

অধ্যায়- ২

অনুশীলনী

১. ক্রীড়া প্রতিযোগিতায় একটি মজার খেলা হলো দীর্ঘ লাফ। ধরা যাক তোমাকে দীর্ঘ লাফ প্রতিযোগিতায় ১০ মিটার দূরের একটি দেয়াল ছুঁতে হবে কিন্তু তুমি প্রতি লাফে শুধু অর্ধেক পথ যেতে পারবে। যেমন, প্রথম লাফে $\frac{10}{2} = ৫$ মিটার পথ গেলে, এরপরের লাফে $\frac{৫}{2} = ২.৫$ মিটার পথ গেলে দেয়াল ছুঁতে কটি লাফ দিতে হবে তা কি বের করতে পারবে?

সমাধানঃ

এখানে,

১ম লাফের দূরত্ব, $a = 5$ মিটার;

সাধারণ অন্তর, $a = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$;

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব $s = 10$ মিটার।

এখন, গুণোত্তর ধারা অনুসারে, $r < 1$ হলে, n তম পদের সমষ্টি

$$= a(1-r^n)/(1-r)$$

$$\text{বা, } a(1-r^n)/(1-r) = s$$

$$\text{বা, } a(1-r^n) = s(1-r)$$

$$\text{বা, } 5(1-\frac{1}{2}^n) = 10(1-\frac{1}{2})$$

$$\text{বা, } 5(1-\frac{1}{2}^n) = 10 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 5(1-\frac{1}{2}^n) = 5$$

$$\text{বা, } (1-\frac{1}{2}^n) = 1$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = 1-1$$

$$\text{বা, } -\frac{1}{2}^n = 0 \text{ যা গাণিতিকভাবে সম্ভব নয়।}$$

অর্থাৎ, n এর মান বা লাফ সংখ্যা অগণিত হবে।

২. একটি বর্গাকার আমবাগানে ১৩৬৯টি আমগাছ আছে। বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয় দিকে সমান সংখ্যক আমগাছ থাকলে, প্রত্যেক সারিতে গাছের সংখ্যা যুক্তিসহকারে উপস্থাপন করো। দৈর্ঘ্য ও প্রস্থে দুটি গাছের মধ্যে দূরত্ব ১০০ ফুট হলে, বাগানের ক্ষেত্রফল আনুমানিক কত হবে বলে তুমি মনে করো?

সমাধানঃ

ধরি,

$$a = \text{দৈর্ঘ্য বরাবর আমগাছের সংখ্যা} = \text{প্রস্থ বরাবর আমগাছের সংখ্যা।}$$

প্রশ্নমতে,

$$a \times a = 1369$$

$$\text{বা, } a^2 = 1369$$

$$\text{বা, } a = \sqrt{1369} = 37$$

অর্থাৎ, আম বাগানটিতে দৈর্ঘ্য বরাবর যে সারিটি আছে সেখানে 37 টি আমগাছ আছে, একইভাবে প্রস্থ বরাবর সারিতেও 37 টি আমগাছ আছে।

এখন দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ বরাবর যেহেতু 37 টি করে আমগাছ আছে সেহে বাগানটিতে মোট সারি আছে

$$= 1369/37 = 37 \text{ টি।}$$

এখন, শর্তমতে,

$$1\text{ম গাছ থেকে } 2\text{য় গাছের দূরত্ব} = 100 \text{ ফুট}$$

$$\therefore 1\text{ম থেকে } 3\text{য় গাছের দূরত্ব} = 200 \text{ ফুট}$$

$$\therefore 1\text{ম থেকে } 37\text{তম গাছের দূরত্ব} = 3600 \text{ ফুট}$$

$$\text{অর্থাৎ, বাগানের দৈর্ঘ্য} = 3600 \text{ ফুট} = \text{বাগানের প্রস্থ।}$$

$$\therefore \text{বাগানের ক্ষেত্রফল}$$

$$= 3600 \times 3600 \text{ বর্গ ফুট}$$

$$= 12960000 \text{ বর্গ ফুট।}$$

৩. ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল ও পূর্ণঘন সংখ্যার ঘনমূল নির্ণয় করো।

সমাধানঃ

১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

সংখ্যার বর্গের আকার	ফলাফল
1^2	১
2^2	৪
3^2	৯
4^2	১৬
5^2	২৫
6^2	৩৬
7^2	৪৯
8^2	৬৪
9^2	৮১
10^2	১০০

∴ ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হলোঃ ১,৪,৯,১৬,২৫,৩৬,৪৯,৬৪,৮১,১০০ যাদের বর্গমূল হলোঃ ১,২,৩,৪,৫,৬,৭,৮,৯,১০।

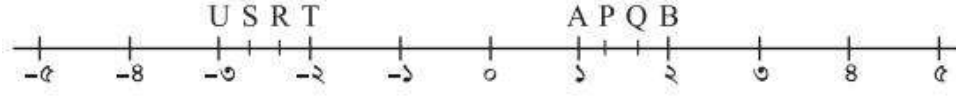
আবার,

১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল পূর্ণঘন সংখ্যার ঘনমূল নির্ণয়ের জন্য নিচের সারণিটি তৈরি করিঃ

সংখ্যার ঘনের আকার	ফলাফল
১ ^৩	১
২ ^৩	৮
৩ ^৩	২৭
৪ ^৩	৬৪
৫ ^৩	১২৫

∴ ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সকল পূর্ণঘন সংখ্যা হলোঃ ১,৮,২৭,৬৪ যাদের ঘনমূল হলোঃ ১,২,৩,৪।

৪. একটি সংখ্যারেখায় P, Q, R, S, T, U, A এবং B বিন্দুগুলো এমনভাবে আছে যে, TR = RS = SU এবং AP = PQ = QB. এমতাবস্থায় P, Q, R এবং S মূলদ সংখ্যাসমূহের মান নির্ণয় করো।



সমাধানঃ

সংখ্যারেখায়, $TU = -7 - (-2) = -7 + 2 = -5$

দেওয়া আছে,

$TR = RS = SU$

∴ $TR = -\frac{5}{3}$

∴ $TS = -\frac{5}{3}$

এখন, সংখ্যারেখায় T এর মান = -২

∴ সংখ্যারেখায় R এর মান = $-2 - \frac{5}{3} = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}$

∴ সংখ্যারেখায় S এর মান = $-2 - \frac{5}{3} = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}$

আবার,

$$\text{সংখ্যারেখায়, } AB = 2 - 1 = 1$$

দেওয়া আছে,

$$AP = PQ = QB$$

$$\therefore AP = \frac{1}{3}$$

$$\therefore AQ = \frac{2}{3}$$

এখন, সংখ্যারেখায় A এর মান = 1

$$\therefore \text{সংখ্যারেখায় P এর মান} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = \frac{8}{6}$$

$$\therefore \text{সংখ্যারেখায় Q এর মান} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} = \frac{10}{6}$$

৫. নিচের সংখ্যাগুলো মূলদ নাকি অমূলদ যুক্তিসহ ব্যাখ্যা দাও।

৮.৯২৯২৯২..., ০.১০১০০১০০০১..., ৬৫৩৪.৭৮৯৭৮৯..., ২.১৮২৮১৮২৮, ০.১২২৩৩৩...

সমাধানঃ

(i) ৮.৯২৯২৯২.....

এটি একটি পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা।

অর্থাৎ একে p/q আকারে প্রকাশ করা যাবে যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ ।

\therefore এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

(ii) ০.১০১০০১০০০১...

এটি পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা নয়।

অর্থাৎ একে p/q আকারে প্রকাশ করা যাবে না যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ ।

\therefore এটি একটি অমূলদ সংখ্যা।

(iii) ৬৫৩৪.৭৮৯৭৮৯...

এটি একটি পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা।

অর্থাৎ একে p/q আকারে প্রকাশ করা যাবে যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ ।

\therefore এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

(iv) ২.১৮২৮১৮২৮

এটি একটি পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা।

অর্থাৎ একে p/q আকারে প্রকাশ করা যাবে যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ ।

∴ এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

(v) ০.১২২৩৩৩...

এটি একটি পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যা।

অর্থাৎ একে p/q আকারে প্রকাশ করা যাবে যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ ।

∴ এটি একটি মূলদ সংখ্যা।

৬. $২\sqrt{২+৫\sqrt{৮}}$ এবং $৭\sqrt{৮-৪\sqrt{২}}$ সংখ্যা দুটির যোগ, বিয়োগ, গুণ, ভাগ করে সংখ্যারেখায় উপস্থাপন করো।

সমাধানঃ

১ম সংখ্যা

$$= ২\sqrt{২+৫\sqrt{৮}}$$

$$= ২\sqrt{২+৫\sqrt{(২ \times ২ \times ২)}}$$

$$= ২\sqrt{২+৫ \times ২\sqrt{২}}$$

$$= ২\sqrt{২+১০\sqrt{২}}$$

$$= ১২\sqrt{২}$$

২য় সংখ্যা

$$৭\sqrt{৮-৪\sqrt{২}}$$

$$= ৭\sqrt{(২ \times ২ \times ২)-৪\sqrt{২}}$$

$$= ৭ \times ২\sqrt{২-৪\sqrt{২}}$$

$$= ১৪\sqrt{২-৪\sqrt{২}}$$

$$= ১০\sqrt{২}$$

∴ ১ম ও ২য় সংখ্যার যোগঃ

$$১২\sqrt{২}+১০\sqrt{২}$$

$$= ২২\sqrt{২}$$

∴ ১ম ও ২য় সংখ্যার বিয়োগঃ

$$১২\sqrt{২}-১০\sqrt{২}$$

$$= ২\sqrt{২}$$

∴ ১ম ও ২য় সংখ্যার গুণঃ

$$১২\sqrt{২} \times ১০\sqrt{২}$$

$$= ১২ \times ১০ \times \sqrt{২} \times \sqrt{২}$$

$$= 12 \times 10 \times 2$$

$$= 240$$

∴ ১ম ও ২য় সংখ্যার ভাগঃ

$$12\sqrt{2} \div 10\sqrt{2}$$

$$= 12 \div 10$$

$$= 6/5$$

$$= 1.2$$

সংখ্যারেখায় উপস্থাপনঃ

পরে যুক্ত করা হবে; এই সমাধান পেতে আমাদেরকে লিখে জানাও-তাহলে আমরা দ্রুত এটার সমাধান নিয়ে আসব।

$$৭. \text{ সরল করোঃ } \sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}} - \sqrt[3]{81}$$

সমাধানঃ

$$\sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}} - \sqrt[3]{81}$$

$$= \sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}} - 3\sqrt[3]{3}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}} + \frac{2}{3} \cdot (-3) \sqrt[3]{3}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}} + \frac{2}{3} \cdot (-3) \sqrt[3]{3}$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}} - 2\sqrt[3]{3}}{1}$$

$$= \frac{-2\sqrt[3]{3} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}}}{1}$$

$$= \frac{-2\sqrt[3]{3} + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{(\frac{8}{27})} + \sqrt[3]{\frac{27}{8}}}{1}$$

৮. নিশিত চাকমার দুইটি বর্গাকার সবজি বাগান আছে। একটির দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ একক এবং অন্যটির ক্ষেত্রফল এটির ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ। তাহলে অন্য বাগানের দৈর্ঘ্য কত?

সমাধানঃ

নিশিত চাকমার একটি বাগানের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $= 2\sqrt{2}$ একক

∴ এই বাগানের ক্ষেত্রফল

$$= (2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2}) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \text{ বর্গ একক}$$

$$= 8 \times 2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 16 \text{ বর্গ একক}$$

শর্তমতে, অন্য বাগানের ক্ষেত্রফল $= 2 \times 16 \text{ বর্গ একক} = 32 \text{ বর্গ একক}$

∴ অন্য বাগানের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{16}$ একক = ৪ একক।

৯. তোমার দুইটি ঘনক আকৃতির বক্স আছে। একটির আয়তন ১৬ ঘনফুট এবং অন্যটির আয়তন ১১ ঘনফুট। প্রতিটি বক্সের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য কত? যদি উক্ত বক্স দুটি ভেঙ্গে তাদের আয়তনের যোগফলের সমান আয়তনের একটি ঘনক আকৃতির বক্স বানানো হয় তবে সেটির প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে?

সমাধানঃ

আমার ১ম ঘনক আকৃতির বক্স এর আয়তন = ১৬ ঘনফুট

∴ ১ম বক্সের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt[3]{16}$ ফুট = $\sqrt[3]{(2 \times 2 \times 2)}$ ফুট = ২ ফুট।

আবার,

আমার ২য় ঘনক আকৃতির বক্স এর আয়তন = ১১ ঘনফুট

∴ ২য় বক্সের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt[3]{11}$ ফুট

এখন, ১ম ও ২য় বক্সের আয়তনের যোগফল = $(16+11)$ ঘনফুট = ২৭ ঘনফুট

অর্থাৎ, দুইটি বক্স ভেঙ্গে যে নতুন বক্স বানানো হয় তার আয়তন = ২৭ ঘনফুট

∴ নতুন বক্সের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt[3]{27}$ ফুট = $\sqrt[3]{(3 \times 3 \times 3)}$ ফুট = ৩ ফুট।