

প্রশ্ন ১ শিশু পার্কে 4m দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট দুটি দোলনায় বসে দুই বন্ধু দোল খাচ্ছে। দোল খেতে তারা এমন প্রতিযোগিতায় লিপ্ত হল যে, নির্দিষ্ট সময়ে কে কত বেশী সংখ্যক বার দোল খেতে পারে এবং এজন্য প্রথম বন্ধু দোলনায় উঠে দাঁড়ালো আর দ্বিতীয়জন বসেই দোল খেতে থাকল।

[নটর ডেম কলেজ, ঢাকা]

- ক. দশা কী? ১
- খ. সেকেন্ড দোলক মানেই সরল দোলক কিন্তু সরল দোলক মানেই সেকেন্ড দোলক নয়—ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. দ্বিতীয় দোলকটির সাম্যবস্থান হতে বিস্তারের অর্ধেক দূরত্ব যেতে কত সময় লাগবে? ৩
- ঘ. প্রতিযোগিতায় কোন বন্ধু জয়ী হবে বলে তুমি মনে কর। উত্তরের স্বপক্ষে গাণিতিক যুক্তি প্রদান কর। ৪

১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল ছন্দিত স্পন্দন বা তরঙ্গ গতি সম্পন্ন কোনো বস্তুকণার গতির যেকোনো মুহূর্তের সম্যক অবস্থা (তাৎক্ষণিক গতিবেগ, সরণ, ত্বরণ) যে রাশি দ্বারা নির্দেশ করা হয় তাকে দশা বলে।

খ সেকেন্ড দোলক এক প্রকার সরল দোলক যার দোলনকাল দুই সেকেন্ড। কিন্তু সকল সরলদোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড নয়। তাই “সেকেন্ড দোলক মানেই সরল দোলক কিন্তু সরল দোলক মানেই সেকেন্ড দোলক নয়”।

গ দেওয়া আছে, দ্বিতীয় দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 4 \text{ m}$ জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

$$\therefore \text{এর দোলনকাল, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{4\text{m}}{9.8\text{ms}^{-2}}} = 4.014 \text{ sec}$$

$$\text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{4.014} = 1.565 \text{ rad s}^{-1}$$

সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির সমীকরণ, $x = A \sin \omega t$

সাম্যাবস্থান হতে বিস্তারের অর্ধেক দূরত্ব অতিক্রম করলে, $x = \frac{A}{2}$

$$\therefore \frac{A}{2} = A \sin (1.565 \times t)$$

$$\text{বা, } 1.565t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore t = 0.334 \text{ s (Ans.)}$$

$$\text{ঘ} \text{ ২য় প্রতিযোগীর দোলনের কম্পাঙ্ক, } f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{4.014 \text{ sec}} = 0.249 \text{ Hz}$$

প্রথম প্রতিযোগীর ক্ষেত্রে,

দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 4m অপেক্ষা কম হবে, কারণ সে দাড়িয়ে থাকায় ঝুলন বিন্দু হতে সামগ্রিক সিস্টেমের ভারকেন্দ্রের দূরত্ব 4m অপেক্ষা কম। সামগ্রিক সিস্টেমের মধ্যে ঐ প্রতিযোগীর দেহ এবং ঐ দোলনার বডি বুঝায়।

মনে করি, এক্ষেত্রে কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_1 = 3.5 \text{ m}$

$$\text{তাহলে দোলনকাল, } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{3.5\text{m}}{9.8\text{ms}^{-2}}} = 3.755 \text{ sec}$$

$$\text{এবং কম্পাঙ্ক, } f_1 = \frac{1}{T} = \frac{1}{3.755 \text{ sec}} = 0.266 \text{ Hz}$$

লক্ষ্য করি, $0.266 \text{ Hz} > 0.249 \text{ Hz}$

বা, $f_1 > f_2$

অর্থাৎ প্রথম প্রতিযোগীর দোলনের কম্পাঙ্ক বেশি। সুতরাং নির্দিষ্ট পরিমাণ সময়ে প্রথম প্রতিযোগী বেশী সংখ্যক দোলন দিতে পারবে এবং সে জিতবে।

প্রশ্ন ২ অনুভূমিক দিকে 710g ভরের একটি ইট একটি স্প্রিং এর সাথে যুক্ত আছে যার স্প্রিং ধ্রুবকের মান 18 Nm^{-1} । ইটটির সর্বাধিক বিস্তার 54mm। ব্যবস্থাটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে গতিশীল আছে এবং ইটটির যে কোন মুহূর্তের সরণ 34mm।

[ঢাকা কলেজ, ঢাকা]

- ক. সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য কাকে বলে? ১
- খ. সমবেগে চলমান লিফটে সরল দোলকের কিরূপ পরিবর্তন ঘটে তা ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উদ্দীপকে বর্ণিত উপাত্তের সাহায্যে ইটের বেগের মান নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. অন্য একটি অবস্থানে গিয়ে ইটের বেগের মান 0.03 ms^{-1} কমে গেলে সাম্যবস্থার সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তন বিশ্লেষণ কর। ৪

২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরল দোলকের ঝুলন বিন্দু হতে বরের ভারকেন্দ্র পর্যন্ত দূরত্বকে এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য বলে।

খ সমবেগে চলমান লিফটে সরল দোলকের কার্যকরী ত্বরণের পরিবর্তন ঘটে না, অর্থাৎ কার্যকরী ত্বরণের মান $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ এর সমান হয়। তাই লিফট স্থির অবস্থায় যে দোলনকাল হয়, সমবেগে চলতে থাকলে একই দোলনকাল হয়।

গ দেওয়া আছে,

ইটের ভর, $m = 710 \text{ g} = 0.71 \text{ kg}$

স্প্রিং ধ্রুবক, $k = 18 \text{ Nm}^{-1}$

ইটের দোলনগতির সর্বাধিক বিস্তার, $A = 54 \text{ mm} = 54 \times 10^{-3} \text{ m}$

ইটের যেকোনো মুহূর্তের সরণ, $x = 34 \text{ mm} = 34 \times 10^{-3} \text{ m}$

বের করতে হবে, ইটের তাৎক্ষণিক বেগ, $v = ?$

ইটের দোলনের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে,

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}$$

$$= \left[\frac{18 \text{ Nm}^{-1}}{0.71 \text{ kg}} \{ (54 \times 10^{-3} \text{ m})^2 - (34 \times 10^{-3} \text{ m})^2 \} \right]^{\frac{1}{2}} = 0.211 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ অন্য একটি অবস্থানে ইটের তাৎক্ষণিক বেগের মান, $v =$

$$0.211 \text{ ms}^{-1} - 0.03 \text{ ms}^{-1} = 0.181 \text{ ms}^{-1}$$

সাম্যাবস্থান হতে ঐ অবস্থানের সরণ x হলে,

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

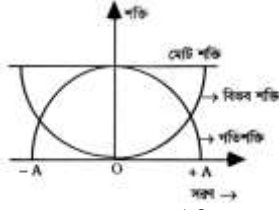
$$\text{বা, } \left(\frac{v}{\omega} \right)^2 = A^2 - x^2$$

$$\text{বা, } x^2 = A^2 - \left(\frac{v}{\omega} \right)^2$$

$$\therefore x = \sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega} \right)^2} = \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{k/m}} = \sqrt{(54 \times 10^{-3})^2 - \frac{(0.181 \text{ ms}^{-1})^2}{18/0.71}} = 0.0403 \text{ m} = 40.3 \text{ mm}$$

সাম্যাবস্থান হতে পূর্বে সরণ ছিলো 34mm, বর্তমানে সরণ = 40.3mm। তাহলে সাম্যবস্থার সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তন = 40.3mm - 34mm = 6.3mm (একই দিকে হলে) অথবা, (40.3mm + 34mm) = 74.3mm (পরস্পর বিপরীত দিকে হলে)।

প্রশ্ন ৩ তাবাসসুমকে তার শিক্ষক 0.01m বিস্তার এবং 12Hz কম্পাংকের সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার শক্তি বনাম সরনের লেখচিত্র দেখাতে বলল সে নিচের চিত্রের মত লেখচিত্র অংকন করলো।



[আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিবিল, ঢাকা]

- ক. দশা কাকে বলে? ১
খ. সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে? ২
গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত কণাটির 0.005m সরণে বেগ কত হবে? ৩
ঘ. কণাটির $x = A, \frac{A}{2}, 0$ অবস্থানের প্রেক্ষিতে দেখাও যে, যান্ত্রিক শক্তি স্থির থাকে। ৪

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক তরঙ্গ সঞ্চালনকারী কোনো কণার যেকোনো মুহূর্তের গতির সম্যক অবস্থা (সরণ, বেগ, ত্বরণ) কে যে রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয় তাকে দশা বলে।

খ সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল কণার বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ থাকতে পারে। স্থানটি যখন বিস্তারের প্রান্তবিন্দুতে থাকে, তখন এর বেগ শূন্য হলেও ত্বরণ সর্বোচ্চ। (অর্থাৎ ত্বরণ অশূন্য মানের।)

জানা আছে, বেগ, $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ এবং ত্বরণ, $a = -\omega^2 x$

যখন, $x = A$ তখন বেগ, $v = \omega \sqrt{A^2 - A^2} = 0$

কিন্তু ত্বরণ, $a = \omega^2 A$; যা অশূন্য

গ দেওয়া আছে, সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির বিস্তার, $A = 0.01m$
কম্পাংক, $f = 12Hz$
সাম্যবস্থান হতে তাৎক্ষণিক সরণ, $x = 0.005m$

বের করতে হবে, তাৎক্ষণিক বেগ, $v = ?$

কৌণিক কম্পাংক ω হলে, আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= \omega \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= (2\pi f) \sqrt{A^2 - x^2} \\ &= (2 \times 3.1416 \times 12Hz) \sqrt{(0.01m)^2 - (0.005m)^2} \\ &= 0.653 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ ধরি, কণাটির ভর, m ।

$x = A$ অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2(A^2 - x^2)$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2(A^2 - A^2) = 0; [\omega = \text{কৌণিক কম্পাংক}]$$

এবং বিভবশক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

$\therefore x = A$ অবস্থানে কণাটির যান্ত্রিক শক্তি $=$ বিভব শক্তি $+$ গতিশক্তি

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 + 0 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2 \left\{ A^2 - \left(\frac{A}{2} \right)^2 \right\}$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 \cdot \frac{3A^2}{4} = \frac{3}{8} m\omega^2 A^2$$

এবং বিভব শক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2 \left(\frac{A}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} m\omega^2 A^2$

$\therefore x = \frac{A}{2}$ অবস্থানে কণাটির যান্ত্রিক শক্তি $= \frac{3}{8} m\omega^2 A^2 + \frac{1}{8} m\omega^2 A^2$

$$= \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{8} \right) m\omega^2 A^2 = \frac{4}{8} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$x = 0$ অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2(A^2 - 0^2) = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

এবং বিভব শক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2(0)^2 = 0$

$\therefore x = 0$ অবস্থানে কণাটির যান্ত্রিক শক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 + 0 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

গাণিতিক বিশ্লেষণে দেখা যাচ্ছে যে,

$x = A, \frac{A}{2}, 0$ সকল অবস্থানেই কণাটির যান্ত্রিক শক্তি $\frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

\therefore স্পন্দনকালে সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণাটির যান্ত্রিক শক্তি সর্বদা স্থির থাকে।

প্রশ্ন ৪ A ও B দুটি সেকেন্ড দোলক নিয়ে A দোলকটিকে 8840 মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট এভারেস্টের চূড়ায় এবং B দোলকটিকে 10000 মিটার গভীর খনির অভ্যন্তরে নিয়ে তাদের দোলন পর্যবেক্ষণ করা হচ্ছে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6m । [সামসুল হক খান স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

- ক. মুক্তি বেগ কি? ১
খ. ভূ-স্থির কৃত্রিম উপগ্রহের ত্বরণ আছে কিনা ব্যাখ্যা কর। ২
গ. এভারেস্টের উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত? ৩
ঘ. কোন দোলকটি দ্রুত চলবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো গ্রহের পৃষ্ঠ হতে যেকোনো বস্তুকে ন্যূনতম যে বেগে নিক্ষেপ করলে বস্তুটি ঐ গ্রহের অভিকর্ষের প্রভাব কাটিয়ে মহাশূন্যে চলে যায় এবং আর ফিরে আসে না, তাকে ঐ গ্রহের মুক্তি বেগ বলে।

খ ভূ-স্থির কৃত্রিম উপগ্রহের ত্বরণ আছে, এই ত্বরণ হলো কেন্দ্রমুখী ত্বরণ। ঐ উপগ্রহের ওপর পৃথিবী যে অভিকর্ষ বল প্রয়োগ করে তাই হলো এক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বল। এ বলের ক্রিয়ায় প্রতিটি মুহূর্তে উপগ্রহের গতির দিকের পরিবর্তন ঘটে এবং এটি বৃত্তপথে ঘুরতে বাধ্য হয়।

গ দেওয়া আছে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6m$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে এভারেস্টের উচ্চতা, $h = 8840m$

জানা আছে, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

বের করতে হবে এভারেস্টের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = ?$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G এবং পৃথিবীর ভর M হলে,

$$\text{আমরা জানি, } g = \frac{GM}{R^2} \text{ এবং } g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\therefore \frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

$$\therefore g' = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 = 9.8 \text{ ms}^{-2} \times \left(\frac{6.4 \times 10^6m}{6.4 \times 10^6m + 8840m} \right)^2$$

$$= 9.773 \text{ ms}^{-2}$$

ঘ ভূ-পৃষ্ঠ হতে $d = 10000m$ গভীরতায় ভূ-অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ

$$\text{ত্বরণ, } g'' = g \left(1 - \frac{d}{R} \right)$$

$$= 9.8 \text{ ms}^{-2} \left(1 - \frac{10000m}{6.4 \times 10^6m} \right) = 9.7847 \text{ ms}^{-2}$$

\therefore A ও B দোলকের অবস্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের অনুপাত,

$$\frac{g'}{g''} = \frac{9.773 \text{ ms}^{-2}}{9.7847 \text{ ms}^{-2}} = 0.9988$$

\therefore উক্ত স্থানদ্বয়ের দোলকদ্বয়ের দোলনকাল যথাক্রমে T' ও T'' হলে

$$\text{সরল দোলকের ত্বরণের } \left(T \propto \frac{1}{\sqrt{g}} \right) \text{ সূত্রানুসারে, } \frac{T'}{T''} = \sqrt{\frac{g'}{g''}} = \sqrt{0.9988}$$

$$\therefore T' < T''$$

অর্থাৎ B স্থানে দোলনকাল কম, তাই B স্থানে দোলকটি দ্রুত চলবে।

প্রশ্ন ৫ একটি স্প্রিং-এর অগ্রভাগে 0.30kg ভরের বস্তু ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0.392m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা থেকে আরও $8 \times 10^{-2}m$ লম্বা করে ছেড়ে দেয়া হলো। [রেসিডেন্সিয়াল মডেল স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা]

ক. স্বরমাধুর্য কী? ১

খ. আরোপিত কম্পন ও স্বাভাবিক কম্পনের মধ্যে পার্থক্য কী? ২

গ. ভারযুক্ত অবস্থায় স্প্রিং-এ সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. প্রয়োজনীয় বিশেষ-ঘণসহ 2sec সময়ে বস্তুটির সাম্যাবস্থান থেকে সরণ বের কর। 8

৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কতকগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে স্বরমাদুর্ঘ্য বলে।

খ কোনো বস্তুকে আঘাত করে বাহ্যিক বল সরিয়ে নিয়ে বস্তুটিকে মুক্তভাবে কম্পিত হতে দিলে এরূপ কম্পনকে স্বাভাবিক কম্পন বলে। কিন্তু বাহ্যিক পর্যাবৃত্ত বল সরিয়ে না নিলে বস্তুটি প্রথমে অনিয়মিতভাবে কম্পিত হলেও কিছুক্ষণ পর আরোপিত বলের কম্পাঙ্কে কাঁপতে বাধ্য হয়। এরূপ কম্পনকে আরোপিত কম্পন বলে।
আরোপিত কম্পনে অনুদাদ সৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা থাকলেও স্বাভাবিক কম্পনের ক্ষেত্রে অনুদাদ সৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা নেই।

গ দেওয়া আছে, বুলানো ভর, $m = 0.30\text{kg}$
স্প্রিংটির সম্ভারণ, $x = 0.392\text{m}$

ভারযুক্ত অবস্থায় স্প্রিং-এ সঞ্চিত শক্তি, $U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kx \cdot x$ [k = স্প্রিং-এর বল প্রবক]

আমরা জানি, $kx = mg$

$$\therefore U = \frac{1}{2} mg \cdot x = \frac{1}{2} \times 0.30\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} \times 0.392\text{m} = 0.576\text{J (Ans.)}$$

ঘ স্প্রিংটির লিফস্প্রিং ভর বুলানোর পর একে সাম্যাবস্থান থেকে আরও $8 \times 10^{-2}\text{m}$ লম্বা করে ছেড়ে দেয়ার অর্থ হলো, সৃষ্ট সরল ছন্দিত স্পন্দনের বিস্তার, $A = 8 \times 10^{-2}\text{m}$

স্পন্দনের কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{x}}$
[x হলো ভর বুলানোর ফলে সৃষ্ট প্রসারণ]

সাম্যাবস্থান হতে তাৎক্ষণিক সরণের সমীকরণ:

$$y = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = A \cos \omega t$$

$$\therefore t = 2\text{sec} \text{ মুহূর্তে সাম্যাবস্থান হতে বস্তুটির সরণ}$$

$$y = (8 \times 10^{-2}\text{m}) \cos(5\text{rad.s}^{-1} \times 2\text{sec}) = (8 \times 10^{-2}\text{m}) \cos(10\text{rad}) = -0.067\text{m}.$$

প্রশ্ন ৬ একটি সরল ছন্দিত গতি সম্পন্ন কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল 30s এবং আদি সরণ 0.05m.

[সরকারি বিজ্ঞান কলেজ, ঢাকা]

ক. সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কাকে বলে? 1

খ. $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$ সমীকরণের একটি সমাধান হলো $x = A \cos 2t$ ব্যাখ্যা কর। 2

গ. কণাটির আদি দশা কত? 3

ঘ. 5s ও 35s সময়ে কণাটির গতি দশা নির্ণয় করে প্রাপ্ত ফলাফলের ভৌত তাৎপর্য চিত্র ঐকে ব্যাখ্যা কর। 8

৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পর্যাবৃত্ত ও স্পন্দনগতি সম্পন্ন কোনো বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, যেকোনো মুহূর্তে এর ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তখন এর গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি বলে।

খ $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$ সমীকরণের বামপক্ষে $x = A \cos 2t$ বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + 4x &= \frac{d}{dt} \left\{ \frac{d}{dt} (A \cos 2t) \right\} + 4(A \cos 2t) \\ &= \frac{d}{dt} (-2A \sin 2t) + 4A \cos 2t = -2A \frac{d}{dt} (\sin 2t) + 4A \cos 2t \\ &= -4A \cos 2t + 4A \cos 2t = 0 \end{aligned}$$

সুতরাং $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$ সমীকরণের একটি সমাধান হলো $x = A \cos 2t$.

গ দেওয়া আছে, কণাটির গতির সমীকরণ: $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$
বের করতে হবে, আদি দশা, $\delta = ?$

উপরোক্ত সমীকরণে $t = 0$ এবং $y = 0.05\text{m}$ বসিয়ে পাই,

$$0.05 = 10 \sin(\omega \cdot 0 + \delta) \text{ বা, } \sin \delta = \frac{0.05}{10} = 0.005$$

$$\therefore \delta = \sin^{-1}(0.005) = 0.286^\circ = 5 \times 10^{-3} \text{ rad (Ans.)}$$

ঘ $t = 5\text{s}$ মুহূর্তকালে গতিদশা $= \omega \times 5 + \delta = \frac{2\pi}{T} \times 5 + \delta$

$$= \left(\frac{2 \times 3.1416 \times 5}{30} + 5 \times 10^{-3} \right) \text{ rad} = 1.0522 \text{ rad}$$

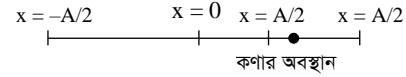
$t = 35\text{sec}$ মুহূর্তকালে গতিদশা $= \omega \times 35 + \delta = \frac{2\pi}{T} \times 35 + \delta$

$$= \left(\frac{2 \times 3.1416 \times 35}{30} + 5 \times 10^{-3} \right) \text{ rad} = 7.3354 \text{ rad}$$

7.3354 rad দশার সমতুল্য ন্যূনতম মানের দশা $= (7.3354 - 2\pi) \text{ rad}$

$$= 1.0522 \text{ rad}$$

সুতরাং ঐ মুহূর্তকালদ্বয়ে সরল ছন্দিত কণাটির গতির অবস্থান হবে সাম্যাবস্থান হতে $x = \frac{A}{2}$ দূরত্বের কিছুটা বাইরে, যা চিত্রে দেখানো হলো:



প্রশ্ন ৭ রিমা পদার্থ বিজ্ঞান পরীক্ষাগারে একটি স্প্রিং-এ 200g ভর যুক্ত করে স্বল্প বিস্তারে স্পন্দিত করলে সেটি 20 সেকেন্ডে 35টি স্পন্দন দেয়। সে এতে আরও 100g ভর যুক্ত করে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে সেটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে থাকে।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, জাহানাবাদ, খুলনা]

ক. প্রান্ত্রবেগ কাকে বলে? 1

খ. কাচের সাথে পারদের স্পর্শ কোণ 140° বলতে কী বোঝ? 2

গ. স্পন্দনের পর্যায়কাল নির্ণয় কর। 3

ঘ. যদি অতিরিক্ত ভর যুক্ত না করে প্রাথমিক ভরকে 95Nm^{-1} প্রবকের স্প্রিং-এ যুক্ত করে স্পন্দিত করত তবে কম্পাঙ্কের কোনো পরিবর্তন হত কিনা ব্যাখ্যাসহ গাণিতিকভাবে মতামত দাও। 8

৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো প্রবাহীর মধ্যদিয়ে কোনো বস্তু গমনকালে এর ওপর সম্মুখ দিকে প্রবমানের বল প্রযুক্ত হলে এটি সর্বোচ্চ যে বেগ অর্জন করে তাকে ঐ প্রবাহীতে ঐ বস্তুর প্রান্ত্রবেগ বলে।

খ কাচের সাথে পারদের স্পর্শ কোণ 140° বলতে বুঝায়, কাচ ও পারদের স্পর্শবিন্দু হতে বক্র পারদ তলে অঙ্কিত স্পর্শক কাচের সাথে পারদের মধ্যে 140° কোণ উৎপন্ন করে।

গ দেওয়া আছে, মোট সময়কাল, $t = 20 \text{ sec}$
এবং স্পন্দন সংখ্যা, $N = 35$

$$\therefore \text{স্পন্দনের পর্যায়কাল, } T = \frac{t}{N} = \frac{20\text{sec}}{35} = 0.57\text{sec (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকের স্প্রিংটির স্প্রিং প্রবক k হলে, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
বা, $k = \omega^2 m$

$$= \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \times m = \left(\frac{2 \times 3.1416}{0.57\text{sec}} \right)^2 \times 0.2\text{kg} = 24.3 \text{ Nm}^{-1}$$

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{m}} = \frac{1}{2 \times 3.1416} \sqrt{\frac{95\text{Nm}^{-1}}{0.2\text{kg}}} = 3.47\text{Hz}$$

যেহেতু $3.47\text{Hz} \neq 1.43\text{Hz}$

অর্থাৎ $f' \neq f$

সুতরাং যদি অতিরিক্ত ভর যুক্ত না করে প্রাথমিক ভরকে 95Nm^{-1} ধ্রুবকের স্থিতি-এ যুক্ত করে স্পন্দিত করতো তবে কম্পাঙ্কের পরিবর্তন হতো।

প্রশ্ন ৮ একটি সেকেন্ড দোলক পৃথিবী পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। দোলকটির দৈর্ঘ্য ২২৫% বাড়ানো হলে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়। দোলকটি পাহাড়ের উচ্চতায় নিয়ে গেলে দিনে ১০sec ধীরে চলে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400Km । [খুলনা পাবলিক কলেজ, খুলনা]

ক. টর্ক এর সংজ্ঞা দাও। ১

খ. নিক্ষেপণ কোণ 45° হলে অনুভূমিক পাল-এ সর্বাধিক হয় কেন? ২

গ. দোলকটির দোলনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে? ৩

ঘ. উদ্দীপকের তথ্য অনুসারে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব কিনা যাচাই কর। ৪

৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে ভৌত রাশির ক্রিয়ায় কোনো বস্তুতে ঘূর্ণন প্রবণতা সৃষ্টি হয় তাকে টর্ক বলে। প্রযুক্ত বলের মান এবং ঘূর্ণন অক্ষ হতে বলের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্বের গুণফল দ্বারা টর্ক পরিমাপ করা হয়।

খ অনুভূমিক পাল-এ,

$R = \text{নিক্ষেপণ বেগের অনুভূমিক উপাংশ} \times \text{উড্ডয়নকাল} = v_0 \cos \theta_0 \times T$

$$= v_0 \cos \theta_0 \times \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{2v_0^2}{g} \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

v_0, g ধ্রুবমানের হওয়ায় θ_0 এর যে মানের জন্য $\sin \theta_0$ এবং $\cos \theta_0$ এর গুণফল বৃহত্তম হবে সে মানের জন্য অনুভূমিক পাল-এও বৃহত্তম হবে।

$$\text{এখানে, } \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \frac{1}{2} \times 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0 = \frac{1}{2} \sin 2\theta_0$$

$\sin 2\theta_0$ সর্বোচ্চ হবে যদি $2\theta_0 = 90^\circ$ বা, $\theta_0 = 45^\circ$ হয়। এ কারণেই নিক্ষেপণ কোণ 45° হলে অনুভূমিক পাল-এ সর্বাধিক হয়।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবী পৃষ্ঠে দোলনকাল, $T_1 = 2\text{sec}$ আদি কার্যকর দৈর্ঘ্য L_1 হলে পরিবর্তিত কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_2 = L_1 + L_1 \times 225\% = 3.25L_1$

বের করতে হবে, পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = ?$

সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্র হতে আমরা জানি, $T \propto \sqrt{L}$

$$\therefore \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$\text{বা, } T_2 = T_1 \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = 2\text{sec} \times \sqrt{\frac{3.25L_1}{L_1}} = 3.60\text{sec (Ans.)}$$

ঘ পাহাড়ের উচ্চতা h হলে পাহাড়ের শীর্ষে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$ এখানে, g হলো ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং R হলো পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

আবার, সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রানুসারে, $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}}$

$$\text{বা, } \frac{g}{g'} = \left(\frac{T'}{T} \right)^2$$

$$\text{তাহলে, } \frac{g}{g'} = \left(\frac{T'}{T} \right)^2 = \left(\frac{R+h}{R} \right)^2 \text{ বা, } \frac{T'}{T} = \frac{R+h}{R}$$

$$\text{বা, } \frac{T'}{T} = 1 + \frac{h}{R}$$

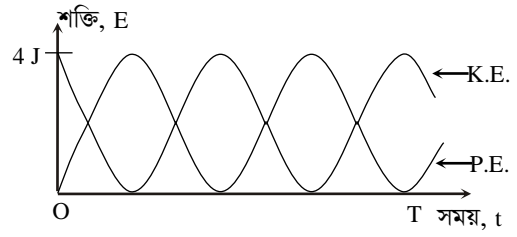
কিন্তু সারাদিনে ১০sec ধীরে চলে বলে $T' \times (86400 - 10) = T \times 86400$

$$\text{বা, } = \frac{86400 + 10}{43200} \text{ sec} \\ = 1.000115754$$

$$\text{বা, } h = (1.000115754 - 1) R = 0.000115754 \times 6.4 \times 10^6 \text{m} \\ = 740.83 \text{m}$$

সুতরাং উদ্দীপকের তথ্যানুসারে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা সম্ভব।

প্রশ্ন ৯ চিত্রে একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার সময়ের সাপেক্ষে বিভব শক্তি ও গতিশক্তির লেখচিত্র দেখানো হলো যার স্পন্দনের পর্যায়কাল T ।



[সরকারি এমএম কলেজ, যশোর]

ক. স্পন্দনরত বস্তুকণার দশা বলতে কী বোঝ? ১

খ. সরল দোলকের ওপর কার্যকরী যে বলের কারণে ববটি সাম্যাবস্থায় ফিরে আসে তা একটি পর্যাবৃত্ত রাশি- ব্যাখ্যা কর। ২

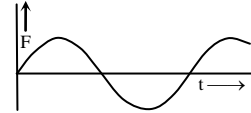
গ. $\frac{T}{8}$ সময়ে K.E. এর মান কত? ৩

ঘ. উদ্দীপকের গতিশক্তির লেখচিত্র গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ৪

৯ নং প্রশ্নের উত্তর

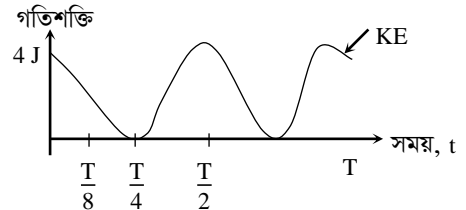
ক দশা বলতে সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল কোনো কণার যে কোনো মুহূর্তের গতির সম্যক অবস্থা অর্থাৎ সরণ, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদি বুঝায়।

খ সরল দোলকের ওপর কার্যকরী যে বলের কারণে এটি সাম্যাবস্থায় ফিরে আসে তাহলো প্রত্যয়নী বল (F)। ঐ প্রত্যয়নী বল বনাম সময় লেখ নিরূপণ :



মনে করি, পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন বস্তুটি ডানে-বামে দুলছে। y অক্ষের ধনাত্মক দিক দ্বারা প্রত্যয়নী বলের দিক ডানদিকে বুঝানো হয়, তাহলে y অক্ষের ঋণাত্মক দিক দ্বারা প্রত্যয়নী বলের দিক বামদিকে বুঝানো হয়। প্রত্যয়নী বল নির্দিষ্ট সময় পরপর একই মানসম্পন্ন এবং একই দিক সম্পন্ন হয়। সুতরাং সরল দোলকের ওপর প্রত্যয়নী বল পর্যাবৃত্ত রাশি।

গ



লেখচিত্র হতে দেখা যায়, মোট শক্তি 4J.

$\frac{T}{8}$ sec পর গতিশক্তি এবং বিভবশক্তি সমান হয়ে যায়।

সুতরাং গতিশক্তি = বিভবশক্তি

এখন, মোট শক্তি = গতিশক্তি + বিভবশক্তি

বা, $4J = 2 \times \text{গতিশক্তি}$

$\therefore \text{গতিশক্তি} = 2J.$

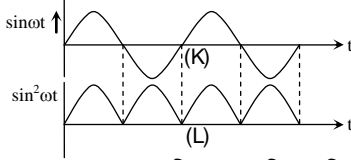
সুতরাং $\frac{T}{8}$ sec পর গতিশক্তি 2J.

ঘ $t = 0$ মুহূর্তে K.E. = 0, অর্থাৎ $t = 0$ মুহূর্তে দোলকটি বিস্ফোরণের প্রাসঙ্গ্যবিন্দুতে ছিল, তাই সাম্যাবস্থান হতে এর সরণের

সমীকরণ : $x = A \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = A \cos(\omega t)$

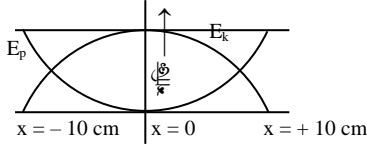
তাত্ত্বিক বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin \omega t$

এবং তাত্ত্বিক গতিশক্তি, $K.E. = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \sin^2 \omega t$



m, A, ω প্রসবক হওয়ায় দোলকটির তাৎক্ষণিক গতিশক্তির লেখচিত্র (খ) চিত্রের ন্যায়, যা উদ্দীপকে দেখানো হয়েছে।

প্রশ্ন ১০ চিত্রে 25g ভরের কোন বস্তুকণার সরণ বনাম শক্তির লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। কণাটি $x = 0$ অবস্থানে থেকে $x = 10\text{cm}$ অবস্থানে যেতে 0.1sec সময় নেয়।



[বিএএফ শাহীন কলেজ, যশোর]

- ক. কৌণিক ভরবেগ কাকে বলে? ১
- খ. ক্রিকেট বল ধরার সময় হাত বলের গতির দিকে কিছুটা টেনে থামানো হয় কেন? ২
- গ. $x = 5\text{cm}$ অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. অর্ধ পর্যায়কাল পরে স্পন্দকটির বিভব শক্তির পুনরাবৃত্তি ঘটে তা উদ্দীপকের আলোকে বিচার কর। ৪

১০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বিন্দু বা অক্ষকে কেন্দ্র করে ঘূর্ণায়মান কোনো কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে ঐ বিন্দু বা অক্ষের সাপেক্ষে কণাটির কৌণিক ভরবেগ বলে।

খ ক্রিকেট বল ধরার সময় হাত বলের গতির দিকে কিছুটা টেনে থামানো হয়। এর উদ্দেশ্য হলো, হাতের তালু এবং বলের মধ্যকার ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার সময়কাল বৃদ্ধি করা। বলটি পুরোপুরি থেমে যাওয়ার জন্য এর ভরবেগের পরিবর্তন বা বলের ঘাত (impulse of Force) সুনির্দিষ্ট।
 $F \times t =$ প্রসবমানের হওয়ায় t বৃদ্ধি করার মাধ্যমে F এর মান কমানো হয়। এতে হাতের তালুর ওপর কম মানের বল প্রয়োগ করে এবং হাতের ক্ষতি হয় না।

গ দেওয়া আছে, স্পন্দন গতির বিস্তার, $A = 10\text{cm} = 0.1\text{m}$
 বস্তুর ভর, $m = 25\text{g} = 0.025\text{kg}$
 পর্যায়কাল বা দোলনকাল, $T = 4 \times t$ ($x = 0$ হতে $x = 10\text{cm}$ অবস্থানে যেতে সময়কাল, $t = 0.1\text{sec}$)
 $= 4 \times 0.1\text{sec} = 0.4\text{sec}$

বের করতে হবে, $x = 5\text{cm} = 0.05\text{m}$ অবস্থানে কণাটির গতিশক্তি, $E_K = ?$

$$\text{নির্ণেয় গতিশক্তি, } E_K = \frac{1}{2} m \omega^2 (A^2 - x^2) = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 m (A^2 - x^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.025\text{kg} \times \left(\frac{2 \times 3.1416}{0.4\text{sec}} \right)^2 \{ (0.1\text{m})^2 - (0.05\text{m})^2 \}$$

$$= 0.02313\text{J (Ans.)}$$

ঘ মনে করি, কোনো একটি মুহূর্তে $t = t_1$ এ স্পন্দকটি সাম্যবস্থায় হতে x_1 পরিমাণ সরণ লাভ করে।

তাহলে ঐ মুহূর্তে স্পন্দকটির বিভবশক্তি, $E_P = \frac{1}{2} m \omega^2 x_1^2$

এখানে, $x_1 = A \sin(\omega t_1)$ [যদি $t = 0$ মুহূর্তে স্পন্দকটি সাম্যবস্থানে থাকে, তবে এর তাৎক্ষণিক সরণের সমীকরণ, $x = A \sin(\omega t)$]

$t = t_1 + \frac{T}{2}$ ($T =$ পর্যায়কাল) মুহূর্তে সাম্যবস্থান হতে স্পন্দকটির সরণ,

$$x_2 = A \sin \left[\omega \left(t_1 + \frac{T}{2} \right) \right]$$

$$= A \sin \left[\omega t_1 + \omega \cdot \frac{T}{2} \right] = A \sin \left[\omega t_1 + \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} \right]$$

$$= A \sin [\omega t_1 + \pi] = -A \sin(\omega t_1) = -x_1$$

অর্থাৎ অর্ধপর্যায়কাল পরে সাম্যবস্থান হতে স্পন্দকটির সরণের মান একই হবে, তবে সরণ হবে সাম্যবস্থানের সাপেক্ষে পূর্বের সরণের বিপরীত।

$$\text{এবং, } (-x_1)^2 = x_1^2$$

তাই $t = t_1$ এবং $t = t_1 + \frac{T}{2}$ মুহূর্তকালদ্বয়ে স্পন্দকটি বিভবশক্তি হবে,

$$\frac{1}{2} m \omega^2 x_1^2$$

সুতরাং, অর্ধ পর্যায়কাল পরে স্পন্দকটির বিভবশক্তির পুনরাবৃত্তি ঘটে।

প্রশ্ন ১১ সোহেল 0.9915m দীর্ঘ সুতা নিয়ে 0.25cm ব্যাসার্ধের একটি বব ঝুলিয়ে দোলক তৈরি করল। তার বন্ধু রাসেল এটি দেখে 0.50m দীর্ঘ সুতা দিয়ে একই ব্যাসার্ধের একটি বব ঝুলিয়ে দোলক তৈরি করল। অতঃপর তারা উভয়ে একই স্থানে পরীক্ষা করে অভিকর্ষজ ত্বরণ g -এর মান পেল 9.8ms^{-2} ।

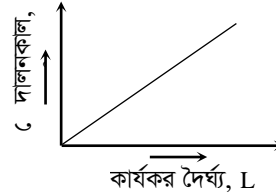
[সরকারি সুন্দরবন আদর্শ কলেজ, খুলনা]

- ক. সেকেন্ড দোলক কী? ১
- খ. সরল দোলকের ক্ষেত্রে $L - T^2$ লেখচিত্রটি কীরূপ হয়? ২
- গ. রাসেলের দোলকটির কৌণিক কম্পাঙ্ক কত? ৩
- ঘ. সোহেল ও রাসেলের মধ্যে কার দোলকটি সেকেন্ড দোলক? গাণিতিকভাবে তোমার উত্তরের যথার্থতা প্রমাণ কর। ৪

১১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো সরল দোলকের দোলনকাল দুই (2) সেকেন্ড হলে তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ সরল দোলকের ক্ষেত্রে $L - T^2$ লেখচিত্রটি নিম্নরূপ:



যা $y = mx$ সরলরেখার সমীকরণকে সমর্থন করে।

যেখানে $y = T^2$, $x = L$ এবং m একটি প্রসবক।

গ এখানে, রাসেলের দোলকটির,
 সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 0.50\text{m}$
 ববের ব্যাসার্ধ, $r = 0.25\text{cm} = 2.5 \times 10^{-3}\text{m}$
 \therefore কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = l + r$

$$= (0.50 + 2.5 \times 10^{-3})\text{m}$$

$$= 0.5025\text{m}$$

$$g = 9.8\text{ms}^{-2}.$$

$$\therefore \text{দোলকটির দোলনকাল, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{0.5025\text{m}}{9.8\text{ms}^{-2}}}$$

$$= 1.423\text{s}$$

$$\therefore \text{কৌণিক কম্পাঙ্ক, } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$= \frac{2\pi}{1.423}$$

$$= 4.42\text{rad/s. (Ans.)}$$

ঘ সোহেলের দোলকটির ক্ষেত্রে,

সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 0.9915\text{m}$

ববের ব্যাসার্ধ, $r = 0.25\text{cm} = 2.5 \times 10^{-3}\text{m}$

$$\therefore \text{কার্যকরী দৈর্ঘ্য, } l = L + r$$

$$= (0.9915 + 2.5 \times 10^{-3})\text{m}$$

$$= 0.994\text{m}$$

$$g = 9.8\text{m/s}^2$$

$$= 2 \text{ sec (প্রায়)।}$$

অপরদিকে, রাসেলের দোলকটির দোলনকাল, $T = 1.423 \text{ sec}$ [গ নং হতে]

∴ সোহেলের দোলকটি সেকেন্ড দোলক, কেননা তার দোলকটির দোলনকাল 2 sec .

প্রশ্ন ▶ ১২ রাশিয়ার মিকাইল কালাশনিকভ A.K-47 রাইফেল আবিষ্কার করেন। তিনি কিছুদিন পূর্বে মৃত্যুবরণ করেন। শেষ জীবনে তিনি এই রাইফেল আবিষ্কারের জন্য অনেক অনুশোচনা করেছিলেন কারণ পৃথিবীতে এই অস্ত্র দ্বারাই সবচেয়ে বেশি মানুষের প্রাণহানি ঘটেছে। এই রাইফেলটিতে স্প্রিং এর বল প্রবলক $7.8 \times 10^7 \text{ Nm}^{-1}$ । রাইফেল গুলি লোড করলে স্প্রিংটি 4.4 cm সংকুচিত হয়।

[পল-ই উন্নয়ন একাডেমী ল্যাব স্কুল এন্ড কলেজ, বগুড়া]

- ক. সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? ১
- খ. শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে কেন? ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. রাইফেলটির গুলির ভর 12 gm হলে নির্গমনের সময় এর বেগ কত হবে? নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. রাইফেলটির স্প্রিংয়ের বল প্রবলক ঠিক রেখে কী ব্যবস্থা নিলে এর গুলির বেগ দ্বিগুণ করা সম্ভব হবে কিনা- গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে আলোচনা কর। ৪

১২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ দোলক ঘড়ির দ্রুত ধাতব উপাদানে তৈরি হয়। তাপমাত্রা কমে যাওয়ায় শীতকালে এর দৈর্ঘ্য কমে যায়। তাই সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রানুসারে ($T \propto \sqrt{L}$) শীতকালে দোলক ঘড়ির দোলনকাল কমে যায়। এতে নির্দিষ্ট পরিমাণ সময়ে যে কয়টি অর্ধদোলন দেওয়ার কথা তার চেয়ে বেশি অর্ধদোলন দেয়। ফলে শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে।

গ দেওয়া আছে, স্প্রিং-এর বল প্রবলক, $k = 7.8 \times 10^7 \text{ Nm}^{-1}$ স্প্রিং এর সংকোচন, $x = 4.4 \text{ cm} = 0.044 \text{ m}$ গুলির ভর, $m = 12 \text{ gm} = 12 \times 10^{-3} \text{ kg}$ বের করতে হবে, নির্গমনের সময় বেগ, $v = ?$ শক্তির সংরক্ষণশীলতার নীতি অনুসারে, সংকুচিত স্প্রিং-এর বিভবশক্তি বুলেটের গতিশক্তিতে পরিণত হয়।

$$= 3547.4 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ রাইফেলটির স্প্রিংয়ের বল প্রবলক ঠিক রেখে এর গুলির বেগ দ্বিগুণ করতে হলে রাইফেলটির গঠন বা কার্যপ্রণালী এমনভাবে পরিবর্তন করতে হবে যাতে প্রতিবার সংকোচনের পরিমাণ 4.4 cm অপেক্ষা বেশি হয়। মনে করি, সংকোচনের মান হতে হবে $x \text{ m}$.

$$\begin{aligned} \text{তাহলে, } \frac{1}{2} kx^2 &= \frac{1}{2} m (2v)^2 = 2mv^2 \\ &= 2 \times 12 \times 10^{-3} \text{ kg} \times (3547.4 \text{ ms}^{-1})^2 \\ &= 3.0202 \times 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \sqrt{\frac{2 \times 3.0202 \times 10^5 \text{ J}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.0202 \times 10^5}{7.8 \times 10^7 \text{ Nm}^{-1}}} \\ &= 0.088 \text{ m} = 8.8 \text{ cm} = 2 \times 4.4 \text{ cm} \end{aligned}$$

সুতরাং রাইফেলের স্প্রিংয়ের বল প্রবলক ঠিক রেখে গুলি নিক্ষেপের সময় এর সংকোচনের পরিমাণ পূর্বের তুলনায় দ্বিগুণ করলে গুলির বেগ দ্বিগুণ করা সম্ভব হবে।

প্রশ্ন ▶ ১৩ 0.8 m একটি লম্বা স্প্রিং এর একপ্রান্তে একটি দৃঢ় অবলম্বনে আটকে নিয়ে নীচের প্রান্তে 4 kg ভর বুলিয়ে দিলে এটি 0.3 cm লম্বা হয়ে থাকে। এর পর স্প্রিংটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এতে সরল ছন্দিত স্পন্দন সৃষ্টি হয় এবং স্প্রিংটিকে কেটে ৩ঃ২ অনুপাতে বিভক্ত করে প্রতিটিতে পূর্বের ন্যায় ভর বুলিয়ে স্পন্দন সৃষ্টি করলে পর্যায়কালের পরিবর্তন হয়। [শহীদ সৈয়দ নজরুল ইসলাম কলেজ, ময়মনসিংহ]

ক. পীড়ন কাকে বলে?

১

খ. $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণে x এবং ωt এর পরিচয় লিখ। ২

গ. উদ্দীপকে বর্ণিত স্থিতিতে বুলানো ভরটি সাম্যবস্থান হতে 0.02 m দূরে থাকা অবস্থায় এ স্পন্দকের বিভবশক্তি নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে পর্যায়কালের কী রকম পরিবর্তন পর্যবেক্ষিত হয়েছিল বলে তুমি মনে কর। ৪

১৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোন একটি স্থিতিস্থাপক বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মানকে পীড়ন বলে।

খ $x = A \sin(\omega t + \delta)$

এখানে, $\omega =$ কণার কৌণিক বেগ

$t =$ অতিক্রান্ত সময়

∴ $\omega t =$ কৌণিক বেগ \times সময় = কৌণিক সরণ

অর্থাৎ, ωt কৌণিক সরণ নির্দেশ করে। এবং x দ্বারা t সময়ে কোন পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কণার সরণ নির্দেশ করা হয়।

গ এখানে, স্প্রিং এ বুলানো ভর, $m = 4 \text{ kg}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

স্প্রিং এর প্রসারণ, $x = 0.3 \text{ cm} = 0.3 \times 10^{-2} \text{ m}$

স্প্রিং প্রবলক = $k \text{ Nm}^{-1}$ (ধরি)

আমরা জানি, $F = kx$

$$\text{বা, } k = \frac{mg}{x}$$

$$\text{বা, } k = \frac{4 \times 9.8}{0.3 \times 10^{-2}}$$

$$\therefore k = 13.07 \times 10^3 \text{ Nm}^{-1}$$

সাম্যবস্থান হতে স্প্রিং এর সরণ $x' = 0.02 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \therefore \text{স্পন্দকের বিভবশক্তি, } U &= \frac{1}{2} k(x')^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 13.07 \times 10^3 \times (0.02)^2 \\ &= 2.614 \text{ J (Ans.)} \end{aligned}$$

ঘ এখানে, বুলানো ভর, $m = 4 \text{ kg}$

প্রথম ক্ষেত্রে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য, $L = 0.8 \text{ m}$

৩ঃ২ অনুপাতে স্প্রিংকে কাটলে এর দৈর্ঘ্য হয়,

$$l_1 = \left(\frac{3}{5} \times 0.8\right) \text{ m} = 0.48 \text{ m}$$

$$l_2 = \left(\frac{2}{5} \times 0.8\right) \text{ m} = 0.32 \text{ m}$$

মনে করি, L , l_1 ও l_2 দৈর্ঘ্যের জন্য স্প্রিং প্রবলক যথাক্রমে, k , k_1 ও k_2 এবং পর্যায়কাল T , T_1 ও T_2 ।

আমরা জানি, দৈর্ঘ্য কম হলে স্প্রিং প্রবলক বৃদ্ধি পায়।

$l_1, l_2 < L$ হওয়ায়,

$k_1, k_2 > k$

$$\text{আবার, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$m \text{ প্রবলক হলে, } T \propto \frac{1}{\sqrt{k}}$$

অর্থাৎ, k বাড়লে পর্যায়কাল হ্রাস পায়।

$k_1, k_2 > k$ হওয়ায় –

$T_1, T_2 < T$ হবে।

অর্থাৎ স্প্রিংটিকে ৩ঃ২ অনুপাতে কাটলে উভয় অংশের জন্যই পর্যায়কাল হ্রাস পায়।

প্রশ্ন ▶ ১৪ শরীফ একটি স্প্রিং এবং একটি সরল দোলক নিয়ে সরল ছন্দিত স্পন্দনের পরীক্ষা করছিল। স্প্রিং এর বিস্তার 0.01 m এবং কম্পাঙ্ক 30 Hz । অপরদিকে দোলকটির বিস্তার 0.05 m এবং এটি একটি সেকেন্ড দোলক। [বালকাঠি সরকারি কলেজ, বালকাঠি]

ক. স্পন্দন গতি কী?

১

খ. শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে কেন?

২

গ. 0.003 m সরণে স্প্রিং এর ক্ষেত্রে বেগ কত হবে?

৩

ঘ. সরল দোলকটি এর দোলনকালের কোনো এক সময়ে স্থিৎ এর সর্বোচ্চ বেগের সমান বেগ অর্জন করতে পারবে কি-না যাচাই কর। ৪

১৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সরলরৈখিক ও পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তুকণা যদি এর পর্যায়কালের অর্ধেক সময় যেদিকে চলে, পর্যায়কালের বাকি অর্ধেক সময় তার বিপরীত দিকে চলে, তবে এর গতিকে স্পন্দন গতি বলে।

খ দোলক ঘড়ি ধাতব উপাদানে তৈরি হওয়ায় শীতকালে তাপমাত্রা হ্রাসে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়। তখন $T \propto \sqrt{L}$ সূত্রানুসারে, দোলক ঘড়ির পর্যায়কাল বা দোলনকাল পূর্বের তুলনায় কমে যায়। এ কারণে স্বাভাবিক অবস্থায়, সারাদিনে যে কয়টি দোলন দিতো, শীতকালে তদোপেক্ষা বেশি সংখ্যক দোলন দিবে। ফলে শীতকালে দোলক ঘড়ি স্বাভাবিকের তুলনায় দ্রুত গতিতে চলবে।

গ দেওয়া আছে,

স্থিৎ এর কম্পাঙ্ক, $f = 30 \text{ Hz} = 30 \text{ sec}^{-1}$

স্থিৎ এর বিস্তার, $A = 0.01 \text{ m}$

এবং সাম্যবস্থান হতে তাৎক্ষণিক সরণ, $x = 0.003 \text{ m}$

বের করতে হবে, তাৎক্ষণিক বেগ, $v = ?$

স্থিৎটির দোলনের কৌণিক কম্পাঙ্ক ω হলে, আমরা জানি,

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = (2\pi f) \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$= (2 \times 3.1416 \times 30 \text{ sec}^{-1}) \sqrt{(0.01 \text{ m})^2 - (0.003 \text{ m})^2}$$

$$= 1.798 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ উদ্দীপকমতে, স্থিৎ এর দোলনের কম্পাঙ্ক, $f = 30 \text{ Hz} = 30 \text{ sec}^{-1}$ এবং বিস্তার, $A = 0.01 \text{ m}$

সুতরাং, স্থিৎ এর দোলনের সর্বোচ্চ বেগ, $v_{\max} = \omega A$

$$= (2\pi f)A = 2 \times 3.1416 \times 30 \text{ sec}^{-1} \times 0.01 \text{ m} = 1.885 \text{ ms}^{-1}$$

আবার সরল দোলকটির দোলনের বিস্তার, $A = 0.05 \text{ m}$

এবং দোলনকাল, $T = 2 \text{ sec}$ (\therefore এটি একটি সেকেন্ড দোলক)

$$\therefore \text{ সরল দোলকটির দোলনের সর্বোচ্চ বেগ, } v_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T} A$$

$$= \frac{2 \times 3.1416}{2 \text{ sec}} \times 0.05 \text{ m} = 0.157 \text{ ms}^{-1} \ll 1.88 \text{ ms}^{-1}$$

সরল দোলকটির সর্বোচ্চ বেগ স্থিৎ এর সর্বোচ্চ বেগের চেয়ে অনেক কম মানের হওয়ায় এটা স্পষ্ট যে, সরলদোলকটি এর দোলনকালের কোনো সময়েই স্থিৎ এর সর্বোচ্চ বেগের সমান বেগ অর্জন করতে পারবে না।

প্রশ্ন ১৫ একটি স্থিৎ এর এক প্রান্তে 250g এর একটি বস্তু ঝুলিয়ে দিলে এটি 10mm প্রসারিত হল। বস্তুটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে বস্তুটি উপর-নিচ দুলতে থাকবে। [পুলিশ লাইস স্কুল এন্ড কলেজ, রংপুর]

ক. অনুবাদ কী? ১

খ. তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি ব্যাখ্যা কর। ২

গ. উদ্দীপকে স্থিৎটির প্রবন্ধ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপকে স্থিৎটিতে 150g ভর ঝুলালে কম্পাঙ্কের কী রূপ পরিবর্তন হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। ৪

১৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো বস্তুর নিজস্ব কম্পাঙ্ক ও তার উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হতে থাকে। এই ধরনের কম্পনকে অনুবাদ বলে।

খ কোন কণার উপর একই সময়ে দুটি তরঙ্গ আপতিত হলে সাম্যবস্থান থেকে কণাটির লব্ধি সরণ হবে তরঙ্গদুটির জন্য কণাটির সরণদ্বয়ের ভেক্টর সমষ্টির সমান।

যদি দুটি তরঙ্গের উপরিপাতন ঘটে ও প্রত্যেকের জন্য কণার সরণ y_1 ও y_2 হয়, তাহলে লব্ধি সরণ, $y = y_1 + y_2$

গ এখানে, স্থিৎ এ ঝুলানো ভর, $m = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}$

স্থিৎ এর প্রসারণ, $x = 10 \text{ mm} = 0.01 \text{ m}$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

স্থিৎ প্রবন্ধ, $k = ?$

আমরা জানি, $F = kx$

$$\text{বা, } k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x}$$

$$\text{বা, } k = \frac{0.25 \times 9.8}{0.01}$$

$$\therefore k = 245 \text{ Nm}^{-1}$$

ঘ প্রশ্নমতে, স্থিৎ এর প্রসারণ, $e_1 = 10 \text{ mm} = 0.01 \text{ m}$

স্থিৎ প্রবন্ধ, $k = 245 \text{ Nm}^{-1}$ (গ হতে পাই)

দ্বিতীয়ক্ষেত্রে ঝুলানো ভর, $m_2 = 150 \text{ gm} = 0.15 \text{ kg}$

দ্বিতীয়ক্ষেত্রে প্রসারণ = e_2 (ধরি)

আমরা জানি, $F = ke_2$

$$\text{বা, } e_2 = \frac{mg}{k}$$

$$\text{বা, } e_2 = \frac{0.15 \times 9.8}{245}$$

$$\therefore e_2 = 0.006 \text{ m}$$

ধরি,

প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক f_1 ও f_2 ।

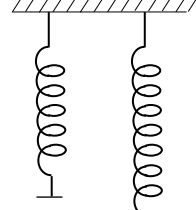
$$\therefore f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{e_1}}$$

$$\text{বা, } f_1 = 0.775 f_2$$

$$\therefore f_2 = 1.29 f_1$$

সুতরাং, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক পূর্বের কম্পাঙ্কের 1.29 গুণ হবে।

প্রশ্ন ১৬ চিত্রে 50 পাকের উপেক্ষণীয় ভরের একটি স্থিৎকে দৃঢ় অবলম্বন হতে উল-স্বভাবে ঝুলিয়ে অপর প্রান্তে 200gm ভরের বস্তু সংযুক্ত অবস্থায় আছে তা দেখানো হয়েছে। এতে বস্তুটি স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে 10cm প্রসারিত হয়ে স্থিরাবস্থা প্রাপ্ত হয়। পরীক্ষণীয় স্থানে $g = 10 \text{ m/s}^2$ । বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এটি উল-স্বতলে দুলতে থাকে।



সরকারি শাহ সুলতান কলেজ, বগুড়া

ক. সান্দ্রতা গুণাঙ্ক কী? ১

খ. বস্তুটির উল-স্বতলে দোলার কারণ $F = ma$ সমীকরণের আলোকে ব্যাখ্যা কর। ২

গ. স্থিৎটির প্রত্যয়নী বল প্রবন্ধ কত? ৩

ঘ. যদি স্থিৎটিকে কেটে এর পাক সংখ্যা অর্ধেক করা হয় এবং একই ভরের বস্তু সংযুক্ত করা হয় তবে বস্তুটি এইক্ষেত্রে পূর্বের তুলনায় দ্রুত দুলতে থাকবে। উদ্দীপকের মসৃণতার সত্যতা নিরূপণ কর। ৪

১৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক একক বেগ অবক্রমে কোনো একটি প্রবাহীর একক ক্ষেত্রফলের ওপর যে পরিমাণ সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বলে।

খ সম্ভ্রসারণের যেকোনো মুহূর্তে স্থিৎ-এর প্রত্যয়নী বল T হলে,

$$mg - T = ma \text{ [} a = \text{তাৎক্ষণিক ত্বরণ]}$$

$$\text{হকের সূত্র অনুসারে, } T = k(x + e) \text{ এবং } mg = ke$$

$e =$ ভর ঝুলানোর ফলে সম্ভ্রসারণ, $x =$ যেকোনো মুহূর্তে সাম্যাবস্থান হতে সরণ এবং k হলো স্থিৎ প্রবন্ধ।

$$\therefore ke - kx - ke = ma \text{ বা, } ma = -kx \text{ বা, } a = -\frac{k}{m}x \text{ বা, } a \propto -x$$

অর্থাৎ যেকোনো মুহূর্তে ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক কিন্তু বিপরীতমুখী, যা সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির বৈশিষ্ট্য। বস্তুটি

গতিজড়তার কারণে সাম্যাবস্থান অতিক্রম করে চলে যায়। কিন্তু সাম্যাবস্থান অতিক্রমের সাথে সাথেই এর ওপর প্রত্যয়নী বল ক্রিয়া করে যা বস্তুটিকে পুনরায় সাম্যাবস্থানে নিয়ে আসে। তবে সাম্যাবস্থানে আসতে আসতে বস্তুটি গতিজড়তা অর্জন করে। এ কারণেই উল-স্বতলে বস্তুটি আন্দোলিত হয়।

গ দেওয়া আছে, বুলানো ভর, $m = 200 \text{ gm} = 0.2 \text{ kg}$
সাম্যাবস্থান হতে স্থিৎ-এর প্রসারণ, $e = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$
বের করতে হবে, প্রত্যয়নী বল প্রবলক, $k = ?$

আমরা জানি, $k = \frac{mg}{e} = \frac{0.2 \text{ kg} \times 10 \text{ ms}^{-2}}{0.1 \text{ m}} = 20 \text{ Nm}^{-1}$ (Ans.)

ঘ উদ্দীপকে বর্ণিত অবস্থায়, স্থিৎ-এর দোলনকাল, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.2 \text{ kg}}{20 \text{ Nm}^{-1}}} = 0.628 \text{ sec}$$

স্থিৎটিকে কেটে এর পাকসংখ্যা অর্ধেক করা হলে, এর বল প্রবলক পূর্বের তুলনায় দ্বিগুণ হয়ে যাবে। কারণ পূর্বের ন্যায় একই পরিমাণ প্রসারণ ঘটাতে হলে এতে পূর্বের তুলনায় দ্বিগুণ ওজন চাপাতে হবে।

∴ নতুন (ক্ষুদ্র) স্থিৎ এর স্থিৎ প্রবলক, $k' = 2k$
 $= 2 \times 20 \text{ Nm}^{-1}$
 $= 40 \text{ Nm}^{-1}$

যেহেতু নতুন ক্ষুদ্র স্থিৎ এর নিচ প্রান্তে একই ভর বুলানো হয়, সুতরাং নতুন স্থিৎ-এর

$$\text{দোলনকাল, } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k'}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.2 \text{ kg}}{40 \text{ Nm}^{-1}}} = 0.4442 \text{ sec} < 0.628 \text{ sec}$$

দোলনকাল পূর্বের তুলনায় কম হওয়ায় ইহা স্পষ্টতঃ যে, বস্তুটি এক্ষেত্রে পূর্বের তুলনায় দ্রুত দুলতে থাকবে।

প্রশ্ন ১৭ পদার্থবিজ্ঞানের ব্যবহারিক ক্লাসে রাজু একটি স্থিৎ এর স্থিৎ প্রবলক নির্ণয় করার জন্য উল-স্বভাবে বুলানো একটি স্থিৎ এর অপর প্রান্তে 400gm ভরের একটি বস্তু বুলিয়ে দিল। সে লক্ষ্য করল যে, স্থিৎটি 10cm প্রসারিত হয়েছে। কিছু সময় পর ভর অপসারণ করে নিলে স্থিৎটি পূর্বাবস্থায় ফিরে গেল। *[[সরকারি এমএম কলেজ, যশোর]]*

ক. ভেক্টর যোগের ত্রিভুজ সূত্রটি বিবৃত কর। ১

খ. জলাশয়ের তলদেশ থেকে বুদ্ধবুদ্ধ উপরে উঠে আসতে থাকলে তার আয়তন বাড়তে থাকার কারণ ব্যাখ্যা কর। ২

গ. সম্প্রসারিত অবস্থায় উদ্দীপকের স্থিৎটির বিভবশক্তি কত? ৩

ঘ. উক্ত স্থিৎ এর স্থিৎ বল সংরক্ষণশীল গাণিতিক বিশেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর। ৪

১৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যদি কোনো ত্রিভুজের সন্নিহিত দুটি বাহু একই ক্রমে দুটি একই জাতীয় ভেক্টরকে নির্দেশ করে, তাহলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে।

খ গ্যাসের সমন্বয় সূত্র হতে আমরা জানি, $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \text{প্রবলক}$
অর্থাৎ, $\frac{PV}{T} = \text{প্রবলক}$

প্রবল তাপমাত্রার ক্ষেত্রে, $PV = \text{প্রবলক}$

$$\text{বা, } P \propto \frac{1}{V}$$

অর্থাৎ গ্যাসের আয়তন চাপের ব্যাস্ত্বানুপাতিক। যেহেতু, পানির পৃষ্ঠ থেকে যত নিচে যাওয়া যায় চাপ তত বাড়তে থাকে, এ জন্য পানির নিচে যেতে থাকলে গ্যাসের আয়তন কমতে থাকে। বিপরীতক্রমে জলাশয়ের তলদেশ থেকে বুদ্ধবুদ্ধ উপরে উঠে আসতে থাকলে চাপ হ্রাস পাওয়ায় বুদ্ধবুদ্ধের আয়তন বাড়ে।

গ এখানে, স্থিৎ-এর প্রসারণ, $x = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$

ভর, $m = 400 \text{ gm} = 0.4 \text{ kg}$

স্থিৎ প্রবলক k হলে, বল, $F = kx$

বা, $mg = kx$

$$\text{বা, } k = \frac{mg}{x} = \frac{0.4 \text{ kg} \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{0.1} = 39.2 \text{ Nm}^{-1}$$

∴ সম্প্রসারিত অবস্থায় বিভব শক্তি, $U = \frac{1}{2} kx^2$

$$= \frac{1}{2} \times 39.2 \text{ Nm}^{-1} \times (0.1 \text{ m})^2 = 0.196 \text{ J. (Ans.)}$$

ঘ মনে করি, k বল প্রবলকের একটি স্থিৎ-এর মুক্তপ্রান্তে একটি ভর যুক্ত আছে এবং স্থিৎটি সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হচ্ছে। ভরটি $x = 0$ হতে $x = x$ অবস্থানে (বিস্তারের প্রান্তে) আসলে স্থিৎ ভরটি $x = x$ অবস্থান বা বিস্তারের প্রান্তে বিন্দু হতে সাম্যাবস্থানে ($x = 0$) ফিরে আসলে, স্থিৎ বল বা প্রত্যয়নী বল দ্বারা কৃতকাজ,

$$W' = \int_x^0 \vec{F} \cdot d\vec{x}$$

$$= \int_x^0 -kx dx = -\frac{1}{2} k [x^2]_x^0 = -\frac{1}{2} k [0^2 - x^2] = \frac{1}{2} kx^2$$

সুতরাং, স্থিৎটি অর্ধপর্যায় সম্পন্ন করে আদি বিন্দুতে (এক্ষেত্রে সাম্যাবস্থান) ফিরে আসলে স্থিৎ বল দ্বারা মোট কৃতকাজ $= W + W' = -\frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} kx^2 = 0$

অতএব, উক্ত স্থিৎ-এর স্থিৎ বল সংরক্ষণশীল বল।

প্রশ্ন ১৮ জিসানের স্থিৎ এর বল প্রবলক 10 N/m । জিসান তার স্থিৎটিকে 0.5 m প্রসারিত করায় কাজ সম্পন্ন হলো। দিব্যর স্থিৎ এর বল প্রবলক 40 N/m । তাদের উভয়ের স্থিৎ এর সামনে 0.001 kg ভরের বস্তু রেখে স্থিৎ দুটিকে 0.2 m সংকুচিত করে ছেড়ে দিলে ক্ষুদ্র ভরের বস্তুগুলো ভিন্ন ভিন্ন বেগে গতিশীল হয়। *[[বিএএফ শাহীন কলেজ, যশোর]]*

ক. সেকেন্ড দোলক কী? ১

খ. একটি শব্দের 10 Hz , 20 Hz , 32 Hz , 40 Hz , 45 Hz কম্পাঙ্কের সুর মিশ্রিত আছে। শব্দটি হতে মূল সুরের কম্পাঙ্ক, উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক এবং হারমোনিক চিহ্নিত কর। ২

গ. উদ্দীপক অনুসারে জিসানের স্থিৎ এর প্রসারণে কৃতকাজ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. উদ্দীপক অনুসারে জিসান ও দিব্য উভয়ের স্থিৎ-এর সামনে ক্ষুদ্র বস্তুটির বেগদ্বয়ের তুলনা কর। ৪

১৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ মূল সুরের কম্পাঙ্ক = সর্বনিম্ন কম্পাঙ্কের সুর = 10 Hz
বাকি সবগুলো উপসুরের কম্পাঙ্ক। তবে হারমোনিকের কম্পাঙ্ক = মূল সুরের কম্পাঙ্কের (10 Hz) সরল গুণিতক = 20 Hz , 40 Hz ।

গ দেওয়া আছে,

জিসানের স্থিৎ-এর বল প্রবলক, $k = 10 \text{ Nm}^{-1}$

সাম্যাবস্থান হতে প্রসারণ, $x = 0.5 \text{ m}$

বের করতে হবে, স্থিৎ-এর সম্প্রসারণে কৃতকাজ, $W = ?$

আমরা জানি, $W = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 10 \text{ Nm}^{-1} \times (0.5 \text{ m})^2 = 1.25 \text{ J. (Ans.)}$

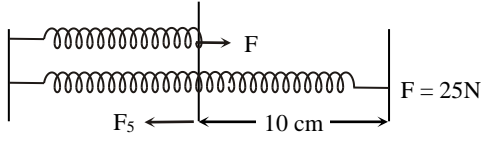
ঘ জিসান ও দিব্যর স্থিৎ-এর বল প্রবলক যথাক্রমে $k_1 = 10 \text{ Nm}^{-1}$, $k_2 = 40 \text{ Nm}^{-1}$

স্থিৎদ্বয়কে সমান পরিমাণ ($x = 0.2 \text{ m}$) সংকুচিত করে এদের সামনে সমান ভরের (m) বস্তু রেখে দিলে ধরি, বস্তুগুলো যথাক্রমে v_1 ও v_2 বেগ প্রাপ্ত হয়।

$$\text{এক্ষেত্রে } \frac{1}{2} k_1 x^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 \text{ এবং } \frac{1}{2} k_2 x^2 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

সুতরাং জিসান ও দিব্যর বস্তুর বেগের অনুপাত 1 : 2।

প্রশ্ন ▶ ১৯



[ডা. আব্দুর রাজ্জাক মিউনিসিপ্যাল কলেজ, যশোর]

- স্প্রিং-মিটার কী? ১
- রাস্পড্রয় ব্যাংকিং এর প্রয়োজনীয়তা কী? ২
- উদ্দীপকের স্থিতিটিকে 6cm প্রসারণ ঘটাতে কতটুকু কাজ করতে হবে? ৩
- উদ্দীপকের স্থিতিটির সাথে আরও একটি স্থিতি সমানুজ্বালে সংযুক্ত করে 20cm প্রসারণের জন্য কী পরিমাণ কাজ সম্পাদন করতে হবে, তা বিশ্লেষণ কর। ৪

১৯ নং প্রশ্নের উত্তর

- স্প্রিং-মিটার হলো গোলায় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের যন্ত্র।
- কোনো মোটরগাড়ি যখন বাঁক নেয় তখন এই বাঁকপথে ঘুরার জন্য একটি কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। এই কেন্দ্রমুখী বল পাওয়া না গেলে গাড়ি গতি জড়তার কারণে বাঁকপথের স্পর্শক বরাবর চলে যাবে। এমনকি উল্টোও যেতে পারে। জোরে বাঁক নিতে হলে এই কেন্দ্রমুখী বলের মান তথা ঘর্ষণ বলের মান বাড়তে হবে। আর এ জন্য বাঁকের মুখে রাস্পড্রয় তলকে অনুভূমিক তলের সাথে হেলিয়ে রাখতে হয় যাতে রাস্পড্রয় বাইরের দিক ভেতরের দিক থেকে কিছুটা উপরে থাকে। এ জন্যই রাস্পড্রয় ব্যাংকিং ব্যবহৃত হয়।

গ এখানে, চিহ্নে, $x = 10\text{cm} = 0.1\text{m}$

$$F = 25\text{N}$$

$$= \frac{1}{2} \times 250 \text{ N/m} \times (0.06\text{m})^2$$

$$= 0.45\text{J (Ans.)}$$

ঘ এখানে,

উদ্দীপকের স্থিতিটির স্থিতি প্রবন্ধ, $k = 250 \text{ N/m}$

আরও একটি স্থিতি সমানুজ্বালে যুক্ত করলে তুল্য স্থিতি প্রবন্ধ k_T হলে,

$$k_T = k + k = 2k = 2 \times 250 \text{ N/m}$$

$$= 500 \text{ N/m}$$

20 cm প্রসারণে কৃত কাজ, $W = \frac{1}{2} k_T x^2$ [এখানে, $x = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$]

$$= \frac{1}{2} \times 500 \text{ N/m} \times (0.2\text{m})^2$$

$$= 10 \text{ J.}$$

প্রশ্ন ▶ ২০ একটি সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 40cm। দোলকটি প্রতি মিনিটে 40টি দোলন দেয়। পরবর্তীতে দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য চারগুণ করা হলে দোলন সংখ্যা হ্রাস পায়।

[হামিদপুর আল-হেরা কলেজ, যশোর]

- সেকেন্ড দোলক কাকে বলে? ১
- সুষম রৈখিক গতিতে তুরণ থাকে না কিন্তু বৃত্তাকার গতিতে তুরণ থাকে ব্যাখ্যা কর। ২
- উদ্দীপকের তথ্য থেকে পরিবর্তিত অবস্থার দোলনকাল নির্ণয় কর। ৩
- দোলনকাল 50% বাড়াতে দোলনটির কার্যকরী দৈর্ঘ্যের কী রূপ পরিবর্তন হবে? বিশ্লেষণ কর। ৪

২০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল দুই সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ আমরা জানি, তুরণ একটি ভেক্টর রাশি যা গতির মান অথবা গতির দিক অথবা উভয়ের পরিবর্তনের ওপর নির্ভর করে।

সুষম রৈখিক গতিতে গতির মান ও দিক উভয়ই অপরিবর্তনশীল থাকে বিধায় তুরণ থাকে না। কিন্তু সুষম বৃত্তাকার গতিতে গতির মান একই থাকলেও এর দিক প্রতিনিয়ত পরিবর্তনশীল। ফলে বৃত্তাকার গতিতে তুরণ থাকে।

গ পরিবর্তিত অবস্থায়,

কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = (4 \times 40) \text{ cm}$

$$= 160 \text{ cm}$$

$$= 1.6 \text{ m}$$

$$\therefore \text{দোলনকাল, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{1.6 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} \quad [g = 9.8 \text{ ms}^{-2}]$$

$$= 2.54 \text{ sec (Ans.)}$$

ঘ আদি দোলনকাল T_1 হলে, 50% বৃদ্ধিতে পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = T_1 + T_1$ এর 50%

$$= T_1 + \frac{T_1}{2}$$

$$= \frac{3T_1}{2}$$

মনে করি, আদি কার্যকরী দৈর্ঘ্য L_1 এবং পরিবর্তিত কার্যকরী দৈর্ঘ্য L_2 ।

সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রানুসারে,

$$= \frac{9/4 L_1 - L_1}{L_1} \times 100\%$$

$$= \frac{5}{4} \frac{L_1}{L_1}$$

$$= \frac{5}{4} \times 100\%$$

$$= 5/4 \times 100\%$$

$$= 125\%$$

অর্থাৎ কার্যকরী দৈর্ঘ্য 125% বৃদ্ধি পাবে। (Ans.)

প্রশ্ন ▶ ২১ বিষুবীয় অঞ্চলে একটি দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 25cm। এটি 1 মিনিটে 30 বার দোল দেয়। দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্যকে দ্বিগুণ করা হলে, দোলন সংখ্যা কমে যায়। [সরকারি মহিলা কলেজ, কুমিল-৭]

ক. বীট কাকে বলে? ১

খ. শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে কেন? ২

গ. পরিবর্তিত অবস্থায় দোলকটির দোলনকাল নির্ণয় কর। ৩

ঘ. দোলকটিকে বিষুব অঞ্চল থেকে মেরু অঞ্চলে নিয়ে গেলে দোলনকালে শতকরা কতটুকু পরিবর্তন হবে তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। ৪

২১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সমান বিস্তার ও প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি অগ্রগামী শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দোচ্চতার যে হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে তাকে বীট বলে।

খ শীতকালে দোলক ঘড়ির ধাতু নির্মিত দোলকটির দৈর্ঘ্য হ্রাস পায়। ফলে $T \propto \sqrt{L}$ সূত্রানুসারে এর দোলনকাল কমে যায়। এ জন্য শীতকালে দোলক ঘড়ি দ্রুত চলে।

গ দেওয়া আছে,

দোলকের পূর্বের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_1 = 25\text{cm} = 0.25\text{m}$

$$\text{দোলকের পূর্বের দোলনকাল, } T_1 = \frac{1\text{min}}{30} = \frac{60}{30} \text{ sec} = 2 \text{ sec}$$

দোলকের পরিবর্তিত কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_2 = (2 \times 0.25) \text{ m} = 0.50\text{m}$

দোলকের পরিবর্তিত দোলনকাল, $T_2 = ?$

$$\text{আমরা জানি, } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \dots\dots\dots (i)$$

(ii) ÷ (i) থেকে পাই,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

$$\text{বা, } T_2 = \sqrt{\frac{0.5}{0.25}} \times 2$$

∴ $T_2 = 2.83 \text{ sec}$ (Ans.)

ঘ. দেওয়া আছে,

বিষুব অঞ্চলে দোলনকাল, $T_1 = \frac{60}{30} \text{ sec} = 2 \text{ sec}$

মেরু অঞ্চলে দোলনকাল = $T_2 \text{ sec}$ (ধরি).

আমরা জানি, বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_1 = 9.78039 \text{ ms}^{-2}$

ও মেরু অঞ্চলের অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g_2 = 9.83217 \text{ ms}^{-2}$

আবার, দোলনকালের সমীকরণ হতে আমরা জানি,

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_1}} \dots\dots\dots (i) \text{ [বিষুবীয় অঞ্চলে]}$$

$$\text{ও } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_2}} \dots\dots\dots (ii) \text{ [মেরু অঞ্চলে]}$$

(ii) ÷ (i) থেকে পাই,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}$$

$$\text{বা, } T_2 = \sqrt{\frac{9.78039}{9.83217}} \times 2$$

$$\therefore T_2 = 1.9947 \text{ sec}$$

∴ মেরু অঞ্চলে দোলনকাল হ্রাস পায় = $(2 - 1.9947) = 0.0053 \text{ sec}$

$$\therefore \text{দোলনকালের শতকরা হ্রাস} = \frac{0.0053}{2} \times 100\% = 0.265\%$$

(Ans.)

প্রশ্ন ২২ একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য 99cm এবং পর্যায়কাল 2s.

[ইস্পাহানি পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, কুমিল-১]

ক. সরল ছন্দিত স্পন্দন কাকে বলে? ১

খ. সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন বেগ কত? ২

গ. উপরের উদ্দীপক থেকে ববের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৩

ঘ. পর্যায়কাল 50% বাড়াতে কার্যকরী দৈর্ঘ্যের কী পরিবর্তন করতে হবে? ৪

২২ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. পর্যাবৃত্ত স্পন্দনরত কোনো বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে যেকোনো মুহূর্তে এর ত্বরণ, সাম্যাবস্থান হতে সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হয় তবে এর গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

খ. সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির সর্বোচ্চ বেগ = $\omega A = \frac{2\pi}{T} A$ । এখানে ω হলো কৌণিক কম্পাঙ্ক, T হলো পর্যায়কাল এবং A হলো বিস্তার। সাম্যাবস্থানে বস্তুটি সর্বোচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয়। একরূপ গতির সর্বনিম্ন বেগ হয় বিস্তারের প্রান্তে বিন্দুতে, যার মান শূন্য।

গ. দেওয়া আছে, সরল দোলকের দোলনকাল, $T = 2 \text{ sec}$

সুতার দৈর্ঘ্য, $l = 99 \text{ cm}$

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

বের করতে হবে, ববের ব্যাসার্ধ, $r = ?$

সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য L হলে আমরা জানি, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

$$\text{বা, } r = 99.3 \text{ cm} - l = 99.3 \text{ cm} - 99 \text{ cm} = 0.3 \text{ cm} \text{ (Ans.)}$$

ঘ. এখানে, আদি পর্যায়কাল, $T_1 = 2 \text{ sec}$

এবং আদি কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L_1 = 0.993 \text{ m}$

পরিবর্তিত পর্যায়কাল, $T_2 = T_1 + T_1 \times 50\% = T_1 \times 1.5$

$$= 2 \text{ sec} \times 1.5 = 3 \text{ sec}$$

এক্ষেত্রে পরিবর্তিত কার্যকরী দৈর্ঘ্য L_2 হলে, সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রানুসারে,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \text{ বা, } \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\therefore L_2 = L_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 0.993 \text{ m} \times \left(\frac{3 \text{ sec}}{2 \text{ sec}}\right)^2 = 2.234 \text{ m}$$

সুতরাং পর্যায়কাল 50% বাড়াতে কার্যকরী দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন (বৃদ্ধি) করতে হবে = $(L_2 - L_1)$ পরিমাণ

$$= (2.234 \text{ m} - 0.993 \text{ m}) = 1.241 \text{ m} = 124.1 \text{ cm}$$

প্রশ্ন ২৩ 2kg ভরের কোনো বস্তু চিত্র মোতাবেক কোনো স্থিৎ এর সাথে যুক্ত আছে। বস্তুর ওপর 9.8N অনুভূমিক বল প্রয়োগ করে ছেড়ে দেয়া হলে এটি ঘর্ষণহীনভাবে সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হয়।

[সরকারি সিটি কলেজ, চট্টগ্রাম]

ক. চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে? ১

খ. সুযম বৃত্তাকার গতি কীভাবে সরল ছন্দিত স্পন্দনের সাথে সম্পর্কিত? ব্যাখ্যা কর। ২

গ. কম্পনশীল বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ কত? ৩

ঘ. সাম্যাবস্থান থেকে 5cm দূরে শক্তির সংরক্ষণশীলতা বজায় থাকে কিনা বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

২৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. যদি কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে একটি দৃঢ় বস্তুর সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলে।

খ. সুযম বৃত্তাকার গতি সম্পন্ন কোনো বস্তুকণার গতির যেকোনো তাৎক্ষণিক অবস্থান হতে বৃত্তের যেকোনো ব্যাসের ওপর লম্ব টানা হলে ঐ লম্বের পাদবিন্দুর গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি। এক্ষেত্রে বৃত্তাকার গতি এবং সরল ছন্দিত গতি উভয় গতিকেই $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

গ. দেওয়া আছে, বস্তুর ভর, $m = 2 \text{ kg}$,

প্রযুক্ত বল, $F = 9.8 \text{ N}$

স্থিৎ প্রস্থক, $k = 98 \text{ Nm}^{-1}$

বের করতে হবে, সর্বোচ্চ বেগ, $v_{\max} = ?$

$$\begin{aligned} \text{বিস্তার, } A &= \text{প্রসারণ } x \text{ এর সর্বোচ্চ মান} = \frac{\text{সর্বোচ্চ বল, } F}{k} \\ &= \frac{9.8 \text{ N}}{98 \text{ Nm}^{-1}} = 0.1 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\text{এবং কৌণিক বেগ, } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{98 \text{ Nm}^{-1}}{2 \text{ kg}}} = 7 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\therefore \text{সর্বোচ্চ বেগ, } v_{\max} = \omega A = 7 \text{ rad.s}^{-1} \times 0.1 \text{ m} = 0.7 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{ঘ. বিস্তারের প্রান্তে গতিশক্তি শূন্য এবং বিভবশক্তি, } U &= \frac{1}{2} kx^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 98 \text{ Nm}^{-1} \times (0.1 \text{ m})^2 = 0.49 \text{ J} \end{aligned}$$

$$= 0.3675 \text{ J}$$

$$\text{এবং বিভবশক্তি} = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 98 \text{ Nm}^{-1} \times (0.05 \text{ m})^2 = 0.1225 \text{ J}$$

∴ সাম্যাবস্থান হতে $x = 5 \text{ cm}$ দূরত্বে মোট যান্ত্রিক শক্তি

$$= 0.3675 \text{ J} + 0.1225 \text{ J} = 0.49 \text{ J}$$

সুতরাং সাম্যাবস্থান থেকে 5cm দূরে শক্তির সংরক্ষণশীলতা বজায় থাকে।

প্রশ্ন ২৪ একটি স্থিৎকে উলম্বভাবে ঝুলিয়ে এর প্রান্তে m ভরের বস্তু ঝুলানোর ফলে এটি x পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। বস্তুটিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে এটি মুক্তভাবে স্পন্দিত হতে থাকে।

[হাজেরা-তজু ডিগ্রি কলেজ, চান্দগাঁও, চট্টগ্রাম]

ক. স্থিৎ প্রস্থক কাকে বলে? ১

খ. শূন্য কাজের ব্যাখ্যা দাও। ২

গ. যদি $m = 0.2 \text{ kg}$ এবং $x = 0.02 \text{ m}$ হয় তবে পর্যায়কাল কত? ৩

ঘ. স্থিৎ-এর গতিটি কী ধরনের গতি বলে তুমি মনে কর? তার গাণিতিক যুক্তি দাও। ৪

২৪ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি স্থিতিশীল একটি সাম্যাবস্থান হতে একক পরিমাণ প্রসারিত বা সংকুচিত করতে যে পরিমাণ বলের দরকার হয় তাকে ঐ স্থিতিশীল-এর স্থিতিশীল প্রসারক বলে।

খ আমরা জানি, কৃতকাজ, $W = F \cos \theta$
বল শূন্য না হওয়া সত্ত্বেও কৃতকাজ শূন্য হতে পারে যদি $s \cos \theta = 0$ হয়। অর্থাৎ $s = 0$ অথবা $\cos \theta = 0$ বা, $\theta = 90^\circ$ হয়।
সুতরাং কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করা সত্ত্বেও যদি এর সরণ না ঘটে অথবা সরণ ঘটলেও যদি এর দিক বলের লম্বদিকে হয়, তাহলে কৃতকাজ শূন্যমানের হয়। এটিই শূন্য কাজ।

গ দেওয়া আছে, সাম্যাবস্থান হতে প্রসারণ, $x = 0.02 \text{ m}$
জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
বের করতে হবে, সরল ছন্দিত স্পন্দনের পয়াকাল, $T = ?$

$$\text{আমরা জানি, } T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.02 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} \\ = 0.284 \text{ sec (Ans.)}$$

ঘ স্থিতিশীল এর পর্যাবৃত্ত স্পন্দন গতিকে $x = A \sin(\omega t + \delta)$ সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

এখানে, $x =$ সাম্যাবস্থান হতে সরণ, $A =$ স্পন্দনের বিস্তার

$\omega =$ কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং $\delta =$ আদি দশা

উপরোক্ত সমীকরণকে সময়ের (t) সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \delta)$$

$$\text{বা, } \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = -A\omega \cdot \omega \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

\therefore ত্বরণ \propto সরণ $[\square \omega^2 \text{ প্রসারক}] \dots\dots\dots(ii)$

(ii) নং সম্পর্কটি কেবল সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

সুতরাং স্থিতিশীল-এর গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি।

প্রশ্ন ২৫ 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট ও 98 cm দৈর্ঘ্যের একটি ইস্পাতের তারের এক প্রান্তে 2.5 cm ব্যাসের একটি গোলক ঝুলানোর ফলে তারের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি পেল। ইস্পাতের তারে ইয়ং এর গুণক $2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$ ।

[ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ, মোমেনশাহী]

ক অনুবাদ কাকে বলে? ১

খ সুর ও স্বরের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। ২

গ গোলকের ভর নির্ণয় কর। ৩

ঘ উদ্দীপকের তারসহ গোলকটি একটি সরল দোলক বিবেচনা করলে এটি দোলক ঘড়ি হিসেবে ব্যবহার করা যাবে কি- না গাণিতিকভাবে যাচাই কর। ৪

২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পরবশ কম্পনের ক্ষেত্রে আরোপিত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক এবং বস্তুর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক পরস্পর সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তার সহকারে কাঁপতে থাকে। এ ঘটনাকে অনুবাদ বলে।

খ একটি মাত্র কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দকে সুর বলে। একাধিক সুরের সমন্বয়ে যে শব্দ গঠিত হয় তাকে স্বর বলে। অর্থাৎ স্বরের মধ্যে একাধিক কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দ থাকে।

সুর সর্বদাই শ্রুতিমধুর হয়। স্বর শ্রুতিমধুর হবে কিনা তা নির্ভর করে স্বরের মধ্যে উপস্থিত সুরগুলোর কম্পাঙ্কের অনুপাতের ওপর।

গ দেওয়া আছে, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$

আদি দৈর্ঘ্য, $L = 98 \text{ cm} = 0.98 \text{ m}$

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, $l/L = 10\% = 0.1$

ইয়ং-এর গুণক, $Y = 2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2}$

বের করতে হবে, গোলকের ভর, $m = ?$

$$\text{আমরা জানি, } Y = \frac{mgL}{Al}$$

$$\therefore m = \frac{YAl}{gL} = \frac{YA}{g} \times \frac{l}{L} = \frac{2 \times 10^{11} \text{ Nm}^{-2} \times 10^{-6} \text{ m}^2}{9.8 \text{ ms}^{-2}} \times 0.1 \\ = 2040.8 \text{ kg (Ans.)}$$

ঘ দৈর্ঘ্য প্রসারণের পর প্রান্ত দৈর্ঘ্য $= L + l = 98 \text{ cm} \times 110\%$

$$= 1.078 \text{ m}$$

$$\text{বরের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{2.5 \text{ cm}}{2} = 1.25 \text{ cm} = 1.25 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$= 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{1.0905 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} = 2.096 \text{ sec} \neq 2 \text{ sec}$$

অতএব, উদ্দীপকের তারসহ গোলকটি একটি সরল দোলক হিসেবে বিবেচনা করলে এটি দোলক ঘড়ি হিসেবে ব্যবহার করা যাবে না।

প্রশ্ন ২৬ রায়হান স্যার বিজ্ঞানের শিক্ষক। তিনি ক্লাসে বস্তুর ওজন সম্পর্কে আলোচনা করছিলেন। তিনি বললেন, পৃথিবী পৃষ্ঠে বস্তুর ওজন বেশি কারণ পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি এবং পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ওজন শূন্য কারণ সেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণ শূন্য। তিনি আরও বললেন, পৃথিবীকে সমস্ত গোলক বিবেচনা করে এর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^3 \text{ km}$ এবং পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 9.8 ms^{-2} ধরা হয়।

[আব্দুল মজিদ কলেজ, মুরাদনগর, কুমিল-৯]

ক ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে? ১

খ কেন্দ্রমুখী বলকে শূন্য কাজ বলা হয় কেন? ২

গ ভূ-পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি নভোযান কী দ্রুতিতে চললে যাত্রীরা ওজনহীন অনুভব করবে? ৩

ঘ পৃথিবীর এক প্রান্ত হতে অপর প্রান্ত পর্যন্ত ব্যাস বরাবর সুরঙ্গ তৈরি করে একটি ক্ষুদ্র বস্তু ছেড়ে দিলে বস্তুর গতি সরল দোল গতি হবে কিনা বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও। ৪

২৬ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল 24hr ফলে পৃথিবীর কোনো নির্দিষ্ট স্থান হতে অবলোকন করলে এটি সর্বদাই স্থির মনে হয়, তাকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

খ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে কেন্দ্রমুখী বলের প্রয়োজন হয়। বস্তুটি যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন প্রতিটি ক্ষুদ্র মুহূর্তে যে ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সরণ ($d\vec{s}$) হয় তার দিক কেন্দ্রমুখী বলের (\vec{F}_c) লম্ব বরাবর হয়। ফলে প্রতিটি ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র সরণে কৃতকাজ, $dW = \vec{F}_c \cdot d\vec{s} = F_c ds \cos 90^\circ = 0$, তাই বস্তুটি সম্পূর্ণ একবার ঘুরে আসলেও এমনকি বারবার ঘুরতে থাকলেও কৃতকাজের মোট পরিমাণ 0। এ কারণেই কেন্দ্রমুখী বলকে শূন্যকাজ বলা হয়।

গ দেওয়া আছে, পৃথিবীর, ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^3 \text{ km} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$ ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
ভূ-পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা, $h \approx 0$
বের করতে হবে, নভোযানের বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+0}} \quad [\square g = \frac{GM}{R^2}] \\ = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \text{ ms}^{-2} \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}} \\ = 7919.6 \text{ ms}^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ ভূ-পৃষ্ঠ হতে d গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g \left(1 - \frac{d}{R}\right)$
এখানে, g হলো ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ।

$$\therefore g' = g \frac{R-d}{R} = \frac{g}{R} \times (R-d)$$

সুতরাং ত্বরণ \propto সরণ, যা সরল ছন্দিত স্পন্দনের শর্ত। সুতরাং প্রশ্নে উলিখিত ক্ষুদ্র বস্তুর গতি হবে সরল দোল গতি।

প্রশ্ন ২৭ কোনো স্থানে ১টি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য 1 m । ঐ স্থানের অপর একটি দোলক প্রতি মিনিটে 20টি দোল দেয়।

[সরকারি দেবেন্দ্র কলেজ, মানিকগঞ্জ]

ক সেকেন্ড দোলক কী? ১

খ শীতকালে দেয়াল ঘড়ি দ্রুত চলে কেন? ২

গ উদ্দীপকে ২য় দোলকটির কার্যকরী দৈর্ঘ্য কত? ৩

ঘ. প্রথম দোলকটির দৈর্ঘ্য 1% কম হলে দোলকটির একদিনের কম বা বেশি দোলন দেওয়ার সংখ্যা গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। 8

২৭ নং প্রশ্নের উত্তর

ক যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

খ শীতকালে তাপমাত্রা কমে যায় বলে দোলক ঘড়ির কার্যকরী দৈর্ঘ্য (L)ও কমে যায়। তখন $T \propto \sqrt{L}$ সূত্রানুসারে এর দোলনকাল কমে যায়। ফলে নির্দিষ্ট পরিমাণ সময়ে প্রত্যাশিত দোলনসংখ্যার চেয়ে বেশি দোলন দেয়। এ কারণে তখন দেয়াল ঘড়ি দ্রুত চলে।

গ দেওয়া আছে,

$$2য় সরল দোলকের দোলনকাল, T = \frac{t}{N} = \frac{1min}{20} = \frac{60 sec}{20} = 3 sec$$

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$
বের করতে হবে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = ?$

$$আমরা জানি, T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ বা, } 4\pi^2 \frac{L}{g} = T^2$$

$$\therefore L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(3 sec)^2 \times 9.8ms^{-2}}{4 \times 9.87} = 2.234m \text{ (Ans.)}$$

ঘ ১ম সরল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = 1m$

$$\text{এর দোলনকাল } T \text{ হলে, } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3.1416 \times$$

$$\sqrt{\frac{1m}{9.8ms^{-2}}} = 2.0071 sec$$

$$\text{একদিনে প্রাপ্ত দোলনসংখ্যা} = \frac{86400 sec}{2.0071 sec} = 43047 \text{ টি।}$$

প্রথম দোলকটির দৈর্ঘ্য 1% কম হলে, এর কার্যকরী দৈর্ঘ্য,

$$L' = 1m - 1m \times 1\% = 0.99m$$

এমতাবস্থায় এর দোলনকাল,

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.99m}{9.8ms^{-2}}} = 1.997 sec$$

$$\text{সুতরাং এক্ষেত্রে একদিনে প্রাপ্ত দোলনসংখ্যা} = \frac{86400 sec}{1.997 sec} = 43264 \text{ টি।}$$

অতএব, প্রথম দোলকটির দৈর্ঘ্য 1% কম হলে দোলকটি একদিনে বেশি দোলন দিবে = (43264 - 43047) টি = 217 টি।

প্রশ্ন ▶ ২৮ নগণ্য ভরের একটি স্প্রিংকে ঝুলিয়ে হকের সাহায্যে নিচে 500g ভর ঝুলানো হলো। এতে স্প্রিং এর দৈর্ঘ্য 2cm সম্প্রসারিত হয়। তারপর ভরটিকে টান দিয়ে ছেড়ে দিলে উহা সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি লাভ করে। [ভাওয়াল বদরে আলম কলেজ, গাজীপুর]

ক. স্প্রিং ধ্রুবক কী?

খ. সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখা হয় কেন?

গ. ভরটির পর্যায়কাল কত?

ঘ. স্প্রিং এর নিচে 300g ভর ঝুলানো হলে কম্পাঙ্ক কীরূপ হবে? 8

২৮ নং প্রশ্নের উত্তর

ক কোনো একটি স্প্রিংকে এক সাম্যাবস্থান হতে একক পরিমাণ প্রসারিত বা সংকুচিত করতে যে পরিমাণ বলের দরকার হয় তাকে ঐ স্প্রিং এর স্প্রিং ধ্রুবক বলে।

খ সরল দোলকের কৌণিক বিস্তার 4° এর বেশি হলে এর গতিপথ বৃত্তাকার হয়ে পড়ে। তখন এর গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিরূপে বিবেচনা করা যায় না। এছাড়া সরল দোলকের দোলনকালের

সমীকরণ $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ প্রতিপাদনের সময় সরল দোলকের গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিরূপে ধরে নেওয়া হয়। ফলে কৌণিক বিস্তার অনধিক 4° এরূপ বিবেচনা করা হয়।

গ দেওয়া আছে, ভরটি চাপানোর ফলে দৈর্ঘ্য প্রসারণ, $x = 2cm = 0.02m$

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8ms^{-2}$

বের করতে হবে, ভরটির পর্যায়কাল, $T = ?$

$$আমরা জানি, T = 2\pi \sqrt{\frac{x}{g}} = 2 \times 3.1416 \times \sqrt{\frac{0.02m}{9.8ms^{-2}}}$$

$$= 0.284 sec \text{ (Ans.)}$$

ঘ $m = 500g = 0.5kg$ ভর স্থাপন করায় স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্যের প্রসারণ হয় $l = 0.02m$

$$\text{হবে, } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \times 3.1416} \times \sqrt{\frac{245Nm^{-2}}{0.3kg}} = 4.55 Hz. \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ▶ ২৯ একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্তে 0.8kg ভরের একটি বস্তু ঝুলিয়ে স্প্রিংটির গতি সরল ছন্দিত করা হলো। স্প্রিং ধ্রুবক $18Nm^{-1}$ । ঝুলন্ত বস্তুর সর্বোচ্চ সরণ 60mm এবং যে কোনো মুহূর্তে সরণ 40mm। ঐ মুহূর্তে বেগ $v ms^{-1}$ । [বিসআইসি কলেজ, ঢাকা]

ক. সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক কত?

খ. সরল দোলকের ক্ষেত্রে $L - T^2$ লেখচিত্রের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকের 'v' এর মান নির্ণয় কর।

ঘ. গতিপথে অন্য কোনো স্থানে বেগের মান $0.04 ms^{-1}$ কম হলে সাম্যাবস্থানের সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তন বিশ্লেষণ কর। 8

২৯ নং প্রশ্নের উত্তর

ক সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক 0.5 Hz।

খ সরল দোলকের ক্ষেত্রে $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$

$$\therefore \frac{L}{T^2} = \frac{g}{4\pi^2}$$

নির্দিষ্ট স্থানে g ধ্রুবমানের হওয়ায় $\frac{L}{T^2} = \text{ধ্রুবক}$

সুতরাং সরল দোলকের ক্ষেত্রে $L - T^2$ লেখচিত্রটি একটি মূল বিন্দুগামী সরলরেখা।

গ দেওয়া আছে, বিস্তার = সাম্যাবস্থান হতে সর্বোচ্চ সরণ = 60mm = $60 \times 10^{-3}m$

যেকোনো মুহূর্তে সরণ, $x = 40mm = 40 \times 10^{-3}m$

$$\text{কৌণিক বেগ, } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{18Nm^{-1}}{0.8kg}} = 4.74 rad.s^{-1}$$

বের করতে হবে, সংশ্লিষ্ট মুহূর্তের বেগ, $v = ?$

$$\text{আমরা জানি, } v = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = 4.74 rad.s^{-1} \times \sqrt{60^2 - 40^2} \times 10^{-3}m$$

$$= 0.212ms^{-1} \text{ (Ans.)}$$

ঘ গতিপথে অন্য কোনো স্থানে বেগের মান $0.04ms^{-1}$ কম হলে,

$$\text{তাত্ক্ষণিক বেগের মান দাঁড়ায়} = 0.212ms^{-1} - 0.04ms^{-1}$$

$$= 0.172ms^{-1}$$

এক্ষেত্রে সাম্যাবস্থান হতে সরণ x হলে, $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

$$\text{বা, } A^2 - x^2 = \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$$

$$= 0.0478m$$

$$\text{সুতরাং সাম্যাবস্থানের সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তন} = 0.0478m - 0.04m$$

$$= 0.0078m.$$

প্রশ্ন ▶ ৩০ ভূ-পৃষ্ঠে কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য 90 সে.মি। ওই স্থানে অপর একটি দোলক প্রতি মিনিটে 24 বার দোল দেয়। [সৈয়দপুর সরকারি কারিগরি কলেজ, নীলফামারী]

ক. ভূ-স্থির উপগ্রহ কী?

খ. G কে সার্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলা হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

গ. উদ্দীপকের ২য় দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

ঘ. উদ্দীপকের ১ম দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য গ্রীষ্মকালে এমনভাবে বৃদ্ধি পেল যেন দোলনকাল 2.05 সে. হয় এবং শীতকালে এমনভাবে হ্রাস পেল যেন দোলনকাল 1.95 সে. হয়। এই দুই অবস্থায় দোলকটির হারানো বিট সংখ্যা এবং অর্জিত বিট সংখ্যা সমান না কম-বেশি হবে? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। 8

৩০ নং প্রশ্নের উত্তর

ক পৃথিবীর চতুর্দিকে যে কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা ফলে পৃথিবীর কোনো নির্দিষ্ট স্থানের সাপেক্ষে একে সর্বদাই স্থির মনে হয়, তাকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।

খ নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুসারে, $F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$

এখানে G হলো মহাকর্ষীয় ধ্রুবক যার মান সংশ্লিষ্ট বস্তুদ্বয়ের ভর তথা অন্যান্য ভৌত ও রাসায়নিক ধর্ম, এদের মধ্যকার দূরত্ব এবং মাধ্যমের প্রকৃতি ও ধর্মের ওপর নির্ভর করে না। মহাবিশ্বের সর্বত্র G-এর মান একই। সৃষ্টির শুরু হতে আজ পর্যন্ত G-এর মান অপরিবর্তনীয়। তাই G-কে সার্বজনীন মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলা হয়।

গ দেওয়া আছে, ২য় দোলকের দোলনকাল, $T = \frac{t}{N} = \frac{60 \text{ sec}}{24} = 2.5 \text{ sec}$

জানা আছে, অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$
বের করতে হবে, কার্যকরী দৈর্ঘ্য, $L = ?$

আমরা জানি, $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ বা, $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$
 $\therefore L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(2.5 \text{ sec})^2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{4 \times 9.87} = 1.55 \text{ m (Ans.)}$

ঘ দোলনকাল $T = 2.05 \text{ sec}$ হলে,

এমতাবস্থায় সারাদিনে প্রাপ্ত দোলনসংখ্যা $\frac{86400 \text{ sec}}{2.05 \text{ sec}} = 42146$

এবং প্রাপ্ত বিট সংখ্যা = প্রাপ্ত অর্ধদোলন সংখ্যা = $2 \times 42146 = 84292$

সুতরাং হারানো বিট সংখ্যা = $86400 - 84292 = 2108$

আবার, $T = 1.95 \text{ sec}$ হলে,

সারাদিনে প্রাপ্ত দোলনসংখ্যা = $\frac{86400 \text{ sec}}{1.95 \text{ sec}} = 44308$

এবং প্রাপ্ত বিট সংখ্যা = $2 \times 44308 = 88616$

সুতরাং অর্জিত বিট সংখ্যা = $88616 - 86400 = 2216$

লক্ষ্য করি, $2108 \neq 2216$

অতএব, বর্ণিত দুই অবস্থায় দোলকটির হারানো বিট সংখ্যা এবং অর্জিত বিট সংখ্যা সমান নয়, বরং কম-বেশি।

প্রশ্ন ৩১ চিফ সাইন্টিস্ট তার তিন সহযোগীকে তিনটি ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের তিনটি সরল দোলক সরবরাহ করে একটি পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে বললেন। তিনজন পাহাড়ের উচ্চতা একই পেল।
[পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6.4 \times 10^6 \text{ m}$, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$]

[গাইবান্ধা সরকারি কলেজ, গাইবান্ধা]

- ক. শব্দের ব্যতিচার কাকে বলে? ১
- খ. শব্দের উপরিপাতন নীতিটি ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. পাহাড়ের উচ্চতা 500m হলে পাহাড়ের চূড়ায় 100kg ভরের একটি বস্তুর ওজন কত হবে? ৩
- ঘ. সরল দোলকের সাহায্যে সহযোগীগণ পাহাড়ের উচ্চতা কীভাবে নির্ণয় করলেন তা গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর। সবার প্রাপ্ত ফলাফল একই হলো কেন? ৪

৩১ নং প্রশ্নের উত্তর

ক মাধ্যমের একই স্থানে যখন দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতন ঘটে তখন স্থানভেদে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস-বৃদ্ধির কারণে কখনো স্থির তরঙ্গ, আবার কখনো বা বিট সৃষ্টি হয়। একে শব্দের ব্যতিচার বলে।

খ শব্দের উপরিপাতন নীতিটি হলো— যখন দুটি তরঙ্গ একই সঙ্গে একই মাধ্যমের ভেতর দিয়ে এগোতে থাকে তখন এরা একটি অপরটির সাপেক্ষে স্বাধীনভাবে সঞ্চালিত হয়। মাধ্যমের যে অংশে তরঙ্গগুলো উপরিপাতিত হয়, সেই অংশে যেকোনো কণার লব্ধি সরণ প্রতিটি তরঙ্গ পৃথকভাবে ঐ কণার যে সরণ সৃষ্টি করে তাদের বীজগাণিতিক সমষ্টির সমান হয়।

গ দেওয়া আছে, বস্তুর ভর, $m = 100 \text{ kg}$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$

পাহাড়ের উচ্চতা, $h = 500 \text{ m}$

জানা আছে, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$

বের করতে হবে, পাহাড়ের চূড়ায় বস্তুর ওজন, $W' = ?$

পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$

সুতরাং, পাহাড়ের চূড়ায় বস্তুর ওজন, $W' = mg' = 100 \text{ kg} \times 9.798 \text{ ms}^{-2} = 979.8 \text{ N (Ans.)}$

ঘ প্রথমত পাহাড়ের পাদদেশে এবং চূড়ায় দোলনকাল পরিমাপ করতে হবে। মনে করি, এ পাঠদ্বয় যথাক্রমে T ও T'।

পাহাড়ের পাদদেশে এবং চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণ যথাক্রমে g ও g' হলে,

সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রানুসারে, $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} \dots\dots\dots (i)$

কিন্তু আমরা জানি, পাহাড়ের উচ্চতা h হলে, $g' = g \left(\frac{R}{R+h} \right)^2$

বা, $\frac{g}{g'} = \left(\frac{R+h}{R} \right)^2 = \left(1 + \frac{h}{R} \right)^2 \dots\dots\dots (ii)$

$\therefore (i) \text{ ও } (ii) \text{ হতে, } \frac{T'}{T} = \sqrt{\left(1 + \frac{h}{R} \right)^2} = 1 + \frac{h}{R}$

বা, $\frac{h}{R} = \frac{T'}{T} - 1$

$\therefore h = R \left(\frac{T'}{T} - 1 \right)$

এভাবেই সরল দোলকের সাহায্যে সহযোগীগণ পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করলেন।

অধ্যায়টির গুরুত্বপূর্ণ জ্ঞান ও অনুধাবনমূলক প্রশ্নোত্তর

(নির্বাচনি পরীক্ষার প্রশ্ন বিশেষ-ষণে প্রাপ্ত)

SURE
12

►ক নং প্রশ্ন (জ্ঞানমূলক)

প্রশ্ন-১. পর্যাবৃত্ত কী?

উত্তর: যদি কোনো একটি বস্তু নির্দিষ্ট সময় পর পর একই স্থানে ফিরে আসে অথবা একই স্থান দিয়ে নির্দিষ্ট সময় অস্ফুর্ত অতিক্রম করে তবে তাকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

প্রশ্ন-২. কৌণিক কম্পাঙ্ক কাকে বলে?

উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে।

প্রশ্ন-৩. সরল দোলকের প্রথম সূত্র (সমকাল সূত্র) বিবৃত কর।

উত্তর: কোনো এক স্থানে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট কোনো একটি সরল দোলকের বিস্তার 4° এর মধ্যে থাকলে তার প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে।

প্রশ্ন-৪. সরল দোলকের দ্বিতীয় সূত্র (দৈর্ঘ্যের সূত্র) বিবৃত কর।

উত্তর: বিস্তার 4° এর মধ্যে থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল তার কার্যকরী দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক।

প্রশ্ন-৫. সরল দোলকের চতুর্থ সূত্র (ভরের সূত্র) বিবৃত কর।

উত্তর: বিস্তার 4° এর মধ্যে এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য স্থির থাকলে কোনো স্থানে সরল দোলকের দোলনকাল দোলকপিষ্টের ভর, আকৃতি বা উপাদানের উপর নির্ভর করে না।

প্রশ্ন-৬. পূর্ণ দোলন কী?

উত্তর: সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে একই নিয়মে একটি নির্দিষ্ট পথে আবার ঐ বিন্দুতে ফিরে এলে তাকে পূর্ণ দোলন বলে।

প্রশ্ন-৭. সরল দোলকের ঝুলন বিন্দু কী?

উত্তর: যে বিন্দু হতে সূতার সাহায্যে ববকে ঝুলানো হয় তাকে ঝুলন বিন্দু বা নিলম্বন বিন্দু বলে।

প্রশ্ন-৮. বেগ কাকে বলে?

উত্তর: সময় সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে।

► খ নং প্রশ্ন (অনুধাবনমূলক)

প্রশ্ন-১. স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য কেটে ছোট করে দিলে স্প্রিং-এর বল ধ্রুবকের কী পরিবর্তন হবে?

উত্তর: স্প্রিং-এর ক্ষেত্রে $F = -kx$ সমীকরণের x হলো প্রসারণ। স্প্রিং কেটে ছোট করে দিলে, একই বল প্রয়োগে স্প্রিং পূর্বাপেক্ষা কম প্রসারিত হয় ফলে k এর মান বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক পরিবর্তিত হবে এবং এক্ষেত্রে মান বেড়ে যায়।

প্রশ্ন-২. বিলিয়ার্ড বোর্ডের উপর বিলিয়ার্ড বলে যাতায়াত সরল দোলগতি নয় কেন?

উত্তর: বিলিয়ার্ড বলটির সঙ্গে টেবিলের ধারের স্থিতিস্থাপক সংঘাত হলে বিলিয়ার্ড বলটি এপাশ-ওপাশ যাতায়াত শুরু করে। এটি একটি পর্যাবৃত্ত নয়। কিন্তু কোনো বস্তুর গতি পর্যাবৃত্ত হলেই দোলগতি হয় না। বিলিয়ার্ড বলটি পুনঃপুন প্রতিক্ষিপ্ত হয়ে সরলরেখা বরাবর এপাশ-ওপাশ যাতায়াত করলেও সরল দোলগতির শর্ত পূরণ করছে না। কারণ, টেবিল মসৃণ হওয়ায় গতিপথের কোথাও বিলিয়ার্ড বলের কোনো ত্বরণ সৃষ্টি হচ্ছে না। কেবলমাত্র টেবিলের ধারে সংঘাতের সময় তার ত্বরণ সৃষ্টি হয়। এজন্যই বিলিয়ার্ড বলের এরূপ যাতায়াত সরল দোলগতি নয়।

প্রশ্ন-৩. বৈদ্যুতিক পাখার গতি পর্যাবৃত্ত গতি কেন?

উত্তর: বৈদ্যুতিক পাখা ঘূর্ণনের সময় এর গতিপথে একই দিক বরাবর নির্দিষ্ট সময় পরপর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে অতিক্রম করে চলে। কোনো গতিশীল বস্তুকণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি এর

গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পরপর একই দিক থেকে অতিক্রম করে তবে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে। সুতরাং বৈদ্যুতিক পাখার গতি একটি পর্যাবৃত্ত গতি।

প্রশ্ন-৪. কেঁচোর চলার গতি কী ধরনের গতি – ব্যাখ্যা কর।

উত্তর: কেঁচো যখন সামনের দিকে এগিয়ে যায় তখন তার শরীরটা কিছু অংশ সংকুচিত এবং কিছু অংশ প্রসারিত হয়। কেঁচোর শরীরের এই সংকোচন ও প্রসারণ কেঁচোর গতির সমান্তরালে সংঘটিত হয়। তরঙ্গ প্রবাহের অভিমুখের সমান্তরালে যদি মাধ্যমের কণাগুলো অগ্র-পশ্চাৎ কাঁপতে থাকে তবে সেই তরঙ্গকে লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে। সুতরাং কেঁচোর চলার গতিটি এক ধরনের লম্বিক তরঙ্গগতি।

প্রশ্ন-৫. বিকৃতির একক নেই কেন?

উত্তর: বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন সাধিত হয় তাকে ঐ বস্তুর বিকৃতি বলে।

$$\therefore \text{বিকৃতি} = \frac{\text{বস্তুর মাত্রার পরিবর্তন}}{\text{বস্তুর আদিমাত্রা}}$$

বিকৃতি একই জাতীয় দুইটি রাশির অনুপাত বলে এর কোনো একক নেই।

প্রশ্ন-৬. অগ্রগামী তরঙ্গের ৪টি বৈশিষ্ট্য লেখ।

উত্তর: অগ্রগামী তরঙ্গের ৪টি বৈশিষ্ট্য:

- অগ্রগামী তরঙ্গ মাধ্যমের ঘনত্ব ও স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে। এক বিশেষ গতিবেগে ইহা মাধ্যমের মধ্য দিয়ে অগ্রসর হয়।
- মাধ্যমের কণাগুলো সাম্যাবস্থানের সাপেক্ষে একই কম্পাঙ্ক ও বিস্তারে কম্পিত হয়। তরঙ্গ গতির অভিমুখের সাপেক্ষে এ কম্পন আড়া অথবা অনুদৈর্ঘ্য হতে পারে।
- অগ্রগামী তরঙ্গের প্রবাহে মাধ্যমের চাপ ও ঘনত্বের কোনো পরিবর্তন ঘটে না।
- কণার কম্পনের দশা, তরঙ্গের বিস্তার রেখা বরাবর পরবর্তী কণাতে স্থানান্তরিত হয় এবং এ রেখা বরাবর দুইটি কণার দশা পার্থক্য তাদের দূরত্বের সমানুপাতিক।