

অধ্যায় -৩: জটিল সংখ্যা

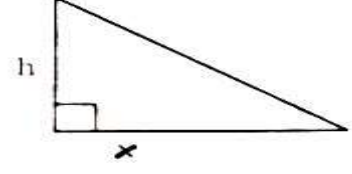
১.নং প্রশ্নের সমাধান:

বিখ্যাত গ্রিক, গণিতবিদ Diophantus এমন একটি সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয়ের চেষ্টা করেন যার পরিসীমা 12 একক ক্ষেত্রফল 7 বর্গ একক।

ক. শর্তযুক্ত সমীকরণগুলি লিখ।

খ. Diophantus এর প্রাপ্ত $6x^2 - 43x + 84 = 0$ সমীকরণটি বের কর।

গ. ত্রিভুজটির অস্তিত্ব সম্পর্কে তোমার মন্তব্য দাও।



(ক). এর সমাধান :

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 7 বর্গ একক

$$\text{বা, } \frac{1}{2}hx = 7$$

$$; hx = 14 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এখন ত্রিভুজটির অতিভুজ} = \sqrt{h^2 + x^2} \text{ একক}$$

$$\text{ত্রিভুজটির পরিসীমা} = 12 \text{ একক।}$$

$$: h + x + \sqrt{h^2 + x^2} = 12 \text{ (Ans.)}$$

(খ). এর সমাধান :

$$\text{'ক' হতে, } h + x - 12 = \sqrt{h^2 + x^2}$$

$$\text{বা, } h + x - 12 = \sqrt{h^2 + x^2}$$

$$\text{বা, } (x + h - 12)^2 = (\sqrt{h^2 + x^2})^2$$

$$\text{বা, } x^2 + h^2 + 144 + 2xh(-12) + 2(-12)x = h^2 + x^2$$

$$\text{বা, } x^2 + 2xh + h^2 - 24x - 24h + 144 = h^2 + x^2$$

$$\text{বা, } 2xh - 24x - 24 + 144 = 0$$

$$\text{বা, } 2x \cdot \frac{14}{x} - 24x - 24 \times \frac{14}{x} + 144 = 0$$

$$\text{বা, } 28 - 24x - \frac{336}{x} + 144 = 0$$

$$\text{বা, } 28x - 24x^2 - 336 + 144x = 0$$

$$\text{বা, } 28x - 24x^2 - 336 + 144x = 0$$

$$\text{বা, } 24x^2 - 172x + 336 = 0$$

$$; 6x^2 - 43x + 84 = 0 \text{ (Ans.)}$$

(গ). এর সমাধান :

Diophantus এর প্রাপ্ত সমীকরণ,

$$6x^2 - 43x + 84 = 0$$

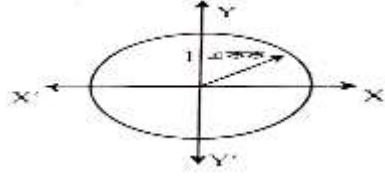
$$\therefore x = \frac{-(-43) \pm \sqrt{(-43)^2 - 4 \times 6 \times 84}}{2 \times 6}$$

$$= \frac{43 \pm \sqrt{1849 - 2016}}{12}$$

$$= \frac{43 \pm \sqrt{-167}}{12}$$

যেহেতু x এর মান অবাস্তব। সুতরাং ত্রিভুজটি অস্তিত্বহীন।

২.নং প্রশ্নের সমাধান:



- ক. একের ঘনমূলগুলির মধ্যে কয়টি বাস্তব, কয়টি জটিল?
খ. একের জটিল ঘনমূলগুলিকে পোলার আকারে প্রকাশ কর।
গ. ঘনমূলগুলির মধ্যকার সম্পর্কগুলি প্রতিষ্ঠা কর।

(ক). এর সমাধান :

ঘনমূলগুলো হলো $1, \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}), \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$

\therefore ঘনমূল তিনটির মধ্যে একটি বাস্তব এবং দুইটি জটিল।

(খ). এর সমাধান :

একের জটিল ঘনমূল দুইটি হলো

$$\frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}), \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}).$$

$$\text{ধরি, } \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) = x + iy$$

$$\text{বাস্তব ও কাল্পনিক অংশের সহগ তুলনা করে পাই, } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}\right) = \tan^{-1}(-\sqrt{3})$$

$$= \tan^{-1} = (-\tan \frac{\pi}{3}) = \tan^{-1} \tan(\pi - \frac{\pi}{3}) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{এবং } r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \text{ এর পোলার আকার}$$

$$= r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$= 1\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{আবার, ধরি, } \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}) = x + iy$$

বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ তুলনা করে পাই,

$$x = -\frac{1}{2}, y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \tan^{-1} \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{এবং } r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}) \text{ এর পোলার আকার}$$

$$= r(\cos \theta + i \sin \theta) = 1\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \text{ (Ans.)}$$

(গ). এর সমাধান :

এককের ঘনমূলগুলির মধ্যে তিনটি সম্পর্ক পাওয়া যায়, নিম্নে সম্পর্কগুলি প্রতিষ্ঠা করা হলো:

(i) এককের ঘনমূল তিনটির সমষ্টি শূন্য।

$$1 + \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) + \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1 - 1 = 0$$

(ii) এককের জটিল ঘনমূল দুইটির একটি অপরটির বর্গ

$$\left[\frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})\right]^2 + \frac{1}{4}(1 - 2i\sqrt{3} - 3) = \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})$$

$$\text{এবং } \left[\frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3})\right]^2 + \frac{1}{4}(1 + 2i\sqrt{3} - 3) = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3})$$

(৳৳৳) এককের জটিল ঘনমূল দুইটির একটি অপরটির বিপরীত অর্থাৎ জটিল ঘনমূল দুইটির গুণফল 1.

$$\frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{2}(-1 - i\sqrt{3}) = \frac{1}{4}\{(-1)^2 - (i\sqrt{3})^2\}$$

$$= \frac{1}{4}(1 + 3) = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

৳.নং ংশ্লের সমাধান:

(a) $z = x + iy$ হলে, $|z|$ বলতে কি বুঝ?

(b) $z = x + iy$ এবং $|2z - 1| = |z - 2|$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + y^2 = 1$.

(c) $(-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4$ এবং $\frac{i + i^{-i}}{i - i^{-i}}$ এর মান নির্ণয় কর।

(a). এর সমাধান :

$z = x + iy$ হলে $|z|$ হলো z এর মডুলাস।

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\operatorname{Re} z)^2 + (\operatorname{Im} z)^2}$$

(b). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, $|2z - 1| = |z - 2|$

বা, $|2(x + iy) - 1| = |x + iy - 2|$

বা, $|(2x - 1) + 2iy| = |(x - 2) + iy|$

$$\text{বা } \sqrt{(2x-1)^2 + (2y)^2} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$$

$$\text{বা, } (2x-1)^2 + 4y^2 = (x-2)^2 + y^2$$

$$\text{বা, } 4x^2 - 4x + 1 + 4y^2 = x^2 - 4x + 4 + y^2$$

$$\text{বা, } 3x^2 + 3y^2 = 3$$

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(c). এর সমাধান :

$$(-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4$$

আমরা জানি, এককের কাল্পনিক ঘনমূলদ্বয়

$$\omega = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \text{ এবং } \omega^2 = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ, } 2\omega = -1 + \sqrt{-3} \text{ এবং } 2\omega^2 = -1 - \sqrt{-3}$$

$$\text{এখন, } (-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4$$

$$= (2\omega)^4 + (2\omega^2)^4$$

$$= 2^4 \omega^4 + 2^4 \omega^8$$

$$= 16(\omega^3 \cdot \omega + \omega^3 \cdot \omega^3 \cdot \omega^2)$$

$$= 16(\omega + \omega^2)$$

$$= 16(-1) \quad [\because 1 + \omega + \omega^2 = 0]$$

$$= -16$$

$$\therefore (-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4 = -16 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } \frac{i + i^{-1}}{i - i^{-1}} = \frac{i + \frac{1}{i}}{i - \frac{1}{i}} = \frac{\frac{i^2 + 1}{i}}{\frac{i^2 - 1}{i}} = \frac{i^2 + 1}{i^2 - 1} = \frac{-1 + 1}{-1 - 1} = \frac{0}{-2} = 0$$

Ans: -16 এবং 0

8.নং প্রশ্নের সমাধান:

$$\text{দেওয়া আছে, } \sqrt[3]{a + ib} = x + iy$$

ক. জটিল সংখ্যা কী?

$$\text{খ. প্রমাণ কর যে, } \sqrt[3]{a - ib} = x - iy$$

$$\text{গ. প্রমাণ কর যে, } 4(x^2 - y^2) = \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$$

(ক). এর সমাধান :

a ও b সংখ্যা দুইটি বাস্তব হলে a+ib কে জটিল সংখ্যা বলে। a+ib তে a বাস্তব অংশ এবং ib কাল্পনিক অংশ।

(খ). এর সমাধান :

$$\text{দেওয়া আছে, } \sqrt[3]{a + ib} = x + iy$$

$$\text{বা, } a + ib = (x + iy)^3 \text{ [উভয় পক্ষকে ঘন করে]}$$

$$\text{বা, } a + ib = x^3 + 3x^2iy + 3xi^2y^2 + i^3y^3$$

$$\text{বা, } a + ib = x^3 + i3x^2y - 3xy^2 - iy^3 \quad [\because i^2 = -1]$$

$$\therefore a + ib = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$$

এখন উভয় পক্ষকে হতে বাস্তব ও অবাস্তব অংশ সমীকৃত করে পাই,

$$a + x^3 - 3xy^2 \text{ এবং } b = 3x^2y - y^3$$

$$\text{এখন, } a - ib = x^3 - 3xy^2 - i(3x^2y - y^3)$$

$$= x^3 - 3xy^2 - i3x^2y + iy^3$$

$$= x^3 - i3x^2y - 3xy^2 - i^3y^3 \quad [i^2 = -1]$$

$$= (x)^3 - 3x^2 \cdot iy + 3x \cdot (iy)^2 - (iy)^3$$

$$\text{বা, } a - ib = (x - iy)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{a - ib} = x - iy \quad (\text{প্রমাণিত})$$

(গ), এর সমাধান :

$$\text{দেওয়া আছে, } \sqrt[3]{a + ib} = x + iy$$

$$\text{বা, } a + ib = (x + iy)^3 \quad [\text{উভয় পক্ষকে ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } a + ib = x^3 + 3x^2iy + 3xi^2y^2 + i^3y^3$$

$$= x^3 + 3x^2iy - 3xy^2 - iy^3$$

$$= x^3 - 3xy^2 + 3x^2yi - iy^3$$

$$= x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$$

এখন, বাস্তব ও অবাস্তব অংশ সমীকৃত করে পাই,

$$a = x^3 - 3xy^2 \text{ এবং } b = 3x^2y - y^3$$

$$\text{এখন, ডানপক্ষ} = \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$$

$$= \frac{x^3 - 3xy^2}{x} + \frac{3x^2y - y^3}{y}$$

$$= x^2 - 3y^2 + 3x^2 - y^2$$

$$= 4(x^2 - y^2)$$

$$= \text{বামপক্ষ}$$

$$\therefore 4(x^2 - y^2) = \frac{a}{x} + \frac{b}{y} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্র্যাকটিস অংশ: সৃজনশীল প্রশ্ন:

সৃজনশীল প্রশ্ন-১

$$১। f(x) = x - 1 \text{ এবং } g(x) = ax^2 + bx + c$$

ক. 2i এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ. $|f(x)|$ হলে প্রমাণ কর যে, $|f(x) \cdot f(x+2)|$

গ. $\{g()\}^3 + \{g(2)\}^3 = 0$ হলে দেখাও যে, $a = (b+c)$ অথবা, $b = (c+a)$ অথবা, $c = (a+b)$; যেখানে

সৃজনশীল প্রশ্ন-২

$$২। f(x) = |5x - 3|, z_1 = 1 - 3i, z_2 = 1 - i$$

ক. z_1 এর আরগন্ড চিত্র আঁক।

খ. $\frac{1}{f(x)}$ 4 সমাধান করে সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ. $\sqrt{z_1 z_2}$ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৩

৩। $z_1 = a + ib$ এবং $z_2 = c + id$ দুইটি জটিল সংখ্যা।

ক. যদি $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় ক্রমিক পূর্ণসংখ্যা হয় তবে দেখাও যে, $p^2 - 4q = 0$.

খ. $\sqrt[3]{z_1} = z_2$ হলে, দেখাও যে, $4cd(c^2 - d^2) = ad + bc$.

গ. $x : y = z_1 : z_2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $(c^2 + d^2) + (a^2 + b^2) = 2(bd + ac)$

সৃজনশীল প্রশ্ন-৪

৪। $|z_1| = a + ib$, $z_2 = c + id$ এবং $z_1 z_2 = p + iq$.

ক. প্রমাণ কর যে, $x^3 - 1 = 0$ সমীকরণের জটিল মূলদ্বয়ের একটি অপরটির বিপরীত।

খ. প্রমাণ কর যে, $(c^2 + d^2)Z_1^2 - 2(ac + bd)Z_1 Z_2 + (a^2 + b^2)Z_2^2 = 0$.

গ. $a = b = 1$ হলে, z_1 এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৫

৫।

ক. $\left| \frac{1}{x-3} \right| \geq 2$ সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

খ. $z = x + iy = 3i$, $z_2 = 3i$ হলে $|z - z_1| + |z - z_2| = 10$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চর পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. $a, b, c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$ প্রমাণ কর যে, (i) $ac = b \cdot c$ হলে $a = b$, (ii) $|a - c| \leq |a - b| + |b - c|$.

সৃজনশীল প্রশ্ন-৬

৬। $z = x + iy$ একটি জটিল সংখ্যা-

ক. $x = -8$ এবং $y = -6$ হলে \sqrt{z} এর মান নির্ণয় কর।

খ. $|z + 3| + |z - 3| = 10$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চর পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. $\sqrt[3]{a + ib} = z$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a = 4(x^2 - y^2)$

সৃজনশীল প্রশ্ন-৭

৭। $z = 2x + i(1 - x^2)$ একটি জটিল রাশি।

ক. $\sqrt[4]{-16}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. \sqrt{z} নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $x = 2$ এবং $\sqrt[3]{z} = p + iq$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $- = -2(p^2 + q^2)$.

সৃজনশীল প্রশ্ন-৮

৮।

$z_1 = \left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right)^n + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right)^n$ এবং p, q ও r বাস্তব সংখ্যা।

ক. $p + q = q + r$ হলে, প্রমাণ কর যে, $p = r$.

খ. $\sqrt[3]{p+iq} = x+iy$ হলে, প্রমাণ কর যে, $4(x^2-y^2) = +$.

গ. প্রমাণ কর যে, $z_1=2$ যখন n এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য এবং -1 যখন n অপর কোনো পূর্ণসংখ্যা।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৯

৯। $f(x)=|x-1|$ এবং $A = -4^3$

ক. $\sqrt[4]{-81}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $f(x)$ হলে দেখাও যে, $f(x^2)$

গ. \sqrt{A} এর মান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১০

১০। $f(x) = 3x - x^2 + 4$ এবং $g(x) = x^2 + 6x - 27$

ক. $|x-5|=|2x-3|$ এর সমাধান নির্ণয় কর।

খ. $f(x+1)$ 0 অসমতাকে পরমমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর।

গ. $p(x) = a + bx + cx^2$, $a + b + c = 0$ হলে দেখাও যে, $\{P(\omega)\}^3 + \{p(\omega^2)\}^3 = 27abc$.

সৃজনশীল প্রশ্ন-১১

১১। $Z = -i$, $p-iq =$

ক. $|\bar{z}|$ নির্ণয় কর।

খ. \sqrt{Z} নির্ণয় কর।

গ. p, q x বাস্তব এবং $p^2 + q^2 = 1$ হলে x কে p ও q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১২

১২। $x = p+q$, $y = p + q^2$, $z = p^2 + q$; যেখানে এককের একটি কাল্পনিক ঘনমূল।

ক. $(x + y + z)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $x^2+y^2+z^2 = 6pq$

গ. $\sqrt[3]{i}$ এর মান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৩

c

১৩। উদ্দীপকদ্বয় লক্ষ্য কর: (i) $z = z + iy$, (ii) $x = \sqrt[6]{-64}$

ক. মূলদ সংখ্যার সংজ্ঞা দাও।

খ. (i) নং উদ্দীপক থেকে প্রমাণ কর যে, $x^2 + y^2 = 1$ যখন $|2z-1| = |z-2|$

গ. (ii) নং উদ্দীপক থেকে x এর মানগুলো নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৪

১৪। $f(x) = 3x - 5$ হলে

(i) $z = 3x + y$

শর্তসমূহ: $2x + y \leq 8, 2x + 3y \leq 12, x, y \geq 0$

(ii) $p + iq = u + iv$

ক. সমাধান কর $\frac{1}{|f(x)|} \leq 2$

খ. লেখচিত্রের সাহায্যে (i) নং শর্তসমূহের আলোকে z এর সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর।

গ. (ii) নং ব্যবহার করে প্রমাণ কর যে, $\sqrt[3]{p - iq} = u - iv$ এবং $u^2 + v^2 = -2$

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৫

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৫

১৫।

(i) $\frac{1}{|3x - 5|} \leq 2$; যেখানে x

(ii) $\sqrt{a + ib} = x + iy$

ক. প্রমাণ কর যে, দুইটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা গুণফল বাস্তব সংখ্যা

খ. (i) নং এ বর্ণিত অসমতাটির সমাধান কর ও সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ. (ii) নং এর সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $4(x^2 - y^2) = +$

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৬

১৬।

দৃশ্যকল্প-১: $A = \sqrt[3]{a + ib}, X = x + iy$

দৃশ্যকল্প-২: $X = 4x^2 - 6x + 1$.

ক. নিশ্চায়ক অনুসারে দ্বিঘাত সমীকরণের মূলের প্রকৃতি লেখ।

খ. দৃশ্যকল্প-১ অনুসারে $A = X$ হলে প্রমাণ কর যে, $4(x^2 - y^2) = +$.

গ. দৃশ্যকল্প-২ অনুসারে, $X = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় a ও b হলে $a +$ এবং $b +$ মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৭

১৭।

$f(x) = |1 - 4x|, z = 1 + ix$

ক. $-2 \leq x \leq 8$ কে পরমান চিহ্নের সাহায্যে প্রকাশ কর।

খ. সমাধান করে সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও:

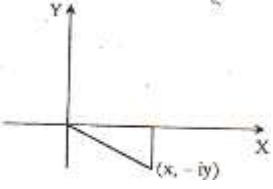
$\frac{1}{f(x)} \leq 3$ যেখানে, $x \in \mathbb{R}$.

গ. $a, b \in \mathbb{R}$ এবং $a^2 + b^2 = 1$ হলে দেখাও যে, x এর একটি বাস্তব মান $\frac{\bar{z}}{z} = a - ib$ সমীকরণকে সিদ্ধ করে।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৮

১৮।

নিচের চিত্রটি z এর একটি জ্যামিতিক প্রতিলিপ:



ক. $z - \bar{z} = ?$

খ. $x = -64$ এবং $y = 0$ হলে $\sqrt[4]{z} = ?$

গ. $|z-4| - |z+4| = 10$ হলে সম্ভবপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১৯

১৯। $f(x) = x - 1; x \in R$

$P =$ এবং $Q = 2 - 3i$

ক. বাস্তব সংখ্যার চারটি স্বীকার্য লিখ।

খ. $P + \bar{Q}$ এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট বের কর।

গ. সংখ্যারেখার সাহায্যে সমাধান কর $f(x) \cdot f(x-1) > 0$ এবং $f(x-3)f(x+2) = 0$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২০

২০। (A) $m \times n$ (B) $|y-1|$ (C) a এককের একটি জটিল ঘনমূল

ক. A কে পরম মানে প্রকাশ কর।

খ. দেখাও যে, $|y^2 - 1|$

গ. দেখাও যে, $a^0 + a + a^2 + a^3 = 1$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২১

২১। দৃশ্যকল্প-১: $-8 - 6\sqrt{-1}$

দৃশ্যকল্প-২: $|z-3| - |z+3| = 4$

ক. দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত জটিল সংখ্যাটির মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল্প-১ এ বর্ণিত জটিল সংখ্যার অণুবন্ধী জটিল সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় কর।

গ. $z = x + iy$ হলে দৃশ্যকল্প ২ হতে দেখাও যে, $5x^2 - 4y^2 = 20$.

সৃজনশীল প্রশ্ন-২২

২২। (i) $\sqrt[3]{a+ib} = p+iq$ (ii) $a = m+n$, $b = m+n^2$, $c = m^2+n$ হলে,

ক. (i) $2a + i(a^2 - 1)$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ. (i) নং হতে দেখাও যে, $4(p^2 - q^2) = +$

গ. (ii) নং হতে দেখাও যে, $a^2 + b^2 + c^2 = 6mn$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৩

২৩। $z = x + iy$, $z_1 = a + ib$ এবং $z_2 = c + id$ তিনটি জটিল সংখ্যা

ক. $-i$ এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $z_1 z_2 = z$ হলে, $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = \bar{z}$

গ. $3|z-1|=2|z-2|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারণপথ নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৪

২৪। দৃশ্যকল্প-১:

দৃশ্যকল্প-২: $z = -7-24i$

দৃশ্যকল্প-৩: $f(x) = a + bx + cx^2$

ক. দৃশ্যকল্প ১ এর মান নির্ণয় কর।

খ. এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

গ. $a + b + c = 0$ হলে, দেখাও যে, $\{f(\omega)\}^3 + \{f(\omega^2)\}^3 = 27abc = 27abc$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৫

২৫। দৃশ্যকল্প-১: $z = -\sqrt{3} + i$

দৃশ্যকল্প-২:

ক. সমাধান কর $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $\arg(z) - \arg(\bar{z}) = \arg\left(\frac{z}{\bar{z}}\right)$

গ. দৃশ্যকল্প-২ এর রাশিটির বর্গমূল নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৬

২৬। $f(x) = 5x + 3; z = x + iy$

ক. $-3 \leq x \leq 8$ পরামান চিহ্নে সাহায্যে প্রকাশ কর।

খ. $|f(x)| \leq 7$ অসমতাকে সমাধান করে সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও।

গ. z এর বর্গমূল নির্ণয় কর যখন $x = -4$ এবং $y = -3$

সৃজনশীল প্রশ্ন-২৭

২৭। তিনটি জটিল সংখ্যা $z_1 = 2 + 5i, z_2 = 3 - 7i$ এবং $z_3 = x + iy$

ক. পরামান চিহ্নে ব্যতীত প্রকাশ কর : $\frac{1}{|3x+1|} \leq 5$

খ. $3|z_3 - 1| = 2|z_3 + 2|$ দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারণ পথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. কে $A + iB$ আকারে প্রকাশ কর।