

অনুশীলনী

১। অষ্টম শ্রেণির কয়েকজন শিক্ষার্থীর উচ্চতার (সেন্টিমিটার) হক দেওয়া আছে। নিচের প্রশ্নগুলো সমাধান করো।

90, 140, 97, 125, 97, 134, 97, 97, 110, 125, 110, 134, 110, 125, 110, 140,
125, 134, 125, 125, 134, 110, 125, 97, 125, 110, 125, 97, 134, 125, 110,
134, 125, 134, 90, 140, 148, 148, 110, 125

ক) উপাঙগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাও।

સમાધાનઃ

উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই-

90,90,97,97,97,97,110,110,110,110,110,125,125,125,125,125,125,125,125,1
34,134,134,134,140,140,140,148,148

খ) উপাঙগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজাও।

સમાધાનઃ

উপাত্তগুলোকে মানের অধঃক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই-

148,148,140,140,140,134,134,134,134,125,125,125,125,125,125,125,125,1
10,110,110,110,110,97,97,97,97,90,90

গ) শিক্ষার্থীদের গড় উচ্চতা নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

শিক্ষার্থীদের উচ্চতাগুলোর যোগফল =

90+90+97+97+97+97+110+110+110+110+110+125+125+125+125+125+125+125+134+134+134+134+140+140+140+148+148

$$= 3755$$

এবং, শিক্ষার্থী সংখ্যা = 28

$$\therefore \text{শিক্ষার্থীদের গড় উচ্চতা} = 3755/28 \approx 134.107 \text{ সেমি।}$$

২। মিজান সাহেব একজন আম বিক্রেতা। তিনি 50 বক্স আম কিনলেন। প্রতিটি বক্সে আমের সংখ্যা সমান নয়। কিন্তু গড়ে প্রতিটি বক্সে কটি আম আছে জানা প্রয়োজন। নিচের সারণি থেকে 50 টি বক্সে গড়ে কটি আম আছে নির্ণয় করো। [এই প্রশ্ন ২য় তথ্য বুঝে সিদ্ধান্ত নিই এর অধ্যায়ের চলমান প্রশ্ন।]

আমের সংখ্যা	বক্সের সংখ্যা
51-53	6
54-56	14
57-59	16
60-62	9
63-65	5

সমাধানঃ

50 টি বক্সে গড়ে কটি আম আছে তা নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণি তৈরি করি-

আমের সংখ্যা	শ্রেণির মধ্যমান (x_i)	বক্সের সংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
51-53	52	6	312
54-56	55	14	770
57-59	58	16	928
60-62	61	9	549
63-65	64	5	320
		$n=50$	$\sum x_i f_i = 2879$

∴ গড়, \bar{X}

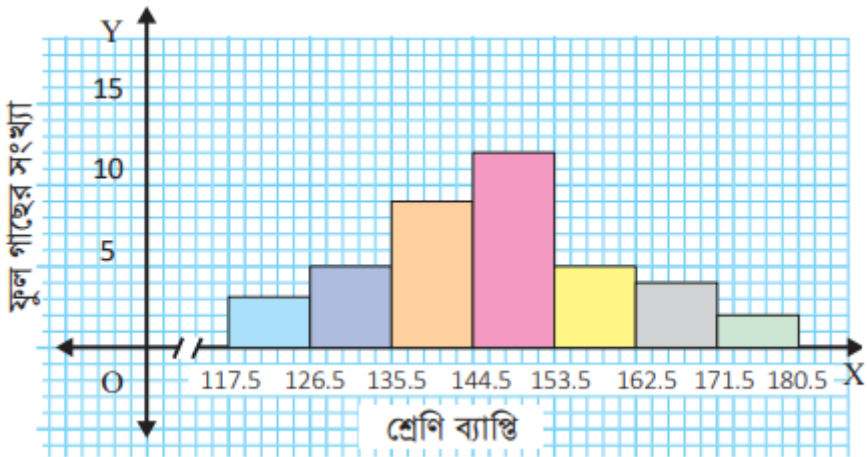
$$= \frac{1}{n} \cdot \sum x_i f_i$$

$$= \frac{1}{50} \cdot 2879$$

$$= 57.58$$

∴ 50 টি বক্সে গড়ে 57.58 টি আম আছে।

৩। পাশের লেখচিত্রটি লক্ষ করো।



ক) লেখচিত্রটির নাম লেখো।

উত্তরঃ আয়তলেখ।

খ) লেখচিত্রের উপাত্তগুলো কোন ধরনের উপাত্ত?

উত্তরঃ বিন্যস্ত।

গ) এর প্রচুরক শ্রেণি কত?

উত্তরঃ 144.5-153.5

ঘ) লেখচিত্র থেকে শ্রেণি বিন্যস্ত সারণি তৈরি করো।

সমাধানঃ

লেখচিত্র থেকে শ্রেণি বিন্যস্ত সারণি নিম্নরূপঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ফুল গাছের সংখ্যা
117.5-126.5	3
126.5-135.5	5
135.5-144.5	9
144.5-153.5	12
153.5-162.5	5
162.5-171.5	4
171.5-180.5	2

ঙ) সারণি থেকে গড়, মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

গড় নির্ণয়ঃ

গড় নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	ফুল গাছের সংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
117.5-126.5	122	3	366
126.5-135.5	131	5	655
135.5-144.5	140	9	1260
144.5-153.5	149	12	1788
153.5-162.5	158	5	790
162.5-171.5	167	4	668
171.5-180.5	176	2	352
		$n = 40$	$\sum x_i f_i = 5879$

∴ গড়, \bar{X}

$$= \frac{1}{n} \cdot \sum x_i f_i$$

$$= \frac{1}{40} \cdot 5879$$

$$= 146.975$$

মধ্যক নির্ণয়ঃ

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ফুল গাছের সংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
117.5-126.5	3	3
126.5-135.5	5	8
135.5-144.5	9	17
144.5-153.5	12	29
153.5-162.5	5	34
162.5-171.5	4	38
171.5-180.5	2	40

$$h = 9$$

$$n = 40$$

$$\text{এখানে, } n = 40; n/2 = 40/2 = 20;$$

অর্থাৎ, 20তম পদ 144.5-153.5 শ্রেণিতে অবস্থিত।

$$\text{মধ্যক শ্রেণির নিম্নমান, } L = 144.5;$$

$$\text{মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযুক্ত গণসংখ্যা, } F_c = 17;$$

$$\text{মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, } f_m = 29;$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান, } h = 9$$

∴ মধ্যক

$$= L + (n/2 - F_c) \times (h/f_m)$$

$$= 144.5 + (20-17) \times 9/29$$

$$= 145.4310 \text{ (প্রায়)}$$

প্রচুরক নির্ণয়ঃ

সারণি থেকে পাই,

ঘ এর সারণি হতে পাই,

সর্বোচ্চ ফুল গাছের সংখ্যা 12টি আছে 144.5-153.5 শ্রেণিতে।

অতএব,

$$\text{প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা, } L = 144.5;$$

$$\text{মোট গণসংখ্যা, } n = 40;$$

$$\text{প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা ও তার পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য } f_1 = 12-9 = 3;$$

$$\text{প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা ও তার পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য, } f_2 = 12-5 = 7;$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান, } h = 9;$$

∴ প্রচুরক

$$= L + \{f_1/(f_1+f_2)\} \times h$$

$$= 144.5 + \{3/(3+7)\} \times 9$$

$$= 147.2$$

8।

শ্রেণি ব্যাপ্তি	বক্রের সংখ্যা
0-20	7
20-40	11
40-60	P
60-80	9

গণসংখ্যা নিবেশন তালিকার গাণিতিক গড় 54 হলে, প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে p এর মান নির্ণয় করো। তারপর সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির সাহায্যে প্রাপ্ত p এর মানের সত্যতা যাচাই করো।

সমাধানঃ

প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	বস্তুর সংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
0-20	10	7	70
20-40	30	11	330
40-60	50	P	$50p$
60-80	70	9	630
80-100	90	13	1170
		$n = 40+p$	$\sum x_i f_i = 2200 + 50p$

প্রশ্ন অনুসারে,

$$\frac{2200 + 50p}{40+p} = 54$$

$$\text{বা, } (40+p)54 = 2200+50p$$

$$\text{বা, } 2160+54p = 2200+50p$$

$$\text{বা, } 54p-50p = 2200-2160$$

$$\text{বা, } 4p = 40$$

$$\text{বা, } p = 40/4 = 10 \text{ (Ans.)}$$

এখন, প্রাপ্ত $p = 10$ বসিয়ে, সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	বস্তুর সংখ্যা (f_i)	$u_i = (x_i-a)/h$	$f_i u_i$
0-20	10	7	-2	-14
20-40	30	11	-1	-11
40-60	$50 = a$	10	0	0
60-80	70	9	1	9
80-100	90	13	2	26
$h = 20$		$n = 50$		$\sum f_i u_i = 10$

\therefore গাণিতিক গড়

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 50 + (10/50) \times 20$$

$$= 50 + 4$$

$$= 54 \text{ যা প্রাপ্ত প্রদত্ত গাণিতিক মানের সমান।}$$

অর্থাৎ, $p = 10$ এই মান সত্য [যাচাই করা হলো]

৫। একটি পোশাক কারখানার শ্রমিকদের দৈনিক মজুরির (টাকায়) গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো। উপাত্তের মধ্যক 556 হলে, x ও y এর মান নির্ণয় করো। কারখানায় শ্রমিকের মোট সংখ্যা 120 জন। [বিদ্রঃ তথ্য বুঝে সিদ্ধান্ত নিই অধ্যায়ের এই প্রশ্নে মধ্যক 525 দেয়া আছে, যা আমাদের কাছে অসামঞ্জস্য মনে হয়েছে, তাই 556 ধরে সমাধান করেছি, তোমাদের মতামত জানিও।]

দৈনিক মজুরি (টাকা)	শ্রমিকের সংখ্যা
300-400	12
400-500	20
500-600	x
600-700	30
700-800	Y
800-900	5
900-1000	4

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$12+20+x+30+y+5+4 = 120$$

$$\text{বা, } 71+x+y = 120$$

$$\text{বা, } y = 120-71-x = 49-x \text{ (i)}$$

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সারণি তৈরি করিঃ

দৈনিক মজুরি (টাকা)	শ্রমিকের সংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
300-400	12	12
400-500	20	32
500-600	x	$32+x$
600-700	30	$62+x$
700-800	Y	$62+x+y$
800-900	5	$67+x+y$
900-1000	4	$71+x+y$
$h = 100$	$n = 120$ (দেওয়া আছে)	

$$\text{এখানে, } n = 120; n/2 = 120/2 = 60;$$

অর্থাৎ, 60তম পদ 500-600 শ্রেণিতে অবস্থিত।

$$\text{মধ্যক শ্রেণির নিম্নমান, } L = 500;$$

$$\text{মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্য, } F_c = 32;$$

$$\text{মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, } f_m = 32+x;$$

$$\text{শ্রেণি ব্যবধান, } h = 100$$

∴ মধ্যক

$$= L + (n/2 - F_c) \times (h/f_m)$$

$$= 500 + (60-32) \times 100/(32+x)$$

= 500 + 28 × 100 / (32+x)

= 500 + 2800 / (32+x)

এখন, প্রশ্ন অনুসারে,

500 + 2800 / (32+x) = 556

বা, 2800 / (32+x) = 556-500

বা, 2800 / (32+x) = 56

বা, 56(32+x) = 2800

বা, 1792+56x = 2800

বা, 56x = 2800-1792

বা, 56x = 1008

বা, x = 1008 / 56 = 18

এখন, x এর এই মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

y = 49-18 = 31

∴ (x,y) = (18,31)

৬। একটি স্বাস্থ্য কেন্দ্রের 100 রোগীর বয়সের (বছরে) শ্রেণি ব্যাপ্তি ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যার তালিকা থেকে শ্রেণি অনুসারে রোগীর সংখ্যা নির্ণয় করো। [এই প্রশ্ন ৬ষ্ঠ তথ্য বুঝে সিদ্ধান্ত নিই এর অধ্যায়ের চলমান প্রশ্ন।]

বয়স (বছরে)	রোগীর সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
0-10		5
11-20		9
21-30		24
31-40		41
41-50		68
51-60		85
61-70		100

সমাধানঃ

নিচের সারণিতে রোগীর সংখ্যা নির্ণয় করা হলোঃ

বয়স (বছরে)	রোগীর সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
0-10	5	5
11-20	9 – 5 = 4	9
21-30	24 – 9 = 15	24
31-40	41 – 24 = 17	41
41-50	68 – 41 = 27	68
51-60	85 – 68 = 17	85
61-70	100 – 85 = 15	100

৭। নাগরী বাজারের 100টি দোকানের দৈনিক লাভের (টাকায়) পরিমাণের ছকটি হলো—

প্রতি দোকানের লাভ (টাকা)	দোকানের সংখ্যা
300-350	10
350-400	16
400-450	28
450-500	22
500-550	18
550--600	6

ক) প্রদত্ত তথ্যের আলোকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত তথ্যের আলোকে ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করা হলোঃ

প্রতি দোকানের লাভ (টাকা)	দোকানের সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
300-350	10	10
350-400	16	26
400-450	28	54
450-500	22	76
500-550	18	94
550--600	6	100

খ) কতগুলো দোকানে দৈনিক 500 টাকার কম লাভ হয়?

সমাধানঃ

ক হতে পাই,

450-500 শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা = 76.

∴ 76 টি দোকানে দৈনিক 500 টাকার কম লাভ হয়।

৮। অষ্টম শ্রেণির সকল শিক্ষার্থীর পরিবারের সদস্যদের বয়সের (বছরে) অবিন্যস্ত উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত করে নিচের তালিকাটি তৈরি করা হয়েছে।

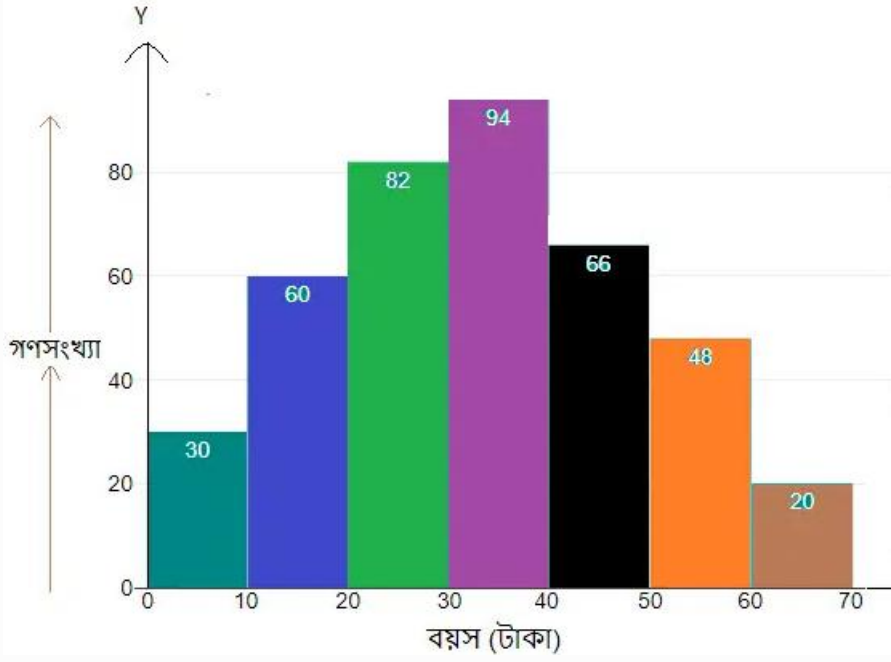
বয়স (টাকা)	গণসংখ্যা
0-10	30
10-20	60
20-30	82
30-40	94
40-50	66
50-60	48
60-70	20

ক) উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন করো।

সমাধানঃ

ছক কাগজে x অক্ষ বরাবর 10টি ক্ষুদ্র বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান প্রস্থবিশিষ্ট 7টি আয়তক্ষেত্র আঁকি যেখানে

আয়তক্ষেত্রগুলোর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে প্রদত্ত গণসংখ্যার সমান এবং আয়তক্ষেত্রগুলোর মাঝে কোন ফাঁকা জায়গা নেই। তাহলে, উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কিত হলো।

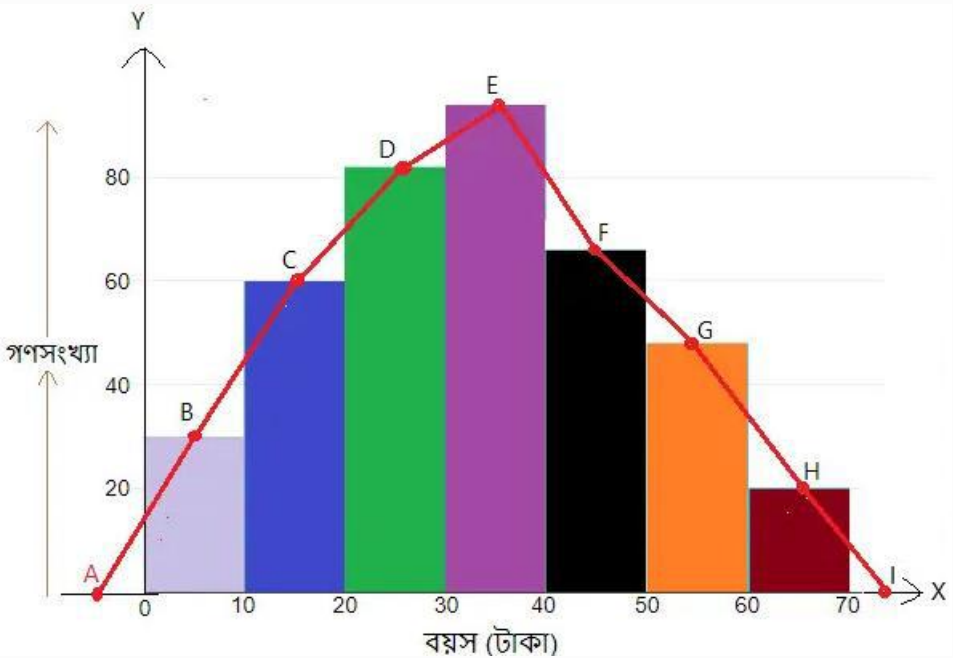


খ) উপাত্তের আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকো।

সমাধানঃ

অঙ্কিত আয়তসমূহের ভূমির সমান্তরাল বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুগুলো B, C, D, E, F ও G দিয়ে চিহ্নিত করি। এখন বিন্দুগুলো পরস্পর সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করি। এখন ১ম আয়তক্ষেত্রের পূর্বে যদি আয়তক্ষেত্র থাকত, তাহলে তার ভূজ হতো $5-10 = -5$ যাকে A দ্বারা চিহ্নিত করি এবং A,B সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করি। আবার, শেষ আয়তক্ষেত্রের মধ্যবিন্দুর ভূজ 65; এই অনুসারে পরে আয়তক্ষেত্র থাকলে তার মধ্যবিন্দুর ভূজ হতো $65+10 = 75$ যাকে I দ্বারা চিহ্নিত করি এবং H,I সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করি।

তাহলে, ABCDEFGHI-ই নির্ণেয় গণসংখ্যা বহুভুজ।



গ) উপাত্তের আয়তলেখ ছাড়া গণসংখ্যা বহুভুজ আঁকো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত উপাত্তে বয়স (বছর) এর শ্রেণি-মধ্যমান বের করিঃ

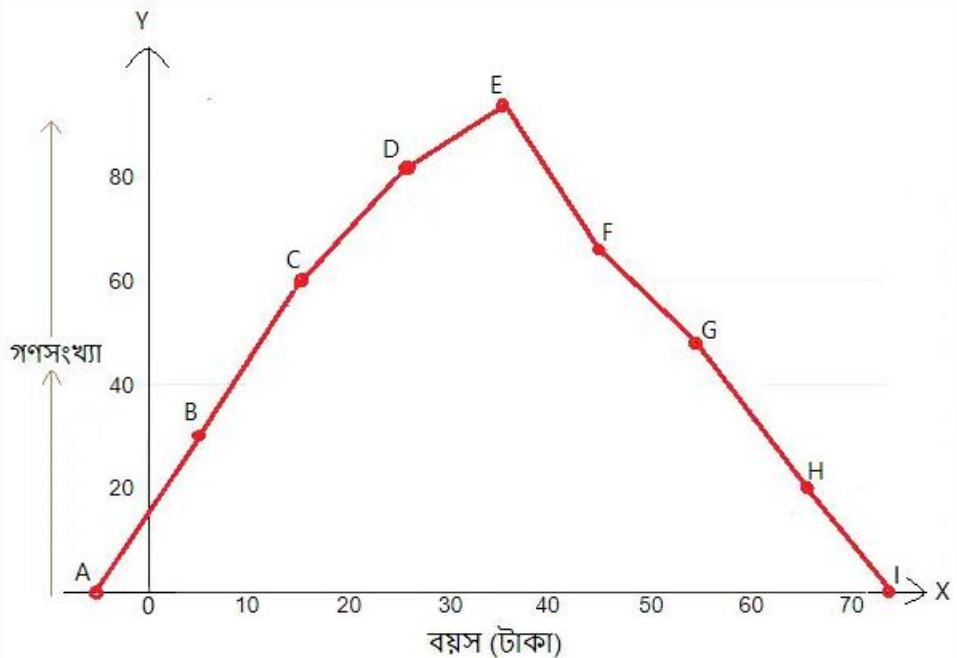
বয়স (টাকা)	শ্রেণী মধ্যমান	গণসংখ্যা
0-10	5	30
10-20	15	60
20-30	25	82
30-40	35	94
40-50	45	66
50-60	55	48
60-70	65	20

এখন, সারণিতে শ্রেণি মধ্যমান কে ভূজ ও গণসংখ্যাকে কোটি ধরে নিচের বিন্দুগুলো পাই (5,30); (15,60); (25,82); (35,94); (45,66); (55,48); (65,20) যেগুলোকে B,C,D,E,F,G,H দ্বারা চিহ্নিত করে ছক কাগজে স্থাপন করি এবং বিন্দুগুলো পরস্পর সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করি।

এখন, ১ম শ্রেণি মধ্যমান 5 এর পূর্বের ও 65 এর পরের শ্রেণি মধ্যমান হবে -5 ও 75.

এখন, (-5,0) কে A এবং (75,0) কে I দ্বারা চিহ্নিত করে ছক কাগজে স্থাপন করে A,B ও G,I সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করি।

তাহলে, ABCDEFGHI-ই নির্ণেয় গণসংখ্যা বহুভুজ।



৯। সজল তার দাদুর সঙ্গে প্রতিদিন পার্শ্ববর্তী একটি পার্কে প্রাতঃভ্রমণে যায়। সে মনে মনে ঠিক করেছে আজ যতজন প্রাতঃভ্রমণে এসেছে তাদের বয়স অনুযায়ী তথ্য সংগ্রহ করবে।

সজলের সংগ্রহ করা উপাত্তের ছকটি হলো:

বয়স (বছরে)	গণসংখ্যা
41-45	12
46-50	15
51-55	25
56-60	18
61-65	10

ক) প্রত্যক্ষ ও সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে উপাত্তের গাণিতিক গড় নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সারণি তৈরি করিঃ

বয়স (বছরে)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
41-45	43	12	516
46-50	48	15	720
51-55	53	25	1325
56-60	58	18	1044
61-65	63	10	630
		$n = 80$	$\sum x_i f_i = 4235$

∴ গাণিতিক গড়

$$\sum x_i f_i / n$$

$$= 4235 / 80$$

$$= 52.9375$$

এখন, সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয়ের সারণি তৈরি করিঃ

বয়স (বছরে)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	$u_i = (x_i - a) / h$	$f_i u_i$
41-45	43	12	-2	-24
46-50	48	15	-1	-15
51-55	$53 = a$	25	0	0
56-60	58	18	1	18
61-65	63	10	2	20
$h = 5$		$n = 80$		$\sum f_i u_i = -1$

∴ গাণিতিক গড়

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 53 + (-1 / 80) \times 5$$

$$= 53 - 0.0625$$

$$= 52.9375$$

খ) উপাঙ্গের মধ্যক নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সারণি তৈরি করিঃ

বয়স (বছরে)	শ্রমিকের সংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41-45	12	12
46-50	15	27
51-55	25	52
56-60	18	70
61-65	10	80
	$n = 80$	

এখানে, $n = 80$; $n/2 = 80/2 = 40$;

অর্থাৎ, 40তম পদ 51-55 শ্রেণিতে অবস্থিত।

মধ্যক শ্রেণির নিম্নমান, $L = 51$;

মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযোজিত গণসংখ্যা, $F_c = 27$;

মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, $f_m = 52$;

শ্রেণি ব্যবধান, $h = 5$

∴ মধ্যক

$$= L + (n/2 - F_c) \times (h/f_m)$$

$$= 51 + (40-27) \times 5/52$$

$$= 51 + 13 \times 5/52$$

$$= 51 + 1.25$$

$$= 52.25$$

গ) সজলের তথ্য সংগ্রহের তালিকা ব্যবহার করে আয়তলেখ অঙ্কন করো।

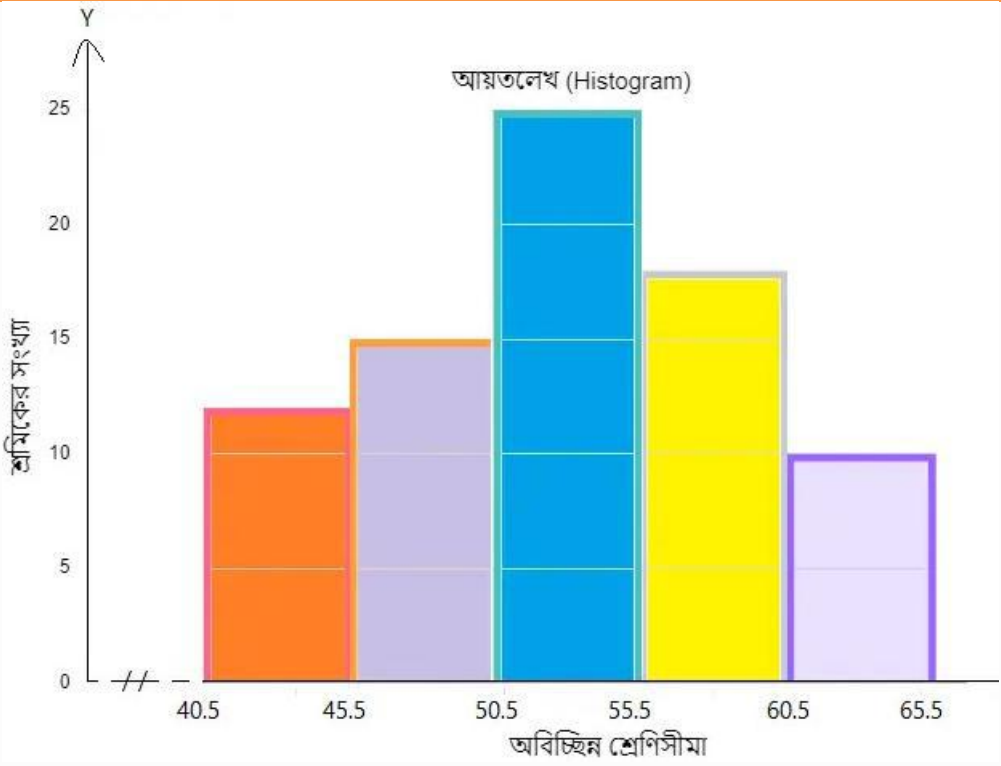
সমাধানঃ

সজলের সংগ্রহ করা বিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমাকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা করে পাই,

বয়স (বছরে)	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	শ্রমিকের সংখ্যা (f_i)
41-45	40.5-45.5	12
46-50	45.5-50.5	15
51-55	50.5-55.5	25
56-60	55.5-60.5	18
61-65	60.5-65.5	10

এখন, গ্রাফ কাগজে x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 5টি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান 5 একক ধরে সারণির অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমাগুলোর মানগুলোকে কোনো ফাঁকা না রেখে স্থাপন করি। যেহেতু 0 থেকে শুরু না করে 40.5 থেকে শুরু হয়েছে সেহেতু x অক্ষে পূর্ববর্তী ঘরগুলো বোঝাতে -// - চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

এখন y অক্ষ (উল্লম্ব রেখা) বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান 1 একক এবং গণসংখ্যা নিয়ে নিচের ছবির মতো কতকগুলো পরস্পর সংলগ্ন আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা করি যেখানে আয়তক্ষেত্রগুলোর প্রস্থ সারণির শ্রেণি ব্যবধান এবং দৈর্ঘ্য বা উচ্চতা অনুরূপ শ্রেণির গণসংখ্যার সমান। এভাবে সজলের সংগ্রহ করা উপাত্তক দ্বারা আয়তলেখ (Histogram) অঙ্কন করি।



ঘ) প্রচুরক নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রচুরক নির্ণয়ঃ

সজলের সংগ্রহ করা উপাত্তের ছক থেকে পাই,

সর্বোচ্চ গণসংখ্যা 25 আছে 51-55 শ্রেণিতে।

অতএব,

প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা, $L = 51$;

মোট গণসংখ্যা, $n = 12 + 15 + 25 + 18 + 10 = 80$;

প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা ও তার পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য $f_1 = 25 - 15 = 10$;

প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা ও তার পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য, $f_2 = 25 - 18 = 7$;

শ্রেণি ব্যবধান, $h = 5$;

∴ প্রচুরক

$$= L + \{f_1 / (f_1 + f_2)\} \times h$$

$$= 51 + \{10 / (10 + 7)\} \times 5$$

$$= 53.94117 \text{ (প্রায়)}$$

ঙ) উপাত্তের গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত উপাত্ত হতে পাই,

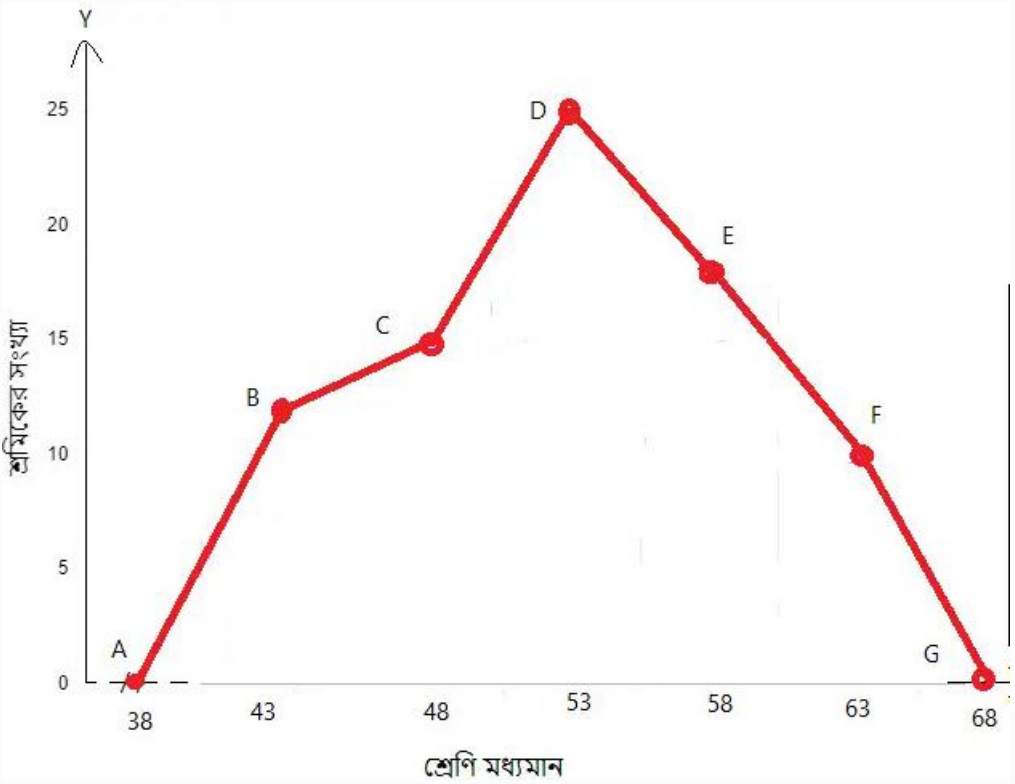
বয়স (বছরে)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)
41-45	43	12
46-50	48	15
51-55	53	25
56-60	58	18
61-65	63	10

এখন শ্রেণি মধ্যমানকে ভূজ ও গণসংখ্যাকে কোটি ধরে, $B(43,12)$; $C(48,15)$; $D(53,25)$; $E(58,18)$; $F(63,10)$ ছক কাগজে চিহ্নিত করি।

এখন, সারণি অনুসারে, ১ম শ্রেণি মধ্যমানের পূর্বের শ্রেণি মধ্যমান = $(43-5) = 38$ এবং শেষ শ্রেণি মধ্যমানের পরের শ্রেণি মধ্যমান = $(63+5) = 68$ ।

∴ আরও দুটি বিন্দু $A(38,0)$; $G(68,0)$ ছক কাগজে চিহ্নিত করি।

এখন, A থেকে G পর্যন্ত বিন্দুগুলো পরস্পর সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করি। তাহলে, ABCDEFG-ই নির্ণেয় বহুভুজ হবে।



চ) উপাত্তের অজিত রেখা অঙ্কন করো।

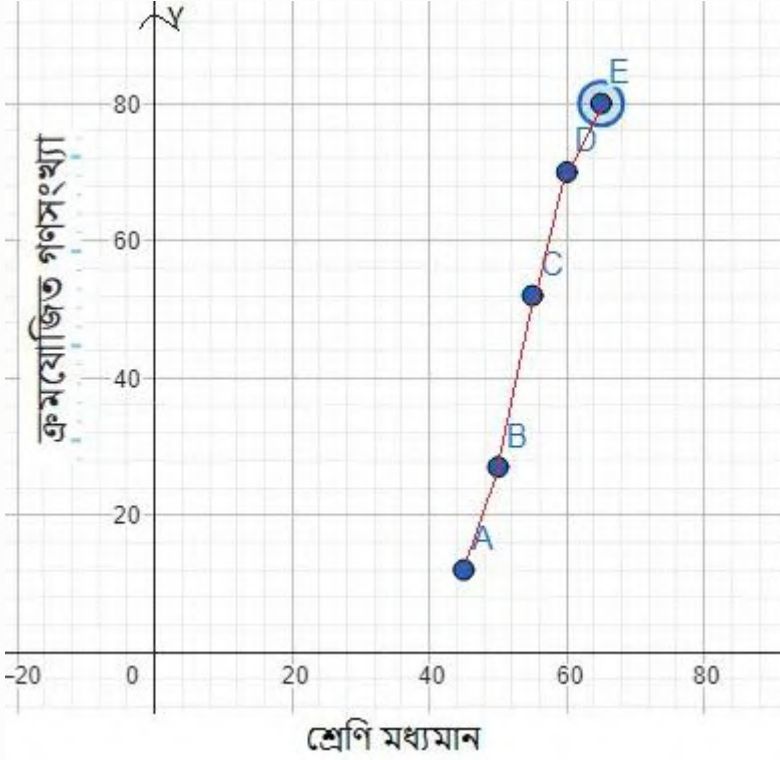
সমাধানঃ

উপাত্ত থেকে পাই,

বয়স (বছরে)	শ্রমিকের সংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
41-45	12	12
46-50	15	27
51-55	25	52

56-60	18	70
61-65	10	80

প্রতিটি শ্রেণির উচ্চসীমাকে ভূজ ও ক্রমযোজিত গণসংখ্যাকে কোটি ধরে $A(45,12)$; $B(50, 27)$; $C(55, 52)$; $D(60,70)$; $E(65,80)$ বিন্দুগুলো ছক কগজে স্থাপন করি। এখন বিন্দুগুলো খালি হাতে পর্যায়ক্রমে যোগ করি। তাহলে প্রাপ্ত ABCDE-বক্ররেখাই নির্ণেয় অজিভ রেখা।



১০। মনে করো তোমার এলাকায় মাঝেমাঝে বিদ্যুৎ থাকে না। সমস্যাটি কীভাবে সমাধান করবে, তার জন্য একটি পরিকল্পনা করো। পরিকল্পনা অনুসারে নিচের কাজগুলো করো:

ক) প্রতিবেশী পরিবারগুলোর এক মাসের বিদ্যুৎ খরচের তথ্য সংগ্রহ।

সমাধানঃ

প্রতিবেশী পরিবারগুলোর এক মাসের বিদ্যুৎ খরচের তথ্য নিম্নরূপঃ

মাসিক বিদ্যুৎ খরচ (টাকা)	পরিবার সংখ্যা
80	2
85	1
90	3
95	5
100	2
105	3
110	1
115	1
120	2
124	1

খ) প্রতিমাসে পরিবারগুলো গড়ে কী পরিমাণ বিদ্যুৎ খরচ করে তা জানার জন্য উপাত্তগুলোকে শ্রেণি বিন্যাসের মাধ্যমে সারণিবদ্ধ করে প্রত্যক্ষ ও সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি ব্যবহার করে গড় নির্ণয়।

সমাধানঃ

উপাত্তগুলোকে শ্রেণি বিন্যাসের মাধ্যমে সারণিবদ্ধ করে পাই,

মাসিক বিদ্যুৎ খরচ (টাকা)	পরিবার সংখ্যা
80-89	3
90-99	8
100-109	5
110-119	2
120-129	3

প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ঃ

এর জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

মাসিক বিদ্যুৎ খরচ (টাকা)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	পরিবার সংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
80-89	84.5	3	253.5
90-99	94.5	8	756
100-109	104.5	5	522.5
110-119	114.5	2	229
120-129	124.5	3	373.5
		$n = 21$	$\sum x_i f_i = 2134.5$

∴ গড়

$$= \sum x_i f_i / n$$

$$= 2134.5 / 21$$

$$= 101.6428 \text{ (প্রায়)}$$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ঃ

এর জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

মাসিক বিদ্যুৎ খরচ (টাকা)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	পরিবার সংখ্যা (f_i)	$u_i = (a - x_i) / h$	$f_i u_i$
80-89	84.5	3	-2	-6
90-99	94.5	8	-1	-8
100-109	104.5 = a	5	0	0
110-119	114.5	2	1	2
120-129	124.5	3	2	6
	$h = 10$	$n = 21$		$\sum f_i u_i = -6$

∴ গড়

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 104.5 + (-6 / 21) \times 10$$

$$= 101.6428 \text{ (প্রায়)}$$

গ) বিদ্যুতের চাহিদা অনুসারে করণীয় সম্পর্কে তোমার মতামত বা প্রস্তাব উপস্থাপন।

সমাধানঃ

(১) শখের জন্য বিন্দুত ব্যবহার কমানো।

- (২) প্রয়োজন ছাড়া বাবু, ফ্যান বন্ধ রাখা।
- (৩) বিদ্যুৎ সাশ্রয়ী উপকরণ ব্যবহার করা।
- (৪) সর্বোপরি বিদ্যুৎ উৎপাদনে সক্ষমতা লাভ করা।

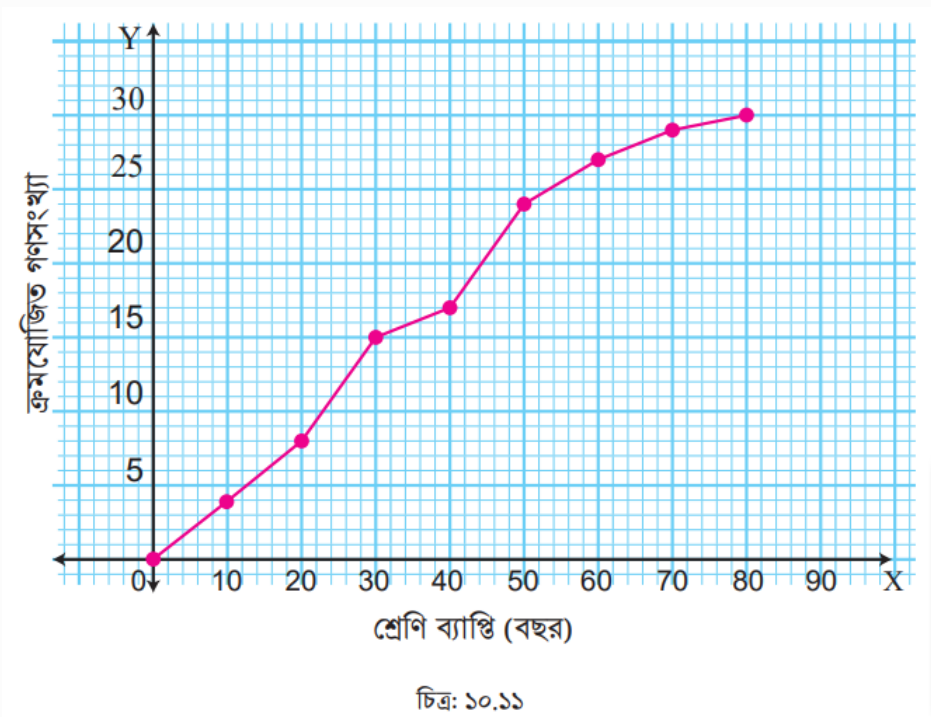
১১। (i) তোমার পরিবারসহ নিকটাত্মীয় 25 জন সদস্যের বয়সের তথ্য (বছরে) সংগ্রহ করে লিপিবদ্ধ করো।
(প্রয়োজনে অভিভাবকের সাহায্য নাও)

সমাধানঃ

আমার পরিবারসহ নিকটাত্মীয় 25 জন সদস্যের বয়সের তথ্য (বছরে) নিম্নরূপঃ

বয়স (বছরে)	সদস্য সংখ্যা বা গণসংখ্যা
5-15	3
15-25	5
25-35	7
35-45	3
45-55	2
55-65	3
65-75	2

(ii) তোমার বন্ধুর পরিবারসহ তার নিকটাত্মীয় 30 জন সদস্যের বয়সের (বছরে) সংগৃহীত তথ্যের লেখচিত্রঃ



- (i) এর উপাত্ত ব্যবহার করে-
- ক) একটি গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো।

সমাধানঃ

আমার পরিবারসহ নিকটাত্মীয় 25 জন সদস্যের বয়সের তথ্য (বছরে) এর গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপঃ

বয়স (বছরে)	গণসংখ্যা
-------------	----------

5-15	3
15-25	5
25-35	7
35-45	3
45-55	2
55-65	3
65-75	2

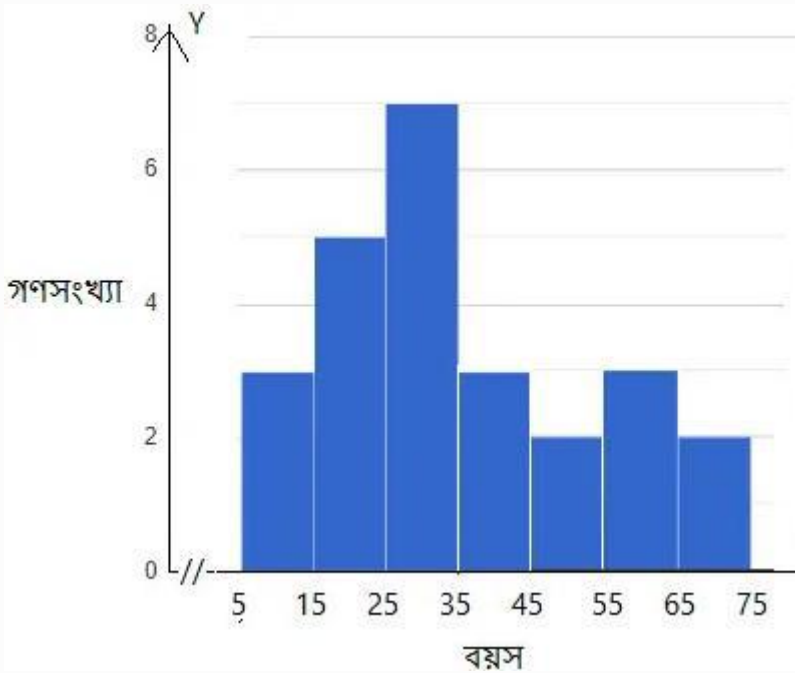
খ) আয়তলেখ অঙ্কন করে আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ ও প্রচুরক নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

আয়তলেখ অঙ্কনঃ

গ্রাফ কাগজে x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 5টি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান 10 একক ধরে সারণির অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমাগুলোর অর্থাৎ বয়সগুলোকে কোনো ফাঁকা না রেখে স্থাপন করি। যেহেতু 0 থেকে শুরু না করে 5 থেকে শুরু হয়েছে সেহেতু x অক্ষে পূর্ববর্তী ঘরগুলো বোঝাতে -//- চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

এখন y অক্ষ (উল্লম্ব রেখা) বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান 1 একক এবং গণসংখ্যা নিয়ে নিচের ছবির মতো কতকগুলো পরস্পর সংলগ্ন আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করা করি যেখানে আয়তক্ষেত্রগুলোর প্রস্থ সারণির শ্রেণি ব্যবধান এবং দৈর্ঘ্য বা উচ্চতা অনুরূপ শ্রেণির গণসংখ্যার সমান। এভাবে নির্ণেয় আয়তলেখ (Histogram) অঙ্কন করি।



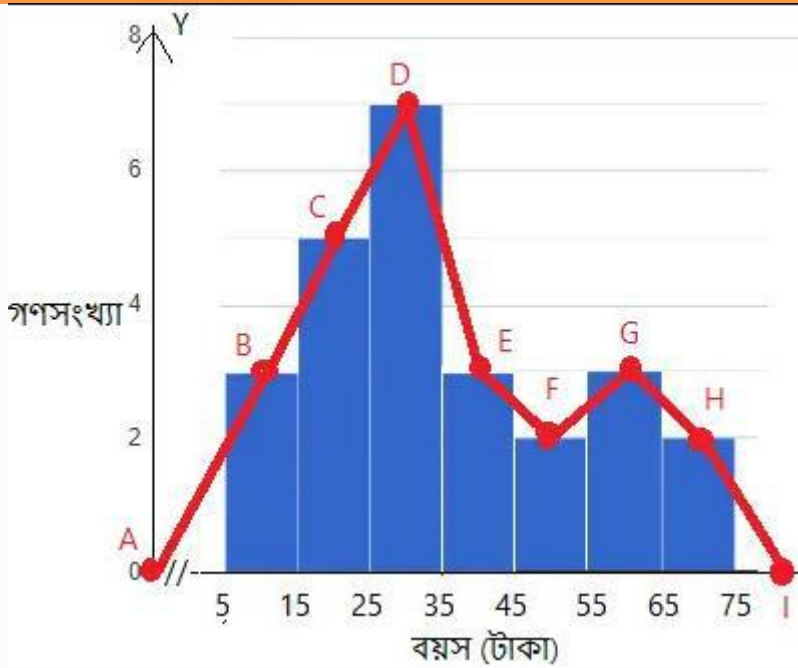
আয়তলেখ থেকে গণসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনঃ

ছক কাগজে আয়তলেখের প্রত্যেকটি আয়তের ভূমির বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু B; C; D; E; F; G; H চিহ্নিত করি।

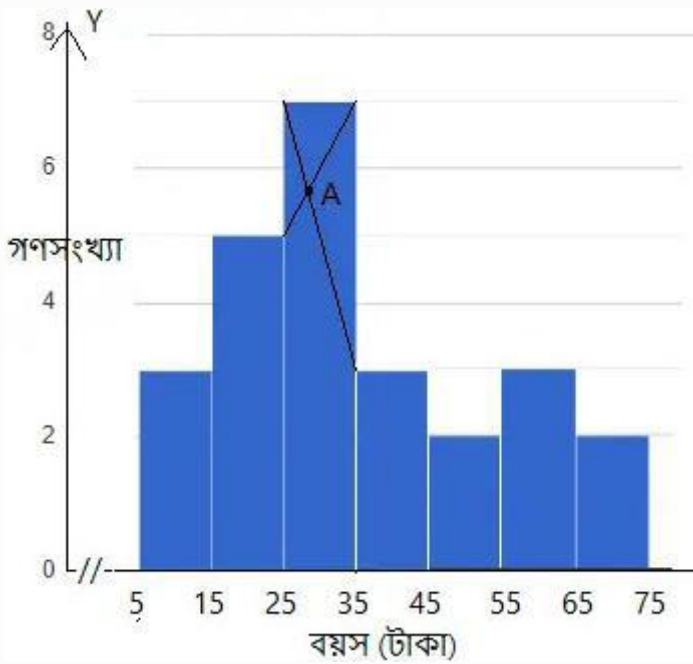
এখন, আয়তলেখে, ১ম বিন্দু 5 এর পূর্বের বিন্দু হবে $(5-10) = -5$ এবং 5 ও -5 এর মধ্যবিন্দু = 0 এছাড়া শেষ বিন্দু 70 এর পরের বিন্দু = $(75+10) = 85$ এবং 75 ও 85 এর মধ্যবিন্দু = 80।

∴ এখন x অক্ষে দুটি বিন্দু A(0,0); I(85,0) ছক কাগজে চিহ্নিত করি।

এখন, A থেকে I পর্যন্ত বিন্দুগুলো পরস্পর সরলরেখাংশ দ্বারা যোগ করি। তাহলে, ABCDEFGHI-ই নির্ণেয় বহুভুজ হবে।



আয়তলেখ থেকে প্রচুরক নির্ণয়ঃ



আয়তলেখের সর্বোচ্চ আয়তের ভূমির বিপরীত বাহুর দুই বিন্দু থেকে উক্ত আয়তক্ষেত্রের দুই পাশের আয়তক্ষেত্রের ভূমির বিপরীত বাহুর যে বিন্দু সর্বোচ্চ আয়তক্ষেত্রের সংলগ্ন সেই বিন্দুদ্বয়ের সাথে চিত্রমত সংযোগ রেখা আঁকি। দুই রেখাদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। গ্রাফ থেকে A বিন্দুর ভূজ হলোঃ 28.33 (প্রায়)।

∴ নির্ণেয় প্রচুরক 27.33 (প্রায়)।

গ) প্রত্যক্ষ ও সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গাণিতিক গড় নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ঃ

এর জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

বয়স (বছরে)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	সদস্য সংখ্যা (f_i)	$x_i f_i$
5-15	10	3	30

15-25	20	5	100
25-35	30	7	210
35-45	40	3	120
45-55	50	2	100
55-65	60	3	180
65-75	70	2	140
		n = 25	$\sum x_i f_i = 880$

∴ গড়

$$= \sum x_i f_i / n$$

$$= 880 / 25$$

$$= 35.2 \text{ (প্রায়)}$$

সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে গড় নির্ণয়ঃ

এর জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

বয়স (বছরে)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	সদস্য সংখ্যা (f_i)	$u_i = (a - x_i)/h$	$f_i u_i$
5-15	10	3	-2	-6
15-25	20	5	-1	-5
25-35	30 = a	7	0	0
35-45	40	3	1	3
45-55	50	2	2	4
55-65	60	3	3	9
65-75	70	2	4	8
h = 10		n = 25		$\sum f_i u_i = 13$

∴ গড়

$$= a + (\sum f_i u_i / n) \times h$$

$$= 30 + (13/25) \times 10$$

$$= 35.2 \text{ (প্রায়)}$$

ঘ) মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

মধ্যক নির্ণয়ঃ

মধ্যক নির্ণয়ের জন্য নিম্নোক্ত সারণি তৈরি করিঃ

বয়স (বছরে)	সদস্য সংখ্যা (f_i)	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
5-15	3	3
15-25	5	8
25-35	7	15
35-45	3	18
45-55	2	20
55-65	3	23
65-75	2	25
h = 10	n = 25	

এখানে, $n = 25$; $n/2 = 25/2 = 12.5$;

অর্থাৎ, 12তম পদ 25-35 শ্রেণিতে অবস্থিত।

মধ্যক শ্রেণির নিম্নমান, $L = 25$;

মধ্যক শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযুক্ত গণসংখ্যা, $F_c = 8$;

মধ্যক শ্রেণির গণসংখ্যা, $f_m = 15$;

শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$

∴ মধ্যক

$$= L + (n/2 - F_c) \times (h/f_m)$$

$$= 25 + (12.5-8) \times 10/15$$

$$= 28$$

প্রচুরক নির্ণয়ঃ

সারণিটি হলোঃ

বয়স (বছরে)	সদস্য সংখ্যা (f_i)
5-15	3
15-25	5
25-35	7
35-45	3
45-55	2
55-65	3
65-75	2
$h = 10$	$n = 25$

যেখানে, সর্বোচ্চ সদস্য সংখ্যা 7 আছে 25-35 শ্রেণিতে।

অতএব,

প্রচুরক শ্রেণির নিম্নসীমা, $L = 25$;

মোট গণসংখ্যা, $n = 25$;

প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা ও তার পূর্ববর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য $f_1 = 7-5 = 2$;

প্রচুরক শ্রেণির গণসংখ্যা ও তার পরবর্তী শ্রেণির গণসংখ্যার পার্থক্য, $f_2 = 7-3 = 4$;

শ্রেণি ব্যবধান, $h = 10$;

∴ প্রচুরক

$$= L + \{f_1/(f_1+f_2)\} \times h$$

$$= 25 + \{2/(2+4)\} \times 10$$

$$= 28.33 \text{ (প্রায়)}$$

ঙ) (ii) এর চিত্র থেকে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো।

গণসংখ্যা সারণি তৈরি:

প্রদত্ত চিত্র হতে শ্রেণি ব্যাপ্তি, ক্রমযোজিত গণসংখ্যা এবং ক্রমযোজিত গণসংখ্যা থেকে গণসংখ্যার সারণি তৈরি করিঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা	গণসংখ্যা
0-10	4	4
10-20	8	$8 - 4 = 4$
20-30	15	$15 - 8 = 7$
30-40	17	$17 - 15 = 2$
40-50	24	$24 - 17 = 7$
50-60	27	$27 - 24 = 3$
60-70	29	$29 - 27 = 2$
70-80	30	$30 - 29 = 1$

চ) তোমার ও তোমার বন্ধুর পরিবারের সদস্যদের গড় বয়সের তুলনামূলক পার্থক্য লেখো। এক্ষেত্রে পরিবারের সদস্য সংখ্যা, বয়স ও শ্রেণি ব্যবধান গড়কে প্রভাবিত করে কি না ব্যাখ্যা করো।

সমাধানঃ

পরে যুক্ত করা হবে।

ছ) চিত্র ও ছক এর মধ্যে তথ্য উপস্থাপন সহজবোধ্য বলে তুমি মনে করো? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

সমাধানঃ

চিত্র ও ছক এর মধ্যে চিত্রকে তথ্য উপস্থাপন এর জন্য সহজবোধ্য বলে আমি মনে করি। কারণঃ

একটি চিত্র হাজার শব্দের সমান। হাজার শব্দের প্রতিবেদনে বা ছকে যে কথাটি ফুটিয়ে তোলা যায় না, অনেক সময় একটি চিত্রই সেই ভাবনাটি সম্পূর্ণরূপে ফুটিয়ে তোলে।

১২ উপাত্ত সংগ্রহ থেকে শুরু করে তথ্য বিশ্লেষণ করে সিদ্ধান্ত গ্রহণ পর্যন্ত কীভাবে কাজগুলো সম্পন্ন করা হয়েছে তা তোমার দলের কাজের ক্রমানুসারে সাজাও। প্রতিটি ধাপে তোমার দলের কাজের সংক্ষিপ্ত বর্ণনা লিখে উপস্থাপন করো। এখানে ধাপগুলো এলোমেলো করে লেখা আছে। যে ধাপ তোমাদের অনুসরণ করতে হয়নি তা বাদ দিবে।

সমাধানঃ

পরে যুক্ত করা হবে।