

১ নং প্রশ্নের উত্তর

অনন্যা 12 প্রশ্নের মধ্যে 6টির উত্তর দিতে পারে। লামিসা ঐ 12টি প্রশ্নের মধ্যে 7টির উত্তর দিতে পারে। একটি প্রশ্ন দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।

ক) অনন্যা ও লামিসার উত্তর দেওয়ার সম্ভাবনা কত ?

খ) (i) যে কোনো একজন উত্তর দেওয়ার সম্ভাবনা কত ? (ii) কেউ না পারার সম্ভাবনা কত ?

গ) শুধুমাত্র একজনের উত্তর দিতে পারার সম্ভাবনা কত ?

(ক) এর সমাধান

ধরি, A = অনন্যা উত্তর দেওয়ার ঘটনা

B = লামিসার উত্তর দেওয়ার ঘটনা

অনন্যার উত্তর দেওয়ার সম্ভাবনা, $P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

এবং লামিসার উত্তর দেওয়ার সম্ভাবনা, $P(B) = \frac{7}{12}$

(খ) এর সমাধান

এখানে, A ও B পরস্পর স্বাধীন।

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{24}$$

(i) যেকোনো একজনের উত্তর দেবার ঘটনা,

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{7}{12} - \frac{7}{24} = \frac{12 + 14 - 7}{24} = \frac{19}{24} \end{aligned}$$

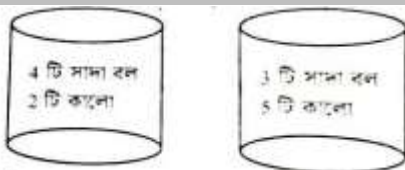
(ii) কেউ না পারার সম্ভাবনা,

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$$

(গ) এর সমাধান

$$\begin{aligned} \text{শুধুমাত্র একজনের উত্তর দিতে পারার সম্ভাবনা} &= P\{(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)\} \\ &= P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) \\ &= \{P(A) - P(A \cap B)\} + \{P(B) - P(A \cap B)\} \\ &= \left(\frac{6}{12} - \frac{7}{24}\right) + \left(\frac{7}{12} - \frac{7}{24}\right) \\ &= \frac{12-7}{24} + \frac{14-7}{24} = \frac{5+7}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

২ নং প্রশ্নের উত্তর



ক) বাছাই করার উপায় সংখ্যা নির্ণয়ে সমাবেশের সূত্রটি বিবৃত কর। বিন্যাস ও সমাবেশের মধ্যকার সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর।

খ) প্রতিটি ঝুঁড়ি হতে একটি করে বল তুলে দেখাও যে দুইটি বলই সাদা হবার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$ আর বল দুইটি একই রঙের হবার

$$\text{সম্ভাবনা } \frac{11}{24}.$$

গ) দেখাও যে বল দুইটির একটিও সাদা না হবার সম্ভাবনা $\frac{4}{25}$ হলে কমপক্ষে একটি বল সাদা হবার সম্ভাবনা $\frac{19}{24}$ বল দুইটিই ভিন্ন রঙের হবার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

(ক) এর সমাধান

বাছাই করার উপায় সংখ্যা নির্ণয়ে সমাবেশের সূত্র: n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস বাছাই করার উপায় সংখ্যা

$${}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

আমরা জানি, n সংখ্যক জিনিস হতে r সংখ্যক জিনিস নিয়ে গঠিত বিন্যাস সংখ্যা ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

$$r! \times \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ [লব ও হরকে .. দ্বারা গুন করে]}$$

$$= r! {}^nC_r \left[\therefore {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \right]$$

(খ) এর সমাধান

১ম বাক্সে সাদা বল = 4টি

কালো বল = 2টি

মোট বল = (4+2)টি = 6টি

$$\text{১ম বাক্স হতে একটি বল তুললে তা সাদা হবার সম্ভাবনা} = \frac{{}^4C_1}{{}^6C_1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

২য় বাক্সে সাদা বল = 3টি

কালো বল = 5টি

মোট বল = (3+5)টি = 8টি

$$\therefore \text{২য় পাত্র হতে একটি বল টানলে তা সাদা হবার সম্ভাবনা} = \frac{{}^3C_1}{{}^8C_1} = \frac{3}{8}$$

যেহেতু ঘটনা দুটি বিচ্ছিন্ন এবং স্বাধীন,

$$\text{সুতরাং দুইটি বলই সাদা হবার সম্ভাবনা} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$$

বল দুইটি একই রঙের হবার সম্ভাবনা = দুইটি বলই সাদা হবার সম্ভাবনা + দুটি বলই কালো হবার সম্ভাবনা

$$\frac{{}^4C_1}{{}^6C_1} \times \frac{{}^3C_1}{{}^8C_1} + \frac{{}^2C_1}{{}^6C_1} \times \frac{{}^5C_1}{{}^8C_1} = \frac{11}{24} \text{ (দেখানো হলো)}$$

(গ) এর সমাধান

বল দুইটির একটিও সাদা না হবার সম্ভাবনা-

$$= 1\text{ম বাক্সের বলটি কালো ও } 2\text{য় বাক্সের বলটিও কালো হবার সম্ভাবনা} = \frac{{}^2C_1}{{}^6C_1} \times \frac{{}^5C_1}{{}^8C_1} = \frac{5}{24}$$

[বি.দ্র. প্রশ্নে ভুল আছে]

অন্তত একটি বল সাদা হবার সম্ভাবনা = 1ম বাক্সের বলটি সাদা ও 2য় বাক্সের বলটি কালো হবার সম্ভাবনা + 1ম বাক্সের বলটি কালো ও 2য় বাক্সের বলটি সাদা হবার সম্ভাবনা + 1ম বাক্সের বলটি সাদা ও 2য় বাক্সের বলটিও সাদা হবার সম্ভাবনা

$$\begin{aligned} &= \frac{{}^4C_1}{{}^6C_1} \times \frac{{}^5C_1}{{}^8C_1} + \frac{{}^2C_1}{{}^6C_1} \times \frac{{}^5C_1}{{}^8C_1} + \frac{{}^4C_1}{{}^6C_1} \times \frac{{}^3C_1}{{}^8C_1} \\ &= \frac{4}{6} \times \frac{5}{8} + \frac{2}{6} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{6} \times \frac{3}{8} \\ &= \frac{5}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{19}{24} \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

দেওয়া আছে, কোনো চলক x এর n সংখ্যক ধনাত্মক মানসমূহ যথাক্রমে $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

ক. প্রথম n সংখ্যক সংখ্যার ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে, ব্যবধানাঙ্ক $V_{ck} = 100 \sqrt{n-1}$

গ. $x_1=5, x_2=6, x_3=9, x_4=12$, গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

(ক) এর সমাধান

কোনো ধারাব n সংখ্যক মান x_1, x_2, \dots, x_n যাদের গড়

\bar{x} ; সুতরাং ধারাটির ভেদাঙ্ক,

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}; i=1, 2, \dots, n \\ &= \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n} \right)^2 \\ &= \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \end{aligned}$$

খ. মনে করি, কোনো চলক x এর n সংখ্যক ধনাত্মক মান x_1, x_2, \dots, x_n যাদের গড় \bar{x} এবং পরিমিত ব্যবধান S .

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\Rightarrow \sum x_i = n \bar{x}$$

$$\text{আবার, } S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

আমরা জানি, $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 + 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 + \dots)$

$$\Rightarrow \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n x_i x_j; i=1, \dots, 2, \dots, n$$

ধনাত্মক হওয়ায় তাদের গুণফলগুলোর যোগফল ধনাত্মক

$$\Rightarrow (n\bar{x})^2 > \sum x_i^2, [i=1,2,3,\dots,n]$$

$$\Rightarrow n^2 \bar{x}^2 > \sum x_i^2$$

$$\Rightarrow n\bar{x}^2 > \frac{\sum x_i^2}{n}$$

$$\Rightarrow n\bar{x} - \bar{x}^2 > \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\Rightarrow \bar{x}^2 (n-1) > S^2$$

$$\Rightarrow \bar{x} \sqrt{n-1} > S \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n-1} > \frac{S}{\bar{x}} \times 100$$

$$\therefore 100\sqrt{n-1} > \text{বিভেদাঙ্ক}$$

$$[\therefore \text{বিভেদাঙ্ক} = \frac{S}{\bar{x}} \times 100]$$

[বিঃদ্র: প্রশ্নে ভুল আছে। প্রশ্নটি হবে প্রমাণ কর যে, ব্যবধানাঙ্ক বা বিভেদাঙ্ক বা বিভেদাঙ্ক $< 100\sqrt{n-1}$]

(গ) এর সমাধান

গ. দেওয়া আছে, $x_1 = 5, x_2 = 6, x_3 = 9, x_4 = 12$

$$\therefore \text{গড় } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+6+9+12}{4} = 8$$

$$\sum_{i=1}^4 |x_i - \bar{x}|$$

$$\therefore \text{গড় ব্যবধান} = \frac{\sum_{i=1}^4 |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$= \frac{|5-8| + |6-8| + |9-8| + |12-8|}{4} = \frac{3+2+1+4}{4} = 2.5$$

উত্তর: 2.5

৪নং প্রশ্নের উত্তর

একটি শহরে মোট 50,000 জন জনসংখ্যার মধ্যে 28,000 জন ডেইলি স্টার পড়ে, 23,000 জন ইনডিপেনডেন্ট পড়ে এবং 4,000 জন উভয় পত্রিকাই পড়ে। একজনকে দৈবভাবে নির্বাচন করা হলো।

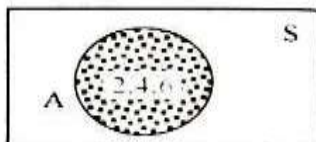
ক) ঘটনা কী?

খ) সম্ভাবনা বলতে কী বুঝ?

গ) নির্বাচিত লোকটি ডেইলি স্টার বা ইনডিপেনডেন্ট এর কোনটাই না পড়ার সম্ভাবনা কত?

(ক) এর সমাধান

কোনো পরীক্ষায় প্রাপ্ত একটি নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের অনুকূল ফলাফলের সেটকে ঘটনা বলে।



উদাহরণ: একটি ছক্কা নিষ্ক্ষেপে প্রাপ্ত জোড় সংখ্যার ঘটনাকে A দ্বারা চিহ্নিত করলে তা হবে $A=\{2,4,6\}$

(খ) এর সমাধান

কোনো ঘটনা সম্বন্ধে নিশ্চয়তার মাত্রার একটি গাণিতিক পরিমাপ হলো সম্ভাবনা। গাণিতিকভাবে কোনো একটি দৈব পরীক্ষার মোট সম্ভাব্য ফলাফলের সংখ্যার সাথে কোনো একটি নির্দিষ্ট ঘটনার অনুকূল ফলাফলের সংখ্যার অনুপাতকে ঐ ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা বলে।

কোনো নমুনাক্ষেত্রের মোট ফলাফল সংখ্যা n এবং উহার কোনো ঘটনার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা m হলে

$$\text{সম্ভাবনা} = \frac{\text{ঘটনার অনুকূল ফলাফল সংখ্যা (m)}}{\text{মোট সম্ভাব্য ফলাফল সংখ্যা (n)}} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{m}{n}$$

উদাহরণ: একটি মুদ্রা নিষ্ক্ষেপ পরীক্ষার নমুনাক্ষেত্র, $S:\{H, T\}$

\therefore মোট ফলাফল সংখ্যা, $n(S)=2$

মনে করি, A একটি ঘটনা যা হেড পড়া নির্দেশ করে।

সুতরাং A এর নমুনাবিন্দু {H}

\therefore A এর অনুকূল ফলাফল সংখ্যা, $n(A)=1$

$$\therefore \text{সম্ভাবনা, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2}$$

(গ) এর সমাধান

দেওয়া আছে,

শহরের মোট জনসংখ্যা $n(S)= 50,000$

ডেইলি স্টার পড়ে, $n(A)= 28,000$

ইনডিপেনডেন্ট পড়ে, $n(B)= 23,000$ এবং $n(A \cap B) = 4000$

যেকোনো একটি পত্রিকা পড়ে এমন লোকের সংখ্যা,

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 28000 + 23000 - 4000 = 47000 \end{aligned}$$

\therefore কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন লোকের সংখ্যা

$$= n(S) - n(A \cup B)$$

$$= 50000 - 47000$$

$$= 3000$$

\therefore নির্ধারিত লোকটি কোন পত্রিকাই পড়ে না তার

$$\text{সম্ভাবনা} = \frac{3000}{50000} = 0.06 \text{ (Ans.)}$$

প্র্যাকটিস অংশ: সৃজনশীল প্রশ্ন:

সৃজনশীল প্রশ্নঃ-১

15 জন শ্রমিকের দৈনিক খরচের উপাত্ত টাকায় দেওয়া হল

20,30,15,25,22,27,15,20,35,22,32,12,30,25,17

ক. উপাত্তটির পরিসর কত?

খ. শ্রমিকদের খরচের চতুর্থক ব্যবধান নির্ণয় কর।

গ. শ্রমিকদের খরচের পরিমিত ব্যবধান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-২

শ্রেণি ব্যক্তি	200-300	300-400	400-500	500-700	600-700	700-800	800-900
গণসংখ্যা	12	18	36	24	10	8	7

ক. প্রথম n স্বাভাবিক সংখ্যার গড় কত?

খ. উপরের প্রথম 6 টি শ্রেণিব্যক্তি ও গণসংখ্যা

দ্বারা ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

গ. উপরের উপাত্তটি দ্বারা গড় ব্যবধান নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৩

দুইটি নিরপেক্ষ ছক্কা একত্রে শূন্যে একবার নিক্ষেপ করা হলো

ক. ছক্কা দুইটির নমুনাক্ষেত্র লিখে নমুনা বিন্দুর সংখ্যা কয়টি তা নির্ণয় কর।

খ. নমুনা ক্ষেত্রের প্রাপ্ত সংখ্যাভয়ের যোগফল 6 অথবা 7 পাবার সম্ভাবনা কত?

গ. প্রাপ্ত সংখ্যাভয়ের যোগফল বড়জোড় 3 পাবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৪

একটি মুদ্রা ও একটি ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলো

ক. তথ্যটির নমুনা ক্ষেত্র লিখ।

খ. মুদ্রায় টেল T এবং ছক্কা 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

গ. মুদ্রা হতে হেড পাবার ঘটনা ও ছক্কা হতে জোড় সংখ্যা পাওয়ার ঘটনা কী স্বাধীন।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৫

একটি বাক্সে 5 টি সবুজ, 6 টি লাল ও 4 টি কালো বল আছে। বাক্সটি হতে 3 টি বল দৈবভাবে নেওয়া হল।

ক. 2 টি লাল বল হবার সম্ভাবনা কত?

খ. সবগুলো বল ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

গ. কমপক্ষে 2 টি বল সবুজ হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৬

একটি পাত্রে 20 টি বল আছে। বলগুলির যতটি সাদা তার তিনগুণ কালো। লাল বল আছে কালোর দ্বিগুণ পরিমাণ।

ক. দৈবভাবে একটি বল নিলে বলটি সাদা হবার সম্ভাবনা কত?

খ. যদি একত্রে 3 টি বল তুলে নেওয়া তবে কমপক্ষে দুইটি বল লাল সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

গ. যদি পরপর 3 টি বল তুলে নেওয়া হয় তবে 1ম বলটি সাদা এবং শেষ বলটি কালো না হবার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৭

একটি পাত্রে 4 টি লাল ও 5 টি কালো বল আছে অন্য একটি পাত্রে 3 টি লাল ও 4 টি কালো বল রয়েছে। প্রতিটি পাত্র থেকে 1 টি বল দৈবভাবে তোলা হলো। বল দুইটি

ক. সাদা হবার সম্ভাবনা কত?

খ. ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

গ. একই রঙের হবার সম্ভাব্যতা কত?

সৃজনশীল প্রশ্ন-৮

দশজন ছাত্রের রোল নং এবং পদার্থবিজ্ঞান ও রসায়নে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ

রোল নং	1	2	3	4	5	6	7	855	9	10
পদার্থ বিজ্ঞান	52	35	47	65	70	32	40	55	60	54
রসায়ন	67	40	20	25	32	54	34	44	51	43

ক. একটি লটারী প্রতিযোগিতায় একটি পুরস্কারের জন্য 100 টি টিকেট বিক্রি হয়। এদের মধ্যে তাকী ও তাসিন যথাক্রমে 5 টি ও 2 টি টিকেট কিনে। তাসিন অপেক্ষা তাকীর পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা কতটা বেশি তা নির্ণয় কর।

খ. নিরপেক্ষভাবে একজন ছাত্র নির্বাচন করা হলে তার যেকোন একটি বিষয়ে পাসের সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

গ. কোন বিষয়ে ছাত্ররা বেশি দক্ষতা অর্জন করেছে তা নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-৯

একটি তাসের প্যাকেট হতে 3 টি তাস নির্বিচারে নেওয়া হলো।

ক. তাসটি হরতন হবার সম্ভাব্যতা কত?

খ. তাসটি কমপক্ষে একটি রাজা হবার সম্ভাবনা কত?

গ. তাসগুলো একই স্যুটের সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

সৃজনশীল প্রশ্ন-১০

এক প্যাকেট তাস হতে পুনঃস্থাপন করে পরপর 2 টি তাস নেওয়া হলো। তাস দুটি

ক. পরপর না নিয়ে একবারে নিলে তাসদ্বয় টেক্কা হওয়ার সম্ভাব্যতা কত?

খ. একই রঙের রাণী হবার সম্ভাবনা কত?

গ. একই স্যুটের রাজা হওয়ার সম্ভাবনা কত?