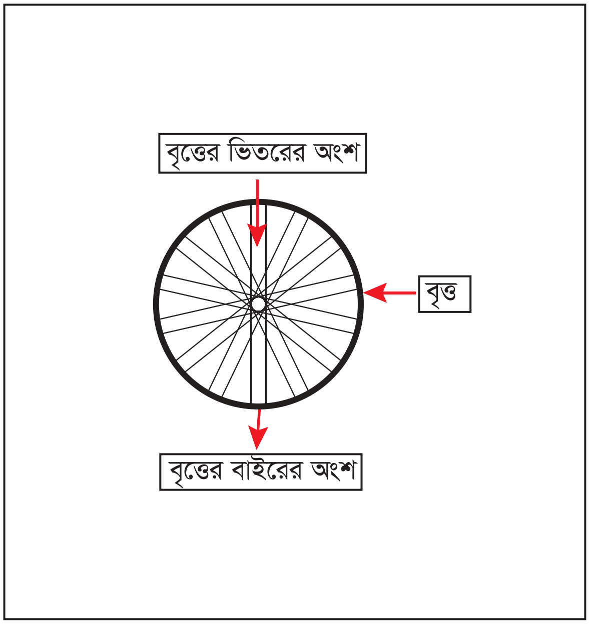
বৃত্তের খুঁটিনাটি

এই অভিজ্ঞতায় শিখতে পারবে

- বৃত্তচাপ
- বৃত্ত ও বৃত্তক্ষেত্রের বিভিন্ন অংশ
- কেন্দ্রস্থ কোণ ও বৃত্তস্থ কোণ
- বৃত্ত সংক্রান্ত বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য
- বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ
- বৃত্তের স্পর্শক
- বৃত্ত সংক্রান্ত পরিমাপ



শিক্ষাবর্ষ ২০২৪

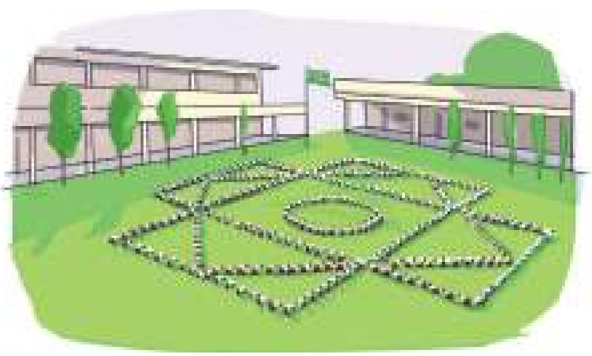
বৃত্তের খুঁটিনাটি

মনে করো, তুমি তোমার পড়ার ঘরটিকে সুন্দর করে সাজাতে চাও। তাই পরিকল্পনা করে ঘরের বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন আকৃতির আসবাবপত্র রাখলে। মনে করো, তোমার একটি বৃত্তাকার টেবিল আছে। তোমার বৃত্তাকার টেবিলকে ঘরের এক কোণায় এমনভাবে বসালে যেন টেবিলটির একপাশ জানালাযুক্ত দেয়ালের সঙ্গে এবং অন্যপাশ অন্য দেয়ালের সঙ্গে মিশে থাকে।

কিন্তু তোমার প্রিয় পড়ার টেবিলটির উপরের তল বৃত্তাকৃতির হওয়ায় দুই দেওয়াল ও টেবিলের কোণার জায়গাটি ফাঁকা রয়ে গেল। কোণার জায়গাটি ফাঁকা থাকায় টেবিলের টুকিটাকি জিনিসপত্র মাঝেমধ্যেই নিচে পড়ে যায়। তাই কোণার ঐ ফাঁকা জায়গায় যদি একটি শেলফ থাকত, তাহলে তুমি তোমার পছন্দের বিভিন্ন উপহার সামগ্রীসহ প্রয়োজনীয় টুকিটাকি জিনিসপত্রগুলো হাতের কাছেই রাখতে পারতে, তাই না? তোমার চাওয়া শেলফটিতে একাধিক তাক থাকবে। তাই তাকগুলোর আকৃতি এমন হওয়া দরকার যার সামনের অংশ বৃত্তের মতো এবং কাঠের সঙ্গে লাগানো অংশ কোণাকৃতির। সমস্যা হলো এই ধরনের আকৃতি সম্পর্কে তোমার কোনো ধারণা নেই।

তাহলে, এরূপ আকৃতি সম্পর্কে আমাদের জানা দরকার তাই না? এজন্য আমাদের বৃত্ত, বৃত্তের নানারকম বৈশিষ্ট্য, বৈশিষ্ট্যগুলোর গাণিতিক সম্পর্ক ও পরিমাপ কেমন হবে সে সম্পর্কে খুঁটিনাটি জানতে হবে।

তুমি তোমার শিক্ষাপ্রতিষ্ঠান, বাড়ি, ব্যবহার্য জিনিসপত্র, চলাফেরার পথের নানান জায়গায় বিভিন্ন রকমের জ্যামিতিক আকৃতি দেখে থাকো। এই আকৃতিগুলো কখনো প্রাকৃতিকভাবে তৈরি আবার কখনো মানুষ তার প্রয়োজনে তৈরি করে থাকে। এই যেমন বার্ষিক ক্রীড়া অনুষ্ঠান ও বিভিন্ন জাতীয় দিবসগুলোতে তোমরা বিভিন্ন রকমের ডিসপ্লে করে থাকো।

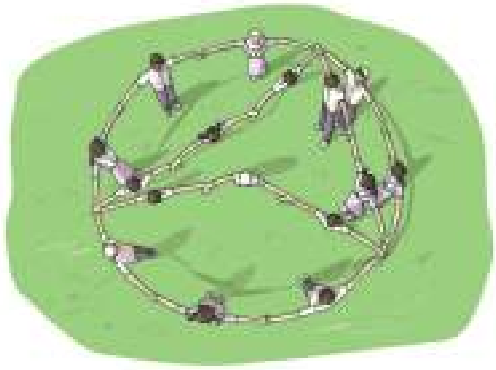


আর এই কাজটি তোমরা অনেকগুলো জ্যামিতিক আকৃতির সমন্বয়েই করে থাকো, তাই না? চলো আজ আমরা ক্লাসের সবাই মিলে মাঠে গিয়ে ডিসপ্লে করে আমাদের প্রিয় বাংলাদেশের পতাকা (স্ট্যান্ডসহ) দেখানোর কাজটি করি। কিন্তু কাজটি কীভাবে করব?

এক্ষেত্রে পতাকার অনুপাত অনুযায়ী আয়তাকার ও বৃত্তাকার আকৃতির সম্পর্ক আমাদের জানতে হবে। আমরা ইতোমধ্যেই আয়তাকার আকৃতি সম্পর্কে জেনেছি। এখন একটি ডিসপ্লে দেখানোর মাধ্যমে আমরা বৃত্তাকার আকৃতি সম্পর্কে জানার চেষ্টা করব।

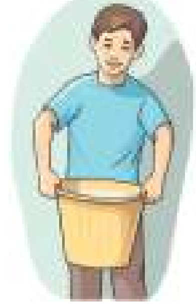
বৃত্ত একটি সমতলীয় জ্যামিতিক চিত্র যার বিন্দুগুলো কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত। আর এই নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্ব বজায় রেখে কোনো বিন্দু যে আবদ্ধ পথ চিত্রিত করে তাকেই বৃত্ত বলে। ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুটিকে বলা হয় কেন্দ্র এবং কেন্দ্র থেকে বৃত্তস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্বকে বৃত্তটির ব্যাসার্ধ বলে।

দলগত ডিসপ্লে কাজের নির্দেশনা – প্রথমে তোমরা ১৫/২০ জন শিক্ষার্থী একজন আরেকজনের হাত ধরে একটি বৃত্ত বানাও। অন্য একজন বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দুতে দাঁড়াও। অবশিষ্ট শিক্ষার্থীরা বিভিন্নভাবে পরস্পরের হাত টানটান করে ধরে বৃত্তের ব্যাসার্ধ, ব্যাস, জ্যাসহ অন্যান্য বৈশিষ্ট্যগুলো প্রদর্শনের মাধ্যমে তৈরি করো। নিজেদের মধ্যে আলোচনা করে জানার চেষ্টা করো বৃত্তের কোন কোন তথ্যগুলো তোমরা তৈরি করলে এবং তথ্যগুলোর মধ্যেকার পারস্পরিক সম্পর্ক কী হতে পারে। প্রয়োজনে বিষয় শিক্ষকের সঙ্গে কথা বলে জেনে নাও। এবার স্ট্যান্ডসহ ঝটপট আমাদের প্রিয় পতাকাটির ডিসপ্লে করো।



বৃত্তের ব্যাস ও জ্যা সম্পর্কে জানা প্রয়োজন কেন?

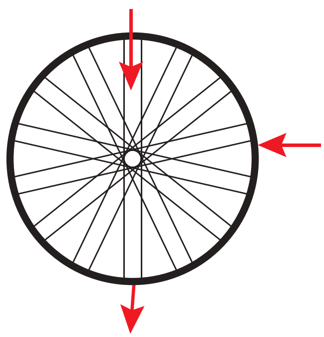
পাশের ছবিটি দেখে কিছু অনুধাবন করতে পারছ কি? ভেবে দেখো তো, বালতির হাতলটি কেন বালতির বৃত্তাকার খোলা মুখের ব্যাস বরাবর দুই প্রান্তে আটকানো থাকে? যদি তা না হতো তবে কী কোনো সমস্যা হতো? বালতিতে হাতল না থাকলে পানিপূর্ণ বালতি তুমি দুই হাতে সাধারণত কোথায় ধরে এক জায়গা থেকে আরেক জায়গায় নিয়ে



যাও? এমন অনেক উদাহরণ তোমার চারপাশে দেখতে পাবে যেখানে পাত্রের ভারসাম্য রক্ষার জন্য পাত্রটির মাঝ বরাবর দুই প্রান্তেই একটি হাতল বা ধরার ব্যবস্থা থাকে।

তুমি ব্যবহার করো বা তোমার দেখা কয়েকটি বস্তু বা পাত্রের নাম লেখ, যার খোলা মুখের মাঝ বরাবর হাতল থাকে অথবা কাজের সময় মাঝ বরাবর ধরতে হয়।

এবার মাঠে প্রদর্শিত তথ্যগুলো সম্পর্কে তোমরা যে ধারণা পেয়েছ, সেগুলো আরও ভালোভাবে বোঝার জন্য প্রত্যেককেই আরও একটি খেলা খেলতে হবে। খেলার জন্য বিভিন্ন আকারের কয়েকটি বৃত্তাকার রিং (চাবির রিং, চুড়ি, প্লেট,...ইত্যাদি), পুরাতন ক্যালেন্ডার, আর্ট পেপার, ককশিট, মাস্কিং টেপ বা অ্যাডহেসিভ টেপ, স্কেল, কম্পাস, কাঁচি, পিন, রাবার এবং ছোটো-বড়ো নানান দৈর্ঘ্যের কয়েকটি সোজা কাঠি লাগবে। আর খেলাটি হলো বৃত্তাকার রিং এর মধ্যে নানাভাবে কাঠি রেখে কী কী পাওয়া যায়, তা দেখে বৃত্তের বিভিন্ন তথ্য জানা ও সে অনুযায়ী মডেল তৈরি করা।



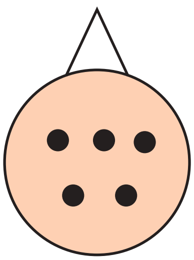
রফিক একটি পুরাতন ক্যালেন্ডারের পিছনের সাদা অংশের উপর বাস্কেট বল খেলার রিং রেখে প্রথমে একটি বৃত্ত এবং পরে তার সাইকেলের একটি চাকা আঁকে। চাকাটি ক্যালেন্ডারকে তিনটি অংশে বিভক্ত করেছে।

ক) বৃত্ত (স্টিলের বৃত্তাকার ফ্রেমসহ চাকার রাবারের অংশ)

খ) বৃত্তের ভিতরের অংশ (চাকার স্পোকগুলো যে তলে আছে)

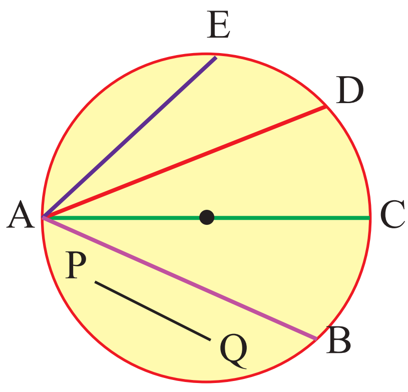
গ) বৃত্তের বাইরের অংশ (চাকার বাইরে ক্যালেন্ডারের অবশিষ্ট অংশ)

বৃত্তের ভিতরের যে এলাকা তৈরি হলো তাকে আমরা **বৃত্তাকার ক্ষেত্র** (circular region) বলে থাকি।



অহনা একটি মোটা ককশিটের উপর রিং রেখে রিং এর মাপে কলম দিয়ে একটি **বৃত্তক্ষেত্র** বানায়। তারপর বৃত্তক্ষেত্রাকার চাকতিটি কেটে নেয়। এবার চাকতিটিতে একটি আংটা ও কয়েকটি পেরেক আটকে পাশের ছবির মতো তৈরি করে। সে মনে মনে ঠিক করে, এটি দেয়ালে টাঙিয়ে ঘরের চাবিগুলো ঝুলিয়ে রাখবে, যেন চাবিগুলো না হারায়।

অমিয়া আর্ট পেপারে একটি প্লেট বসিয়ে একটি বৃত্ত তৈরি করে। বৃত্ত ঠিকই বানাতে পেরেছে কিন্তু কেন্দ্র চিহ্নিত করতে পারল না। তোমরাতো জানো একটি বৃত্তের কেন্দ্র কীভাবে নির্ণয় করা যায়? অমিয়াও কাগজটি কেটে বৃত্তাকার ক্ষেত্র আলাদা করে এবং সমান দুই ভাঁজ করে কেন্দ্র চিহ্নিত করে। এবার বৃত্তাকার কাগজের উপর রিংটি রেখে এর ভিতরে বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের সোজা কাঠিগুলো চিত্রের মতো বসিয়ে কাঠিগুলোর দুই মাথা টেপ দ্বারা আটকে দেয় এবং কাঠির মাথাগুলো A, B, C, D ও E দ্বারা চিহ্নিত করে। কাঠিগুলোর এক মাথা A বিন্দুতে এবং অপর মাথাগুলো যথাক্রমে B, C, D ও E বিন্দুগুলোর সঙ্গে যুক্ত হয়ে AB, AC, AD ও AE সরলরেখাগুলোর মতো উৎপন্ন করে। এদের মধ্যে একটি কাঠি AC আবার কেন্দ্র দিয়ে যায় এবং আরেকটি কাঠি PQ বেশ ছোটো যা বৃত্তক্ষেত্রের মধ্যে রয়েছে। এটি বৃত্তকে স্পর্শ করেনি। অমিয়া এবার স্কেল দিয়ে কাঠিগুলোর মাপ নিয়ে মাপগুলো খাতায় লিখল। ভেবে বলো তো, কোন কাঠির দৈর্ঘ্য সবচেয়ে বেশি হবে? এবার স্কেল, কম্পাস, পেন্সিল ব্যবহার করে প্রত্যেকেই নিজ নিজ খাতায় মডেলটি আঁকো। তারপর প্রদত্ত ৭.১ ছকের সঠিক ঘরটিতে টিক চিহ্ন দাও। উত্তরের সপক্ষে অবশ্যই যুক্তি প্রদান করতে হবে।



ছক ৭.১

রেখাংশ	জ্যা	ব্যাস	যুক্তি
AB	√		বৃত্তের কেন্দ্র বিন্দু দিয়ে যায়নি।
AC			
AD			
AE			
PQ			

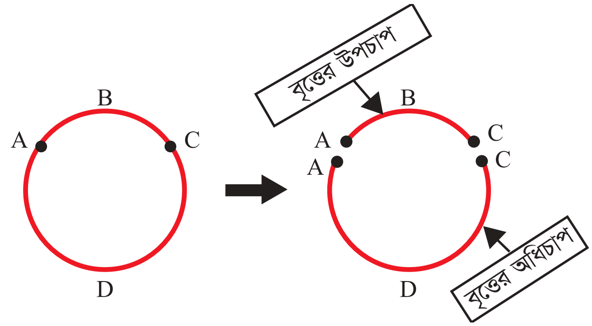
রেখাংশগুলোর মধ্যে নানারকম সম্পর্ক খুঁজি :

ক) ব্যাস বৃত্তের একটি ....। কিন্তু বৃত্তের যে-কোনো জ্যা-ই .... নয়।

খ) বৃত্তের ব্যাসই .... জ্যা।

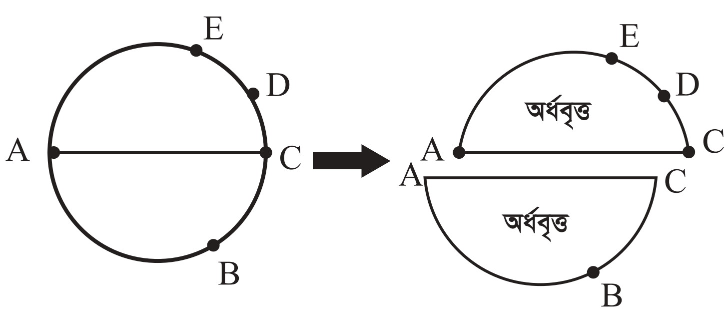
বৃত্তচাপ (Arc)

মিতা তার খাতার উপর চুড়ি রেখে একটি বৃত্ত আঁকে। কিন্তু বৃত্ত আঁকার পর অসাবধানতাবশত চুড়িটি পড়ে গিয়ে দু টুকরো হয়ে যায়। কিন্তু সে মন খারাপ না করে টুকরো দুটিকে কুড়িয়ে আবার পাশের ছবির মতো চিত্র আঁকে। চুড়ির ছোটো টুকরোটিকে ABC এবং বড়ো টুকরোটিকে ADC দ্বারা চিহ্নিত করে। ভেবে বলো তো বৃত্তের এই টুকরো দুটিকে কী কী বলা যায়?



যদি চুড়ির টুকরো দুটির দৈর্ঘ্য সমান হতো, তবে যে কোনো একভাগকে আমরা কী বলতে পারতাম?

এই গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নটির উত্তর জানার জন্য অমিয়ার তৈরি করা মডেলটি আবার পর্যবেক্ষণ করতে হবে। মডেলটিতে AC কাঠি বৃত্তের ব্যাস যার A ও C বিন্দু দুটি বৃত্তের উপর অবস্থিত। এবার একখন্ড সুতা বৃত্তের উপর ঘুরিয়ে AC কাঠি দ্বারা বিভক্ত বৃত্তটির AEDC এবং ABC চাপ দুটির দৈর্ঘ্য আলাদাভাবে মেপে দেখো। নিশ্চয়ই AC কাঠিটি বৃত্তটিকে সমান দুইভাগে ভাগ করেছে, তাই না? সেক্ষেত্রে যে কোনো একভাগকে আমরা **অর্ধবৃত্ত** (semi-circle) বলব।



আর আমরা তো জানি, বৃত্তটির সম্পূর্ণ দৈর্ঘ্য হলো বৃত্তের **পরিধি** (circumference)।

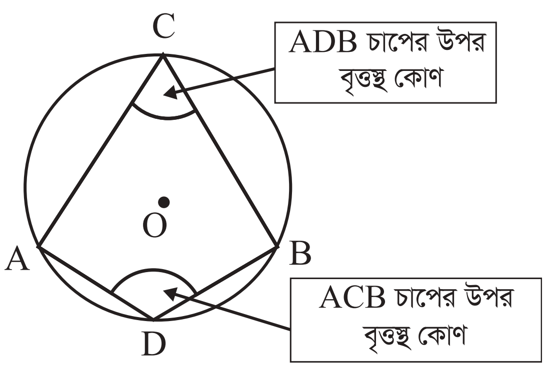
বৃত্তের আরও কী কী অংশ আছে, চলো জেনে নিই। তুমি তোমার খাতার উপর তোমার আনা মাস্কিং টেপ বা অ্যাডহেসিভ টেপ রেখে দুইটি বৃত্ত এঁকে নাও। এবার বৃত্তক্ষেত্র দুটি কেটে যথারীতি দুবার ভাঁজ করে এদের কেন্দ্র O দ্বারা চিহ্নিত করো। একটি বৃত্তক্ষেত্রে ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা AB আঁকো। লক্ষ করো AB জ্যা বৃত্তক্ষেত্রটিকে দুটি ভাগে

ভাগ করেছে। প্রতিটি ভাগকে আমরা কী বলতে পারি? প্রতিটি ভাগকে আমরা **বৃত্তাংশ** (segment) বলব। কিন্তু ক্ষেত্র দুটো কি সমান মনে হয়? না, ক্ষেত্র দুটোর একটি বড়ো এবং আরেকটি ছোটো হয়েছে। বড়ো বৃত্তাংশটিকে **অধি-বৃত্তাংশ** (major segment) এবং ছোটো বৃত্তাংশটিকে **উপ-বৃত্তাংশ** (minor segment) বলা হয়। তোমার পছন্দমতো দুই রকমের রং দিয়ে ক্ষেত্রদুটো রং করে নাও।

অপর বৃত্তক্ষেত্রের কেন্দ্র থেকে পাশের চিত্রের মতো OA এবং OB দুটি ব্যাসার্ধ আঁকো। এবার ভেবে দেখো তো, এই OA ও OB ব্যাসার্ধ এবং AB চাপ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে কী বলা যায়? এদেরকে **বৃত্তকলা** (Sector) বলতে পারি। বড়ো বৃত্তকলাকে অধি-বৃত্তকলা (Major Sector) এবং ছোটো বৃত্তকলাকে উপ-বৃত্তকলা (Minor Sector) বলা যেতে পারে।

যদি AB জ্যা ব্যাস হয় তবে বৃত্তাংশ দুটি কীরূপ হবে এবং এদের কী নাম দেওয়া যায়, চিত্র এঁকে সিদ্ধান্ত নাও।

বৃত্তস্থ কোণ (Inscribed Angle)



সাদা ককশিটে পেন্সিল-কম্পাস দিয়ে একটি বৃত্ত এঁকে নাও। বৃত্তটির কেন্দ্র O দ্বারা চিহ্নিত করো। এবার কাঠি দুইটি এমনভাবে ককশিটে বসাও যেন এদের এক মাথা C বিন্দুতে বৃত্তের উপর একত্রে এবং অপর মাথা দুটি বৃত্তের উপর A ও B বিন্দুতে থাকে। লক্ষ করো ADB চাপের বিপরীত পাশে $\angle ACB$ উৎপন্ন হয়েছে। এই $\angle ACB$-ই হলো ADB চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণ (inscribed angle)। আবার আরও দুটি কাঠি ককশিটে চিত্রের মতো এমনভাবে বসাও যেন, এদের এক মাথা একত্রে D বিন্দুতে বৃত্তের উপর এবং অপর মাথা দুটি বৃত্তের উপর A ও B বিন্দুতে থাকে। এক্ষেত্রে ACB চাপের বিপরীত পাশে D বিন্দুতে $\angle ADB$ উৎপন্ন করে। এই $\angle ADB$-ই হলো ACB চাপের উপর আরও একটি বৃত্তস্থ কোণ (inscribed angle)। অপর কোণ দুটি অর্থাৎ $\angle CAD$ ও $\angle CBD$ কে কী কোণ বলা যায়?

একক কাজ: বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে বৃত্তের কোনো একটি চাপের উপর **কটি** বৃত্তস্থ কোণ তৈরি করা যাবে? যদি একের অধিক বৃত্তস্থ কোণ তৈরি করা যায়, তাহলে কোণগুলো তৈরি করে চাঁদার সাহায্যে সেগুলো মেপে দেখো। প্রয়োজনে খাতায় ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধের কয়েকটি বৃত্ত বানিয়ে প্রতিটিরই কোনো একটি চাপের উপর একইভাবে একাধিক বৃত্তস্থ কোণ তৈরি করো ও কোণগুলো মেপে পর্যবেক্ষণ করো। তারপর শূন্যস্থানগুলো পূরণ করো:

ক) কোনো বৃত্তের উপচাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো ....।

খ) বৃত্তের অধিচাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো ....।

গ) বৃত্তের উপচাপ ও অধিচাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি ....সমকোণ।

ঘ) বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর ....।

ঙ) কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ ....।[স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ]

চ) কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ ....।[স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ]

নিচের বিষয়গুলোর মধ্যকার পার্থক্য পাশের বাক্সে লেখো :

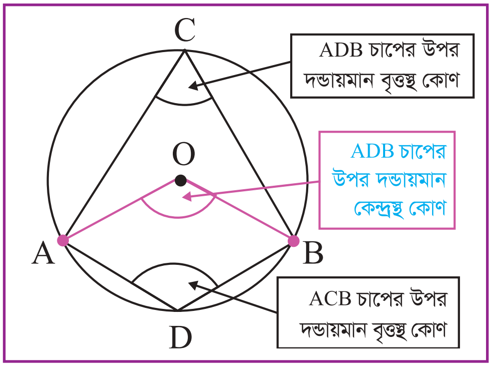
ক) উপ-বৃত্তচাপ ও উপ-বৃত্তাংশ

খ) অধি-বৃত্তচাপ ও অধি-বৃত্তাংশ

গ) বৃত্তাংশ ও বৃত্তকলা

কেন্দ্রস্থ কোণ (Central Angle)

বৃত্তস্থ কোণ তৈরির জন্য যে মডেলটি বানানো হয়েছে, চলো ঐ মডেলে আর কী কী করা যায় দেখি। এবার আরও দুটি কাঠি নাও। কাঠি দুইটি এমনভাবে ককশিটে বসাও যেন এদের এক মাথা বৃত্তের কেন্দ্র O বিন্দুতে কোণ উৎপন্ন করে এবং অপর মাথা দুটি বৃত্তের উপর A ও B বিন্দুতে থাকে। এক্ষেত্রে কাঠি দুটির দৈর্ঘ্য কীরূপ হবে? লক্ষ করো, কাঠি দুটি ADB চাপের উপর ∠AOB উৎপন্ন করেছে। এই ∠AOB-ই হলো ADB চাপ অর্থাৎ বৃত্তের উপচাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ **(Central Angle)**।



চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখো এবং শূন্য স্থানগুলো পূরণ করো:

ক) ADB উপচাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ∠AOB =................ ডিগ্রি এবং ∠AOB একটি .... [স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ] । কিন্তু এই একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণটি হলো ...., এর পরিমাণ ....ডিগ্রি এবং কোণটি ....কোণ। [স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ/প্রবৃদ্ধ কোণ]

খ) এবার ADB উপচাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ও বৃত্তস্থ কোণ দুটি পর্যবেক্ষণ করে কী পেলে? কেন্দ্রস্থ কোণ, বৃত্তস্থ কোণের ....অথবা বৃত্তস্থ কোণ, কেন্দ্রস্থ কোণের ....।

গ) ACB অধিচাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণটি হলো ...., এর পরিমাণ .... ডিগ্রি এবং কোণটি ....কোণ [স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ/প্রবৃদ্ধকোণ]। কিন্তু এই একই চাপের উপর দন্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণটি হলো ...., এর পরিমাণ ....ডিগ্রি এবং কোণটি ....কোণ। [স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ]

ঘ) পর্যবেক্ষণ করে দেখো ACB অধিচাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ, বৃত্তস্থ কোণের ....অথবা বৃত্তস্থ কোণ, কেন্দ্রস্থ কোণের ....।

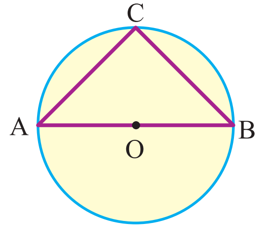
ঙ) সুতরাং আমরা বলতে পারি :

....

অর্ধবৃত্তস্থ কোণ (Angle on a semicircle)

কোনো বৃত্তের একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ ও বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কে আমরা জেনেছি। আমরা আরও জেনেছি এই কোণ দুটির মধ্যকার সম্পর্কের ব্যাপারেও। এবার চলো জানার চেষ্টা করি, বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এবং এই কোণের পরিমাণ কী হতে পারে?

হাতে-কলমে কাজ -১



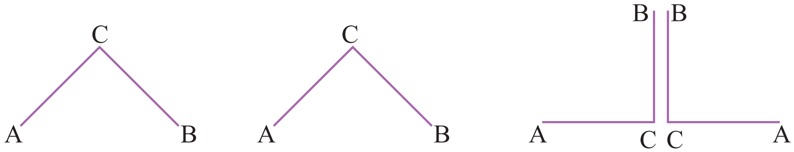
ধাপ – ১ : কম্পাস ব্যবহার করে খাতায় একটি বৃত্ত আঁকো। বৃত্তটির কেন্দ্র O দ্বারা চিহ্নিত করো।

ধাপ – ২ : O বিন্দু দিয়ে AB ব্যাস আঁকো। ব্যাস বৃত্তকে সমান .... টি বৃত্তচাপে বিভক্ত করেছে। এবার যে কোনো একটি বৃত্তচাপের উপর একটি বিন্দু C দাও।

ধাপ -৩ : A, C এবং B, C যোগ করো। ফলে ∠ACB উৎপন্ন হলো। এই ∠ACB- ই হলো অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

ধাপ – ৪ : এবার ট্রেসিং পেপারের সাহায্যে দুটি ∠ACB কেটে নাও। তারপর নিচের ছবির মতো কোণ দুটিকে পাশাপাশি বসাও।

ধাপ – ৫ : কী বুঝতে পারলে? কোণ দুইটি পরস্পর সম্পূরক এবং পরস্পর সমান তাই না?



যেহেতু $\angle ACA = 180^\circ, \therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

জোড়ায় কাজ : সহপাঠীর সঙ্গে আলোচনা করে নিচের কাজগুলো করো:

ক) ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধের কয়েকটি বৃত্ত আঁকো।

খ) প্রতিটি বৃত্তের যে কোনো অর্ধবৃত্তে একাধিক অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এঁকে কোণগুলো চিহ্নিত করো।

গ) প্রতিক্ষেত্রেই অর্ধবৃত্তস্থ কোণগুলো মেপে এদের ডিগ্রি পরিমাপগুলো খাতায় লেখো।

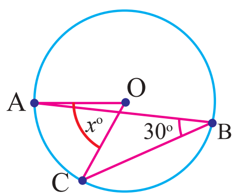
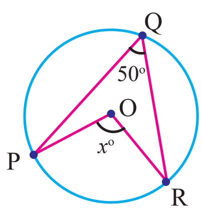
ঘ) অর্ধবৃত্তস্থ কোণের ডিগ্রি পরিমাপ পর্যবেক্ষণ করে যে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায় তা লেখো।

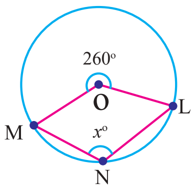
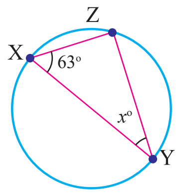
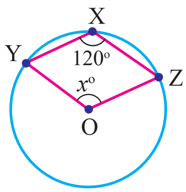
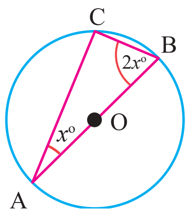
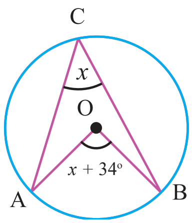
সিদ্ধান্ত :

....

একক কাজ

তোমার অভিজ্ঞতা ও পর্যবেক্ষণ অনুসারে যুক্তিসহ নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করে x এর মান নির্ণয় করো। প্রতিক্ষেত্রেই বৃত্তের কেন্দ্র O বিবেচনা করতে হবে।

সমস্যাগুলোর চিত্ররূপ	সমাধান
ক) 	ক)
খ) 	খ)

260° O L M x° N গ)	গ)
Z X 63° x° Y ঘ)	ঘ)
X Y 120° Z x° O ঙ)	ঙ)
C B 2x° O x° A চ)	চ)
C x O x + 34° A B ছ)	ছ)

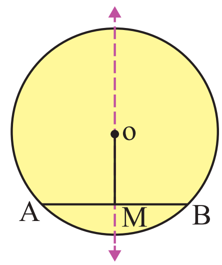
বৃত্ত ও জ্যা এর খেলা

বৃত্ত, বৃত্তের কেন্দ্র এবং নানান দৈর্ঘ্যের জ্যা পরস্পরের মধ্যে কী কী সম্পর্ক তৈরি করতে পারে, চলো হাতে কলমে কাজ করে সে সম্পর্কে জানার চেষ্টা করি।

হাতে কলমে কাজ- ২

ধাপ– ১ : পেন্সিল-কম্পাস দিয়ে কাগজে যে কোনো ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। বৃত্তের কেন্দ্রটি O দ্বারা চিহ্নিত করে বৃত্তাকার ক্ষেত্রটি কেটে নাও।

ধাপ– ২ : বৃত্তাকার ক্ষেত্রটিতে ব্যাস নয় এরূপ একটি জ্যা AB আঁকো।



ধাপ– ৩ : বৃত্তাকার ক্ষেত্রটিকে এমনভাবে ভাঁজ করো যেন ভাঁজটি O বিন্দু দিয়ে যায় এবং AB সরলরেখাংশটির একটি অংশ অপরটির উপর থাকে।

ধাপ– ৪ : ভাঁজটি AB সরলরেখাংশকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তার একটি নাম M দাও। O, M যোগ করো।

ধাপ– ৫ : চাঁদার সাহায্যে $\angle AMO$ ও $\angle BMO$ মেপে দেখো। কী মনে হচ্ছে? কোণ দুটির পরিমাপ কি সমান? কোণ দুটির পরিমাপ কি 90°? অর্থাৎ $\angle AMO = \angle BMO =$ এক সমকোণ?

ধাপ– ৬ : সেন্টিমিটার স্কেল দিয়ে AM ও BM এর দৈর্ঘ্য মেপে দেখো। কী দেখলে? $AM = BM$, তাই না?

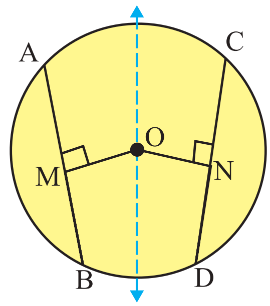
এবার বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একাধিক বৃত্ত এঁকে কাজটি একইভাবে কয়েকবার করো। প্রতিবারই $\angle AMO = \angle BMO =$ এক সমকোণ এবং $AM = BM$ হয়। ঠিক তো? তাহলে আমরা বলতে পারি –

বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস নয় এরূপ জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

একক কাজ: কাগজ কেটে হাতে-কলমে কাজটি করো :

বৃত্তের ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যা-কে যদি বৃত্তের কেন্দ্রবিন্দুগামী কোনো সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডিত করে, তাহলে ঐ সরলরেখা ঐ জ্যা এর উপর লম্ব হবে।

হাতে কলমে কাজ- ৩



ধাপ– ১ : পেন্সিল-কম্পাস দিয়ে খাতায় যে কোনো ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। বৃত্তের কেন্দ্রটি O দ্বারা চিহ্নিত করো।

ধাপ– ২ : বৃত্তে সমান দৈর্ঘ্যের দুটি জ্যা AB ও CD আঁকো।

ধাপ– ৩ : এবার কেন্দ্র O থেকে AB ও CD জ্যা-দ্বয়ের উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকো। এই লম্ব দুটির মধ্যে কোনো সম্পর্ক আছে কি না তা খুঁজে দেখতে হবে।

ধাপ– ৪ : একটি ট্রেসিং পেপারে খাতায় আঁকা চিত্রটি এঁকে বৃত্তক্ষেত্রটি কেটে নাও।

ধাপ– ৫ : বৃত্তক্ষেত্রটিকে এমনভাবে দু'ভাঁজ করো যেন A বিন্দু C বিন্দুর সঙ্গে এবং B বিন্দু D বিন্দুর সঙ্গে মিলে যায়।

ধাপ– ৬ : লক্ষ করে দেখো M বিন্দু কি N বিন্দুর উপর পড়েছে? নিশ্চয়ই পড়েছে, তাই না? এরপর ট্রেসিং পেপারের ভাঁজটি খুললে দেখতে পাবে ভাঁজটি কেন্দ্র O বিন্দু দিয়ে গেছে। তাহলে, এখান থেকে জানতে পারলে OM = ON। চাইলে স্কেল দিয়ে মেপে পরীক্ষা করে দেখতে পার।

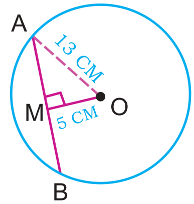
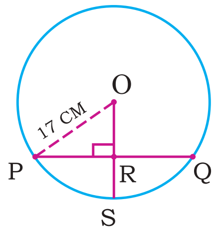
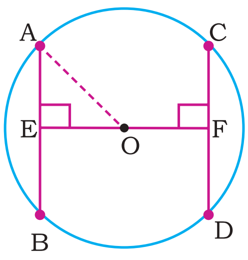
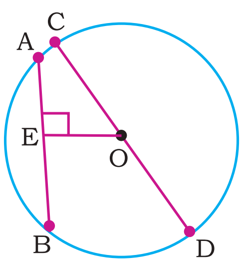
এবার বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একাধিক বৃত্ত এঁকে কাজটি একইভাবে কয়েকবার করো। প্রতিক্ষেত্রেই OM = ON হয়, তাই না? তাহলে আমরা একটা সিদ্ধান্ত নিতে পারি–

বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী

একক কাজ: হাতে-কলমে কাজ করে জানতে পারলে, "**বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।**" কিন্তু এর বিপরীত কি সম্ভব? অর্থাৎ দুটি জ্যা বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমান দূরত্বে থাকলে, ঐ জ্যা দুটির দৈর্ঘ্য কি সমান হবে? হাতে-কলমে কাজটি করে যাচাই করো।

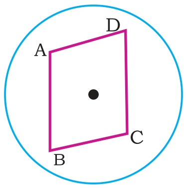
একক কাজ

তোমার অভিজ্ঞতা ও পর্যবেক্ষণ অনুসারে যুক্তিসহ নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো। প্রতিক্ষেত্রেই বৃত্তের কেন্দ্র O বিবেচনা করতে হবে।

সমস্যাগুলোর চিত্ররূপ	সমাধান
ক) AB জ্যা এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। 	ক)
খ) PQ = 30 cm হলে, RS= কত? 	খ)
গ) AB=CD, EF= 6 cm এবং BE = 4 cm হলে, OA = কত? 	গ)
ঘ) CD = 26 cm এবং OE = 10 cm হলে, AB = কত? 	ঘ)

বৃত্তস্থ বা বৃত্তীয় চতুর্ভুজ (Cyclic Quadrilateral)

তোমরা ইতোমধ্যেই বৃত্ত ও কাঠির খেলায় নানান মাপের বৃত্তাকার রিং এর মধ্যে ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের একটি বা দুটি কাঠি আটকিয়ে অনেকগুলো মডেল তৈরি করেছ। সঙ্গে সঙ্গে নানাবিধ নতুন নতুন তথ্যও জানতে পেরেছ। এবার পেন্সিল-কম্পাস ও স্কেল ব্যবহার করে খাতায় কয়েকটি বৃত্তীয় চতুর্ভুজ আঁকো। কীভাবে আঁকবে? কয়েকটি ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্ধের বৃত্ত এঁকে প্রতিটির উপর A, B, C ও D বিন্দু চারটি বসিয়ে বিন্দুগুলো ক্রমানুসারে যোগ করে সহজেই চতুর্ভুজগুলো আঁকা যায়।



চিত্রের ABCD কি বৃত্তীয় চতুর্ভুজ? যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো।

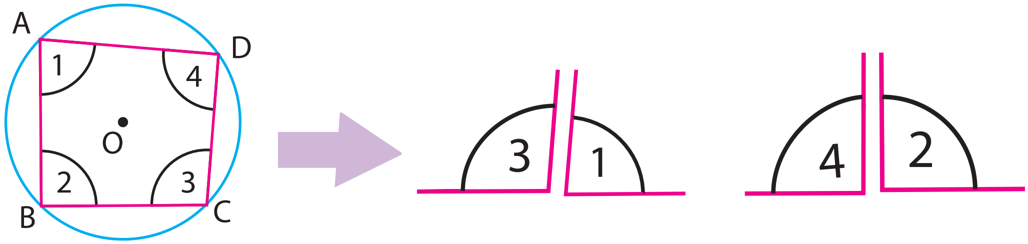
এবার খাতায় আঁকা বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের কোণগুলো মেপে ছক ৭.২ পূরণ করো।

ছক ৭.২

চিত্র নং	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	$\angle D$	$\angle A + \angle C$	$\angle B + \angle D$
১.						
২.						
৩.						

ছক পর্যবেক্ষণ করে পাওয়া সিদ্ধান্ত :

হাতে কলমে কাজ- ৪



ধাপ– ১ : পেন্সিল-কম্পাস দিয়ে খাতায় যে কোনো ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। বৃত্তের কেন্দ্রটি O দ্বারা চিহ্নিত করো।

ধাপ– ২ : বৃত্তের উপরে যে-কোনো চারটি বিন্দু A, B, C ও D নিয়ে A, B; B, C; C, D ও D, A যোগ **করে ABCD চতুর্ভুজটি তৈরি করো।**

ধাপ– ৩ : বৃত্তাকার ক্ষেত্রটিকে কেটে নাও এবং ABCD চতুর্ভুজের কোণগুলো 1, 2, 3, 4 নম্বর দিয়ে চিহ্নিত করো।

ধাপ– ৪ : কোণগুলো যত্নসহকারে কেটে আলাদা করো।

ধাপ– ৫ : এবার কোণ চারটির মধ্যে বিপরীত কোণ পাশাপাশি চিত্রের মতো বসাও।

ধাপ– ৬ : কী পেয়েছ? $\angle 1 + \angle 3 =$........... এবং $\angle 2 + \angle 4 =$...........।

একক কাজ :

হাতে-কলমে কাজটি করে যাচাই করো :

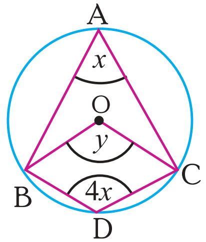
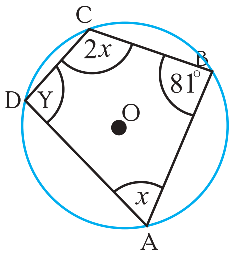
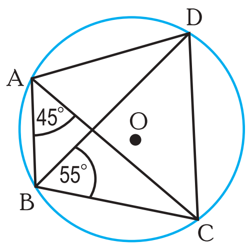
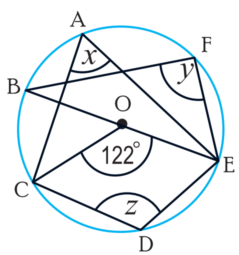
যে কোনো চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি $180°$ বা দুই সমকোণ হলে, চতুর্ভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো সমবৃত্ত হবে।

সমবৃত্ত : বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোনো আবদ্ধ ক্ষেত্রের শীর্ষ বিন্দুসমূহ যদি ঐ বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থান করে তবে ঐ বিন্দুসমূহকে সমবৃত্ত বলে।

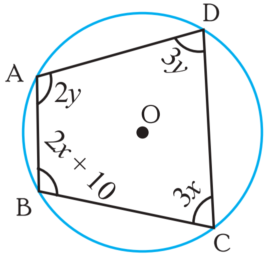
- কয়েকটি সমবৃত্তীয় বহুভুজ খাতায় আঁকো এবং যুক্তিসহ ব্যাখ্যা করো।

∴ হাতে-কলমে কাজটি করে যা জানতে পারলে তা নিচের খালি ঘরে লেখো:

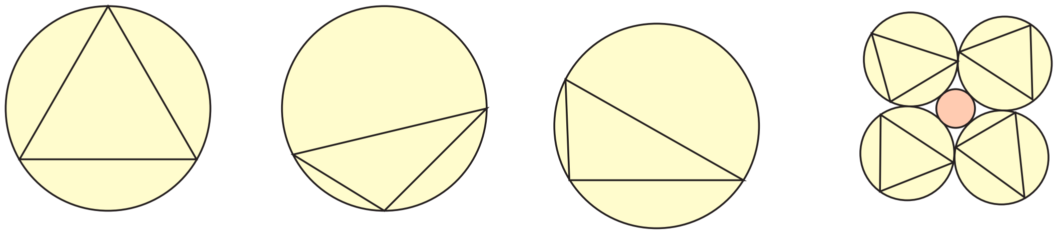
একক কাজ : মাথা খাটিয়ে সমস্যাগুলো সমাধান করো। প্রতিক্ষেত্রেই বৃত্তের কেন্দ্র O বিবেচনা করতে হবে।

সমস্যাগুলোর চিত্ররূপ	সমাধান
ক)  x ও y এর মান নির্ণয় করো।	ক)
খ) x ও y এর মান নির্ণয় করো। 	খ)
গ)  $\angle DBC = 55°$ এবং $\angle BAC = 45°$ হলে, $\angle BCD =$ কত?	গ)
ঘ)  x, y ও z এর মান নির্ণয় করো।	ঘ)

শিক্ষাবর্ষ ২০২৪

ঙ)  x ও y এর মান নির্ণয় করো।	ঙ)

ত্রিভুজের পরিবৃত্ত (Circumcircle of a Triangle)

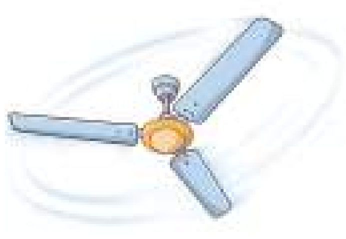


তোমরা প্রায়শই জাতীয় দিবস ও বিভিন্ন সামাজিক অনুষ্ঠানে নানাধরনের আলপনা আঁকা দেখে থাকো। লক্ষ করলে দেখবে তোমাদের ব্যবহার্য রুমাল, টেবিলের ঢাকনা, বিছানার চাদর ইত্যাদিতে অনেক রকমের নকশা আঁকা থাকে। এই নকশাগুলো মূলত বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক আকৃতি। দিপা বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে খাতায় কয়েকটি বৃত্ত আঁকে। তারপর বৃত্তগুলোর ভিতরে একটি করে ত্রিভুজ বানিয়ে উপরের চিত্রের মতো নকশা তৈরি করে, যেখানে প্রতিটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু বৃত্তের উপর আছে। তোমরা কি বলতে পারবে এভাবে আঁকা বৃত্ত ও বৃত্তের মধ্যে অবস্থিত ত্রিভুজকে কী বলে?

যেহেতু বৃত্তটি বৃত্তের মধ্যে অবস্থিত ত্রিভুজকে পরিবেষ্টন করে আছে, তাই বৃত্তটি ত্রিভুজটির **পরিবৃত্ত** (circumcircle)।

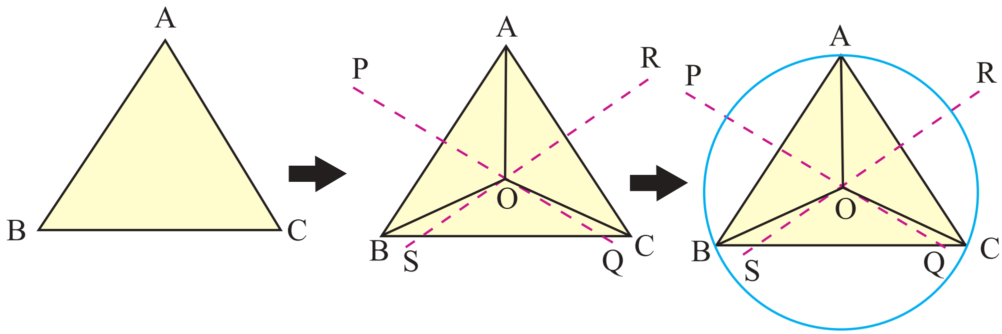
ত্রিভুজের পরিবৃত্ত সম্পর্কে বুঝতে নিচের উদাহরণটি তোমাকে আরও সাহায্য করবে।

শ্রেণিকক্ষে বা বাড়িতে তোমার মাথার উপর ছাদের সঙ্গে ঝুলানো একটি ফ্যান (পাখা) যখন ঘুরতে থাকে, তখন .... জ্যামিতিক আকৃতি তৈরি হয়। এবার তুমি কল্পনায় ফ্যানের প্রতিটি পাখার খোলা মাথার একটির সঙ্গে আরেকটি চিকন রশি বা সুতার মাধ্যমে টানটান করে বেঁধে ফেলো। এতে একটি ত্রিভুজের মতো তৈরি হলো। এখন ফ্যানটি ঘুরতে থাকলে এর বৃত্তাকৃতিটি হবে ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত।



আলোচনা থেকে তোমরা নিশ্চয়ই বুঝতে পারলে, যে কোনো বৃত্তের উপর যে কোনো তিনটি বিন্দু যোগ করে খুব সহজেই পরিবৃত্ত পাওয়া যায়। কিন্তু যে কোনো আকৃতির একটি ত্রিভুজ দেওয়া থাকলে ঐ ত্রিভুজের পরিবৃত্ত কীভাবে আঁকবে? সমস্যাটি সমাধান করার জন্য চলো হাতে-কলমে যে কোনো আকৃতির কোনো ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁকার চেষ্টা করি :

হাতে-কলমে কাজ-৫



ধাপ– ১ : খাতায় বা সাদা কাগজে যে কোনো একটি ত্রিভুজ ABC আঁকো। তারপর খাতা থেকে আঁকা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটির চারপাশে একটু বেশি জায়গাসহ কেটে আলাদা করো।

ধাপ– ২ : এবার ABC ত্রিভুজের AB বাহুকে এমনভাবে ভাঁজ করো যেন A বিন্দু B বিন্দুর সঙ্গে মিলে যায়। এখন ভাঁজ খুলে ভাঁজ বরাবর দাগ টেনে PQ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক চিহ্নিত করো।

ধাপ– ৩ : একইভাবে ভাঁজ করে AC বাহুর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক RS নির্ণয় করো।

ধাপ– ৪ : লক্ষ করো PQ ও RS লম্ব সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় একটি বিন্দুতে ছেদ করেছে। ছেদ বিন্দুটিকে O দ্বারা চিহ্নিত করো। স্কেল দিয়ে মেপে দেখো O বিন্দু থেকে A, B ও C বিন্দু তিনটির দূরত্ব সমান হবে। অর্থাৎ $OA = OB = OC$।

ধাপ– ৫: এবার O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OA বা OB বা OC এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করো। কী দেখলে? বৃত্তটি ΔABC এর A, B ও C শীর্ষবিন্দু দিয়ে গেল। তাই না?

ভেবে বলো তো O বিন্দুকে আমরা কী বলতে পারি?

O বিন্দুকে ΔABC এর পরিকেন্দ্র (Circumcenter) বলতে পারি। আর O বিন্দুকে কেন্দ্র করে যে বৃত্তটি পেয়েছ, সেটি হলো ΔABC এর পরিবৃত্ত (Circumcircle) এবং OA বা OB বা OC হলো ΔABC এর পরিব্যাসার্ধ (Circumradius)।

একক কাজ

ক) স্থূলকোণী ও সমকোণী ত্রিভুজ এঁকে হাতে-কলমে ত্রিভুজ দুটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করো।

খ) সূক্ষ্মকোণী, স্থূলকোণী ও সমকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্রগুলোর কোথায় অবস্থান করবে চিত্র এঁকে নিচের ছকে উল্লেখ করো।

	সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ	স্থূলকোণী ত্রিভুজ	সমকোণী ত্রিভুজ
পরিবৃত্ত			
পরিকেন্দ্রের অবস্থান	ত্রিভুজের অভ্যন্তরে		

গ) একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 9 সেমি, 12 সেমি এবং 15 সেমি।
(i) ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। (ii) ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত (Incircle of a Triangle)

অহনা তার খাতায় একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করে। সে ত্রিভুজক্ষেত্রটিতে এমন একটি বিন্দু চিহ্নিত করতে চায়, যেখান থেকে ত্রিভুজের বাহুগুলোর দূরত্ব সর্বদাই সমান থাকে।

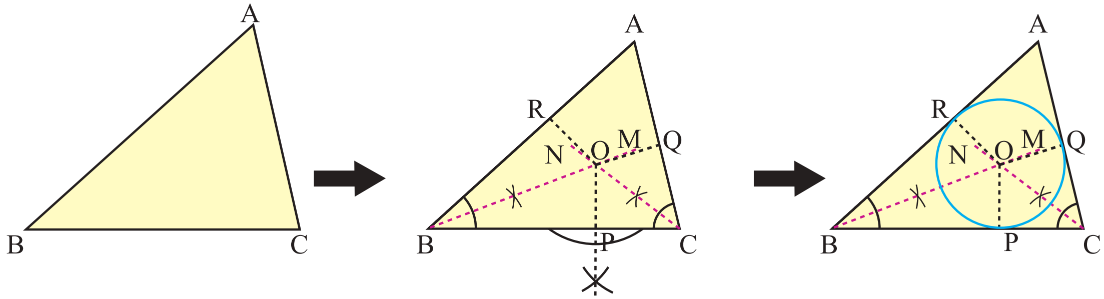
কাজ– ১

প্রথমে সে ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে কেটে নেয়। ত্রিভুজক্ষেত্রটির প্রতিটি বাহুর লম্বসমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করে। অহনার আঁকা লম্বসমদ্বিখণ্ডকগুলো একটি বিন্দুতে মিলিত হলো। এবার প্রাপ্ত বিন্দু থেকে ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহুর দূরত্ব স্কেলের মাধ্যমে মেপে দেখে দূরত্বগুলো সমান নয়। তাই সে বিকল্প চিন্তা করে এবং সে অনুযায়ী নিচের কাজটি করে।

কাজ– ২

- অহনা তার খাতায় আরও একটি ত্রিভুজ ABC অঙ্কন করে ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে কেটে নেয়।
- এবার $\angle ABC$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক হাতে-কলমে পাওয়ার জন্য $\angle ABC$ এর শীর্ষবিন্দু বরাবর $\angle ABC$ কে এমনভাবে ভাঁজ করল যাতে AB বাহু BC বাহুর উপর মিশে যায়।

শিক্ষাবর্ষ ২০২৪

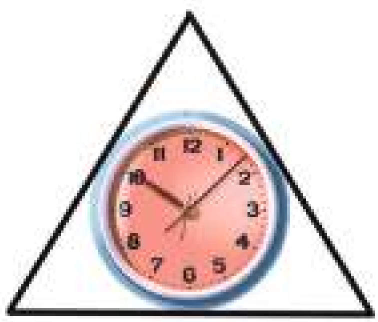


- কাগজের ভাঁজটি খুলে ভাঁজ বরাবর দাগ টেনে $\angle ABC$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক BM আঁকে।

- একইভাবে কাগজ ভাঁজ করে সে $\angle ACB$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডক CN নির্ণয় করে। দেখা গেল, ΔABC এর $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর অন্তর্দ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর একটি বিন্দুতে ছেদ করেছে। ছেদ বিন্দুটিকে O দ্বারা চিহ্নিত করে।

- O বিন্দু থেকে BC, AC এবং AB বাহুর উপর OP, OQ ও OR লম্ব অঙ্কন করে। স্কেল দিয়ে মেপে দেখে $OP = OQ = OR$

- অহনা এবার O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকে। দেখা যায় বৃত্তটি Q ও R বিন্দু দিয়েও গেল। অর্থাৎ সে এমন একটি বৃত্ত অঙ্কন করে যা ত্রিভুজটির তিনটি বাহুকেই স্পর্শ করে।



চিত্রটি আঁকতে পেরে অহনা খুবই খুশি। কারণ তার পড়ার ঘরের দেয়ালঘড়িটি অনেকটা তারই আঁকা চিত্রের মতো। তোমরা ভেবে বলো তো অহনার আঁকা বৃত্তটিকে কী বলা যায়? যেহেতু বৃত্তটি ত্রিভুজের ভিতরে অবস্থিত এবং যা ত্রিভুজের তিনটি বাহুকেই স্পর্শ করেছে, সেহেতু বৃত্তটিকে আমরা ত্রিভুজের **অন্তর্বৃত্ত (incircle)** বলতে পারি। আর অন্তর্বৃত্তের কেন্দ্রকে **অন্তঃকেন্দ্র (incentre)** এবং ব্যাসার্ধকে **অন্তঃব্যাসার্ধ (inradius)** বলা হয়।

একক কাজ :

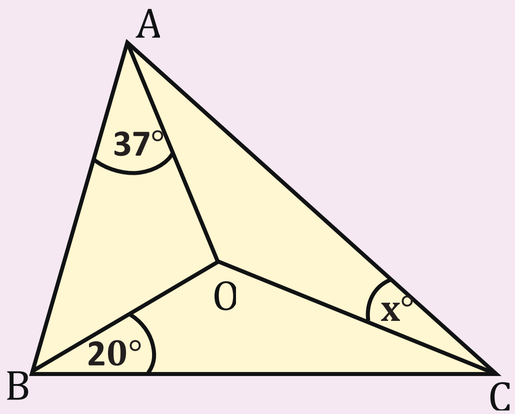
ক) স্থূলকোণী ও সমকোণী ত্রিভুজ এঁকে হাতে-কলমে ত্রিভুজ দুটির অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করো।

খ) সূক্ষ্মকোণী, স্থূলকোণী ও সমকোণী ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্রগুলো কোথায় অবস্থান করবে চিত্র এঁকে নিচের ছকে উল্লেখ করো।

	সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ	স্থূলকোণী ত্রিভুজ	সমকোণী ত্রিভুজ
অন্তর্বৃত্ত			
অন্তঃকেন্দ্রের অবস্থান			ত্রিভুজের অভ্যন্তরে

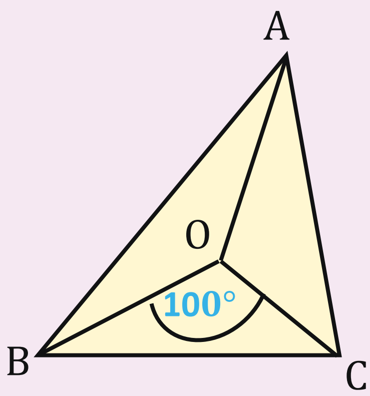
গ) একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র ও অন্তঃকেন্দ্র কোথায় হবে হাতে-কলমে অঙ্কন করে যাচাই করো।

ঘ)



O বিন্দু ΔABC এর অন্তঃকেন্দ্র হলে, x এর মান নির্ণয় করো।

ঘ)

ঙ)	ঙ)
 O বিন্দু ΔABC এর অন্তঃকেন্দ্র এবং $\angle BOC = 100°$ হলে, $\angle BAC$ এর মান নির্ণয় করো।	

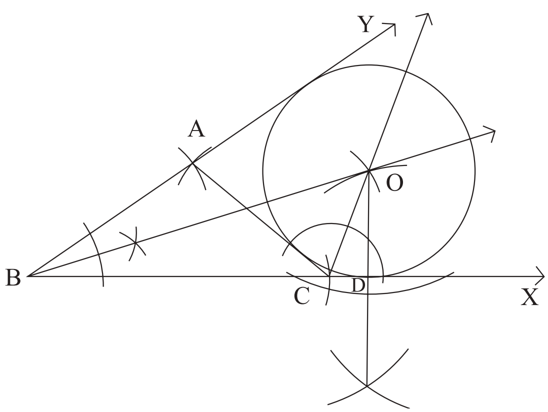
ত্রিভুজের বহির্বৃত্ত (Excircle of a triangle)

আমরা ত্রিভুজের পরিবৃত্ত ও অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন করা জানলাম যাদের একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায় এবং আরেকটি ত্রিভুজের ভিতরে থাকে কিন্তু তিনটি বাহুকেই স্পর্শ করে। ভেবে দেখো তো এমন কোনো বৃত্ত কি আঁকা যাবে যা ত্রিভুজের বাইরে থাকবে অথচ ত্রিভুজের তিনটি বাহুকেই স্পর্শ করবে? অর্থাৎ বৃত্তটি ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে স্পর্শ করবে।

চলো বৃত্তটি আঁকার চেষ্টা করি :

প্রথমেই যে কোনো একটি ত্রিভুজ ABC আঁকো। ΔABC এর BC এবং BA বাহুদ্বয়কে X ও Y পর্যন্ত বর্ধিত করো।

তোমরা ইতোমধ্যেই জেনেছ কোণকে কীভাবে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হয়, তাই না ?



এবার $\angle ABC$ ও $\angle ACX$ কোণদ্বয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করো। লক্ষ করে দেখো সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় একটি বিন্দুতে ছেদ করেছে। ছেদ বিন্দুটিকে O দ্বারা চিহ্নিত করো।

এখন O বিন্দু থেকে AC এর উপর বা BC বা BA বাহুর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব অঙ্কন করো। O বিন্দু থেকে আঁকা লম্ব তিনটির দৈর্ঘ্য সমান হয়েছে কি না স্কেল দিয়ে মেপে দেখতে পার। O বিন্দু থেকে BC বাহুর বর্ধিতাংশের উপর আঁকা লম্বটি হলো OD। এখন

O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকো। বৃত্তটি ΔABC এর AC বাহুকে এবং BC ও BA বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করেছে।

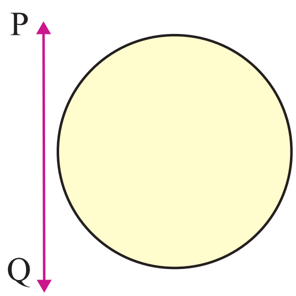
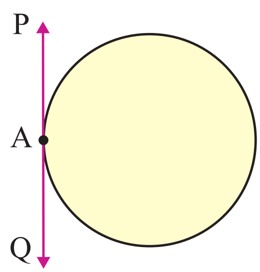
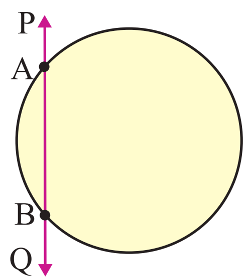
এই ধরনের বৃত্তকে কী বলা হয়?

বৃত্তটি ত্রিভুজের বাইরে অবস্থিত হলেও এটি ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশদ্বয়কে স্পর্শ করে আছে। তাই এই ধরনের বৃত্তকে আমরা ত্রিভুজের **বহির্বৃত্ত (excircle)** বলতে পারি। বৃত্তটির কেন্দ্রকে **বহিঃকেন্দ্র (excentre)** এবং ব্যাসার্ধকে **বহিঃব্যাসার্ধ (exradius)** বলে থাকি।

এবার ভেবে বলো তো একটি ত্রিভুজের কয়টি বহির্বৃত্ত অঙ্কন করা যাবে?

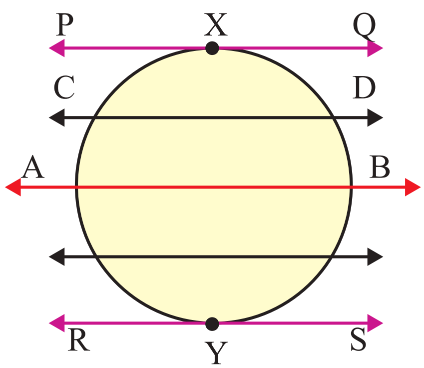
বৃত্তের ছেদক ও স্পর্শক (Secant and Tangent of a Circle)

সমতলে একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার পারস্পরিক অবস্থান চিন্তা করো। বৃত্ত ও সরলরেখাটি কী কী অবস্থানে থাকতে পারে ৭.৩ ছকের ছবিগুলো পর্যবেক্ষণ করো :

ছক ৭.৩		
		
ক) সরলরেখা বৃত্তটিকে স্পর্শ করে নাই।	ক) সরলরেখা বৃত্তটিকে A বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।	ক) সরলরেখা বৃত্তটিকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।
খ) সরলরেখা ও বৃত্তটির মধ্যে কোনো সাধারণ বিন্দু নেই।	খ) সরলরেখা ও বৃত্তটির মধ্যে একটি সাধারণ বিন্দু আছে।	খ) সরলরেখা ও বৃত্তটির মধ্যে দুইটি সাধারণ বিন্দু আছে।

গ) বৃত্ত ও সরলরেখা দুইটি আলাদা জ্যামিতিক আকৃতি। এখানে এদের মধ্যে কোনো সম্পর্ক নেই।	গ) সরলরেখাটি বৃত্তের একটি **স্পর্শক (tangent)** এবং A **স্পর্শ বিন্দু (qoint of contact)**। স্পর্শক বৃত্তকে কেবল একটি বিন্দুতেই স্পর্শ করে।	গ) সরলরেখাটি বৃত্তের একটি **ছেদক (secant)** এবং ছেদক একটি বৃত্তকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করে।

তুমি চাইলে হাতে-কলমেও বৃত্তের স্পর্শক তৈরি করতে পার। এর জন্য খাতায় প্রথমে যে কোনো ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁকতে হবে। তারপর বৃত্তাকার ক্ষেত্রটিকে কেটে নাও। এবার বৃত্তাকার ক্ষেত্রটির উপর একটি স্কেল রেখে স্কেলের দুইপাশ দিয়ে দুইটি সরলরেখা AB ও CD আঁকো। তাহলে CD ছেদক AB ছেদকের সমান্তরাল হবে। এখন AB ছেদকের সমান্তরাল একাধিক ছেদক স্কেলের সাহায্যে এঁকে PQ এবং RS আঁকো, যারা বৃত্তক্ষেত্রটিকে যথাক্রমে X ও Y এই দুটি বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। এক্ষেত্রে PQ এবং RS উভয়ই বৃত্তটির দুইটি স্পর্শক হবে।



বৃত্তাকার রিং বা পুরাতন সিডি ব্যবহার করে ছবির মতো খেলনা তৈরি করতে পার। খেলনার হাতলটিকে কী বলবে?

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে কোথায় স্পর্শক দেখতে পাই

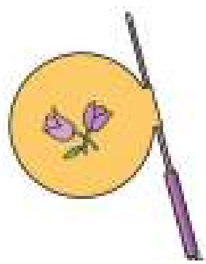
১. পাশের ছবিতে যে উপকরণটি দেখা যাচ্ছে, তার নাম কি বলতে পারবে? যারা জানো না তাদের জন্য দু-একটি সংকেত দেওয়া যেতে পারে।

(i) গরমের দিনে কোনো কারণে বিদ্যুৎ না থাকলে তুমি হাত দিয়ে ঘুরিয়ে বাতাস করো।

(ii) এর হাতলটি ধরে ডানে-বামে ঘুরিয়ে বাতাস তৈরি করা হয়।

(iii) দোকান বা মেলা থেকে কিনে বা নিজেরাও তৈরি করে ব্যবহার করতে পার।

বাহ! ঠিকই বলেছ। এটি একটি হাত পাখা। পাখার গোলাকার অংশকে এবং হাতলকে কী বলা বলা যেতে পারে?



যেহেতু হাতলটি বৃত্তাকার চাকটির বাইরের দিকে বৃত্তাকার ক্ষেত্রটিকে স্পর্শ করে আটকানো থাকে। তাই হাতলটিকে স্পর্শক বলা যেতে পারে।

২. তুমি যখন রাস্তা দিয়ে সাইকেল চালাও তখন সাইকেলের চাকা রাস্তার উপর ঘুরতে থাকে। আর রাস্তাটি হবে চাকার সাপেক্ষে একটি স্পর্শক। আবার রাস্তাটি একই সঙ্গে সাইকেলের দুটি চাকাকেই স্পর্শ করে বিধায় স্পর্শকটিকে বা রাস্তাটিকে **সাধারণ স্পর্শক** (Common Tangent) বলতে পারি। চাকা দুইটির কেন্দ্র রাস্তার একই পাশে থাকে বলে রাস্তাটিকে **সরল সাধারণ স্পর্শক** বলা যেতে পারে।

জোড়ায় কাজ

দুইটি বৃত্তের কেন্দ্র যদি সাধারণ স্পর্শকের বিপরীত পাশে থাকে তবে ঐ সাধারণ স্পর্শককে আমরা কী বলতে পারি?

সহপাঠীর সঙ্গে আলাপ আলোচনা করে যুক্তিসহ নিজেদের খাতায় লেখো।

স্পর্শকের বৈশিষ্ট্য (Properties of Tangent)

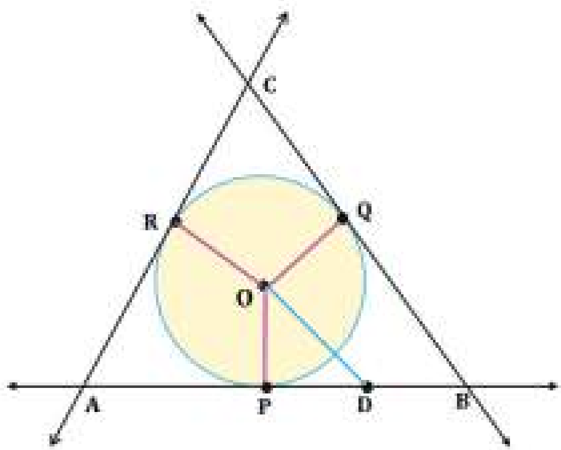
আমরাতো ইতোমধ্যেই জেনেছি, বৃত্তের স্পর্শক বৃত্তকে কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে স্পর্শ করে। এবার চলো স্পর্শকের আরও কী কী বৈশিষ্ট্য আছে তা হাতে-কলমে কাজ করে খুঁজে দেখি :

হাতে-কলমে কাজ— ৬

ধাপ— ১ : খাতায় যে কোনো পৃষ্ঠার চারভাগের একভাগ কেটে নাও। টুকরা কাগজটিতে যে কোনো ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁকো।

ধাপ— ২ : এবার বৃত্তস্থ যে কোনো তিনটি বিন্দু P, Q ও R নাও।

ধাপ— ৩ : কাগজ ভাঁজ করে পাশের ছবির মতো P, Q ও R বিন্দুতে তিনটি স্পর্শক যথাক্রমে AB, BC ও CA অঙ্কন করো।



ধাপ— ৪ : O, P; O, Q এবং O, R যোগ করো। এতে বৃত্তটির কী পেলে?

ধাপ— ৫ : এবার AB এর উপর P ব্যতীত অন্য যে কোনো বিন্দু D নাও। O, D যোগ করো। স্কেল দিয়ে OD ও OP এর দৈর্ঘ্য মেপে দেখো। কী পেলে? OD> OP তাই না?

তাহলে দেখা যাচ্ছে, AB স্পর্শকের উপর যে কোনো বিন্দু ও কেন্দ্রে সংযোজক সরলরেখার মধ্যে OP-ই ক্ষুদ্রতম। চাঁদা ব্যবহার করে $\angle OPB$ ও $\angle OPA$ মেপে দেখো। কী পেয়েছ? $\angle OPB = \angle OPA = 90°$। একইভাবে BC ও CA স্পর্শকের ক্ষেত্রেও $\angle OQB$ ও $\angle OQC$ এবং $\angle ORC$ ও $\angle ORA$ কোণগুলো মেপে দেখো।

সুতরাং, তুমি এবার সিদ্ধান্ত নিতে পার, $OP \perp AB$

অর্থাৎ, বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

হাতে-কলমে কাজ – ৭

স্পর্শকের আরও একটি বৈশিষ্ট্য হলো : বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক টানলে ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান।

চলো হাতে-কলমে যাচাই করে দেখি :

যাচাই প্রক্রিয়াটি পরিচালনার জন্য লাগবে একটি বৃত্তাকার রিং, কয়েকটি চিকন সোজা কাঠি, টেপ ও একটি লম্বা স্কেল।

ধাপ – ১ : টেবিলের উপর রিংটি রেখে দুইটি কাঠি রিং এর দুই পাশে চিত্রের মতো টেপ দিয়ে আটকে দাও।

ধাপ – ২ : এখন কাঠির খোলা মাথা দুইটি একত্র করে বেঁধে দাও। এতে বৃত্তাকার রিং এর সঙ্গে বাঁধা অবস্থায় কাঠি দুটি রিং এর বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে দুটি স্পর্শক মনে হচ্ছে তাই না?

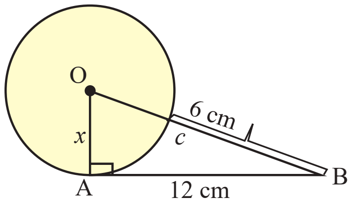
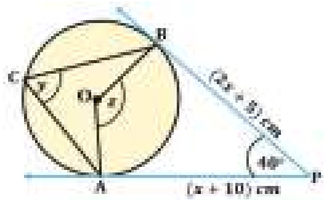
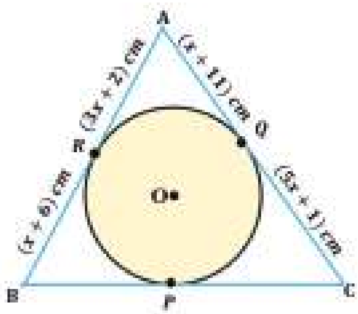
ধাপ – ৩ : কাঠি দুইটির একত্রে বাঁধা স্থান থেকে বৃত্তাকার রিং-এ স্পর্শ করা স্থান পর্যন্ত দূরত্ব মেপে দেখো।

কী পেয়েছ? দূরত্ব দুটি কি সমান?

ছোটো বা বড়ো ব্যাসার্ধের আরও দু-তিনটি বৃত্তাকার চুড়ি ও বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে কাজটি কয়েকবার করো। সকল ক্ষেত্রেই একই ফলাফল পেলে এবার সিদ্ধান্ত নিতে পার যে, **বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক টানলে ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সকল ক্ষেত্রেই সমান হবে।**

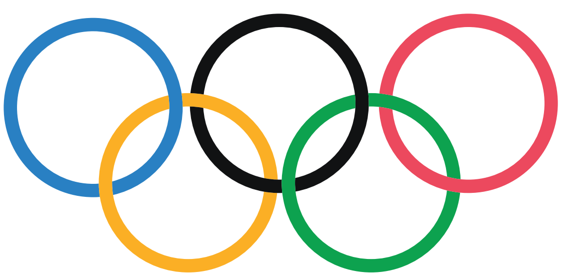
একক কাজ

তোমার অভিজ্ঞতা ও পর্যবেক্ষণ অনুসারে যুক্তিসহ নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো। প্রতিক্ষেত্রেই বৃত্তের কেন্দ্র O বিবেচনা করতে হবে।

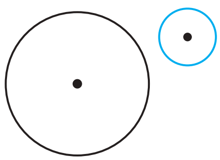
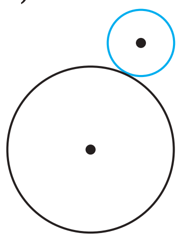
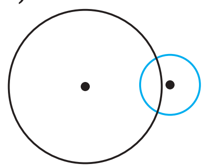
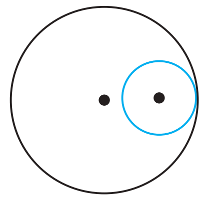
ছক ৭.৪	
সমস্যাগুলোর চিত্ররূপ	**সমাধান**
ক)  x এর মান নির্ণয় করো।	ক)
খ)  x, y, z এর মান নির্ণয় করো।	খ)
গ)  BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।	গ)

একাধিক বৃত্ত ও কাঠির খেলা

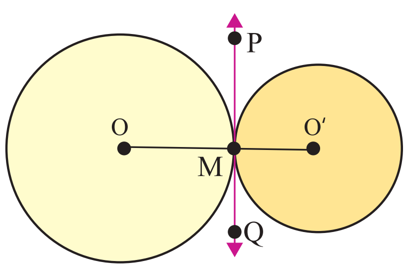
পাশের ছবিটি অতি পরিচিত একটি লোগো। তোমরা কি বলতে পারবে লোগোটি দ্বারা আমরা কী বুঝতে পারি? পেন্সিল-কম্পাস ব্যবহার করে একাধিক বৃত্তকে এভাবে শৃঙ্খলিত করা যাবে কি? সহপাঠীর সঙ্গে আলাপ আলোচনা করে খাতায় আঁকার চেষ্টা করো।



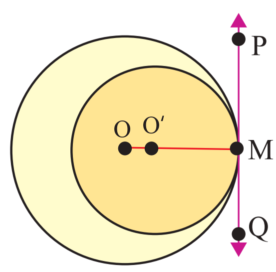
ধরো, তোমাকে ভিন্ন ব্যাসার্ধের দুইটি বৃত্তাকার রিং বা চুড়ি দেওয়া হলো। রিং বা চুড়ি দুটিকে খাতার উপর রেখে বৃত্ত আঁকতে হবে। শর্ত হলো বৃত্ত দুইটি পরস্পরকে একটি বিন্দুতে স্পর্শ করে থাকবে। অর্থাৎ তাদের একটি সাধারণ স্পর্শবিন্দু থাকবে। অহনা খুশি হয়ে খুব দ্রুত চুড়ি দুটি দ্বারা ছক ৭.৫ ছবির মতো কয়েক জোড়া বৃত্ত এঁকে ফেলল। নিবিড়ভাবে অহনার আঁকা ছবিগুলো পর্যবেক্ষণ করো। কোন কোন ছবিতে বৃত্ত দুইটির একটি সাধারণ স্পর্শবিন্দু আছে? সঠিক চিত্রটিতে (√) ও ভুল চিত্রটিতে (×) চিহ্ন দাও। তোমার উত্তরের সপক্ষে অবশ্যই লিখিত যুক্তি থাকতে হবে।

ছক ৭.৫				
চিত্র	ক) 	খ) 	গ) 	ঘ) 
সঠিক / ভুল				
সপক্ষে যুক্তি				

এবার পাশের চিত্র দুটি লক্ষ করো:



চিত্র- ক



চিত্র- খ

চিত্র- ক ও চিত্র- খ উভয়ের স্পর্শবিন্দু একই। তাছাড়া স্পর্শবিন্দু ও উভয়ের কেন্দ্রদ্বয় একই সরলরেখায় অবস্থিত। মাথা খাটিয়ে বলো চিত্র- ক-এ বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের .... সমান এবং চিত্র- খ-এ বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের .... সমান। আর তোমরাতো ইতোমধ্যেই জেনেছ সাধারণ স্পর্শক সম্পর্কে। এবার তোমাদের বলতে হবে চিত্র দুটির কোনটিতে কোন ধরনের সাধারণ স্পর্শক রয়েছে। অবশ্যই তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দিতে হবে।

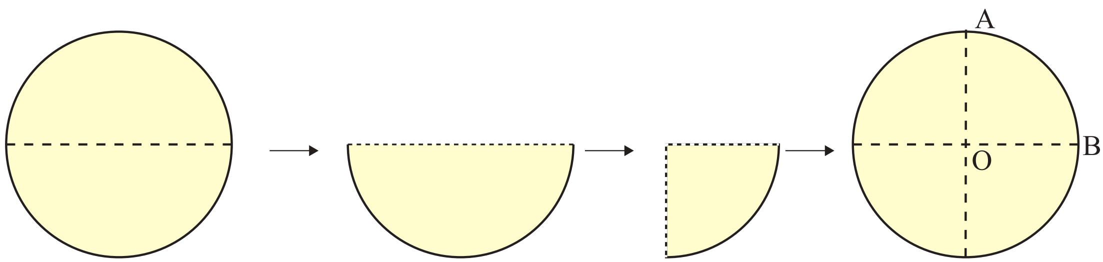
একক কাজ

তোমার কাছে ভিন্ন ব্যাসার্ধের কয়েকটি বৃত্তাকার রিং বা চুড়ি এবং বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের অনেকগুলো কাঠি আছে। বৃত্তাকার রিং বা চুড়ি ব্যবহার করে তিনটি মডেল এমনভাবে তৈরি করো যেন চুড়ি দুটি প্রথমটিতে পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে, দ্বিতীয়টিতে অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করে এবং তৃতীয়টিতে স্পর্শ না করে। প্রয়োজনে মাস্কিং টেপ দ্বারা চুড়ি দুটি বেঁধে রাখতে পারবে। এবার মডেলগুলোতে বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের কাঠি ব্যবহার করে উভয় প্রকারের সাধারণ স্পর্শক গঠন করো। সাধারণ স্পর্শকসংবলিত মডেলটি তৈরি করে শিক্ষককে দেখাও এবং ব্যাখ্যা করো।

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, বৃত্তাংশ ও বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল পরিমাপ

মনে আছে, তোমার পড়ার ঘরের কোণায় একটি শেলফ বানাতে চেয়েছিলে? তোমার শেলফটি কিন্তু একটি নিয়মিত জ্যামিতিক আকৃতি নয়। অর্থাৎ সেলফটির সকল অঙ্গ সমান নয়। এর কোনো কোনো জায়গায় বৃত্তাকৃতির কাঠ লাগবে, আবার কোনো কোনো স্থানে বৃত্তাংশ ও বৃত্তকলার মতো কাঠের প্রয়োজন হবে। সেজন্য তোমাকে এই বিষয়গুলো সম্পর্কে ধারণা অর্জন করতে হবে। তাহলে চলো আমরা এখন বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, কীভাবে নির্ণয় করা হয় সে সম্পর্কে জানার চেষ্টা করি।

বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয়



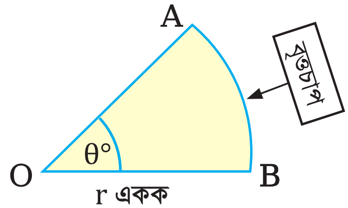
তোমরা পূর্বের শ্রেণিতে জেনেছ, r একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কোনো একটি বৃত্তের পরিধি $2\pi r$ একক এবং ক্ষেত্রফল πr^2 বর্গ একক। তোমাদের জানা এই অভিজ্ঞতাগুলো কাজে লাগিয়ে r একক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করতে পারবে।

একটি বৃত্তাকার কাগজকে সমান চার ভাঁজ করে খুলে ফেললে চারটি সমান বৃত্তকলা তৈরি হয়, তাই না?

তুমি তো জানো বৃত্ত কেন্দ্রে $360°$ কোণ উৎপন্ন করে। যেহেতু বৃত্তাকার কাগজটিকে সমান চার ভাঁজে ভাঁজ করেছ, সেহেতু AOB বৃত্তকলাটি কেন্দ্রে $90°$ কোণ তৈরি করবে। আর এক্ষেত্রে AB বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য হবে $\frac{1}{4} \times 2\pi r = \frac{\pi r}{2}$ একক। কিন্তু বৃত্তাকার কাগজটিকে যদি সমানভাবে ভাঁজ না করে যে কোনোভাবে ভাঁজ করা হয় তবে বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করবে তুমি না মেপে বলতে পারবে না। ধরো, বৃত্তচাপটি কেন্দ্রে $\theta°$ কোণ উৎপন্ন করে। সেক্ষেত্রে চলো আমরা ঐ বৃত্তের বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য কীভাবে নির্ণয় করতে হয় তা জানতে চেষ্টা করি।

তাছাড়া তুমি ইতোমধ্যেই জেনেছ, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য ও কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ সরল অনুপাতী।

তাহলে আমরা বলতে পারি, $\dfrac{\text{বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য}}{\text{বৃত্তের পরিধি}} = \dfrac{\theta}{360}$



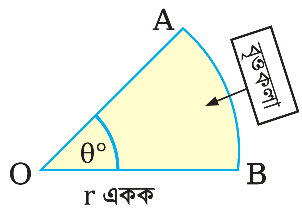
∴ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = $\dfrac{\theta}{360}$ × বৃত্তের পরিধি = $\dfrac{\theta}{360} \times 2\pi r$ একক

বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয়

বৃত্তাকার কাগজটিকে যখন সমান চার ভাঁজে ভাঁজ করেছ, তখন AOB বৃত্তকলাটি কেন্দ্রে 90° কোণ তৈরি করেছে। আর সেক্ষেত্রে AOB বৃত্তকলাটির ক্ষেত্রফল হবে $\dfrac{1}{4} \times \pi r^2$ বর্গ একক। কিন্তু বৃত্তাকার কাগজটিকে যদি সমানভাবে ভাঁজ না করে যে কোনোভাবে ভাঁজ করা হয় তবে বৃত্তকলাটি কেন্দ্রে কত ডিগ্রি কোণ তৈরি করবে সেটিও তুমি না মেপে বলতে পারবে না। ধরে নাও, বৃত্তকলাটি কেন্দ্রে θ° কোণ উৎপন্ন করেছে। সেক্ষেত্রে ঐ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল কীভাবে নির্ণয় করতে হবে চলো তা জানতে চেষ্টা করি।

আমরা জানি, বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল ও কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ সরল অনুপাতী।

সুতরাং, $\dfrac{\text{বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তের ক্ষেত্রফল}} = \dfrac{\theta}{360}$

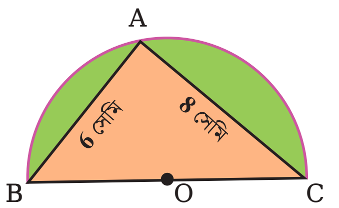
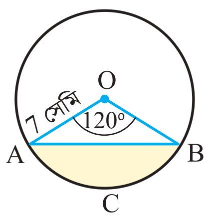


∴ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল = $\dfrac{\theta}{360}$ × বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\dfrac{\theta}{360} \times \pi r^2$ বর্গ একক

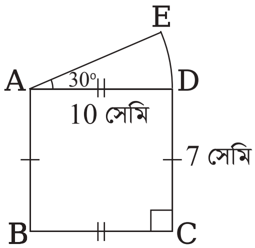
সমস্যা	সমাধান
১। একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে 30° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ 12 সেমি হলে, চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।	১। দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ r = 12 সেমি, এবং বৃত্তচাপ দ্বারা কেন্দ্রে কোণ θ = 30° ∴ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য = $\dfrac{\theta}{360} \times 2\pi r$ একক। $= \dfrac{30}{360} \times 2 \times 3.1416 \times 12$ সেমি = 6.28 সেমি (প্রায়)।

২। একটি বৃত্তচাপ কেন্দ্রে $60°$ কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তের ব্যাসার্ধ 8 সেমি হলে, বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।	১। দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r = 8$ সেমি, এবং বৃত্তচাপ দ্বারা কেন্দ্রে কোণ $\theta = 60°$ $\therefore$ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$ বর্গ একক। $= \frac{30}{360} \times 3.1416 \times 6^2$ বর্গ সেমি $= 18.85$ বর্গ সেমি (প্রায়)।

একক কাজ :

সমস্যা	সমাধান
১।  ABC অর্ধবৃত্ত হলে, চিত্রের সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।	
২।  O বৃত্তের কেন্দ্র। ACB বৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।	

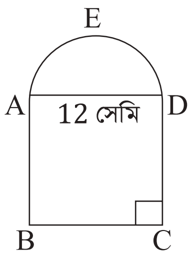
৩।



চিত্রে ABCD একটি আয়ত। DAE একটি বৃত্তাংশ। $\angle DAE = 30^\circ$।

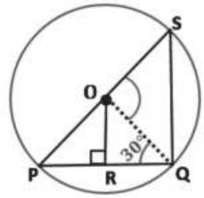
সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

৪।



চিত্রে ABCD একটি বর্গ। DAE একটি অর্ধবৃত্ত। সম্পূর্ণ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

অনুশীলনী



১। O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে জ্যা $PQ = x$ cm এবং $OR \perp PQ$।

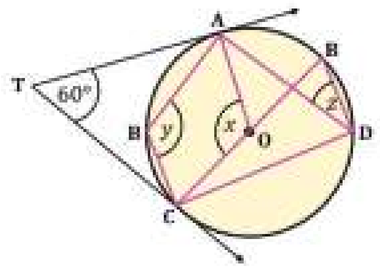
ক) $\angle QOS$ এর পরিমাণ কত?

খ) $OR = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$cm হলে, x এর মান নির্ণয় করো।

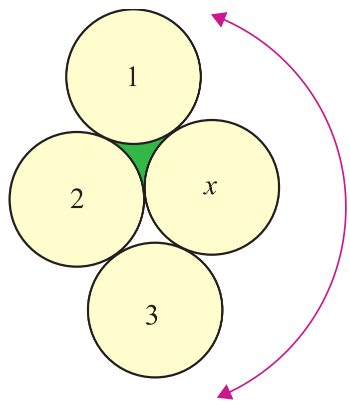
২। 10 cm ও 24cm দৈর্ঘ্যের PQ ও RS সমান্তরাল জ্যা দুইটি O কেন্দ্রীয় বৃত্তের কেন্দ্রের বিপরীত পাশে অবস্থিত। যদি PQ ও RS জ্যা দুইটির মধ্যবর্তী দূরত্ব 17cm হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

৩। ধরো, তোমাদের একটি ত্রিভুজাকৃতি জমি আছে। জমিটির পরিসীমা 124 মিটার। ঐ জমির সবচেয়ে বেশি জায়গা জুড়ে সবজি চাষ করতে চাও। যদি সবজি চাষের জায়গার পরিধি 84 মিটার হয়, তবে জমিটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

৪। চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং TA ও TC দুইটি স্পর্শক। $\angle ATC = 60°$ হলে, x, y ও z এর মান নির্ণয় করো।



৫। একই আকারের (একই রকমের) কয়েকটি এক (১) টাকার কয়েন সংগ্রহ করো। কয়েনগুলোর যে কোনো একটিকে তোমার খাতার মাঝখানে রাখো। এবার এর চারপাশে পরস্পরকে স্পর্শ করে চিত্রের মতো কয়েনগুলো বসাও। অনেকটা ক্যারম বোর্ডে গুটি সাজানোর মতো।



ক) উপরের শর্ত মেনে 'x' চিহ্নিত কয়েনকে স্পর্শ করে চারপাশে সর্বোচ্চ কটি কয়েন বসানো যাবে? চিত্রটি সম্পূর্ণ করে তা নির্ণয় করো।

খ) চিত্রের '1', '2' ও 'x' চিহ্নিত বৃত্ত তিনটির কেন্দ্রগুলো যোগ করো। যে ত্রিভুজটি পেলে তার পরিসীমা 18 সেমি। চিত্রের সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

গ) খাতায় চিত্রের যে কোনো একটি কয়েন ছাপ দিয়ে বৃত্ত বানাও। তারপর বৃত্তটির কেন্দ্র নির্ণয় করো।

ঘ) যে কোনো একটি কয়েনের ব্যাসার্ধের গুণিতক ব্যাসার্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত আঁকো। বৃত্ত দুইটি পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে প্রমাণ করো যে, বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব তাদের সাধারণ ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ।