

পূর্ণ সংখ্যার জগৎ

অনিতা একটি কলম কিনতে বাজারে গেল। তার সাথে আছে মাত্র 10 টাকা। কিন্তু কলমটির দাম 15 টাকা। দোকানদার অনিতার কাছ থেকে বাকির পরিমাণ হিসেবে 5 টাকা লেখেন। মনে রাখার জন্য তার হিসাবের খাতায় অনিতার নামের পাশে 5 টাকা লিখলেন। দোকানে একই সময়ে রাতুলও এসেছিল ঐ কলমটি কিনতে। সে কলমটি কেনার জন্য দোকানদারকে 20 টাকার একটি নোট দিলো। খুচরা 5 টাকা না থাকায় রাতুলকে দোকানদার 5 টাকা পরে নিতে বললেন। এবং মনে রাখার জন্য হিসাবের খাতায় রাতুলের নামের পাশেও 5 টাকা লিখলেন।



কিন্তু এবারে একটা সমস্যা দেখা দিল। দোকানদারের কীভাবে মনে থাকবে যে অনিতার কাছে তিনি 5 টাকা পাবেন আর রাতুলকে তার 5 টাকা দিতে হবে। তোমরা কি বলতে পারবে কীভাবে দোকানদার এই সমস্যার সমাধান করতে পারেন?



দেনা-পাওনা শব্দ দুইটি ব্যবহার করলে কেমন হয়?

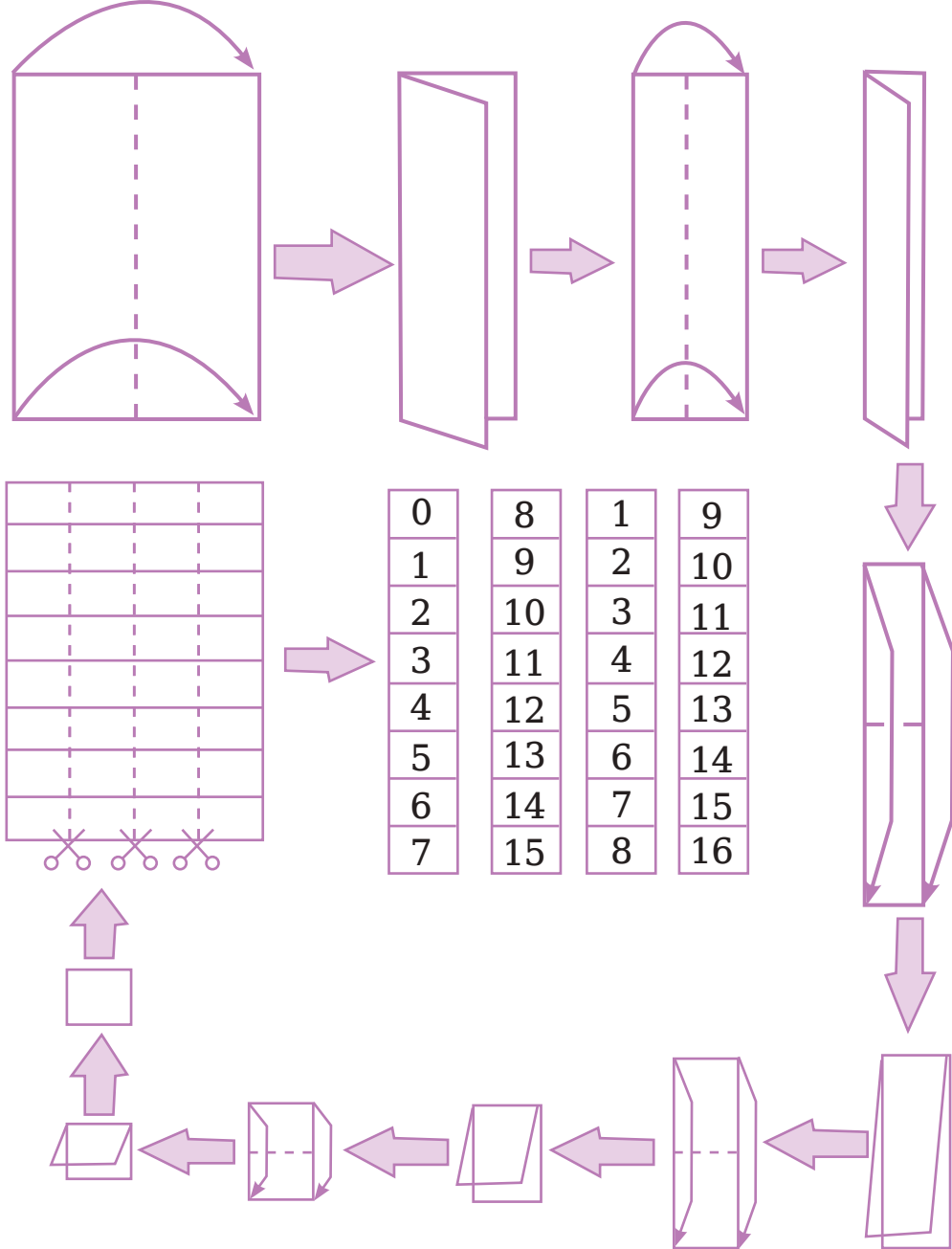
দুই রকম রং দিলেও কিন্তু আলাদা করা যাবে?



অনিতা ও রাতুল এরপর স্কুলে গিয়ে ‘এক গুটি দুই খেলোয়াড়’ নামের একটা খেলায় অংশ নিয়ে ঠিক একই রকম একটা সমস্যায় পড়ে। চলো দেখি তারা সেই সমস্যার সমাধান কীভাবে খুঁজে পেল?

এক গুটি দুই খেলোয়াড়

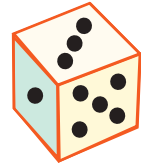
- ❖ অনিতা ও রাতুল খেলার জন্য শুরুতে একটি A4 কাগজকে নিচের ছবির মতো করে ভাঁজ করে তারপর কেটে চারটি কাগজের স্ট্রিপ তৈরি করে নিচের মতো করে সংখ্যাগুলো লিখে নিল।



- এরপর দুইটি কাগজের স্ট্রিপ নিয়ে পাশাপাশি নিচের মতো করে সাজিয়ে নিল।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

- খেলার জন্য একটি ছক্কা এবং একটি গুটি প্রয়োজন হবে।



শুরুতে তারা ৪ লেখা ঘরের উপর একটি গুটি রাখল।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

এরপর খেলার নিয়ম অনেকটা লুডু খেলার মতোই।

তবে দুইটা পার্থক্য আছে:

- এখানে গুটি একটাই।
- প্রথমে যে ছক্কাটি নিক্ষেপ করবে তার জন্য গুটি যাবে ডান দিকে। আর দ্বিতীয় যে ছক্কা নিক্ষেপ করবে তার জন্য গুটি যাবে বাম দিকে। দুজনের ক্ষেত্রেই নিক্ষেপ করা ছক্কায়ে যে সংখ্যাটি উঠবে তার গুটি তত ঘর ডান দিকে অথবা বাম দিকে সরবে।
এরপর আবার প্রথমজন ছক্কা নিক্ষেপ করবে এবং খেলা চলতে থাকবে।
প্রথমজন যদি 15 তে পৌঁছাতে পারে তবে সে বিজয়ী হবে। আর দ্বিতীয়জন যদি 0 তে পৌঁছাতে পারে তাহলে সে বিজয়ী হবে।

তো অনিতা প্রথমে ছক্কা নিক্ষেপ করল এবং তারপর রাতুল, তারপরে আবার অনিতা—এভাবেই খেলা চলতে থাকল।

খেলার একপর্যায়ে গুটির অবস্থান ছিল 4 লেখা ঘরে। এই অবস্থায় রাতুলের নিক্ষেপ করা ছক্কায়ে 5 উঠল। এবার রাতুল গুটিটা নিয়ে কোথায় যাবে বলো তো? 0 চিহ্নের বামে তো আর কোনো ঘর নেই।



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----

রাতুলের ছক্কায়ে ৫ উঠেছে। সে গুটি নিয়ে কোন ঘরে যাবে?



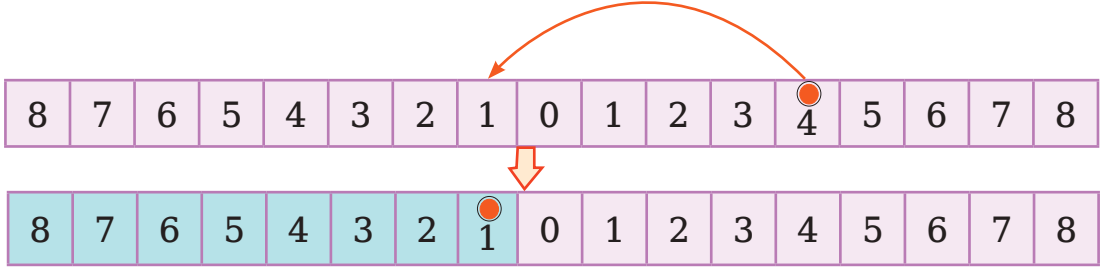
4 থেকে 5 ঘর বামদিকে যেতে হলে অবশ্যই 0 অতিক্রম করে যেতে হবে। তার মানে আমি জিতে গেছি।

খেলার নিয়মে তুমি 0 তে গেলে জিতবে। তোমার গুটি তো 0 তে যায় নাই। তাই তুমি জিতবে না, খেলা চলবে।



কিন্তু খেলাটা চলবে কীভাবে? 0 এর বামে তো কোনো সংখ্যাই নাই। তখন অনিতা ও রাতুল একটা বুদ্ধি বের করল। বাকি দুইটি কাগজের স্ট্রিপ নিয়ে সেগুলোকে 0 এর বামে স্থাপন করল। এবার রাতুলের ছক্কায় 5 ওঠার পর সে 0 এর বামে আরও এক ঘর গিয়ে গুটি রাখতে পারল।

রাতুলের ছক্কায় 5 উঠেছে।



কিন্তু এখন দেখা যাচ্ছে 0 এর ডানে এবং বামে একই সংখ্যা দুইবার করে আছে। তাই আলাদা করার জন্য তারা 0 বামের সংখ্যাগুলোকে সবুজ রং করল।

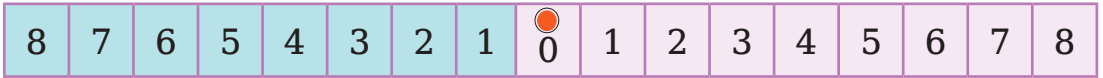
এরপর তারা আবার নতুন করে খেলা শুরু করল আর খেলার নিয়ম একটু বদলে দিল।

খেলা শুরুতে এবার গুটি থাকবে 0 এর ঘরে।

বিজয়ী হওয়ার নিয়ম প্রথমজনের জন্য একই থাকবে অর্থাৎ 8 তে পৌঁছাতে পারলেই সে বিজয়ী হবে।

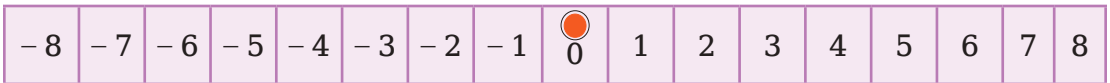
তবে দ্বিতীয়জনের জন্য নতুন নিয়ম হবে।

দ্বিতীয়জন যদি 0 এর বাম দিকের 8 অর্থাৎ সবুজ রঙের 8 তে পৌঁছাতে পারে তবে সে বিজয়ী হবে।



এরপর একদিন খেলার সময় তারা সবুজ রং খুঁজে না পেয়ে আরও সহজ কোনো উপায়ে 0 এর বাম দিকের সংখ্যাগুলোকে আলাদা করে চিহ্নিত করা যায় কিনা ভাবা শুরু করল। অবশেষে তারা একমত হলো যে, সংখ্যাগুলোর আগে বিয়োগ চিহ্ন বা ঋণাত্মক চিহ্ন ‘-’ বসিয়ে দেওয়া হবে।

এই সংখ্যাগুলো 0 এর বাম দিকে তাই শূন্যের চেয়ে ছোট হবে। আর সংখ্যাগুলোকে আমরা ঋণাত্মক সংখ্যা (Negative Numbers) বলি।



সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যার খেলা



“চলো আজ আমরা একটি মজার খেলা খেলি।

শুরুতে সবাই দাঁড়াই এবং প্রথমে বাম হাত বাম দিকে প্রসারিত করো। এবার বাম হাত নামিয়ে একইভাবে ডান হাত ডান দিকে প্রসারিত করো। খেয়াল রাখো যেন তোমাদের মাথা ও পা স্থির থাকে। এখন দুই হাত দুই দিকে প্রসারিত করো। মাথার সাপেক্ষে ডান দিকের হাতকে যদি ধনাত্মক বলা হয়, তাহলে মাথার সাপেক্ষে বাম দিকের হাতকে কী বলব?”



আমরা অনেক বড় একটা সংখ্যারেখা তৈরি করব। কীভাবে শুরু করা যায়?



প্রথমে শূন্য বিন্দু (0) কোথায় হবে সেটা নির্ধারণ করতে হবে।

এবার শূন্য বিন্দু (0) থেকে 1 বিন্দুটি কত দূরে হবে সেটা চিহ্নিত করতে হবে। এটাকে একক দূরত্ব বলতে পারো।

এবার এই একক দূরত্বের সমান করে শূন্য বিন্দুর ডান দিকে এবং বাম দিকে অনেকগুলো খাপ চিহ্নিত করো।



এবার খেলা শুরু। খেলাটা হবে জোড়ায় ভাগ করে।

প্রতি জোড়ার একজন শিক্ষার্থী তার পছন্দমতো সংখ্যারেখার কোনো একটা খাপে গিয়ে দাঁড়াবে।

জোড়ার অন্য শিক্ষার্থী শূন্য বিন্দুতে (0) গিয়ে দাঁড়াবে এবং এক খাপ করে যাবে জোড়ার প্রথম শিক্ষার্থী যেখানে আছে সেখানে।

তারপর জোড়ার প্রথম শিক্ষার্থীর অবস্থান চিহ্নসহ ঐ ধাপে লিখবে।
এক্ষেত্রে শূন্য বিন্দু (0) থেকে ডানদিকের ধাপকে ‘+’ চিহ্ন দিয়ে এবং
বামদিকের ধাপকে ‘-’ চিহ্ন দ্বারা সূচিত করো।

১ম শিক্ষার্থী

২য় শিক্ষার্থী



‘জোড়ার প্রথম শিক্ষার্থী
ডান দিকে 5টি ধাপ
অতিক্রম করেছে, তাহলে
তার অবস্থানকে + 5 দ্বারা
চিহ্নিত করো।’



২য় শিক্ষার্থী

১ম শিক্ষার্থী

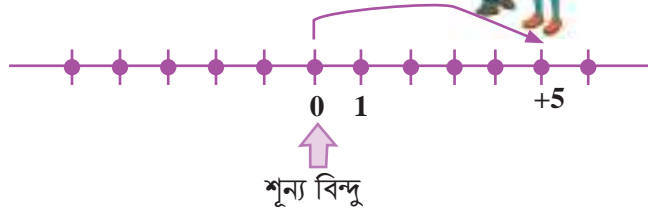


‘বাম দিকে 4টি ধাপ
অতিক্রম করেছে, তাহলে
তার অবস্থানকে - 4
দ্বারা চিহ্নিত করতে হবে।’



২য় শিক্ষার্থী

১ম শিক্ষার্থী



খেলার মাধ্যমে চিহ্নসহ সংখ্যা দ্বারা তোমাদের আঁকা সংখ্যারেখার সবগুলো ধাপ পূরণ করো।

■ নিচের প্রত্যেকটি ধাপকে অবস্থান অনুযায়ী ‘+’ বা ‘-’ চিহ্ন সহকারে লেখো:

- শূন্য বিন্দুর বাম দিকে 4টি ধাপ
- শূন্য বিন্দুর ডান দিকে 7টি ধাপ
- শূন্য বিন্দুর ডান দিকে 11টি ধাপ
- শূন্য বিন্দুর বাম দিকে 6টি ধাপ

সংখ্যার হ্রাস ও বৃদ্ধি

‘সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যার খেলা’ থেকে তোমরা দেখতে পাচ্ছ, শূন্যের ডান দিকের সংখ্যাগুলো ধনাত্মক হয় তবে বাম দিকের সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক হবে। যদি কোনো সংখ্যা থেকে 1 খাপ ডান দিকে যাও, তবে ঐ সংখ্যার পরবর্তী সংখ্যা পাবে এবং যদি 1 খাপ বাম দিকে যাও, তবে পূর্ববর্তী সংখ্যাটি পাবে।

১) প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর পূর্ববর্তী ও পরবর্তী সংখ্যাগুলো লিখে নিচের ছকটি পূরণ করো:

পূর্ববর্তী সংখ্যা	প্রদত্ত সংখ্যা	পরবর্তী সংখ্যা
	10	
	8	
	- 5	
	3	
	0	
	- 1	
	- 2	
	1	
	- 10	

ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার

বাস্তব জীবনে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সংখ্যার ব্যবহার নিচে আলোচনা করা হলো:

আয়, ব্যয়
লাভ, ক্ষতি
বৃদ্ধি, হ্রাস

এগুলো আমাদের পরিচিত শব্দ। জোড়ার প্রথমটি দ্বিতীয়টির বিপরীত।

আয়, লাভ ও বৃদ্ধি বলতে পরিমাণে বাড়ে।

আবার ব্যয়, ক্ষতি ও হ্রাস পরিমাণে কমে।

5 টাকা আয়কে + 5 টাকা দ্বারা চিহ্নিত করলে 7 টাকা ব্যয়কে -7 টাকা দ্বারা চিহ্নিত করা যায়।

ঠিক এমনিভাবে + 6 টাকা দ্বারা 6 টাকা লাভ বুঝালে - 8 টাকা দ্বারা 8 টাকা ক্ষতি বোঝানো যায়।

উপরের আলোচনা থেকে লক্ষ্য করো যে একই জাতীয় কিন্তু বিপরীতমুখী দুইটি রাশির পার্থক্য বোঝাতে একটিকে (+) চিহ্নযুক্ত ধরলে অপরটি (-) চিহ্নযুক্ত হবে।

(+) চিহ্নযুক্ত রাশিকে ধনাত্মক রাশি বা ধন রাশি বলে এবং (-) চিহ্নযুক্ত রাশিকে ঋণাত্মক রাশি বা ঋণ রাশি বলে। এ জন্য (+) ও (-) চিহ্ন দুয়কে যথাক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক চিহ্ন বলে।

বিপরীত শব্দের খেলা

নিচের ছকে কিছু শব্দ ও তাদের বিপরীত শব্দ দেওয়া আছে।

তোমার পরিচিত এমন আরও কতগুলো শব্দ এবং তাদের বিপরীত শব্দ লিখে ছকটি পূরণ করো।

এবার ছকটির প্রতি সারির শব্দ ও বিপরীত শব্দ জোড়াগুলোকে তোমার ইচ্ছামতো ধনাত্মক চিহ্ন (+) ও ঋণাত্মক চিহ্নের (–) মাধ্যমে প্রকাশ করো।

(এক্ষেত্রে তুমি জোড়ার যেকোনো শব্দকেই ধনাত্মক বিবেচনা করতে পারো। তবে সেক্ষেত্রে ঐ শব্দের বিপরীত শব্দটা কিন্তু অবশ্যই ঋণাত্মক হবে।)

শব্দ		বিপরীত শব্দ	
বড়	+	ছোট	–
হালকা	–	ভারি	+
আয়		ব্যয়	
বাম		ডান	

১) নিচের প্রতিটি বাক্যাংশের জন্য এর বিপরীত অর্থ বোঝায় এমন একটি বাক্যাংশ লেখো:

প্রদত্ত বাক্যাংশ	বিপরীত অর্থ বোঝায় এমন একটি বাক্যাংশ
ওজন বৃদ্ধি বা বেড়ে যাওয়া	ওজন হ্রাস বা কমে যাওয়া
30 কি.মি. উত্তর দিকে	
বাড়ি হতে বাজার 8 কি.মি. পূর্বে	
700 টাকা ক্ষতি	
সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে 100 মিটার উপরে	

২) নিচের বাক্যগুলোতে উল্লিখিত সংখ্যাগুলো উপযুক্ত চিহ্নসহকারে লেখো

- (ক) একটি উড়োজাহাজ সমতল ভূমি থেকে দুই হাজার মিটার উপর দিয়ে উড়ছে।
- (খ) একটি ডুবোজাহাজ সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে আটশত মিটার গভীরে চলছে।
- (গ) দুইশত টাকা ব্যাংকে জমা রাখা।
- (ঘ) সাতশত টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নেওয়া।

পূর্ণসংখ্যা

মানুষের প্রয়োজনে প্রথমে 1, 2, 3,... এ সংখ্যাগুলো আবিষ্কৃত হয়।

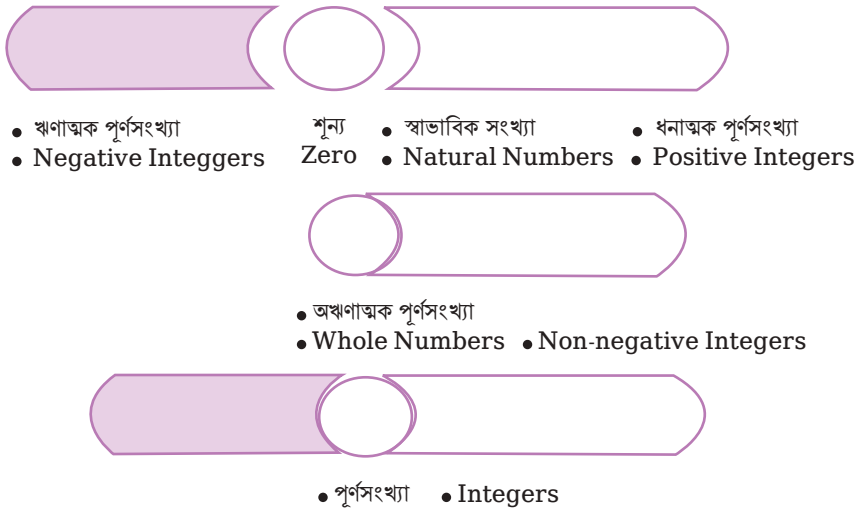
এগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা (Natural Numbers or Positive Integers) বলে।

স্বাভাবিক সংখ্যার সাথে 0 নিয়ে আমরা পাই, 0, 1, 2, 3,... গুলোকে অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (Whole Numbers or Non – negative Integers) বলা হয়।

আবার, ...- 4, -3, -2, -1 এই সংখ্যাগুলো ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (Negative Integers)।
অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা একত্র করলে আমরা পাই,

...- 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,... এই সংখ্যাগুলো পূর্ণসংখ্যা (Integers)।

নিচের চিত্রগুলোর সাহায্যে সংখ্যাগুলো প্রকাশ করা যেতে পারে:



সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যা স্থাপন (পূর্ণসংখ্যার অবস্থান নির্ণয়)

একটি সরলরেখা অঙ্কন করে তার উপরে একটি বিন্দু 0 নাও।

তাহলে 0 বিন্দুটি সরলরেখাটিকে দুইটি অংশে বিভক্ত করে। একটি অংশ ডান দিকে ও অপর অংশটি বাম দিকে সীমাহীনভাবে বিস্তৃত। এর ডান দিককে ধনাত্মক ও বাম দিককে ঋণাত্মক ধরা হয়।

এখন একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 0 বিন্দু থেকে শুরু করে ডান দিকে ও বাম দিকে পরপর সমান দূরত্বে দাগ দাও। 0 বিন্দুর ডানদিকের দাগগুলোকে পর্যায়ক্রমে +1, + 2, + 3, + 4,... বা শুধুমাত্র 1, 2, 3, 4, ... লিখে এবং বাম দিকের দাগগুলোকে -1, -2, -3, -4,... লিখে চিহ্নিত করো। আর দুই দিকে সীমাহীনভাবে বা অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত বোঝাতে ডান দিকে $+\infty$ চিহ্ন এবং বাম দিকে $-\infty$ চিহ্ন ব্যবহার করো।

এখন সংখ্যারেখার উপর ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা 2 স্থাপনের জন্য বিন্দুর ডান দিকে 2 একক দূরের বিন্দুটি গাড় গোল চিহ্ন দ্বারা আবদ্ধ করো। তাহলে গোল চিহ্নিত বিন্দুটি হবে 2 এর অবস্থান।



আবার সংখ্যারেখার উপর ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা -6 স্থাপনের জন্য বিন্দুর বাম দিকে 6 একক দূরের বিন্দুটিকে গাঢ় গোল চিহ্ন দ্বারা আবদ্ধ করো। তাহলেই এই বিন্দুটিই হবে -6 এর অবস্থান।



■ এবার নিচের সংখ্যাগুলোকে সংখ্যারেখায় স্থাপন করো :

(ক) $+5$ (খ) -10 (গ) -6 (ঘ) -1 (ঙ) -6

পূর্ণসংখ্যার ক্রম

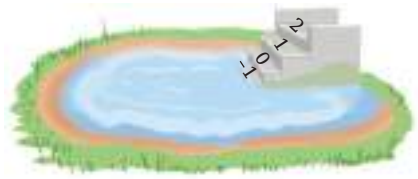
রমা ও রানী যে গ্রামে বাস করে সেখানে সিঁড়ি বাঁধানো একটি পুকুর আছে। পুকুরের পাড় হতে নিচ তলা পর্যন্ত 10 টি ধাপ আছে। একদিন তারা পুকুরপাড়ে গিয়ে দেখে যে পাড় হতে 5 ধাপ নিচে পানি আছে। বর্ষাকালে পানি কোথায় উঠে তা দেখার জন্য তারা পানির বর্তমান স্তরকে 0 দ্বারা চিহ্নিত করল। তারপর উপরের দিকে ধাপগুলোকে 1, 2, 3, 4, 5 দ্বারা চিহ্নিত করল। বর্ষাকালে বৃষ্টির পর তারা দেখল যে পানির স্তর 3 ধাপ পর্যন্ত উপরে উঠছে। বর্ষা চলে যাওয়ার কয়েক মাস পর দেখা গেল যে পানির স্তর 0 চিহ্নের 3 ধাপ নিচে নেমেছে।



ওরা নিচের ধাপগুলোকে কীভাবে চিহ্নিত করবে সেটা নিয়ে এবার চিন্তায় পড়ে গেল।

তোমরাও চিন্তা করে দেখোতো কোনো বুদ্ধি দিতে পারো কিনা ওদের।

শেষমেষ ওরা ভাবল যেহেতু বর্তমান অবস্থা থেকে পানি কমে গেলেই পানির স্তর নিচের দিকে নেমে যায়। আর সাথে সাথে ওদের মাথায় এল যে 0 এর চেয়ে কম বা ছোট সংখ্যাগুলোতে ঋণাত্মক সংখ্যা বলে। তাই যেহেতু বর্তমান স্তরকে তারা 0 দিয়ে চিহ্নিত করেছে। তাই 0 এর নিচের দিকে $(-)$ বিয়োগ চিহ্নযুক্ত সংখ্যা বসালেই বুঝতে সুবিধা হবে। সে অনুযায়ী 0 এর নিচের ধাপগুলোকে তারা পরপর -1 , -2 , -3 দ্বারা চিহ্নিত করল। এর কিছুদিন পর পানি আরও এক ধাপ নিচে নেমে গেল। তখন তারা ঐ ধাপকে -4 দ্বারা চিহ্নিত করল।



তাহলে দেখা যাচ্ছে যে, $-4 < -3$ । অনুরূপভাবে বলা যায় যে, $-5 < -4$ ।

এবার আরেকবার সংখ্যারেখায় পূর্ণসংখ্যাগুলো স্থাপন করি :



আমরা জানি, $7 > 4$ এবং সংখ্যারেখায় আমরা দেখি যে, 4 এর ডানে 7

অনুরূপভাবে, $4 > 0$ অর্থাৎ 0 এর ডানে 4। আবার যেহেতু -3 এর ডানে 0, সুতরাং $0 > -3$

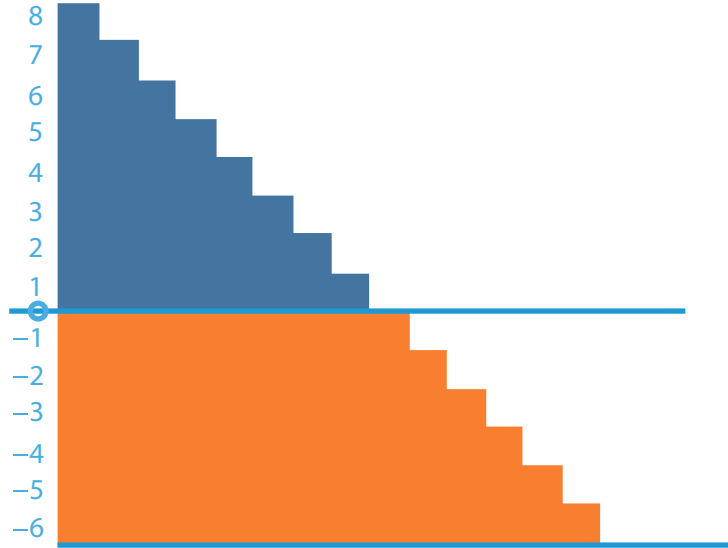
অনুরূপভাবে, -8 এর ডানে -3 হয় $-3 > -8$ ।

এভাবে আমরা দেখতে পাই, সংখ্যারেখায় আমরা ডান দিকে গেলে সংখ্যার মান বৃদ্ধি পায় এবং বাম দিকে গেলে হ্রাস পায়।

অতএব ... $-3 < -2$, $-2 < -1$, $-1 < 0$, $0 < 1$, $1 < 2$, $2 < 3$...

অর্থাৎ আমরা পূর্ণসংখ্যাগুলোকে পর্যায়ক্রমে ... -4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , ... আকারে লিখতে পারি।

১) নিচের ছবিটা দেখো।



এবার ছবি থেকে পাওয়া ধারণা নিয়ে $<$ অথবা $>$ চিহ্ন দিয়ে নিচের খালি ঘরগুলো পূরণ করো:

(ক) $-1 \square 1$

(খ) $0 \square -1$

(গ) $-4 \square -9$

(ঘ) $-1987 \square -2999$

(ঙ) $-64 \square -59$,

(চ) $9 \square -9$

(ছ) $-57 \square -59$,

(জ) $-2 \square -159$

২) $-5, 7, 8, -3, -1, 2, 1, 0, 9, 3$ সংখ্যাগুলোকে সংখ্যারেখার সাহায্যে ছোট থেকে বড় অর্থাৎ উর্ধ্বক্রমে সাজাও।

৩) কোন একটি নির্দিষ্ট দিনে বিভিন্ন দেশের চারটি স্থানের তাপমাত্রা তালিকা নিম্নে উল্লেখ করা হলো:

স্থানের নাম	তাপমাত্রা	ফাঁকা কলাম
ঢাকা	0°C এর উপরে 30°C	
কাঠমুন্ডু	0°C এর নিচে 2°C	
শ্রীনগর	0°C এর নিচে 6°C	
রিয়াদ	0°C এর উপরে 40°C	

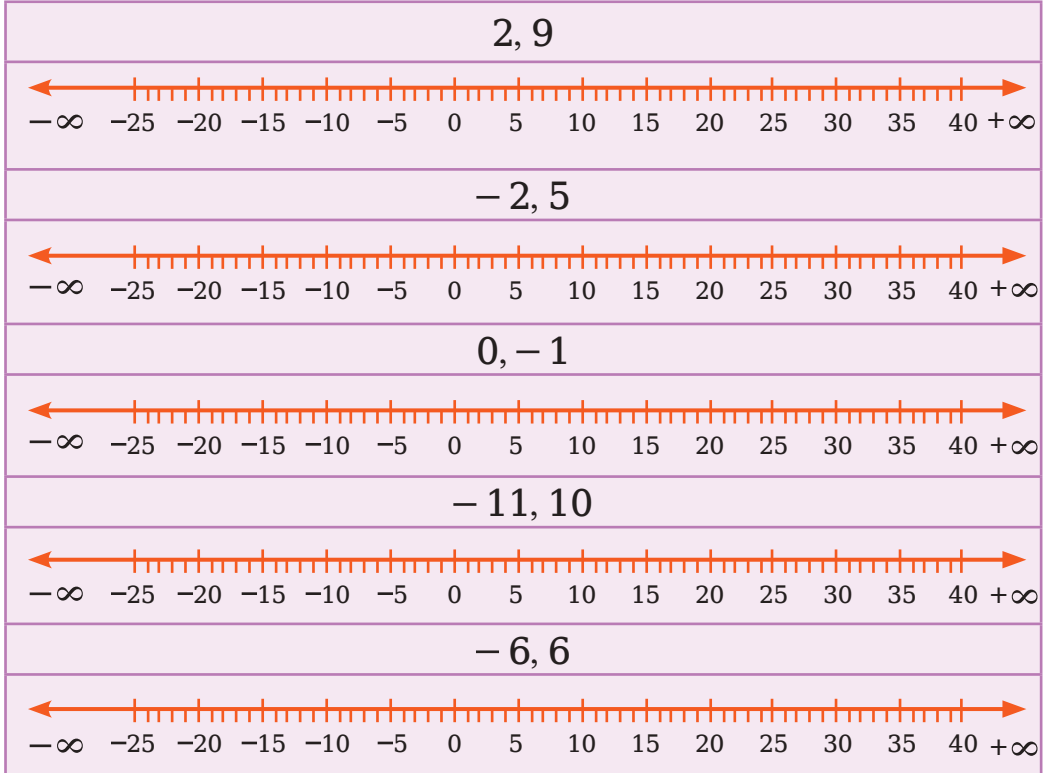
(ক) বিভিন্ন স্থানের তাপমাত্রা উপযুক্ত চিহ্নসহকারে পূর্ণসংখ্যায় উপরের ফাঁকা কলামে লেখো।

(খ) নিচের সংখ্যারেখায় উল্লিখিত সংখ্যাগুলো দ্বারা তাপমাত্রা বোঝানো হয়েছে।



- (i) তাপমাত্রা অনুযায়ী উপরোক্ত স্থানগুলোর নাম সংখ্যারেখায় লেখো।
- (ii) কোন স্থানটি সবচেয়ে শীতল?
- (iii) যে সকল স্থানের তাপমাত্রা 10°C এর বেশি সে সকল স্থানের নাম লেখো।

৪) নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যে কোনটি অন্যটির ডানে অবস্থিত তা সংখ্যারেখায় দেখাও:



৫) নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের মধ্যবর্তী পূর্ণসংখ্যাগুলো মানের উর্ধ্বক্রমে লেখো:

- (ক) 0 এবং -7
- (খ) - 4 এবং 4
- (গ) 0 এবং 7
- (ঘ) 30 এবং - 23

৬) (ক) -20 হতে বড় চারটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা লেখো।

(খ) -10 ছোট চারটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা লেখো।

(গ) -10 এবং -5 এর মধ্যবর্তী চারটি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা লেখো।

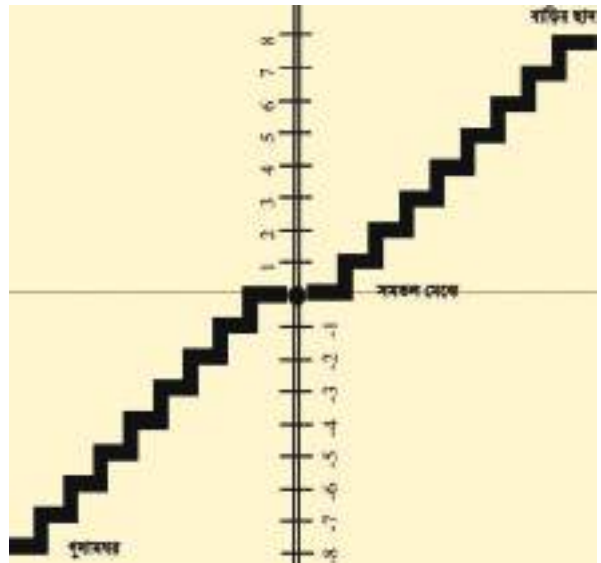
৭) নিচের বাক্যগুলোর পাশে সত্য হলে (✓) এবং মিথ্যা (×) চিহ্ন দাও।
প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা হলে বাক্যটি শুদ্ধ করে লেখো।

প্রদত্ত বাক্য	বাক্যটি কি সত্য?	শুদ্ধ বাক্য (প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা হলে)
সংখ্যারেখায় -10 এর ডানে -4	✓	
সংখ্যারেখায় -10 এর ডানে -70	✗	
সবচেয়ে ছোট ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা -1		
-20 এর চেয়ে -26 বড়		
-25 সংখ্যাটি -5 এবং 15 সংখ্যাদুটির মধ্যবর্তী স্থানে অবস্থিত		
0 একটি ধনাত্মক সংখ্যা		
0 একটি ঋণাত্মক সংখ্যা		
একটি ঋণাত্মক সংখ্যা যেকোন অঋণাত্মক সংখ্যার চেয়ে বড়		

পূর্ণসংখ্যার যোগ

তারেকদের একতলা বাড়ির ছাদে এবং নিচের গুদামঘরে যাওয়ার জন্য একটি সিঁড়ি আছে।

এবারে, বাড়ির মেঝে থেকে উপরে ওঠার প্রত্যেকটি সিঁড়ি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা, নিচে গুদামঘরে যাওয়ার জন্য প্রত্যেকটি সিঁড়ি ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং সমতল মেঝে শূন্য (0) নির্দেশ করে।



■ এখন নিচের বাক্যগুলো পড় এবং খালিঘর পূরণ করো (দুইটি করে দেখানো হলো)

(ক) সমতল মেঝে থেকে 6টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:

$$+ 6$$

(খ) সমতল মেঝে থেকে 5টি সিঁড়ি নিচে নেমে তারপর সেখান থেকে 7টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:

$$(-5) + 7 = 2$$

গ) সমতল মেঝে থেকে 4টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে:



(ঘ) সমতল মেঝে থেকে 2টি সিঁড়ি উপরে উঠে তারপর সেখান থেকে 3টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:



(ঙ) সমতল মেঝে থেকে 4টি সিঁড়ি নিচে নেমে তারপর সেখান থেকে আরও 2টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে:



(চ) সমতল মেঝে থেকে 5টি সিঁড়ি নিচে নেমে তারপর সেখান থেকে 3টি সিঁড়ি উপরে উঠলে হবে:



(ছ) সমতল মেঝে থেকে 4টি সিঁড়ি উপরে উঠে তারপর সেখান থেকে 8টি সিঁড়ি নিচে নামলে হবে:

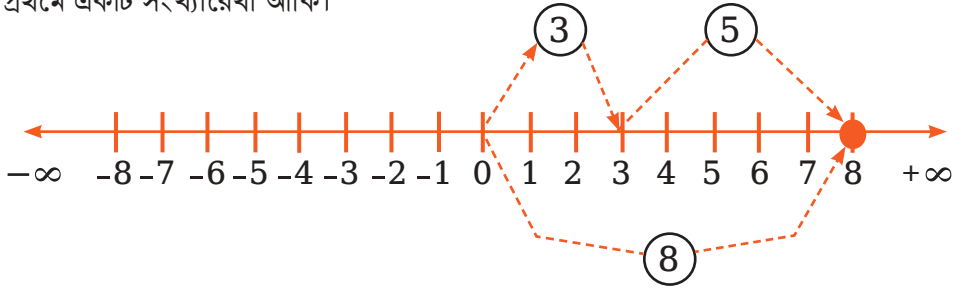


■ দলগতভাবে সংখ্যারেখা অঙ্কন করে উপরের বর্ণিত প্রশ্নের অনুরূপ কিছু প্রশ্ন ও উত্তর তৈরি করো এবং শিক্ষকদের নির্দেশে এক দলের কাজ অন্য দলের সাথে বিনিময় ও মূল্যায়ন করো।

সংখ্যারেখার সাহায্যে পূর্ণ সংখ্যার যোগ

(ক) সংখ্যারেখার সাহায্যে 3 ও 5 এর যোগ অর্থাৎ $3 + 5$ নির্ণয়:

প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।

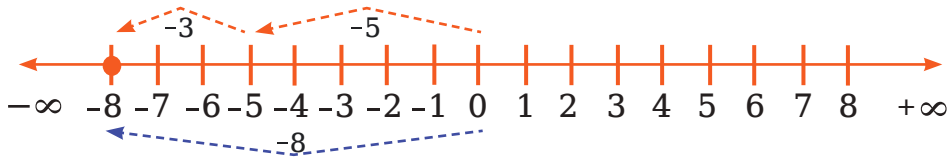


সংখ্যারেখার 0 বিন্দু থেকে ডান দিকে প্রথমে 3 ধাপ অতিক্রম করে 3 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর 3 বিন্দুর ডান দিকে আরও 5 ধাপ অতিক্রম করি এবং 8 বিন্দুতে পৌঁছাই।

তাহলে 3 ও 5 এর যোগফল হবে $3 + 5 = 8$

(খ) সংখ্যারেখার সাহায্যে -5 ও -3 এর যোগ অর্থাৎ $(-5) + (-3)$ নির্ণয়:

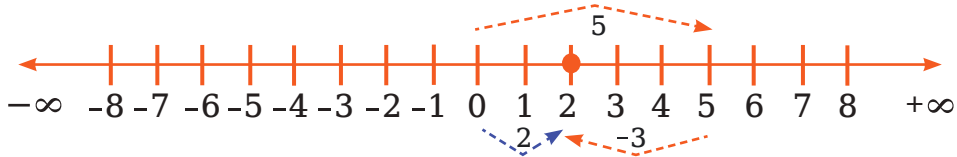
প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।



সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে বাম দিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে -5 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর -5 বিন্দুর বাম দিকে আরও 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং -8 বিন্দুতে পৌঁছাই। তাহলে -5 ও -3 এর যোগফল হবে $(-5) + (-3) = -8$

(গ) সংখ্যারেখার সাহায্যে 5 ও -3 এর যোগ অর্থাৎ $5 + (-3)$ নির্ণয়:

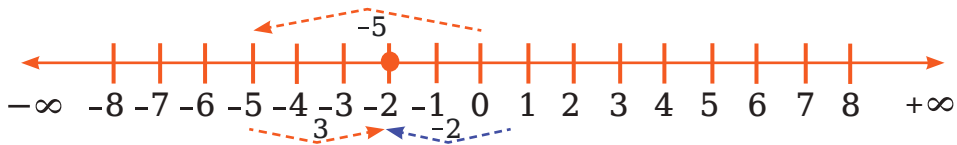
প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।



সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে ডান দিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে 5 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর 5 বিন্দুর বাম দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং 2 বিন্দুতে পৌঁছাই। তাহলে 5 ও -3 এর যোগফল হবে $(+5) + (-3) = 2$

(ঘ) সংখ্যারেখার সাহায্যে -5 ও 3 এর যোগ অর্থাৎ $(-5) + 3$ নির্ণয়:

প্রথমে একটি সংখ্যারেখা আঁকি।

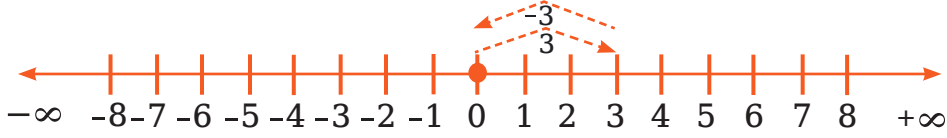


সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে বাম দিকে প্রথমে 5 ধাপ অতিক্রম করে -5 বিন্দুতে পৌঁছাই। তারপর -5 বিন্দুর ডান দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি এবং -2 বিন্দুতে পৌঁছাই। তাহলে -5 ও 3 এর যোগফল হবে $(-5) + (3) = -2$

উপরের আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই যে:

- যদি কোনো পূর্ণ সংখ্যার সাথে একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার যোগ করা হয় তবে যোগফল পূর্ণসংখ্যাটি থেকে বড় হয়।
- আবার, যদি কোনো পূর্ণসংখ্যার সাথে একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করা হয় তবে যোগফল পূর্ণসংখ্যাটি থেকে ছোট হয়।

এখন দুইটি পূর্ণ সংখ্যা 3 ও -3 এর যোগফল নির্ণয় করি প্রথমে সংখ্যারেখার উপর 0 বিন্দু থেকে ডান দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করে $+3$ বিন্দুতে পৌঁছাই এবং তারপরে $+3$ বিন্দু থেকে বাম দিকে 3 ধাপ অতিক্রম করি। তাহলে আমরা কোন বিন্দুতে পৌঁছালাম?



উপরের চিত্র থেকে দেখতে পাই যে, $+3 + (-3) = 0$ অর্থাৎ 0 বিন্দুতে পৌঁছালাম।

সুতরাং দুইটি পূর্ণসংখ্যা $+3$ ও (-3) যোগ করলে আমরা পাই শূন্য অর্থাৎ একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সাথে তার ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করলে যোগফল শূন্য হয়।

এক্ষেত্রে -3 কে $+3$ এর যোগাত্মক বিপরীত এবং $+3$ কে -3 এর যোগাত্মক বিপরীত বলা হয়।
কাজ :

১) কয়েকটি ধনাত্মক ও ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা লিখে তাদের যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা লেখো এবং এগুলোকে সংখ্যারেখায় দেখাও।

২) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে নিচের যোগফল নির্ণয় করো :

- | | | |
|-----------------|-------------------|-----------------|
| (ক) $(-2) + 6$ | (খ) $(-6) + 2$ | (গ) $(-9) + 6$ |
| (ঘ) $5 + (-11)$ | (ঙ) $(-1) + (-7)$ | (চ) $(-7) + 20$ |

৩) এধরনের আরও দুইটি প্রশ্ন তৈরি করো এবং নিজে নিজে সংখ্যারেখা ব্যবহার করে সমাধান করো।

দুইয়ের বেশি পূর্ণসংখ্যার যোগফল নির্ণয়

তোমরা এতক্ষণ দেখেছ কীভাবে দুইটি পূর্ণসংখ্যার যোগফল নির্ণয় করা যায়।

চলো তাহলে এই ধারণা ব্যবহার করে দুইয়ের বেশি পূর্ণসংখ্যার যোগফল নির্ণয় করার চেষ্টা করি।

- আমরা শুরুতে -9 , $+4$ এবং -6 এই তিনটি পূর্ণসংখ্যার যোগফল অর্থাৎ $(-6) + (4) + (9)$ এর মান নির্ণয় করব।

সমাধান : প্রদত্ত রাশিমালার ঋণাত্মক সংখ্যাগুলোকে একত্রে পাশাপাশি সাজিয়ে লিখে পাই,

$$\begin{aligned}
 & (-9) + (+4) + (-6) \\
 &= (-9) + (-6) + (+4) \\
 &= (-15) + (+4) \\
 &= -15 + 4 \\
 &= -11
 \end{aligned}$$

- এবার আমরা -63 , -23 , $+30$ এবং $+55$ এই চারটি পূর্ণসংখ্যার যোগফল অর্থাৎ $(+55) + (-63) + (-23) + (+30)$ এর মান নির্ণয় করব।

পাই,

$$\begin{aligned}
 & (+30) + (-23) + (-63) + (+55) \\
 &= (+30) + (+55) + (-23) + (-63) \\
 &= (-63) + (-23) + (+30) + (+55) \\
 &= (+85) + (-86) \\
 &= 85 - 86 \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

এখন নিচের সমস্যাগুলো সমাধান করো

- ১) সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে যোগ করো

(ক) 137 এবং -35 (খ) -52 এবং 52
 (গ) -31 , 39 এবং 19 (ঘ) -50 , -200 এবং 300

- ২) সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে নিচের যোগফলগুলো নির্ণয় করো :

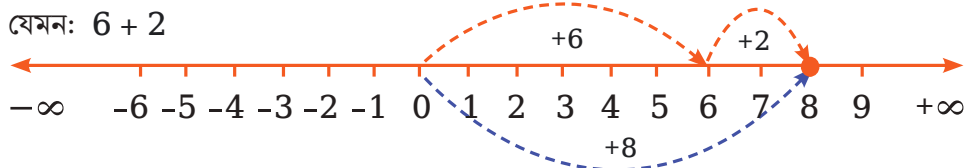
(ক) $(+7) + (-11)$ (খ) $(-13) + (-10)$ (গ) $(+10) + (-5)$
 (ঘ) $11 + (-7)$ (ঙ) $(-13) + (+18)$ (চ) $(-10) + (19)$
 (ছ) $(-1) + (-2) + (-3)$ (জ) $(-2) + 8 + (-4)$ (ঝ) $(-7) + (-9) + 4 + 16$
 (ঞ) $37 + (-2) + (65) + (-8)$ (ট) $(-10) + 92 + 84 + (-15)$

- ৩) এ ধরনের আরও পঁচটি প্রশ্ন তৈরি করো এবং নিজে নিজে সংখ্যারেখা ব্যবহার না করে সমাধান করো।

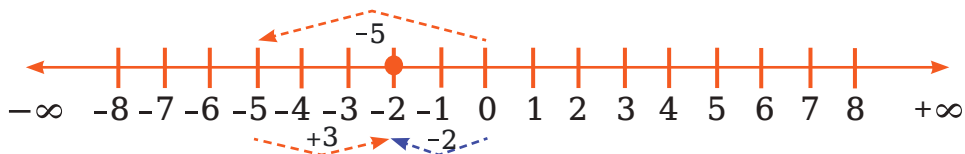
সংখ্যারেখার সাহায্যে পূর্ণসংখ্যার বিয়োগ

আমরা সংখ্যারেখার সাহায্যে যেকোনো সংখ্যার সাথে একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার যোগ শিখেছি। সে ক্ষেত্রে আমরা দেখতে পাই যে, কোনো সংখ্যার সাথে ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করার জন্য ঐ সংখ্যার অবস্থানসূচক বিন্দু থেকে ডান দিকে যাই।

যেমন: $6 + 2$

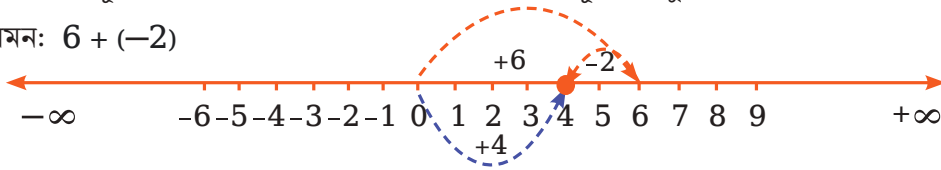


$-5 + 3$

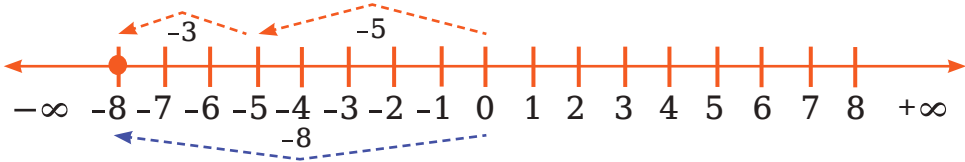


আবার ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা যোগ করার জন্য ঐ সংখ্যার অবস্থানসূচক বিন্দু থেকে বাম দিকে যাই।

যেমন: $6 + (-2)$



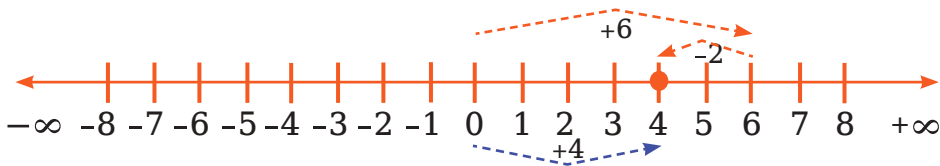
$-5 + (-3)$



এখন আমরা পূর্ণসংখ্যা থেকে পূর্ণসংখ্যা কীভাবে বিয়োগ করা হয় তা শিখব।

(ক) সংখ্যারেখার সাহায্যে 6 থেকে 2 বিয়োগ অর্থাৎ $6 - (+2)$ নির্ণয়:

সংখ্যারেখা ব্যবহার করে পূর্ণসংখ্যা 6 থেকে 2 বিয়োগ করার জন্য 6 বিন্দু থেকে বাম দিকে 2 ধাপ অতিক্রম করি এবং 4 বিন্দুতে পৌঁছাই। সুতরাং আমরা পাই, $6 - (+2) = 6 - 2 = 4$



(খ) সংখ্যারেখার সাহায্যে 6 থেকে -2 বিয়োগ অর্থাৎ $6 - (-2)$ নির্ণয় :

$6 - (-2)$ নির্ণয়ের জন্য আমরা কি 6 বিন্দু থেকে 2 ধাপ বাম দিকে যাব নাকি ডানদিকে যাব?

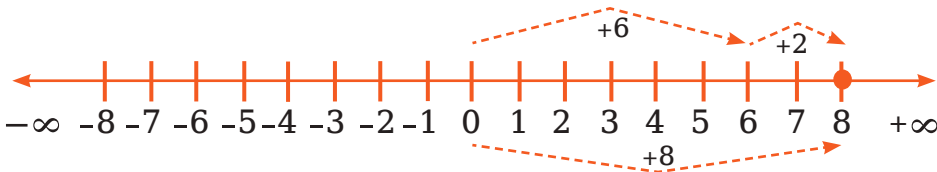
যদি, আমরা 2 ধাপ বাম দিকে যাই তবে 4 বিন্দুতে পৌঁছাব।

তাহলে আমাদের বলতে হবে $6 - (-2) = 4$

কিন্তু এটা সঠিক নয় কারণ আমরা জানি $6 - 2 = 4$, অতএব $6 - (-2) \neq 6 - 2$

যদি 0 থেকে 2 ঘর বামে যাওয়া -2 হয়, তবে 0 থেকে -2 ঘর বামে যাওয়া অর্থ হবে 0 থেকে 2 ঘর ডানে যাওয়া। তাই $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$

যেহেতু, সংখ্যারেখার উপর আমরা শুধু ডান বা বাম দিকে যেতে পারি সেহেতু আমাদেরকে 6 বিন্দুর ডান দিকে 2 ধাপ যেতে হবে এবং $6 - (-2) = 8$



লক্ষ করি: $-(-2) = +2$

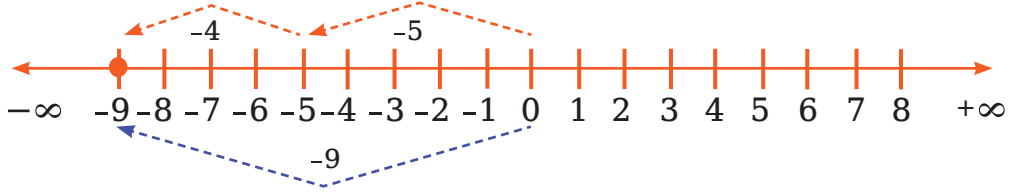
সমস্যাটির সমাধান অন্যভাবে বিবেচনা করা যাক। আমরা জানি যে, (-2) এর যোগাত্মক বিপরীত 2, সেজন্য 6 এর সাথে (-2) এর যোগাত্মক বিপরীতের যোগফল যা পাওয়া যায় তা 6 থেকে (-2) এর বিয়োগফলের সমান।

একটি সংখ্যা থেকে অপর একটি সংখ্যা বিয়োগ করার অর্থ হলো, প্রথম সংখ্যার সাথে দ্বিতীয় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করা।

সুতরাং আমরা লিখতে পারি, $6 - (-2) = 6 + 2 = 8$

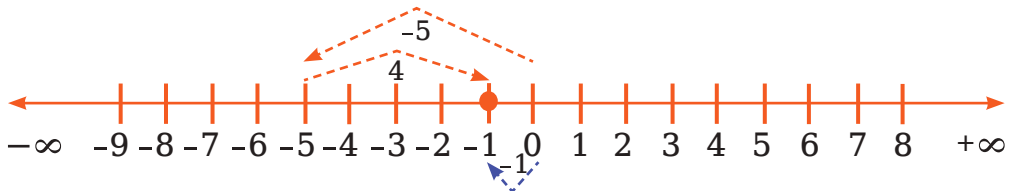
উপরের উদাহরণ থেকে এটা স্পষ্ট যে, যখন কোনো সংখ্যা থেকে একটি ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা বিয়োগ করা হয়, তখন ঐ সংখ্যা থেকে বড় কোনো সংখ্যা পাওয়া যায়।

(গ) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে $-5 - (+4)$ এর মান নির্ণয়



তাহলে আমরা পাই, $-5 + (-4) = -9$ । সুতরাং $-5 - (+4) = -9$

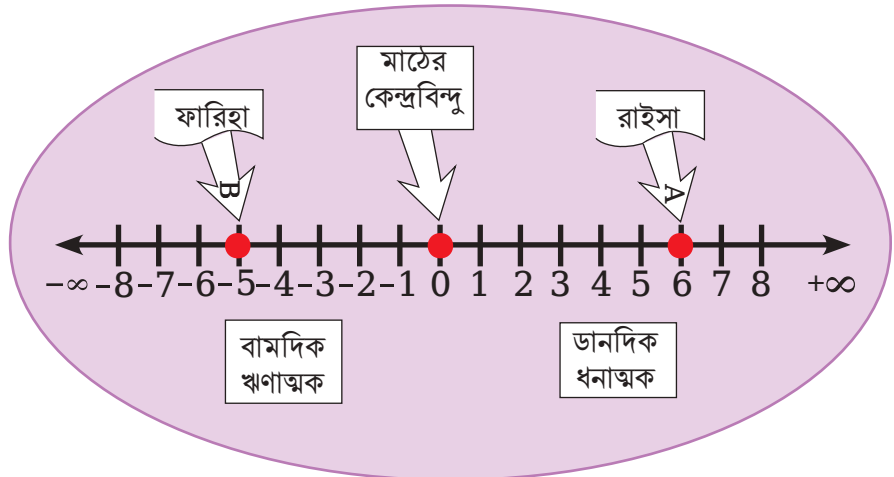
(ঘ) সংখ্যারেখা ব্যবহার করে $-5 - (-4)$ এর মান নির্ণয়



তাহলে আমরা পাই $-5 + 4 = -1$, সুতরাং $-5 - (-4) = -1$

কাজ

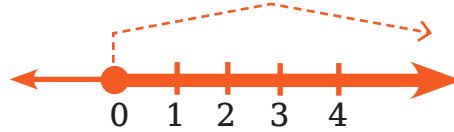
- ১। $-8 - (-10)$ এর মান নির্ণয় করো।
- ২। -10 থেকে -4 বিয়োগ করো।
- ৩। (-3) থেকে $(+3)$ বিয়োগ করো।
- ৪। ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রী রাইসা ও ফারিহা তাদের শিক্ষা প্রতিষ্ঠানের মাঠের কেন্দ্রবিন্দু (শূন্য বিন্দু) থেকে ডান দিকে 6 ধাপ এবং বাম দিকে 5 ধাপ অতিক্রম করে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে অবস্থানে পৌঁছে। ডান দিকে ধনাত্মক বিবেচ্য।
- (ক) A ও B এর অবস্থান সূচক সংখ্যা চিহ্নসহ লেখো।
- (খ) রাইসা ও ফারিহার অবস্থান সংখ্যারেখায় দেখাও।
- (গ) রাইসা ও ফারিহার আরও এক ধাপ করে অগ্রসর হলে তাদের অবস্থান সূচক সংখ্যারেখা ব্যবহার করে যোগ করো।





অনুশীলনী

- ১) $-a$ যোগাত্মক বিপরীত রাশি কোনটি?
 (ক) $+a$ (খ) $-a$ (গ) $\frac{1}{a}$ (ঘ) $-\frac{1}{a}$
- ২) 12 এর সাথে, এর যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে হয়-
 (ক) -24 (খ) -12 (গ) 0 (ঘ) 24
- ৩) $\square - 15 = -10$ হলে \square চিহ্নিত স্থানের সংখ্যাটি কত?
 (ক) -25 (খ) -5 (গ) 25 (ঘ) 5
 নিচের তথ্য আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।
 $-7, -8, -9$ তিনটি পূর্ণসংখ্যা।
- ৪) প্রথম সংখ্যার সাথে ২য় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যা যোগ করলে হয় -
 (ক) -15 (খ) -1 (গ) 1 (ঘ) 15
- ৫) ১ম ও ৩য় সংখ্যার যোগাত্মক বিপরীত সংখ্যার যোগফলের সাথে ২য় সংখ্যা যোগ করলে যোগফল A হলে
 (ক) $A < -15$ (খ) $A > -90$ (গ) $A > 97$ (ঘ) $A < -97$
- ৬) $A = 45 - (-11)$ এবং $B = 57 + (-4)$ হলে
 (i) $A = 56$ (ii) $B = -53$ (iii) $A - B = 3$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) (i) ও (ii) (খ) (i) ও (iii) (গ) (ii) ও (iii) (ঘ) (i), (ii) ও (iii)



- ৭) চিত্রের চিহ্নিত অংশে আছে
 (i) অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা (ii) সকল মৌলিক সংখ্যা (iii) সকল জোড় সংখ্যা
 নিচের কোনটি সঠিক ?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i ও ii ও iii
- ৮) বিয়োগফল নির্ণয় করো
 (ক) $35 - 20$ (খ) $72 - 90$ (গ) $(-20) - 13$
 (ঘ) $(-15) - (-18)$ (ঙ) $(-32) - (-40)$ (চ) $23 - (-12)$

- ৯) নিচের ফাঁকা ঘরগুলোতে $>$, $<$ বা $=$ চিহ্ন বসাতো:
- (ক) $(-3) + (-6) \square (-3) - (-6)$
- (খ) $(-21) - (-10) \square (-31) + (-11)$
- (গ) $45 - (-11) \square 57 + (-4)$
- (ঘ) $(-25) - (-42) \square (-42) - (-25)$

১০) নিচের ফাঁকাগুলো পূরণ করো।

- (ক) $(-8) + \square = 0$
- (খ) $13 + \square = 10$
- (গ) $12 + (-12) = \square$
- (ঘ) $(-4) + \square = -12$
- (ঙ) $\square - 15 = -10$

১১) মান নির্ণয় করো।

- (ক) $(-7) - 8 - (-25)$
- (খ) $(-13) + 32 - 8 - 1$
- (গ) $(-7) + (-8) + (-90)$
- (ঘ) $50 - (-40) - (-2)$

১২) $A = (-9) + 4 + (-6)$, $B = 7 + (-4)$

- (ক) B এর মান নির্ণয় করো।
- (খ) দেখাও যে $A < B$
- (গ) A ও B এর মান সংখ্যারেখায় বসিয়ে $(A + B)$ নির্ণয় করো।