

অধ্যায় - ৯

বিস্তার পরিমাপ (২) - Class 9 Math BD 2024 – নবম অধ্যায় (অনুশীলনী: ৬-১০ পর্যন্ত)

বিস্তার পরিমাপ (২)

এই অংশে ৬-১০ নং প্রশ্নের সমাধান করেছি যার নাম বিস্তার পরিমাপ (২) রেখেছি। এখান থেকে অনেক বিষয়ের ধারণা পাবে তোমরা। যেমনঃ নিবেশন সারণি, গাণিতিক গড়, শ্রেণি ব্যাপ্তি, গণসংখ্যা, মধ্যক, গড়, গড় ব্যবধান, পরিমিত ব্যবধান। বিস্তার পরিমাপ অধ্যায়টি ৯ম শ্রেণির শেষ অধ্যায়; আমরা পূর্বে এটার ১-৫ পর্যন্ত সমাধান দিয়েছি। সেই লিঙ্ক নিচে দেয়া হলোঃ-

১ম অংশঃ এখানে দেখ

অনুশীলনী-১০ (২য় অংশ)

৬। নিচের গণসংখ্যা নিবেশন সারণির গাণিতিক গড় 33.2। গাণিতিক গড় নির্ণয় করে p এর মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
0-10	8
10-20	12
20-30	P
30-40	30
40-50	15
50-60	10
60-70	5

সমাধানঃ

গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণির মধ্যবিন্দু X_i	f_i	$U_i = (x_i - a)/h$	$f_i u_i$
0-10	5	8	-2	-16
10-20	15	12	-1	-12
20-30	25 = a	P	0	0
30-40	35	30	1	30
40-50	45	15	2	30
50-60	55	10	3	30
60-70	65	5	4	20
$h = 10$		$n = p + 80$		$\sum f_i u_i = 82$

\therefore গাণিতিক গড়, \bar{X}

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 25 + \frac{82}{P+80} \times 10$$

$$= 25 + \frac{820}{P+80}$$

$$= \frac{25p + 2000 + 820}{P+80}$$

$$= (25p + 2820) / (P+80)$$

শর্তমতে,

$$\bar{X} = 33.2$$

$$\text{বা, } (25p + 2820) / (P+80) = 33.2$$

$$\text{বা, } 25p + 2820 = 33.2(p + 80)$$

$$\text{বা, } 25p + 2820 = 33.2p + 2656$$

$$\text{বা, } 25p - 33.2p = 2656 - 2820$$

$$\text{বা, } -8.2p = -164$$

$$\text{বা, } p = 20$$

If it is helpful for you,
donate us please

Bkash Personal

01916973743

[বিদ্রঃ পাঠ্যবইয়ে এই প্রশ্নে গাণিতিক গড় ব্যবধান 33.2 বলা হয়েছে, কিন্তু পাঠ্যবইয়ের আলোচনার ক্ষেত্রে গড় ব্যবধানকে কখনো গাণিতিক গড় ব্যবধান বলা হয় নাই, আর এই ক্ষেত্রে আমাদের কাছে এই প্রশ্নটাকে কমপ্লিকেটেড মনে হয়েছে, তাই আমরা গাণিতিক গড় ধরে আমাদের মত করে সমাধান করেছি, তোমাদের মতামত জানিও-আমরা আরও যাচাই করব ভবিষ্যতে।]

৭। নিপার একটি ফুলের বাগান আছে। বাগানটিতে 60টি বিভিন্ন জাতের ফুল গাছ আছে। গাছগুলোর উচ্চতার (সেন্টিমিটারে) মধ্যক 28.5 ।

উচ্চতা (সেমি)	গাছের সংখ্যা
0-10	5
10-20	x
20-30	20
30-40	15
40-50	y
50-60	5

ক) x ও y এর মান নির্ণয় করে সারণিটি পূরণ করো।

সমাধানঃ

এখানে, n = গাছের সংখ্যার সমষ্টি = 5+y+15+20+x+5 = x+y+45

আবার, দেওয়া আছে n = 60.

$$\therefore x+y+45 = 60$$

$$\text{বা, } x+y = 60-45$$

$$\text{বা, } x+y = 15 \text{ (i)}$$

আবার, দেওয়া আছে,

মধ্যক $M_e = 28.5$ যা নির্দেশ করে এই মান উচ্চতা শ্রেণি 20-30 এ বয়েছে।

তাহলে, এখানে,

$$20-30 \text{ শ্রেণির নিম্নসীমা, } L = 20;$$

$$n/2 = 30;$$

$$20-30 \text{ এর পূর্বের শ্রেণির ক্রমজোজিত গাছের সংখ্যা, } F_c = 5+x;$$

শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$;

20-30 শ্রেণিতে গাছের সংখ্যা, $f_m = 20$

$$\therefore M_e = L + \left(\frac{n}{2} - F_c\right) \times \frac{h}{f_m}$$

$$\text{বা, } 28.5 = 20 + (30-5-x) \times \frac{10}{20}$$

$$\text{বা, } 28.5 = 20 + (25-x) \times \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } (25-x) \times \frac{1}{2} = 28.5-20$$

$$\text{বা, } (25-x) \times \frac{1}{2} = 8.5$$

$$\text{বা, } (25-x) = 17$$

$$\text{বা, } -x = 17-25$$

$$\text{বা, } -x = -8$$

$$\text{বা, } x = 8$$

এখন, $x=8$, (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$8+y = 15$$

$$\text{বা, } y = 15-8 = 7$$

$\therefore x$ ও y এর মান নির্ণয় পূর্বক সারণিটি নিম্নরূপঃ

উচ্চতা (সেমি)	গাছের সংখ্যা
0-10	5
10-20	8
20-30	20
30-40	15
40-50	7
50-60	5

খ) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাছগুলোর উচ্চতার গড় নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করিঃ

উচ্চতা (সেমি)	x_i	f_i	$u_i = (x_i - a)/h$	$f_i u_i$
0-10	5	5	-3	-15
10-20	15	8	-2	-16
20-30	25	20	-1	-20
30-40	35 = a	15	0	0
40-50	45	7	1	7
50-60	55	5	2	10
h=10		n=60		$\sum f_i u_i = -34$

∴ সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাছগুলোর উচ্চতার গড়

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 35 + (-34/60) \times 10$$

$$= 35 - 5.67$$

$$= 29.33 \text{ (প্রায়)}$$

গ) গাছগুলোর উচ্চতার মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, গাছগুলোর উচ্চতার মধ্যক, $M_e = 28.5$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

উচ্চতা (সেমি)	x_i	f_i	$ x_i - M_e $	$f_i x_i - M_e $
0-10	5	5	23.5	117.5
10-20	15	8	13.5	108
20-30	25	20	3.5	70
30-40	35	15	6.5	97.5
40-50	45	7	16.5	115.5
50-60	55	5	26.5	132.5
h=10		n=60		$\sum f_i x_i - M_e = 641$

∴ মধ্যক হতে নির্ণিত গড় ব্যবধান

$$= \frac{\sum f_i |x_i - M_e|}{n}$$

$$= 641/60$$

$$= 10.68 \text{ (প্রায়)}$$

ঘ) গাছগুলোর উচ্চতার গড় থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

খ থেকে পাই, গাছগুলোর উচ্চতার গড়, $\bar{X} = 29.33$

উচ্চতার গড় থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণি তৈরি করিঃ

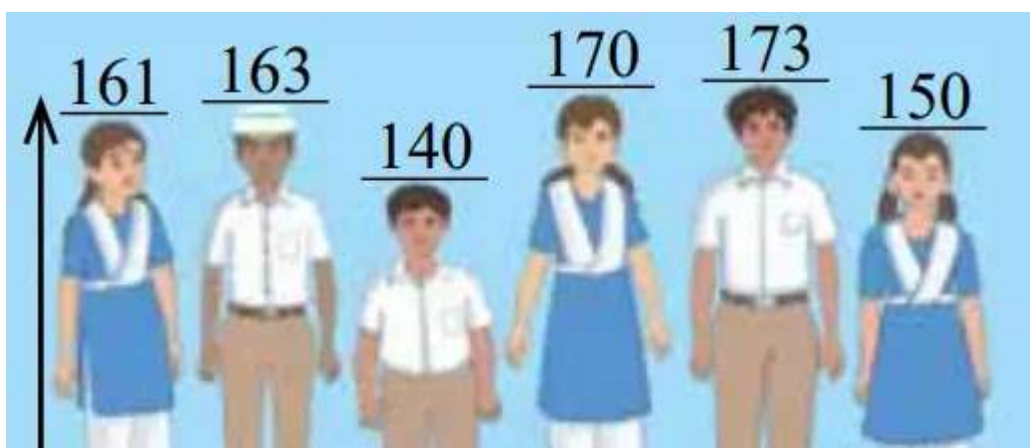
উচ্চতা (সেমি)	x_i	f_i	$(x_i - \bar{X})^2$	$f_i(x_i - \bar{X})^2$
0-10	5	5	591.9489	2959.745
10-20	15	8	205.3489	1642.791
20-30	25	20	18.7489	374.978
30-40	35	15	32.1489	482.2335
40-50	45	7	245.5489	1718.842
50-60	55	5	658.9489	3294.745
$h=10$		$n=60$		$\sum f_i(x_i - \bar{X})^2 = 10473.33$

\therefore ভেদাঙ্ক, σ^2

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sum f_i(x_i - \bar{X})^2}{n} \\
 &= \frac{10473.33}{60} \\
 &= 174.5555
 \end{aligned}$$

\therefore পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{174.5555} = 13.2119$ (প্রায়)

৮. পাশের ছবিটি লক্ষ করো। ছবিতে ছয় জন শিক্ষার্থীর উচ্চতা সেন্টিমিটারে দেওয়া আছে।



ক হতে পাই, গড়, $\bar{X} = 159.5$

গড় থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$ x_i - \bar{X} $
161	1.5
163	3.5
140	19.5
170	10.5
173	13.5
150	9.5
$n=6$	$\sum x_i - \bar{X} = 58$

∴ গড় ব্যবধান, $MD(\bar{X})$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - \bar{X}|}{n} \\ &= \frac{58}{6} \\ &= 9.667 \text{ (প্রায়)} \end{aligned}$$

আবার,

ক হতে পাই, মধ্যক, $M_e = 162$

মধ্যক থেকে গড় ব্যবধান নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$ x_i - M_e $
161	1
163	1
140	22
170	8
173	11
150	12
$n=6$	$\sum x_i - M_e = 55$

∴ গড় ব্যবধান, $MD(M_e)$

$$\begin{aligned} & \frac{\sum |x_i - M_e|}{n} \\ &= \frac{55}{6} \end{aligned}$$

= 9.167 (প্রায়)

গ) গড় ও মধ্যক থেকে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

ক হতে পাই, গড়, $\bar{X} = 159.5$

গড় হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$x_i - \bar{X}$	$(x_i - \bar{X})^2$
161	1.5	2.25
163	3.5	12.25
140	-19.5	380.25
170	10.5	110.25
173	13.5	182.25
150	-9.5	90.25
n=6		$\Sigma(x_i - \bar{X})^2 = 777.5$

∴ ভেদাঙ্ক, σ^2

$$\begin{aligned} & \frac{\Sigma(x_i - \bar{X})^2}{n} \\ &= \frac{777.5}{6} \\ &= 129.583333 \end{aligned}$$

∴ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{129.583333} = 11.3834$ (প্রায়)

আবার,

ক হতে পাই, মধ্যক, $M_e = 162$

মধ্যক হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ে সারণি তৈরি করিঃ

x_i	$x_i - M_e$	$(x_i - M_e)^2$
161	-1	1
163	1	1
140	-22	484
170	8	64
173	11	121
150	-12	144

n=6		$\sum (x_i - M_e)^2 = 815$
-----	--	----------------------------

∴ ভেদাঙ্ক, σ^2

$$\begin{aligned} & \frac{\sum (x_i - M_e)^2}{n} \\ &= \frac{815}{6} \\ &= 135.833333 \end{aligned}$$

∴ পরিমিত ব্যবধান, $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{135.833333} = 11.6547$ (প্রায়)

৯। দশ সদস্যের একটি নমুনার গাণিতিক গড় ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে 9.5 এবং 2.5। পরে 15 মানের আরও একটি সদস্য নমুনায় অন্তর্ভুক্ত করা হলো। তাহলে, এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার গাণিতিক গড় ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার গাণিতিক গড় নির্ণয়ঃ

দেওয়া আছে,

$$10 \text{ সদস্যের নমুনার গাণিতিক গড়} = 9.5$$

$$\therefore 10 \text{ সদস্যের নমুনার মানের সমষ্টি} = 9.5 \times 10 = 95$$

$$\text{এখন, } 15 \text{ মানের আরও এক সদস্যের নমুনা যোগ করলে, নমুনার মানের সমষ্টি হয়} = 95 + 15 = 110$$

$$\therefore 11 \text{ সদস্যের ক্ষেত্রে গাণিতিক গড়} = \frac{110}{11} = 10$$

এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়ঃ

দেওয়া আছে,

$$\sigma = 2.5$$

$$\text{বা, } \sigma^2 = 6.25$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{10} x_i^2 \right) - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 = 6.25$$

$$\text{বা, } \frac{1}{10}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - (95/10)^2 = 6.25 \quad [\because 10 \text{ সদস্যের নমুনার মানের সমষ্টি} = 9.5 \times 10 = 95]$$

$$\text{বা, } \frac{1}{10}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) - 90.25 = 6.25$$

$$\text{বা, } \frac{1}{10}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) = 96.5$$

$$\text{বা, } (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2) = 965$$

$$\text{বা, } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 + 15^2 = 965 + 15^2 \quad [\text{উভয়পক্ষে } 15^2 \text{ যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 + 15^2 = 1190$$

$$\text{বা, } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{11}^2 = 1190 \quad [\because 11 \text{ তম পদ } 15]$$

$$\text{আবার, } 11 \text{টি নমুনার সমষ্টি} = 95 + 15 = 110 \quad [\text{প্রথম অংশে দ্রষ্টব্য}]$$

$$\text{অর্থাৎ, } x_1 + x_2 + \dots + x_{11} = 110$$

\therefore এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার ভেদাংক

$$= \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} x_i^2 \right) - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2$$

$$= 1190/11 - (110/11)^2$$

$$= 108.1818 - 100$$

$$= 8.1818 \quad (\text{প্রায়})$$

\therefore এগারো সদস্যবিশিষ্ট নমুনার পরিমিত ব্যবধান

$$= \sqrt{8.1818} = 2.86 \quad (\text{প্রায়})$$

১০। 100 টি কোম্পানির বার্ষিক মুনাফার (কোটি টাকায়) তথ্য নিচে দেওয়া হলো:

মুনাফা (কোটি টাকায়)	কোম্পানির সংখ্যা
0-10	7
10-20	12
20-30	22
30-40	30
40-50	20
50-60	9

উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে গড় ব্যবধান ও পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত উপাত্ত হতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য সারণি তৈরি করি।

মুনাফা (কোটি টাকায়)	x_i	f_i	$u_i = (x_i - a)/h$	$f_i u_i$
0-10	5	7	-3	-21
10-20	15	12	-2	-24
20-30	25	22	-1	-22
30-40	35 = a	30	0	0
40-50	45	20	1	20
50-60	55	9	2	18
h = 10		n = 100		$\sum f_i u_i = -29$

∴ গাণিতিক গড়, \bar{X}

= a + ($\sum f_i u_i / n$) × h

= 35 + (-29/100) × 10

= 35 - 2.9

= 32.1

উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে গড় ব্যবধান নির্ণয়ঃ

এর জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করি যেখানে, $\bar{X} = 32.1$

মুনাফা (কোটি টাকায়)	x_i	f_i	$x_i - \bar{X}$	$f_i x_i - \bar{X} $
0-10	5	7	-27.1	189.7
10-20	15	12	-17.1	205.2
20-30	25	22	-7.1	156.2
30-40	35	30	2.9	87
40-50	45	20	12.9	258
50-60	55	9	22.9	206.1

h=10		n = 100		$\sum f_i x_i - \bar{X} = 1102.2$
------	--	---------	--	-------------------------------------

∴ গাণিতিক গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধান

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sum f_i |x_i - \bar{X}|}{n} \\
 &= \frac{1102.2}{100} \\
 &= 11.022
 \end{aligned}$$

আবার,

উপাত্তের গাণিতিক গড় হতে পরিমিত ব্যবধান নির্ণয়:

এর জন্য নিচের সারণিটি প্রস্তুত করি যেখানে, $\bar{X} = 32.1$

মুনাফা (কোটি টাকায়)	x_i	f_i	$(x_i - \bar{X})^2$	$f_i(x_i - \bar{X})^2$
0-10	5	7	734.41	5140.87
10-20	15	12	292.41	3508.92
20-30	25	22	50.41	1109.02
30-40	35	30	8.41	252.3
40-50	45	20	166.41	3328.2
50-60	55	9	524.41	4719.69
h=10		n = 100		$\sum f_i(x_i - \bar{X})^2 = 18059$

∴ σ^2

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sum f_i(x_i - \bar{X})^2}{n} \\
 &= \frac{18059}{100} \\
 &= 180.59
 \end{aligned}$$

∴ গাণিতিক গড় হতে নির্ণীত পরিমিত ব্যবধান = $\sqrt{180.59} = 13.438$ (প্রায়)