

১.নং প্রশ্নের সমাধান:

দৃশ্যকল্প: Kusgiregonj বাংলাদেশের একটি জেলা।

দৃশ্যকল্প:  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

ক.  $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}$  এর ডোমেন নির্ণয় করো।

খ. উদ্দীপকের উল্লেখিত ইংরেজি শব্দটির ২টি স্বরবর্ণ পাশাপাশি না রেখে মোট বিন্যাস নির্ণয় কর।

গ. উদ্দীপক-২ আলোকে fog(x) নির্ণয় করো।

(ক). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}$

$x = 2$  হলে,  $f(x)$  অসংজ্ঞায়িত হবে।

আবার,  $x < \frac{1}{2}$  হলেও এদিক ফাংশনটি, অসংজ্ঞায়িত হবে কারণ ভগ্নাংশটির লব অবাস্তব হবে।

$\therefore$  ডোমেন  $= \left[\frac{1}{2}, 2\right) \cup (2, \infty)$  (Ans.)

(খ). এর সমাধান:

Kusgiregonj শব্দটিতে মোট বর্ণ সংখ্যা 11 টি। 2 টি 0 এবং অবশিষ্ট অক্ষরগুলি ভিন্ন।

শব্দটিতে স্বরবর্ণ (i, o, e, o,) 4 টি এবং ব্যঞ্জনবর্ণ (k, s, h, r, g, n, j) 7 টি। 7 টি ব্যঞ্জনবর্ণের মাঝে  $(7-1) = 6$  টি শূন্য স্থান আছে এবং দুই প্রান্তে দুইটি স্থান আছে। কাজেই মোট  $(6+2) = 8$  টি স্থান 4 টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূরণ করা যেতে পারে।

$\therefore$  8 টি স্থান 4 টি স্বরবর্ণ দ্বারা পূরণ করা যায়  ${}^8P_4$  উপায়ে

আবার, 7 টি ব্যঞ্জনবর্ণ নিজেদের মধ্যে 7! উপায়ে সাজাতে পারে।

$\therefore$  2 টি স্বরবর্ণ পাশাপাশি না রেখে মোট বিন্যাস সংখ্যা  $= {}^8P_4 \times 7!$   
 $= 8467200$  (Ans.)

(গ). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

$\therefore$  fog(x) = f{g(x)}

$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right) \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{x^2}{1-x^2}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{\frac{1-x^2-x^2}{1-x^2}}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{\frac{1-2x^2}{1-x^2}}} \\
&= \sqrt{\frac{1-x^2}{1-2x^2}} (Ans.)
\end{aligned}$$

২. নং প্রশ্নের সমাধান:

$$f(x) = -x^2 \text{ এবং } g(x) = 2|x|$$

ক. সর্বগ্রাহী ফাংশনের সংজ্ঞা লিখ।

খ.  $f(x-3)$  এবং  $\{g(x)-3\}$  এর লেখচিত্র অঙ্কন কর।

গ. fog ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

(ক). এর সমাধান:

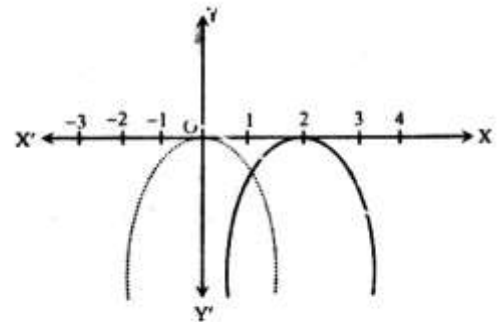
$f: A \rightarrow B$  ফাংশনকে সর্বগ্রাহী ফাংশন বলা হবে B যদি সেটের প্রত্যেক উপাদানই A সেটের অন্তর্গত একটি উপাদানের সাথে সম্পর্কিত হয়। অর্থাৎ ফাংশন  $f: A \rightarrow B$  কে সার্বিক বা সর্বগ্রাহী বলা হবে যদি  $f(A) = B$  হয়।

(খ). এর সমাধান:

$$\text{দেওয়া আছে, } f(x) = -x^2$$

$$\therefore f(x-3) = -(x-3)^2$$

নিম্নে  $f(x)$  ফাংশন হতে  $f(x-3)$  এর লেখচিত্র অঙ্কন করা হলো:

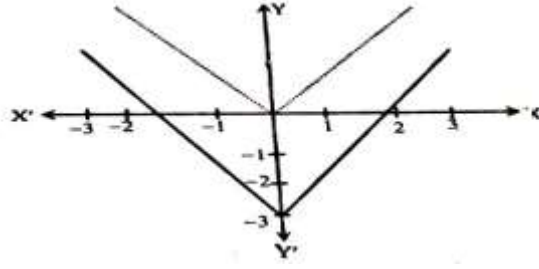


$$\text{এবং } g(x) = 2|x|$$

$$\therefore g(x)-3 = 2|x|-3$$

সুতরাং লেখচিত্র,

(গ). এর সমাধান:



দেওয়া আছে,  $f(x) = -x^2$

$$g(x) = 2|x|$$

এখন,  $f \circ g = f(g(x))$

$$= f(2|x|)$$

$$= -2(2|x|)^2 = -4x^2$$

$\therefore f \circ g$  ফাংশনের ডোমেন =  $\mathbb{R}$  এবং রেঞ্জ =  $(-\infty, 0)$  (Ans.)

৩.নং প্রশ্নের সমাধান:

$f(x) = 4 - x^2$  এবং  $g(x) = 2|x| + 3$  দ্বারা দুইটি ফাংশন সংজ্ঞায়িত করা হলো-

ক.  $g(x)$  এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

খ.  $g \circ f(x)$  ও  $f \circ g(x)$  নির্ণয় কর এবং  $x = 2$  এর জন্য দেখাও যে,  $g \circ f \neq f \circ g$

গ.  $f(x)$  এর স্কেচ করে তা থেকে  $f(x+2)$  এর স্কেচ দেখাও।

(ক). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $g(x) = 2|x| + 3$

$x$  এর যে কোনো বাস্তব মানের জন্য  $g(x)$  এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে। সুতরাং,  $g(x)$  এর ডোমেন সকল বাস্তব সংখ্যার সেট  $\mathbb{R}$  (Ans.)

আবার,  $|x|$  কখনো ঋনাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং,  $g(x)$ , 3 থেকে ছোট হতে পারবে না।

$g(x)$  এর রেঞ্জ =  $\{x : x \in \mathbb{R}; x \geq 3\}$  (Ans.)

(খ). এর সমাধান:

$g \circ f = g(f(x))$

এখানে,  $f(x) = 4 - x^2$

$$g(x) = 2|x| + 3$$

$$\therefore g(f(x)) = 2|4 - x^2| + 3 \text{ (Ans.)}$$

আবার,  $f \circ g = f(g(x))$

$$\therefore f(g(x)) = 4 - (2|x| + 3)^2$$

$$= 4 - (4x^2 + 12|x| + 9) \left[ \because |x|^2 = x^2 \right]$$

$$= 4 - 4x^2 - 12|x| - 9$$

$$= -4x^2 - 12|x| - 5 \text{ (Ans.)}$$

$x = 2$  হলে,

$$g \circ f(2) = g(f(2)) = 2|4 - 2^2| + 3 = 3$$

$$f \circ g(2) = f(g(2)) = 4 - 2^2 - 12|2| - 5 = -16 - 24 - 5 = -45$$

$\therefore g \circ f \neq f \circ g$  (দেখানো হলো)

(গ). এর সমাধান:

$f(x) = 4 - x^2$  এর লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে।

$x$  এর কিছু বাস্তব মানের জন্য  $f(x)$  এর মান নির্ণয় করি।

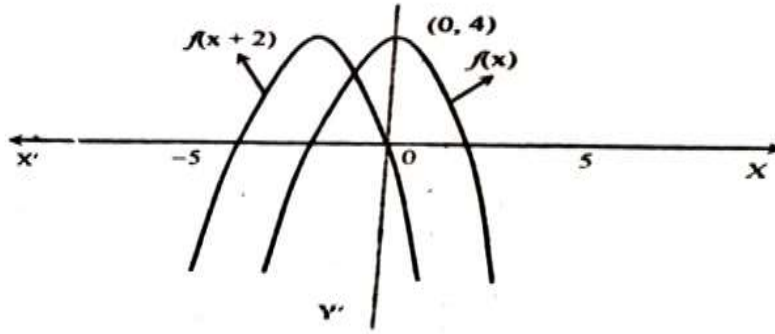
$x$	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm 0.5$	0
$f(x)$	0	3	3.75	4

প্রাপ্ত মানগুলো ছক কাগজে স্থাপন কওে বিন্দু সংযুক্ত করি। তাহলে প্রাপ্ত বক্ররেখাটি নির্ণয়ে  $f(x)$  ফাংশনের লেখচিত্র।

এবং  $f(x+2)$  নির্ণয় করতে হবে।

যদি  $x+2=0$  হয় তবে  $x=-2$

সুতরাং বক্ররেখার প্রত্যেকটি বিন্দুকে 2 একক বাম দিকে সরালে নতুন যে গ্রাফটি পাওয়া যাবে তাহাই নির্ণয়ে  $f(x-2)$  এর লেখচিত্র।



৪. নং প্রশ্নের সমাধান:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , যেখানে  $f(x) = x^2$

ক.  $f^{-1}(a^2)$  নির্ণয় করো।

খ. যদি  $h(x) = \ln(\sin x)$  এবং  $g(x) = \ln(\cos x)$  হয়, দেখাও যে,  $e^{2g(a)} - e^{2h(a)} = e^{g(2a)}$

গ.  $f(x)$  এর গ্রাফ আঁক।

(ক). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $f(x) = x^2$

ধরি,  $y = x^2$

বা,  $x = \sqrt{y}$

বা,  $f^{-1}(y) = \sqrt{y}$

বা,  $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

$\therefore f^{-1}(a^2) = \sqrt{a^2} = a(\text{Ans.})$

(খ). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $h(x) = \ln(\sin x)$

$\therefore h(a) = \ln(\sin a)$

এবং  $g(x) = \ln(\cos x)$

$\therefore g(a) = \ln(\cos a)$

$\therefore g(2a) = \ln(\cos 2a)$

এখন,  $e^{2g(a)} - e^{2h(a)} = e^{2\ln(\cos a)} - e^{2\ln(\sin a)}$

$$\begin{aligned}
&= e^{\ln(\cos a)^2} - e^{\ln(\sin a)^2} \\
&= e^{\ln \cos^2 a} - e^{\ln \sin^2 a} \\
&= \cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a \\
&\therefore e^{2g(a)} - e^{2h(a)} = \cos 2a \dots\dots(i)
\end{aligned}$$

আবার,  $e^{g(2a)} = e^{\ln(\cos 2a)}$

$$\therefore e^{g(2a)} = \cos 2a \dots\dots(ii)$$

এখন (i) ও (ii) নং হতে পাই,

$$e^{2g(a)} - e^{2h(a)} = e^{g(2a)} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

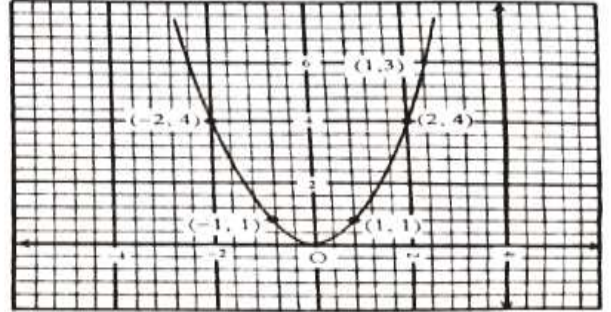
(গ). এর সমাধান:

দেওয়া আছে,  $f(x) = x^2$

x এর কয়েকটি মানের জন্য f(x) এর অনুরূপ মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	4	1	0	1	4

বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে এর গ্রাফ নিচে আঁকা হলো:



স্কেল: x ও y অক্ষ বরাবর প্রতি 5 বর্গ = ২ একক

প্র্যাকটিস অংশঃ সৃজনশীল বচনামূলক প্রশ্নঃ

১।  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$  এবং  $f(x) = \ln x$ .

ক.  $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  হলে  $(PQ)^T$  ২

খ. নির্ণয়কের সাহায্যে  $AX = B$  থেকে প্রাপ্ত সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $g(x) = \cos(f(x))$  হলে দেখাও যে,  $g(x)g(y) - \left[ g\left(\frac{x}{y}\right) + g(xy) \right] = 0$ . ৪

২।  $A = \begin{bmatrix} x & y & ax+by \\ y & z & ay+bz \\ ax+by & ay+bz & 0 \end{bmatrix}$  একটি নির্ণায়ক এবং  $f(x) = \ln(\sin x)$  ও  $(x) = \ln(\cos x)$  দুটি function.

ক. দেখাও যে,  $A = (a^2x + 2aby + b^2z)(y^2 - zx)$ . ২

খ. দেখাও যে,  $e^{2(a)} - e^{2f(a)} = e^{(2a)}$  ৪

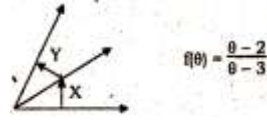
গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ইংরেজী শব্দটির কর্ণগুলি থেকে প্রতিবার ৪টি করে বর্ণ নিয়ে কতগুলি শব্দ গঠন করা যায়? ৪

৩।  $g(x) = f(x) = \sqrt{x} + 1$

ক. সার্বিক ফাংশন বলতে কী বোঝ? ২

খ. উদ্দীপকে উল্লেখিত g ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ.  $f^{-1}$  এর লেখচিত্র অঙ্কন কর। ৪



- ক. মান নির্ণয় কর:  $\cos^2 + \cos^2 + \cos^2 + \cos^2$  ২
- খ. দৃশ্যকল্প-১ ব্যবহার করে  $\sin(x+y)$  এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে,  $f()$  এক-এক ও সর্বগ্রাহী।  $f^{-1}()$  নির্ণয় কর। ৪