

অনুশীলনী

১. নিচের কোনটি দ্বিপদী রাশি নয়? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

ক) $xy+3x$

খ) xy

গ) $x+y-1$

ঘ) x^2-2x+1

ঙ) y^2

সমাধানঃ

ক) $xy+3x$ একটি দ্বিপদী রাশি কারণ এই রাশিটিতে দুইটি পদ xy ও $3x$ আছে।

খ) xy একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ১টি পদ xy আছে।

গ) $x+y-1$ একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ৩টি পদ $x, y, 1$ আছে।

ঘ) x^2-2x+1 একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ৩টি পদ $x^2, 2x, 1$ আছে।

ঙ) y^2 একটি দ্বিপদী রাশি নয় কারণ এই রাশিটিতে ১টি পদ y^2 আছে।

২. নিচের দ্বিপদী রাশিগুলো থেকে এক চলক ও দুই চলকবিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি চিহ্নিত করো।

ক) $x+1$

খ) $3x+5$

গ) $x-3$

ঘ) $5x-2$

ঙ) $2x+3y$

চ) x^2+1

ছ) x^2-y

জ) x^2+y^2

সমাধানঃ

ক) $x+1$ হলো একটি এ চলক বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

খ) $3x+5$ হলো একটি এ চল বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

গ) $x-3$ হলো একটি এ চল বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

ঘ) $5x-2$ হলো একটি এ চল বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

ঙ) $2x+3y$ হলো একটি দুই চল বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

চ) x^2+1 হলো একটি এ চল বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

ছ) x^2-y হলো একটি দুই চল বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

জ) x^2+y^2 হলো একটি দুই চল বিশিষ্ট দ্বিপদী রাশি।

৩. নিচের বীজগাণিতি রাশি থেকে এক চলক, দুই চলক ও তিন চলকবিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি চিহ্নিত করো।

) $x+y+3$

খ) x^2+3x+5

গ) $xy+z-3$

ঘ) $5x+y^2-2$

ঙ) $2x+3y-z$

চ) y^2-y+1

ছ) x^2-yz+2

জ) x^2+y^2-y

সমাধানঃ

) $x+y+3$ হলো একটি দুই চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

খ) x^2+3x+5 হলো একটি এ চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

গ) $xy+z-3$ হলো একটি তিন চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

ঘ) $5x+y^2-2$ হলো একটি দুই চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

ঙ) $2x+3y-z$ হলো একটি তিন চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

চ) y^2-y+1 হলো একটি এ চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

ছ) x^2-yz+2 হলো একটি তিন চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

জ) x^2+y^2-y হলো একটি দুই চল বিশিষ্ট ত্রিপদী রাশি।

৪. নিচের ত্রিপদী রাশির ঘন নির্ণয় করো।

১) $x+y+3$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & (x+y+3)^3 \\ &= \{(x+y)+3\}^3 \\ &= (x+y)^3 + 3(x+y)^2 \times 3 + 3(x+y) \times 3^2 + 3^3 \text{ [সূত্রানুসারে]} \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 3(x^2 + 2xy + y^2) \times 3 + 3(x+y) \times 9 + 27 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 9(x^2 + 2xy + y^2) + 27(x+y) + 27 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 9x^2 + 18xy + 9y^2 + 27x + 27y + 27 \end{aligned}$$

খ) $2x+3y-z$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & (2x+3y-z)^3 \\ &= \{(2x+3y)-z\}^3 \\ &= (2x+3y)^3 - 3(2x+3y)^2 \times z + 3(2x+3y) \times z^2 - z^3 \text{ [সূত্রানুসারে]} \\ &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 + (3y)^3 - 3\{(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2\} \times z + 3z^2(2x+3y) - z^3 \\ &= 8x^3 + 36x^2y + 6x \cdot 9y^2 + 27y^3 - 3(4x^2 + 12xy + 9y^2) \times z + 6z^2x + 9z^2y - z^3 \\ &= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 - 12x^2z - 36xyz - 27y^2z + 6z^2x + 9z^2y - z^3 \end{aligned}$$

গ) x^2+3x+5

সমাধানঃ

$$\begin{aligned} & (x^2+3x+5)^3 \\ &= \{(x^2+3x)+5\}^3 \\ &= (x^2+3x)^3 + 3(x^2+3x)^2 \cdot 5 + 3(x^2+3x) \cdot 5^2 + 5^3 \\ &= (x^2)^3 + 3 \cdot (x^2)^2 \cdot 3x + 3x^2 \cdot (3x)^2 + (3x)^3 + 15(x^2+3x)^2 + 3(x^2+3x) \cdot 25 + 125 \\ &= x^6 + 3 \cdot x^4 \cdot 3x + 3x^2 \cdot 9x^2 + 27x^3 + 15\{(x^2)^2 + 2x^2 \cdot 3x + (3x)^2\} + 75(x^2+3x) + 125 \\ &= x^6 + 9x^5 + 27x^4 + 27x^3 + 15x^4 + 90x^3 + 135x^2 + 75x^2 + 225x + 125 \\ &= x^6 + 9x^5 + 42x^4 + 117x^3 + 210x^2 + 225x + 125 \end{aligned}$$

ঘ) $xy+z-3$

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
 & (xy+z-3)^3 \\
 &= \{(xy+z)-3\}^3 \\
 &= (xy+z)^3 - 3(xy+z)^2 \cdot 3 + 3(xy+z) \cdot 3^2 - 3^3 \\
 &= (xy)^3 + 3(xy)^2 \cdot z + 3xy \cdot z^2 + z^3 - 9\{(xy)^2 + 2xyz + z^2\} + 3(xy+z) \cdot 9 - 27 \\
 &= x^3y^3 + 3x^2y^2z + 3xyz^2 + z^3 - 9\{x^2y^2 + 2xyz + z^2\} + 27(xy+z) - 27 \\
 &= x^3y^3 + 3x^2y^2z + 3xyz^2 + z^3 - 9x^2y^2 - 18xyz - 9z^2 + 27xy + 27z - 27
 \end{aligned}$$

৫. বীজগাণিতি নিয়ম ব্যবহার করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করোঃ

) x^3+1

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
 & x^3+1 \\
 &= x^3+1^3 \\
 &= (x+1)(x^2-x \cdot 1+1^2) \\
 &= (x+1)(x^2-x+1)
 \end{aligned}$$

খ) x^3-1

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
 & x^3-1 \\
 &= x^3-1^3 \\
 &= (x-1)(x^2+x \cdot 1+1^2) \\
 &= (x-1)(x^2+x+1)
 \end{aligned}$$

গ) x^6-729

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
 & x^6-729 \\
 &= (x^3)^2-27^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (x^3-27)(x^3+27) \\
&= (x^3-3^3)(x^3+3^3) \\
&= (x-3)(x^2+x.3+3^2)(x+3)(x^2-x.3+3^2) \\
&= (x-3)(x^2+3x+9)(x+3)(x^2-3x+9)
\end{aligned}$$

ঘ) x^3+3x^2+3x+9

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}
&x^3+3x^2+3x+9 \\
&= x^3+3.x^2.1+3.x.1^2+1^3+8 \\
&= (x+1)^3+2^3 \\
&= (x+1+2)\{(x+1)^2-(x+1).2+2^2\} \\
&= (x+3)(x^2+2x+1-2x-2+4) \\
&= (x+3)(x^2+3)
\end{aligned}$$

৬. একটি চকোলেট তৈরির ফ্যাক্টরিতে 2 ফুট এবং 3 ফুট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট দুইটি ঘনক আকৃতির কন্টেইনারে পূর্ণ করে চকোলেটের কাচামাল রাখা আছে।

) কোনো কাঁচামাল নষ্ট না হলে, দুইটি কন্টেইনারের কাচামালকে একত্র করে $1'' \times 1'' \times 2''$ আকারের তগুলো চকোলেট তৈরি করা যাবে?

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$1 \text{ ফুট} = 12 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore 2 \text{ ফুট} = 12 \times 2 = 24 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\therefore 3 \text{ ফুট} = 12 \times 3 = 36 \text{ ইঞ্চি}$$

তাহলে,

$$2 \text{ ফুট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ঘনক আকৃতির কন্টেইনারের আয়তন} = 24 \times 24 \times 24 \text{ ঘন ইঞ্চি} = 13824 \text{ ঘন ইঞ্চি}।$$

$$\text{এবং, } 3 \text{ ফুট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ঘন আকৃতির কন্টেইনারের আয়তন} = 36 \times 36 \times 36 \text{ ঘন ইঞ্চি} = 46656 \text{ ঘন ইঞ্চি}।$$

$$\therefore \text{দুইটি কন্টেইনারের মোট আয়তন} = 13824 + 46656 = 60480 \text{ ঘন ইঞ্চি}।$$

$$\text{এখন, একটি চকোলেটের আয়তন বা আকার} = 1'' \times 1'' \times 2'' = 2 \text{ ঘন ইঞ্চি}।$$

$$\therefore \text{পরিপূর্ণ দুইটি কন্টেইনারের কাচামালে চকোলেট তৈরি করা যাবে } (60480 \div 2) \text{ টি} = 30240 \text{ টি}।$$

খ) কোনো কাঁচামাল নষ্ট না হলে, দুইটি কন্টেইনারের কাচামালকে একত্র করে $5'' \times 7'' \times 1''$ আকারের চকোলেট তৈরি করা যাবে?

সমাধানঃ

হতে পাই,

দুইটি কন্টেইনারের মোট আয়তন 60480 ঘন ইঞ্চি।

এখন, একটি চকোলেটের আয়তন বা আকার $= 5'' \times 7'' \times 1'' = 35$ ঘন ইঞ্চি।

∴ পরিপূর্ণ দুইটি কন্টেইনারের কাচামালে চকোলেট তৈরি করা যাবে $(60480 \div 35)$ টি = 1728 টি।

গ) $5'' \times 7'' \times 1''$ আকারের 1440 টি চকোলেট বার তৈরি হলে কী পরিমাণ কাঁচামাল নষ্ট হয়েছে।

সমাধানঃ

$5'' \times 7'' \times 1'' = 35$ ঘন ইঞ্চি;

∴ $5'' \times 7'' \times 1''$ আকারের 1440 টি চকোলেট বার এর মোট আয়তন $= 35 \times 1440$ ঘন ইঞ্চি $= 50400$ ঘন ইঞ্চি।

এখন, হতে পাই,

দুইটি কন্টেইনারের মোট আয়তন 60480 ঘন ইঞ্চি;

অর্থাৎ, পরিপূর্ণ কন্টেইনারে 60480 ঘন ইঞ্চি পরিমাণ কাঁচামালের থেকে 50400 ঘন ইঞ্চি দিয়ে চকোলেট বার তৈরি হয়েছে এবং বাকী অংশ নষ্ট হয়েছে।

∴ কাঁচামাল নষ্ট হয়েছে $= (60480 - 50400)$ ঘন ইঞ্চি $= 10080$ ঘন ইঞ্চি।

৭. লতার বাবার একটি মাছ চামের খামার আছে। খামারে একটি পুকুর আছে যার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও পানির গভীরতা যথাক্রমে 50 মিটার, 40 মিটার এবং 5 মিটার। আয়তন ঠি রেখে পানির গভীরতা 3 মিটার কমালে দৈর্ঘ্য কী পরিমাণ বাড়বে?

সমাধানঃ

১ম শর্তে,

পুকুরের আয়তন

$= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{গভীরতা}$

$= 50 \times 40 \times 5$ ঘন মিটার

$= 10000$ ঘন মিটার

২য় শর্তমতে,

গভীরতা $= 5 - 3$ মিটার $= 2$ মিটার;

প্রস্থ $= 40$ মিটার;

দৈর্ঘ্য = x (ধরি);

আয়তন = 10000 ঘন মিটার।

$$\therefore x \cdot 40 \cdot 2 = 10000$$

$$\text{বা, } 80x = 10000$$

$$\text{বা, } x = 10000/80 = 125$$

\therefore আয়তন ঠিক রেখে পানির গভীরতা 3 মিটার কমালে দৈর্ঘ্য বাড়বে = $125 - 50$ মিটার = 75 মিটার।