ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

১। সুব্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর ঘন নির্নয় করঃ

(ক)
$$3x + y$$
 (킥) $x^2 + y$ (গ) $5p + 2q$ (틱) $a^2b + c^2d$ (૭) $6p - 7$

(5)
$$ax - by$$
 (5) $2p^2 - 3r^2$ (5) $x^3 + 2$ (4) $2m + 3n - 5p$

(의)
$$x^2 - y^2 + z^2$$
 (ট) $a^2b^2 - c^2d^2$ (ঠ) $a^2b - b^3c$ (땅) $x^3 - 2y^3$

(ট) 11a -12b (গ)
$$x^3 + y^3$$

(Φ) 3x + y

সমাধানঃ

$$(3x + y)^3 = (3x)^3 + 3* (3x)^2 * y + 3* (3x) * (y)^2 + (y)^3$$

= $27x^3 + 3* 9x^2 * y + 3* (3x) * (y)^2 + (y)^3$
= $27x^3 + 27x^2 y + 9x y^2 + y^3$

(킥) x² + y

সমাধানঃ

$$(x^{2} + y)^{3} = (x^{2})^{3} + 3^{*}(x^{2})^{2} * y + 3^{*} x^{2} * y^{2} + y^{3}$$

$$= x^{6} + 3^{*}x^{4} * y + 3^{*}x^{2} * y^{2} + y^{3}$$

$$= x^{6} + 3x^{4}y + 3x^{2}y^{2} + y^{3}$$

(9) 5 p + 2q

সমাধানঃ

$$(5 p + 2q)^3 = (5 p)^3 + 3* (5 p)^2 * 2q + 3* (5 p) * (2q)^2 + (2q)^3$$

= 125 p³ + 3* 25 p² * 2q + 3* 5 p * 4q² + 8q³
=125 p³ +150 p²q + 60 pq ² + 8q³

(ঘ) a²b + c²d

সমাধানঃ

$$(a^{2}b + c^{2}d)^{3}$$
 = $(a^{2}b)^{3} + 3^{*} (a^{2}b)^{2} * c^{2} d + 3^{*} (a^{2}b) * (c^{2}d)^{2} + (c^{2}d)^{3}$
= $a^{6}b^{3} + 3^{*} a^{4}b^{2} * c^{2}d + 3^{*} a^{2}b * c^{4}d^{2} + c^{6}d^{3}$
= $a^{6}b^{3} + 3a^{4}b^{2}c^{2}d + 3a^{2}bc^{4}d^{2} + c^{6}d^{3}$

(3)6p-7

সমাধানঃ

$$(6 p - 7)^3 = (6p)^3 - 3*(6p)^2*7 + 3*(6p)*(7)^2 - (7)^3$$

= 216p³-3*36p²*7+3*(6p)*49-343
= 216p³-756p²+882p-343

(চ) ax – by

সমাধানঃ

$$(ax - by)^3 = (ax)^3 - 3*(ax)^2*by + 3*(ax)*(by)^2 - (by)^3$$

= $a^3x^3 - 3*a^2x^2*by + 3*ax*b^2y^2 - b^3y^3$
= $a^3x^3 - 3a^2x^2by + 3axb^2y^2 - b^3y^3$

(ছ) 2 p² - 3r ²

সমাধানঃ

$$(2p^2 - 3r^2)^3 = (2p^2)^3 - 3*(2p^2)^2*3r^2 + 3*(2p^2)*(3r^2)^2 - (3r^2)^3$$

= $8p^6 - 3*4p^4*3r^2 + 3*2p^2*9r^4 - 27r^6$
= $8p^6 - 36p^4r^2 + 54p^2r^4 - 27r^6$

(জ) x³ + 2

সমাধানঃ

```
(x^{3} + 2)^{3} = (x^{3})^{3} + 3*(x^{3})^{2} + 2 + 3*(x^{3}) + (2)^{2} + (2)^{3}
= x^{9} + 3*x^{6} + 2 + 3*x^{3} + 4 + 8
= x^{9} + 6x^{6} + 12x^{3} + 8
```

(작) 2m + 3n - 5 p

সমাধানঃ

```
(2m + 3n - 5p)^3 = \{(2m + 3n) - (5p)\}^3
= (2m + 3n)^3 - 3*(2m + 3n)^2 * (5p) + 3*(2m + 3n)*(5p)^2 - (5p)^3
= \{(2m)^3 + 3*(2m)^2 * 3n + 3*(2m) * (3n)^2 + (3n)^3\} - 15p * \{(2m)^2 + 2*2m*3n + (3n)^2\} + 3*(2m + 3n)*25p^2 - 125p^3
= 8m^3 + 4m^2 * 9n + 6m*9n^2 + 27n^3 - 15p * \{4m^2 + 2*2m*3n + (3n)^2\} + 3*(2m + 3n)*25p^2 - 125p^3
= 8m^3 + 36m^2 n + 36mn^2 + 27n^3 - 15p * 4m^2 - 15p*2*2m*3n - 15p*9n^2 + 6m*25p^2 + 9n*25p^2 - 125p^3
= 8m^3 + 36m^2 n + 36mn^2 + 27n^3 - 60pm^2 - 180pmn - 135pn^2 + 150mp^2 + 225np^2 - 125p^3
```

(43) x² - y ² + z ²

সমাধানঃ

```
 \begin{array}{l} (x^2 - y^2 + z^2)^3 \\ = \{(x^2 - y^2) + (z^2)\}^3 \\ = (x^2 - y^2)^3 + 3(x^2 - y^2) 2 \ z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3 \\ = \{(x^2)^3 - 3(x^2)^2 \ y^2 + 3x^2 (y^2)^2 - (y^2)^3\} + 3(x^2 - y^2)^2 \ z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3 \\ = x^6 - 3x^4 \ y^2 + 3x^2 \ y^4 - y^6 + 3z^2 \{(x^2)^2 + 2x^2 \ y^2 + (y^2)^2\} + 3z^4 \ (x^2 - y^2) + z^6 \\ = x^6 - 3x^4 \ y^2 + 3x^2 \ y^4 - y^6 + 3x^4 \ z^2 - 6x^2 \ y^2 \ z^2 + 3y^6 \ z^2 + 3z^4 \ x^2 - 3z^4 \ y^2 + z^6 \\ = x^6 - y^6 + z^6 - 3x^4 \ y^2 + 3x^2 \ y^4 + 3x^4 \ z^2 - 6x^2 \ y^2 \ z^2 + 3y^6 \ z^2 + 3x^2 \ z^4 - 3y^2 \ z^4 \end{array}
```

(ট) a²b² - c²d ²

সমাধানঃ

$$(a^2b^2 - c^2d^2)^3 = (a^2b^2)^3 - 3*(a^2b^2)^2 * c^2d^2 + 3*(a^2b^2)^*(c^2d^2)^2 - (c^2d^2)^3$$

= $a^6b^6 - 3a^4b^4c^2d^2 + 3a^2b^2c^4d^4 - c^6d^6$

(ਹੈ) a²b - b³c

সমাধানঃ

$$(a^2b - b^3c)^3 = (a^2b)^3 - 3* (a^2b^2)^2 * b^3c + 3 (a^2b)* (b^3c)^2 - (b^3c)^3$$

= $a^6b^3 - 3a^4b^2b^3c + 3a^2bb^6c^2 - b^9c^3$
= $a^6b^3 - 3a^4b^5c + 3a^2b^7c^2 - b^9c^3$

(ড) x³ - 2 y3

সমাধানঃ

$$(x^3 - 2y^3)^3 = (x^3)^3 - 3*(x^3)^2 * 2y^3 + 3*(x^3)^*(2y^3)^2 + (2y^3)^3$$

= $x9 - 6x^6y^3 + 12x^3y^6 - 8y^9$

(ড) 11a -12b

সমাধানঃ

$$(11a - 12b)^3 = (11a)^3 - 3*(11a)^2 * 12b + 3*(11a)*(12b)^2 - (12b)^3$$

=1331a³ - 4356a²b+ 4752ab² -1728b³

(1) $x^3 + y^3$

```
সমাধানঃ
(x^3 + y^3)^3 = (x^3)^3 + 3*(x^3)^2 * y^3 + 3*(x^3)^* (y^3)^2 + (y^3)^3
= x^9 + 3x^6 y^3 + 3x^3 y^6 + y^9
২। সরল করঃ
(\overline{\Phi}) (3x + y)^3 + 3(3x + y)^2 (3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3
(\forall) (2 p + 5q)^3 + 3(2 p + 5q)^2 (5q - 2 p) + 3(2 p + 5q)(5q - 2 p)^2 + (5q - 2 p)^3
(\mathfrak{I})(x+2y)^3-3(x+2y)^2(x-2y)+3(x+2y)(x-2y)^2-(x-2y)^3
(\overline{4}) (6m + 2)^3 - 3(6m + 2)^2 (6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)^2 + (6m - 4)^3
(\S) ( x - y)<sup>3</sup> + ( x + y)<sup>3</sup> + 6x(x<sup>2</sup> - y<sup>2</sup>)
(\overline{\Phi}) (3x + y)^3 + 3(3x + y)^2 (3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3
সমাধানঃ
ধরি, 3x + y = a
এবং 3x - y = b
\therefore (3x + y)^3 + 3(3x + y)^2 (3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3
       =a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
       = (a + b)^3
       = (3x + y + 3x - y)³ [মান বসিয়ে]
       = (6x)^3
       = 216x^3
(\forall) (2p + 5q)^3 + 3(2p + 5q)^2 (5q - 2p) + 3(2p + 5q)(5q - 2p)^2 + (5q - 2p)^2
\mathbf{p})^3
সমাধানঃ
ধরি, 2p+5q=a
এবং,5q-2p=b
∴ প্রদন্ত রাশি= a³ + 3a²b + 3ab² + b³
                   =(a+b)^3
                   =(2p+5q+5q-2p)<sup>3</sup> [মান বসিয়ে]
                   =(10q)^3
                    =1000q^3
(\mathfrak{I}) (x + 2y)^3 - 3(x + 2y)^2(x - 2y) + 3(x + 2y)(x - 2y)^2 - (x - 2y)^3
সমাধানঃ
ধরি, x+2y=a
এবং, x-2y=b
∴ প্রদন্ত রাশি= a³ - 3a²b + 3ab² - b³
                   =(a-b)^3
                   ={(x+27)-(x-2y)}³ [মান বসিয়ে]
                   =(x+2y-x+2y)^3
                   =(4y)^3
                    =64y^{3}
(\nabla) (6m + 2)<sup>3</sup> - 3(6m + 2)<sup>2</sup> (6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)<sup>2</sup> + (6m - 4)<sup>3</sup>
সমাধানঃ
ধরি, 6m+2=a
এবং 6m-4=b
∴ প্রদন্ত রাশি= a³ - 3a²b + 3ab² - b³
```

```
=(a-b)^3
                ={(6m+2)-(6m-4)}<sup>3</sup> [মান বসিয়ে]
                =(6m+2-6m+4)^3
                =6^{3}
                =216
(8) (x-y)^3 + (x+y)^3 + 6x(x^2-y^2)
সমাধানঃ
ধরি, x-y=a
এবং, x+v=b
a+b=x-y+x-y=2x
এখন, ( x - y)<sup>3</sup> + ( x + y)<sup>3</sup> + 6x(x<sup>2</sup> - y<sup>2</sup>)
      =(x-y)^3 + (x+y)^3 + 3*2x*(x-y)(x+y)  [x^2-y^2=(x+y)(x-y)]
      =a³+b³+3*(a+b)*a*b [মান বসিয়ে]
      =a^3+b^3+3ab(a+b)
      =(a+b)^3
      =(2x)<sup>3</sup> [মান বসিয়ে]
      =8x^3
৩। a+b=8 এবং ab=15 হলে a³+b³ এর মান কত?
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, a+b=8 এবং ab=15
∴প্রদত্ত রাশি= a³+b³
                =(a+b)^3-3ab(a+b)
                =8^{3}-3*15*8
                =512-360
                =152
8। x+y=2 হলে, দেখাও যে, x³+y³+6xy=8
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, x+y=2
দেখাতে হবে, x³+y³+6xy=8
বামপক্ষ= x³+y³+6xy
        = x^3+y^3+3xy.2
        = x^3+y^3+3xy(x+y) [x+y=2]
        =(x+y)^3
              [মান বসিয়ে]
        =2^{3}
        =8
        =ডানপক্ষ (দেখানো হলো)
৫। 2x+3y=13 এবং xy=6 হলে, 8x³+27y³ এর মান নির্নয় কর।
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, 2x+3y=13 এবং xy=6
প্রদত্ত রাশি=8x3+27v3
        =(2x)^3+(3y)^3
        =(2x+3y)^3-3*2x*3y*(2x+3y)
        =(13)^3-18xy(13)
        =(13)^3-18*6*13
        =2197-1404
      =793
```

```
৬। p-q=5 এবং pq=3 হলে, p³-q³ এর মান নির্নয় কর।
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, p-q=5 এবং pq=3
প্রদত্ত রাশি= p³-a³
               =(p-q)^3+3pq(p-q)
               =5^3+3*3*5
               =125+45
               =170
```

9। x-2v=3 হলে, x3-8v3-18xv এর মান নির্নয় কর?

```
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, x-2y=3
প্রদত্ত রাশি= x3-8y3-18xy
                   = x^3 - (2y)^3 - 3.x.2y.3
                   = x^{3}-(2y)^{3}-3.x.2y.(x-2y) [x-2y=3]
                   =(x-2y)^3
                   =3<sup>3</sup> [মান বসিয়ে]
                   =27
```

৮। 4x-3=5 হলে, প্রমান কর যে, 64x³-27-180x=125

```
দেওয়া আছে, 4x-3=5
প্রমান করতে হবে যে, 64x³-27-180x=125
বামপক্ষ=64x³-27-180x
        =(4x)^3-3^3-180x
        =(4x-3)^3+3.4x.3(4x-3)-180x
        =5^3+36.x.5-180x
        =5^3+180x-180x
        =5^{3}
        =125
       =ডানপক্ষ [প্রমাণিত]
```

৯। a=-3 এবং b=2 হলে, 8a³+36a²b+54ab²+27b³ এর মান নির্নয় কর সমাধানঃ

```
দেওয়া আছে, a=-3 এবং b=2
প্রদন্ত রাশি=8a³+36a²b+54ab²+27b³
         =(2a)^3+3.(2a)^2.3b+3.2a.(3b)^2+(3b)^3
        =(2a+3b)^3
        ={2(-3)+3(2)}^3
         =(-6+6)^3
        =(0)^3
         =0
```

নির্নেয় মান 0

১০। a=7 হলে, a³+6a²+12a+1 এর মান নির্নয় কর

সমাধানঃ দেওয়া আছে, a=7

১১। x=5 হলে, x³-12x²+48x-64 এর মান কত

সমাধানঃ

নির্নেয় মান 1

১২। a²+b²=c² হলে প্রমান কর যে, a6+b6+3a²b²c²=c4

সমাধানঃ

১৩। x+1/x=4 হলে, প্রমান কর যে, x³+1/x³=52

সমাধানঃ

১৪। a-1/a=5 হলে, a³-1/a³ এর মান কত?

```
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, a-1/a=5
প্রদত্ত রাশি= a<sup>3</sup>-1/a<sup>3</sup>
          =(a-1/a)^3+3.a.1/a.(1-1/a)
          =5^3+3.5
          =125+15
          =140
নির্নেয় মান 140
১৫। সত্রের সাহায্যে গুনফল নির্নয় কর?
(\overline{\Phi})(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)(3)(ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)
(গ) (2ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1) ((ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1)
(\%) (7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2) (\heartsuit) (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)
(\nabla) (x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)
(呀) (5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)
(\overline{\Phi}) (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)
সমাধানঃ (a² + b²)(a⁴ - a²b² + b⁴)
          =(a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2b^2 + (b^2)^2\}
          =(a^2)^3+(b^2)^3
          = a^6 + b^6
(킥) (ax - by)(a^2 x^2 + abxy + b^2 y^2)
সমাধানঃ
(ax - by)(a^2 x^2 + abxy + b^2 y^2)
      =(ax - by)\{(ax)^2 + abxy + (by)^2\}
      =(ax)^2+(bx)^2
      =a^2x^2+b^2y^2
(গ) (2ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1)
সমাধানঃ
(2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)
          =(2ab^2-1)\{(2ab^2)^2+2ab^2+1^2\}
          =(2ab^2)^3-1^3
          =8a^3b^6-1
(\nabla) (\nabla2 + a)(\nabla4 - a\nabla2 + a<sup>2</sup>)
সমাধানঃ
(x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)
          =(x^2 + a)\{(x^2)^2 - x^2 \cdot a + a^2\}
          =(x^2)^3+(a)^3
          =x^6+a^3
(\%) (7a + 4b)(49a<sup>2</sup> - 28ab +16b<sup>2</sup>)
সমাধানঃ
(7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)
```

=
$$(7a + 4b)\{(7a^2)^2 - 7a.4b + (4b^2)^2\}$$

= $(7a)^3 + (4b)^3$
= $343a^3 + 64b^3$

(\overline{b}) (2a -1)(4a² + 2a +1)(8a³ +1)

সমাধানঃ

$$(2a -1)(4a^{2} + 2a +1)(8a^{3} +1)$$

$$= (2a -1)\{(2a)^{2} + 2a.1 +1^{2})(8a^{3} +1)$$

$$= \{(2a)^{3} - (1)^{3}\}\{8a^{3} +1\}$$

$$= (8a^{3} -1)(8a^{3} +1)$$

$$= (8a^{3})^{2} -1^{2}$$

$$= 64a^{6} -1$$

(∇) (x + a)(x² - ax + a²)(x - a)(x² + ax + a²)

সমাধানঃ

$$(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

= $(x^3 + a^3)(x^3 - a^3)$
= $x^6 - a^6$

(জ) (5a + 3b)(25a² -15ab +9b²)(125a³ - 27b³)

সমাধানঃ

$$(5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$$

= $\{(5a)^3 - (3b)^3\}(125a^3 - 27b^3)$
= $(125a^3 + 27b^3)(125a^3 - 27b^3)$
= $(125a^3)^2 - (27b^3)^2$
= $15625a^6 - 729b^6$

১৬। উৎপাদকে বিশ্লেষন করঃ

(ক)
$$a^3 + 8$$
 (খ) $8x^3 + 343$ (গ) $8a^4 + 27ab^3$

(된)
$$8x^3 + 1$$
 (용) $64a^3 + 125b^3$ (日) $729a^3 + 64b^3c^6$

(ছ)
$$27a^3b^3 + 64b^3c^3$$
 (평) $56x^3 + 189 y^3$

(**本**) a³ +8

সমাধানঃ

$$a^{3}+8$$

$$= a^{3}+2^{3}$$

$$= (a+2)(a^{2}-a*2+2^{2})$$

$$= (a+2)(a^{2}-2a+4)$$

(খ) 8x³ + 343

সমাধানঃ

$$8x^{3} + 343$$

$$= (2x)^{3} + 7^{3}$$

$$= (2x+7)\{(2x)^{2}-2x.7+7^{2}\}$$

$$=(x+7)(4x^2-14x+49)$$

(গ) 8a4 + 27ab3

সমাধানঃ

$$8a^{4} + 27ab^{3}$$

$$= a\{8a^{3} + 27b^{3}\}$$

$$= a\{(2a)^{3} + (3b)^{3}\}$$

$$= a\{(2a+3b)\{(2a)^{2} - 2a \cdot 3 + 3^{2}\}$$

$$= a(2a+3b)(4a^{2} - 6a + 9)$$

(되) 8x³ +1

সমাধানঃ

$$8x^3 + 1$$

$$= (2x)^3 + 1^3)$$

$$= (2X+1)\{(2x)^2 - 2x \cdot 1 + 1^2\}$$

$$= (2a+1)(4x^2 - 21 + 1)$$

(%) 64a³ +125b³

সমাধানঃ

$$64a^{3} + 125b^{3}$$

$$= (4a)^{3} + (5b)^{3}$$

$$= (4a+5b)\{(4a)^{2}-4a.5b+(5b)^{2}\}$$

$$= (4a+5b)(16a^{2}-20ab+25b^{2})$$

(\overline{b}) 729 $a^3 + 64b^3c6$

সমাধানঃ

(ছ) 27a³b³ + 64b³cз

সমাধানঃ

$$27a^{3}b^{3} + 64b^{3}c^{3}$$

= $b^{3}\{(3 a)^{3} + (4c)^{3}\}$
= $b^{3}(3a+4c)\{(3a)^{2}-3a.4c+(4c)^{2}\}$
= $b^{3}(3a+4c)\{(9a^{2}-12ac+16c^{2})$

(জ) 56x³ +189 yз

সমাধানঃ

$$56x^{3} + 189 y^{3}$$

$$= 7(8x^{3} + 27 y^{3})$$

$$= 7\{(2x)^{3} - (3y^{3})\}$$

$$= 7(2x - 3y)(\{(2x)^{2} + 2x \cdot 3y + (3y)^{2}\}$$

$$= 7(2x - 3y)(4x^{2} + 6xy + 9y^{2})$$