অধ্যায়-১ ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

১.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

১। A= $\begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, D = $\begin{bmatrix} 3+x & 4 & K \\ 4 & K+x & 3 \\ K & 3 & 4+x \end{bmatrix}$

ক. a = 5 হলে 2 A^2 এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. a = 0 হলে, A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. K=2 এবং D = 0 হলে সমীকরণটি সমাধান কর। ৪

(ক). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, A = $\begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} [\because a=5]$

$$\therefore A^2 = A.A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 25+1+6 & 5+2+2 & 10+3+2 \\ 5+2+9 & 1+4+3 & 2+6+3 \\ 15+1+3 & 3+2+1 & 6+3+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 32 & 9 & 15 \\ 16 & 8 & 11 \\ 19 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\therefore 2A^2 = \begin{bmatrix} 64 & 18 & 30 \\ 32 & 16 & 22 \\ 38 & 12 & 20 \end{bmatrix} \quad \text{(Ans.)}$$

(খ). এর সমাধান :

a = 0 হলে, A = $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

A ম্যাট্রিক্সের সহগুণক যথাক্রমে

$A_{11} = 2-3 = -1; A_{12} = (1-9) = 8; A_{13} = 1-6 = -5$

$A_{21} = -(1-2) = 1; A_{22} = 0-6 = -6; A_{23} = 0-1 = -1$

$A_{31} = 3-4 = -1; A_{32} = -(0-2) = 2; A_{33} = 0-1 = -1$

$$\therefore adj(A)=\begin{bmatrix}-1 & 8 & -5\\ 1 & -6 & 3\\ -1 & 2 & -1\end{bmatrix}^{r}=\begin{bmatrix}-1 & 1 & -1\\ 8 & -6 & 2\\ -5 & 3 & -1\end{bmatrix}$$

$$\therefore \det(A)=|A|=0(2-3)-1(1-9)+2(1-6)$$

$$= 0 + 8 – 10 = - 2$$

$$\therefore A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}adj(A)=\frac{1}{-2}\begin{bmatrix}-1 & 1 & -1\\ 8 & -6 & 2\\ -5 & 3 & -1\end{bmatrix}(Ans.)$$

(গ). এর সমাধান :

k = 2 এবং D = 0 হলে,

$$D=\begin{vmatrix}3+x & 4 & 2\\ 4 & 2+x & 3\\ 2 & 3 & 4+x\end{vmatrix}=0$$

বা, $\begin{vmatrix}9+x & 4 & 2\\ 9+x & 2+x & 3\\ 9+x & 3 & 4+x\end{vmatrix}=0;[c_1+c_2+c_3\rightarrow c'_1$

বা, (9+x) $\begin{vmatrix}1 & 4 & 2\\ 1 & 2+x & 3\\ 1 & 3 & 4+x\end{vmatrix}=0$

বা, (9+x) $\begin{vmatrix}0 & 2-x & -1\\ 0 & x-1 & 1-x\\ 1 & 3 & 4+x\end{vmatrix}=0;\begin{bmatrix}R'_1= & R_1-R_2\\ R'_2= & R_2-R_3\end{bmatrix}$

বা, (9+x) {0-0+1(-2-2x+x^2 +x-1)}=0

$\therefore (9+x)(x^2-3)=0$

হয়, 9 + x = 0 অথবা, x^2 - 3 = 0

$\therefore$ x = - 9 বা, x^2 = 3

$\therefore x=\pm\sqrt{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: x = - 9 অথবা, $\pm\sqrt{3}$

২.নং প্রশ্নের সমাধান:

A= $\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 0 & 4\\ 0 & 5 & 6\end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix}u & v & w\\ u^2 & v^2 & w^2\\ u^3 & v^3 & w^3\end{vmatrix}$ = 0 (u $\neq$ 0, v $\neq$ 0, w $\neq$ 0).

ক. B= $\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}$, C= $\begin{vmatrix}5 & 6\\ 7 & 8\end{vmatrix}$ হলে $(BC)^T$ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, u = v = w। ৪

গ. A^{-1}এর মান নির্ণয় কর। ৪

(ক). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, B = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ এবং C = $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

$$\therefore BC = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 14 & 6+ & 16 \\ 15 & 28 & 18+ & 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{bmatrix}$$

$$(BC)^T = \begin{bmatrix} 19 & 43 \\ 22 & 50 \end{bmatrix}(Ans.)$$

(খ). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, $\begin{bmatrix} u & v & w \\ u^2 & v^2 & w^2 \\ u^3 & v^3 & w^3 \end{bmatrix} = 0$

বা, uvw $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ u & v & w \\ u^2 & v^2 & w^2 \end{vmatrix} = 0$

বা, uvw $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ u-v & v-w & w \\ u^2-v^2 & v^2-w^2 & w^2 \end{vmatrix} = 0[C_1' = C_1 - C_2.C_2' = C_2 - C_3]$

বা, uvw $\begin{vmatrix} u-v & v-w \\ (u+v)(u-v) & (v+w)(v-w) \end{vmatrix} = 0$

বা, uvw (u-v) (v-w) (v+w-u-v) = 0

বা, uvw (u-v) (v-w) (w-u) = 0

$\therefore$ (u - v) (v - w) (w - u) = 0 $[\because u, v, w \neq 0]$

হয়, u – v = 0 অথবা, v – w = 0 অথবা, w – u = 0

$\therefore$ u = v….(i) $\therefore$ v = w…(ii) $\therefore$ w = u… (iii)

(i), (ii) ও (iii) হতে পাই,

u = v = w (প্রমানিত)

(গ). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

$$\therefore \det(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$= 1(0-20)-2(18-0)+0$$

$$= -20-36 = -56$$

এখন, A ম্যাট্রিক্সের সহগুণক যথাক্রমে,

$$A_{11} = 0-20 = -20; A_{12} = -(18-0) = -18; A_{13} = 15-0 = 15$$

$$A_{21} = -(12-0) = -12; A_{22} = 6-0 = 6; A_{23} = -(5-0) = -5$$

$$A_{31} = 8-0 = 8; A_{32} = -(4-0) = -4; A_{33} = 0-6 = -6$$

$$\therefore \operatorname{adj}(A) = \begin{bmatrix} -20 & -12 & 15 \\ -12 & 6 & -5 \\ 8 & -4 & -6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -20 & -12 & 8 \\ -18 & 6 & -4 \\ 15 & -5 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A)$$

$$= \frac{1}{-56}\begin{bmatrix} -20 & -12 & 8 \\ -18 & 6 & -4 \\ 15 & -5 & -6 \end{bmatrix}(Ans.)$$

৩.নং প্রশ্নের সমাধানঃ

একটি সমীকরণ জোট AX = B, যেখানে

$$A = \begin{vmatrix} 1 & \lambda & 3 \\ 2 & 1 & \lambda \\ 5 & 4 & 7 \end{vmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ক. সমীকরণ জোটটি নির্ণয় করো।

খ. λ এর কোন মানগুলির জন্য A ম্যাট্রিক্সটি ব্যাতিক্রমী তা নির্ণয় করো।

গ. $\lambda = 1$ এর জন্য সমীকরণ জোটটি ম্যাট্রিক্স পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করো।

(ক) এর সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, $A = \begin{vmatrix} 1 & \lambda & 3 \\ 2 & 1 & \lambda \\ 5 & 4 & 7 \end{vmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

$$\therefore AX = \begin{vmatrix} 1 & \lambda & 3 \\ 2 & 1 & \lambda \\ 5 & 4 & 7 \end{vmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+ & \lambda y+ & 3z \\ 2x+ & y+ & \lambda z \\ 5x & 4y & 7z \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} x+ & \lambda y+ & 3z \\ 2x+ & y+ & \lambda z \\ 5x & 4y & 7z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} [\because AX = B]$$

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ জোট,

$x+\lambda y+3z=2$
$2x+y+\lambda z=1$
$5x+4y+7z=4$

(খ) এর সমাধান :

A ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হলে det(A)=0

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & \lambda & 3 \\ 2 & 1 & \lambda \\ 5 & 4 & 7 \end{vmatrix}=0$$

বা, $1\begin{vmatrix} 1 & \lambda \\ 4 & 7 \end{vmatrix}-\lambda\begin{vmatrix} 2 & \lambda \\ 5 & 7 \end{vmatrix}+3\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}=0$

বা, $(7 - 4\lambda) - \lambda\ (14 - 5\lambda) + 3\ (8 - 5) = 0$

বা, $7-4\lambda--14\lambda+5\lambda^{2}+9=0$ বা, $5\lambda^2-18\lambda+16=0$

বা, $5\lambda^2-10\lambda-8\lambda+16=0$ বা, $5\lambda(\lambda-2)-8(\lambda-2)=0$

বা, $(\lambda-2)(5\lambda-8)=0 \therefore \lambda=2,\dfrac{8}{2}$

λ এর মান 2 অথবা $\dfrac{8}{2}$ হলে A ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে। (Ans.)

(গ) এর সমাধান :

$\lambda=1$ এর জন্য A = $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 7 \end{bmatrix}$

$\therefore \det A=1(7-4)-1(14-5)+3(8-5)=3-9+9=3$

এখন, $A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 7 \end{vmatrix}=1(7-4)=3$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2 & 1\\ 5 & 7\end{vmatrix}=-1(14-5)=-9$$

$$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2 & 1\\ 5 & 4\end{vmatrix}=1(8-5)=3$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 4 & 7\end{vmatrix}=1(7-12)=5$$

$$A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 5 & 7\end{vmatrix}=1(7-15)=-8$$

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}1 & 1\\ 5 & 4\end{vmatrix}=-1(4-5)=1$$

$$A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 1 & 1\end{vmatrix}=1(1-3)=-2$$

$$A_{32}=\left(-1\right)^{3+2}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{vmatrix}=-1(1-6)=5$$

$$A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{vmatrix}=1(1-2)=-1$$

$$\therefore A^{-1}=\frac{1}{\det A}\begin{bmatrix}A_{11} & A_{21} & A_{31}\\ A_{12} & A_{22} & A_{32}\\ A_{13} & A_{23} & A_{33}\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}3 & 5 & -2\\ -9 & -8 & 5\\ 3 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

এখন, AX=B $\Rightarrow X=A^{-1}B$

$$\therefore \begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}3 & 5 & 2\\ -9 & -8 & 5\\ 3 & 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\ 1\\ 4\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}6+ & 5- & 8\\ -18 & -8 & +20\\ 6+ & 1 & -4\end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}3\\ 6\\ 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -2\\ 1\end{bmatrix}$$

$\therefore x=1, y=-2, x=1$

নির্ণেয় সমাধান, (x, y, z) = (1, - 2, 1) (Ans.)

৪ নং প্রশ্নের সমাধান :

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1 & -2 & 2\\ -2 & 0 & -2\\ 2 & -2 & 0\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 0\end{bmatrix};\ P=\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}$$

ক. যদি $A+B=S$ হয় তবে দেখাও যে S একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স।

খ. $B^2+5A-2I$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. $AP=C$` হলে নির্ণায়কের সাহায্যে সমাধান কর।

(ক). এর সমাধান :

দেওয়া আছে, $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix}$

এবং $B=\begin{bmatrix}1 & -2 & 2\\ -2 & 0 & -2\\ 2 & -2 & 0\end{bmatrix}$,

এখন, $S=A+B$

$$=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & -2 & 2\\ -2 & 0 & -2\\ 2 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ -1 & 2 & -1\\ 3 & -1 & 2\end{bmatrix}$$

$\therefore$ S একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স। (দেখানো হলো)

(খ). এর সমাধান :

$$B^2=\begin{bmatrix}1 & -2 & 2\\ -2 & 0 & -2\\ 2 & -2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2 & 2\\ -2 & 0 & -2\\ 2 & -2 & 0\end{bmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}1+4+4 & -2+0-4 & 2+4+0\\ -2+0-4 & 4+0+4 & -4+0+0\\ 2+4+0 & -4+0+0 & 4+4+0\end{vmatrix}$$

$$=\begin{matrix}9 & -6 & 6\\ -6 & 8 & -4\\ 6 & -4 & 8\end{matrix}$$

$$\therefore B^2+5A-21=\begin{bmatrix}9 & -6 & 6\\ -6 & 8 & -4\\ 6 & -4 & 8\end{bmatrix}+5\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix}-2\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}9 & -6 & 6\\ -6 & 8 & -4\\ 6 & -4 & 8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5 & 5 & 5\\ 5 & 10 & 5\\ 5 & 5 & 10\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}9+5-2 & -6+5-0 & 6+5-0\\ -6+5-0 & 8+10-2 & -4+5-0\\ 6+5-0 & -4+5-0 & 8+10-2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}12 & -1 & 11\\ -1 & 16 & 1\\ 11 & 1 & 16\end{bmatrix}(Ans)$$

(গ). এর সমাধান :

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{bmatrix} \text{ এবং } C=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 2\end{vmatrix}$$

$$=1(4-1)-1(2-1)+1(1-2)$$

$$=3-1-1=1$$

$$\Delta_x=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{vmatrix}$$

$$=1(4-1)-1(4-0)+1(2-0)$$

$$=3-4+2$$

$$=1$$

$$\Delta_y=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}$$

$$=1(4-0)-1(2-1)+1(0-2)$$

$$=4-1-2$$

$$=1$$

এবং $\Delta_z=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 2\\ 1 & 1 & 0\end{vmatrix}$

$$=1(0-2)-1(0-2)+1(1-2)$$

$$=-2+2-1$$

$$=-1$$

এখন, $x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{1}{1}=1$

$$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{1}{1}=1$$

$$z=\frac{\Delta_z}{\Delta}=\frac{-1}{1}=-1$$

$$\therefore\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ -1\end{pmatrix}(Ans.)$$

প্র্যাকটিস অংশ: সৃজনশীল প্রশ্নঃ

১। $A=\begin{vmatrix}1 & 2 & -7\\2 & 5 & -4\\3 & 7 & -5\end{vmatrix}$ এবং $C=\begin{vmatrix}a-b-c & 2a & 2a\\2b & b-c-a & 2b\\2c & 2c & c-a-b\end{vmatrix}$

ক. $X=\begin{vmatrix}2 & 1\end{vmatrix}$ এবং $Y=\begin{bmatrix}1 & -2 & 0\\4 & 5 & -3\end{bmatrix}$ হলে X (-3Y) নির্ণয় কর ২

খ. দেখাও যে, $[C]=(a+b+c)^3$ ৪

গ. A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

২। $f(t)=\ln t$ এবং $g(t)=t^2-2t+t$

ক. $(gof)(e^3)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\begin{vmatrix}f\dfrac{x}{2} & f\dfrac{y}{2} & f\dfrac{z}{2}\\f\dfrac{2x}{3} & f\dfrac{2y}{3} & f\dfrac{2z}{3}\\f\dfrac{3x}{2} & f\dfrac{3y}{2} & f\dfrac{3z}{2}\end{vmatrix}=0$ ৪

গ. $A=\begin{pmatrix}g(1) & f(e) & 2f(e)\\f(e) & g(2) & 3f(e)\\2f(e) & 3f(e) & g(3)\end{pmatrix}$ হলে A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

৩। $A=\begin{bmatrix}1+x & 2 & 3\\2 & 3x & 1\\3 & 1 & 2+x\end{bmatrix}$ একটি ম্যাট্রিক্স

ক. বর্গ ম্যাটিক্স বিপরীত ম্যাট্রিক্স বলতে কী বোঝায়? ২

খ. x = 1 হলে, A^2+31 এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত ম্যাট্রিক্স ব্যাতিক্রমী হলে x এর মানসমূহ নির্ণয় কর। ৪

৪। $A=\begin{bmatrix}3 & -4 & 2\\-2 & 1 & 0\\-1 & -1 & 1\end{bmatrix}$ হলে,

ক. A ব্যতিক্রমী কি না নির্ণয় কর। ২

খ. Adj. A নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর, $AA^{-1}=A^{-1}A$। ৪

৬। $A=\begin{bmatrix}a+b+2c & a & b\\c & b+c+2a & b\\c & a & c+a+2b\end{bmatrix}$ এবং $B=\begin{bmatrix}5 & 2\\-2 & 1\end{bmatrix}$

ক. B ম্যাট্রিক্সটি কি ব্যতিক্রমী ব্যাখ্যা কর। ২

খ. দেখাও যে, $|A|=2(a+b+c)^3$। ৪

গ. যদি a=b=c=1 হয়, তবে A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

৭। $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$; $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$; $P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

ক. যদি A+B = S হয় তবে দেখাও যে S একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স। ২

খ. $B^2+5A-21$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. AP=C হলে, নির্ণায়কের সাহায্যে সমাধান কর। ৪

৮। $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & x \\ -7 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ একটি ম্যাট্রিক্স।

ক. x এর কোন মানের জন্য $|A| = 0$ হবে? ২

খ. x = 1 ধরে প্রাপ্ত B ম্যাট্রিক্সের বিপরীত বর্গ ম্যাট্রিক্স B^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $B\,B^{-1}=1_3$ ৪

৯। $A = \begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

ক. যদি a=0, b=0, c=1 হয় তবে $|A|$ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর $|A| = 2(a+b+c)^3$ ৪

গ. a = b =c= 1 হলে A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

১০। $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

ক. A ও B ম্যাট্রিক্সদ্বয়ের গুণন যোগ্যতা ব্যাখ্যা কর। ২

খ. AX=B হলে x,y,z এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. C ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর। ৪

১১। $f(x) = \dfrac{2x+1}{3x-1}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3-1 & y^3-1 & z^3-1 \end{bmatrix}$

উল্লেখিত উদ্দীপক হতে-

ক. $f(x)$ এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ২

খ. A^2 নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, D= (xyz–1) (x–y) (y–z) (z–x) ৪

১২। $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 15 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, $D = \begin{vmatrix} a & b & ax+by \\ b & c & bx+cy \\ ax+by & bx+cy & 0 \end{vmatrix}$

ক. A ম্যাট্রিক্সটি অভেদঘাতি কিনা যাচাই কর। ২

খ. B^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $D=(b^2-2bxy+cy^2)$ ৪

১৩। A= $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 6 & 4 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix}$, B= $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$, x = $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, P= $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$

ক. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ একটি প্রতিসম ম্যাট্রিক্স ব্যাখ্যা কর। ২

খ. B^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. AX = P হতে গঠিত সমীকরণ জোট ক্রেমারের নিয়মে সমাধান কর। ৪

১৪। A= $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, B= $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, C= $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$.

ক. AB নির্ণয়যোগ্য হলে নির্ণয় কর। ২

খ. A^2–4A+51 নির্ণয় কর যেখানে I একটি অভেদক ম্যাট্রিক্স। ৪

গ. AC=B হলে নির্ণায়কের মাধ্যমে সমীকরণ জোটটির সমাধান কর। ৪

১৫। দৃশ্যকল্প-১: একটি সমীকরণ জোট AX = B যেখানে,

A= $\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 3 \\ 2 & 1 & \lambda \\ 5 & 4 & 7 \end{pmatrix}$, X= $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, B= $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

ক. দৃশ্যকল্প-১ এর সমীকরণ জোটটি নির্ণয় কর। ২

খ. দৃশ্যকল্প-১ এর জন্য এর যে সকল মানের জন্য ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমধর্মী তা নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ca \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$ ৪

১৬। A= $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 8 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ এবং B= $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

ক. $|A|$ নির্ণয় কর। ২

খ. B^2–2A+51 নির্ণয় কর। ৪

গ. B^{-1} নির্ণয় কর। ৪

১৭। A= $\begin{pmatrix} 1 & u & 3 \\ 2 & 1 & u \\ 5 & 4 & 7 \end{pmatrix}$; X= $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$; B= $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ হলে

ক. AX=B সমীকরণ জোটটি তৈরি কর। ২

খ. এর কোন মানের জন্য A ম্যাট্রিক্সটি ব্যতিক্রমী হবে? ৪

গ. =1 হলে সমীকরণ জোটটি ক্রেমারের নিয়মে সমাধান কর। ৪

১৮। A= $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ 3 & 7 & -5 \end{vmatrix}$, B= $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 3 \\ 9 & 8 & 4 \end{vmatrix}$ C= $\begin{vmatrix} 3 \\ 7 \\ 11 \end{vmatrix}$, X = $\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$

ক. AMRITA শব্দটির বর্গগুলিকে কত রকমে সাজানো যায় তা নির্ণয় কর। ২

খ. A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. BX=C হলে, ক্রেমারের পদ্ধতির সাহায্যে x,y,z এর মান নির্ণয় কর। ৪

১৯। A = $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{vmatrix}$, B= $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$ এবং C= $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & c & c \end{vmatrix}$

ক. দেখাও যে, $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \\ -1 & -5 & 0 \end{vmatrix}$ একটি অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স। ২

খ. A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, det (BC) = abc (a–b) (b–c) (c–a) ৪

২১। A= $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -1 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$, B= $\begin{vmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{vmatrix}$ C=[1 2 -5 6]; K= $\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix}$

ক. $(BC)^T$= কত? ২

খ. A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. K= কত? ৪

২২। P= $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & a \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & a+c+2b \end{vmatrix}$

ক. $\begin{vmatrix} n+5 & 2 \\ 3 & n \end{vmatrix}$ একটি ব্যাতিক্রমী ম্যাট্রিক্স হলে, n এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. a = b = c = 1 হলে, P^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $|P|$ = $2(a+b+c)^3$ ৪

২৩। A= $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}$ একটি ম্যাট্রিক্স

ক. প্রমাণ কর যে, $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & P & P^2 \\ 1 & P^2 & P^4 \end{vmatrix}$ = $P(P-1)^2 (P^2-1)$ ২

খ. A এর বিপরীত বর্গ ম্যাট্রিক্স B নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $AB=I_3$ ৪

২৪। A= $\begin{vmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$ এবং B= $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix}$

ক. ম্যাট্রিক্স বলতে কি বুঝ? ব্যতিক্রমী ও অব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স এর উদাহরণ দাও। ২

খ. A^3-2A^2+A-21 নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $B=(a+b+c)^3$

২৫। $A=\begin{vmatrix}1 & 5 & 0\\ 3 & 0 & 4\\ 2 & 1 & 0\end{vmatrix}$, $B=\begin{vmatrix}-1 & 0 & 5\\ 2 & 1 & -3\\ 3 & 5 & 6\end{vmatrix}$

ক. বর্গ ম্যাট্রিক্সের বিপরীত ম্যাট্রিক্স বলতে কি বুঝ? ২

খ. AB নির্ণয় কর। ৪

গ. A^{-1} নির্ণয় করে দেখাও যে, $AA^{-1}=I_3$ ৪

২৬। $A=\begin{vmatrix}2 & -3 & -5\\ -1 & 4 & 5\\ 1 & -3 & -4\end{vmatrix}$

ক. A–A এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A^2–5I কত? ৪

গ. $AA^{-1}=A^{-1}A$ এর সত্যতা প্রমাণ কর। ৪

২৭। $A=\begin{vmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & 0 & 3\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}$, $B=\begin{vmatrix}3 & -4 & 2\\ -2 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{vmatrix}$, $C=\begin{vmatrix}1 & 1 & -2\\ 2 & 5 & -4\\ 3 & 7 & -5\end{vmatrix}$

ক. অভেদক ম্যাট্রিক্স বলতে কী বোঝ এবং I_3 নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, BC=CB. ৪

গ. A^3-2A^2+A-2I এর মান নির্ণয় কর। ৪

২৮। $f(p,q,r)=\begin{vmatrix}p & p^2 & p^3\\ q & q^2 & q^3\\ r & r^2 & r^3\end{vmatrix}$

ক. দেখাও যে, $A=\begin{vmatrix}2 & -2 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -2 & -3\end{vmatrix}$ একটি Idmpotent Matrix। ২

খ. p=1, q =2, r=3 ও B = f (p,q,r) হলে দেখাও যে, 1+pqr=0. ৪

গ. p q r ও $|f(p,q,r)=0|$ হলে দেখাও যে, 1+pqr=0. ৪

২৯। $A=\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 8 & 9 & 7\end{vmatrix}$, $D=\begin{vmatrix}a & b & c\\ a^2 & b^2 & c^2\\ a^3-1 & b^3-1 & c^3-1\end{vmatrix}$

ক. $|A|$ নির্ণায়কটির 7 এর সহগুণক নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, D= (abc–1) (a–b) (c–a) ৪

গ. AB=BA $=I_3$ হলে B নির্ণয় কর। ৪

৩০। $A=\begin{vmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{vmatrix}$ এবং $B=\begin{vmatrix}a & b & c\\ a^2 & b^2 & c^2\\ a^3-1 & b^3-1 & c^3-1\end{vmatrix}$

ক. A^2 এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $|B|$=(abc–1) (a–b) (b–c) (c–a)

৩১।A $\begin{vmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

ক. $|A|$ এর (3, 2) ভুক্তির সহগুণক নির্ণয় কর। ২

খ. $A^2 – 5A + 4I$ নির্ণয় কর। ৪

গ. A^{-1} নির্ণয় কর। ৪

৩২।যদি P= $\begin{vmatrix} 3+x & 4 & 2 \\ 4 & 2+x & 3 \\ 2 & 3 & 4+x \end{vmatrix}$ হয়, তবে

ক. $|P|$ নির্ণয় কর। ২

খ. $|P| = 0$ হলে x এর মূলদ মান কত? ৪

গ. P^{-1} নির্ণয় কর, যখন $x = 0$. ৪