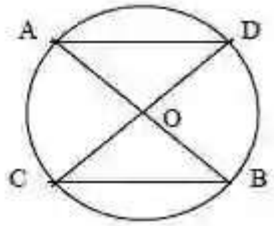
বৃত্ত: বৃত্তের জ্যা, চাপ, ব্যাস, পরিধি

১. প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে। অর্থাৎ AO=BO এবং CO=DO। প্রমাণ করতে হবে যে, O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র।

অঙ্কনঃ

A, D ও B, C যোগ করি।

প্রমাণঃ

△BOC এবং △AOD-এ

AO=BO এবং CO=DO [AB ও CD, O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত]

∠COB=∠AOD [বিপ্রতীপ কোণ]

∴△BOC ≅ △AOD

অর্থাৎ, AO=OC; DO=OB

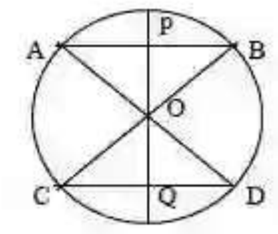
তাহলে, AO=OC=DO=OB

∴ বৃত্তের পরিধিস্থ A, B, C, D বিন্দুগুলো O থেকে সমদূরে অবস্থিত।

সুতরাং O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র।

২. প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান্তরাল জ্যা। AB ও CD এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, P, Q এর সংযোজক সরলরেখা O বিন্দুগামী। অর্থাৎ P, O, Q একই সরলরেখায় অবস্থিত প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে।

অঙ্কনঃ

O, A; O, B; O, P; O, C; O, D; O, Q যোগ করি।

প্রমাণঃ

△AOP ও △BOP এর মধ্যে,

AO=OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

AP=BP [P, AB এর মধ্যবিন্দু]

∴ △AOP ≅ △BOP

তাহলে, ∠APO=∠BPO=এক সমকোণ [রৈখিক যুগল কোণ বলে]

∴ OP⊥AB

অনুরুপভাবে, ∠CQO=∠DQO=এক সমকোণ

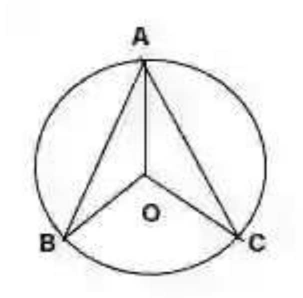
∴ OQ⊥CD

এখন, AO=BO=CO=DO [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে পরিধিস্থ যেকোনো বিন্দুর দূরত্ব সমান]

অর্থাৎ, P ও Q, O বিন্দুগামী (প্রমাণিত)

৩. কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, AB=AC.

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ OA এর সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে অর্থাৎ ∠BAO=∠CAO. প্রমাণ করতে হবে যে, AB=AC.

প্রমাণঃ

△AOB ও △AOC এর মধ্য

∠BAO=∠CAO [শর্তানুসারে]

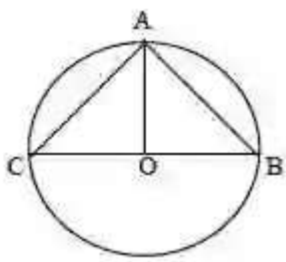
BO=CO [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

AO সাধারন বাহু।

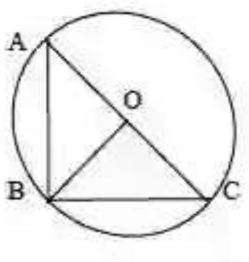
∴ △AOB ≅ △AOC

তাহলে, AB=AC [প্রমাণিত]

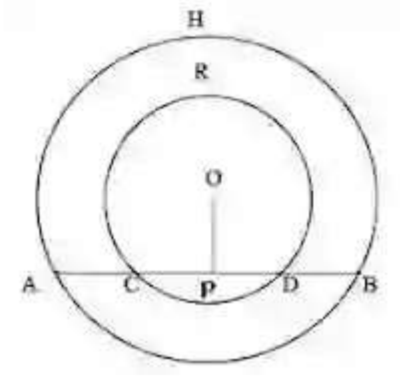
৪. চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB=জ্যা AC. প্রমাণ কর যে, ∠BAO=∠CAO.



সমাধানঃ
বিশেষ নির্বচনঃ
দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB=জ্যা AC. প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BAO=∠CAO.
অঙ্কনঃ
O, B ও O, C যোগ করি।
প্রমাণঃ
△AOB ও △AOC এর মধ্য
AB=AC [শর্তানুসারে]
OC=OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
AO সাধারণ বাহু।
∴ △AOB ≅ △AOC
তাহলে, ∠BAO=∠CAO [প্রমাণিত]
৫. কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।
সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, বৃত্তটি ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A, B, C দিয়ে যায়। ত্রিভুজটির অতিভুজ AC এবং এর মধ্যবিন্দু O. প্রমাণ করতে হবে যে O বৃত্তটির কেন্দ্র।
অঙ্কনঃ
O, B যোগ করি।
প্রমাণঃ
আমরা জানি, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।
এখন, বৃত্তটি ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A, B, C দিয়ে যায় এবং ∠ABC=এক সমকোণ।
তাহলে, AC বৃত্তের ব্যাস।
এবং AC এর মধ্যবিন্দু O.
অর্থাৎ AO=CO যেখানে A, C বৃত্তের পরিধিস্থ বিন্দু।
∴ O বৃত্তটির কেন্দ্র (দেখানো হলো)
৬. দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC=BD.
সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত ABH ও CDR। ABH বৃত্তের একটি জ্যা AB, CDR বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC=BD.

অঙ্কনঃ

O থেকে AB এর উপর OP লম্ব আঁকি।

প্রমাণঃ

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন জ্যায়ের উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

এখন, $OP \perp CD$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore CP=DP......(i)$

আবার, $OP \perp AB$ [অঙ্কন অনুসারে]

$\therefore$ AP=BP

বা, AC+CP=DP+BD

বা, AC+CP=CP+BD [(i) নং হতে]

বা, AC=BD [প্রমাণিত]