# অধ্যায় - ৫

জমির নকশায় ব্রিভুজ ও চতুর্ভুজ - Class 8 Math BD 2024 – ৫ম অধ্যায় (অনুশীলনীঃ ১ - ১৪ পর্যন্ত)

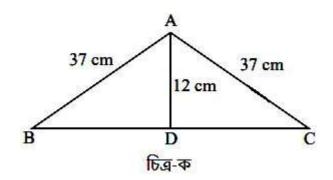
# জমির নকশায় ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ

জমির নকশায় ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ বলতে তোমরা কি বুজ? আমরা আমাদের আবাদ বা কৃষি জমির দিকে যদি লক্ষ্য করি তাহলে তার আকার ত্রিভুজ বা চতুর্ভুজ আকৃতিরও পেয়ে থাকে। জমির আকার বুঝার জন্য তাই আমরা ত্রিভুজ এবং চতুর্ভুজ এর বিস্তারিত জানব। এই অধ্যায়ে আমরা যা যা শিখবঃ- সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্ট, বর্গের কর্ণদ্বয়ের সমতা, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা নির্ণয়, রম্বসের পরিধি, পিথাগোরিয়ান ত্রিয়ী, সামন্তরিক অঙ্কন, বর্গ অঙ্কন, সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল, আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল, নানান আকৃতির ক্ষেত্রফল নির্ণয়। এখানে অনুশীলনী ৫ এর সকল সমাধান দেয়া হয়েছে।

# অনুশীলনী – ৫ (৮ম শ্রেণি)

১। চিত্র ক-এ প্রদন্ত আকৃতি পরিমাপের ক্ষেত্রে কীভাবে সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্টট্য ব্যবহার করবে? সমস্যাটি সমাধান করো এবং পিথাগোরাসের উপপাদ্য কীভাবে সাহায্য করল যুক্তি দাও।

AD = 12 cm হলে BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।



চিত্র ক-এ প্রদন্ত আকৃতি পরিমাপের ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজের একটি বৈশিষ্টট্য ব্যবহার করা যায়। ব

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

এখানে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ ΔABD ও ΔACD আছে; তাহলে উপরোক্ত সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্ট অনুসারে আমরা লিখতে পারি-

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$
 ......(i)

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$
 ......(ii)

এবং এই দুই সমীকরণ থেকে আমরা চিত্র ক-এ প্রদন্ত আকৃতি পরিমাপ করতে পারি।

# BC এর মান নির্ণয়ঃ

(i) নং এ, AD = 12 cm; AC = 37 cm বসিয়ে পাই,

$$37^2 = 12^2 + DC^2$$

বা, 
$$DC^2 = 37^2 - 12^2$$

বা, 
$$DC^2 = 1225$$

অনুরুপভাবে, (ii) নং থেকে পাই,

$$BD = 35$$

$$: BC = BD + DC = 35 + 35 = 70 \text{ cm}$$

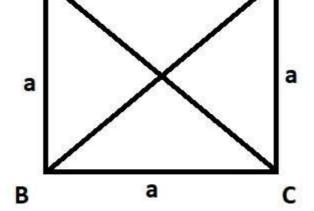
If it is helpful for you, donate us please

**Bkash Personal** 

01916973743

# ২। চিত্র এঁকে বা কাগজ কেটে প্রমাণ করো– বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।

### সমাধানঃ



মনে করি, ABCD একটি বর্গ যাদের AC ও BD দুইটি কর্ণ। নিম্মের চিত্রে বর্গ ও তার কর্ণদ্বয়কে এঁকে দেখানো হলো। এখন এই চিত্র থেকে প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD.

### প্রমাণঃ

ABCD বর্গে, AB = BC = CD = DA = a [ : বর্গের চারটি বাহ্রর দৈর্ঘ্য সমান হয়];

আবার, ∠BCD = 90° [যেহেতু, ABCD একটি বর্গ]

ΔBCD হতে পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই,

$$BD^2 = BC^2 + DC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

অনুরুপভাবে,

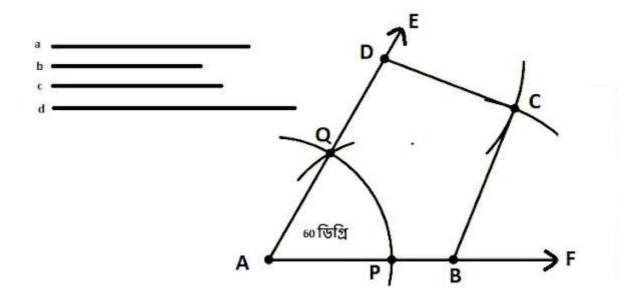
$$AC^2 = CD^2 + DA^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

এখন, (i) ও (ii) হতে পাই,

AC = BD [প্রমাণিত]

৩। ধরো চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে 4 cm, 3 cm, 3.5 cm, 5 cm এবং যে কোনো একটি কোণ দেওয়া আছে 60 ডিগ্রি। চতুর্ভুজটি অঙ্কন করো। [জমির নকশায় ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ এর ৩ নং প্রশ্ন এটি; পর্যায়ক্রমে সব দেয়া হয়েছে।]

#### সমাধানঃ

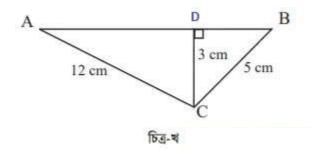


চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে a = 4 cm, b= 3 cm, c = 3.5 cm, d = 5 cm এবং যে কোনো একটি কোণ দেওয়া আছে 60 ডিগ্রি দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি অঙ্কন করতে হবে।

# অঙ্কনের বিবরণঃ

- (ক) যেকোনো একটি রশ্মি AF নেই এবং A কে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AF কে P বিন্দুতে ছেদ করে।
- (খ) P কে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে আরও একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা পূর্বের বৃত্তচাপকে Q বিন্দুতে ছেদ করে।
- (গ) A,Q যোগ করে AE রশ্মি আঁকি। তাহলে ∠EAF = 60° অঙ্কিত হলো।
- (ঘ) এখন, AF থেকে AB = a এবং AE থেকে AD = d অংশ কেটে নিই।
- (৬) B কে কেন্দ্র করে b ও D কে কেন্দ্র করে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠DAB এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (চ) D,C; B,C যোগ করি; তাহলে ABCD নির্নেয় চতুর্ভুজ অঙ্কিত হলো।

# ৪। চিত্র : খ-এ AB = ?



### সমাধানঃ

# অঙ্কনঃ

C বিন্দু থেকে AB এর উপর লম্ব AB কে যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে D দ্বারা চিহ্নিত করি।

AB নির্ণয়ঃ

চিত্রানুসারে,

∆BCD-এ,

BD<sup>2</sup>+CD<sup>2</sup>=CB<sup>2</sup> [পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে]

বা,  $BD^2 = CB^2 - CD^2$ 

বা,  $BD^2 = 5^2 - 3^2$ 

বা,  $BD^2 = 25 - 9$ 

বা,  $BD^2 = 16$ 

বা, BD = 4 cm [বর্গমূল করে]

আবার,

∆ACD-এ,

 $AD^2+CD^2=AC^2$  [পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে]

বা,  $AD^2 = AC^2 - CD^2$ 

বা,  $AD^2 = 12^2 - 3^2$ 

 $\overline{1}$ ,  $AD^2 = 144 - 9$ 

বা,  $AD^2 = 135$ 

বা, BD = 3√15 [বর্গমূল করে]

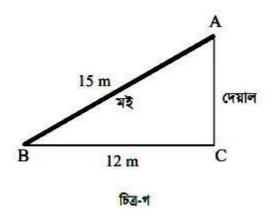
If it is helpful for you, donate us please

**Bkash Personal** 

01916973743

∴ AB = AD+BD = 
$$(3\sqrt{15}+4)$$
 cm

৫। তোমার স্কুলের একটি দেয়াল রঙ করার জন্য যদি 15 m একটি মইকে দেয়াল থেকে 12 m দূরত্বে স্থাপন করা হয় (চিত্র: গ)। তাহলে ভূমি থেকে মইয়ের শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত দেয়ালের উচ্চতা নির্ণয় করো।



# সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে,

AB = মইয়ের দৈর্ঘ্য = 15m

BC = ভুমির দৈর্ঘ্য = 12m

AC = ভূমি থেকে মইয়ের শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত দেয়ালের উচ্চতা

এখন, AB, BC, AC মিলিত হয়ে একটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করেছে যেখানে, ∠BCA = 90°।

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

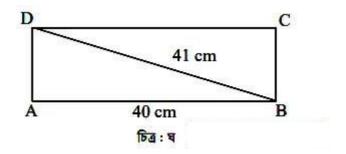
বা, 
$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

বা, 
$$AC^2 = 15^2 - 12^2$$

বা, 
$$AC^2 = 81$$

ভূমি থেকে মইয়ের শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত দেয়ালের উচ্চতা 9m.

# ৬। চিত্র : ঘ এর আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা নির্ণয় করো।



### সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে,

∆ABD-এ,

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

বা, 
$$AD^2 = BD^2 - AB^2$$

বা, 
$$AD^2 = 41^2 - 40^2$$

বা, 
$$AD^2 = 81$$

অর্থাৎ,

আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = AD = BC = 9 cm;

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = AB = CD = 40 cm.

: আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা

= 2(দৈর্ঘ্য+প্রস্থ) একক

= 2(40+9) cm

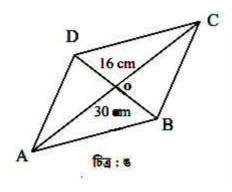
 $= 2 \times 49 \text{ cm}$ 

If it is helpful for you, donate us please

**Bkash Personal** 

01916973743

# ৭। চিত্র : ও এর রম্বসের কর্ণ AC = 30 cm. ও BD = 16 cm. হলে রম্বসের পরিধি নির্ণয় করো।



### সমাধানঃ

আমরা জানি,

রম্বসের কর্ণদ্বয় নিজেদের ছেদবিন্দুতে নিজেদেরকে সমান দৈর্ঘ্যে দ্বিখন্ডিত করে এবং একে অপরের সাথে লম্বভাবে অবস্থান করে।

এখন, AC ও BD এর ছেদবিন্দু O হলে,

 $AO = \frac{1}{2} \times 30 \text{ cm} = 15 \text{ cm};$ 

 $BO = \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} = 8 \text{ cm};$ 

: ∆ABO-এ,

 $AB^2 = AO^2 + OB^2$ 

বা,  $AB^2=15^2+8^2$ 

বা, AB<sup>2</sup>=225+64

বা, AB<sup>2</sup>=289

বা, AB = 17 [বর্গমূল করে]

অর্থাৎ, রম্বসটির বাহ্রর দৈর্ঘ্য = 17 cm

∵ রম্বসটির পরিধি = 4×17 cm = 68 cm.

# ৮। যদি (3, 4 ও 5) পিথাগোরিয়ান ত্রয়ী হয়, তবে (3k, 4k ও 5k) পিথাগোরিয়ান ত্রয়ী হবে, যেখানে k যে কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। উক্তিটির যথার্থতা যাচাই করো।

# সমাধানঃ

যেহেতু (3, 4 ও 5) পিথাগোরিয়ান ত্রায়ী সেহেতু,  $3^2+4^2=5^2$ 

এখন,  $(3k)^2+(4k)^2=(5k)^2$  এর ক্ষেত্রে k এর জন্য ধণাত্মক গু ঋণাতমক মান ধরে হিসাব করি-

K=1 ইলে,

 $(3.1)^2 + (4.1)^2 = (5.1)^2$ 

বা,  $3^2+4^2=5^2$ 

বা, 9+16=25

বা, 25=25, যা যথার্থ।

আবার,

K=-1 হলে,

 $(3.-1)^2 + (4.-1)^2 = (5.-1)^2$ 

বা,  $(-3)^2+(-4)^2=(-5)^2$ , কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যের মান ঋণাত্মক হতে পারে না।

আবার,

K=2 হলে,

 $(3.2)^2 + (4.2)^2 = (5.2)^2$ 

বা,  $6^2+8^2=10^2$ 

বা, 36+64=100

বা, 100=100 যা যথার্থ।

আবার,

K=-2 হলে,

$$(3.-2)^2+(4.-2)^2=(5.-2)^2$$

বা,  $(-6)^2 + (-8)^2 = (-10)^2$ , কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যের মান ঋণাত্মক হতে পারে না।

অর্থাৎ, k এর মান ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হতে পারে না কিন্তু সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হতে পারে [উক্তিটির যথার্থতা যাচাই করা হলো]

৯। যেকোনো ব্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক। যে কোনো আকৃতির ব্রিভুজ তৈরি করে বা কাগজ কেটে পরিমাপের মাধ্যমে উক্তিটির সত্যতা নিশ্চিত করো।

### সমাধানঃ

যেকোনো আকৃতির ত্রিভুজ ABC তৈরি করি এবং AB ও AC এর মধ্যবিন্দু P ও Q সংযুক্ত করি। এখন নিচের সারণিতে বাহুর দৈর্ঘ্য পরিমাণ করে নিমোক্ত তথ্যগুলি পূরণ করে প্রদন্ত উক্তিটির সত্যতা নিশ্চিত করি।

বাহ্রর দৈর্ঘ্য	বাহুর দৈর্ঘ্য	অনুপাত
AP = 2.5  cm	BP = 2.5 cm	AP/BP = 1
AQ = 2.5  cm	CE = 2.5 cm	AQ/CE = 1
BC = 4  cm	PQ = 2  cm	BC/PQ = 2

সারণি থেকে পাই,

$$BP = CQ = 2.5 \text{ cm},$$

∵ BC || PQ

আবার,

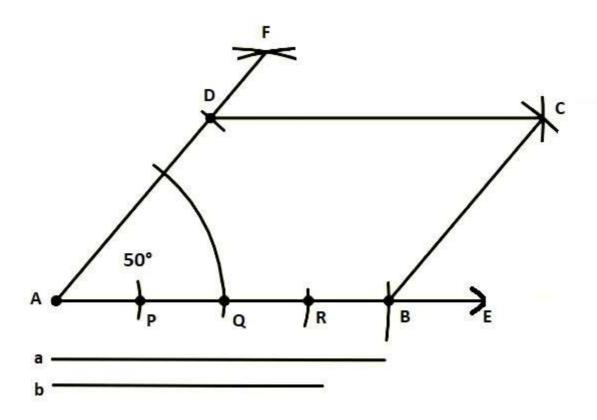
$$BC/PQ = 2$$

অর্থাৎ, প্রদত্ত উক্তিটির সত্যতা যাচাই করা হলো।

১০। সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm ও 5 cm এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 50°

# হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন করো।

## সমাধানঃ



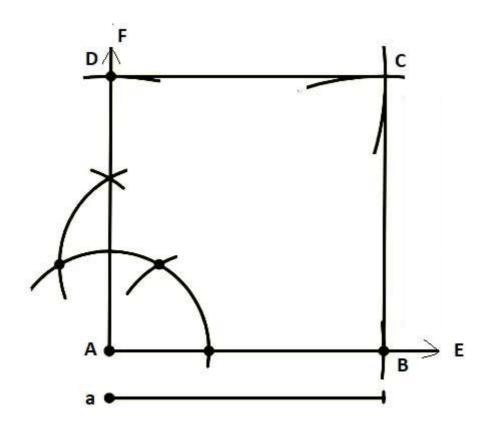
মনে করি, একটি সামন্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য a = 6 cm ও b=5 cm এবং এই বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 50°। সামন্তরিকটি আঁকতে হবে।

#### অঙ্কৰঃ

- (ক) যেকেনো রশ্মি AE লই।
- (খ) A কে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AE কে P বিন্দুতে ছেদ করে। এবং অনুরুপভাবে AP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে P কে কেন্দ্র করে Q, Q কে কেন্দ্র করে R ছেদ বিন্দু লই।
- (গ) Q ও R কে কেন্দ করে AE এর একই দিকে AR এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যারা পরস্পরকে F বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ∠EAF = 50° অঙ্কিত হলো।
- (ঘ) A, F যোগ করি।
- (ওঁ) AE থেকে AB = a, AF থেকে AD = b কেটে নিই।
- (চ) D কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ ও B কে কেন্দ্র করে b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়্যে ∠DAB এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যারা পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (ছ) D,C ও A,B যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই নির্ণেয় সামন্তরিক।

# ১১। একটি বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 cm হলে বর্গটি অঙ্কন করো।

### সমাধানঃ



মনে করি একটি বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 cm দেওয়া আছে, বর্গটি আঁকতে হবে।

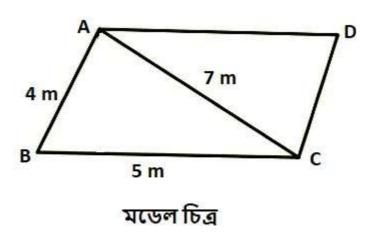
### অংকনঃ

- (ক) যেকোনো রশ্মি AE নিই।
- (খ) AE থেকে AB = a কেটে নিই।
- (গ) A বিন্দুতে AF লম্ব আঁকি এবং AF থেকে AD=a কেটে নিই।
- (ঘ) B ও D কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠DAB এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যারা পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৬) D,C ও B,C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই নির্ণেয় বর্গ।

১২. একটি সামান্তরিক আকৃতির জমির দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 4 m ও 5 m এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 7 m। সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

# সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন অনুসারে নিমোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি-



চিত্র অনুসারে,

ΔABC-ଣ

পরিসীমা = (4+5+7) m = 16 m;

∵ অর্ধ-পরিসীমা, s = 16/2 m = 8 m;

এবং, তিনটি বাহু a, b, c এর মান যথাক্রমে 4m, 5m, 7m;

። ΔABC-এর ক্ষেত্রফল

= √{s(s-a)(s-b)(s-c)} বৰ্গ একক

=  $\sqrt{8(8-4)(8-5)(8-7)}$  m<sup>2</sup>

 $= \sqrt{(8 \times 4 \times 3 \times 1)} \text{ m}^2$ 

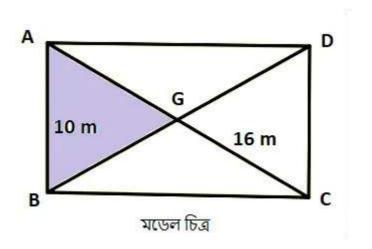
 $= \sqrt{96} \text{ m}^2$ 

এখন, সামন্তরিকের যেকোনো কর্ণ সামন্তরিকটিকে দুইটি সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

১৩। ABCD আয়তাকার জমির AB = 10 m এবং কর্ণ AC = 16 m । কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু G হলে  $\Delta$ AGB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

## সমাধানঃ

প্রদত্ত প্রশ্নের একটি গাণিতিক মডেল চিত্র অঙ্কন করি যা নিমুরুপঃ



চিত্র বা শর্ত অনুসারে,

আয়তাকার জমির কর্ণ = AC = BD = 16 m [যেহেতু আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় সমান];

এবং  $AG = BG = \frac{16}{2}$  m = 8 m [যেহেতু আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় একে আপরকে সমদ্বিখন্ডিত করে];

÷ ΔAGB-এর ক্ষেত্রে,

তিনটি বাহ্ল a, b, c এর দৈর্ঘ্য = 10m, 8m, 8m;

পরিসীমা = (10+8+8) m = 26 m;

অর্ধ-পরিসীমা, s = <sup>26</sup>/<sub>2</sub> m = 13 m;

። ΔAGB-এর ক্ষেত্রফল

= √{s(s-a)(s-b)(s-c)} বৰ্গ একক

=  $\sqrt{13(13-10)(13-8)(13-8)}$  m<sup>2</sup>

 $=\sqrt{(13\times3\times5\times5)}$  m<sup>2</sup>

 $= \sqrt{975} \text{ m}^2$ 

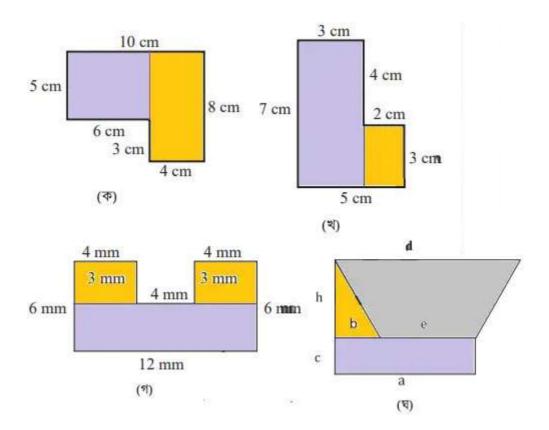
If it is helpful for you, donate us please

**Bkash Personal** 

01916973743

 $= 31.22499 \text{ m}^2$ 

# ১৪। প্রদত্ত আকৃতিগুলোর ক্ষেত্রফল পরিমাপ করো:



### সমাধানঃ

(季)

ক-আকৃতিকে আমরা দুইটি অংশে বিভক্ত করি-

তাহলে,

ক-আকৃতির ক্ষেত্রফল

= ১ম আয়তের ক্ষেত্রফল + ২য় আয়তের ক্ষেত্রফল

 $= 6cm \times 5cm + 8cm \times 4cm$ 

 $= 30 \text{cm}^2 + 32 \text{cm}^2$ 

 $= 62 \text{cm}^2$ 

If it is helpful for you, donate us please

**Bkash Personal** 

01916973743

(খ)

খ-আকৃতিকে আমরা দুইটি অংশে বিভক্ত করি-

```
তাহলে,
খ-আকৃতির ক্ষেত্রফল
= ১ম আয়তের ক্ষেত্রফল + ২য় আয়তের ক্ষেত্রফল
= 7 \text{cm} \times 3 \text{cm} + 2 \text{cm} \times 3 \text{cm}
= 21 \text{cm}^2 + 6 \text{cm}^2
= 27 \text{cm}^2
(গ)
গ-আকৃতিকে আমরা তিনটি অংশে বিভক্ত করি-
তাহলে,
গ-আকৃতির ক্ষেত্রফল
= ১ম আয়তের ক্ষেত্রফল + ২য় আয়তের ক্ষেত্রফল + ৩য় আয়তের ক্ষেত্রফল
= 4cm \times 3cm + 4cm \times 3cm + 12cm \times 3cm
= 12 \text{cm}^2 + 12 \text{cm}^2 + 36 \text{cm}^2
= 60 \text{cm}^2
(ঘ)
ঘ-আকৃতিকে আমরা তিনটি অংশে বিভক্ত করি-
তাহলে,
ঘ-আকৃতির ক্ষেত্রফল
= ১ম ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল + ২য় ট্রপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল + ৩য় আয়তের ক্ষেত্রফল
= \frac{1}{2} \times b \times h + \frac{1}{2} (d+e)h + a \times c
```

- $= \frac{1}{2}bh + \frac{1}{2}dh + \frac{1}{2}eh + ac$
- $= \frac{1}{2}h(b+d+e)+ac$

# If it is helpful for you, donate us please

**Bkash Personal** 

01916973743