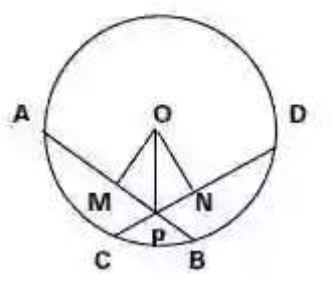
বৃত্তঃ বৃত্তের জ্যা

১. বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি সমান জ্যা AB ও CD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PA=PD এবং PB=PC.

অঙ্কনঃ

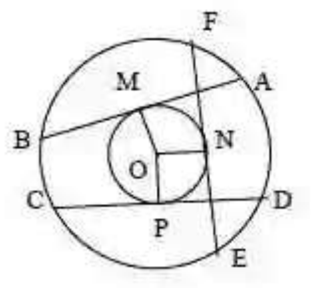
কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OM এবং ON লম্ব আঁকি। O, P যোগ করি।

প্রমাণঃ

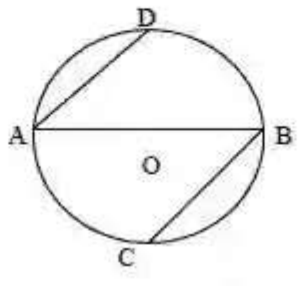
△MOP ও △NOP এর মধ্যে
∠OMP=∠ONP=90^0 [অঙ্কন অনুসারে]
OM=ON [সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
OP সাধারণ বাহু।
∴ △MOP ≅ △NOP
∴ MP=NP……(i)
এখন
AB=CD [শর্ত মতে]
বা, ½AB= ½CD
বা, AM=DN [কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যা কে সমদ্বিখন্ডিত করে]
বা, AM+MP=DN+MP [উভয়পক্ষে MP যোগ করি]
বা, AM+MP=DN+NP [(i) নং হতে]
বা, PA=PD…..(ii)
আবার,
AB=CD [শর্ত মতে]
বা, AB-PA=CD-PD [(ii) নং হতে]
বা, PB=PC
অতএব, PA=PD এবং PB=PC (প্রমাণিত)

২. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা-এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধানঃ

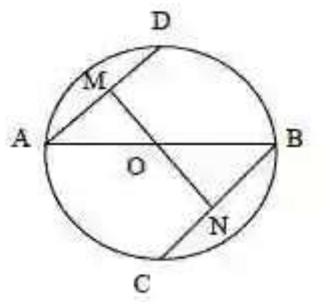


বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD ও EF তিনটি সমান জ্যা। AB, CD ও EF এর মধ্যবিন্দুগুলো যথাক্রমে M, P ও N। প্রমাণ করতে হবে যে, M, P ও N সমবৃত্ত।
অঙ্কনঃ
O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।
প্রমাণঃ
আমরা জানি, কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যা কে সমদ্বিখন্ডিত করে।
যেহেতু M, P, N যথাক্রমে জ্যা AB, CD, EF এর মধ্যবিন্দু সেহেতু OM, OP, ON যথাক্রমে AB, CD, EF এর উপর লম্ব।
তাহলে, OM, OP, ON ই কেন্দ্র হতে জ্যা তিনটির দূরত্ব।
এখন,
OM=OP=ON [বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
সুতরাং, O কে কেন্দ্র করে OM, ON, OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে তা M, N, P বিন্দু দিয়ে যাবে।
অতএব, M, N, P সমবৃত্ত (প্রমাণিত)
৩. দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।
সমাধানঃ

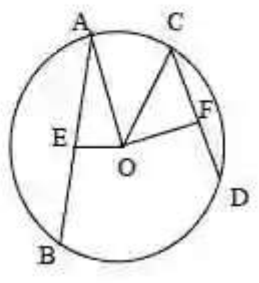


বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A প্রান্ত থেকে AD জ্যা এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা অঙ্কন করা হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AD।।BC.
প্রমাণঃ
AD=BC [শর্তানুসারে]
AB তাদের ছেদক।
∴∠DAB=∠CBA
ছেদকের উভয় পাশের একান্তর কোণগুলো সমান হলে রেখাদ্বয় সমান্তরাল।
∴AD।।BC (প্রমাণিত)

৪. দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।
সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস। AB এর A প্রান্ত থেকে AD জ্যা এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা আঁকা হল এবং AD।।BC। প্রমাণ করতে হবে যে, AD=BC.
অঙ্কনঃ
কেন্দ্র O থেকে AD ও BC এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি।
প্রমাণঃ
△AOM ও △BON এর মধ্য,
∠OMA=∠ONB [OM⊥AD; ON⊥BC]
∠MAO=∠NBO [AD।।BC ও AB ছেদক]
AO=BO [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ △AOM ≅ △BON
∴ OM=ON
তাহলে, AD=BC [বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা সমান]
∴ AD=BC (প্রমাণিত)
৫. দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।
সমাধানঃ

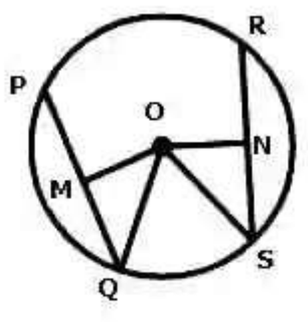


বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা এবং AB>CD। AB ও CD এর উপরে লম্বদ্বয় যথাক্রমে OE ও OF। দেখাতে হবে যে, OE<OF.
অঙ্কনঃ
O, A ও O, C যোগ করি।
প্রমাণঃ

যেহেতু, OE⊥AB এবং OF⊥CD
AE= ½AB, CF=½CD [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
কিন্তু, AB>CD
∴AE>CF
এখন, △OAE এ $OA^2=AE^2+OE^2$
এবং △OCF এ $OC^2=CF^2+OF^2$
কিন্তু, OA=OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ $OA^2=OC^2$
∴ $AE^2+OE^2=CF^2+OF^2$
এখন, AE>CF হওয়ায়
$AE^2>CF^2$
∴ $OE^2<OF^2$
বা, OE<OF
অর্থাৎ, বৃহত্তর জ্যাটি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। (দেখানো হলো)

৬. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PQ এবং RS দুটি সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।
ক) 314 বর্গ সেমি ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।
সমাধানঃ
আমরা জানি,
বৃত্তের ক্ষেত্রফল= πr^2 [r=ব্যাসার্ধ]
দেওয়া আছে, বৃত্তের ক্ষত্রফল=314 বর্গ সেমি।
প্রশ্নমতে,
$\pi r^2=314$
বা, $3.1416*r^2=314$
বা, $r^2=314/3.1416$
বা, $r^2=99.949$
বা, $r=\sqrt{99.949}$
বা, r=9.997
∴বৃত্তের ব্যাসার্ধ=9.997 সেমি.

খ) প্রমাণ কর যে, OM=ON।
সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা যাদের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N।
প্রমাণ করতে হবে যে, OM=ON।
অঙ্কনঃ

O, Q ও O, S যোগ করি।

প্রমাণঃ

আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে অঙ্কিত লম্ব জ্যা কে সমদ্বিখন্ডিত করে।

O বৃত্তের কেন্দ্র, জ্যা PQ ও RS এর মধ্যবিন্দু M ও N।

তাহলে, OM⊥PQ এবং ON⊥RS…….(i)

এখন, △OMQ ও △ONS এর মধ্যে,

∠OMQ=∠ONS=এক সমকোণ [(i) নং হতে]

MQ=NS [যেহেতু PQ=RS, জ্যা PQ ও RS এর মধ্যবিন্দু M ও N]

OQ=OS [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

∴ △OMQ ≅ △ONS

অতএব, OM=ON [প্রমাণিত]

গ) PQ এবং RS জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে পরস্পরকে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধানঃ

এই প্রশ্নের সমাধান ১ নং প্রশ্নের অনুরূপ।