

5.1

সূত্রের সাহায্যে বর্গ ও মান নির্ণয়

সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর (১-১৬):

১. $a+5$

সমাধানঃ

$(a+5)$ এর বর্গ

$$=(a+5)^2$$

$$=(a)^2+2\times a\times 5+(5)^2$$

$$=a^2+10a+25$$

২. $5x-7$

সমাধানঃ

$5x-7$ এর বর্গ

$$(5x-7)^2$$

$$=(5x)^2-2\times 5x\times 7+(7)^2$$

$$=25x^2-70x+49$$

৩. $3a-11xy$

সমাধানঃ

$3a-11xy$ এর বর্গ

$$=(3a)^2-2\times 3a\times 11xy+(11xy)^2$$

$$=9a^2-66axy+121x^2y^2$$

৪. $5a^2+9m^2$

সমাধানঃ

$(5a^2+9m^2)$ এর বর্গ

$$=(5a^2+9m^2)^2$$

$$\begin{aligned}
 &= (5a^2)^2 + 2 \times 5a^2 \times 9m^2 + (9m^2)^2 \\
 &= 25a^4 + 90a^2m^2 + 81m^4
 \end{aligned}$$

৫. 55

সমাধানঃ

55 এর বর্গ

$$= (55)^2$$

$$= (50+5)^2$$

$$= (50)^2 + 2 \times 50 \times 5 + (5)^2$$

$$= 2500 + 500 + 25$$

$$= 3025$$

৬. 990

সমাধানঃ

990 এর বর্গ

$$(1000-10)^2$$

$$= (1000)^2 - 2 \times 1000 \times 10 + (10)^2$$

$$= 1000000 - 20000 + 100$$

$$= 980100$$

৭. $xy-6y$

সমাধানঃ

$xy-6y$ এর বর্গ

$$= (xy-6y)^2$$

$$= (xy)^2 - 2 \times xy \times 6y + (6y)^2$$

$$= x^2y^2 - 12xy^2 + 36y^2$$

৮. $ax-by$

সমাধানঃ

$ax-by$ এর বর্গ

$$(ax-by)^2$$

$$= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2$$

$$= a^2x^2 - 2axby + b^2y^2$$

৯. 97

সমাধানঃ

97 এর বর্গ

$$= (97)^2$$

$$= (100-3)^2$$

$$= (100)^2 - 2 \times 100 \times 3 + (3)^2$$

$$= 10000 - 600 + 9$$

$$= 9409$$

১০. $2x+y-z$

সমাধানঃ

$2x+y-z$ এর বর্গ

$$=(2x+y-z)^2$$

$$=\{(2x+y)-z\}^2$$

$$=\{(2x+y)^2-2\times(2x+y)\times z+(z)^2\}$$

$$=\{(2x)^2+2\times 2x\times y+(y)^2-2\times 2x\times z-2\times y\times z+(z)^2\}$$

$$=4x^2+4xy+y^2-4xz-2yz+z^2$$

১১. $2a-b+3c$

সমাধানঃ

$2a-b+3c$ এর বর্গ

$$=(2a-b+3c)^2$$

$$=\{(2a-b)^2-2\times(2a-b)\times 3c+(3c)^2\}$$

$$=\{(2a)^2-2\times 2a\times b+(b)^2-2\times(2a-b)\times 3c+(3c)^2\}$$

$$=4a^2$$

১২. $x^2+y^2-z^2$

সমাধানঃ

$x^2+y^2-z^2$ এর বর্গ

$$=(x^2+y^2-z^2)^2$$

$$=\{(x^2+y^2)^2-2\times(x^2+y^2)\times z^2+(z^2)^2\}$$

$$=\{(x^2)^2+2\times x^2\times y^2+(y^2)^2-2\times(x^2+y^2)\times z^2+(z^2)^2\}$$

$$=x^4+2x^2y^2+y^4-2x^2z^2-2y^2z^2+z^4$$

১৩. $a-2b-c$

সমাধানঃ

$a-2b-c$ এর বর্গ

$$=(a-2b-c)^2$$

$$=\{(a-2b)-c\}^2$$

$$=\{(a-2b)^2-2\times(a-2b)\times c+c^2\}$$

$$=\{a^2-2\times a\times 2b+(2b)^2-2ac+4bc+c^2\}$$

$$=a^2-4ab+4b^2-2ac+4bc+c^2$$

১৪. $3x-2y+z$

সমাধানঃ

$3x-2y+z$ এর বর্গ

$$(3x-2y+z)^2$$

$$=\{(3x-2y)^2+2\times(3x-2y)\times z+z^2\}$$

$$=\{(3x)^2-2\times 3x\times 2y+(2y)^2+6xz-4yz+z^2\}$$

$$=9x^2-12xy+4y^2+6xz-4yz+z^2$$

১৫. $bc+ca+ab$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
& bc+ca+ab \text{ এর বর্গ} \\
& = (bc+ca+ab)^2 \\
& = \{(bc+ca)^2 + 2 \times (bc+ca) \times ab + (ab)^2\} \\
& = \{(bc)^2 + 2 \times bc \times ca + (ca)^2 + 2 \times bc \times ab - 2 \times ca \times ab + a^2b^2\} \\
& = b^2c^2 + 2abc^2 + a^2c^2 + 2ab^2c + 2a^2bc + a^2b^2
\end{aligned}$$

১৬. $2a^2+2b-c^2$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
& 2a^2+2b-c^2 \text{ এর বর্গ} \\
& (2a^2+2b-c^2)^2 \\
& = \{(2a^2+2b)-c^2\}^2 \\
& = (2a^2+2b)^2 - 2 \times (2a^2+2b) \times c^2 + (c^2)^2 \\
& = (2a^2)^2 + 2 \times 2a^2 \times 2b + (2b)^2 - 2 \times 2a^2 \times c^2 - 2 \times 2b \times c^2 + c^4 \\
& = 4a^4 + 8a^2b + 4b^2 - 4a^2c^2 - 4bc^2 + c^4
\end{aligned}$$

সরল কর (১৭-২৪):

১৭. $(2a+1)^2-4a(2a+1)+4a^2$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
& (2a+1)^2-4a(2a+1)+4a^2 \\
& = (2a+1)^2-2 \times 2a \times (2a+1) + (2a)^2 \\
& = (2a+1-2a)^2 \\
& = (1)^2 \\
& = 1
\end{aligned}$$

১৮. $(5a+3b)^2+2(5a+3b)(4a-3b)+(4a-3b)^2$

সমাধানঃ

ধরি, $5a+3b=x$ এবং $4a-3b=y$

প্রদত্ত রাশি

$$\begin{aligned}
& = x^2 + 2xy + y^2 \\
& = (x+y)^2 \\
& = (5a+3b+4a-3b)^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
& = (9a)^2 \\
& = 81a^2
\end{aligned}$$

১৯. $(7a+b)^2-2(7a+b)(7a-b)+(7a-b)^2$

সমাধানঃ

ধরি, $7a+b=x$ এবং $7a-b=y$

প্রদত্ত রাশি

$$\begin{aligned}
& = x^2 - 2xy + y^2 \\
& = (x-y)^2 \\
& = (7a+b-7a+b)^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
& = (2b)^2
\end{aligned}$$

$$=4b^2$$

$$\text{২০. } (2x+3y)^2+2(2x+3y)(2x-3y)+(2x-3y)^2$$

সমাধানঃ

$$\text{ধরি, } 2x+3y=a \text{ এবং } 2x-3y=b$$

প্রদত্ত রাশি

$$=a^2+2ab+b^2$$

$$=(a+b)^2$$

$$=(2x+3y+2x-3y)^2 \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]}$$

$$=(4x)^2$$

$$=16x^2$$

$$\text{২১. } (5x-2)^2+(5x+7)^2-2(5x-2)(5x+7)$$

সমাধানঃ

$$\text{ধরি, } 5x-2=a \text{ এবং } 5x+7=b$$

প্রদত্ত রাশি

$$=a^2+b^2-2ab$$

$$=(a-b)^2$$

$$=(5x-2-5x-7)^2 \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]}$$

$$=(-9)^2$$

$$=81$$

$$\text{২২. } (3ab-cd)^2+9(cd-ab)^2+6(3ab-cd)(cd-ab)$$

সমাধানঃ

$$(3ab-cd)^2+9(cd-ab)^2+6(3ab-cd)(cd-ab)$$

$$=(3ab-cd)^2+\{3(cd-ab)\}^2+2 \times 3(3ab-cd)(cd-ab)$$

$$\text{ধরি, } 3ab-cd=x \text{ এবং } 3(cd-ab)=y$$

প্রদত্ত রাশি

$$=x^2+y^2+2xy$$

$$=(x+y)^2$$

$$=[(3ab-cd)+\{3(cd-ab)\}]^2 \text{ [x ও y এর মান বসিয়ে]}$$

$$=(3ab-cd+3cd-3ab)^2$$

$$=(2cd)^2$$

$$=4c^2d^2$$

$$\text{২৩. } (2x+5y+3z)^2+(5y+3z-x)^2-2(5y+3z-x)(2x+5y+2z)$$

সমাধানঃ

$$\text{ধরি, } 2x+5y+3z=a \text{ এবং } 5y+3z-x=b$$

প্রদত্ত রাশি

$$=a^2-2ab+b^2$$

$$=(a-b)^2$$

$$=(2x+5y+3z-5y-3z+x)^2 \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]}$$

$$=(3x)^2$$

$$=9x^2$$

২৪. $(2a-3b+4c)^2+(2a+3b-4c)^2+2(2a-3b+4c)(2a+3b-4c)$

সমাধানঃ

ধরি, $2a-3b+4c=x$ এবং $2a+3b-4c=y$

প্রদত্ত রাশি

$$=x^2+y^2+2xy$$

$$=(x+y)^2$$

$$=(2a-3b+4c+2a+3b-4c)^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$=(4a)^2$$

$$=16a^2$$

মান নির্ণয় কর (২৫-২৮):

২৫. $25x^2+36y^2-60xy$, যখন $x=-4$, $y=-5$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি

$$=25x^2+36y^2-60xy$$

$$=(5x)^2+(6y)^2-2 \times 5x \times 6y$$

$$=(5x-6y)^2$$

$$=\{(5 \times (-4)-6 \times (-5))\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$=(-20+30)^2$$

$$=(10)^2$$

$$=100$$

২৬. $16a^2-24ab+9b^2$, যখন $a=7$, $b=6$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি

$$=16a^2-24ab+9b^2$$

$$=(4a)^2-2 \times 4a \times 3b+(3b)^2$$

$$=(4a-3b)^2$$

$$=(4 \times 7-3 \times 6)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$=(28-18)^2$$

$$=(10)^2$$

$$=100$$

২৭. $9x^2+30x+25$, যখন $x=-2$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি

$$=9x^2+30x+25$$

$$=(3x)^2+2 \times 3x \times 5+5^2$$

$$=(3x+5)^2$$

$$=\{3 \times (-2)+5\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\begin{aligned}
&= (-6+5)^2 \\
&= (-1)^2 \\
&= 1
\end{aligned}$$

২৮. $81a^2+18ac+c^2$, যখন $a=7$, $c=-67$

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি

$$\begin{aligned}
&= 81a^2+18ac+c^2 \\
&= (9a)^2+2 \times 9a \times c+c^2 \\
&= (9a+c)^2 \\
&= (9 \times 7-67)^2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= (63-67)^2 \\
&= (-4)^2 \\
&= 16
\end{aligned}$$

২৯. $a-b=7$ এবং $ab=3$ হলে, দেখাও যে, $(a+b)^2=61$

সমাধানঃ

বামপক্ষ

$$\begin{aligned}
&= (a+b)^2 \\
&= (a-b)^2+4ab \\
&= 7^2+4 \times 3 \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= 49+12 \\
&= 61 \\
&= \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}
\end{aligned}$$

৩০. $a+b=5$ এবং $ab=12$ হলে, দেখাও যে, $a^2+b^2=1$

সমাধানঃ

বামপক্ষ

$$\begin{aligned}
&= a^2+b^2 \\
&= (a+b)^2-2ab \\
&= 5^2-2 \times 12 \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= 25-24 \\
&= 1 \\
&= \text{ডানপক্ষ (দেখানো হলো)}
\end{aligned}$$

৩১. $x+1/x=5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $(x^2-1/x^2)^2=525$

সমাধানঃ

বামপক্ষ

$$\begin{aligned}
&= (x^2-1/x^2)^2 \\
&= (x^2+1/x^2)^2-4 \times x^2 \times 1/x^2 \\
&= (x^2+1/x^2)^2-4 \\
&= \{(x+1/x)^2-2 \times x \times 1/x\}^2-4 \\
&= \{(5)^2-2\}^2-4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (25-2)^2 - 4 \\
&= (23)^2 - 4 \\
&= 529 - 4 \\
&= 525 \\
&= \text{ডানপক্ষ (প্রমাণিত)}
\end{aligned}$$

৩২. $a+b=8$ এবং $a-b=4$ হলে, $ab=$ কত?

সমাধানঃ

আমরা জানি,

ab

$$\begin{aligned}
&= \{(a+b)/2\}^2 - \{(a-b)/2\}^2 \\
&= (8/2)^2 - (4/2)^2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= (4)^2 - (2)^2 \\
&= 16 - 4 \\
&= 12
\end{aligned}$$

৩৩. $x+y=7$ এবং $xy=10$ হলে, x^2+y^2+5xy এর মান কত?

সমাধানঃ

প্রদত্ত রাশি

$$\begin{aligned}
&= x^2 + y^2 + 5xy \\
&= (x+y)^2 - 2xy + 5xy \\
&= (x+y)^2 + 3xy \\
&= (7)^2 + 3 \times 10 \text{ [মান বসিয়ে]} \\
&= 49 + 30 \\
&= 79
\end{aligned}$$

৩৪. $m+1/m=2$ হলে, দেখাও যে, $m^4+1/m^4=2$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

$$m + 1/m = 2$$

$$\text{বা, } (m + 1/m)^2 = 2^2 \text{ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } m^2 + 2 \times m \times 1/m + (1/m)^2 = 4$$

$$\text{বা, } m^2 + 2 + 1/m^2 = 4$$

$$\text{বা, } m^2 + 1/m^2 = 4 - 2$$

$$\text{বা, } (m^2 + 1/m^2)^2 = (2)^2$$

$$\text{বা, } (m^2)^2 + 2 \times m^2 \times 1/m^2 + (1/m^2)^2 = 4 \text{ [উভয় পক্ষকে বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } m^4 + 2 + 1/m^4 = 4$$

$$\text{বা, } m^4 + 1/m^4 = 4 - 2$$

$$\text{বা, } m^4 + 1/m^4 = 2 \text{ (দেখানো হলো)}$$