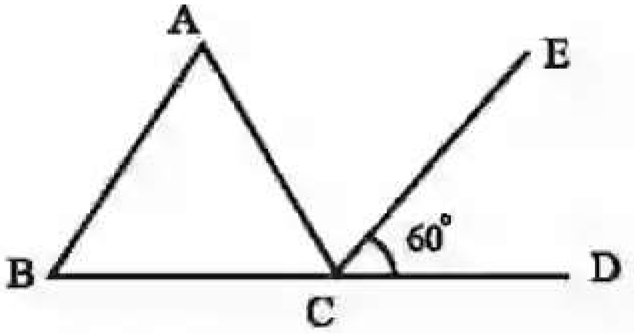
9.2

ত্রিভুজের বাহু ও কোনের সম্পর্কঃ

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ১-৩ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাওঃ



চিত্রে, CE, $\angle ACD$ এর সমদ্বিখন্ডক। AB।। CE এবং $\angle ECD=60^0$

১. $\angle BAC$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. 30^0 খ. 45^0 গ. 120^0 ঘ. 120^0
উত্তরঃ গ

২. $\angle ACD$ এর মান নিচের কোনটি?
ক. 60^0 খ. 90^0 গ. 120^0 ঘ. 180^0
উত্তরঃ গ

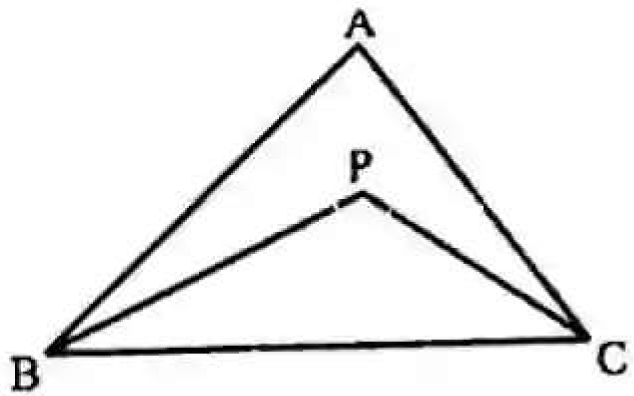
৩. △ABC কোন ধরনের ত্রিভুজ?
ক. স্থূলকোনী খ. সমদ্বিবাহু গ. সমবাহু ঘ. সমকোণী
উত্তরঃ গ

৪. একটি ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে 5 সেমি এবং 4 সেমি। ত্রিভুজটির অপর বাহুটি নিচের কোনটি হতে পারে?
ক. 1 সেমি খ. 4 সেমি গ. 9 সেমি ঘ. 10 সেমি
উত্তরঃ খ

৫. সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি 40^0 হলে, অপর সূক্ষ্মকোণের মান নিচের কোনটি?
ক. 40^0 খ. 50^0 গ. 60^0 ঘ. 140^0
উত্তরঃ খ

৬. কোনো ত্রিভুজের একটি কোণ অপর দুইটি কোণের সমষ্টির সমান হলে, ত্রিভুজটি কী ধরনের হবে?
ক. সমবাহু খ. সূক্ষ্মকোণী গ. সমকোণী ঘ. স্থূলকোণী
উত্তরঃ গ

৭. △ABC এ AB>AC এবং ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমান কর যে, PB>PC.
সমাধানঃ
দেওয়া আছে,
△ABC-এ, AB>AC এবং ∠B ও ∠C এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় যথাক্রমে BP ও CP পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।
প্রমাণ করতে হবে যে, PB>PC.



প্রমানঃ

ধাপ	যথার্থতা
১. যেহেতু BP, ∠B এর সমদ্বিখন্ডক ∴∠PBC=1/2∠ABC এবং PC, ∠C এর সমদ্বিখন্ডক ∴∠PCB=1/2∠ACB	[কল্পনা] [কল্পনা]
২. △ABC-এ, AB>AC ∴∠ACB>∠ABC বা, 1/2∠ACB>1/2∠ABC বা, ∠PCB>∠PBC ∴ PB>PC (প্রমাণিত)	[বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম] [বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম]

৮. ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর AB=AC; BC কে যেকোনো দুরত্বে D পর্যন্ত বাড়ানো হলো। প্রমান কর যে, AD>AB.

সমাধানঃ

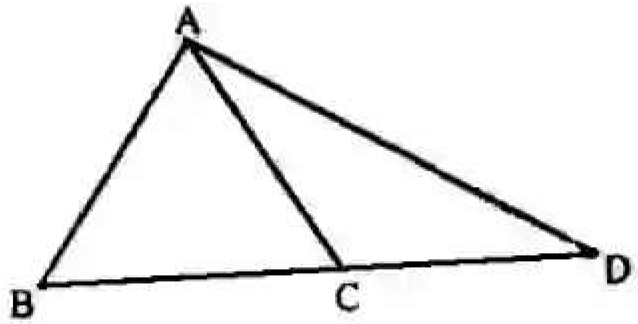
বিশেষ নির্বাচনঃ

মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর AB=AC.

BC-কে যেকোনো দূরত্ব D পর্যন্ত বাড়ানো হলো।

A, D যোগ করা হলো।

প্রমান করতে হবে যে, AD>AB.



প্রমানঃ

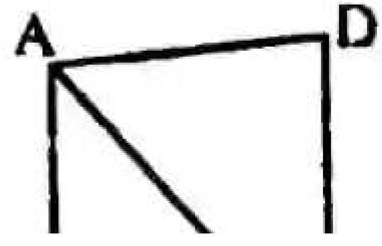
ধাপ	যথার্থতা
১. △ABC এ AB=AC ∴ $\angle ABC = \angle ACB$	[সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় সমান]
২. △ABC এর বহিঃস্থ কোণ $\angle ACD = \angle ABC + \angle BAC$.	[ত্রিভুজের একটি বাহুকে বর্ধিত করলে উৎপন্ন কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
৩. সুতরাং, $\angle ACD > \angle ABC$ ∴ $\angle ACD > \angle ACB$	[(১) থেকে]
৪. $\angle ACD + \angle ACB$=এক সরলকোণ =দুই $\angle ACD$ এক সমকোণ	[∴$\angle ACB$ সূক্ষ্মকোণ]
৫. △ACD এ $\angle ACD$ স্থুলকোণ হলে, $\angle ADC$ সূক্ষ্মকোণ হবে। ∴ $\angle ACD > \angle ADC$ বা, AD>AC সুতরাং, AD>AB (প্রমাণিত)	[বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তর] [AC=AB]

৯. ABCD চতুর্ভুজে AB=AD, BC=CD এবং CD>AD প্রমান কর যে, $\angle DAB > \angle BCD$.

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজে AB=AD, BC=CD এবং CD>AD

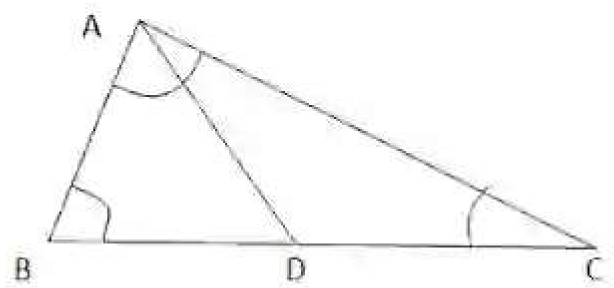
প্রমান করতে হবে যে, $\angle DAB > \angle BCD$.



প্রমাণঃ

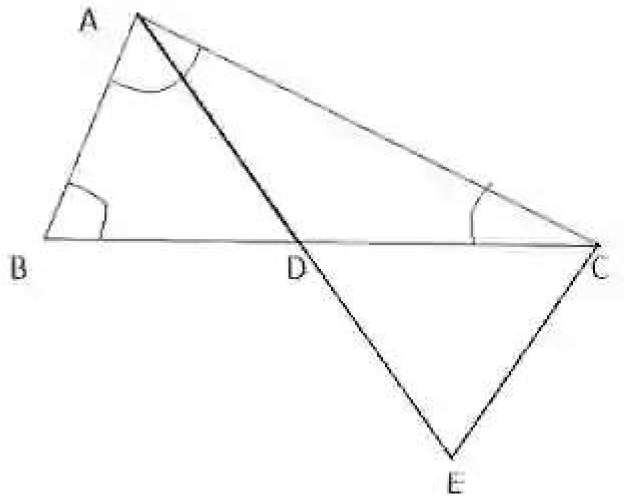
ধাপ	যথার্থতা
১. CD>AD $\therefore \angle CAD > \angle ACD$	[কল্পনা]
২. আবার, BC=CD এবং AB=AD $\therefore BC > AB$ $\therefore \angle BAC > \angle BCA$	[ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম]
৩. $\angle CAD + \angle BAC > \angle ACD + \angle BCA$ $\therefore \angle DAB > \angle BCD$ (প্রমাণিত)	[(১) ও (২) থেকে]

১০. △ABC এ $\angle ABC > \angle ACB$. D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু।
(ক) তথ্যের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর।
(খ) দেখাও যে, AC>AB
(গ) প্রমান কর যে, AB+AC>2AD
সমাধানঃ
(ক)
প্রদত্তের আলোকে নিচের চিত্রটি আঁকা হলোঃ-



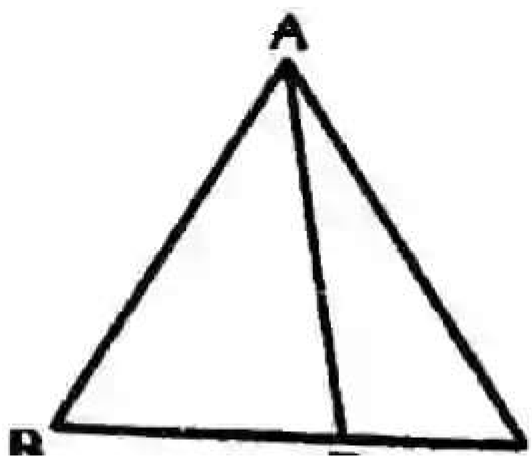
(খ)
△ABC এ $\angle ABC > \angle ACB$. D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু।
দেখাতে হবে যে, AC>AB
প্রামানঃ
যদি AC>AB না হয় তবে AC=AB বা AC<AB হবে।
AC=AB হলে, $\angle ABC = \angle ACB$ হবে [কারন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় সমান হয়]
কিন্তু, $\angle ABC > \angle ACB$ বিধায় AC=AB হবে না।
আবার,
AC<AB হলে, $\angle ABC < \angle ACB$ হবে [কারন ক্ষুদ্রতর বাহুর বিপরীত কোণ ক্ষুদ্রতর হয়]
কিন্তু, $\angle ABC > \angle ACB$ বিধায় AC<AB হবে না।
তাহলে, AC>AB হবে (দেখানো হলো)
(গ)

বিশেষ নির্বাচনঃ
△ABC এ $\angle ABC>\angle ACB$. D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু।
প্রমান করতে হবে যে, AB+AC>2AD.



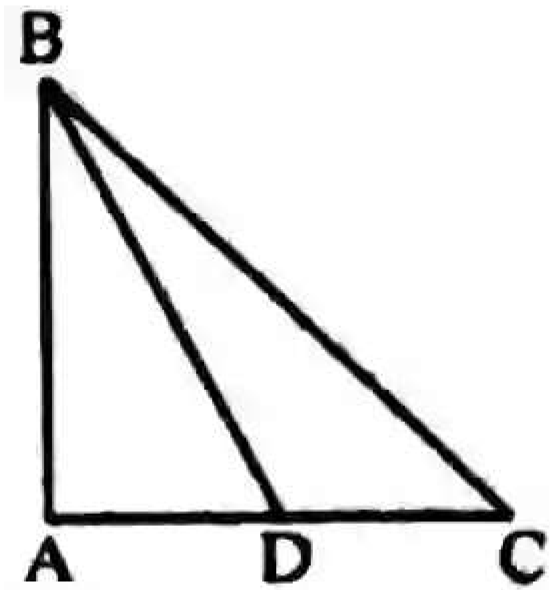
অঙ্কনঃ
AD কে E পর্যন্ত এমন ভাবে বর্ধিত করি যেন AD=DE হয়। এবং E, C যোগ করি।
প্রমাণঃ
△ABD ও △DEC-এর ক্ষেত্রে,
AD=DE [অঙ্কনানুসারে]
BD=DC [প্রশ্নানুসারে]
$\angle ADB=\angle EDC$ [বিপ্রতীপ কোন]
∴△ABD ≅ △DEC
$\therefore AB=EC$
এখন,
△AEC-এর ক্ষেত্রে,
AC+EC>AE
বা, AC+AB>AD+DE [$\therefore AB=EC$]
বা, AC+AB>2AD (প্রমাণিত)

১১. △ABC এ AB=AC এবং D, BC এর উপর একটি বিন্দু। প্রমান কর যে, AB>AD.
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, △ABC এ AB=AC এবং D, BC এর উপর একটি বিন্দু। প্রমান কর যে, AB>AD.



অঙ্কনঃ
A, D যোগ করি।
প্রমানঃ
$\triangle ABC$ এ $AB=AC$
$\therefore \angle ABC=\angle ACB$
বা, $\angle ABD=\angle ACD$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]
আবার,
$\triangle ADC$ এ $\angle ADB>\angle ACD$ [বহিঃস্থ কোণ বৃহত্তর]
বা, $\angle ADB>\angle ABD$
$\therefore AB>AD$ (প্রমাণিত)

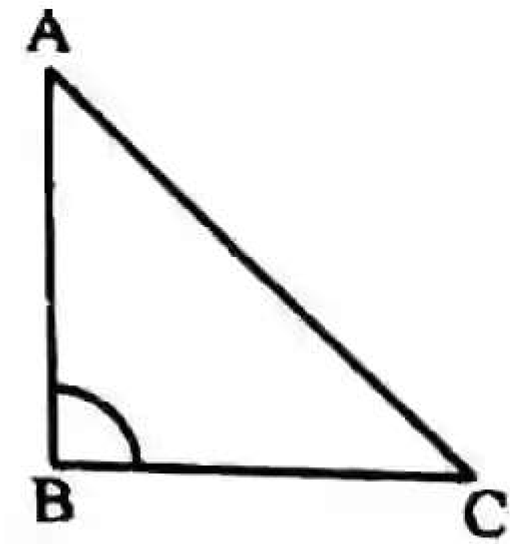
১২. $\triangle ABC$ এ $AB\perp AC$ এবং D, AC এর উপর একটি বিন্দু। প্রমান কর যে, $BC>BD$.
সমাধানঃ
দেওয়া আছে,
$\triangle ABC$ এ $AB\perp AC$ এবং D, AC এর উপর একটি বিন্দু। প্রমান কর যে, $BC>BD$.



অঙ্কনঃ
B,D যোগ করি।
প্রমাণঃ
$\triangle ABD$ এ $\angle BAD=$এক সমকোণ। [$AB\perp AC$]
$\therefore \angle CAB>\angle ABC$ [$\angle BDA+\angle ABD=$এক সমকোণ]
$\angle BDA$ একটি সূক্ষ্মকোণ
কাজেই $\angle BDC$ একটি স্থূলকোণ।
এখন, $\triangle BDC$ এর বহিঃস্থ
$\angle BDC>\angle BCD$ [$\angle BDC$ ও $\angle BCD$ পূরক কোণ]
$\therefore BC>BD$. [ত্রিভুজের বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তম]

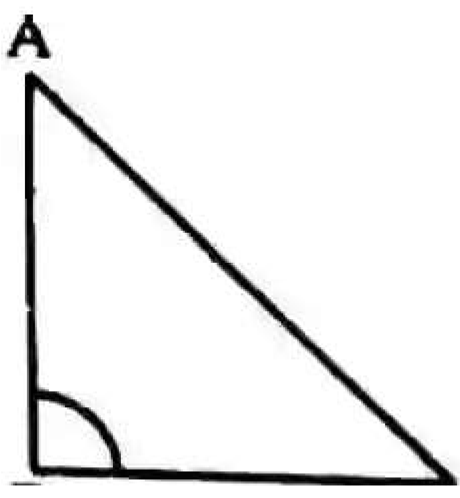
১৩. প্রমান কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তম বাহু।

সমাধানঃ
বিশেষ নির্বাচনঃ
মনে করি, △ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ, যার ভূমি BC এবং অতিভুজ AC. প্রমান করতে হবে যে, AC-ই △ABC এর বৃহত্তর বাহু।



প্রমাণঃ
△ABC এ ∠ABC=এক সমকোণ।
সুতরাং, $\angle BAC + \angle ACB = 90^0$
বা, $\angle BAC < 90^0$
বা, $\angle ACB < 90^0$
ত্রিভুজের বৃহত্তম কোণের বিপরীত বাহু বৃহত্তম হয়,
এখানে বৃহত্তম কোণ $90^0 = \angle ABC$ যার বিপরীত বাহু অতিভুজ AC.
∴সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তম বাহু (প্রমাণিত)

১৪. প্রমান কর যে, ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম।
সমাধানঃ
বিশেষ নির্বাচনঃ
মনে করি, △ABC এর AC বৃহত্তম বাহু। প্রমাণ করতে হবে যে, ∠ABC বৃহত্তম কোণ।



প্রমাণঃ

$AC>BC$

$\therefore \angle ABC>\angle BAC$

আবার,

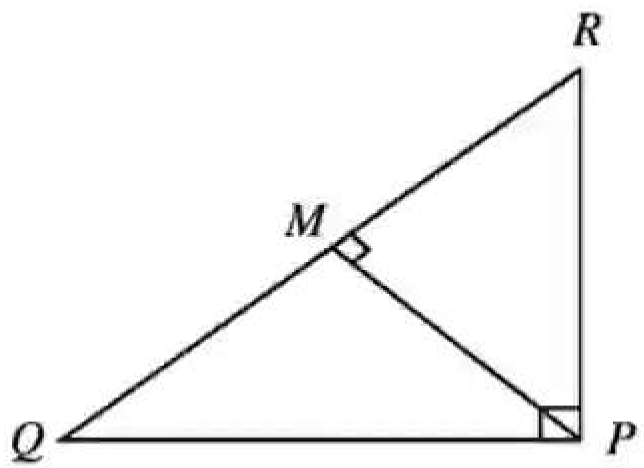
$AC>AB$

$\therefore \angle ABC>\angle BCA$

সুতরাং, $\angle ABC$ ই বৃহত্তম কোন যার বিপরীত বাহু AB.

$\therefore$ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কোণ বৃহত্তম (প্রমাণিত)

১৫. চিত্রে, $\angle QPM=RPM$ এবং $\angle QPR=90^0$. PQ=6 সেমি



ক. $\angle QPM$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $\angle PQM$ ও $\angle PRM$ এর মান কত?

গ. PR এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

ক.

দেওয়া আছে,

$\angle QPR=90^0$

বা, $\angle QPM+\angle RPM=90^0$

বা, $\angle QPM+\angle QPM=90^0$ $[\angle QPM=RPM]$

বা, $2\angle QPM=90^0$

বা, $\angle QPM=90^0/2$

বা, $\angle QPM=45^0$

খ.

চিত্র হতে দেখি যে, $PM\perp RQ$.

তাহলে,

$\angle QPM=90^0$, $\angle RMP=90^0$

আবার, $\angle QPM=45^0$ (ক হতে)

এবং, $\angle RPM=\angle QPR-\angle QPM=90^0-45^0=45^0$

$\triangle QPM$ এর ক্ষেত্রে,

$\angle QPM + \angle PQM + \angle QMP = 180^0$

বা, $90^0 + \angle PQM + 45^0 = 180^0$

বা, $\angle PQM = 180^0 - 90^0 - 45^0 = 45^0$

আবার,

$\triangle PRM$ এর ক্ষেত্রে,

$\angle RMP + \angle PRM + \angle RPM = 180^0$

বা, $90^0 + \angle PRM + 45^0 = 180^0$

বা, $\angle PRM = 180^0 - 90^0 - 45^0 = 45^0$

গ.

দেওয়া আছে, PQ=6 সেমি।

খ থেকে পাই,

$\angle PQM = \angle PRM = 45^0$

বা, $\angle PQR = \angle PRQ = 45^0$

তাহলে,

PQ=PR [সমান কোণের বিপরীত বাহু সমান]

বা, 6=PR

বা, PR=6 সেমি।