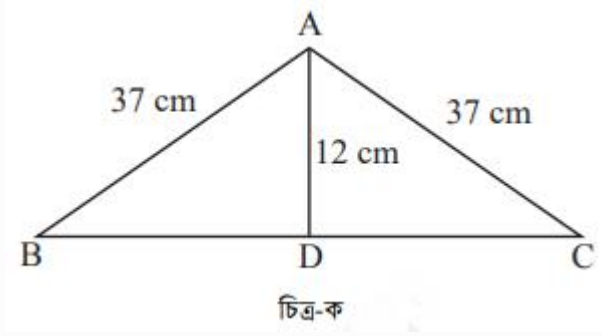


অনুশীলনী

১। চিত্র ক-এ প্রদত্ত আকৃতি পরিমাপের ক্ষেত্রে কীভাবে সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করবে? সমস্যাটি সমাধান করো এবং পিথাগোরাসের উপপাদ্য কীভাবে সাহায্য করল যুক্তি দাও।

AD = 12 cm হলে BC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।



সমাধানঃ

চিত্র ক-এ প্রদত্ত আকৃতি পরিমাপের ক্ষেত্রে সমকোণী ত্রিভুজের একটি বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করা যায়। সেটি হলোঃ-

সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

এখানে, দুইটি সমকোণী ত্রিভুজ $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ আছে; তাহলে উপরোক্ত সমকোণী ত্রিভুজের বৈশিষ্ট্য অনুসারে আমরা লিখতে পারি-

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 \dots\dots(i)$$

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \dots\dots(ii)$$

এবং এই দুই সমীকরণ থেকে আমরা চিত্র ক-এ প্রদত্ত আকৃতি পরিমাপ করতে পারি।

BC এর মান নির্ণয়ঃ

(i) নং এ, AD = 12 cm; AC = 37 cm বসিয়ে পাই,

$$37^2 = 12^2 + DC^2$$

$$\text{বা, } DC^2 = 37^2 - 12^2$$

$$\text{বা, } DC^2 = 1225$$

$$\text{বা, } DC = \sqrt{1225} = 35$$

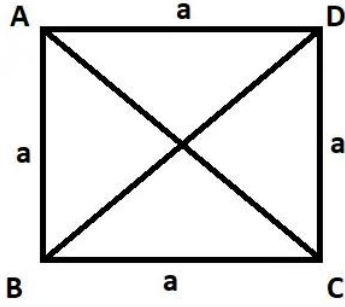
অনুরূপভাবে, (ii) নং থেকে পাই,

$$BD = 35$$

$$\therefore BC = BD + DC = 35 + 35 = 70 \text{ cm}$$

২। চিত্র ঐকে বা কাগজ কেটে প্রমাণ করো- বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান।

সমাধানঃ



মনে করি, ABCD একটি বর্গ যাদের AC ও BD দুইটি কর্ণ। নিম্নের চিত্রে বর্গ ও তার কর্ণদ্বয়কে ঐকে দেখানো হলো। এখন এই চিত্র থেকে প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD.

প্রমাণঃ

ABCD বর্গে, AB = BC = CD = DA = a [\therefore বর্গের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হয়];

আবার, $\angle BCD = 90^\circ$ [যেহেতু, ABCD একটি বর্গ]

$\therefore \triangle BCD$ হতে পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে পাই,

$$BD^2 = BC^2 + DC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\text{বা, } BD = \sqrt{(2a^2)} = \sqrt{2}.a \dots\dots(i)$$

অনুরূপভাবে,

$$AC^2 = CD^2 + DA^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{(2a^2)} = \sqrt{2}.a \dots\dots(ii)$$

এখন, (i) ও (ii) হতে পাই,

$$AC = BD \text{ [প্রমাণিত]}$$

৩। ধরো চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে 4 cm, 3 cm, 3.5 cm, 5 cm এবং যে কোনো একটি কোণ দেওয়া আছে 60 ডিগ্রি। চতুর্ভুজটি অঙ্কন করো। [জমির নকশায় ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ এর ৩ নং প্রশ্ন এটি; পর্যায়ক্রমে সব দেয়া হয়েছে।]

সমাধানঃ

চিত্রানুসারে,

$\triangle BCD$ -এ,

$$BD^2 + CD^2 = CB^2 \text{ [পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে]}$$

$$\text{বা, } BD^2 = CB^2 - CD^2$$

$$\text{বা, } BD^2 = 5^2 - 3^2$$

$$\text{বা, } BD^2 = 25 - 9$$

$$\text{বা, } BD^2 = 16$$

$$\text{বা, } BD = 4 \text{ cm [বর্গমূল করে]}$$

আবার,

$\triangle ACD$ -এ,

$$AD^2 + CD^2 = AC^2 \text{ [পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে]}$$

$$\text{বা, } AD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = 12^2 - 3^2$$

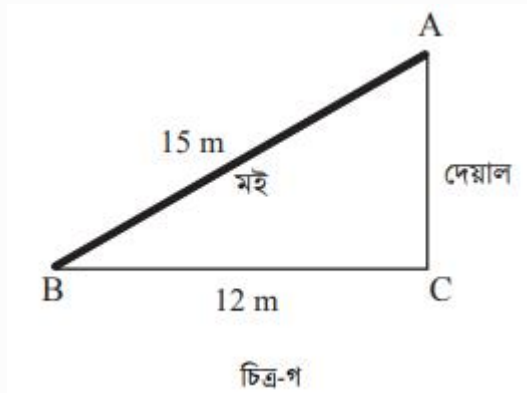
$$\text{বা, } AD^2 = 144 - 9$$

$$\text{বা, } AD^2 = 135$$

$$\text{বা, } AD = 3\sqrt{15} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\therefore AB = AD + BD = (3\sqrt{15} + 4) \text{ cm}$$

৫। তোমার স্কুলের একটি দেয়াল রঙ করার জন্য যদি 15 m একটি মইকে দেয়াল থেকে 12 m দূরত্বে স্থাপন করা হয় (চিত্র : গ)। তাহলে ভূমি থেকে মইয়ের শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত দেয়ালের উচ্চতা নির্ণয় করো।



সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে,

$$AB = \text{মইয়ের দৈর্ঘ্য} = 15\text{m}$$

$$BC = \text{ভূমির দৈর্ঘ্য} = 12\text{m}$$

AC = ভূমি থেকে মইয়ের শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত দেয়ালের উচ্চতা

এখন, AB, BC, AC মিলিত হয়ে একটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করেছে যেখানে, $\angle BCA = 90^\circ$ ।

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 15^2 - 12^2$$

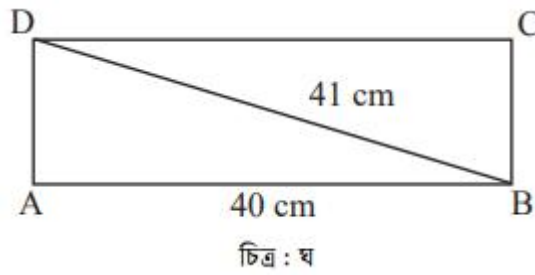
$$\text{বা, } AC^2 = 225 - 144$$

$$\text{বা, } AC^2 = 81$$

$$\text{বা, } AC = 9 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

\therefore ভূমি থেকে মইয়ের শীর্ষবিন্দু পর্যন্ত দেয়ালের উচ্চতা 9m.

৬। চিত্র : ঘ এর আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা নির্ণয় করো।



সমাধানঃ

চিত্র অনুসারে,

$\triangle ABD$ -এ,

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = BD^2 - AB^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = 41^2 - 40^2$$

$$\text{বা, } AD^2 = 1681 - 1600$$

$$\text{বা, } AD^2 = 81$$

$$\text{বা, } AD = 9 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

অর্থাৎ,

আয়তক্ষেত্রটির প্রস্থ = $AD = BC = 9 \text{ cm}$;

আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = $AB = CD = 40 \text{ cm}$.

\therefore আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা

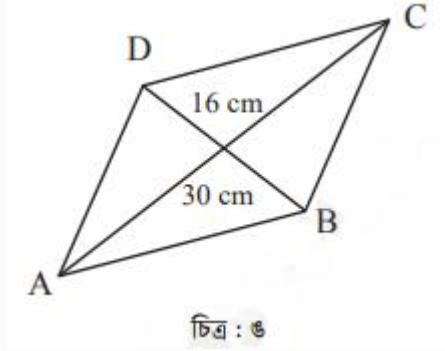
$$= 2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \text{ একক}$$

$$= 2(40+9) \text{ cm}$$

$$= 2 \times 49 \text{ cm}$$

$$= 98 \text{ cm}$$

৭। চিত্র : ৬ এর রম্বসের কর্ণ $AC = 30 \text{ cm}$. ও $BD = 16 \text{ cm}$. হলে রম্বসের পরিধি নির্ণয় করো।



সমাধানঃ

আমরা জানি,

রম্বসের কর্ণদ্বয় নিজেদের ছেদবিন্দুতে নিজেদেরকে সমান দৈর্ঘ্যে দ্বিখন্ডিত করে এবং একে অপরের সাথে লম্বভাবে অবস্থান করে।

এখন, AC ও BD এর ছেদবিন্দু O হলে,

$$AO = \frac{1}{2} \times 30 \text{ cm} = 15 \text{ cm};$$

$$BO = \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} = 8 \text{ cm};$$

$\therefore \triangle ABO$ -এ,

$$AB^2 = AO^2 + OB^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = 15^2 + 8^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = 225 + 64$$

$$\text{বা, } AB^2 = 289$$

$$\text{বা, } AB = 17 \text{ [বর্গমূল করে]}$$

অর্থাৎ, রম্বসটির বাহুর দৈর্ঘ্য = 17 cm

$$\therefore \text{রম্বসটির পরিধি} = 4 \times 17 \text{ cm} = 68 \text{ cm}.$$

৮। যদি (3, 4 ও 5) পিথাগোরিয়ান ত্রয়ী হয়, তবে (3k, 4k ও 5k) পিথাগোরিয়ান ত্রয়ী হবে, যেখানে k যে কোনো ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। উক্তিটির যথার্থতা যাচাই করো।

সমাধানঃ

যেহেতু (3, 4 ও 5) পিথাগোরিয়ান ত্রয়ী সেহেতু, $3^2+4^2=5^2$

এখন, $(3k)^2+(4k)^2=(5k)^2$ এর ক্ষেত্রে k এর জন্য ধনাত্মক ও ঋণাত্মক মান ধরে হিসাব করি-

K=1 হলে,

$$(3.1)^2+(4.1)^2=(5.1)^2$$

$$\text{বা, } 3^2+4^2=5^2$$

$$\text{বা, } 9+16=25$$

$$\text{বা, } 25=25, \text{ যা যথার্থ।}$$

আবার,

K=-1 হলে,

$$(3.-1)^2+(4.-1)^2=(5.-1)^2$$

$$\text{বা, } (-3)^2+(-4)^2=(-5)^2, \text{ কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যের মান ঋণাত্মক হতে পারে না।}$$

আবার,

K=2 হলে,

$$(3.2)^2+(4.2)^2=(5.2)^2$$

$$\text{বা, } 6^2+8^2=10^2$$

$$\text{বা, } 36+64=100$$

$$\text{বা, } 100=100 \text{ যা যথার্থ।}$$

আবার,

K=-2 হলে,

$$(3.-2)^2+(4.-2)^2=(5.-2)^2$$

$$\text{বা, } (-6)^2+(-8)^2=(-10)^2, \text{ কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যের মান ঋণাত্মক হতে পারে না।}$$

অর্থাৎ, k এর মান ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা হতে পারে না কিন্তু সকল ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হতে পারে [উক্তিটির যথার্থতা যাচাই করা হলো]

৯। যেকোনো ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও অর্ধেক। যে কোনো আকৃতির ত্রিভুজ তৈরি করে বা কাগজ কেটে পরিমাপের মাধ্যমে উক্তিটির সত্যতা নিশ্চিত করো।

সমাধানঃ

যেকোনো আকৃতির ত্রিভুজ ABC তৈরি করি এবং AB ও AC এর মধ্যবিন্দু P ও Q সংযুক্ত করি। এখন নিচের সারণিতে বাহুর দৈর্ঘ্য পরিমাণ করে নিম্নোক্ত তথ্যগুলি পূরণ করে প্রদত্ত উক্তিটির সত্যতা নিশ্চিত করি।

বাহুর দৈর্ঘ্য	বাহুর দৈর্ঘ্য	অনুপাত
AP = 2.5 cm	BP = 2.5 cm	AP/BP = 1
AQ = 2.5 cm	CE = 2.5 cm	AQ/CE = 1
BC = 4 cm	PQ = 2 cm	BC/PQ = 2

সারণি থেকে পাই,

$$BP = CQ = 2.5 \text{ cm},$$

$$\therefore BC \parallel PQ$$

আবার,

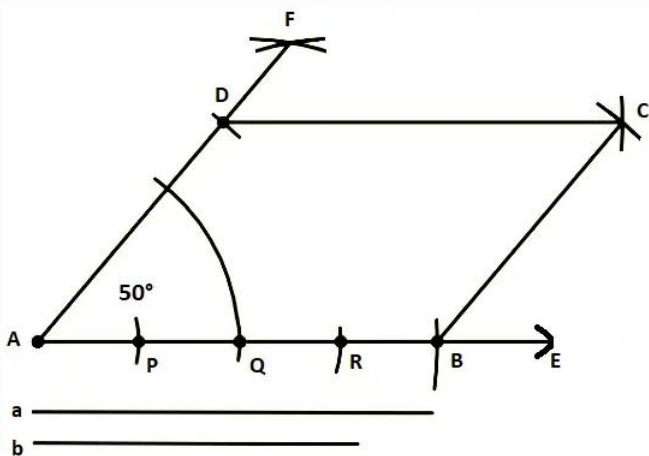
$$BC/PQ = 2$$

$$\text{বা, } PQ = \frac{1}{2}BC$$

অর্থাৎ, প্রদত্ত উক্তিটির সত্যতা যাচাই করা হলো।

১০। সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 6 cm ও 5 cm এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 50° হলে সামান্তরিকটি অঙ্কন করো।

সমাধানঃ



মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 6 \text{ cm}$ ও $b = 5 \text{ cm}$ এবং এই বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 50° । সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনঃ

(ক) যেকোনো রশ্মি AE লই।

(খ) A কে কেন্দ্র করে যেকোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা AE কে P বিন্দুতে ছেদ করে। এবং অনুরূপভাবে AP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে P কে কেন্দ্র করে Q, Q কে কেন্দ্র করে R ছেদ বিন্দু লই।

(গ) Q ও R কে কেন্দ্র করে AE এর একই দিকে AR এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যারা পরস্পরকে F বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $\angle EAF = 50^\circ$ অঙ্কিত হলো।

(ঘ) A, F যোগ করি।

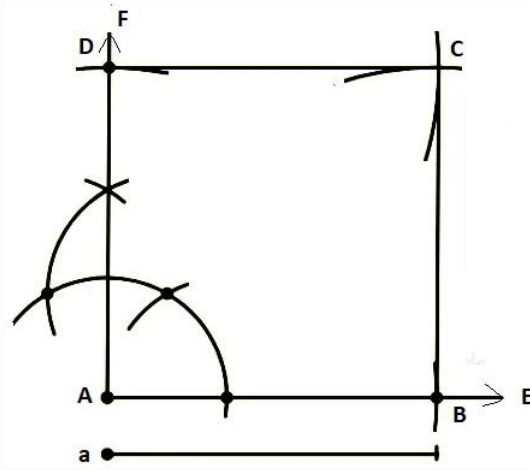
(ঙ) AE থেকে $AB = a$, AF থেকে $AD = b$ কেটে নিই।

(চ) D কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ ও B কে কেন্দ্র করে b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle DAB$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যারা পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(ছ) D,C ও A,B যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

১১। একটি বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 5 cm হলে বর্গটি অঙ্কন করো।

সমাধানঃ



মনে করি একটি বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 5 \text{ cm}$ দেওয়া আছে, বর্গটি আঁকতে হবে।

অংকনঃ

(ক) যেকোনো রশ্মি AE নিই।

(খ) AE থেকে $AB = a$ কেটে নিই।

(গ) A বিন্দুতে AF লম্ব আঁকি এবং AF থেকে $AD = a$ কেটে নিই।

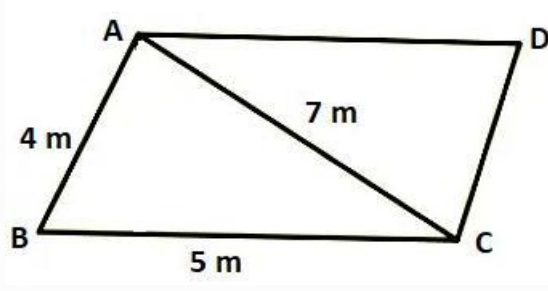
(ঘ) B ও D কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle DAB$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি যারা পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(ঙ) D,C ও B,C যোগ করি। তাহলে ABCD-ই নির্ণেয় বর্গ।

১২. একটি সামান্তরিক আকৃতির জমির দুটি সম্মিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 4 m ও 5 m এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 7 m। সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত গাণিতিক প্রশ্ন অনুসারে নিম্নোক্ত মডেল চিত্রটি অঙ্কন করি-



চিত্র অনুসারে,

ΔABC -এ

$$\text{পরিসীমা} = (4+5+7) \text{ m} = 16 \text{ m};$$

$$\therefore \text{অর্ধ-পরিসীমা, } s = 16/2 \text{ m} = 8 \text{ m};$$

এবং, তিনটি বাহু a, b, c এর মান যথাক্রমে 4m, 5m, 7m;

$\therefore \Delta ABC$ -এর ক্ষেত্রফল

$$= \sqrt{\{s(s-a)(s-b)(s-c)\}} \text{ বর্গ একক}$$

$$= \sqrt{\{8(8-4)(8-5)(8-7)\}} \text{ m}^2$$

$$= \sqrt{(8 \times 4 \times 3 \times 1)} \text{ m}^2$$

$$= \sqrt{96} \text{ m}^2$$

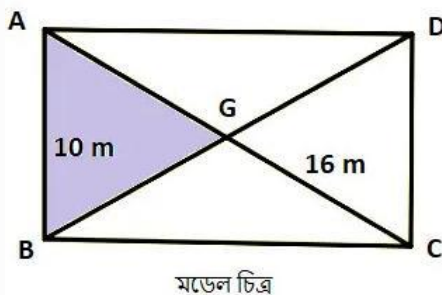
এখন, সামান্তরিকের যেকোনো কর্ণ সামান্তরিকটিকে দুইটি সমান ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

$$\therefore \text{সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল} = 2 \times \sqrt{96} \text{ m}^2 = 19.5959 \text{ m}^2 \text{ (প্রায়)}$$

১৩। ABCD আয়তাকার জমির AB = 10 m এবং কর্ণ AC = 16 m । কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু G হলে ΔAGB এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

প্রদত্ত প্রশ্নের একটি গাণিতিক মডেল চিত্র অঙ্কন করি যা নিম্নরূপঃ



চিত্র বা শর্ত অনুসারে,

আয়তাকার জমির কর্ণ = AC = BD = 16 m [যেহেতু আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় সমান];

এবং AG = BG = $16/2$ m = 8 m [যেহেতু আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় একে অপরকে সমদ্বিখন্ডিত করে];

∴ ΔAGB-এর ক্ষেত্রে,

তিনটি বাহু a, b, c এর দৈর্ঘ্য = 10m, 8m, 8m;

পরিসীমা = (10+8+8) m = 26 m;

∴ অর্ধ-পরিসীমা, s = $26/2$ m = 13 m;

∴ ΔAGB-এর ক্ষেত্রফল

= $\sqrt{\{s(s-a)(s-b)(s-c)\}}$ বর্গ একক

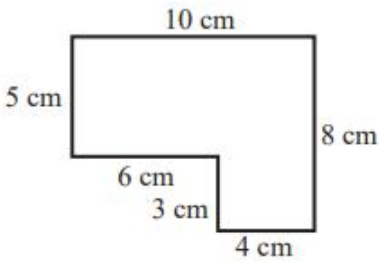
= $\sqrt{\{13(13-10)(13-8)(13-8)\}}$ m²

= $\sqrt{(13 \times 3 \times 5 \times 5)}$ m²

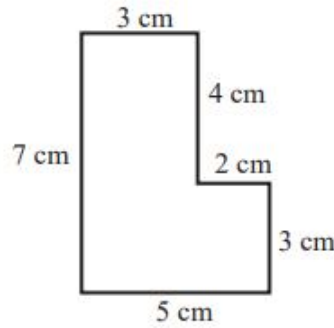
= $\sqrt{975}$ m²

= 31.22499 m²

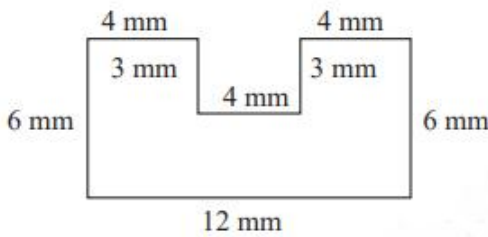
১৪। প্রদত্ত আকৃতিগুলোর ক্ষেত্রফল পরিমাপ করো:



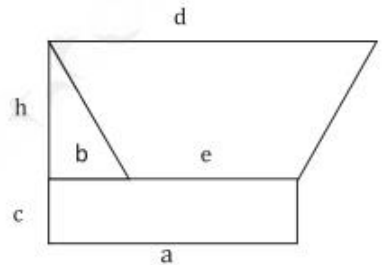
(ক)



(খ)



(গ)



(ঘ)

সমাধানঃ

(ক)

ক-আকৃতিকে আমরা দুইটি অংশে বিভক্ত করি-

তাহলে,

ক-আকৃতির ক্ষেত্রফল

= ১ম আয়তের ক্ষেত্রফল + ২য় আয়তের ক্ষেত্রফল

$$= 6\text{cm} \times 5\text{cm} + 8\text{cm} \times 4\text{cm}$$

$$= 30\text{cm}^2 + 32\text{cm}^2$$

$$= 62\text{cm}^2$$

(খ)

খ-আকৃতিকে আমরা দুইটি অংশে বিভক্ত করি-

তাহলে,

খ-আকৃতির ক্ষেত্রফল

= ১ম আয়তের ক্ষেত্রফল + ২য় আয়তের ক্ষেত্রফল

$$= 7\text{cm} \times 3\text{cm} + 2\text{cm} \times 3\text{cm}$$

$$= 21\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2$$

$$= 27\text{cm}^2$$

(গ)

গ-আকৃতিকে আমরা তিনটি অংশে বিভক্ত করি-

তাহলে,

গ-আকৃতির ক্ষেত্রফল

= ১ম আয়তের ক্ষেত্রফল + ২য় আয়তের ক্ষেত্রফল + ৩য় আয়তের ক্ষেত্রফল

$$= 4\text{cm} \times 3\text{cm} + 4\text{cm} \times 3\text{cm} + 12\text{cm} \times 3\text{cm}$$

$$= 12\text{cm}^2 + 12\text{cm}^2 + 36\text{cm}^2$$

$$= 60\text{cm}^2$$

(ঘ)

ঘ-আকৃতিকে আমরা তিনটি অংশে বিভক্ত করি-

তাহলে,

ঘ-আকৃতির ক্ষেত্রফল

= ১ম ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + ২য় ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল + ৩য় আয়তের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times b \times h + \frac{1}{2}(d+e)h + a \times c$$

$$= \frac{1}{2}bh + \frac{1}{2}dh + \frac{1}{2}eh + ac$$

$$= \frac{1}{2}h(b+d+e) + ac$$