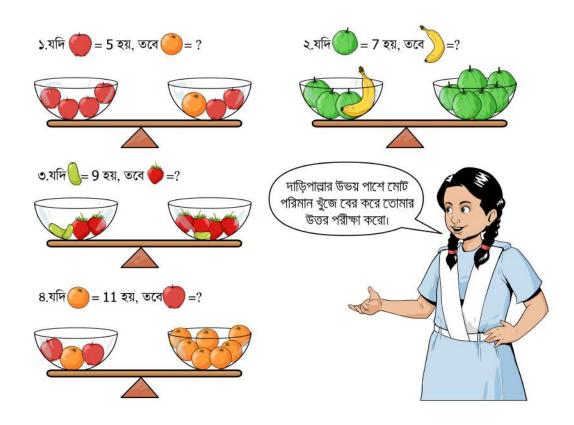
অজানা রাশির সমীকরণ

একচলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণ (Linear Equations in one Variable)

আমরা ৬ষ্ঠ শ্রেণিতে সমীকরণ ও সরল সমীকরণ সম্পর্কে জেনে এসেছি এবং বাস্তবভিত্তিক সমস্যা থেকে সমীকরণ গঠন করতে শিখেছি। সপ্তম শ্রেণির এ অধ্যায়ে আমরা সমীকরণ সমাধানের কিছু বিধি ও প্রয়োগ সম্পর্কে জানব।

৬ষ্ঠ শ্রেণিতে আমরা সরল সমীকরণ সমাধানের জন্য কতগুলো নিয়ম শিখেছিলাম। চলো নিয়ম গুলোর বাস্তব প্রমান করতে চেষ্টা করি।

নিচের নির্দেশিত ভারসাম্য থেকে অজানা মানগুলো কী হতে পারে তা চিন্তা করো এবং ফলাফল খাতায় লিখ।



উপরের চিত্রে বর্ণিত সমস্যা থেকে তোমরা কোনো সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পেরেছ কি?প্রাপ্ত সিদ্ধান্ত আমরা সমীকরণের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করতে পারি কি?। চলো সিদ্ধান্তগুলো খাতায় লিখে ফেলি।

ভারসাম্য সমীকরণ

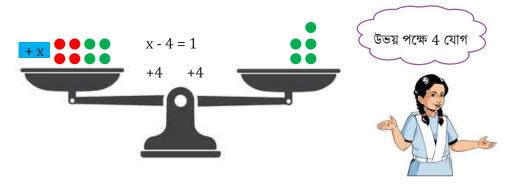
ভারসাম্য স্কেল করার নিয়মগুলিও সমীকরণের ভারসাম্যের জন্য ব্যবহার করা যেতে পারে। একটি সমীকরণের ভারসাম্য বজায় রাখা হবে যদি আমরা :

- উভয় পাশে একই পরিমাণ যোগ করি।
- উভয় দিক থেকে একই পরিমাণ বিয়োগ করি।
- উভয় পক্ষকে একই পরিমাণ দ্বারা গৃণ করি।
- উভয় পক্ষকে একই পরিমাণ দ্বারা ভাগ করি।



একটি সমীকরণের ভারসাম্য বজায় থাকলে, আমরা সমীকরণের সমাধান (গুলি) পরিবর্তন করব না। চলো উপরের সিদ্ধান্তগুলি সমীকরণের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করতে চেষ্টা করি।

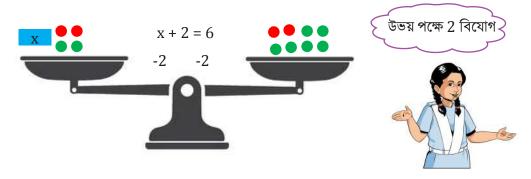
১। x-4=1 মূল সমীকরণ



চলো, পাল্লা ও ওজন-বাটখাড়া ব্যবহার করে দুই পক্ষ আমরা সাম্যাবস্থায় আনতে চেষ্টা করি। পাল্লায় পর্যায়ক্রমে ওজন (বৃত্ত সংখ্যা) বসাই। দুই পক্ষ সাম্যাবস্থায় আনি। পরিশেষে আমরা পাবো x=5.

সিদ্ধান্ত-১:সমীকরণের উভয়পক্ষে একই সংখ্যা বা রাশি যোগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে।

২। x + 2 = 6 মূল সমীকরণ



চলো, পাল্লা ও ওজন-বাটখাড়া ব্যবহার করে দুই পক্ষ আমরা সাম্যাবস্থায় আনতে চেষ্টা করি। পাল্লায় পর্যায়ক্রমে ওজন (বৃত্ত সংখ্যা) বসাই। দুই পক্ষ সাম্যাবস্থায় আনি। পরিশেষে আমরা পাবো x=4.

সিদ্ধান্ত-২:সমীকরণের উভয়পক্ষ থেকে একই সংখ্যা বা রাশি বিয়োগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে।

কাজ: পাল্লা ও ওজন-বাটখাড়া ব্যবহার করে x+6=9 সমীকরণটির পরিবর্তীত সমীকরণ বের করো এবং গুণ ও ভাগের বিধি নির্ণয় করো।

ক) সমীকরণটির সাথে 3 যোগ করা হয়

খ) সমীকরণটি থেকে 3 বিয়োগ করা হয়

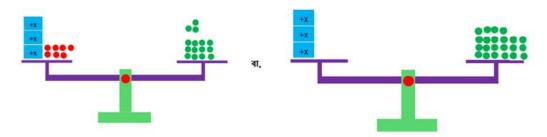
গ) 4 দ্বারা পুণ করা হয়

ঘ) 2 দ্বারা ভাগ করা হয়

সমীকরণের বিধিসমূহ

31

পাল্লা ও ওজন-বাটখাড়া ব্যবহার করে সমীকরণ 3x-7=15 থেকে সমীকরণ 3x=15+7 পাওয়ার প্রক্রিয়াটি পর্যবেক্ষণ করি।



আমরা কী বুঝতে পারলাম? এই প্রক্রিয়াটিকে আমরা সমীকরণের পক্ষান্তর বিধি বলতে পারি।

এবার, পাল্লা ও ওজন-বাটখাড়া ব্যবহার করে নিচের সমীকরণগুলোর পরিবর্তীত সমীকরণ নির্ণয় করো। সমীকরণগুলো পর্যবেক্ষণ করে কোন ক্ষেত্রে যোগের বর্জন বিধি, গুণের বর্জন বিধি, আড়গুণন বিধি, প্রতিসাম্য বিধি ব্যবহার করা যাবে সে সম্পর্কে সিদ্ধান্ত দাও।

একক কাজ:

8।
$$\frac{3x}{2} = \frac{7}{4}$$
 থেকে $12x = 14$

$$c \mid 5x + 2 = 7x - 4$$
 থেকে $7x - 4 = 5x + 2$

এবার চলো সরল সমীকরণ গঠন ও সমাধান করতে চেষ্টা করি।

যোগের সমীকরণ:

যদি বাংলাদেশের সর্বোচ্চ শৃঙ্গা তাজিনডং এর উচ্চতা বাংলাদেশের দ্বিতীয় সর্বোচ্চ শৃঙ্গা কেওকারাডং এর চেয়ে 295 মিটার বেশি হয় এবং তাজিনডং এর উচ্চতা 1280 মিটার হয়, তবে কেওকারাডং এর উচ্চতা চল বের করি।

কেওকারাডং এর উচ্চতা বের করার জন্য আমরা একটি সমীকরণ গঠন ও ইহার সমাধান করবো।

ধরি, কেওকারাডং এর উচ্চতা= x মিটার

কেওকারাডং এর উচ্চতা +295 মিটার= তাজিনডং এর উচ্চতা

বা, x+295=1280

বা, x+295-295=1280-295

বা, x=985

সূতরাং, কেওকারাডং এর উচ্চতা=985 মিটার

সমীকরণের উভয়পক্ষে একই সংখ্যা বা রাশি যোগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে।

বিয়োগের সমীকরণ:

কবি নজরুল হাই স্কুলে "নিরাপদ হাত ধোয়া কর্মসূচী" অনুষ্ঠিত হয়। উক্ত কর্মসূচীতে 42 জন শিক্ষার্থী অনুপস্থিত ছিল এবং 915 জন কর্মসূচীতে অংশ গ্রহন করেছিল। কবি নজরুল হাই স্কুলে মোট শিক্ষার্থী সংখ্যা নির্ণয় করি।

কবি নজরুল হাই স্কুলে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা বের করার জন্য প্রদত্ত তথ্যের আলোকে আমরা একটি সমীকরণ গঠন ও ইহার সমাধান করবো।

মোট শিক্ষার্থী - অনুপস্থিত শিক্ষার্থী=উপস্থিত শিক্ষার্থী

বা, x-42=915

বা, x-42+42=915+42

বা, x=957

সুতরাং, কবি নজরুল হাই স্কুলে মোট শিক্ষার্থীর সংখ্যা 957 জন

গুণের সমীকরণ:

সালাম প্রতিদিন অতিরিক্ত সময় কাজের জন্য প্রতি ঘণ্টায় 300 টাকা করে পান। তিনি এ মাসে অতিরিক্ত সময় কাজের এর জন্য প্রাপ্য 9000 টাকা দিয়ে একটি মোবাইল ক্রয় করেন। তিনি মোট কত সময় অতিরিক্ত কাজ করেন? প্রদত্ত তথ্যের আলোকে আমরা একটি সমীকরণ গঠন ও ইহার সমাধান করবো।

প্রতি ঘণ্টায় অতিরিক্ত টাকা× অতিরিক্ত কাজের সময় = মোবাইলের ক্রয় মূল্য

বা, $300 \times h = 9000$

সমীকরণের উভয়পক্ষকে অশূন্য একই সংখ্যা বা রাশি দ্বারা ভাগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে। যদি x=a এবং $b\neq 0$ হয় তাহলে x/b=a/b

সমীকরণের উভয়পক্ষে একই সংখ্যা বা রাশি যোগ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে। যদি x=a হয় তাহলে x+b=a+b

$$41, \frac{300}{300} h = \frac{9000}{300}$$

সুতরাং h =30

অতিরিক্ত কাজের সময় 30 ঘণ্টা।

ভাগের সমীকরণ:

একটি হাঙর ঘন্টায় গড়ে 20 মাইল গতিতে সাঁতার কাটতে পারে। 24 ঘন্টায় এই গতিতে সাঁতার কেটে সে কত দূরত্ব অতিক্রম করতে পারবে?

প্রদত্ত তথ্যের আলোকে আমরা একটি সমীকরণ গঠন ও ইহার সমাধান করবো।

মোট অতিক্রান্ত দূরত ÷ মোট সময়=প্রতি ঘন্টায় অতিক্রান্ত দূরত

বা.
$$d \div 24 = 20$$

বা,
$$\frac{d}{24} = 20$$

$$a_{1}$$
, $\frac{d}{24} \times 24 = 20 \times 24$

সুতরাং, মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব=480 মাইল

একটি সরল সমীকরণের সমাধান ব্যাখ্যা:

চল নিচের সমীকরণটি সমাধান করি এবং সমীকরণটির সমতা যাচাই করে দেখি।

$$3(7-2x) = -4x + 30$$

$$7, 21 - 6x = -4x + 30$$

$$\sqrt{3}, -6x + 4x = 30 - 21$$

বা,
$$-2x = 9$$

বা,
$$2x = -9$$

$$X = -\frac{9}{2}$$

সুতরাং, সমীকরণের মূল - $\frac{9}{2}$

সমতা যাচাই:

বামপক্ষ =
$$3(7 - 2x) = 3(7 - 2) = 3(7 + 9) = 48$$

সমীকরণের উভয়পক্ষকে একই সংখ্যা বা রাশি দ্বারা গুণ করলে পক্ষদ্বয় সমান থাকে। যদি x=aহয় তাহলে xb=ab

ডানপক্ষ =
$$-4x + 30 = -4 \left(-\frac{9}{2}\right) + 30 = 18 + 30 = 48$$

মূলটি সমীকরণের উভয়পক্ষে বসিয়ে বামপক্ষ ও ডানপক্ষের মান সমান পাওয়া গেল।

উদাহরণঃ কাগজ কেটে এবং রঙ করে সরল সমীকরণের সমাধান কর: x+3=3

একক কাজ

দাঁড়িপাল্লার ভারসাম্যের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলো সমাধান করে দেখাও।

- ১. কোন সংখ্যার দ্বিগুণের সাথে 5 যোগ করলে যোগফল 25 হবে?
- ২. দুইটি সংখ্যার যোগফল 55 এবং বড় সংখ্যাটির 5 গুণ ছোট সংখ্যাটির 6 গুণের সমান। সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করো।
- ৩. গীতা, রিতা ও মিতা একত্রে 180 টাকা আছে। রিতার চেয়ে গীতার 6 টাকা কম ও মিতার 12 টাকা বেশি আছে। কার কত টাকা আছে?

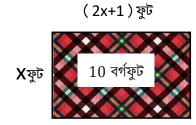
একচলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ (Quadratic Equations in one Variable)

আমরা বিভিন্ন ধরণের বহুপদী রাশি শিখে এসেছি। বিভিন্ন ধরনের বহুপদী ব্যবহার করে এক চলক বিশিষ্ট সরল সমীকরণ গঠন ও সমাধান করা শিখেছি। এখন আমরা দ্বিমাত্রিক বহুপদী ব্যবহার করে একচলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন ও এর ব্যবহার সম্পর্কে পরিচিতি লাভ করব।

কর্মপত্র ১

ধর তোমার পড়ার টেবিলের উপর একটি টেবিলক্লথ বিছানোর সিদ্ধান্ত নিয়েছে। এতে 10 বর্গফুট ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট কাপড় স্থাপন করা হবে যার দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণের চেয়েও 1 ফুট বেশি। আমরা যদি ঐ টেবিলের দৈর্ঘ্য

ও প্রস্থ বের করতে চাই তা হলে কি করতে হবে ভেবেছ কি? প্রস্থ কত হবে তোমরা কি কেউ বলতে পার? যেহেতু প্রস্থ আমাদের অজানা , চলো আমরা প্রস্থকে আজানা রাশি x ফুট ধরে নিই। এবার তোমরা বলতে পার কি ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত হবে?যেহেতু দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণের চেয়েও ১ফুট বেশি। তা হলে আমরা দৈর্ঘ্যকে অজানা রাশির মাধ্যমে কীভাবে লিখব?নিশ্চয়ই দৈর্ঘ্য হবে (2x + 1) ফুট। এবার চলো আমরা এই তথ্যগুলোকে চিত্রে উপস্থাপন করে দেখি। তোমরা কি এই তথ্যগুলোকে নিয়ে গঠিত সমীকরণটি কেমন হবে বলতে পারো?

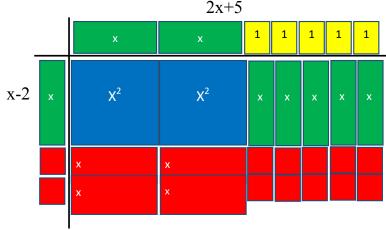


টেবিলক্লথের প্রস্থ x ফুট এবং এর দৈর্ঘ্য =(2x+1) ফুট, কাজেই, ক্ষেত্রফল হবে x(2x+1) বর্গফুট। গঠিত সমীকরণটি হবে x(2x+1)=10 সূতরাং, $2x^2+x-10=0$

এই সমীকরণটি তোমরা লক্ষ করেছ কি?তোমরা কি বলতে পারো $2x^2+x-10=0$ সমীকরণে চলক কয়টি?তোমরা নিশ্চয়ই বলবে চলক ১টি। এখন যদি প্রশ্ন করি চলকের সর্বোচ্চ ঘাত কত? তোমরা নিশ্য়ই বলবে 2। তোমরা কি বলতে পারো সমীকরণটিতে x^2 এর সহগ কত ? x এর সহগ কত ?এবং ধ্রুবক কত?

এখন চলো x^2 এর সহগকে a, x এর সহগকে b এবং ধ্রুব পদকে c দ্বারা সূচিত করি। ফলে আমরা $ax^2 + bx + c = 0$ যার ইংরেজী নাম হলো Quadratic Equation. তোমরা কি বলতে পারো এ ধরনের সমীকরণকে কি আকারের সমীকরণ বলে। এটি হলো সমীকরণের আদর্শ আকার। যেখানে, a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \leq o$

কাগজের টুকরাগুলোর সাহায্যে সমীকরণটিকে বিভিন্নভাবে রুপদান করে আয়তক্ষেত্র অথবা বর্গক্ষেত্র গঠন করি।



আয়ত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল, (2x+5)(x-2)=0

সুতরাং, (2x+5)(x-2)=0

বা, (2x+5)=0 অথবা (x-2)=0

∴ x =-5/2 অথবা x=2

বিশেষ দ্রষ্টব্যঃ x = -5/2 গ্রহণযোগ্য নয় যেহেতু কাপড়ের দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক (-) হওয়া সম্ভব নয়।

একক কাজ:

আদর্শ সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ আকারে লিখ এবং a, b, c এর মান খুঁজে বের করো।

	আদর্শ আকার	a, b, c
3x-2x ² =7	2x ² -3x+7=0	2, -3, 7
(x-7)(x+7)=3x		
5+2z ² =6z		
2x(x-3)=15		
5w(7w-2)=10w+1		
4y-3y(y)=9		
A+2a ² -19=5a ²		

কর্মপত্রঃ ২

সমীকরণ গঠন:

নিচে একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের চিত্র দেয়া আছে। চল উহার তথ্যপুলো থেকে সমীকরণ গঠন করি এবং উহা দ্বিঘাত সমীকরণ কি না পরীক্ষা করি।

চিত্রটিতে আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য=(x+2) মিটার, প্রস্থ= xমিটার

ক্ষেত্রফল= (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ)বর্গমিটার

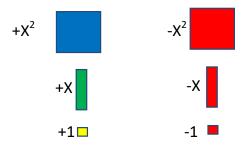
24=(x+2) x বর্গমিটার

 $x^2+2x-24=0$

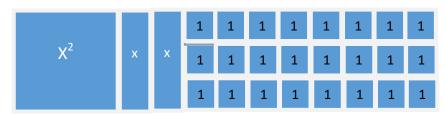
সুতরাং, $x^2+2x-24=0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ

x+2 x 24 বগমিটার

এখন চলো উপরের $x^2+2x-24=0$ সমীকরণকে কাগজকাটা পদ্ধতিতে নিম্মরুপে দৃশ্যমান করি। সমীকরণটিকে সমাধান করার জন্য প্রথমে লাল, সবুজ, নীল ও হলুদ রঙের কাগজ নিই। কাগজগুলোকে সঠিকভাবে নিম্মের আকৃতিতে কাটি এবং $+x^2$, $-x^2$, +x, -x, +1, -1 দ্বারা চিহ্নিত করি।



এবার সমীকরণটিকে কাগজের টুকরার সাহায্যে উপস্থাপন করি।



কাগজের টুকরাগুলোর সাহায্যে সমীকরণটিকে বিভিন্নভাবে রুপদান করে আয়তক্ষেত্র অথবা বর্গক্ষেত্র গঠন করি।

আয়ত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল,

(x+6)(x-4)=0

সুতরাং, (x+6)(x-4)=0

(x+6)=0 (x-4)=0

X=-6 x=4

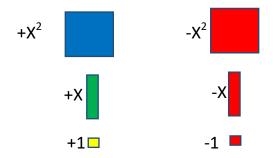
বিশেষ দুষ্টব্যঃ

এখানে যেহেতু আয়তক্ষেত্র, সেহেতু X=-6 গ্রহণযোগ্য নয়।

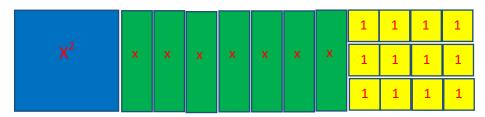
	X	1	1	1	1	1	1
х	X ²	х	х	x	х	x	х
1	Х	1	1	1	1	1	1
1	X	1	1	1	1	1	1
1	X	1	1	1	1	1	1
1	X	1	1	1	1	1	1

উদাহরণঃ কাগজ কেটে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান কর: x²+7x+12=0

সমীকরণটিকে সমাধান করার জন্য প্রথমে লাল, সবুজ, নীল ও হলুদ রঙের কাগজ নিই। কাগজগুলোকে সঠিকভাবে নিয়ের আকৃতিতে কাটি এবং $+x^2$, +x, +x,



এবার সমীকরণটিকে কাগজের টুকরার সাহায্যে উপস্থাপন করি।



কাগজের টুকরাগুলোর সাহায্যে সমীকরণটিকে বিভিন্নভাবে রুপদান করে আয়তক্ষেত্র অথবা বর্গক্ষেত্র গঠন করি।

	v	1	1	1	1
x	X ²	x	x	x	X
1	V	1	1	1	1
1	V	1	1	1	1
1	v	1	1	1	1

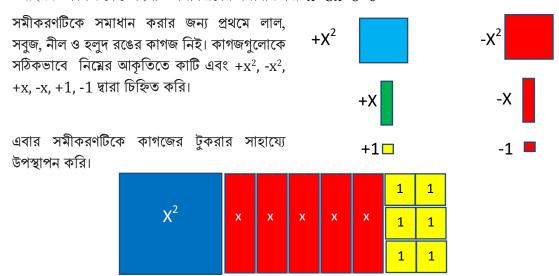
আয়ত ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল, (x+4)(x+3)=0

$$(x+4)=0$$
 $(x+3)=0$

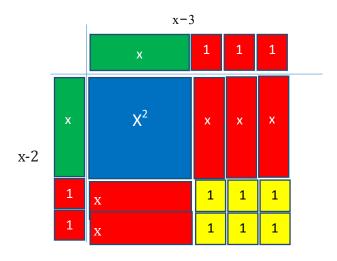
$$X=-4$$
 $x=-3$

কাজ: একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা ৪ মিটার বেশি এবং ইহার ক্ষেত্রফল 105 বর্গমিটার হলে, প্রদত্ত তথ্যের সাহায্যে সমীকরণ গঠন করো।

উদাহরণঃ কাগজ কেটে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান কর: x²-5x+6=0



কাগজের টুকরাগুলোর সাহায্যে সমীকরণটিকে বিভিন্নভাবে রুপদান করে আয়তক্ষেত্র অথবা বর্গক্ষেত্র গঠন করি।

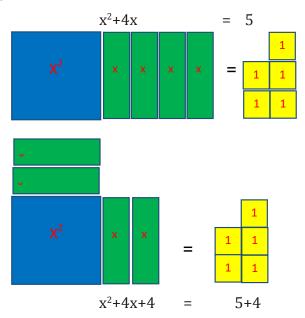


আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল, (x-3)(x-2)=0

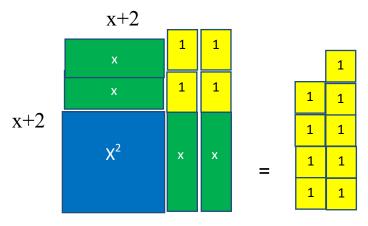
$$x=3$$
 $x=2$

উদাহরণঃকাগজ কেটে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান কর: $x^2+4x=5$

সমীকরণটিকে সমাধান করার জন্য প্রথমে লাল, সবুজ, নীল ও হলুদ রঙের কাগজ নিই। কাগজগুলোকে সঠিকভাবে নিম্নের আকৃতিতে কাটি এবং $+x^2$, $-x^2$, +x, -x, +1, -1 দ্বারা চিহ্নিত করি। এবার সমীকরণটিকে কাগজের টুকরার সাহায্যে উপস্থাপন করি।



কাগজের টুকরাগুলোর সাহায্যে সমীকরণটিকে বিভিন্নভাবে রুপদান করে আয়তক্ষেত্র অথবা বর্গক্ষেত্র গঠন করি।



এখন, x²+4x+4=5+4

$$(x+2)^2 = 5+4$$

$$\sqrt{(x+2)^2} = \sqrt{9}$$

$$x+2=+-3$$

$$x=3-2 x=-3-2$$

সমাধান, x=1অথবা x=-5

কাজ: $x^2+6x-7=0$ কাগজ কেটে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান কর

একক কাজ

দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করো এবং কাগজ কেটে সমাধান করো।

- ১. দুই অজ্ঞবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অজ্ঞদ্বয়ের সমষ্টি 15 এবং এদের গুণফল 56; সংখ্যাটি কত?
- ২. একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল 192 বর্গমিটার। মেঝের দৈর্ঘ্য 4 মিটার কমালে ও প্রস্থ 4 মিটার বাড়ালে ক্ষেত্রফল অপরিবর্তিত থাকে। মেঝের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করো।
- একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 15 সে.মি. ও অপর বাহদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অন্তর 3 সে.মি.।
 ঐ বাহদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
- 8. একটি ব্রিভুজের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুণ অপেক্ষা 6 সে.মি. বেশি। ব্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল 810 বর্গ সে.মি. হলে, এর উচ্চতা কত?
- ৫. একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তার সহপাঠীর সংখ্যার সমান টাকা চাঁদা দেওয়ায় মোট 420 টাকা চাঁদা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত এবং প্রত্যেকে কত টাকা করে চাঁদা দিল?
- ৬. একটি শ্রেণিতে যতজন ছাত্র-ছাত্রী পড়ে প্রত্যেকে তত পয়সার চেয়ে আরও 30 পয়সা বেশি করে চাঁদা দেওয়াতে মোট 70 টাকা উঠল। ঐ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা কত?