

ঐকিক নিয়ম শতকরা এবং অনুপাত

ঐকিক নিয়ম Unitary Method

ডিমের দোকানে একদিন

‘আমাকে এক ডজন ডিম দেন।’

এক ডজন ডিমের দাম
কত হবে?

‘দাম ৯৬ টাকা।’

‘একটা বুদ্ধি আছে যেটা
দিয়ে মনে মনে সহজেই
হিসাব করতে পারি আমি,
খাতা-কলমও খুব একটা
লাগে না।’

‘৪টি ডিমে হয় এক হালি
আর দাম ৩২ টাকা।’

‘তুমি ডিম কিনবে এক ডজন
মানে ১২টি। তার মানে,
 $12 \div 4 = 3$ হালি। ৩ হালির
দাম হবে $3 \times 32 = 96$
টাকা।’



‘ডিমের হালি ৩২ টাকা।’

‘খাতা-কলম ছাড়াই এত
কম সময়ে কীভাবে
আপনি বের করলেন
ডিমের দাম?’

আচ্ছা!!

৩২ টাকা



৯৬ টাকা

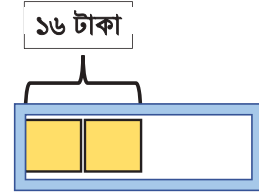
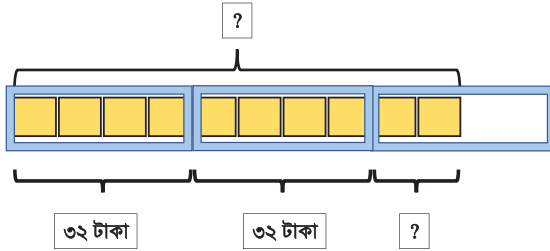


‘আরে এটা কোনো
ব্যাপার নাকি। ১০টি
ডিম মানে ২ হালি =
 $২ \times ৪ = ৮$ টি থেকে
আর ২টি ডিম বেশি
হবে।

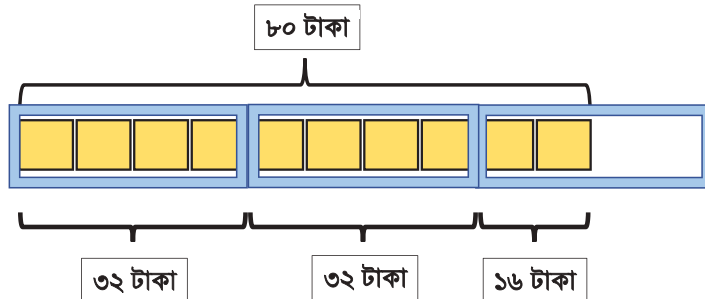


‘আরে এটা তো আরও সহজ
হলো। কিন্তু যদি আমি ১০টি
ডিম কিনতে চাই তখন তো
পুরো ৩ হালি হবে না, ২টি
ডিম কম থাকবে। তখন
কীভাবে দাম জানব?’

২ হালি ডিমের দাম
হবে $= ২ \times ৩২ = ৬৪$
টাকা। আর, ৪টি ডিমে
এক হালি হলে ২টি
ডিমে হবে এক হালির
অর্ধেক। এটাকে তুমি
এক জোড়া ডিমও
বলতে পারো।



আর, ২টি ডিমের দাম হবে এক হালির দামের অর্ধেক মানে $৩২ \div ২ = ১৬$ টাকা। এবার, খুব সহজেই ২ হালির দামের সাথে এক হালির অর্ধেকের দাম যোগ করে ১০টি ডিমের দাম পাবে $= ৬৪ + ১৬ = ৮০$ টাকা।’



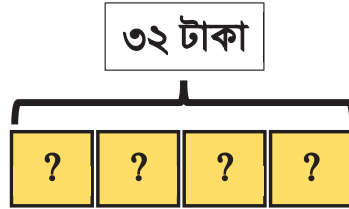
মিনার খুবই পছন্দ হলো দোকানদারের পদ্ধতি। কিন্তু তার মনে তবুও একটা প্রশ্ন ছিল।

‘আচ্ছা কেউ যদি ৯টি ডিম কিনতে চায় তাহলে কী হবে? তখন তো আর ২ হালি থেকে ১টি ডিম বেশি থাকবে। তাহলে তখন অর্ধেক হালি বা এক জোড়া এভাবে অর্ধেক করা যাবে না।



‘এজন্যেই ডিম হালি বা জোড়ায় জোড়ায় বিক্রি করলে হিসাবে সুবিধা হয়। তবে কেউ যদি ৯টি ডিম কিনতেই চায় তাহলে ১টি ডিমের দাম হিসাব করাই লাগবে।’

মিনা চিন্তা করে দেখল :
এক হালি বা ৪টি ডিমের
দাম = ৩২ টাকা

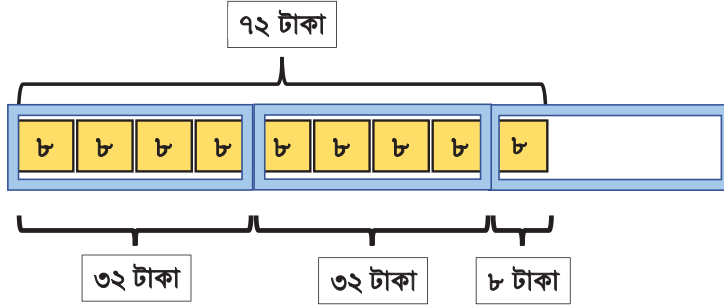


তাহলে, ১টি ডিমের দাম হবে = $৩২ \div ৪ = ৮$ টাকা



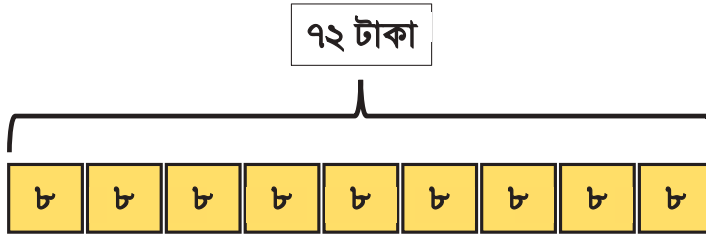
তাহলে, ৯টি ডিমের দাম

$$\begin{aligned}
 &= (২ \times ৪ + ১) \text{টি ডিমের দাম} \\
 &= ২ \text{ হালি ডিমের দাম} + ১ \text{টি ডিমের দাম} \\
 &= ২ \times ৩২ \text{ টাকা} + ৮ \text{ টাকা} \\
 &= ৬৪ \text{ টাকা} + ৮ \text{ টাকা} \\
 &= ৭২ \text{ টাকা}
 \end{aligned}$$



এবার, মিনা একটা মজার ব্যাপার লক্ষ করল। ১টি ডিমের দাম জানা থাকলে আসলে কত হালি হচ্ছে এগুলো কিছুই জানা দরকার হয় না। সরাসরি কতগুলো ডিম লাগবে সেই সংখ্যা দিয়ে গুণ করেই দামটা পাওয়া যায়।

$$\text{যেমন, ৯টি ডিমের দাম} = ৯ \times ১ \text{টি ডিমের দাম} = ৯ \times ৮ \text{ টাকা} = ৭২ \text{ টাকা}$$



এবার একটা মজার কাজ আছে তোমার জন্য। নিচের খাপ অনুসারে কাজগুলো করো এবং সমগ্র কাজের বিস্তারিত বর্ণনা খাতায় লিখে ও ছবি ঐকে পরবর্তী ক্লাসে শিক্ষককে দেখাও।

- কোনো একটি মাসে তোমার বাড়িতে সবাই মিলে মোট কতটি ডিম খাওয়া হয়েছে সেটা হিসাব করো। প্রয়োজনে অভিভাবকের সহায়তা নাও।
- এবার তোমার এলাকার কোনো একটি দোকানে গিয়ে ডিমের ডজন কত দামে বিক্রি হয় তা জিজ্ঞেস করে জেনে নাও। তুমি কি খাতা-কলম ছাড়াই দোকানে দাঁড়িয়েই বের করতে পারবে ঐ মাসে ডিম কেনার জন্য তোমাদের কত খরচ হয়েছে ?
- বাড়িতে ফিরে খাতা-কলম নিয়ে ছবির মাধ্যমে খরচের হিসাব করে দোকানে থাকা অবস্থায় তোমার হিসাব সঠিক ছিল কিনা নিশ্চিত করো।
- ঐ এক মাসের হিসাব থেকেই তোমার পরিবারে সারাবছরের ডিম কেনার জন্য কত টাকা খরচ হয় সেটা বের করো ?
- ডিমের দাম প্রতিমাসে একই না হলে সারাবছরের হিসাব করতে কী ধরনের সমস্যা হতে পারে বলে তুমি মনে করো ?

দেয়াল রং করি

- ৬ জন লোকে একটি দেয়াল রং করতে চায়।

এক্ষেত্রে ধরে নিতে হবে যে প্রতিটি লোকই একদিনে দেয়ালের একই পরিমাণ জায়গা রং করতে পারে। এবার, সারণি থেকে দেখে নাও কীভাবে ৬ জন লোকে সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে পারে।

১ম লোক (দিন-১)	১ম লোক (দিন-২)	১ম লোক (দিন-৩)	১ম লোক (দিন-৪)	১ম লোক (দিন-৫)	১ম লোক (দিন-৬)	১ম লোক (দিন-৭)	১ম লোক (দিন-৮)	১ম লোক (দিন-৯)
২য় লোক (দিন-১)	২য় লোক (দিন-২)	২য় লোক (দিন-৩)	২য় লোক (দিন-৪)	২য় লোক (দিন-৫)	২য় লোক (দিন-৬)	২য় লোক (দিন-৭)	২য় লোক (দিন-৮)	২য় লোক (দিন-৯)
৩য় লোক (দিন-১)	৩য় লোক (দিন-২)	৩য় লোক (দিন-৩)	৩য় লোক (দিন-৪)	৩য় লোক (দিন-৫)	৩য় লোক (দিন-৬)	৩য় লোক (দিন-৭)	৩য় লোক (দিন-৮)	৩য় লোক (দিন-৯)
৪র্থ লোক (দিন-১)	৪র্থ লোক (দিন-২)	৪র্থ লোক (দিন-৩)	৪র্থ লোক (দিন-৪)	৪র্থ লোক (দিন-৫)	৪র্থ লোক (দিন-৬)	৪র্থ লোক (দিন-৭)	৪র্থ লোক (দিন-৮)	৪র্থ লোক (দিন-৯)
৫ম লোক (দিন-১)	৫ম লোক (দিন-২)	৫ম লোক (দিন-৩)	৫ম লোক (দিন-৪)	৫ম লোক (দিন-৫)	৫ম লোক (দিন-৬)	৫ম লোক (দিন-৭)	৫ম লোক (দিন-৮)	৫ম লোক (দিন-৯)
৬ষ্ঠ লোক (দিন-১)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-২)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৩)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৪)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৫)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৬)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৭)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৮)	৬ষ্ঠ লোক (দিন-৯)

অর্থাৎ, তারা ৯ দিনে সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে পারে।

■ এবার, ভেবে দেখো তো সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে একজন লোকের কত সময় লাগবে?

বুঝতেই পারছ অনেক বেশি সময় লাগবে। কিন্তু ঠিক কতটা বেশি সময় লাগবে সেটা ছবিতেই দেখো।

১ম লোক (দিন-১)	১ম লোক (দিন-৭)	১ম লোক (দিন-১৩)	১ম লোক (দিন-১৯)	১ম লোক (দিন-২৫)	১ম লোক (দিন-৩১)	১ম লোক (দিন-৩৭)	১ম লোক (দিন-৪৩)	১ম লোক (দিন-৪৯)
১ম লোক (দিন-২)	১ম লোক (দিন-৮)	১ম লোক (দিন-১৪)	১ম লোক (দিন-২০)	১ম লোক (দিন-২৬)	১ম লোক (দিন-৩২)	১ম লোক (দিন-৩৮)	১ম লোক (দিন-৪৪)	১ম লোক (দিন-৫০)
১ম লোক (দিন-৩)	১ম লোক (দিন-৯)	১ম লোক (দিন-১৫)	১ম লোক (দিন-২১)	১ম লোক (দিন-২৭)	১ম লোক (দিন-৩৩)	১ম লোক (দিন-৩৯)	১ম লোক (দিন-৪৫)	১ম লোক (দিন-৫১)
১ম লোক (দিন-৪)	১ম লোক (দিন-১০)	১ম লোক (দিন-১৬)	১ম লোক (দিন-২২)	১ম লোক (দিন-২৮)	১ম লোক (দিন-৩৪)	১ম লোক (দিন-৪০)	১ম লোক (দিন-৪৬)	১ম লোক (দিন-৫২)
১ম লোক (দিন-৫)	১ম লোক (দিন-১১)	১ম লোক (দিন-১৭)	১ম লোক (দিন-২৩)	১ম লোক (দিন-২৯)	১ম লোক (দিন-৩৫)	১ম লোক (দিন-৪১)	১ম লোক (দিন-৪৭)	১ম লোক (দিন-৫৩)
১ম লোক (দিন-৬)	১ম লোক (দিন-১২)	১ম লোক (দিন-১৮)	১ম লোক (দিন-২৪)	১ম লোক (দিন-৩০)	১ম লোক (দিন-৩৬)	১ম লোক (দিন-৪২)	১ম লোক (দিন-৪৮)	১ম লোক (দিন-৫৪)

সারণিতে দেখা যাচ্ছে মাত্র ১ জন লোক সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করছে তখন তাকে যখন ৬ জন লোকের কাজ একাই করতে হচ্ছে। তাই ৬ গুণ বেশি সময় লেগেছে।

ফলে, সম্পূর্ণ দেয়ালটি ১ জন লোক রং করেছে = ৯ × ৬ দিনে বা ৫৪ দিনে।

এখানে ৬ জন লোক সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে যে সময় লাগে সেই সময়কে ৯ দ্বারা গুণ করে ১ জন লোকের জন্য প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

■ এখন যদি ৩ জন লোককে সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে বলা হয় তাহলে কত সময় লাগবে?

অবশ্যই ১ জন লোকের চেয়ে কম সময় লাগবে। কিন্তু ঠিক কতটা কম সময় লাগবে সেটা ছবিতেই দেখো।

১ম লোক (দিন-১)	১ম লোক (দিন-২)	১ম লোক (দিন-৩)	১ম লোক (দিন-৪)	১ম লোক (দিন-৫)	১ম লোক (দিন-৬)	১ম লোক (দিন-৭)	১ম লোক (দিন-৮)	১ম লোক (দিন-৯)
২য় লোক (দিন-১)	২য় লোক (দিন-২)	২য় লোক (দিন-৩)	২য় লোক (দিন-৪)	২য় লোক (দিন-৫)	২য় লোক (দিন-৬)	২য় লোক (দিন-৭)	২য় লোক (দিন-৮)	২য় লোক (দিন-৯)
৩য় লোক (দিন-১)	৩য় লোক (দিন-২)	৩য় লোক (দিন-৩)	৩য় লোক (দিন-৪)	৩য় লোক (দিন-৫)	৩য় লোক (দিন-৬)	৩য় লোক (দিন-৭)	৩য় লোক (দিন-৮)	৩য় লোক (দিন-৯)
১ম লোক (দিন-১০)	১ম লোক (দিন-১১)	১ম লোক (দিন-১২)	১ম লোক (দিন-১৩)	১ম লোক (দিন-১৪)	১ম লোক (দিন-১৫)	১ম লোক (দিন-১৬)	১ম লোক (দিন-১৭)	১ম লোক (দিন-১৮)
২য় লোক (দিন-১০)	২য় লোক (দিন-১১)	২য় লোক (দিন-১২)	২য় লোক (দিন-১৩)	২য় লোক (দিন-১৪)	২য় লোক (দিন-১৫)	২য় লোক (দিন-১৬)	২য় লোক (দিন-১৭)	২য় লোক (দিন-১৮)
৩য় লোক (দিন-১০)	৩য় লোক (দিন-১১)	৩য় লোক (দিন-১২)	৩য় লোক (দিন-১৩)	৩য় লোক (দিন-১৪)	৩য় লোক (দিন-১৫)	৩য় লোক (দিন-১৬)	৩য় লোক (দিন-১৭)	৩য় লোক (দিন-১৮)

সারণিতে দেখা যাচ্ছে, ৩ জন লোক যখন সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করছে তখন ১ জনের কাজ ৩ জনে ভাগ করে নিয়েছে। তাই সময়ও লেগেছে ১ জন লোকের প্রয়োজনীয় সময়ের ৩ ভাগের ১ ভাগ।

অর্থাৎ, ৩ জন লোকের সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে লাগে = $\frac{৫৪}{৩}$ দিন বা ১৮ দিন।

এখানে একজন লোকের সম্পূর্ণ দেয়ালটি রং করতে যে সময় লাগে সেই সময়কে ৫ দ্বারা ভাগ করে ৫ জন লোকের জন্য প্রয়োজনীয় সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

লোক সংখ্যা কমলে কাজ সম্পন্ন করার দিন বেড়ে যায় আবার লোকসংখ্যা বাড়লে দিন কমে যায়।

খাদ্য সমস্যা

- একটি ছাত্রাবাসে ৫০ জন ছাত্রের জন্য ৪ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২০ জন ছাত্রের কতদিন চলবে?

এক্ষেত্রে ধরে নিতে হবে যে প্রতিটি ছাত্র একদিনে একই পরিমাণ খাবার খেতে পারে।

এবার, সারণি থেকে দেখে নাও কীভাবে ৫০ জন ছাত্র ছাত্রাবাসের মজুদ থাকা সব খাদ্য খেতে পারে।

১ম ছাত্র (দিন-১)	১ম ছাত্র (দিন-২)	১ম ছাত্র (দিন-৩)	১ম ছাত্র (দিন-৪)
২য় ছাত্র (দিন-১)	২য় ছাত্র (দিন-২)	২য় ছাত্র (দিন-৩)	২য় ছাত্র (দিন-৪)
৩য় ছাত্র (দিন-১)	৩য় ছাত্র (দিন-২)	৩য় ছাত্র (দিন-৩)	৩য় ছাত্র (দিন-৪)
৪র্থ ছাত্র (দিন-১)	৪র্থ ছাত্র (দিন-২)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৩)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৪)
...
...
...
৪৮তম ছাত্র (দিন-১)	৪৮তম ছাত্র (দিন-২)	৪৮তম ছাত্র (দিন-৩)	৪৮তম ছাত্র (দিন-৪)
৪৯ তম ছাত্র (দিন-১)	৪৯ তম ছাত্র (দিন-২)	৪৯ তম ছাত্র (দিন-৩)	৪৯ তম ছাত্র (দিন-৪)
৫০ তম ছাত্র (দিন-১)	৫০ম ছাত্র (দিন-২)	৫০ম ছাত্র (দিন-৩)	৫০ম ছাত্র (দিন-৪)

এবার ভেবে দেখো তো ঐ পরিমাণ খাদ্য মাত্র একজন ছাত্র কয়দিনে খেতে পারবে।

সবার খাদ্য সে একাই খাবে কাজেই আরও অনেক বেশিদিন খেতে পারবে। কতদিন সেটা সারণিতে দেখে নাও।

১ম ছাত্র (দিন-১)	১ম ছাত্র (দিন-৫১)	১ম ছাত্র (দিন-১০১)	১ম ছাত্র (দিন-১৫১)
১ম ছাত্র (দিন-২)	১ম ছাত্র (দিন-৫২)	১ম ছাত্র (দিন-১০২)	১ম ছাত্র (দিন-১৫২)
১ম ছাত্র (দিন-৩)	১ম ছাত্র (দিন-৫৩)	১ম ছাত্র (দিন-১০৩)	১ম ছাত্র (দিন-১৫৩)
১ম ছাত্র (দিন-৪)	১ম ছাত্র (দিন-৫৪)	১ম ছাত্র (দিন-১০৪)	১ম ছাত্র (দিন-১৫৪)
...
...
১ম ছাত্র (দিন-৪৮)	১ম ছাত্র (দিন-৯৮)	১ম ছাত্র (দিন-১৪৮)	১ম ছাত্র (দিন-১৯৮)
১ম ছাত্র (দিন-৪৯)	১ম ছাত্র (দিন-৯৯)	১ম ছাত্র (দিন-১৪৯)	১ম ছাত্র (দিন-১৯৯)
১ম ছাত্র (দিন-৫০)	১ম ছাত্র (দিন-১০০)	১ম ছাত্র (দিন-১৫০)	১ম ছাত্র (দিন-২০০)

অর্থাৎ, ঐ পরিমাণ খাদ্যে ১ জনের চলবে আরও ৫০ গুণ বেশি দিন।

তাহলে ১ জন ছাত্রের খাদ্য আছে = ৫০×৪ দিনের বা ২০০ দিনের।

আবার, ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২০ জন ছাত্রের আরও কম দিন চলবে।

খেয়াল করো ২০ জনকে আসলে একজনের মোট ২০০ দিনের খাদ্য খেতে হবে।

তাহলে, এবার সারণিতে ২০ জন ছাত্রের কতদিন চলবে সেটা বের করে খালিঘর (□) পূরণ করো।

১ম ছাত্র (দিন-১)	১ম ছাত্র (দিন-২)	১ম ছাত্র (দিন-৩)	১ম ছাত্র (দিন-৪)	১ম ছাত্র (দিন-□)
২য় ছাত্র (দিন-১)	২য় ছাত্র (দিন-২)	২য় ছাত্র (দিন-৩)	২য় ছাত্র (দিন-৪)	২য় ছাত্র (দিন-□)
৩য় ছাত্র (দিন-১)	৩য় ছাত্র (দিন-২)	৩য় ছাত্র (দিন-৩)	৩য় ছাত্র (দিন-৪)	৩য় ছাত্র (দিন-□)
৪র্থ ছাত্র (দিন-১)	৪র্থ ছাত্র (দিন-২)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৩)	৪র্থ ছাত্র (দিন-৪)	৪র্থ ছাত্র (দিন-□)
...
...
...
১৮তম ছাত্র (দিন-১)	১৮তম ছাত্র (দিন-২)	১৮তম ছাত্র (দিন-৩)	১৮তম ছাত্র (দিন-৪)	১৮তম ছাত্র (দিন-□)
১৯তম ছাত্র (দিন-১)	১৯তম ছাত্র (দিন-২)	১৯তম ছাত্র (দিন-৩)	১৯তম ছাত্র (দিন-৪)	১৯তম ছাত্র (দিন-□)
২০তম ছাত্র (দিন-১)	২০তম ছাত্র (দিন-২)	২০তম ছাত্র (দিন-৩)	২০তম ছাত্র (দিন-৪)	২০তম ছাত্র (দিন-□)

একটু খেয়াল করলেই বুঝতে পারবে যে,

১ জন ছাত্রের যতদিন চলবে ২০ জন ছাত্রের চলবে তার ২০ ভাগের এক ভাগ। কারণ, এক্ষেত্রে ১ জনের খাদ্য ২০ জনে ভাগ করে খাবে।

$$\text{তাহলে, ২০ জন ছাত্রের খাদ্য আছে} = \frac{৫০ \times ৪}{২০} = \frac{২০০}{২০} = ১০ \text{ দিনের}$$

একই পরিমাণ খাদ্যে ছাত্র সংখ্যা কমলে বেশি দিন চলে আর ছাত্র সংখ্যা বাড়লে কম দিন চলে।

ঐকিক নিয়মে কখন গুণ আর কখন ভাগ করা হচ্ছে সেটা কি বুঝতে পেরেছ?

এখন নিচের বাস্তব সমস্যাগুলি ছবির মাধ্যমে সমাধান করো।

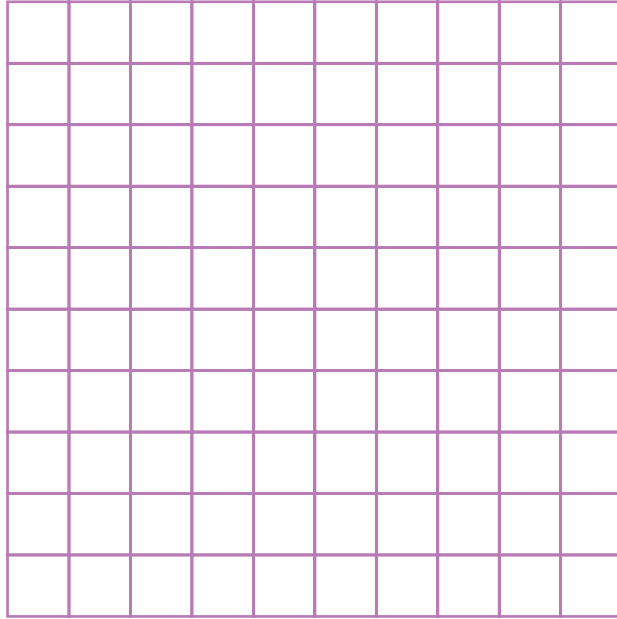
- ১) ৭ কেজি চালের দাম ২৮০ টাকা হলে, ১৫ কেজি চালের দাম কত?
- ২) একটি ছাত্রাবাসে ৫০ জন ছাত্রের জন্য ১৫ দিনের খাদ্য মজুদ আছে। ঐ পরিমাণ খাদ্যে ২৫ জন ছাত্রের কতদিন চলবে?
- ৩) শফিক দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে ১২ দিনে ৪৮০ কিমি অতিক্রম করে। দৈনিক ১০ ঘণ্টা করে হেঁটে সে কত দিনে ৩৬০ কিমি অতিক্রম করবে?
- ৪) ৬ জন লোক ২৮ দিনে কোনো জমির ফসল কাটতে পারে। ২৪ জন লোক কত দিনে ঐ জমির ফসল কাটতে পারে?

- তোমার চারপাশে বাস্তব জীবনে ঘটে এরকম একটি ঘটনা খুঁজে বের করো যেখানে ঐকিক নিয়ম প্রয়োগে সমাধান পাওয়া যায়।
- তারপর সমস্যা ও সমাধান প্রক্রিয়ার বিবরণ ও ছবি পোস্টার কাগজে লিখে ও ঐকে পরবর্তী ক্লাসে শিক্ষক ও সহপাঠীদের সামনে উপস্থাপন করো।

শতকরা (Percentage)

শতগ্রিডে শতকরা উপকরণ:

- প্রয়োজনীয় সংখ্যক A4 সাইজের কাগজ (প্রতিটিতে ১০০ ঘরের ছক বিশিষ্ট)
- প্রয়োজনীয় সংখ্যক ১-১০ পর্যন্ত লেখা ১০টি কাগজের ছোট টুকরা
- প্রয়োজনীয় সংখ্যক রং পেন্সিল (দুই রঙের)
 - আজ আমরা একটি মজার খেলা খেলব। খেলাটি খেলতে হবে জোড়ায় জোড়ায়।
 - প্রতি জোড়ার জন্য নিচের ছবির মতো একটি করে এফোর সাইজের কাগজে ১০০ ঘরের ছক তৈরি করে নাও। প্রয়োজনে শিক্ষকের সাহায্য নাও।

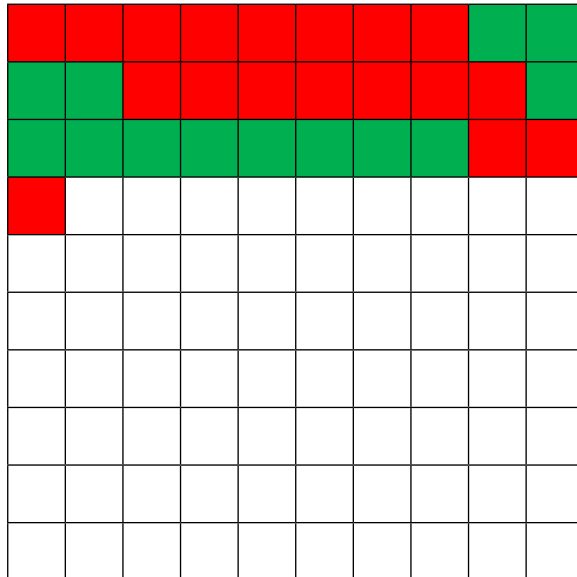


১০০ ঘরের ছক

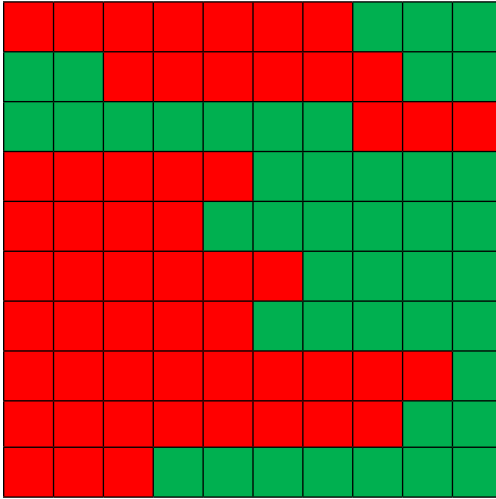
- জোড়ার দুইজন শিক্ষার্থীর হাতে দুই রঙের রং পেন্সিল নাও।
- প্রতি জোড়ায় ১-১০ পর্যন্ত লেখা ১০টি কাগজের ছোট টুকরা তৈরি করো।
- এই ১০টি কাগজের টুকরা ভাঁজ করে দুইজনের মধ্যে লটারি করতে হবে। লটারিতে যে শিক্ষার্থী যে সংখ্যা পাবে সে ছকের ততগুলো ঘর তার হাতের রং পেন্সিল দিয়ে ভরাট করবে।



- তারপর আবার লটারি করো। এবারেও একইভাবে যার যার সংখ্যা অনুযায়ী হাতে থাকা রং পেন্সিল দিয়ে রং করো। এভাবে সবগুলো ঘর ভরাট হওয়া পর্যন্ত লটারির মাধ্যমে রং করতে থাকো।



- খেলতে খেলতে ছকের শেষ পর্যায়ে গিয়ে যে কয়টি ঘর বাঁকি থাকে লটারির মাধ্যমে তাকে সেই সংখ্যাটিই পেতে হবে। তাহলেই সে রং পেন্সিল দিয়ে ভরাট করতে পারবে। প্রয়োজনীয় সংখ্যাটি না পেলে পুনরায় লটারি করতে হবে।
- এখানে মোট ১০০টি ঘর ছিল। তোমরা নিজের রং পেন্সিল দিয়ে ভরাট করা ঘরগুলো গণনা করে দেখো কে কতগুলো করে ঘর রং করতে পেরেছে?
- দুইজনের রং করা ঘরের যোগফল কিন্তু ১০০ হবে। অর্থাৎ ১০০টার মধ্যে কে কতগুলো রং করেছে তা বের করো।
- যে রঙের ঘর বেশি হবে সেই বিজয়ী হবে।



মোট ঘর	জোড়ার ১ম শিক্ষার্থী	জোড়ার ২য় শিক্ষার্থী
১০০	৫৬	৪৪

- মোট ঘর ছিল ১০০টি। জোড়ার ১ম শিক্ষার্থী রং করতে পেরেছে ১০০ এর মধ্যে ৫৬টি, আর জোড়ার ২য় শিক্ষার্থী রং করতে পেরেছে ১০০ এর মধ্যে ৪৪টি।
- ব্যাপারটা আমরা এভাবে লিখতে পারি—
- জোড়ার ১ম শিক্ষার্থী রং করেছে ১০০ এর মধ্যে ৫৬টি বা $\frac{৫৬}{১০০}$ অংশ বা ৫৬%
- জোড়ার ২য় শিক্ষার্থী রং করেছে ১০০ এর মধ্যে ৪৪টি বা $\frac{৪৪}{১০০}$ অংশ বা ৪৪%

- ভাবছ এই প্রতীকটা আবার কী?
- এটা হচ্ছে শতকরার প্রতীক।

%

‘শতকরা হলো এমন একটি ভগ্নাংশ যার হর ১০০’
 ‘শতকরা’ নামটা থেকেই বোঝা যাচ্ছে যে এটা শত বা ১০০ এর সাথে সম্পর্কিত।

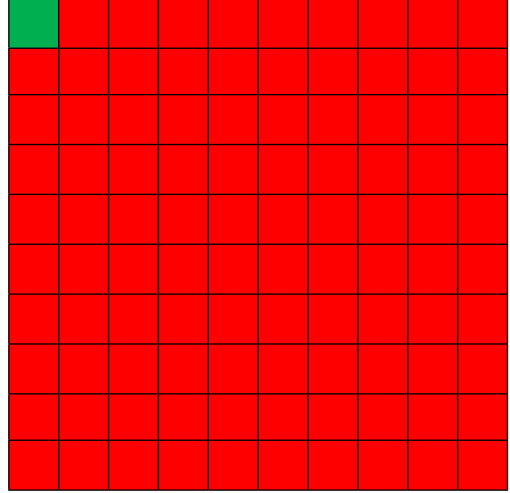
উপরের উদাহরণ থেকে দেখা যায়, ভগ্নাংশের হর ১০০ করা হলে লবের মান থেকে জানা যায় ১০০ এর মধ্যে কত অংশ, আর সেটাই হলো শতকরা।

আবার, % চিহ্ন দ্বারা ১০০ এর মধ্যে ১ অংশ বা $\frac{১}{১০০}$ বোঝানো হয়।

চিত্রে সবুজ রং দিয়ে % বা $\frac{১}{১০০}$ দেখানো হলো।

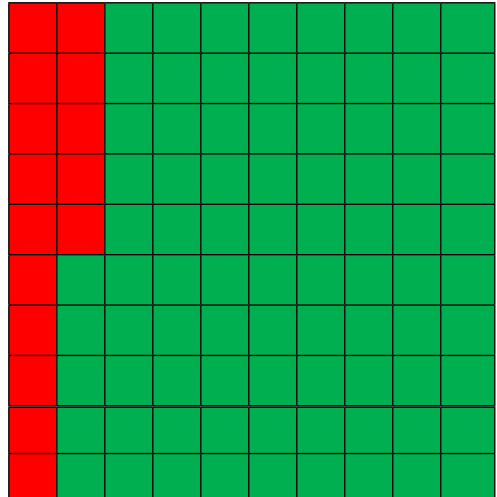
আবার,

$$১\% = \frac{১}{১০০} \text{ কেও একই চিহ্ন দিয়ে বোঝানো যায়।}$$



- নিচের উদাহরণগুলো থেকে শতকরা প্রতীকের অর্থ ও ব্যবহার বুঝতে পারবে।

$$১৫\% = \frac{১৫}{১০০}$$



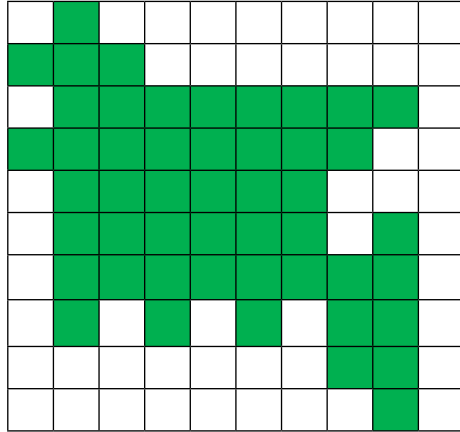
$$৮০\% = \frac{৮০}{১০০}$$



একক কাজ : এবার নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো

১) (ক) এখানে শতকরা কত অংশ সবুজ রং করা হয়েছে?

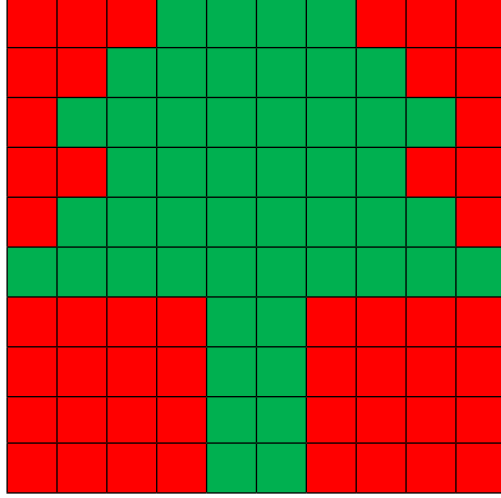
সবুজ রং করা হয়েছে = %



(খ) সবুজ রং করা আকৃতিটির নাম কী? তুমি কি আগে কখনো দেখেছ এমন আকৃতি?

তোমার উত্তর :

- ২) নিচের ছবিগুলোতে সম্পূর্ণ অংশের শতকরা কত অংশ সবুজ রং এবং কত অংশ লাল রং করা হয়েছে?



ক)

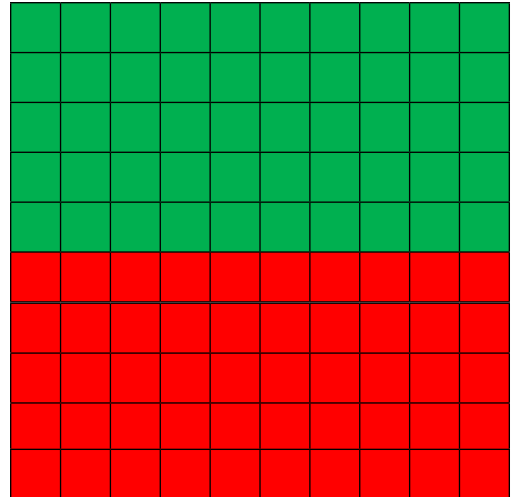
তোমার উত্তর, সবুজ রং করা অংশ = %লাল রং করা অংশ = %

(খ) সবুজ রং করা আকৃতিটির নাম কী? তুমি কি আগে কখনো দেখেছ এমন আকৃতি?

তোমার উত্তর:

গ)

তোমার উত্তর,

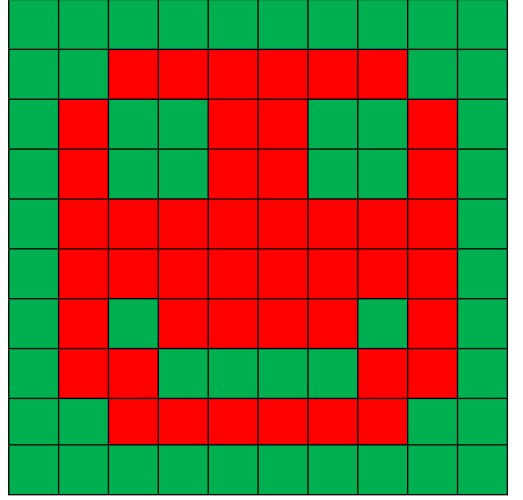
সবুজ রং করা অংশ = %লাল রং করা অংশ = %

ঘ)

তোমার উত্তর,

সবুজ রং করা অংশ = %

লাল রং করা অংশ = %



- ৩) নিচের ছবিতে দর্শকসারি বা গ্যালারির শতকরা কত অংশ দর্শকপূর্ণ আছে এবং শতকরা কত অংশ খালি আছে?

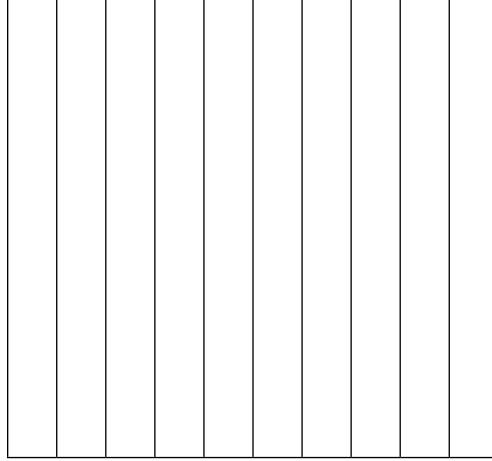


তোমার উত্তর, দর্শকপূর্ণ অংশ = %

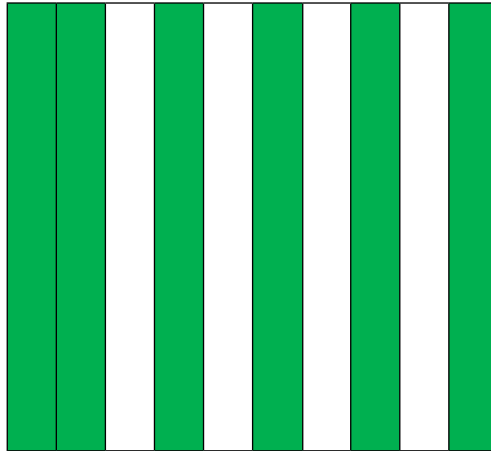
খালি অংশ = %

ভগ্নাংশ ও শতকরার সম্পর্ক

- ছবির মতো করে ১০টি ঘরের আরেকটা ছক প্রত্যেকের খাতায় আঁকো।



- এবার তোমরা এখান থেকে যেকোনো ৬টি ঘর সবুজ রং করো।



‘১০টি ঘরের ৬টি ঘর সবুজ রং করলে ভগ্নাংশ আকারে আমরা কীভাবে প্রকাশ করতে পারি?’

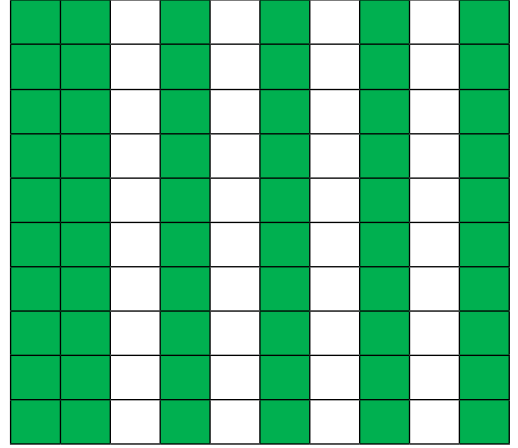
$$\frac{6}{10}$$



এখন আমরা কীভাবে $\frac{৬}{১০}$ কে শতকরায় প্রকাশ করতে পারি?

সেক্ষেত্রে এর হর ১০০ বানাতে হবে। কীভাবে সম্ভব সেটা?

এবার ১০টি ঘরের প্রত্যেকটিকে ১০ ভাগে ভাগ করলে তুমি পাবে মোট ১০০টি ঘর।



এবার, চিত্র থেকে গুণে দেখো ১০০টি ঘরের মধ্যে মোট ৬০টি ঘর সবুজ রং করা আছে।

তাহলে, ১০টি ঘরের ৬টি ঘর রং করা মানে হলো $\frac{৬}{১০}$ বা $\frac{৬০}{১০০}$ রং করা বা ৬০% রং করা।

লক্ষ করো, উপরের পদ্ধতিতে ১০টি ঘরের প্রত্যেকটিকে ১০ ভাগে ভাগ করা এবং সমতুল ভগ্নাংশের ধারণা অনুসারে লব ও হরকে ১০ দ্বারা গুণ করা কিন্তু একই কথা।

সেক্ষেত্রেও আমরা একই ফলাফল পাই: $\frac{৬ \times ১০}{১০ \times ১০} = \frac{৬০}{১০০} = ৬০\%$

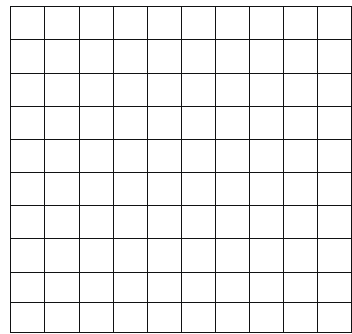
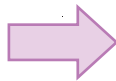
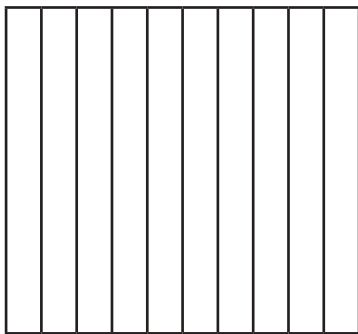
আবার, ১০০টি ঘরের $\frac{৬}{১০}$ অংশ = $১০০ \times \frac{৬}{১০} = ১০ \times ৬০ = ৬০$ টি ঘর

এভাবেও আমরা $\frac{৬}{১০}$ কে শতকরায় রূপান্তর করতে পারি।

এখন শতকরা সম্পর্কিত নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো।

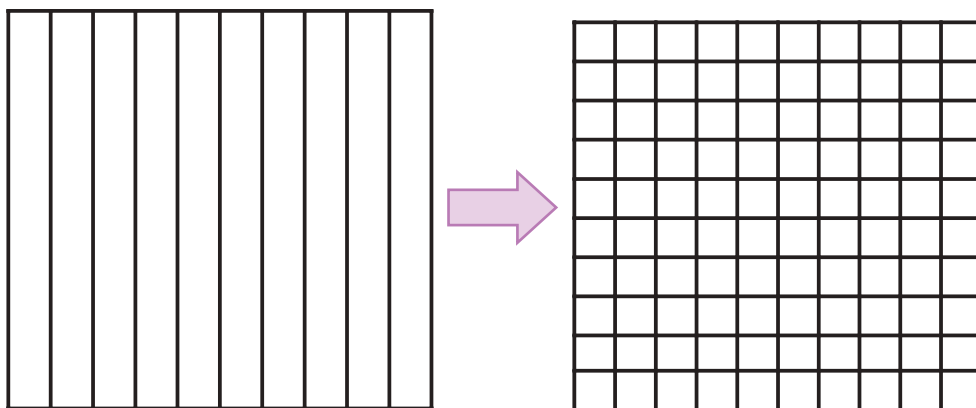
১) নিচের ভগ্নাংশগুলো হক কাগজে সবুজ রং করে শতকরায় প্রকাশ করো:

ক) $\frac{৩}{১০}$



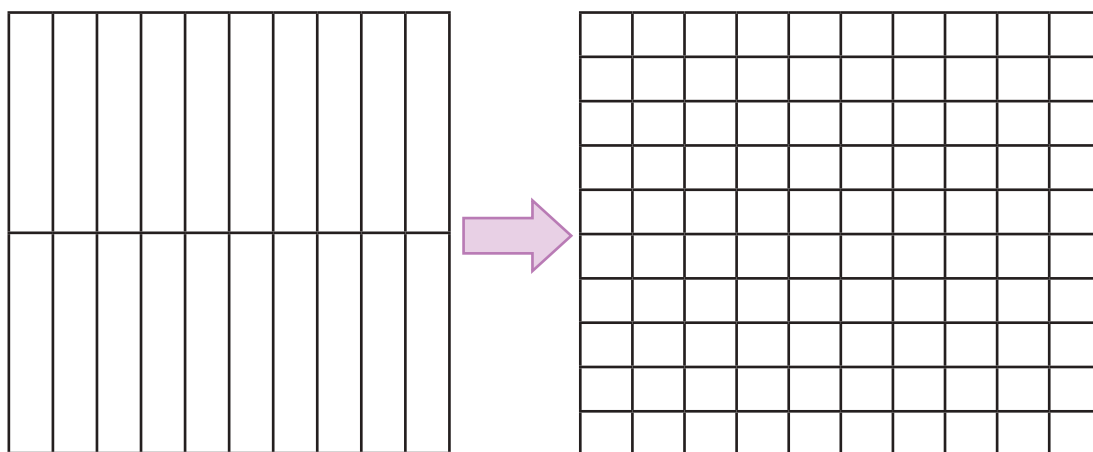
$$\frac{৩}{১০} = \frac{\boxed{}}{১০০} = \boxed{}\%$$

$$\text{৬) } \frac{১}{২}$$



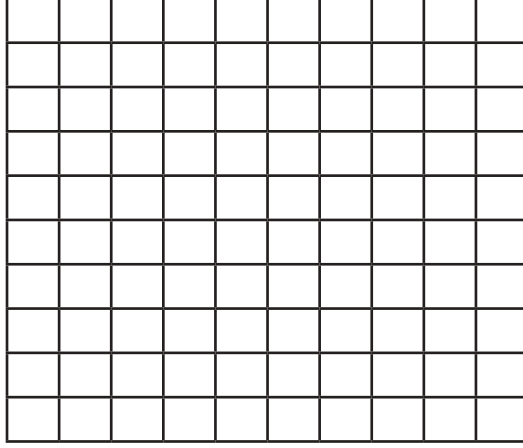
$$\frac{১}{২} = \frac{\square}{১০} = \frac{\square}{১০০} = \square\%$$

$$\text{৭) } \frac{১}{৮}$$



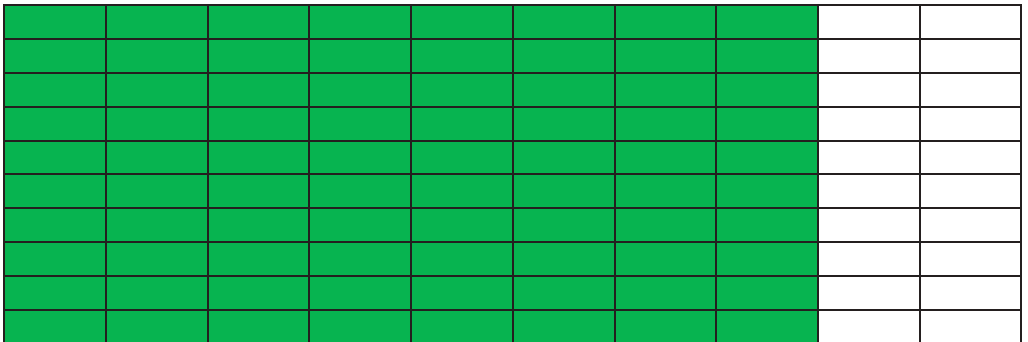
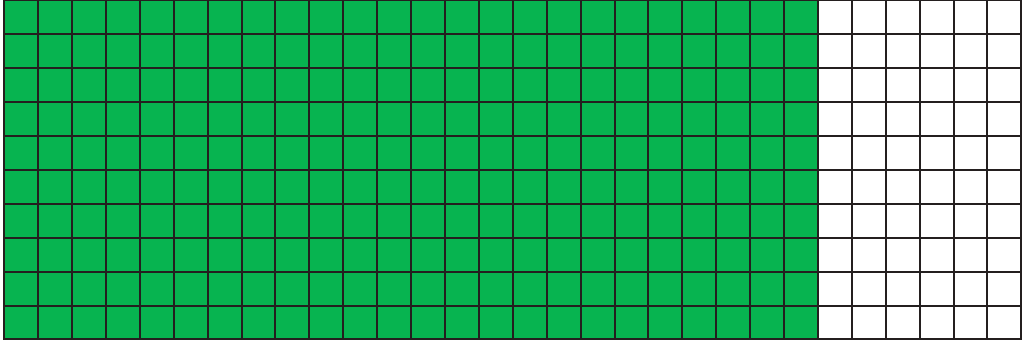
$$\frac{১}{৮} = \frac{\square}{২০} = \frac{\square}{১০০} = \square \text{ আবার, } \frac{১}{৮} = \frac{১ \times \square}{৮ \times \square} = \frac{\square}{১০০} = \square\%$$

ঘ) $\frac{৭}{২৫}$



$\frac{৭}{২৫} = \frac{\boxed{\text{orange square}}}{১০০}$ বা, $১০০ \times \frac{৭}{২৫} = \boxed{\text{orange square}}$ সুতরাং, $\frac{৭}{২৫} = \frac{\boxed{\text{orange square}}}{১০০} = \boxed{}\%$

- ২) কোনো পরীক্ষায় মোট ৩০০ নম্বরের মধ্যে তুমি ২৪০ নম্বর পেয়েছ।
তাহলে মোট নম্বরের শতকরা কত নম্বর পেলো?

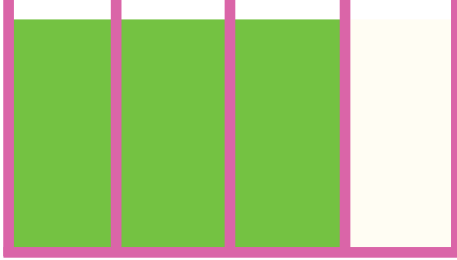


ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করে পাই: $\frac{২৪০}{৩০০} = \frac{\square}{১০০} = \square\%$

আবার, ১০০ এর মধ্যে প্রাপ্ত নম্বর হবে = $১০০ \times \frac{২৪০}{৩০০}\% = \square\%$

৩) ছবিতে একটি দেয়ালের অংশ রং করা হলো।

তাহলে, দেয়ালের শতকরা কত অংশ রং করা হয়েছে?



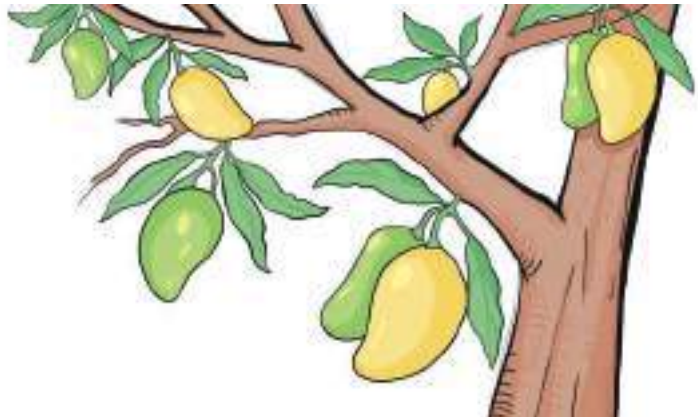
৪) নিচের ছবিটিতে মেয়ে শিশুর ছবি সম্পূর্ণ ছবির কত অংশ?



সম্পূর্ণ ছবিতে মেয়ে শিশুর ছবি হলো = $\square\% = \frac{\square}{১০০} = \frac{\square}{\square}$

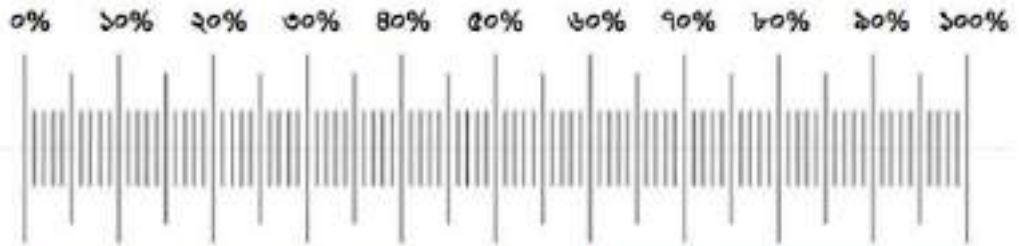
তাহলে, সম্পূর্ণ ছবির $\frac{\square}{\square}$ অংশ হলো মেয়ে শিশুর ছবি।

৫) নিচের ছবিতে মোট আমের শতকরা কত অংশ কঁচা আম?



বার মডেলে শতকরা

ছবিতে দেখানো স্কেল ব্যবহার করে বারগুলোর শতকরা কত অংশ সবুজ রং এবং শতকরা কত অংশ লাল রং করা আছে নির্ণয় করো:



সবুজ অংশ = %

লাল অংশ = %



সবুজ অংশ = %

লাল অংশ = %



সবুজ অংশ = %

লাল অংশ = %



সবুজ অংশ = %

লাল অংশ = %

চলো এখন একটা গল্প শুনি।

তিশার সিলেট ভ্রমণ

তিশা ২৫০০ টাকা নিয়ে খুলনা থেকে সিলেটে যাওয়ার বাসে উঠল। বাস ভাড়া দিতে হলো ৮০০ টাকা।



যাওয়ার পথে বাস থামলে তিশা কিছু খাবার কিনে খেলো।



সিলেট পৌঁছানোর পর সে দেখল তার মোট টাকার শতকরা ৮০ ভাগই খরচ হয়ে গেছে।

এখন তুমি কি বলতে পারবে-

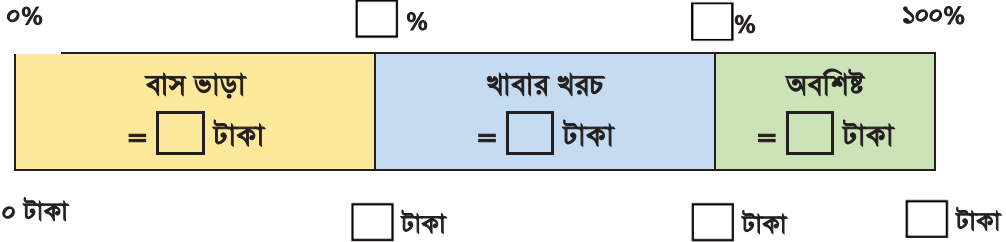
- বাস ভাড়া তিশার কাছে থাকা মোট টাকার শতকরা কত অংশ?
- তিশার মোট কত টাকা খরচ করেছে?
- তিশার কাছে কত টাকা অবশিষ্ট ছিল?
- তিশা কত টাকার খাবার খেয়েছিল?
- খাবার খরচ মোট টাকার শতকরা কত অংশ?
- খাবার খরচ মোট খরচের শতকরা অংশ?

‘বার মডেলে শতকরার ধারণা ব্যবহার করতে পারো।’





শুরুতে গল্প থেকে যে সব তথ্য পাওয়া গেলে সেগুলো বার মডেলে বসাই।



কিন্তু শুধু গল্পের তথ্য দিয়েই সব খালিঘর পূরণ করা গেলো না।

এবার বার মডেল ব্যবহার করেই কিন্তু সবগুলো প্রশ্নের উত্তর খুঁজে পাবে আর খালিঘরও পূরণ হয়ে যাবে।



$$\text{বাস ভাড়া মোট টাকার} = \frac{\text{বাস ভাড়া}}{\text{মোট টাকা}} \times ১০০\% = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \times ১০০\% = \boxed{}\%$$

■ তিশা মোট খরচ করেছে মোট টাকার $\boxed{}\%$ = $\boxed{} \times \frac{\boxed{}}{১০০} = \boxed{}$ টাকা।

■ তাহলে, তিশার কাছে অবশিষ্ট ছিল = মোট টাকা - মোট খরচ = $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$ টাকা

তুমি চাইলে শতকরা পরিমাণ থেকেও তিশার কাছে অবশিষ্ট টাকার পরিমাণ নির্ণয় করতে পারো।

$$\text{অবশিষ্ট টাকা মোট টাকার} = ১০০\% - \boxed{}\% = \boxed{}\%$$

$$\text{সুতরাং, অবশিষ্ট টাকা মোট টাকার} \boxed{}\% = \boxed{} \text{ এর } \boxed{}\% = \boxed{} \times \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} \text{ টাকা}$$

■ তিশার খাবার খরচ = মোট খরচ - বাস ভাড়া = $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$ টাকা

■ খাবার খরচ মোট টাকার = $\frac{\text{খাবার খরচ}}{\text{মোট টাকা}} \times 100\% = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \times 100\% = \boxed{}\%$

তুমি চাইলে খাবার খরচের পরিমাণ নির্ণয় না করেও শতকরা পরিমাণ থেকেই খাবার খরচ মোট টাকার শতকরা কত অংশ সেটা নির্ণয় করতে পারো।

খাবার খরচের শতকরা পরিমাণ = মোট খরচের শতকরা পরিমাণ - বাস ভাড়ার শতকরা পরিমাণ

অর্থাৎ, খাবার খরচ মোট টাকার = $\boxed{}\% - \boxed{}\% = \boxed{}\%$

■ খাবার খরচ মোট খরচের = $\frac{\text{খাবার খরচ}}{\text{মোট খরচ}} \times 100\% = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \times 100\% = \boxed{}\%$

তুমি চাইলে মোট খরচের পরিমাণ নির্ণয় না করেও শতকরা পরিমাণ থেকেই খাবার খরচ মোট খরচের শতকরা কত অংশ সেটা নির্ণয় করতে পারো।

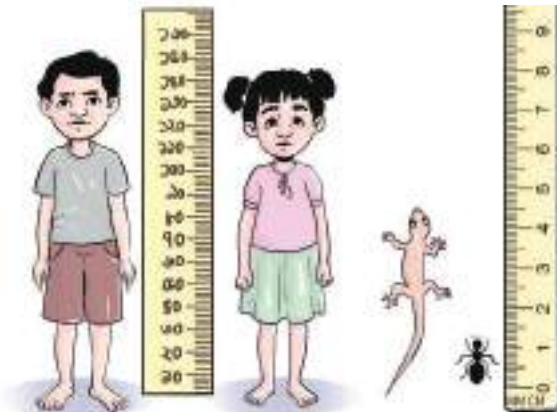
খাবার খরচ মোট টাকার = $\boxed{}\% = \text{মোট টাকা} \times \frac{\boxed{}}{100}$

এবং মোট খরচ মোট টাকার = $\boxed{}\% = \text{মোট টাকা} \times \frac{\boxed{}}{100}$

তাহলে, খাবার খরচ মোট খরচের = $\left(\frac{\text{মোট টাকা} \times \frac{\boxed{}}{100}}{\text{মোট টাকা} \times \frac{\boxed{}}{100}} \right) \% = \left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \right) \% = \boxed{}\% = \boxed{}\%$

অনুপাত

দৈনন্দিন জীবনে আমরা প্রায়শই একই ধরনের দুইটি জিনিস তুলনা করে থাকি। যেমন ধরা যাক, নাবিলের উচ্চতা ১৫০ ও তার বোন নোভার উচ্চতা ১৪৩ সেমি। এখন কীভাবে তুমি দুইজনের উচ্চতার মধ্যে তুলনা করবে বলো তো? একটা উপায় হল বিয়োগ করে পার্থক্য বের করা। অর্থাৎ, নাবিলের উচ্চতা তার বোন নোভার চেয়ে (১৫০ – ১৪৩) সেমি বা ৭ সেমি বেশি। এবারে চলো একটি টিকটিকি ও একটি পিপড়ার দৈর্ঘ্যের তুলনা করি। মনে করো, টিকটিকির দৈর্ঘ্য ৮ সেমি এবং পিপড়ার দৈর্ঘ্য ১ সেমি। তাহলে এখানেও টিকটিকি ও পিপড়ার দৈর্ঘ্যের পার্থক্য (৮-১) সেমি বা ৭ সেমি।



এখানে দেখা যাচ্ছে, নাবিল ও নোভার উচ্চতার পার্থক্য এবং টিকটিকি ও পিপড়ার দৈর্ঘ্যের পার্থক্য একই। কিন্তু ‘নাবিল ও নোভার উচ্চতার পার্থক্য ৭ সেমি’ এই কথাটা থেকে তাদের উচ্চতার ব্যাপারে যে ধারণা পাওয়া যায় ; ‘টিকটিকি ও পিপড়ার দৈর্ঘ্যের পার্থক্য ৭ সেমি’ এই কথাটা থেকে যদি তুমি একই ধারণা পাও, তাহলে সেটা কতটুকু সঠিক হবে? তুমিই চিন্তা করে দেখো।

এর চেয়ে বরং কয়টি পিঁপড়া পরপর বসিয়ে একটি টিকটিকির দৈর্ঘ্যের সমান হয় সেটা জানলে এক্ষেত্রে আরও ভালো ধারণা পাওয়া যাবে।

তুমি টিকটিকির দৈর্ঘ্যকে পিঁপড়ার দৈর্ঘ্য দিয়ে ভাগ করলে পাবে

অর্থাৎ, ৮টি পিঁপড়া পরপর বসিয়ে একটি টিকটিকির দৈর্ঘ্যের সমান হয়।

আবার এভাবেও বলতে পারো, টিকটিকির দৈর্ঘ্য পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের ৮ গুণ বা, টিকটিকি দৈর্ঘ্যে পিঁপড়ার তুলনায় ৮ গুণ বড়।

ভাগের মাধ্যমে কতগুণে বড় বা কতগুণে ছোট সেই বিষয়ক তুলনাকে অনুপাত বলা হয়।

অনুপাতের গাণিতিক প্রতীক হলো ‘:’ চিহ্ন।

গাণিতিকভাবে লেখা হয়, টিকটিকি ও পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত = ৮ : ১

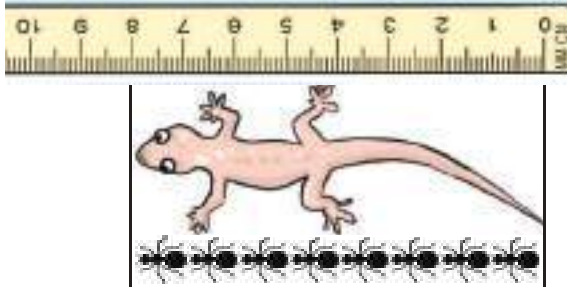
আবার, পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যকে টিকটিকির দৈর্ঘ্য দিয়ে ভাগ করলে পাবে: $\frac{১}{৮}$

অর্থাৎ, পিঁপড়ার দৈর্ঘ্য টিকটিকির দৈর্ঘ্যের ৮ ভাগের ১ ভাগের সমান। আবার এভাবেও বলতে পারো, পিঁপড়া দৈর্ঘ্যে টিকটিকির তুলনায় ৮ গুণ ছোট।

গাণিতিকভাবে লেখা হয়, পিঁপড়া ও টিকটিকির দৈর্ঘ্যের অনুপাত = ১ : ৮

কাজেই অনুপাত মূলত একটি ভগ্নাংশ।

এই অনুপাত থেকে কী বোঝা যায় সেটা ছবি দেখে আরও ভালোভাবে বুঝতে পারবে।



- ❖ এমন আরও কয়েকটি ঘটনা খুঁজে বের করো যেখানে পার্থক্যের চেয়ে ভাগ করে বা অনুপাতের মাধ্যমে তুলনা করা সুবিধাজনক।
- ❖ প্রতিটি ঘটনার ক্ষেত্রে যাদের তুলনা করা হচ্ছে তাদের পার্থক্য এবং অনুপাত দুটিই নির্ণয় করো।
- ❖ কেন অনুপাতের মাধ্যমে তুলনা সুবিধাজনক সে সম্পর্কে তোমার যুক্তি দাও।
- ❖ প্রতিটি ঘটনায় অনুপাত থেকে কী বোঝা যায় সেটা ছবিতে ঐকে প্রকাশ করো।
(উপরের টিকটিকি ও পিঁপড়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাতের ছবির মতো করে আঁকতে পারো)

চলো এবার অনুপাতের সাহায্যে বাস্তব সমস্যা সমাধান করি।

- শওকতের ভর ৩০ কেজি এবং তার পিতার ভর ৬০ কেজি। শওকতের ভর তার পিতার ভরের কতগুণ?

পিতা ও শওকতের ভরের অনুপাত হবে:

$$= \frac{৬০}{৩০}$$

$\frac{২}{১}$ (লব ও হরকে ৩০ দ্বারা ভাগ করে)

$$= ২ : ১$$

এখানে, পিতার ভর শওকতের ভরের $\frac{২}{১}$ বা ২ গুণ।

তোমার শ্রেণির জন্য তথ্য সংগ্রহ করে নিচের খালিঘর পূরণ করো।

ছাত্র সংখ্যা =

ছাত্রী সংখ্যা =

মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা =

❖ ছাত্র – ছাত্রীদের সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\text{}}{\text{}} = \frac{\text{}}{\text{}} \text{ (লব ও হরকে দ্বারা ভাগ করে) } = \text{} : \text{}$$

❖ ছাত্র সংখ্যা ও মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\text{}}{\text{}} = \frac{\text{}}{\text{}} \text{ (লব ও হরকে দ্বারা ভাগ করে) } = \text{} : \text{}$$

❖ ছাত্রী সংখ্যা ও মোট শিক্ষার্থী সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\text{}}{\text{}} = \frac{\text{}}{\text{}} \text{ (লব ও হরকে দ্বারা ভাগ করে) } = \text{} : \text{}$$

❖ মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা ও ছাত্র সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\text{}}{\text{}} = \frac{\text{}}{\text{}} \text{ (লব ও হরকে দ্বারা ভাগ করে) } = \text{} : \text{}$$

❖ মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা ও ছাত্রী সংখ্যার অনুপাত

$$\frac{\text{}}{\text{}} = \frac{\text{}}{\text{}} \text{ (লব ও হরকে দ্বারা ভাগ করে) } = \text{} : \text{}$$

➤ নিচের আয়তাকার ক্ষেত্রের সবগুলো অংশ সমান দৈর্ঘ্যের।

১ একক



সবুজ রং করা অংশ এবং হলুদ রং করা অংশের দৈর্ঘ্যের অনুপাত = $\frac{\text{}}{\text{}}$ = $\text{} : \text{}$

$$\text{হলুদ রং করা অংশ এবং সবুজ রং করা অংশের দৈর্ঘ্যের অনুপাত} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} : \boxed{}$$

$$\text{সবুজ রং করা অংশ এবং সম্পূর্ণ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের অনুপাত} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} : \boxed{}$$

$$\text{হলুদ রং করা অংশ এবং সম্পূর্ণ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যের অনুপাত} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} : \boxed{}$$

রফিক দোকান থেকে ৬ প্যাকেট লাল কলম এবং ২ প্যাকেট নীল কলম কিনল।

লাল কলমের প্যাকেট সংখ্যা এবং নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ (লব ও হরকে } \boxed{} \text{ দ্বারা ভাগ করে)} = \boxed{} : \boxed{}$$

লাল কলম এবং নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে ১০ টি করে কলম থাকে।

তাহলে, রফিক লাল কলম কিনেছে = $৬ \times \boxed{} = \boxed{}$ টি

এবং, নীল কলম কিনেছে = $২ \times \boxed{} = \boxed{}$ টি

লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ (লব ও হরকে } \boxed{} \text{ দ্বারা ভাগ করে)}$$



লাল কলম ও নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত এবং লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত কি একই?

$\boxed{}$ হ্যা

$\boxed{}$ না

মনিকা দোকান থেকে ৬ প্যাকেট লাল কলম এবং ২ প্যাকেট নীল কলম কিনল।

লাল কলমের প্যাকেট সংখ্যা এবং নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ (লব ও হরকে } \boxed{} \text{ দ্বারা ভাগ করে)}$$

$$= \boxed{} : \boxed{}$$

লাল কলমের প্রতি প্যাকেটে ১০টি করে কলম থাকে। নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে ১২টি করে কলম থাকে।

তাহলে, মনিকা লাল কলম কিনেছে = $৬ \times \square = \square$ টি

এবং, নীল কলম কিনেছে = $২ \times \square = \square$ টি

লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত

$$= \frac{\square}{\square}$$

$$= \frac{\square}{\square} \text{ (লব ও হরকে } \square \text{ দ্বারা ভাগ করে)}$$



লাল কলম ও নীল কলমের প্যাকেট সংখ্যার অনুপাত এবং লাল কলম ও নীল কলম সংখ্যার অনুপাত কি একই?

☐ হ্যাঁ

☐ না

লাল ও নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে একই সংখ্যক কলম থাকলে

প্যাকেট সংখ্যা থেকেই কলমের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করা যায়।

তবে লাল ও নীল কলমের প্রতি প্যাকেটে কলম সংখ্যা ভিন্ন ভিন্ন হলে আর সেটা সম্ভব হয় না।

❖ ছবিতে দেখানো শিশুটির ভর ও মাছগুলোর ভরের অনুপাত = $\frac{\square}{\square}$

= $\frac{\square}{\square}$ (লব ও হরকে \square দ্বারা ভাগ করে)

= $\square : \square$



এখন, ভেবে দেখো তো একটি শিশুর বয়সের সাথে অন্য একটি শিশুর ভর কি তুলনা করা যাবে? কখনোই না। তুলনার ক্ষেত্রে বিষয় দুইটি সমজাতীয় হতে হবে।

❖ আবার মনে করি, ভাইয়ের বয়স ৩ বছর ও বোনের বয়স ৬ মাস। তাদের বয়সের অনুপাত বের কত?

এখানে, ভাইয়ের বয়সের সাথে বোনের বয়স এই সমজাতীয় দুটি রাশির তুলনা করা হচ্ছে। খেয়াল করো ভাইয়ের বয়স কিন্তু বোনের চেয়ে বেশি। অর্থাৎ, ভাই এখানে বোনের চেয়ে বড়।

এখন যদি এককের দিকে লক্ষ না করেই সরাসরি তুলনা করি তাহলে কী হবে বলতে পারো?

$$\text{ভাই ও বোনের বয়সের অনুপাত হবে} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 1 : 2$$

তাহলে, ব্যাপারটা হবে অনেকটা এরকম যে ভাইয়ের বয়স বোনের বয়সের $\frac{1}{2}$ অংশ বা অর্ধেক।

কিন্তু আসলে কী তাই? ভাইয়ের বয়স নিশ্চয়ই বোনের বয়স থেকে কম নয় আর ৩ বছর মোটেও ৬ মাসের অর্ধেক না। অবশ্যই হিসাবে কোনো একটা ভুল হচ্ছে।

লক্ষ করো, পূর্বের সবগুলো ক্ষেত্রে আমরা একই এককবিশিষ্ট দুটি রাশির তুলনা করেছি তাই অনুপাতগুলো সঠিক ধারণা দিয়েছে।

এখানে বছর এবং মাস এই দুইটা একক নিয়ে তুলনা করাতেই আমরা সঠিক অনুপাত পাচ্ছি না।

এক্ষেত্রে সমজাতীয় হলেও দুইজনের বয়স সরাসরি তুলনা করা যাবে না। তুলনার বিষয় দুইটি একই একক বিশিষ্ট হতে হবে। তাই দুইজনের বয়সকেই বছরে অথবা মাসে রূপান্তর করে নিতে হবে।

আমরা এক্ষেত্রে ভাই ও বোন দুজনের বয়সই মাসে রূপান্তর করবো।

তাহলে, ভাইয়ের বয়স ৩ বছর = ৩৬ মাস (∵ ১ বছর = ১২ মাস) এবং বোনের বয়স ৬ মাস

$$\begin{aligned} \text{তাহলে, ভাই ও বোনের বয়সের অনুপাত} &= \frac{36}{6} \\ &= \frac{6}{1} \text{ (লব ও হরকে ৬ দ্বারা ভাগ করে)} \\ &= 6 : 1 \end{aligned}$$

মনে করো একটি শিশুর বয়স ৬ বছর এবং অন্য একটি শিশুর বয়স ৯ বছর ৬ মাস।

তাহলে শিশু দুইটির বয়সের অনুপাত কীভাবে নির্ণয় করবে?

আমরা জানি অনুপাত নির্ণয়ের জন্য দুইটি রাশিকেই একই একক হতে হবে।

প্রথমে দুইটি শিশুর বয়সকেই মাসে রূপান্তর করো।

এখানে, প্রথম শিশুটির বয়স = ৬ বছর = মাস

অপর শিশুটির বয়স = ৯ বছর ৬ মাস = মাস

$$\begin{aligned} \text{তাহলে, শিশু দুইটির বয়সের অনুপাত} &= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \\ &= \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \text{ (লব ও হরকে } \boxed{} \text{ দ্বারা ভাগ করে)} \\ &= \boxed{} : \boxed{} \end{aligned}$$

- দুটি শিশুর বয়সকেই বছরে রূপান্তর করে তাদের বয়সের অনুপাত নির্ণয় করো।
- দুটি শিশুর বয়স মাসে রূপান্তর করে প্রাপ্ত অনুপাতের সাথে মিলিয়ে দেখো।

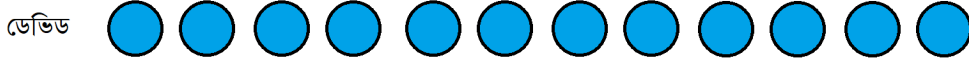
- দুইটি সমজাতীয় রাশির একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা কত অংশ তা একটি ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই ভগ্নাংশটিকে রাশি দুইটির অনুপাত বলে।
- তবে তুলনা করতে সমজাতীয় রাশির একক একই হওয়া প্রয়োজন। রাশি দুটির একক ভিন্ন ভিন্ন হলে তারা সমজাতীয় হয় না। তাই তুলনা করতে হলে এককগুলোকে একজাতীয় বা একই করতে হবে।
- সমজাতীয় এবং একই একক বিশিষ্ট দুটি রাশির ভাগফল হওয়ায় অনুপাতের কোনো একক নেই।

এবার অনুপাতের খারণা অনুসারে নিচের সমস্যাগুলোর সমাধান করো:

- ১) নিচের সংখ্যাদ্বয়ের প্রথম রাশি ও দ্বিতীয় রাশির অনুপাত নির্ণয় করো:
(ক) ২৫ ও ৩৩৫ (খ) $৭\frac{১}{৩}$ ও $৯\frac{২}{৫}$ (গ) ১.২৫ ও ৭.৫ (ঘ) $৮\frac{২}{৩}$ ও ০.১২৫
(ঙ) ১ বছর ২ মাস ও ৭ মাস (চ) ৭ কেজি ও ২ কেজি ৩০০ গ্রাম (ছ) ২ টাকা ও ৪০ পয়সা
- ২) তুমি ক্লাসে কতগুলো বই ও কতগুলো খাতা নিয়ে এসেছ তা গণনা করে নিচের কাজগুলো করো:
ক) খাতা ও বইয়ের সংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।
খ) খাতাগুলোর মোট পৃষ্ঠা সংখ্যা এবং বইগুলোর মোট পৃষ্ঠাসংখ্যার অনুপাত নির্ণয় করো।
- ৩) স্কেলের সাহায্যে তোমার গণিত বইয়ের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ মেপে বের করো এবং এদের মধ্যকার অনুপাত নির্ণয় করো।
- ৪) তোমার শ্রেণিকক্ষ, বাড়িতে বা অন্য কোনো স্থানে ৩টি ভিন্ন ভিন্ন টেবিল খুঁজে বের করো।
ক) প্রতিটি টেবিলের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ পরিমাপ করো এবং তাদের মধ্যকার অনুপাত নির্ণয় করো।
খ) কোন টেবিলের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত সবচেয়ে বেশি তা নির্ণয় করো।
- ৫) তুমি কি এমন কোনো গল্প বা ঘটনা জানো যেখানে ‘অনুপাত’ শব্দটা ব্যবহার করা হয়েছে? অথবা কোথাও কি ‘অনুপাত’ শব্দটি বা অনুপাত চিহ্ন ‘:’ লেখা দেখেছ? এরকম কয়েকটি বাস্তব ঘটনা খুঁজে বের করো এবং কীভাবে খুঁজে পেলে বা কোথায় পেয়েছ তার ছবি অথবা বর্ণনা লিখে শিক্ষক ও তোমার সহপাঠীদেরকে বলো।
- ৬) তোমাদের চারপাশে বাস্তবে দেখেছ বা শুনেছ এমন কিছু উদাহরণ খুঁজে বের করো যেখানে একই রকম বা সমজাতীয় দুইটি রাশির মধ্যে তুলনা করা হয়েছে কিন্তু একক ভিন্ন ভিন্ন ছিল। তারপর কীভাবে ভিন্ন এককগুলোকে একই এককে রূপান্তর করা হলো তা লেখো।

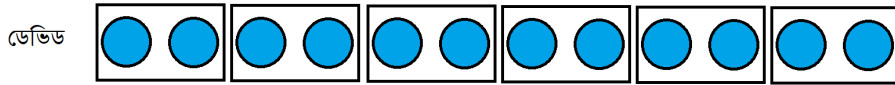
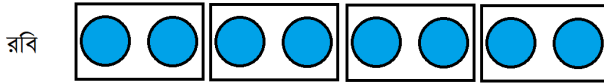
সমতুল অনুপাত

রবির কাছে ৮টি মার্বেল এবং ডেভিডের কাছে ১২টি মার্বেল আছে।



তাহলে, রবি এবং ডেভিডের মার্বেল সংখ্যার অনুপাত = ৮ : ১২

এবার, রবি ও ডেভিড প্রতি প্যাকেটে ২টি করে মার্বেল নিয়ে নিজেদের মার্বেলগুলো প্যাকেট করলো।



এখন, রবির কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{৮}{২} = ৪$ টি

এবং, ডেভিডের কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{১২}{২} = ৬$ টি

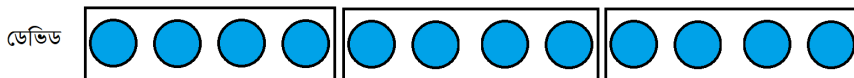
তাহলে, এখন রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের প্যাকেটের সংখ্যার অনুপাত = ৪ : ৬

যেহেতু, প্রতিটি মার্বেলের প্যাকেটেই সমান সংখ্যক মার্বেল আছে।

তাই, রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের সংখ্যার অনুপাত হবে:

$$৮ : ১২ = \frac{৮}{১২} = \frac{(৮ \div ২) \times ২}{(১২ \div ২) \times ২} = \frac{৪ \text{ প্যাকেট} \times ১ \text{ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}}{৬ \text{ প্যাকেট} \times ১ \text{ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}} = \frac{৪ \text{ প্যাকেট}}{৬ \text{ প্যাকেট}} = ৪ : ৬$$

এবার, রবি ও ডেভিড প্রতি প্যাকেটে ৪টি করে মার্বেল নিয়ে নিজেদের মার্বেলগুলো প্যাকেট করল।



এখন, রবির কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{৮}{৪} = ২$ টি

এবং, ডেভিডের কাছে মার্বেলের প্যাকেট আছে = $\frac{১২}{৪} = ৩$ টি

তাহলে, এখন রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের প্যাকেটের সংখ্যার অনুপাত = ২ : ৩

এখন, তাই, রবি এবং ডেভিডের মার্বেলের সংখ্যার অনুপাত হবে:

$$৮ : ১২ = \frac{৮}{১২} = \frac{(৮ \div ৪) \times ৪}{(১২ \div ৪) \times ৪} = \frac{২ \text{ প্যাকেট} \times ১ \text{ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}}{৩ \text{ প্যাকেট} \times ১ \text{ প্যাকেটে মার্বেল সংখ্যা}} = \frac{২ \text{ প্যাকেট}}{৩ \text{ প্যাকেট}} = ২ : ৩$$

তাহলে, দেখা যাচ্ছে যে, ৮ : ১২, ৪ : ৬ এবং ২ : ৩ অনুপাতগুলোর মান আসলে একই এবং এদেরকে সমতুল অনুপাত বলা হয়।

আর ২ : ৩ অনুপাতটি হচ্ছে অনুপাতের সরলীকৃত রূপ।

$$\text{যেমন: } ২ : ৩ = \frac{২}{৩} = \frac{২ \times ২}{৩ \times ২} = \frac{৪}{৬} = ৪ : ৬$$

∴ ২ : ৩ ও ৪ : ৬ সমতুল অনুপাত।

কোনো অনুপাতের অসংখ্য সমতুল অনুপাত রয়েছে। যেমন, ২ : ৩, ৪ : ৬ ও ৮ : ১২ সমতুল অনুপাত।

লক্ষ করো:

- ☐ কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরকে শূন্য (০) ছাড়া অন্য কোনো সংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করলে ভগ্নাংশের মানের পরিবর্তন হয় না এবং সমতুল ভগ্নাংশ পাওয়া যায়।
- ☐ কোন ভগ্নাংশকে লব ও হরের গসাগু দিয়ে ভাগ করে ভগ্নাংশটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা যায়।
- ☐ আমরা জানি, অনুপাত একটি ভগ্নাংশ।
অনুপাতকে ভগ্নাংশে রূপান্তর করা হলে-
- ☐ অনুপাতের প্রথম পদটি ভগ্নাংশের লব হিসাবে লেখা হয় এবং একে বলা হয় অনুপাতের পূর্ব রাশি।
- ☐ অনুপাতের দ্বিতীয় পদটি ভগ্নাংশের হর হিসাবে লেখা হয় এবং একে বলা হয় অনুপাতের উত্তর রাশি।
তাহলে দেখা যাচ্ছে, সমতুল ভগ্নাংশ ও সমতুল অনুপাত মূলত সমার্থক।
অর্থাৎ, অনুপাতের ক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি-
- ☐ অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশিকে শূন্য (০) ব্যতীত কোনো সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে অনুপাতের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না এবং প্রাপ্ত অনুপাতগুলোকে সমতুল অনুপাত বলা হয়।
- ☐ সমতুল ভগ্নাংশ গঠন করার উপায়েই সমতুল অনুপাত গঠন সম্ভব।
- ☐ একটি অনুপাতের রাশি দুইটিকে তাদের গসাগু দ্বারা ভাগ করে অনুপাতটিকে সরলীকরণ করা যায়।

চলো এখন সমতুল ভগ্নাংশ নির্ণয় সম্পর্কিত নিচের সমস্যাটি সমাধান করি।

খালিঘর পূরণ করো:

$$১০ : ১৫ = \boxed{} : ৩ = ৬ : \boxed{}$$

অনুপাতগুলোকে ভগ্নাংশ আকারে লিখি:

$$\frac{১০}{১৫} = \frac{\boxed{}}{৩} = \frac{৬}{\boxed{}}$$

এখানে, তিনটি অনুপাতের মান একই অর্থাৎ তিনটিই সমতুল অনুপাত।

তাহলে, খালিঘরের সংখ্যাগুলো জানার জন্য আমরা সমতুল ভগ্নাংশ বা সমতুল অনুপাতের বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করতে পারি:

$$\frac{10}{3 \times 5} = \frac{\square}{3} = \frac{\square \times 5}{3 \times 5}$$

অর্থাৎ, $10 = \square \times 5$ বা, $\square = \frac{10}{5} = 2$

আবার, $\frac{2}{3} = \frac{6}{\square}$ বা, $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{\square} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3}$ তাহলে, $\square = 3 \times 3 = 9$

অর্থাৎ, খালিঘরের সংখ্যাগুলোসহ আমরা সমতুল ভগ্নাংশ ও সমতুল অনুপাত তিনটিকে লিখতে পারি:

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3} = \frac{6}{9} \quad \text{বা, } 10 : 15 = 2 : 3 = 6 : 9$$

নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো:

১) নিচের অনুপাতগুলোকে সরলীকরণ করো

(ক) $9 : 12$ (খ) $15 : 21$ (গ) $85 : 36$ (ঘ) $65 : 26$

২) নিচের সমতুল অনুপাতগুলোকে চিহ্নিত করো

$12 : 18$; $6 : 18$; $15 : 10$; $3 : 2$; $6 : 9$; $2 : 3$; $1 : 3$; $2 : 6$; $12 : 8$

৩) কোনো একটি স্কুলে ৪৫০ জন ছেলে এবং ৫০০ জন মেয়ে আছে। স্কুলের ছেলে ও মেয়ের সংখ্যার অনুপাতকে সরলীকৃত আকারে লেখো।

৪) নিচের সমতুল অনুপাতগুলোর খালিঘর পূরণ করো

(ক) $2 : 3 = 8 : \square$

(খ) $5 : 6 = \square : 36$

(গ) $9 : \square = 82 : 58$

(ঘ) $\square : 9 = 63 : 81$

৫) একটি হলঘরের প্রস্থ ও দৈর্ঘ্যের অনুপাত $2 : 5$ । প্রস্থ ও দৈর্ঘ্যের সম্ভাব্য মান বসিয়ে সারিগিটি পূরণ করো

হল ঘরের প্রস্থ (মিটারে)	১০		৪০		১৬০		২.২৫	$15\frac{3}{4}$
হল ঘরের দৈর্ঘ্য (মিটারে)	২৫	৫০		২০০		$\frac{9}{8}$		

- তোমাদের শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের যেকোনো তিনটি কক্ষের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত তা পরিমাপ করো অথবা শিক্ষকের সহায়তায় তথ্য সংগ্রহ করো।
- প্রতিটি কক্ষের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত বের করো।