

অধ্যায় - ৭

কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি - Class 9 Math BD 2024 – সপ্তম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ - ১-১০ পর্যন্ত)

কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি

আমাদের এই অধ্যায়ের নাম কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি যা ৯ম শ্রেণির ৭ম অধ্যায়। এখানে আমরা অনুশীলনীর সকল গাণিতিক প্রশ্নের উত্তর দিয়েছি – যেখানে আমরা শিখবঃ ডিগ্রি, মিনিট, সেকেন্ডের মান নির্ণয় পদ্ধতি, রুলার ও চাঁদা ব্যবহার করে কোণ অঙ্কন পদ্ধতি, ত্রিকোণমিতিক কোণের মান নির্ণয়, আদর্শ অবস্থানে ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়, রেডিয়ান ও ডিগ্রিতে প্রকাশ এবং বাস্তব কিছু প্রশ্নের সমাধান। তাহলে, শুরু করা যাক।

অনুশীলনী-৭

1. 5° তে কত সেকেন্ড নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$1^\circ = 3600''$$

$$\therefore 5^\circ = (5 \times 3600)'' = 18000''$$

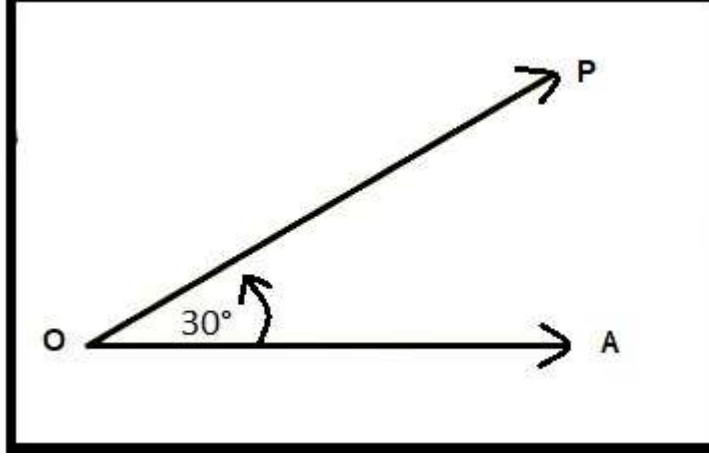
অর্থাৎ, 5° তে 18000 সেকেন্ড।

2. জ্যামিতিক রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে 30° , 360° , 380° , -20° এবং -420° বে



সমাধানঃ

30° অঙ্কনঃ



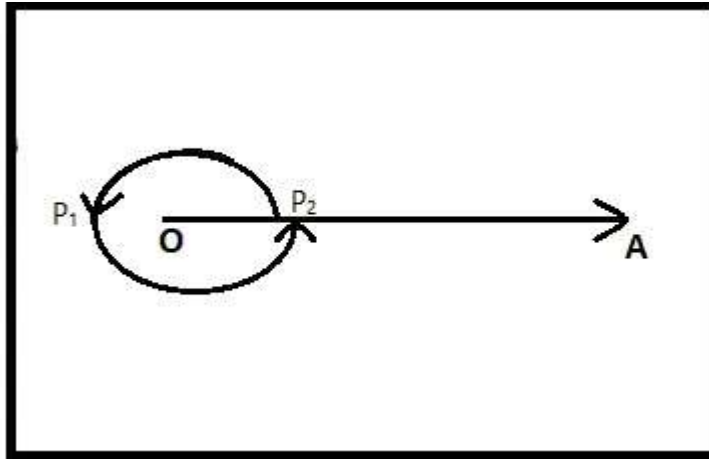
(i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 30 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O, P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $\angle AOP = 30^\circ$ অঙ্কিত হলো।

360° অঙ্কনঃ



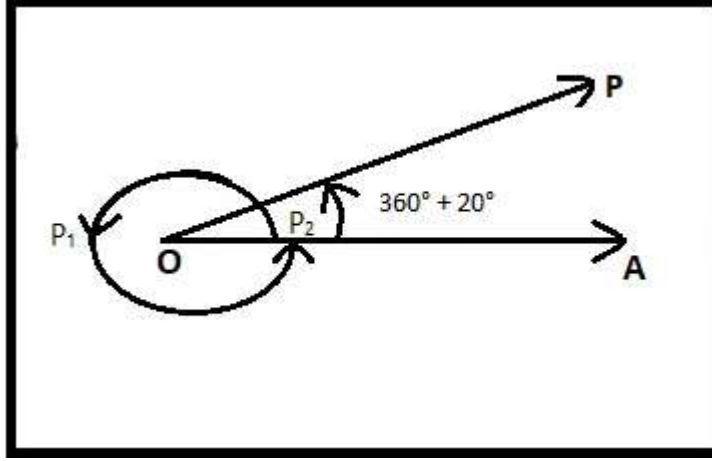
(i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদার বামপাশে লেখা 180 বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P_1 চিহ্নিত করি। আবার, চাঁদার কেন্দ্রে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে। এবং চাঁদার ডানপাশে লেখা 180 বরাবর আরেকটি বিন্দু P_2 চিহ্নিত করি।

(iv) তাহলে, P_2 বিন্দু OA এর সাথে সমাপতিত হয় ফলত OA রশ্মি বরাবর আমাদের 360° অঙ্কিত হলো।

380° অঙ্কনঃ



এখানে, $380^\circ = 360^\circ + 20^\circ$

অর্থাৎ, আমাদের 20° কোণ অঙ্কনই যথেষ্ট হবে কারণ 360° কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

(i) যেকোনো বিন্দু o নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

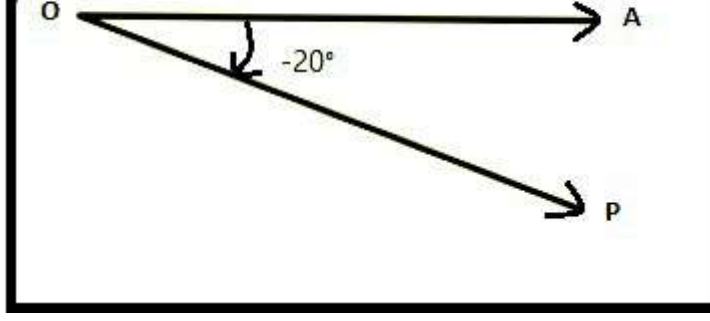
(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ উপরের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার বিপরীত দিকে চাঁদা হতে 20 লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $360^\circ + 20^\circ = 380^\circ$ অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

-20° অঙ্কনঃ





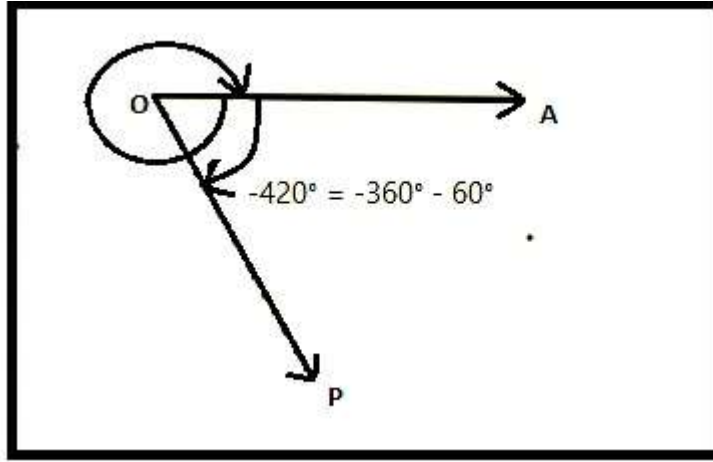
(i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।

(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার দিকে চাঁদা হতে ২০ লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O, P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $\angle AOP = -20^\circ$ অঙ্কিত হলো।

-420° অঙ্কনঃ



এখানে, $-420^\circ = -360^\circ - 60^\circ$

অর্থাৎ, আমাদের -60° কোণ অঙ্কনই যথেষ্ট হবে কারণ -360° কোণ OA বরাবর অবস্থান করে।

(i) যেকোনো বিন্দু O নেই এবং জ্যামিতিক রুলার স্থাপন করে OA রশ্মি আঁকি।

(ii) এবার চাঁদার কেন্দ্রকে O বিন্দুতে ও ডান পাশের প্রান্তভাগকে OA বরাবর মিলিয়ে স্থাপন করি যেন চাঁদার অর্ধবৃত্তাকার অংশ নিচের দিকে থাকে।

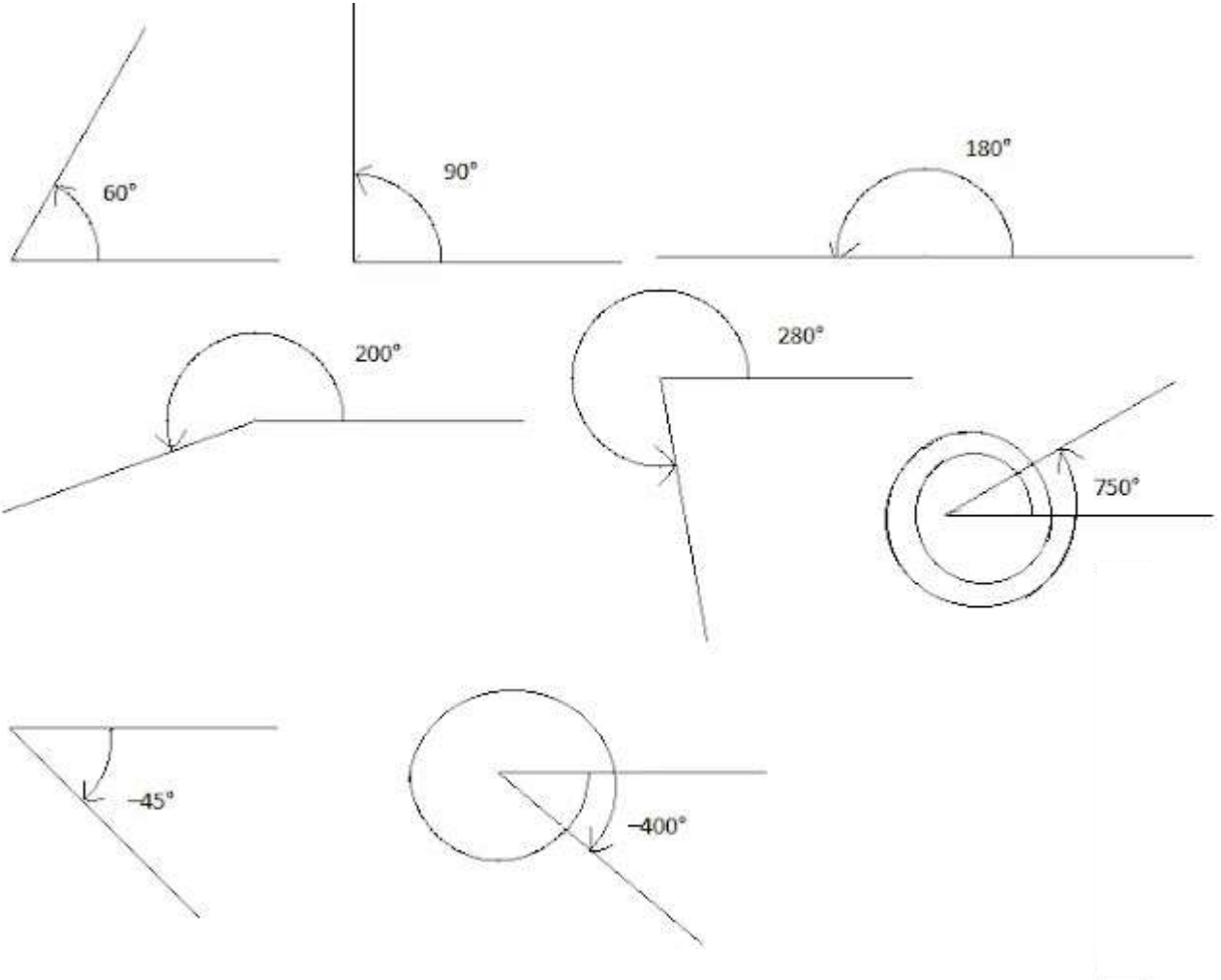
(iii) এবার OA রশ্মি হতে ঘড়ির কাটার দিকে চাঁদা হতে ৬০ লেখা বরাবর পেন্সিল দিয়ে একটি বিন্দু P চিহ্নিত করি।

(iv) O,P যোগ করে OP রশ্মি আঁকি; তাহলে $-360^\circ - 60^\circ = -420^\circ$ অঙ্কিত হলো যা চিত্রে দেখানো হয়েছে।

3. রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে $60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 200^\circ, 280^\circ, 750^\circ, -45^\circ, -400^\circ$ কোণগুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকো। এগুলো কোয়ান্ড্রেন্ট নাকি কোয়ান্ড্রেন্টাল কোণ তা নির্ণয় করো। কোণগুলো কোন চতুর্ভাগে আছে তা উল্লেখ করো।

সমাধানঃ

রুলার এবং চাঁদা ব্যবহার করে $60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 200^\circ, 280^\circ, 750^\circ, -45^\circ, -400^\circ$ কোণগুলো আদর্শ অবস্থানে আঁকা হলো যা নিম্নের চিত্রে অঙ্কিত।



এখন কোণগুলোর অবস্থান বিবেচনা করে পাই,

$60^\circ, 200^\circ, 280^\circ, 750^\circ, -45^\circ, -400^\circ$ কোণগুলো চারটি চতুর্ভাগের যেকোন একটির ভিতরে অবস্থান করছে অর্থাৎ এরা কোয়ান্ড্রেন্ট কোণ (quadrant angle)।

আবার,

$90^\circ, 180^\circ$ কোণদুটি অক্ষের উপর অবস্থান করছে অর্থাৎ এরা কোয়ান্ড্রেন্টাল কোণ (quadrantal angle)।

4. মান নির্ণয় করো : $\cos 135^\circ$, $\cot 120^\circ$, $\tan 390^\circ$, $\sin(-30^\circ)$, $\sec 300^\circ$, $\csc(-570^\circ)$

সমাধানঃ

$\cos 135^\circ$

$$= \cos(180^\circ - 45^\circ)$$

$$= -\cos 45^\circ$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} [\because \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}]$$

$\cot 120^\circ$

$$= \cot(180^\circ - 60^\circ)$$

$$= -\cot 60^\circ$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} [\because \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$\tan 390^\circ$

$$= \tan(360^\circ + 30^\circ)$$

$$= \tan 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} [\because \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$\sin(-30^\circ)$

$$= -\sin 30^\circ$$

$$= -\frac{1}{2} [\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2}]$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

$$\sec 300^\circ$$

$$= \sec(360^\circ - 60^\circ)$$

$$= \sec 60^\circ$$

$$= 2 \quad [\because \sec 60^\circ = 2]$$

$$\csc(-570^\circ)$$

$$= \csc 570^\circ$$

$$= \csc(540^\circ + 30^\circ)$$

$$= \csc 30^\circ$$

$$= 2$$

[আমাদের এই অধ্যায় কৌণিক দূরত্ব পরিমাপে ত্রিকোণমিতি চলমান, উপরে নিচে দিয়ে এখানে মোট ১০টি প্রশ্ন আছে নতুন পাঠ্যক্রম অনুসারে। আমাদের লিখে জানাও যেকোন মতামত, ধন্যবাদ।]

5. আদর্শ অবস্থানে $A(2, 3)$, $B(-3, 1)$, $C(-4, -4)$, $D(1, -2)$, $E(-2, 0)$ বিন্দুগুলো দ্বারা উৎপন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

$$A(2, 3)$$

$$\text{এখানে, } x=2, y=3 \text{ এবং } r = \sqrt{(2^2+3^2)} = \sqrt{13}$$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin \theta = y/r = 3/\sqrt{13}$$

$$\cos \theta = x/r = 2/\sqrt{13}$$

$$\tan \theta = y/x = 3/2$$

$$\cot\theta = x/y = 2/3$$

$$\sec\theta = r/x = \sqrt{13}/2$$

$$\csc\theta = r/y = \sqrt{13}/3$$

B(-3, 1)

এখানে, $x=-3$, $y=1$ এবং $r = \sqrt{\{(-3)^2+1^2\}} = \sqrt{10}$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = 1/\sqrt{10}$$

$$\cos\theta = x/r = -3/\sqrt{10}$$

$$\tan\theta = y/x = 1/-3$$

$$\cot\theta = x/y = -3/1 = -3$$

$$\sec\theta = r/x = \sqrt{10}/-3$$

$$\csc\theta = r/y = \sqrt{10}/1 = \sqrt{10}$$

C(-4, -4)

এখানে, $x=-4$, $y=4$ এবং $r = \sqrt{\{(-4)^2+4^2\}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = 4/4\sqrt{2} = 1/\sqrt{2}$$

$$\cos\theta = x/r = -4/4\sqrt{2} = -1/\sqrt{2}$$

$$\tan\theta = y/x = 4/-4 = -1$$

$$\cot\theta = x/y = -4/4 = -1$$

$$\sec\theta = r/x = 4\sqrt{2}/-4 = -\sqrt{2}$$

$$\csc\theta = r/y = 4\sqrt{2}/4 = \sqrt{2}$$

D(1, -2)

এখানে, $x=1$, $y=-2$ এবং $r = \sqrt{\{1^2+(-2)^2\}} = \sqrt{5}$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = -2/\sqrt{5}$$

$$\cos\theta = x/r = 1/\sqrt{5}$$

$$\tan\theta = y/x = -2/1 = -2$$

$$\cot\theta = x/y = 1/-2 = -1/2$$

$$\sec\theta = r/x = \sqrt{5}/1 = \sqrt{5}$$

$$\csc\theta = r/y = \sqrt{5}/-2$$

E(-2,0)

এখানে, $x=-2$, $y=0$ এবং $r = \sqrt{\{(-2)^2+0^2\}} = 2$

সুতরাং ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোঃ

$$\sin\theta = y/r = 0/2 = 0$$

$$\cos\theta = x/r = -2/2 = -1$$

$$\tan\theta = y/x = 0/-2 = 0$$

$$\cot\theta = x/y = -2/0 = \text{undefined}$$

$$\sec\theta = r/x = 2/-2 = -1$$

$$\csc\theta = r/y = 2/0 = \text{undefined}$$

6. নিম্নোক্ত বিন্দুগুলোকে r এবং $\tan\theta$ এর মাধ্যমে প্রকাশ করো।

a. $A(3, -2)$

সমাধানঃ

এখানে, $x=3, y=-2$

$$\therefore r = \sqrt{\{3^2+(-2)^2\}} = \sqrt{13}$$

এবং,

$$\tan\theta = y/x = -2/3$$

$$\therefore A(3, -2) = (\sqrt{13}, -2/3) \text{ [প্রকাশ করা হলো]}$$

b. $B(-2, -1)$

সমাধানঃ

এখানে, $x=-2, y=-1$

$$\therefore r = \sqrt{\{(-2)^2+(-1)^2\}} = \sqrt{5}$$

এবং,

$$\tan\theta = y/x = -1/-2 = 1/2$$

$$\therefore B(-2, -1) = (\sqrt{5}, 1/2) \text{ [প্রকাশ করা হলো]}$$

c. C(-4, 0)

সমাধানঃ

এখানে, $x = -4$, $y = 0$

$$\therefore r = \sqrt{\{(-4)^2 + 0^2\}} = 4$$

এবং,

$$\tan\theta = y/x = 0/-4 = 0$$

$$\therefore A(-4, 0) = (4, 0) \text{ [প্রকাশ করা হলো]}$$

7. রেডিয়ানে প্রকাশ কর:

a. $75^\circ 30'$

সমাধানঃ

$$75^\circ 30'$$

$$= 75^\circ + (30/60)^\circ [\because 1^\circ = 60']$$

$$= 75^\circ + (1/2)^\circ$$

$$= \{(75 \times 2 + 1)/2\}^\circ$$

$$= (151/2)^\circ$$

$$= \frac{(151/2)\pi}{180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$[\because 1^\circ = \pi/180 \text{ রেডিয়ান}]$$

$$= 151\pi/360 \text{ রেডিয়ান}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

b. 45°44'43"

সমাধানঃ

$$45^{\circ}44'43''$$

$$= 45^{\circ} + (44/60)^{\circ} + (43/3600)^{\circ} [\because 1^{\circ} = 60' \text{ এবং } 1^{\circ} = 3600'']$$

$$= \pi/180 (45 + 44/60 + 43/3600) \text{ রেডিয়ান } [\because 1^{\circ} = \pi/180 \text{ রেডিয়ান}]$$

$$= \pi/180 \times \frac{45 \times 3600 + 44 \times 60 + 43}{3600} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{\pi(45 \times 3600 + 44 \times 60 + 43)}{3600 \times 180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{164683\pi}{648000} \text{ রেডিয়ান}$$

c. 60°30'15"

সমাধানঃ

$$60^{\circ}30'15''$$

$$= 60^{\circ} + (30/60)^{\circ} + (15/3600)^{\circ} [\because 1^{\circ} = 60' \text{ এবং } 1^{\circ} = 3600'']$$

$$= 60^{\circ} + (1/2)^{\circ} + (1/240)^{\circ}$$

$$= \pi/180 (60 + 1/2 + 1/240) \text{ রেডিয়ান } [\because 1^{\circ} = \pi/180 \text{ রেডিয়ান}]$$

$$= \pi/180 \times \frac{60 \times 240 + 1 \times 120 + 1}{240} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \pi(14400 + 120 + 1)$$

$$= \frac{\text{-----}}{240 \times 180} \text{ রেডিয়ান}$$

$$= \frac{14521\pi}{43200} \text{ রেডিয়ান}$$

৪. ডিগ্রীতে প্রকাশ কর:

a. $4\pi/25$ রেডিয়ান

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & 4\pi/25 \text{ রেডিয়ান} \\ &= (4\pi/25 \times 180/\pi)^\circ [\because 1 = 180^\circ/\pi] \\ &= (4\pi/25 \times 180/\pi)^\circ \\ &= 28.8^\circ \end{aligned}$$

b. 1.3177 রেডিয়ান

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & 1.3177 \text{ রেডিয়ান} \\ &= (1.3177 \times 180/\pi)^\circ [\because 1 = 180^\circ/\pi] \\ &= (1.3177 \times 180/3.1416)^\circ [\because \pi = 3.1416] \\ &= 75.4984^\circ \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

c. 0.9759 রেডিয়ান

সমাধানঃ

$$0.9759 \text{ রেডিয়ান}$$

$$= (0.9759 \times 180/\pi)^\circ [\because 1 = 180^\circ/\pi]$$

$$= (0.9759 \times 180/3.1416)^\circ [\because \pi = 3.1416]$$

$$= 55.9148^\circ \text{ (প্রায়)}$$

9. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। যদি টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান পৃথিবীর কেন্দ্রে $10^\circ 6' 3''$ কোণ উৎপন্ন করে, তবে টেকনাফ থেকে তেঁতুলিয়ার দূরত্ব কত?

সমাধানঃ

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $r = 6440$ কিমি।

টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার অবস্থান দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ, θ

$$= 10^\circ 6' 3''$$

$$= 10^\circ + (6/60)^\circ + (3/3600)^\circ$$

$$= 10^\circ + (1/10)^\circ + (1/1200)^\circ$$

$$= \{(1200 \times 10 + 120 + 1)/1200\}^\circ$$

$$= (12121/1200)^\circ$$

$$= \pi/180 \times 12121/1200 \text{ রেডিয়ান}$$

$$= 12121\pi/216000 \text{ রেডিয়ান}$$

সুতরাং, টেকনাফ ও তেঁতুলিয়ার দূরত্ব, s

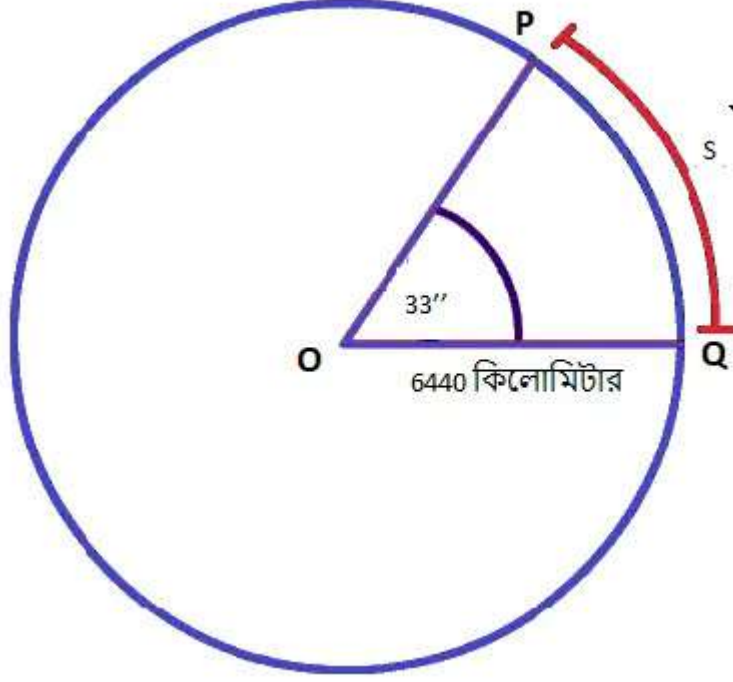
$$= r\theta$$

$$= 6440 \times 12121\pi/216000$$

= 1135.328 কিমি (প্রায়)

10. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6440 কিলোমিটার। ধরো, পৃথিবীর উপরে দুইটি স্যাটেলাইট এমন অবস্থানে আছে যে তারা পৃথিবীর কেন্দ্রে $33''$ কোণ উৎপন্ন করে। স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত?

সমাধানঃ



চিত্রে বৃত্তটিকে পৃথিবী ধরে নিয়ে সহজে আমরা এই সমস্যার সমাধান করতে পারি যেখানে,

$$OA = r = 6440 \text{ কিমি} = \text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ}$$

$$\angle POQ = \theta = 33'' = (33/3600)^\circ = \pi/180 \times 33/3600 \text{ রেডিয়ান}$$

P ও Q হলো পৃথিবীর উপরে অবস্থিত দুইটি স্যাটেলাইট।

s = P ও Q এর দূরত্ব বের করতে হবে।

সুতরাং, স্যাটেলাইট দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব, s

$$= r\theta$$

$$= 6440 \times \pi/180 \times 33/3600 \text{ কিমি}$$

$$= 1 \text{ কিমি (প্রায়)}$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743