাখ্যা কর। ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. কোনো গ্রহের পৃষ্ঠ হতে ন্যূনতম যে বেগে কোনো বস্তুকে নিক্ষেপ করলে তা আর ঐ গ্রহে ফিরে আসে না, তাকে মুক্তিব্যবেগ বলে।

খ. আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠের λ অক্ষাংশে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_\lambda = g - W^2 R \cos^2 \lambda$ বিষুবরেখা অঞ্চলের ক্ষেত্রে $\lambda = 0^\circ$ অর্থাৎ $\cos \lambda = 1$ এবং বিষুবরেখা অঞ্চলে g_λ এর মান $(g = W^2 R)$, কিন্তু পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে $g_\lambda = g$

যেহেতু $(g - W^2 R) < g$ সেহেতু পৃথিবীর ঘূর্ণন থেমে গেলে বিষুবীয় অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান বেড়ে যাবে।

গ. দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km $= 6.4 \times 10^6$ m
ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
পৃথিবীর কাছাকাছি পরিভ্রমণ করছে, তাই $h \approx 0$ ধর্তব্য।

বের করতে হবে, উপগ্রহটির কক্ষীয় বেগ, $v = ?$

আমরা জানি, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}} = \sqrt{gR}$
 $= \sqrt{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}$
 $= 7919.6 \text{ ms}^{-1}$ (Ans.)

ঘ. পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং এর সন্নিকটে মুক্তিব্যবেগ,

$v_e = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} = 11200 \text{ ms}^{-1}$
সুতরাং পৃথিবীর আকর্ষণ কাটিয়ে মহাকাশে চলে যেতে হলে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে অতিরিক্ত বেগ প্রদান করতে হবে $= 11200 \text{ ms}^{-1} - 7919.6 \text{ ms}^{-1} = 3280.4 \text{ ms}^{-1}$ ।

প্রশ্ন ▶ ২৩ একাদশ শ্রেণির একজন বিজ্ঞানের শিক্ষার্থী খুলনা বিজ্ঞান মেলায় একটি কৃত্রিম উপগ্রহের মডেল প্রদর্শন করল। দ্বাদশ শ্রেণির বিজ্ঞানের একজন ছাত্র প্রবীক্ষণ করে। প্রবীক্ষণের পরে সে মেলায় প্রজেক্ট প্রদর্শনী নির্ধারণ করবে। প্রবীক্ষণের পরে সে প্রজেক্ট উপস্থাপক একটি ডাটা দিল যাতে লেখা আছে কৃত্রিম উপগ্রহটিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 8000 km উপরে রেখে পৃথিবীর চারদিকে প্রতিঘণ্টায় একবার ঘুরানো যাবে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং ভর যথাক্রমে 6400 km ও 6×10^{24} kg। প্রবীক্ষণ ডাটা বিশ্লেষণ করে বলল, এটি সঠিক নয়। [ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, জাহানাবাদ, খুলনা]

- ক. পরিবর্তনশীল বল কাকে বলে? ১
খ. টর্ক ও কাজের মধ্যে তুলনা কর। ২
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত উচ্চতায় কৃত্রিম উপগ্রহটির উপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ৩
ঘ. একজন বিজ্ঞানের শিক্ষার্থী হিসেবে তুমি কি প্রবীক্ষণের বক্তব্য সঠিক বলে মনে কর? উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দেখাও। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. যে বল মানে বা দিকে বা উভয়ের দ্বারা পরিবর্তিত হয় তাকে পরিবর্তনশীল বল বলে।

খ. যে ভৌত রাশি কোনো বস্তুতে ঘূর্ণন প্রবণতা উদ্ভূত করে, তাকে টর্ক বলে। বলের মান ও ঘূর্ণন অক্ষ হতে বলের ক্রিয়ারেখার ওপর লম্ব দূরত্বের গুণফল দ্বারা টর্ক পরিমাপ করা হয়।

বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর সরণ ঘটলে বল ও বলের দিকে বলের ক্রিয়াবিন্দুর সরণের গুণফল দ্বারা কাজ পরিমাপ করা হয়। সুতরাং টর্ক ও কাজ সম্পূর্ণ ভিন্ন দুটি রাশি। তবে টর্কের একক Nm এবং কাজের একক জুল- এ একক দুটি পরস্পর সমতুল্য।

গ. দেওয়া আছে, পৃথিবীর ভর, $M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400$ km $= 6.4 \times 10^6$ m
ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h = 8000$ km $= 8 \times 10^6$ m
বের করতে হবে, কৃত্রিম উপগ্রহের অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান, $g' = ?$

আমরা জানি, $g' = \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 8 \times 10^6 \text{ m})^2}$
 $= 1.93 \text{ ms}^{-2}$ (Ans.)

ঘ. কৃত্রিম উপগ্রহটির আবর্তনকাল,

$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}}$
 $= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{(6.4 \times 10^6 \text{ m} + 8 \times 10^6 \text{ m})^3}{6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 6 \times 10^{24} \text{ kg}}}$
 $= 17158.8 \text{ sec}$
 $= 4.766 \text{ hr}$
 $= 4 \text{ hr } 45 \text{ min } 59 \text{ sec} \approx 4 \text{ hr}$

সুতরাং প্রবীক্ষণের বক্তব্য সঠিক।

প্রশ্ন ▶ ২৪ পৃথিবী (e) এর জন্য চাঁদ (m) এর জন্য

মহাকর্ষীয় প্রবীক্ষণ $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2\text{kg}^{-2}$

[কুমিল-১ সরকারি কলেজ, কুমিল-১]

- ক. আপেক্ষিক গতি কি? ১
খ. পানিতে ডিল দিলে আড় তরংগ হবে ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর। ৩

ঘ. কোন নভোখেয়ায়ান পৃথিবী থেকে ছেড়ে যেতে ও চাঁদ থেকে ফিরে আসতে মুক্তি বেগ এর মান একই হবে কি? উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে বের করে দেখাও। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একটি বস্তুর সাপেক্ষে অপর বস্তুর গতিকে আপেক্ষিক গতি বলে।

খ পানিতে ডিল দিলে যে তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তার ওপরস্থ যেকোনো কণার আন্দোলনের দিক হয় ওপর-নিচ বরাবর, অথচ তরঙ্গ সঞ্চালিত হয় অনুভূমিক বরাবর। অর্থাৎ মাধ্যমের মধ্যদিয়ে তরঙ্গবেগের লম্বদিকে কণা আন্দোলিত হয়। সংজ্ঞানুসারে, এটি আড় তরঙ্গ।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_e = 9.6 \text{ ms}^{-2}$
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R_e = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
বের করতে হবে, পৃথিবীর ভর, $M_e = ?$

আমরা জানি, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$

$$\therefore M_e = \frac{g_e R_e^2}{G} = \frac{9.6 \text{ ms}^{-2} \times (6.4 \times 10^6 \text{ m})^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 5.9 \times 10^{24} \text{ kg (Ans.)}$$

ঘ পৃথিবী পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_e = \sqrt{2g_e R_e}$
 $= \sqrt{2 \times 9.6 \text{ ms}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}}$
 $= 11085 \text{ ms}^{-1}$
চাঁদের পৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_m = \sqrt{2g_m R_m}$
 $= \sqrt{2 \times \frac{1}{6} g_e \times \frac{1}{4} R_e}$
 $= 2262 \text{ ms}^{-1}$

সুতরাং কোনো নভোখেয়ায়ান পৃথিবী থেকে ছেড়ে যেতে ও চাঁদ থেকে ফিরে আসতে মুক্তিবেগের মান একই হবে না।

প্রশ্ন-২৫ কোন ডিলকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সেটি ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে। কিন্তু কোন বস্তুকে সর্বনিম্ন 11.2 kms^{-1} বেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে আর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে না। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6370 km , $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

[ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, কুমিল-১]

ক. মুক্তিবেগ কাকে বলে? ১

খ. কেপলারের ৩য় সূত্রটি বর্ণনা কর। ২

গ. উদ্দীপকের তথ্য মতে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর। ৩

ঘ. গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও যে, মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুকে ন্যূনতম যে বেগে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি কখনোই আর পৃথিবীতে ফিরে আসবে না, তাকে মুক্তিবেগ বলে।

খ কেপলারের ৩য় সূত্রটি হলো: সূর্যের চারদিকে একটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য হতে ঐ গ্রহের গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক। মনে করি, সূর্যের চারদিকে কতগুলো গ্রহের আবর্তনকাল যথাক্রমে T_1, T_2, T_3, \dots এবং সূর্য হতে ঐ গ্রহগুলোর গড় দূরত্ব যথাক্রমে R_1, R_2, R_3, \dots ; তাহলে কেপলারের ৩য় সূত্রানুসারে, $\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} = \frac{T_3^2}{R_3^3} = \dots = \text{ধ্রুবক}$ ।

দেওয়া আছে, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6370 \text{ km} = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

ভূপৃষ্ঠে মুক্তিবেগ, $v_e = 11.2 \text{ kms}^{-1} = 11200 \text{ ms}^{-1}$

বের করতে হবে, পৃথিবীর ভর, $M = ?$

$$\therefore M = \frac{v_e^2 \cdot R}{2G} = \frac{(11200 \text{ ms}^{-1})^2 \times 6.37 \times 10^6 \text{ m}}{2 \times 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}} = 5.99 \times 10^{24} \text{ kg}$$

(Ans.)

ঘ কোনো বস্তুকে অসীম হতে ভূপৃষ্ঠে আনতে (অভিকর্ষ বল দ্বারা) যে পরিমাণ কাজ পাওয়া যায়, ভূপৃষ্ঠে কোনো বস্তুকে মুক্তিবেগ প্রদানের মাধ্যমে ঐ পরিমাণ শক্তি প্রদান করা হয়।

\therefore ভূপৃষ্ঠে m ভরের কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় বিভব শক্তির মান $= \frac{GMm}{R}$

মুক্তিবেগের ওপরোক্ত রাশিমালায় বস্তুর ভর m অনুপস্থিত। সুতরাং মুক্তিবেগ বস্তুর ভরের ওপর নির্ভর করে না। বস্তু বৃহৎ অথবা ক্ষুদ্র, ভারী অথবা হালকা— যেকোনো হোকনা কেন এতে সমমানের মুক্তিবেগ প্রদান করতে হবে।

অধ্যায়টির গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর
(নির্বাচনি পরীক্ষার প্রশ্ন বিশ্লেষণে প্রাপ্ত)

EXURE
12

► ক নং প্রশ্ন (জ্ঞানমূলক)

প্রশ্ন-১. পড়লড় বস্তুর দ্বিতীয় সূত্র বিবৃত কর।

উত্তর: বাধাহীন পথে পড়লড় বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-২. পড়লড় বস্তুর তৃতীয় সূত্র বিবৃত কর।

উত্তর: বাধাহীন পথে পড়লড় বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-৩. কেপলারের ক্ষেত্রফল সূত্র বিবৃত কর।

উত্তর: গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

প্রশ্ন-৪. কেপলারের সময়ের সূত্র বিবৃত কর।

উত্তর: প্রতিটি গ্রহের পর্যায় কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-৫. মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কী?

উত্তর: একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তু কণা একক দূরত্ব থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

প্রশ্ন-৬. মহাকর্ষীয় বিভব কী?

উত্তর: অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।

প্রশ্ন-৭. মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য কাকে বলে?

উত্তর: একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের এক বিন্দু হতে অন্য বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য বলে।

প্রশ্ন-৮. ভর কেন্দ্র কাকে বলে?

উত্তর: বস্তুর কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ঐ বিন্দুর মধ্যে দিয়েই সমস্ত কণার ওপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয়। ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভর কেন্দ্র বলে।

প্রশ্ন-৯. স্বাভাবিক উপগ্রহ কাকে বলে?

উত্তর: যে উপগ্রহ প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্ট তাকে স্বাভাবিক উপগ্রহ বলে।

প্রশ্ন-১০. অভিকর্ষ ঢাল কী?

উত্তর: পরিবর্তনের হার যদিকে সর্বোচ্চ হয় সেই দিকে প্রতি একক দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ বা মহাকর্ষ প্রাবল্যের পরিবর্তনের হারকে অভিকর্ষ ঢাল বলে।

► খ নং প্রশ্ন (অনুধাবনমূলক)

প্রশ্ন-১. সর্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের তাৎপর্য কী?

উত্তর: আন্তর্জাতিক বা SI পদ্ধতিতে G-এর মান $6.67 \times 10^{-11} \text{ N-m}^2/\text{kg}^2$ এর অর্থ 1 kg ভরের দুইটি বস্তুকে পরস্পর থেকে 1m দূরে স্থাপন করলে এরা পরস্পরকে $6.67 \times 10^{-11}\text{N}$ বলে আকর্ষণ করবে।

নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রানুসারে,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$m_1 = m_2 = 1\text{kg}$$

এবং $d = 1\text{m}$ হলে,

$$G = F = \text{মহাকর্ষ বল} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N}$$

প্রশ্ন-২. পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে বস্তু ওজনের তারতম্য দেখা যায় কেন? ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: আমরা জানি, ওজন $W = mg$; এখানে $m =$ বস্তুর ভর এবং $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ। বস্তুর ভর একটি ধ্রুব রাশি, সুতরাং কোনো বস্তুর ওজন অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভরশীল। তাই অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্যই বস্তুর ওজনের তারতম্য দেখা যায়। যে স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি, সে স্থানে বস্তুর ওজনও বেশি। আর অভিকর্ষজ ত্বরণ যে স্থানে কম বস্তুর ওজনও সে স্থানে কম। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, মেরু অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি। সুতরাং মেরু অঞ্চলে বস্তুর ওজন বেশি।

প্রশ্ন-৩. মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি বর্ণনা কর।

উত্তর: মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি:

- মহাকর্ষ বল দুটি বস্তু মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল।
- মহাকর্ষ বল বস্তু দুটির সংযোগ সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।
- মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের মাধ্যমের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে না।
- মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক হয়।

প্রশ্ন-৪. মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের বিভব পার্থক্য বলতে কী বোঝ?

উত্তর: কোনো মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দুটি বিন্দুর বিভব পার্থক্য বলতে বুঝায়, একটি একক ভরের বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে নিতে কোনো বাহ্যিক বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ। যেমন- m ভরকে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে নিতে যদি W_{AB} কাজ করতে হয় তাহলে ঐ দুই বিন্দুর বিভব পার্থক্য হবে, $V_B - V_A = V = \frac{W_{AB}}{m}$

বিভব পার্থক্য এবং বিভবের একক অভিন্ন।

প্রশ্ন-৫. স্বাভাবিক উপগ্রহ বলতে কী বোঝ?

উত্তর: যেসব বস্তু বা জ্যোতিষ্ক গ্রহের চারদিকে ঘোরে, তাদেরকে উপগ্রহ বলে। যেসব উপগ্রহ প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্ট তাদেরকে স্বাভাবিক উপগ্রহ বলে। যেমন চন্দ্র প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্টি হয়েছে। এটি পৃথিবীর চারদিকে ঘুরছে। অতএব চন্দ্র বা চাঁদ পৃথিবীর একটি স্বাভাবিক উপগ্রহ।

প্রশ্ন-৬. কৃত্রিম উপগ্রহের ৪টি ব্যবহার লিখ।

উত্তর:

- টেলিফোন ও ইন্টারনেটের মাধ্যমে আন্তঃমহাদেশীয় যোগাযোগ স্থাপনে ব্যবহৃত হয়।
- আবহাওয়ার পূর্বাভাস পাওয়া যায়।
- পৃথিবীর আকার সম্পর্কিত ভূ-জরিপ কাজে ব্যবহৃত হয়।
- সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করতে ব্যবহৃত হয়।