

অধ্যায় - ৩

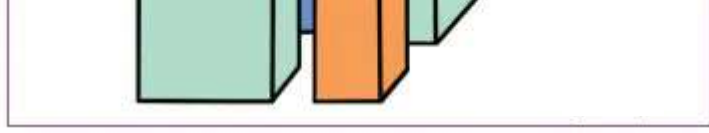
ঘনবস্তুতে দ্বিপদী ও ত্রিপদী রাশি খুঁজি - Class 8 Math BD 2024 – ৩য় অধ্যায় (অনুশীলনী: ১-৭ পর্যন্ত)

ঘনবস্তুতে দ্বিপদী ও ত্রিপদী রাশি খুঁজি

পূর্বের শ্রেণিতে তোমরা তোমাদের অভিজ্ঞতা অর্জনে চলক, বীজগাণিতিক রাশি, পদ, বীজগাণিতিক রাশির উৎপাদক, লসাগু, গসাগু ইত্যাদি ব্যবহার করেছ। বাস্তব জীবনে সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক রাশি খুবই গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। তোমরা বর্গক্ষেত্র এবং আয়তক্ষেত্রের বিষয়ে দ্বিপদী এবং ত্রিপদী রাশির ব্যবহার শিখেছ। তোমরা শিখেছ, আয়তক্ষেত্র একটি দ্বিমাত্রিক আকৃতি। অর্থাৎ এটি পরিমাপের দুটি মাত্রা— দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ। বর্গক্ষেত্র আয়তক্ষেত্রের একটি বিশেষ অবস্থা। বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ সমান। মজার ব্যাপার হলো, আমাদের চারপাশে দ্বিমাত্রিক বস্তুর চেয়ে ত্রিমাত্রিক বস্তুই বেশি। যেমন— বই, খাতা, আলমারি, শোকেস, বুকশেল্ফ ইত্যাদি। ত্রিমাত্রিক বস্তুতে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ছাড়াও একটি মাত্রা যোগ হয়, সেটি হলো— উচ্চতা। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সম্বলিত দ্বিমাত্রিক বস্তুকে আমরা যেমন আয়তাকার বলি, তেমনি দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সম্বলিত ত্রিমাত্রিক বস্তুকে ঘনক আকার বলি। এই অভিজ্ঞতায় আমরা এ সকল ঘনবস্তুর মাধ্যমে দ্বিপদী এবং ত্রিপদী রাশির ব্যবহার শিখব। আমরা ঘনবস্তুতে দ্বিপদী ও ত্রিপদী রাশি খুঁজি অধ্যায়ের উপরের ভূমিকা দিয়েছি কিছুটা ধারণা দেবার জন্য, কিন্তু আমরা মূলত এখানে ৮ম শ্রেণির ৩য় অধ্যায়ের অনুশীলনীর সমাধান করেছি। তাহলে শুরু করি—

অনুশীলনী-৩ (৮ম শ্রেণি)





১. নিচের কোনটি দ্বিপদী রাশি নয়? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

ক) $xy+3x$

খ) xy

গ) $x+y-1$

ঘ) x^2-2x+1

ঙ) y^2

সমাধানঃ

ক) $xy+3x$ একটি দ্বিপদী রাশি কারণ এই রাশিটিতে দুইটি পদ xy ও $3x$ আছে।

খ) xy একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ১টি পদ xy আছে।

গ) $x+y-1$ একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ৩টি পদ x , y , 1 আছে।

ঘ) x^2-2x+1 একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ৩টি পদ x^2 , $2x$, 1 আছে।

ঙ) y^2 একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ১টি পদ y^2 আছে।

২. নিচের দ্বিপদী রাশিগুলো থেকে এক চলক ও দুই চলকবিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি চিহ্নিত করো।

ক) $x+1$

খ) $3x+5$

গ) $x-3$

ঘ) $5x-2$

ঙ) $2x+3y$

চ) x^2+1

ছ) x^2-y

জ) x^2+y^2

সমাধানঃ

ক) $x+1$ হলো একটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

খ) $3x+5$ হলো একটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

গ) $x-3$ হলো একটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

ঘ) $5x-2$ হলো একটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

ঙ) $2x+3y$ হলো একটি দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

চ) x^2+1 হলো একটি এক চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

ছ) x^2-y হলো একটি দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

জ) x^2+y^2 হলো একটি দুই চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

৩. নিচের বীজগাণিতিক রাশি থেকে এক চলক, দুই চলক ও তিন চলকবিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি চিহ্নিত করো।

ক) $x+y+3$

খ) x^2+3x+5

গ) $xy+z-3$

ঘ) $5x+y^2-2$

ঙ) $2x+3y-z$

চ) y^2-y+1

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

ছ) x^2-yz+2

জ) x^2+y^2-y

সমাধানঃ

ক) $x+y+3$ হলো একটি দুই চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

খ) x^2+3x+5 হলো একটি এক চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

গ) $xy+z-3$ হলো একটি তিন চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

ঘ) $5x+y^2-2$ হলো একটি দুই চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

ঙ) $2x+3y-z$ হলো একটি তিন চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

চ) y^2-y+1 হলো একটি এক চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

ছ) x^2-yz+2 হলো একটি তিন চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

জ) x^2+y^2-y হলো একটি দুই চলক বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

৪. নিচের ত্রিপদী রাশির ঘন নির্ণয় করো।

ক) $x+y+3$

সমাধানঃ

$$(x+y+3)^3$$

$$=\{(x+y)+3\}^3$$

$$=(x+y)^3+3(x+y)^2\times 3+3(x+y)\times 3^2+3^3 \text{ [সূত্রানুসারে]}$$

$$=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+3(x^2+2xy+y^2)\times 3+3(x+y)\times 9+27$$

$$=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+9(x^2+2xy+y^2)+27(x+y)+27$$

$$=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+9x^2+18xy+9y^2+27x+27y+27$$

খ) $2x+3y-z$

সমাধানঃ

$$(2x+3y-z)^3$$

$$=\{(2x+3y)-z\}^3$$

$$=(2x+3y)^3-3(2x+3y)^2 \times z+3(2x+3y) \times z^2-z^3 \text{ [সূত্রানুসারে]}$$

$$=(2x)^3+3.(2x)^2.3y+3.2x.(3y)^2+(3y)^3-3\{(2x)^2+2.2x.3y+(3y)^2\} \times z+3z^2(2x+3y)-z^2$$

$$=8x^3+36x^2y+6x.9y^2+27y^3-3(4x^2+12xy+9y^2) \times z+6z^2x+9z^2y-z^2$$

$$=8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3-12x^2z-36xyz-27y^2z+6z^2x+9z^2y-z^2$$

গ) x^2+3x+5

সমাধানঃ

$$(x^2+3x+5)^3$$

$$= \{(x^2+3x)+5\}^3$$

$$= (x^2+3x)^3+3(x^2+3x)^2.5+3(x^2+3x).5^2+5^3$$

$$= (x^2)^3+3.(x^2)^2.3x+3x^2.(3x)^2+(3x)^3+15(x^2+3x)^2+3(x^2+3x).25+125$$

$$= x^6+3.x^4.3x+3x^2.9x^2+27x^3+15\{(x^2)^2+2x^2.3x+(3x)^2\}+75(x^2+3x)+125$$

$$= x^6+9x^5+27x^4+27x^3+15x^4+90x^3+135x^2+75x^2+225x+125$$

$$= x^6+9x^5+42x^4+117x^3+210x^2+225x+125$$

ঘ) $xy+z-3$

সমাধানঃ

$$(xy+z-3)^3$$

$$=\{(xy+z)-3\}^3$$

$$= (xy+z)^3-3(xy+z)^2.3+3(xy+z).3^2-3^3$$

$$= (xy)^3+3(xy)^2.z+3xy.z^2+z^3-9\{(xy)^2+2xyz+z^2\}+3(xy+z).9-27$$

$$= x^3y^3+3x^2y^2z+3xyz^2+z^3-9\{x^2y^2+2xyz+z^2\}+27(xy+z)-27$$

$$= x^3y^3+3x^2y^2z+3xyz^2+z^3-9x^2y^2-18xyz-9z^2+27xy+27z-27$$

৫. বীজগাণিতিক নিয়ম ব্যবহার করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করোঃ

ক) x^3+1

সমাধানঃ

$$x^3+1$$

$$=x^3+1^3$$

$$= (x+1)(x^2-x.1+1^2)$$

$$= (x+1)(x^2-x+1)$$

খ) x^3-1

সমাধানঃ

$$x^3-1$$

$$= x^3-1^3$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

$$= (x-1)(x^2+x.1+1^2)$$

$$= (x-1)(x^2+x+1)$$

গ) x^6-729

সমাধানঃ

$$x^6-729$$

$$=(x^3)^2-27^2$$

$$= (x^3-27)(x^3+27)$$

$$= (x^3-3^3)(x^3+3^3)$$

$$= (x-3)(x^2+x.3+3^2)(x+3)(x^2-x.3+3^2)$$

$$=(x-3)(x^2+3x+9)(x+3)(x^2-3x+9)$$

ঘ) x^3+3x^2+3x+9

সমাধানঃ

$$x^3+3x^2+3x+9$$

$$= x^3+3.x^2.1+3.x.1^2 + 1^3 + 8$$

$$= (x+1)^3 + 2^3$$

$$= (x+1+2)\{(x+1)^2-(x+1).2+2^2\}$$

$$= (x+3)(x^2+2x+1-2x-2+4)$$

$$= (x+3)(x^2+3)$$

৬. একটি চকোলেট তৈরির ফ্যাক্টরিতে 2 ফুট এবং 3 ফুট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুইটি ঘনক আকৃতির কন্টেইনারে পূর্ণকরে চকোলেটের কাচামাল রাখা আছে।

ক) কোনো কাঁচামাল নষ্ট না হলে, দুইটি কন্টেইনারের কাচামালকে একত্র করে $1'' \times 1'' \times 2''$ আকারের কতগুলো চকোলেট তৈরি করা যাবে?

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$1 \text{ ফুট} = 12 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore 2 \text{ ফুট} = 12 \times 2 = 24 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore 3 \text{ ফুট} = 12 \times 3 = 36 \text{ ইঞ্চি}$$

তাহলে,

$$2 \text{ ফুট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ঘনক আকৃতির কন্টেইনারের আয়তন} = 24 \times 24 \times 24 \text{ ঘন ইঞ্চি} = 13824 \text{ ঘন ইঞ্চি।}$$

$$\text{এবং, } 3 \text{ ফুট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ঘনক আকৃতির কন্টেইনারের আয়তন} = 36 \times 36 \times 36 \text{ ঘন ইঞ্চি} = 46656 \text{ ঘন ইঞ্চি।}$$

$$\therefore \text{দুইটি কন্টেইনারের মোট আয়তন} = 13824 + 46656 = 60480 \text{ ঘন ইঞ্চি।}$$

$$\text{এখন, একটি চকোলেটের আয়তন বা আকার} = 1'' \times 1'' \times 2'' = 2 \text{ ঘন ইঞ্চি।}$$

$$\therefore \text{পরিপূর্ণ দুইটি কন্টেইনারের কাচামালে চকোলেট তৈরি করা যাবে } (60480 \div 2) \text{ টি} = 30240 \text{ টি।}$$

খ) কোনো কাঁচামাল নষ্ট না হলে, দুইটি কন্টেইনারের কাচামালকে একত্র করে $5'' \times 7'' \times 1''$ আকারের কতগুলো চকোলেট তৈরি করা যাবে?

সমাধানঃ

ক হতে পাই,

$$\text{দুইটি কন্টেইনারের মোট আয়তন} 60480 \text{ ঘন ইঞ্চি।}$$

$$\text{এখন, একটি চকোলেটের আয়তন বা আকার} = 5'' \times 7'' \times 1'' = 35 \text{ ঘন ইঞ্চি।}$$

$$\therefore \text{পরিপূর্ণ দুইটি কন্টেইনারের কাচামালে চকোলেট তৈরি করা যাবে } (60480 \div 35) \text{ টি} = 1728 \text{ টি।}$$

গ) $5'' \times 7'' \times 1''$ আকারের 1440 টি চকোলেট বার তৈরি হলে কী পরিমাণ কাঁচামাল নষ্ট হয়েছে।

সমাধানঃ

$$5'' \times 7'' \times 1'' = 35 \text{ ঘন ইঞ্চি};$$

$\therefore 5'' \times 7'' \times 1''$ আকারের 1440 টি চকোলেট বার এর মোট আয়তন = 35×1440 ঘন ইঞ্চি = 50400 ঘন ইঞ্চি।

এখন, ক হতে পাই,

দুইটি কন্টেইনারের মোট আয়তন 60480 ঘন ইঞ্চি;

অর্থাৎ, পরিপূর্ণ কন্টেইনারে 60480 ঘন ইঞ্চি পরিমাণ কাঁচামালের থেকে 50400 ঘন ইঞ্চি দিয়ে চকোলেট বার তৈরি হয়েছে এবং বাকী অংশ নষ্ট হয়েছে।

$$\therefore \text{কাঁচামাল নষ্ট হয়েছে} = (60480 - 50400) \text{ ঘন ইঞ্চি} = 10080 \text{ ঘন ইঞ্চি}।$$

৭. লতার বাবার একটি মাছ চাষের খামার আছে। খামারে একটি পুকুর আছে যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও পানির গভীরতা যথাক্রমে 50 মিটার, 40 মিটার এবং 5 মিটার। আয়তন ঠিক রেখে পানির গভীরতা 3 মিটার কমালে দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ বাড়বে?

সমাধানঃ

১ম শর্তে,

পুকুরের আয়তন

$$= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{গভীরতা}$$

$$= 50 \times 40 \times 5 \text{ ঘন মিটার}$$

$$= 10000 \text{ ঘন মিটার}$$

২য় শর্তমতে,

$$\text{গভীরতা} = 5 - 3 \text{ মিটার} = 2 \text{ মিটার};$$

$$\text{প্রস্থ} = 40 \text{ মিটার};$$

দৈর্ঘ্য = x (ধরি);

আয়তন = 10000 ঘন মিটার।

$$\therefore x \cdot 40 \cdot 2 = 10000$$

$$\text{বা, } 80x = 10000$$

$$\text{বা, } x = 10000/80 = 125$$

\therefore আয়তন ঠিক রেখে পানির গভীরতা 3 মিটার কমালে দৈর্ঘ্য বাড়বে = $125 - 50$ মিটার = 75 মিটার।

If it is helpful for
you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743