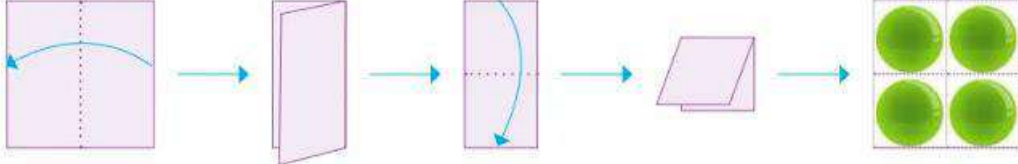


সূচক (Exponent)

বর্গ চিনি

চলো আমরা একটি বর্গাকার কাগজ নিই। [বর্গ একটি আয়ত, যার বাহুগুলো পরস্পর সমান]। চিত্রের মত করে কাগজটিকে পরপর দুইবার (একবার দৈর্ঘ্য বরাবর ও একবার প্রস্থ বরাবর) সমান অংশে ভাঁজ করি। এবার কাগজটি খোলার পর যে কয়টা ছোট ঘর হলো প্রতি ঘরে একটি করে মার্বেল রাখি। মোট কয়টি মার্বেল প্রয়োজন হলো?



চিত্র-১

সমাধানঃ

ধাপ ১: প্রথমে একটি বর্গ আকৃতির কাগজ নেয়া হলো যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান।

ধাপ ২: চিত্র অনুযায়ী বর্গাকার কাগজটিকে দৈর্ঘ্য বরাবর একবার ভাঁজ করলে ২টি আয়তক্ষেত্র আকৃতির ঘর পাওয়া যাচ্ছে।

ধাপ ৩ ও ৪: আয়তাকার আকৃতির কাগজটিকে এখন প্রস্থ বরাবর একবার ভাঁজ করি।

ধাপ ৫: সম্পূর্ণ ভাঁজটি খোলার পর দেখা গেল, বর্গ আকৃতির কাগজটিতে ৪টি সমান বর্গাকার ঘর তৈরি হয়েছে।

ধাপ ৬: এবার, প্রতিটি ঘরে একটি করে মার্বেল রাখলে মোট মার্বেল প্রয়োজন হবে ৪টি।

একইভাবে আরেকটি বর্গাকার কাগজকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান তিনটি অংশে পরপর ভাঁজ করি। তোমাদের সুবিধার জন্য ভাঁজ বরাবর কাগজে স্কেলের দাগ দিয়ে ঘর করে নিতে পারো। এবার প্রতি ছোট ঘরে একটি মার্বেল বসালে কয়টি মার্বেল লাগবে?

সমাধানঃ

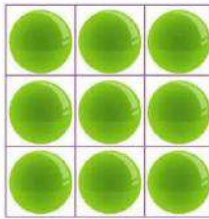
ধাপ ১: প্রথমে একটি বর্গ আকৃতির কাগজ নেয়া হলো যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান।

ধাপ ২: বর্গাকার কাগজটিকে দৈর্ঘ্য বরাবর ২বার ভাঁজ করলে ৩টি আয়তক্ষেত্র আকৃতির ঘর পাওয়া যাবে।

ধাপ ৩: আয়তাকার আকৃতির কাগজটিকে এখন প্রস্থ বরাবর ২বার ভাঁজ করি যাতে সমান তিনটি অংশে বিভক্ত হয়।

ধাপ ৪: সম্পূর্ণ ভাঁজটি খোলার পর দেখা গেল, বর্গ আকৃতির কাগজটিতে ৯টি সমান বর্গাকার ঘর তৈরি হয়েছে।

ধাপ ৫: এবার, নিচের চিত্র অনুযায়ী, প্রতিটি ঘরে একটি করে মার্বেল রাখলে মোট মার্বেল প্রয়োজন হবে ৯টি।



তাহলে, দৈর্ঘ্য বরাবর সমান ৩টি অংশে এবং প্রস্থ বরাবর সমান ৩টি অংশে ভাঁজ করলে মোট ছোট ঘরের সংখ্যা = 3×3 টি = 3^2 টি = ৯টি।

অর্থাৎ, ছোট ঘরে একটি করে মার্বেল বসালে মোট মার্বেল লাগবে ৯টি।

বিঃদ্রঃ খেয়াল রাখতে হবে, যে কোনও কাগজ ১ বার ভাঁজ করলে কিন্তু ২টি অংশ পাওয়া যায়, ২ বার ভাঁজ করলে ৩টি অংশ পাওয়া যায়, ৩ বার ভাঁজ করলে ৪টি অংশ পাওয়া যায়।

একই ভাবে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান চারটি, পাঁচটি, ছয়টি ও সাতটি করে ভাঁজের জন্য কয়টি মার্বেল লাগে তা দিয়ে নিচের ছকটি পূরণ করো।

ছক ১.১

দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান অংশ সংখ্যা	মার্বেল সংখ্যা	দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান অংশ সংখ্যা	মার্বেল সংখ্যা
2	4	5	25
3	9	6	36
4	16	7	49

একক কাজঃ এখন কাগজটিকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ৮ ভাঁজ করে দাগ টেনে দেখো ঘর সংখ্যা কত হয়?

সমাধানঃ

শুধু দৈর্ঘ্য বরাবর ৮ ভাঁজ করে দাগ টানলে দেখা যায় ঘর সংখ্যা হয় ৯টি

তাহলে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ৮ ভাঁজ করে দাগ টানলে ঘর সংখ্যা হয় = ৯×৯ টি = $৯^২$ টি = ৮১ টি।

এবার, একটি বর্গাকার কাগজকে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর সমান অংশে ভাঁজ করে মার্বেল বসানোর খেলার মাধ্যমে কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা এবং কোনটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা নয় যাচাই করো।

সংখ্যা	সংখ্যাটি কি পূর্ণবর্গ	সংখ্যা	সংখ্যাটি কি পূর্ণবর্গ
2	×	45	×
5	×	81	✓
7	×	56	×
82	×	12	×
36	✓		

দলগত কাজঃ আমরা বর্গসংখ্যা কোনগুলো চিনলাম। এবার তোমাদের ক্লাস রোলার শেষ অঙ্ক অনুযায়ী দাঁড়িয়ে ১০ টি সারি করো। এখন তোমরা নিজেদের মধ্যে সারির পরিবর্তন করে বর্গসংখ্যার সমান করে একেকটি সারি বানাও।

সমাধানঃ

রোলার শেষ অঙ্ক	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		I	I I	I I I	I I I I	I I I I I	I I I I I I	I I I I I I I	I I I I I I I I	I I I I I I I I I

এখানে, শেষ সারিতে ৯ জন শিক্ষার্থী আছে।

$৯ = ৩ \times ৩ = ৩^২$ অর্থাৎ ৯ একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

তাহলে, ৮ জনের সারিতে ১ জনের সারির শিক্ষার্থী যোগ দিলে মোট ৯ জন হবে এবং ৯ পূর্ণবর্গ বলে নতুন সারিটি প্রদত্ত শর্ত পূরন করবে।

এভাবে,

৭ জনের সারিতে ২ জনের সারির সকল শিক্ষার্থী, ৬ জনের সারিতে ৩ জনের সারির সকল শিক্ষার্থী, ৫ জনের সারিতে ৪ জনের সারির সকল শিক্ষার্থী যোগ দিয়ে ৯ জন করে নতুন সারি গঠন করবে। যা পূর্ণবর্গ সংখ্যার সমান হবে।

একক কাজঃ তিনটি ও চারটি করে ছোট ঘনক নিয়ে বড় ঘনক বানাও এবং কয়টি ছোট ঘনক লাগে দেখো।

সমাধানঃ

দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বরাবর,

৩টি করে ছোট ঘনক নিয়ে বড় ঘনক বানাতে মোট ছোট ঘনক লাগবে = $৩ \times ৩ \times ৩ = ৩^৩ = ২৭$ টি।

দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বরাবর,

৪টি করে ছোট ঘনক নিয়ে বড় ঘনক বানাতে মোট ছোট ঘনক লাগবে = $৪ \times ৪ \times ৪ = ৪^৩ = ৬৪$ টি।

ছক ৫.১

রুবিক্স কিউব	দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বরাবর ছোট ঘনক সংখ্যা	মোট কতগুলো ছোট ঘনক প্রয়োজন
a	2	$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
b	3	$3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$
c	4	$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$
d	5	$5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$
e	6	$6 \times 6 \times 6 = 6^3 = 216$
f	7	$7 \times 7 \times 7 = 7^3 = 343$
g	8	$8 \times 8 \times 8 = 8^3 = 512$
h	9	$9 \times 9 \times 9 = 9^3 = 729$

একক কাজঃ নিচের টেবিলটি পূরণ করোঃ

বারবার একই সংখ্যা বা রাশির গুণ (Repeated Multiplication)	ভিত্তি (Base)	সূচক (Exponent)	শক্তি বা ঘাত (Power)	মান (Value)
2.2.2.2.2	2	5	2^5	32
$x.x.x.x$	x	4	x^4	x^4
4.4.4	4	3	4^3	64
5.5.5	5	3	5^3	125
6.6	6	2	6^2	36

একক কাজঃ

সূচকের গুণ ও ভাগের নিয়ম ব্যবহার করে নিচের রাশিগুলো সরল করো

1) $3^2 \times 9^2$	2) $5^3 \times 25^{-2}$	3) $\frac{s^{13}}{s^5}$
সমাধানঃ $3^2 \times 9^2$ $= 3^2 \times (3 \times 3)^2$ $= 3^2 \times 3^2 \times 3^2$ $= 3^{2+2+2}$ $= 3^6$ $= 729$	সমাধানঃ $5^3 \times 25^{-2}$ $= 5^3 \times (5 \times 5)^{-2}$ $= 5^3 \times 5^{-2} \times 5^{-2}$ $= 5^{3-2-2}$ $= 5^{1-2}$ $= 5^{-1}$ $= \frac{1}{5}$	সমাধানঃ $\frac{s^{13}}{s^5}$ $= s^{13} \div s^5$ $= s^{13-5}$ $= s^8$

4) $\frac{s^{13}t^{-4}}{s^5t^{14}}$	5) $\frac{2s^{13}t^{-4}}{4s^5t^{14}}$
সমাধান: $\frac{s^{13}t^{-4}}{s^5t^{14}}$ $= (s^{13} \div s^5) \times (t^{-4} \div t^{14})$ $= (s^{13-5}) \times (t^{-4-14})$ $= s^8 \cdot t^{-18}$	সমাধান: $\frac{2s^{13}t^{-4}}{4s^5t^{14}}$ $= \frac{2^1 s^{13} t^{-4}}{2^2 s^5 t^{14}}$ $= (2^1 \div 2^2) \times (s^{13} \div s^5) \times (t^{-4} \div t^{14})$ $= (2^{1-2}) \times (s^{13-5}) \times (t^{-4-14})$ $= 2^{-1} \cdot s^8 \cdot t^{-18} = \frac{1}{2} \cdot s^8 \cdot t^{-18}$

একক কাজঃ

সূচকের গুণ ও ভাগের নিয়ম ব্যবহার করে নিচের রাশিগুলো সরল করো

1) $(5^2)^3$	2) $(a^{-4})^3$	3) $(3^3a^{-5}b^3)^3$
সমাধান: $(5^2)^3$ $= 5^{2 \times 3}$ $= 5^6$	সমাধান: $(a^{-4})^3$ $= a^{-4 \times 3}$ $= a^{-12}$	সমাধান: $(3^3a^{-5}b^3)^3$ $= 3^{3 \times 3} \cdot a^{-5 \times 3} \cdot b^{3 \times 3}$ $= 3^9 \cdot a^{-15} \cdot b^9$

4) $(\frac{s^5}{3^4})^3$	5) $(\frac{st^7}{rt^3})^3$
সমাধান: $(\frac{s^5}{3^4})^3$ $= \frac{s^{5 \times 3}}{3^{4 \times 3}}$ $= \frac{s^{15}}{3^{12}}$	সমাধান: $(\frac{st^7}{rt^3})^3$ $= \frac{s^3 t^{7 \times 3}}{r^3 t^{3 \times 3}}$ $= \frac{s^3 t^{21}}{r^3 t^9}$ $= \frac{s^3}{r^3} \times t^{21-9}$ $= \frac{s^3}{r^3} \times t^{12}$

একক কাজঃ নিচের রাশিগুলোকে সরল করো।

$(2a^{-2}b)^0$	$y^{-2} \cdot y^{-4}$	$(a^{-5})^{-1}$	$s^{-2} \times 4s^{-7}$
$(3x^{-2}y^{-3})^{-4}$	$(S^2T^{-4})^0$	$\frac{2^{-2}}{x}^{-1}$	$\frac{3^9}{3^{-5}}^{-2}$
$\frac{s^2t^{-2}}{s^4t^4}^{-2}$	$\frac{36a^{-5}}{4a^5b^5}$	$\frac{a^6b^7c^0}{a^5c^6}$	$\frac{a^{-6}b^7c^0}{a^5c^6}$

সমাধান:

$(2a^2b)^0$ $= 2^0 \times a^{-2 \times 0} \times b^0$ $= 1.a^0.1$ $= 1.1.1$ $= 1$	$y^{-2} \cdot y^{-4}$ $= y^{-2-4}$ $= y^{-6}$	$(a^{-5})^{-1}$ $= a^{-5 \times -1}$ $= a^5$	$s^{-2} \times 4s^{-7}$ $= 4.s^{-2-7}$ $= 4s^{-9}$
$(3x^{-2}y^{-3})^{-4}$ $= 3^{-4} \cdot x^{-2 \times -4} \cdot y^{-3 \times -4}$ $= 3^{-4} \cdot x^8 \cdot y^{12}$	$(S^2T^{-4})^0$ $= S^{2 \times 0} \cdot T^{-4 \times 0}$ $= S^0 \cdot T^0$ $= 1.1$ $= 1$	$\frac{2^{-2} \cdot x^{-1}}{x}$ $= \frac{2^{-2 \times -1}}{x^{-1}}$ $= \frac{2^2}{\frac{1}{x}}$ $= 2^2 x$ $= 4x$	$\frac{3^9 \cdot 3^{-2}}{3^{-5}}$ $= (3^{9+5})^{-2}$ $= (3^{14})^{-2}$ $= 3^{14 \times -2}$ $= 3^{-28}$
$\frac{s^2t^{-2} \cdot t^{-2}}{s^4t^4}$ $= (s^{2-4} \cdot t^{-2-4})^{-2}$ $= (s^{-2} \cdot t^{-6})^{-2}$ $= s^{-2 \times -2} t^{-6 \times -2}$ $= s^4t^{12}$	$\frac{36a^{-5}}{4a^5b^5}$ $= 9a^{-5 \times -5} b^{-5}$ $= 9a^{10}b^{-5}$	$\frac{a^6b^7c^0}{a^5c^6}$ $= a^{6-5} \cdot b^7 \cdot c^{0-6}$ $= a^1 \cdot b^7 \cdot c^{-6}$ $= a \cdot b^7 \cdot c^{-6}$	$\frac{a^{-6}b^7c^0}{a^5c^6}$ $= a^{-6-5} \cdot b^7 \cdot c^{0-6}$ $= a^{-11} \cdot b^7 \cdot c^{-6}$ $= a \cdot b^7 \cdot c^{-6}$

বীজগণিতীয় রাশির গুণ (Algebraic Multiplication)

বীজগণিতীয় গুণের ক্ষেত্রে কিছু সিদ্ধান্তঃ

1. $(+1) \cdot (+1) = +1$
2. $(+1) \cdot (-1) = -1$
3. $(-1) \cdot (+1) = -1$
4. $(-1) \cdot (-1) = +1$

লক্ষ করি:

একই চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির গুণফল (+) চিহ্নযুক্ত হবে।

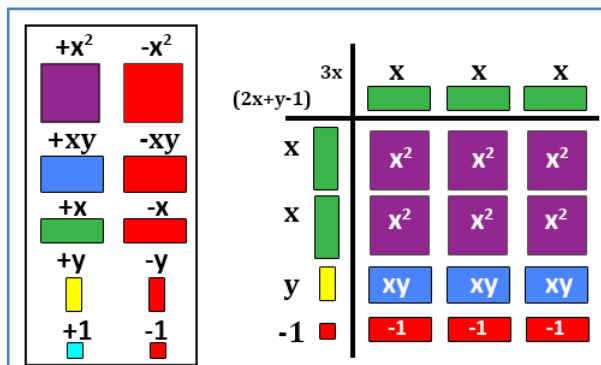
বিপরীত চিহ্নযুক্ত দুইটি রাশির গুণফল (-) চিহ্নযুক্ত হবে।

একক কাজঃ কাগজ কেটে গুণ করোঃ $2x+y-1$, $3x$

সমাধানঃ

(১) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+x^2, -x^2, +xy, -xy, +x, -x, +y, -y, +1, -1$ এর জন্য টাইলস বানানো হলো।

(২) এবার কাগজে কলাম বরাবর $(2x+y-1)$ এবং সারি বরাবর $3x$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। এরপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয়ে তৈরি ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।

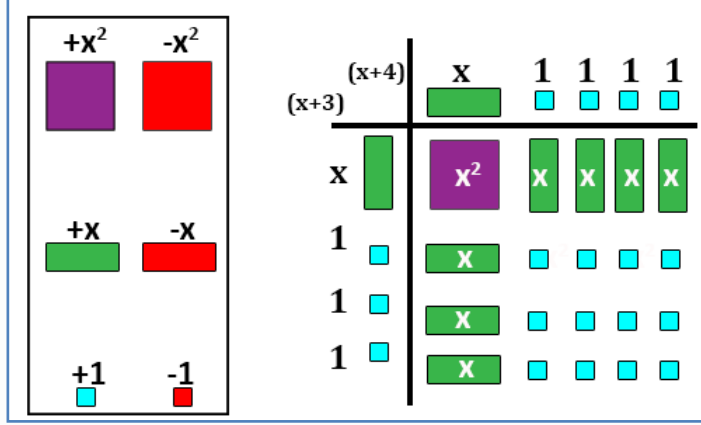


(৩) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি। যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই $= 6x^2 + 3xy - 3x$
অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $6x^2 + 3xy - 3x$

একক কাজঃ কাগজ কেটে গুণ করোঃ $(x+3)(x+4)$

সমাধানঃ

- (১) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+x^2, -x^2, +x, -x, +1, -1$ এর জন্য টাইলস বানাই।
(২) এবার কাগজে কলাম বরাবর $(x+3)$ এবং সারি বরাবর $(x+4)$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। এরপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয়ে তৈরি ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।

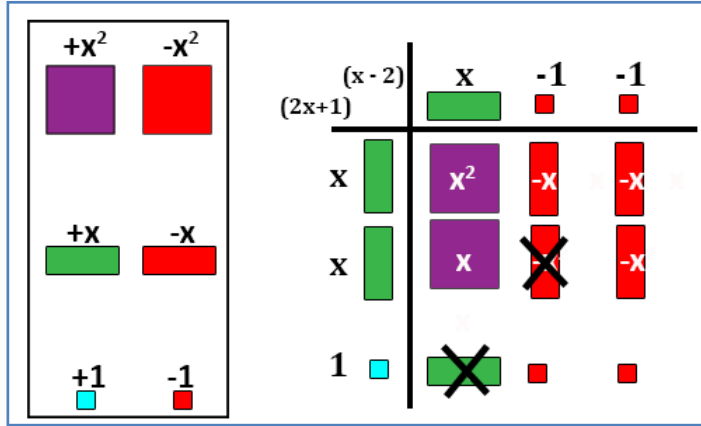


(৩) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি। যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই $= x^2 + 7x + 12$
অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $x^2 + 7x + 12$

একক কাজঃ কাগজ কেটে গুণ করোঃ $(2x+1)(x-2)$

সমাধানঃ

- (১) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+x^2, -x^2, +x, -x, +1, -1$ এর জন্য টাইলস বানাই।
(২) এবার কাগজে কলাম বরাবর $(2x+1)$ এবং সারি বরাবর $(x-2)$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। এরপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয়ে তৈরি ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।



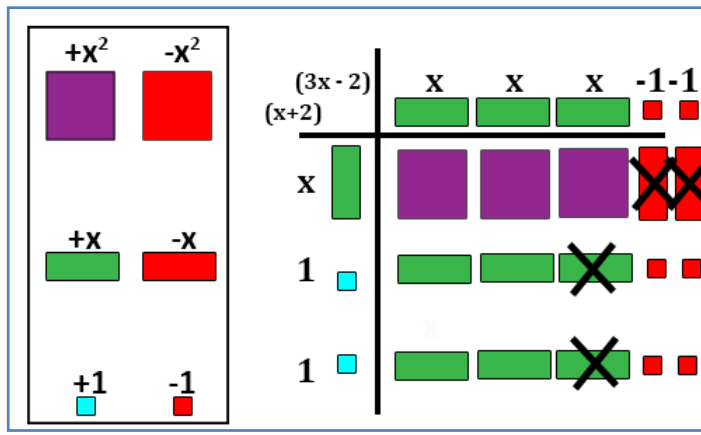
(৩) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি (বিপরীত চিহ্নযুক্ত একই টাইলস ক্রস দিয়ে বাদ দেই)।
যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই $= 2x^2 - 3x - 2$
অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $2x^2 - 3x - 2$

একক কাজঃ

১. কাগজ কেটে গুণফল নির্ণয় করোঃ $(x+2)(3x-2)$

সমাধানঃ

- (ক) গুণফল নির্ণয়ের জন্য কাগজ কেটে $+x^2, -x^2, +x, -x, +1, -1$ এর জন্য টাইলস বানাই।
(খ) এবার কাগজে কলাম বরাবর $(x+2)$ এবং সারি বরাবর $(3x-2)$ এর উপাদানের টাইলস চিত্র অনুযায়ী বসাই। এরপর, কলাম অংশের প্রত্যেক টাইলস দিয়ে সারির অংশের প্রত্যেক টাইলসকে গুণ করে সারি-কলামের সমন্বয়ে তৈরি ক্ষেত্রে গুণফল এর টাইলস বসাই।

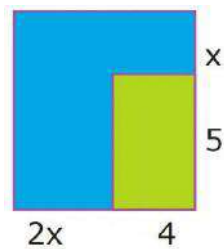


(গ) সমন্বয় ক্ষেত্রে অবস্থিত সব টাইলসগুলো যোগ করি (বিপরীত চিহ্নযুক্ত একই টাইলস ক্রস দিয়ে বাদ দেই)।

যোগের পর ক্ষেত্রফল পাই $= 3x^2 + 4x - 4$

অতএব, নির্ণেয় গুণফলঃ $3x^2 + 4x - 4$

২. নিচের চিত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করোঃ



সমাধানঃ

নিচের চিত্রের দৈর্ঘ্য $= (2x+4)$ এবং প্রস্থ $= (x+5)$

অতএব,

চিত্রটির ক্ষেত্রফল

$$= (2x+4)(x+5)$$

$$= 2x^2 + 4x + 10x + 20$$

$$= 2x^2 + 14x + 20$$

৩. সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় করোঃ

I. $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)$

II. $(a+1)(a-1)(a^2+1)$

III. $(x^2+xy+y^2)(x-y)$

সমাধানঃ

I. $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)$

$$= (x^2-y^2)(x^2+y^2) \quad [a^2-b^2=(a+b)(a-b) \text{ সূত্র অনুসারে}]$$

$$= (x^2)^2 - (y^2)^2$$

$$= x^4 - y^4$$

II. $(a+1)(a-1)(a^2+1)$

$$= (a^2-1^2)(a^2+1)$$

$$= (a^2-1^2)(a^2+1^2)$$

$$= (a^2)^2 - (1^2)^2$$

$$= a^4 - 1^4$$

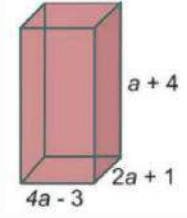
$$= a^4 - 1$$

III. $(x^2+xy+y^2)(x-y)$

$$= (x-y)(x^2+xy+y^2)$$

$$= x^3 - y^3$$

৪. নিচের চিত্রের আয়তন নির্ণয় করো।



সমাধানঃ

চিত্র হতে পাই, দৈর্ঘ্য = $4a-3$; প্রস্থ = $2a+1$; উচ্চতা = $a+4$

অতএব,

চিত্রটির আয়তন

$$= (4a-3)(2a+1)(a+4)$$

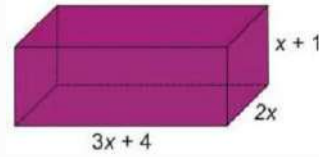
$$= (8a^2-6a+4a-3)(a+4)$$

$$= (8a^2-2a-3)(a+4)$$

$$= 8a^3-2a^2-3a+32a^2-8a-12$$

$$= 8a^3+30a^2-11a-12$$

৫. নিচের চিত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করোঃ



সমাধানঃ

চিত্রটি একটি আয়তাকার ঘনবস্তু।

চিত্রটির দৈর্ঘ্য $a = 3x+4$, প্রস্থ $b = 2x$, উচ্চতা $c = x+1$

আমরা জানি, আয়তাকার ঘনবস্তুর ক্ষেত্রফল = $2(ab+bc+ca)$

তাহলে,

চিত্রটির ক্ষেত্রফল

$$= 2(ab+bc+ca)$$

$$= 2\{(3x+4)2x + 2x(x+1) + (x+1)(3x+4)\}$$

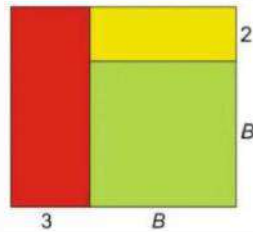
$$= 2\{(6x^2+8x) + (2x^2+2x) + (3x^2+3x+4x+4)\}$$

$$= 2\{(6x^2+8x) + (2x^2+2x) + (3x^2+7x+4)\}$$

$$= 2(11x^2+17x+4)$$

$$= 22x^2+34x+8$$

৬. নিচের চিত্রটির আয়তন নির্ণয় করোঃ



সমাধানঃ

প্রদত্ত চিত্রের দৈর্ঘ্য = $B+3$ এবং প্রস্থ = $B+2$

কিন্তু চিত্রটির উচ্চতা দেওয়া নাই। ধরি, উচ্চতা = x

অতএব,

চিত্রটির আয়তন

$$= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{উচ্চতা}$$

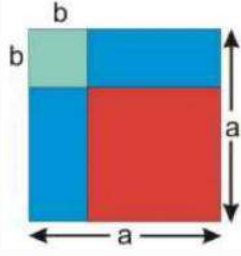
$$= (B+3)(B+2) \cdot x$$

$$= (B^2+3B+2B+6) \cdot x$$

$$= (B^2+5B+6) \cdot x$$

$$= B^2x+5Bx+6x$$

৭. নিচের চিত্রটির লাল রংয়ের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো:



সমাধানঃ

দেওয়া আছে,

চিত্রটির দৈর্ঘ্য = a এবং প্রস্থ = a

এবং সবচেয়ে ছোট ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = b এবং প্রস্থ = b

উপরের তথ্য চিত্র হতে পর্যালোচনা করে পাই,

চিত্রটির লাল রংয়ের ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = $a - b$ এবং প্রস্থ = $a - b$

তাহলে,

চিত্রটির লাল রংয়ের ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

$$= (a-b)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

দ্বিপদী রাশির বর্গ

একক কাজঃ ছবির সাহায্যে বর্গ নির্ণয় করো।

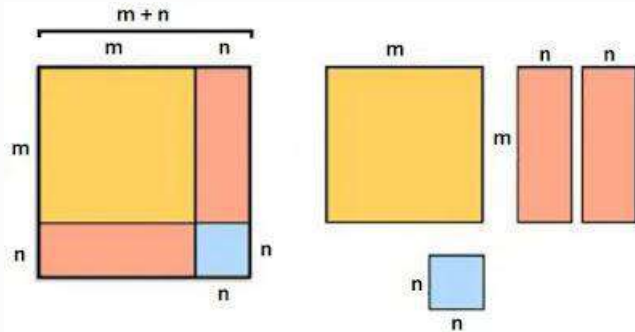
1. $m+n$	4. 105
2. $4x+3$	5. 99
3. $3x+4y$	

সমাধানঃ

(1) $m+n$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) $m+n$ এর বর্গ অর্থাৎ $(m+n)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $m+n$.

(ii) এখন $m+n$ বাহুতে m ও n এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(m+n)^2$ পাওয়া গেল।

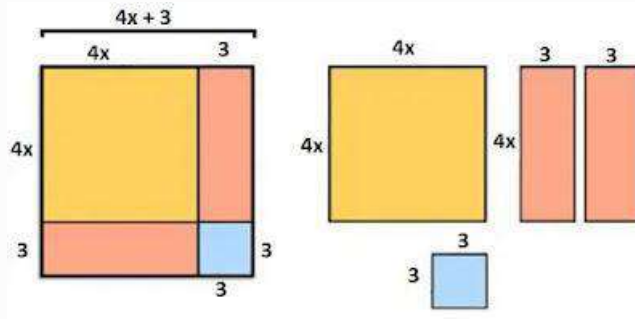
$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = m^2 + 2mn + n^2$$

$$\text{অতএব, } (m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$$

(2) $4x+3$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) $4x+3$ এর বর্গ অর্থাৎ $(4x+3)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $4x+3$.

(ii) এখন $4x+3$ বাহুতে $4x$ ও 3 এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(4x+3)^2$ পাওয়া গেল।

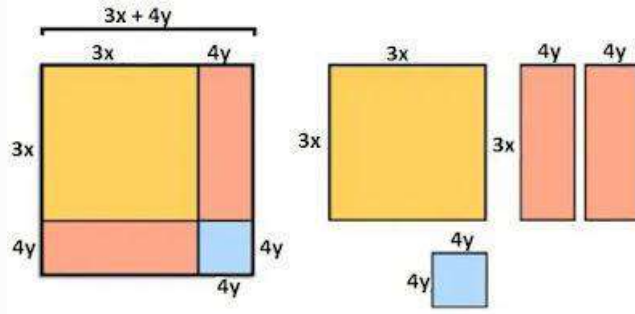
$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (4x)^2 + 4x.3 + 4x.3 + 3^2 = 16x^2 + 12x + 12x + 9 = 16x^2 + 24x + 9$$

$$\text{অতএব, } (4x+3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$$

(3) ছবির সাহায্যে $3x+4y$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) $3x+4y$ এর বর্গ অর্থাৎ $(3x+4y)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $3x+4y$.

(ii) এখন $3x+4y$ বাহুতে $3x$ ও $4y$ এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(3x+4y)^2$ পাওয়া গেল।

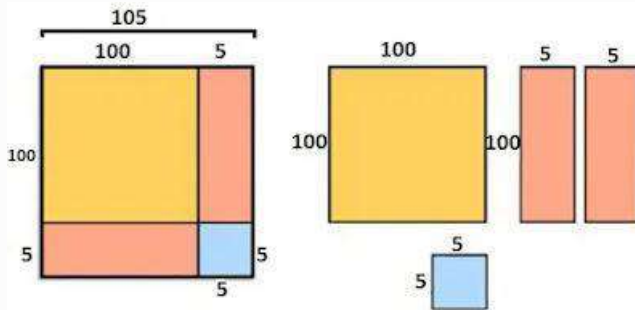
$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (3x)^2 + 3x.4y + 3x.4y + (4y)^2 = 9x^2 + 12xy + 12xy + 16y^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$$

$$\text{অতএব, } (3x+4y)^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2$$

(4) ছবির সাহায্যে 105 এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) 105 এর বর্গ অর্থাৎ $(105)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 105.

(ii) এখন 105 দৈর্ঘ্যের বাহুতে 100 ও 5 এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(105)^2$ পাওয়া গেল।

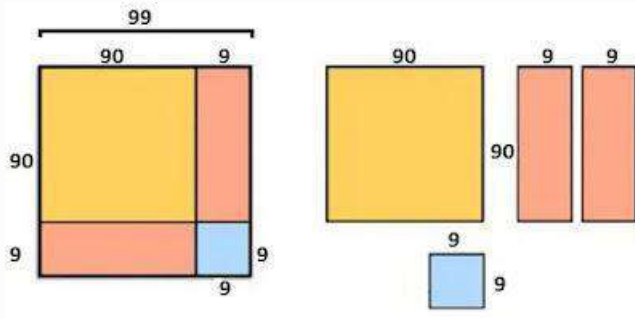
$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (100)^2 + 100.5 + 100.5 + (5)^2 = 10000 + 500 + 500 + 25 = 11025$$

$$\text{অতএব, } (105)^2 = 11025$$

(5) ছবির সাহায্যে 99 এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) 99 এর বর্গ অর্থাৎ $(99)^2$ নির্ণয়ের জন্য একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 99.

(ii) এখন 99 দৈর্ঘ্যের বাহুতে 90 ও 9 এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(99)^2$ পাওয়া গেল।

$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (90)^2 + 90 \cdot 9 + 90 \cdot 9 + (9)^2 = 8100 + 810 + 810 + 81 = 9801$$

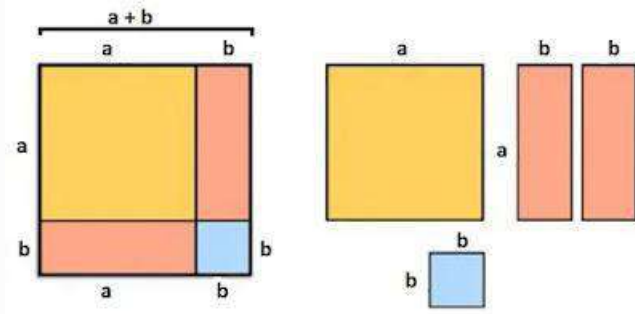
$$\text{অতএব, } (99)^2 = 9801$$

কাগজ কেটে প্রমাণ করোঃ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

সমাধানঃ

(i) একটি বর্গাকৃতির কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $a+b$ এর সমান হয়।

(ii) এখন $(a+b)$ দৈর্ঘ্যের বাহুতে a ও b এর দৈর্ঘ্য চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে চারটি ক্ষেত্র পাওয়া গেল।



(iii) ক্ষেত্রগুলো কাগজ হতে কেটে আলাদা করি এবং প্রতিটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করে যোগ করি। ফলে $(a+b)^2$ পাওয়া গেল।

$$\text{প্রাপ্ত ক্ষেত্রফল} = (a)^2 + ab + ab + (b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

তাহলে,

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{বা, } a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \text{ [প্রমাণিত]}$$

সহজ উপায়ে (বীজগণিতের সূত্র) বর্গসংখ্যা নির্ণয়ঃ

কাজঃ সহজ উপায়ে 52, 71, 21, 103 এর বর্গ নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

<p>52 এর বর্গ</p> $= 52^2$ $= (50+2)^2$ $= 50^2 + 2 \cdot 50 \cdot 2 + 2^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$ $= 2500 + 200 + 4$ $= 2704$	<p>21 এর বর্গ</p> $= 21^2$ $= (20+1)^2$ $= 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$ $= 400 + 40 + 1$ $= 441$
<p>71 এর বর্গ</p> $= 71^2$ $= (70+1)^2$ $= 70^2 + 2 \cdot 70 \cdot 1 + 1^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$ $= 4900 + 140 + 1$ $= 5041$	<p>103 এর বর্গ</p> $= 103^2$ $= (100+3)^2$ $= 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 \text{ [সূত্রানুসারে]}$ $= 10000 + 600 + 9$ $= 10609$

ছক ১.২

সংখ্যা	বর্গসংখ্যা	সংখ্যা	বর্গসংখ্যা	সংখ্যা	বর্গসংখ্যা	সংখ্যা	বর্গসংখ্যা
1	1	6	36	11	121	16	256
2	4	7	49	12	144	17	289
3	9	8	64	13	169	18	324
4	16	9	81	14	196	19	361
5	25	10	100	15	225	20	400

সারণিভুক্ত বর্গ সংখ্যাগুলোর এককের ঘরের অঙ্কগুলো ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করে কোন মিল খুঁজে পেলেন কিনা দেখ।

সমাধানঃ

সারণিভুক্ত বর্গ সংখ্যাগুলোর এককের ঘরের অঙ্কগুলো ভালোভাবে পর্যবেক্ষণ করে একটা মিল খুঁজে পাওয়া যায় , যা হলোঃ বর্গ সংখ্যা গুলোর এককের ঘরে যথাক্রমে 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0 অংকটি রয়েছে। যা, এভাবে পর্যায়ক্রমে চলতে থাকে।

কাজঃ

১। কোনো সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক কত হলে সংখ্যাটি বর্গসংখ্যা হতে পারে?

সমাধানঃ

কোন সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 0, 1, 4, 5, 6 অথবা 9 হলে সংখ্যাটি বর্গ সংখ্যা হতে পারে।

২। পাঁচটি সংখ্যা লেখ যার একক স্থানের অঙ্ক দেখেই তা বর্গসংখ্যা নয় বলে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায়।

সমাধানঃ

কোন সংখ্যার একক স্থানের অঙ্ক দেখেই তা বর্গসংখ্যা নয় বলে সিদ্ধান্ত নেওয়া যায় এমন পাঁচটি সংখ্যা হলোঃ 2, 3, 7, 8, 12.

একক কাজঃ উপরের মতো ছবির সাহায্যে বর্গ নির্ণয় করো।

1. $m+n$	4. 95
2. $4x+3$	5. 99
3. $3x+4y$	

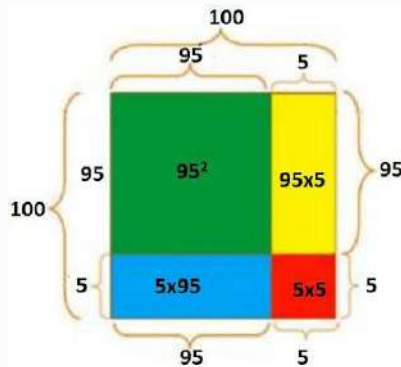
সমাধানঃ

1 – 3 পর্যন্ত সমাধান পূর্বেই করা হয়েছে। নিচে 4, 5 এর সমাধান দেয়া হলো।

4. 95

(i) যেকোন একটি বর্গাকৃতির কাগজ কেটে নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 100 এর সমান ধরি।

(ii) নিচের চিত্রের মত 100 দৈর্ঘ্যের বাহুকে 95 ও 5 দৈর্ঘ্যে চিহ্নিত করি।



(iii) এখন, চিত্র অনুসারে সবুজ বর্গের ক্ষেত্রফল = সমগ্র বর্গের ক্ষেত্রফল- [হলুদ আয়তের ক্ষেত্রফল+ লাল বর্গের ক্ষেত্রফল + নীল আয়তের ক্ষেত্রফল]

অর্থাৎ,

$$95^2 = 100^2 - [95 \times 5 + 5 \times 95 + 5 \times 5]$$

$$\text{বা, } 95^2 = 10000 - [475 + 475 + 25]$$

$$\text{বা, } 95^2 = 10000 - 975$$

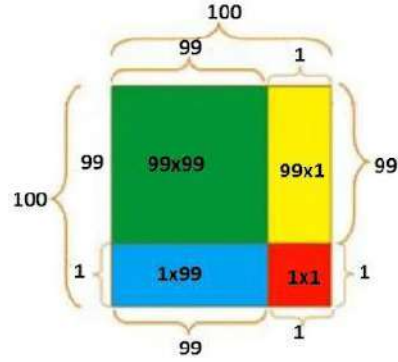
$$\text{বা, } 95^2 = 9025$$

অতএব, 95 এর বর্গ 9025

5.99

(i) যেকোন একটি বর্গাকৃতির কাগজ কেটে নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 100 এর সমান ধরি।

(ii) নিচের চিত্রের মত 100 দৈর্ঘ্যের বাহুকে 99 ও 1 দৈর্ঘ্যে চিহ্নিত করি।



(iii) এখন, চিত্র অনুসারে সবুজ বর্গের ক্ষেত্রফল = সমগ্র বর্গের ক্ষেত্রফল - [হলুদ আয়তের ক্ষেত্রফল + লাল বর্গের ক্ষেত্রফল + নীল আয়তের ক্ষেত্রফল]

অর্থাৎ,

$$99^2 = 100^2 - [99 \times 1 + 1 \times 99 + 1 \times 1]$$

$$\text{বা, } 99^2 = 10000 - [99 + 99 + 1]$$

$$\text{বা, } 99^2 = 10000 - 199$$

$$\text{বা, } 99^2 = 9801$$

অতএব, 99 এর বর্গ 9801

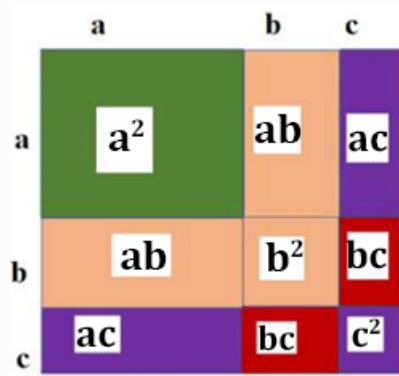
ত্রিপদী রাশির বর্গ

$(a+b+c)^2$ এর বর্গ কাগজ কেটে নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

(i) কাগজ কেটে একটি বর্গ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $a+b+c$ এর সমান।

(ii) এখন, $a+b+c$ বাহুতে b ও c এর দৈর্ঘ্য নিচের চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি ফলে সম্পূর্ণ বর্গটি ৯টি ক্ষুদ্র ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।



(iii) এখন সম্পূর্ণ বর্গের ক্ষেত্রফল = $(a+b+c)^2$

তাহলে, চিত্র অনুসারে,

$$(a+b+c)^2$$

= 9 টি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

একক কাজঃ নিচের সমস্যাটি কাগজ কেটে বা ছবি এঁকে সমাধান করো।

$(2x+3y+4z)$ এর বর্গ নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

কাগজ কেটে একটি বর্গাকার কাগজ নিই যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $(2x+3y+4z)$ এর সমান হয়।

এখন, $(2x+3y+4z)$ দৈর্ঘ্যের বাহুতে $3y$ ও $4z$ দৈর্ঘ্যকে নিচের চিত্র অনুসারে চিহ্নিত করি। ফলে ৯টি আয়তক্ষেত্র পাওয়া গেল।

	2x	3y	4z
2x	$4x^2$	$6xy$	$8xz$
3y	$6xy$	$9y^2$	$12yz$
4z	$8xz$	$12yz$	$16z^2$

আয়ত ক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল এর সমষ্টি প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ অনুসারে নিম্নরূপঃ

$$2x \cdot 2x + 2x \cdot 3y + 2x \cdot 4z + 2x \cdot 3y + 3y \cdot 3y + 3y \cdot 4z + 2x \cdot 4z + 3y \cdot 4z + 4z \cdot 4z$$

$$= (2x)^2 + 6xy + 8xz + 6xy + (3y)^2 + 12yz + 8xz + 12yz + (4z)^2$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 16zx + 24yz$$

এখন, সম্পূর্ণ বর্গের ক্ষেত্রফল $= (2x + 3y + 4z)^2$

তাহলে,

$(2x + 3y + 4z)$ এর বর্গ $4x^2 + 9y^2 + 16z^2 + 12xy + 16zx + 24yz$

একক কাজঃ

১) কাগজ কেটে নিচের রাশিগুলোর বর্গ নির্ণয় করে শিক্ষকের কাছে জমা দাও।

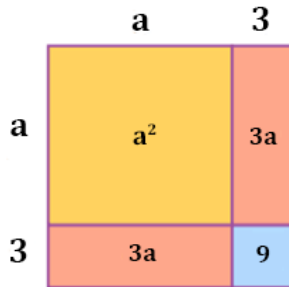
1. $a+3$
2. $3x-5$
3. 999
4. $2x+y+3z$

সমাধানঃ

1. $a+3$

কাগজ কেটে $(a+3)$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও 3 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

বর্গাকৃতি কাগজের ক্ষেত্রফল $= 4$ টি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

বা, $(a+3)^2 = a \cdot a + a \cdot 3 + a \cdot 3 + 3 \cdot 3$

বা, $(a+3)^2 = a^2 + 3a + 3a + 3^2$

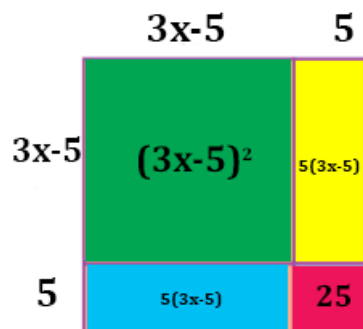
বা, $(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$

অতএব, $(a+3)$ এর বর্গ $= a^2 + 6a + 9$

2. $3x-5$

কাগজ কেটে $(3x-5)$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $3x-5$ ও 5 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + নীল অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (3x-5)^2 = (3x-5+5)^2 - [(3x-5)5+5(3x-5)+5.5]$$

$$\text{বা, } (3x-5)^2 = (3x)^2 - [15x-25+15x-25+25]$$

$$\text{বা, } (3x-5)^2 = 9x^2 - [30x-25]$$

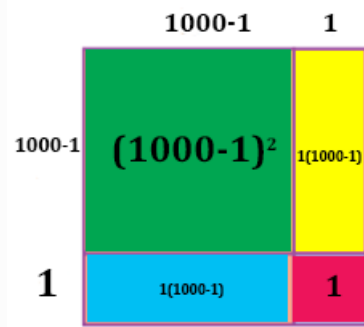
$$\text{বা, } (3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$$

অতএব, $(3x-5)^2$ এর বর্গ = $9x^2 - 30x + 25$

3. 999

কাগজ কেটে 999 এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $1000-1$ ও 1 এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + নীল অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (1000-1)^2 = (1000-1+1)^2 - [(1000-1)1+1(1000-1)+1.1]$$

$$\text{বা, } 999^2 = (1000)^2 - [1000-1+1000-1+1]$$

$$\text{বা, } 999^2 = 1000000 - 1999$$

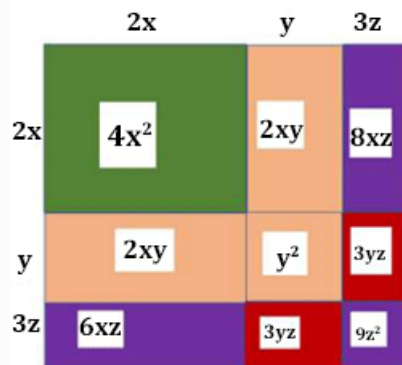
$$\text{বা, } 999^2 = 998001$$

অতএব, 999^2 এর বর্গ = 998001

4. $2x+y+3z$

কাগজ কেটে $(2x+y+3z)$ এর বর্গ নির্ণয়ঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $2x$, y ও $3z$ এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 9 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

বর্গাকৃতি কাগজের ক্ষেত্রফল = 9 টি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$$\text{বা, } (2x+y+3z)^2 = (2x)^2+2xy+6zx+2xy+y^2+3yz+6zx+3yz+(3z)^2$$

$$\text{বা, } (2x+y+3z)^2 = 4x^2+y^2+9z^2+4xy+12zx+6yz$$

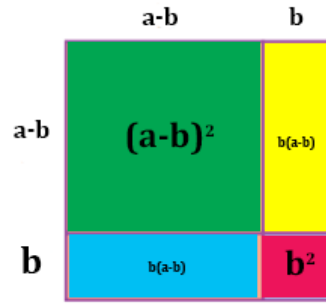
অতএব, $(2x+y+3z)$ এর বর্গ = $4x^2+y^2+9z^2+4xy+12zx+6yz$

২) কাগজ কেটে প্রমাণ করো।

$$1. a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + নীল অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b.b]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

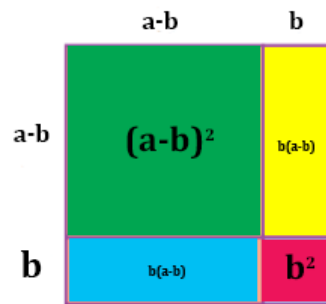
$$\text{বা, } (a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2 \text{ [পক্ষান্তর করে]}$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \text{ [প্রমাণিত]}$$

$$2. (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + নীল অংশের ক্ষেত্রফল]

$$\text{বা, } (a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b.b]$$

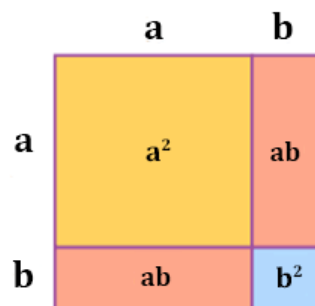
$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$$

$$\text{বা, } (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \text{(i)}$$

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2 + ab + ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ (ii)

এখন, (i) - (ii) করে পাই,

$(a-b)^2 - (a+b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab - (a^2 + b^2 + 2ab)$

বা, $(a-b)^2 - (a+b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab - a^2 - b^2 - 2ab$

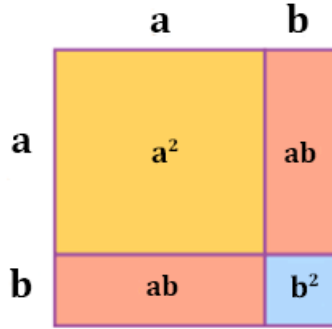
বা, $(a-b)^2 - (a+b)^2 = -4ab$

বা, $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ [প্রমাণিত]

3. $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

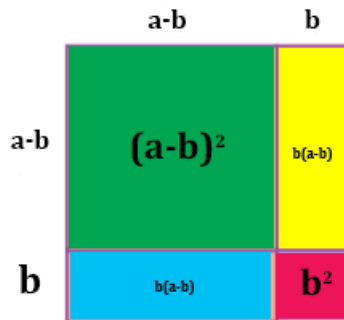
(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2 + ab + ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ (i)

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a-b ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + নীল অংশের ক্ষেত্রফল]

বা, $(a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b.b]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ (ii)

এখন,

(i) - (ii) করে পাই,

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab)$

বা, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2 + 2ab$

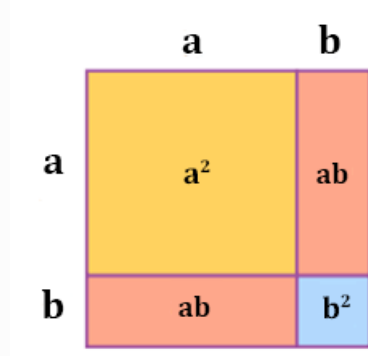
বা, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

বা, $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ [প্রমাণিত]

4. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

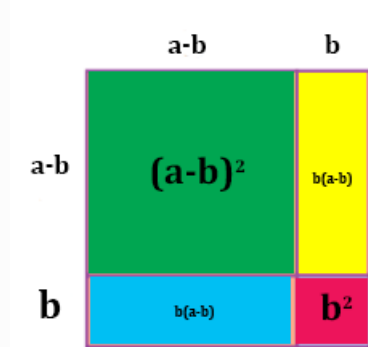
(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল $= a^2 + ab + ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ (i)

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল $=$ সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল $-$ [লাল অংশের ক্ষেত্রফল $+$ হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল $+$ নীল অংশের ক্ষেত্রফল]

বা, $(a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b.b]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ (ii)

এখন,

(i) $+$ (ii) করে পাই,

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab + a^2 + b^2 - 2ab$

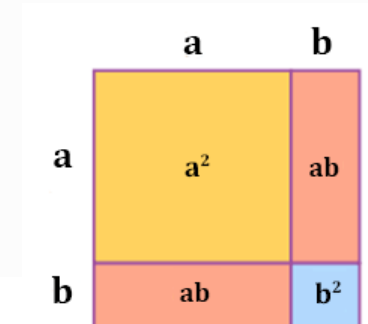
বা, $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$

বা, $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ [প্রমাণিত]

5. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

সমাধানঃ

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত a ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

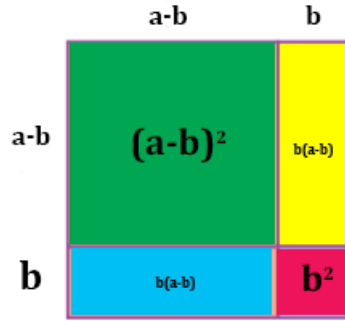
(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সম্পূর্ণ বর্গাকৃতির কাগজের ক্ষেত্রফল = $a^2 + ab + ab + b^2$

বা, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ (i)

আবার,

(i) প্রথমে বর্গাকৃতি একটি কাগজ নিয়ে নিচের ছবির মত $a-b$ ও b এর সমান দৈর্ঘ্যের বাহু চিহ্নিত করি।



(ii) তাহলে বর্গাকৃতির কাগজটি মোট 4 টি ক্ষেত্রে বিভক্ত হলো।

(iii) এখন, চিত্র অনুসারে,

সবুজ অংশের ক্ষেত্রফল = সম্পূর্ণ কাগজের ক্ষেত্রফল - [লাল অংশের ক্ষেত্রফল + হলুদ অংশের ক্ষেত্রফল + নীল অংশের ক্ষেত্রফল]

বা, $(a-b)^2 = (a-b+b)^2 - [(a-b)b + b(a-b) + b.b]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 - [ab - b^2 + ab - b^2 + b^2]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 - [2ab - b^2]$

বা, $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ (ii)

এখন,

(i) - (ii) করে পাই,

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab)$

বা, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - a^2 - b^2 + 2ab$

বা, $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ [প্রমাণিত]