অধ্যায় - ২

বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ (দ্বিপদী ও ত্রিপদী রাশির বর্গ) ২য় অধ্যায় (৫৮ - ৫৮ পৃষ্ঠা)

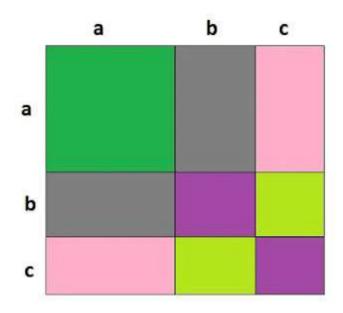
Donate us on bKash 01916973743

ত্রিপদী রাশির বর্গ

কাজঃ (a+b+c)² এর বর্গ কাগজ কেটে নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

- (i) কাগজ কেটে একটি বর্গ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a+b+c এর সমান।
- (ii) এখন, a+b+c বাহ্লতে b ও c এর দৈর্ঘ্য নিচের চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি ফলে সম্পূর্ণ বর্গটি ৯টি ক্ষুদ্র ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।



তাহলে, চিত্র অনুসারে,

$$(a+b+c)^2$$

= 9 টি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$

$$= a^2+b^2+c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= a^2+b^2+c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

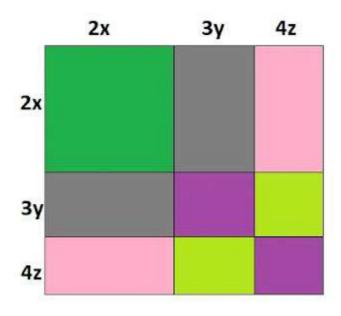
একক কাজঃ নিচের সমস্যাটি কাগজ কেটে বা ছবি এঁকে সমাধান করো।

(2x+3y+4z) এর বর্গ নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

কাগজ কেটে একটি বর্গাকার কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য (2x+3y+4z) এর সমান হয়।

এখন, (2x+3y+4z) দৈর্ঘ্যের বাহ্লতে 3y ও 4z দৈর্ঘ্যকে নিচের চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে ৯টি আয়তক্ষেত্র পাওয়া গেল।



আয়ত ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল এর সমষ্টি প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অনুসারে নিম্মরুপঃ

2x.2x+2x.3y+2x.4z+2x.3y+3y.3y+3y.4z+2x.4z+3y.4z+4z.4z

$$= (2x)^2 + 6xy + 8xz + 6xy + (3y)^2 + 12yz + 8zx + 12yz + (4z)^2$$

$$= 4x^2+9y^2+16z^2+12xy+16zx+24yz$$

এখন, সম্পূর্ণ বর্গের ক্ষেত্রফল =
$$(2x+3y+4z)^2$$

তাহলে,

একক কাজঃ

১) কাগজ কেটে নিচের রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় করে শিক্ষকের কাছে জমা দাও।

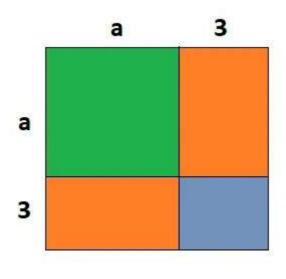
- 1. a+3
- 2. 3x-5
- 3.999
- 4. 2x+y+3z

সমাধানঃ

1. a+3

কাগজ কেটে (a+3) এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও 3 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

বর্গাকৃতি কাগজের ক্ষেত্রফল = 4 টি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\overline{4}$$
, $(a+3)^2 = a.a+a.3+a.3+3.3$

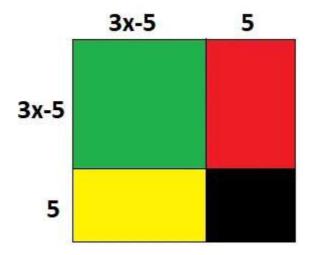
$$\sqrt{3}$$
, $(a+3)^2 = a^2+3a+3a+3^2$

$$\overline{1}$$
, $(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$

2. 3x-5

কাগজ কেটে (3x-5) এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত 3x-5 ও 5 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহ্ল চিহ্নিত করি।



- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল – [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\overline{\text{4}}$$
, $(3x-5)^2 = (3x)^2 - [15x-25 + 15x - 25 + 25]$

$$\sqrt{3x-5}^2 = 9x^2 - [30x-25]$$

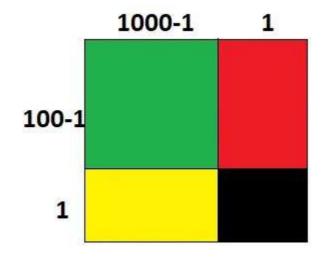
বা,
$$(3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

অতএব,
$$(3x-5)^2$$
 এর বর্গ = $9x^2 - 30x + 25$

3.999

কাগজ কেটে 999 এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত 1000-1 ও 1 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল – [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\exists 1, 999^2 = (1000)^2 - [1000 - 1 + 1000 - 1 + 1]$$

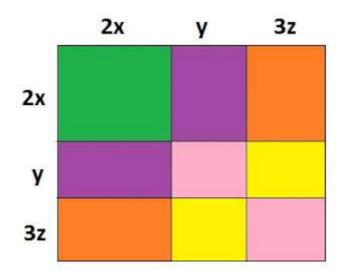
বা,
$$999^2 = 998001$$

অতএব, 999² এর বর্গ = 998001

4. 2x+y+3z

কাগজ কেটে (2x+y+3z) এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত 2x, y ও 3z এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 9 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

বর্গাকৃতি কাগজের ক্ষেত্রফল = 9 টি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

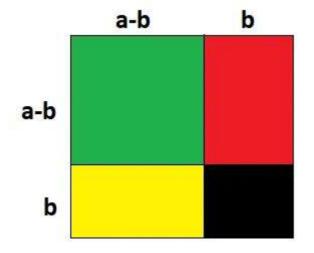
$$\exists (2x+y+3z)^2 = 4x^2+y^2+9z^2+4xy+12zx+6yz$$

২) কাগজ কেটে প্রমাণ করো।

1.
$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a-b ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহ্ল চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল – [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\exists I, (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b+b(a-b)+b.b]$$

বা,
$$(a-b)^2 = a^2 - [ab-b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\overline{\text{1}}$$
, $(a-b)^2 = a^2 - [2ab-b^2]$

$$\overline{a}$$
, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

বা,
$$(a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$$
 [পক্ষান্তর করে]

বা,
$$a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$
 [প্রমাণিত]

If you think this math solution is helpful for you..

Then please donate us for more update

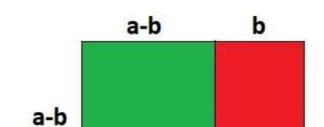
bKash Personal

01916973743

2.
$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a-b ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।





- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল – [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

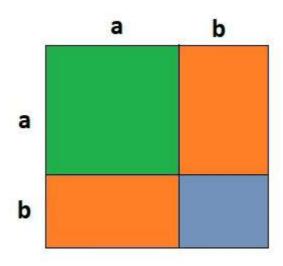
বা,
$$(a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b+b(a-b)+b.b]$$

$$\exists (a-b)^2 = a^2 - [ab-b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\overline{a}$$
, $(a-b)^2 = a^2 - [2ab-b^2]$

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2+ab+ab+b^2$

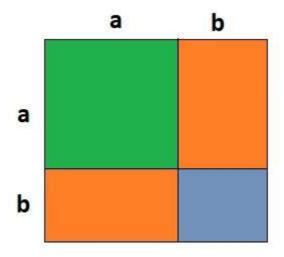
এখন, (i) - (ii) করে পাই,

$$(a-b)^2-(a+b)^2=a^2+b^2-2ab-(a^2+b^2+2ab)$$

3.
$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।

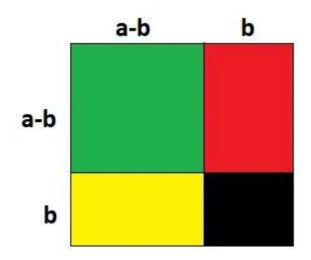


- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = a²+ab+ab+b²

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a-b ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল – [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\sqrt{a}$$
, $(a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b+b(a-b)+b.b]$

$$\exists (a-b)^2 = a^2 - [ab-b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\overline{\text{al}}$$
, $(a-b)^2 = a^2 - [2ab-b^2]$

$$\overline{a}$$
, $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ (ii)

এখন,

$$(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+b^2+2ab-(a^2+b^2-2ab)$$

বা,
$$(a+b)^2$$
- $(a-b)^2$ = a^2 + b^2 +2ab − a^2 - b^2 + 2ab

বা,
$$(a+b)^2$$
- $(a-b)^2$ =4ab

If you think this math solution is helpful for you..

Then please donate us for more update

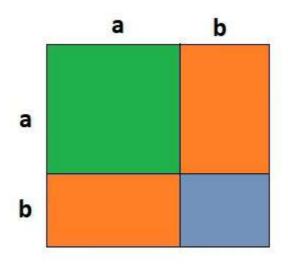
bKash Personal

01916973743

4.
$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।

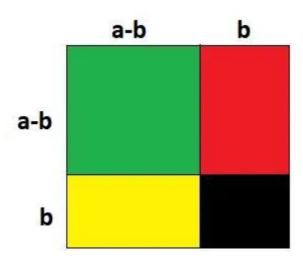


- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2+ab+ab+b^2$

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a-b ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল – [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\exists I, (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b+b(a-b)+b.b]$$

$$\sqrt{a^2} = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

বা,
$$(a-b)^2 = a^2 - [2ab-b^2]$$

এখন,

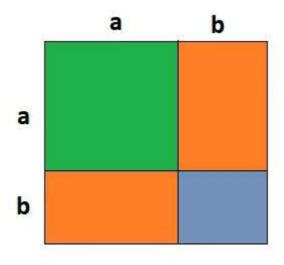
$$(a+b)^2+(a-b)^2=a^2+b^2+2ab+a^2+b^2-2ab$$

$$\overline{\text{q}}$$
, $(a+b)^2+(a-b)^2=2a^2+2b^2$

5.
$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

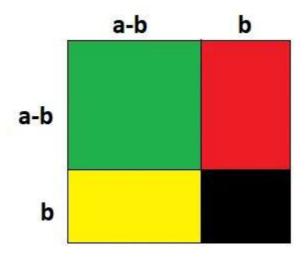
(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = a²+ab+ab+b²

বা,
$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$
(i)

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a-b ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



- (ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।
- (iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল – [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + কালো অংশের ক্ষেত্রফল]

বা,
$$(a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b+b(a-b)+b.b]$$

বা,
$$(a-b)^2 = a^2 - [ab-b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

বা,
$$(a-b)^2 = a^2 - [2ab-b^2]$$

এখন,

(i) – (ii) করে পাই,

$$(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+b^2+2ab-(a^2+b^2-2ab)$$

$$\sqrt{(a+b)^2-(a-b)^2}=a^2+b^2+2ab-a^2-b^2+2ab$$

বা, (a+b)²-(a-b)²=4ab [প্রমাণিত]

If you think this math solution is helpful for you..

Then please donate us for more update

bKash Personal

01916973743