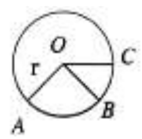
অষ্টম অধ্যায়

বৃত্ত

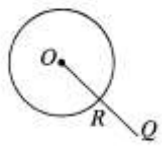
অনুশীলনী ৮.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

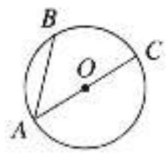
- **বৃত্ত :**
বৃত্ত একটি সমতলীয় জ্যামিতিক চিত্র যার বিন্দুগুলো কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্বে অবস্থিত। নির্দিষ্ট বিন্দুটি বৃত্তের কেন্দ্র। নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরত্ব বজায় রেখে কোনো বিন্দু যে আবদ্ধ পথ চিত্রিত করে তাই বৃত্ত। কেন্দ্র হতে বৃত্তের কোনো বিন্দুর দূরত্বকে ব্যাসার্ধ বলে। যার কেন্দ্র O ও ব্যাসার্ধ r। চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র, A, B ও C বৃত্তস্থ বিন্দু। OA, OB ও OC এর প্রত্যেকটি বৃত্তটির ব্যাসার্ধ।



- **বৃত্তের অভ্যন্তর ও বহির্ভাগ :**
যদি কোনো বৃত্তের কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ r হয় তবে O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r থেকে কম তাদের সেটকে বৃত্তটির অভ্যন্তর এবং O থেকে সমতলের যে সকল বিন্দুর দূরত্ব r থেকে বেশি তাদের সেটকে বৃত্তটির বহির্ভাগ বলা হয়। বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সম্পূর্ণভাবে বৃত্তের অভ্যন্তরেই থাকে।



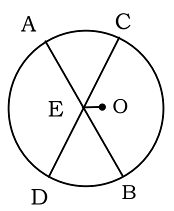
- **বৃত্তের জ্যা ও ব্যাস :**
বৃত্তের দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটির একটি জ্যা। বৃত্তের কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে যায় তবে জ্যাটিকে বৃত্তের ব্যাস বলা হয়। চিত্রে, AB ও AC বৃত্তটির দুইটি জ্যা এবং বৃত্তটির কেন্দ্র O। এদের মধ্যে AC জ্যাটি ব্যাস; কারণ জ্যাটি বৃত্তটির কেন্দ্রগামী। প্রত্যেক ব্যাসের দৈর্ঘ্য 2r, যেখানে r বৃত্তটির ব্যাসার্ধ।



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ACBD বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা পরস্পরকে E বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, E-ই বৃত্তের কেন্দ্র।

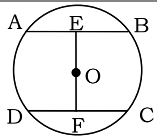
অঙ্কন : বৃত্তটির কেন্দ্র E না ধরে O ধরি এবং O, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু E·	[জানা আছে যে, বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর ওপর লম্ব]
∴ $OE \perp AB$ অর্থাৎ $\angle OEA$ = এক সমকোণ	
(২) আবার, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং CD জ্যা এর মধ্যবিন্দু E·	
∴ $OE \perp CD$ অর্থাৎ $\angle OEC$ = এক সমকোণ	
(৩) যেহেতু AB এবং CD দুইটি পরস্পরচ্ছেদী সরলরেখা।	
∴ $\angle OEA$ এবং $\angle OEC$ উভয়ই এক সমকোণ হতে পারে না।	
(৪) সুতরাং E ব্যতীত অন্য কোনো বিন্দু বৃত্তের কেন্দ্র হতে পারে না।	
∴ E বিন্দুটি ACBD বৃত্তের কেন্দ্র। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যায়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব।



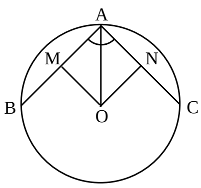
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O। AB এর মধ্যবিন্দু E এবং CD এর মধ্যবিন্দু F এবং AB||CD। প্রমাণ করতে হবে যে, EF কেন্দ্রগামী এবং AB ও CD এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) F, CD এর মধ্যবিন্দু এবং OF কেন্দ্র ও জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ।	
$\therefore$ OF, CD এর ওপর লম্ব।	[বৃত্তের কেন্দ্র ও জ্যায়ের মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যায়ের ওপর লম্ব]
এবং $\angle OFC$ = এক সমকোণ।	
(২) আবার, E, AB এর মধ্যবিন্দু হওয়ায় OE, AB এর ওপর লম্ব এবং $\angle AEO$ = এক সমকোণ।	[একই কারণে]
$\therefore \angle AEO = \angle OFC$	[একান্তর কোণ]
(৩) AB || CD হওয়ায় EF ছেদক।	
অর্থাৎ E, O, F একই সরলরেখা।	
অতএব, EF কেন্দ্রগামী এবং $EF \perp CD$ এবং $FE \perp AB$· **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, AB = AC·

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC বৃত্তের কেন্দ্র O। AB ও AC জ্যা দুইটি OA ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে অর্থাৎ $\angle BAO = \angle CAO$।

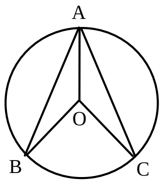
প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC·

অঙ্কন : O হতে AB এর ওপর OM এবং AC এর ওপর ON লম্ব আঁকি।

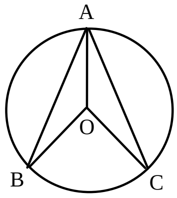
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) OM,AB এর ওপর লম্ব হওয়ায়, OM, AB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।	
অর্থাৎ, $AM = \frac{1}{2}$ AB	
(২) আবার, ON, AC এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $AN = \frac{1}{2}$ AC	
(৩) এখন, ΔAOM ও ΔAON এর মধ্যে	
$\angle AMO = \angle ANO$	[সমকোণ বলে]
$\angle MAO = \angle NAO$	[কল্পনা]
এবং AO সাধারণ বাহু।	
$\therefore$ ত্রিভুজ দুটি সর্বসম।	
অতএব, AM = AN	
অর্থাৎ $\frac{1}{2}$ AB = $\frac{1}{2}$ AC	
$\therefore$ AB = AC **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ চিত্রে O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC। প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$.



সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC। AO কেন্দ্রগামী ব্যাসার্ধ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAO = \angle CAO$.

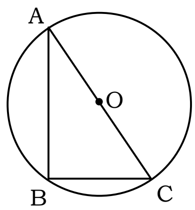
অঙ্কন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔAOB ও ΔAOC এর মধ্যে	
AB = AC	[দেওয়া আছে]
BO = CO	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং AO বাহু সাধারণ।	[বাহু–বাহু–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।	
অতএব, $\angle BAO = \angle CAO$। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়। দেখাতে হবে যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সমকোণী ΔABC এর $\angle B$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ।

A, B, C শীর্ষবিন্দু দিয়ে একটি বৃত্ত আঁকা হলো। মনে করি, বৃত্তটির কেন্দ্র O। দেখাতে হবে যে, কেন্দ্র O অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ :

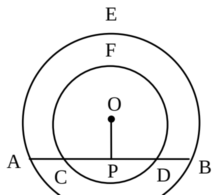
ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC-এর	
$\angle ABC$ = এক সমকোণ	[কল্পনা]
$\therefore \angle ABC$, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।	[$\because$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]
(২) A, B, C বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাস AC।	
সুতরাং বৃত্তের কেন্দ্র O, ব্যাস AC এর উপর অবস্থিত।	

∴ $OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

∴ বৃত্তের কেন্দ্র O, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু। **[দেখানো হলো]**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = BD.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABE ও CDF বৃত্ত দুইটির কেন্দ্র O। ABE বৃত্তের জ্যা AB, CDF বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = BD$।

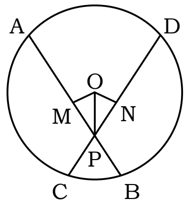
অঙ্কন : O হতে AB বা CD এর ওপর OP লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) OP, CD এর ওপর লম্ব হওয়ায় OP, CD-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ $CP = PD$	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোনো জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) আবার, OP, AB এর ওপর লম্ব হওয়ায়, OP, AB-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ, $AP = BP$	[একই]
এখন, $AP = AC + CP$	
এবং $BP = PD + BD$	
সুতরাং $AC + CP = PD + BD$	[∵ $AP = BP$]
∴ $AC = BD$ **[প্রমাণিত]**	[∵ $CP = PD$]

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, তাদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে, দেখাতে হবে যে, তাদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ACBD বৃত্তের কেন্দ্র O। AB ও CD দুটি সমান জ্যা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AP = PD$ এবং $PB = PC$·

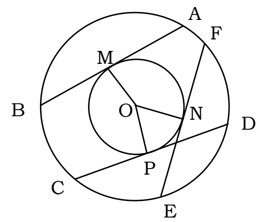
অঙ্কন : O হতে AB এর ওপর OM এবং CD এর ওপর ON লম্ব আঁকি। O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) MOP ও NOP সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে	
$OM = ON$	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
এবং OP সাধারণ অতিভুজ।	
∴ ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম।	
∴ $PM = PN$ .... (i)	
(২) এখন, OM, AB এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $AM = \frac{1}{2}$ AB	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোনো জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(৩) ON, CD এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $DN = \frac{1}{2}$ CD	[একই]
যেহেতু, $AB = CD$	
∴ $AM = DN$ .... (ii)	
(৪) সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই, $PM + AM = PN + DN$	
বা, $AP = PD$	
(৫) আবার, $AB = CD$	
বা, $AB - AP = CD - PD$	
বা, $PB = PC$	
অতএব, $AP = PD$ এবং $PB = PC$· **[দেখানো হলো]**	

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCEDF বৃত্তে O কেন্দ্র। AB, CD এবং EF তিনটি পরস্পর সমান সমান জ্যা। M, N এবং P সমান জ্যা'গুলোর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং P সমবৃত্ত।

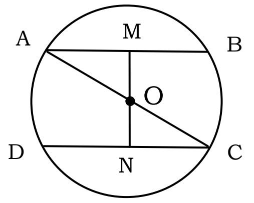
অঙ্কন : O ও M, O ও N এবং O ও P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) যেহেতু M, AB এর মধ্যবিন্দু এবং OM কেন্দ্রগামী রেখাংশ।	
∴ OM, AB এর উপর লম্ব।	[বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর ওপর লম্ব]
(২) OP, CD এর ওপর লম্ব।	[একই কারণ]
(৩) ON, EF এর উপর লম্ব।	[একই কারণ]
(৪) $OM = OP = ON$	[বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OM অথবা ON অথবা OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে।	
অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AC ব্যাস। AB ও CD দুইটি সমান সমান জ্যা AC ব্যাসের বিপরীত দিকে অবস্থিত।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB \parallel CD$

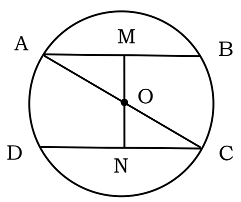
অঙ্কন : O হতে AB এর ওপর OM এবং CD এর ওপর ON লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) OM, AB এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $AM = \frac{1}{2} AB$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ON, CD এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $CN = \frac{1}{2} CD$	[একই]
(৩) যেহেতু, $AB = CD$ $\therefore AM = CN$	
(৪) ΔAOM ও ΔCON এর মধ্যে $AM = CN$	
$AO = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
এবং $OM=ON$	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী বলে]
$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম। $\therefore \angle A = \angle C$ কিন্তু কোণ দুইটি AC রেখার বিপরীত পাশে অবস্থিত। সুতরাং কোণ দুইটি একান্তর হওয়ায় $AB \parallel CD$. **[দেখানো হলো]**	

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে তারা সমান হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AC ব্যাস। AC ব্যাসের বিপরীত পাশে $AB \parallel CD$ দুইটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = CD$.

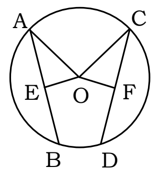
অঙ্কন : O হতে AB এর ওপর OM এবং CD এর ওপর ON লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) OM, AB জ্যা এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $AM = \frac{1}{2} AB$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ON, CD জ্যা এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $CN = \frac{1}{2} CD$.	[একই]
(৩) ΔAOM ও ΔCON এর মধ্যে	
$\angle AMO = \angle CNO$	[সমকোণ বলে]
$\angle MAO = \angle NCO$	[একান্তর কোণ বলে]
এবং $AO = CO$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
$\therefore$ ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম। $\therefore AM = CN$	
(৪) অর্থাৎ $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$ অতএব, $AB = CD$ **[দেখানো হলো]**	

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যা-টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে বৃহত্তর জ্যাটি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABDC বৃত্তের O কেন্দ্র। AB ও CD দুইটি জ্যা-এর মধ্যে $AB > CD$। OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB ও CD এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $OE < OF$.

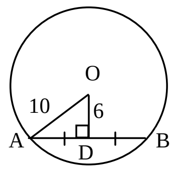
অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) OE, AB এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $AE = \frac{1}{2} AB$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এবং OF, CD এর ওপর লম্ব হওয়ায়, $CF = \frac{1}{2} CD$	[একই]
(৩) AOE সমকোণী ত্রিভুজে AO অতিভুজ $\therefore OA^2 = OE^2 + AE^2$ ....(i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
(৪) আবার, COF সমকোণী ত্রিভুজে CO অতিভুজ $\therefore OC^2 = OF^2 + CF^2$ ....(ii)	
(৫) AO এবং OC একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ হওয়ায়, $OA = OC$ সুতরাং, $OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$ ....(iii)	[একই]
(৬) কিন্তু $AB > CD$ হওয়ায়, $\frac{1}{2} AB > \frac{1}{2} CD$ বা, $AE > CF$ $\therefore AE^2 > CF^2$ সমীকরণ (iii) নং থেকে দেখা যায়, AE^2 যদি CF^2 থেকে বৃহত্তর হয় তবে OE^2, OF^2 থেকে ক্ষুদ্রতর হবে। সুতরাং $OE^2 < OF^2$ $\therefore OE < OF$. **[দেখানো হলো]**	

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

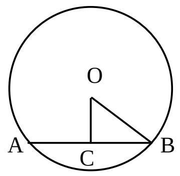
১.



চিত্রে AB এর দৈর্ঘ্য কত একক?

(ক) 8 (খ) 12 ● 16 (ঘ) 20

২. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে OC = 3cm, AB = 8cm এবং OC ⊥ AB, OB এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?



চিত্রে AB এর দৈর্ঘ্য কত একক?

(ক) 4 ● 5 (গ) 6 (ঘ) 8

৩. বৃত্তের—

i. ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা

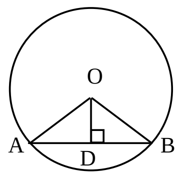
ii. সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী

iii. কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪.



চিত্রে AB = 10 সে.মি. এবং OA = 7 সে.মি. হলে—

৮·১ : বৃত্ত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯. P বিন্দুর সঞ্চারপথ সর্বদাই একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী হলে, P বিন্দুর সঞ্চারপথের জ্যামিতিক চিত্র নিচের কোনটি? (সহজ)

● বৃত্ত (খ) ত্রিভুজ (গ) রশ্মি (ঘ) চতুর্ভুজ

১০. O বিন্দু থেকে r দূরত্বে অবস্থিত A, B, C, ··· বিন্দুসমূহ একটি বৃত্ত গঠন করে। বৃত্তটির কেন্দ্র কোনটি? (সহজ)

(ক) r (খ) A (গ) B ● O

১১. কেন্দ্র হতে বৃত্তস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্বকে কী বলে? (সহজ)

(ক) ব্যাস ● ব্যাসার্ধ (গ) জ্যা (ঘ) পরিধি

১২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A, B ও C বৃত্তস্থ বিন্দু। সুতরাং OA, OB ও OC কে বৃত্তটির কী বলা হবে? (সহজ)

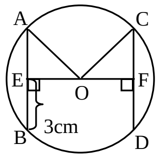
i. AD = 5 সে.মি. ii. OD = 4 সে.মি.

iii. Δ ক্ষেত্র AOB = $10\sqrt{6}$ বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O বৃত্তের কেন্দ্র এবং OE = OF = 4 cm

৫. OA এর মান কত?

(ক) 4 cm ● 5 cm (গ) 6 cm (ঘ) 7 cm

৬. চিত্রে—

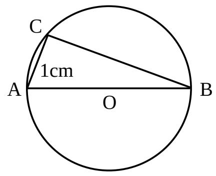
i. CD = 6 cm ii. ∠OAB = ∠OCD

iii. ΔAOE ≅ ΔCOF

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

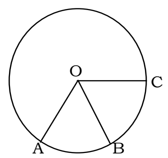


৭. ∠ACB এর মান কত?

(ক) 45° (খ) 60° ● 90° (ঘ) 120°

৮. AB এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

(ক) 5 (খ) 3 ● $\sqrt{5}$ (ঘ) $\sqrt{3}$



(ক) ব্যাস ● ব্যাসার্ধ (গ) চাপ (ঘ) জ্যা

১৩. বৃত্তের কেন্দ্র O থেকে OE ও OF দূরবর্তী AB ও CD জ্যাদ্বয় সমান হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) OE > CD (খ) OF > OE

(গ) OF – OE>0 ● OE = OF

১৪. 5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে, কেন্দ্র থেকে অপর একটি বিন্দুর দূরত্ব 3 সে.মি. হলে অপর বিন্দুটি বৃত্তের কোথায় অবস্থিত? (মধ্যম)

(ক) বাইরে ● ভেতরে (গ) উপরে (ঘ) কেন্দ্রে

ব্যাখ্যা : কেন্দ্র থেকে কোনো বিন্দুর দূরত্ব ব্যাসার্ধ থেকে ছোট হলে বিন্দুটি বৃত্তের ভেতরে অবস্থান করে।

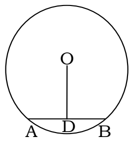
১৫. বৃত্তের ভেতরে ও বাইরে অবস্থিত দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তকে কয়টি বিন্দুতে ছেদ করবে? (সহজ)

(ক) 4 (খ) 3 (গ) 2 ● 1

১৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু D হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

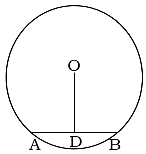
● $OD \perp AB$ (খ) $OD \parallel AB$ (গ) $OD = AB$ (ঘ) $OD = AD$

ব্যাখ্যা :



যেহেতু, বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর ওপর লম্ব। $\therefore OD \perp AB$

১৭. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OD, AB জ্যায়ের ওপর লম্ব। AD = 2 সে.মি. হলে AB = কত? (মধ্যম)



(ক) 2 সে.মি. (খ) 3 সে.মি. ● 4 সে.মি. (ঘ) 5 সে.মি.

১৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে O বিন্দু $OD \perp AB$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) $OD = AB$ (খ) $OD = AD$ (গ) $OD = BD$ ● $AD = BD$

১৯. 3·5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা–এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

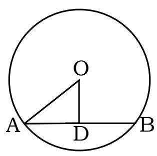
(ক) 1·75 (খ) 5·3 ● 7 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা : কেন্দ্রগামী জ্যা বৃত্তের ব্যাস। $\therefore$ ব্যাস $= 2r = 2 \times 3{\cdot}5 = 7$ সে.মি.।

২০. নিচের কোনটি বৃত্তকে একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে ছেদ করে? (সহজ)

(ক) ব্যাস ● ব্যাসার্ধ (গ) জ্যা (ঘ) কেন্দ্র

২১.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AD = BD = 8 সে.মি. এবং OD = 6 সে.মি. হলে OA = কত সে.মি.? (কঠিন)

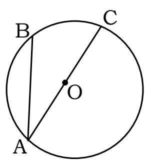
(ক) 13 (খ) 12 (গ) 11 ● 10

ব্যাখ্যা : $OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10\cdot$

২২. বৃত্তের দুইটি ভিন্ন বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কী বলে? (সহজ)

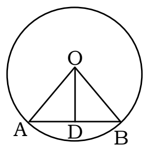
(ক) ব্যাস (খ) ব্যাসার্ধ ● জ্যা (ঘ) চাপ

২৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা। এদের মধ্যে কোনটি ব্যাস? (সহজ)



(ক) AB (খ) OA (গ) OC ● AC

২৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OD \perp AB$ হলে, এবং OD = 5 সে.মি. এবং AB = 24 সে.মি. হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? (কঠিন)



(ক) 10 সে.মি. (খ) 29 সে.মি. (গ) 14 সে.মি. ● 13 সে.মি.

ব্যাখ্যা : $OD = 5,\ AD = \frac{AB}{2} = \frac{24}{2} = 12$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{(12)^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13\cdot$

২৫. একটি বৃত্তের জ্যা ঐ বৃত্তের কেন্দ্র দিয়ে গেলে তাকে কী বলা হয়? (সহজ)

(ক) স্পর্শক ● ব্যাস (গ) পরিধি (ঘ) ব্যাসার্ধ

২৬. কোনো বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা 10 সে.মি., ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (সহজ)

(ক) 2 ● 5 (গ) 10 (ঘ) 20

ব্যাখ্যা : বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা হলো বৃত্তের ব্যাস। ব্যাসের অর্ধেক হলো ব্যাসার্ধ।

২৭. AB ও CD জ্যা–দ্বয় কোনো বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী হলে কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $AB = \frac{1}{2}CD$ (খ) $2AB = CD$

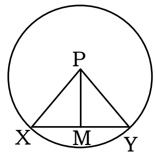
(গ) $AB > CD$ ● $AB = CD$

ব্যাখ্যা : বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

২৮. কোনো বৃত্তের পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত দুইটি জ্যা AB ও AC এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি. ও 12 সে.মি., বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (মধ্যম)

● 6·5 (খ) 7·5 (গ) 8·5 (ঘ) 9·5

২৯. P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $PM \perp XY$। PM = 4 সে.মি. এবং বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. হলে জ্যা–এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (কঠিন)

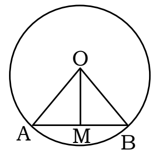


(ক) 3 ● 6 (গ) 9 (ঘ) 10

ব্যাখ্যা : $PY^2 = PM^2 + MY^2$ বা, $MY = 3$ সে.মি.;

$\therefore XY = 2MY = 2 \times 3 = 6$ সে.মি.।

৩০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $OM \perp AB$। OM = 6 সে.মি. এবং AB = 16 সে.মি. হলে OB = কত সে.মি.? (কঠিন)



● 10 (খ) 12 (গ) 16 (ঘ) 32

ব্যাখ্যা : $OB^2 = OM^2 + BM^2 = (6)^2 + \left(\frac{1}{2} \times 16\right)^2$

$\therefore OB = \sqrt{100} = 10$ সে.মি.।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. বৃত্ত একটি সমতলীয় জ্যামিতিক চিত্র

ii. বৃত্তস্থ সকল বিন্দুই বৃত্তটির ব্যাসার্ধ

iii. কেন্দ্র হতে বৃত্তস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্বকে ব্যাসার্ধ বলে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩২. কোনো বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ–

i. দুইটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ সম্পূর্ণভাবে বৃত্তের অভ্যন্তরেই থাকে

ii. একটি বিন্দু ও বহিঃস্থ একটি বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ বৃত্তটিকে একটি ও কেবল একটি বিন্দুতে ছেদ করে

iii. সকল বিন্দু ঐ বৃত্তের অভ্যন্তরেই থাকে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৩. বৃত্তের–

i. সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী

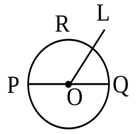
ii. কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য কোনো জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে

iii. যেকোনো সরলরেখার দুইয়ের অধিক ছেদবিন্দু থাকতে পারে না

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে–



i. কেন্দ্রগামী জ্যা PQ ii. P, Q ও R সমবৃত্ত বিন্দু

iii. L বিন্দু বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৫. r সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের–

i. বৃহত্তম চাপ $2\pi r$

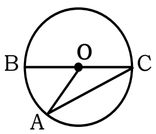
ii. বৃহত্তম জ্যা 2r

iii. পরিধি $2\pi r$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৬.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে–

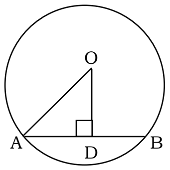
i. OA = OC

ii. AC বৃত্তের ব্যাস

iii. BC কে বৃত্তের জ্যা বলা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

৪২.



চিত্রে AB = 6 সে.মি. এবং OA = 5 সে.মি. হলে, OD = কত?

ক 3 সে.মি. খ 3·5 সে.মি. ● 4 সে.মি. ঘ 1 সে.মি.

৪৩. কোনো বৃত্তের বৃহত্তম জ্যায়ের দৈর্ঘ্য 10 cm হলে, ব্যাসার্ধ নিচের কোনটি?

● 5 cm খ 10 cm গ 20 cm ঘ 25 cm

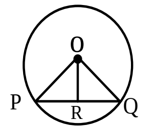
৪৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু D হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

ক OD = AB খ OD = AD ● OD ⊥ AB ঘ OD ∥ AB

৪৫.

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৭. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OR ⊥ PQ হলে–



i. OR = PR ii. PR = QR

iii. ∠ORP = ∠ORQ

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৩৮. বৃত্তের কেন্দ্রগামী জ্যা–এর দৈর্ঘ্য 20 সে.মি. হলে–

i. কেন্দ্র হতে একটি বিন্দুর দূরত্ব 12 সে.মি. হলে বিন্দুটি বৃত্তের ভেতরে অবস্থিত

ii. এর ব্যাস 20 সে.মি.

iii. কেন্দ্র হতে অপর বিন্দুর দূরত্ব 40 সে.মি. হলে বিন্দুটি পরিধিতে অবস্থিত

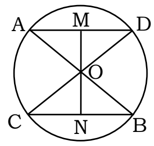
নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : কেন্দ্রগামী জ্যা বৃত্তের ব্যাস। অর্থাৎ ব্যাস = 20 সে.মি.। সুতরাং ব্যাসার্ধ 10 সে.মি.।

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৩৯–৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD বৃত্তে AB এবং CD দুইটি ব্যাস।
MN ⊥ AD, AD = 8 সে.মি. এবং ON = 3 সে.মি.।

৩৯. AM = কত সে.মি.? (সহজ)

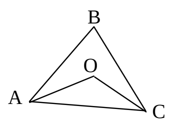
● 4 খ 5 গ 6 ঘ 8

৪০. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত সে.মি.? (মধ্যম)

● 5 খ 6 গ 7 ঘ 8

৪১. বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ক 75·4 ● 78·54 গ 83·44 ঘ 85·48



উপরের চিত্রে ∠A = 60°, ∠OBC = $\frac{1}{2}$ ∠B এবং ∠OCB = $\frac{1}{2}$∠C হলে, ∠BOC = কত?

ক 90° ● 120° গ 110° ঘ 150°

৪৬. কেন্দ্র হতে বৃত্তস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্বকে কী বলে?

ক ব্যাস খ জ্যা ● ব্যাসার্ধ ঘ বৃত্তচাপ

৪৭. যে কোনো সরলরেখা একটি বৃত্তের কয়টি বিন্দুকে ছেদ করতে পারে?

● দুইটি খ তিনটি গ চারটি ঘ পাঁচটি

৪৮. কেন্দ্র ও বৃত্তস্থ কোনো বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে কী বলে?

ক জ্যা ● ব্যাসার্ধ গ ব্যাস ঘ পরিধি

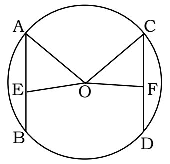
৪৯. বৃত্তের প্রত্যেক ব্যাসের মধ্যবিন্দুকে কী বলে?

(ক) লম্ববিন্দু (খ) সমবিন্দু (গ) সাধারণ বিন্দু ● কেন্দ্র

৫০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা ও $\angle ODA = 90^\circ$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $OA = OD$ (খ) $OD = AB$ ● $AD = BD$ (ঘ) $OA = \frac{1}{2}OB$

৫১.



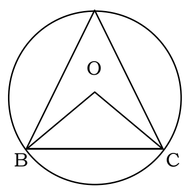
ABCD বৃত্তের AB = CD, OE ও OF যথাক্রমে AB ও CD এর দূরত্ব। OE = 3 সে.মি., AE = 4 সে.মি. হলে, OC = ?

(ক) 6 সে.মি. ● 5 সে.মি. (গ) 25 সে.মি. (ঘ) 9 সে.মি.

৫২. বৃত্তের ওপর বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী কয়টি বিন্দু আছে?

(ক) 1টি ● 2টি (গ) 3টি (ঘ) 4টি

৫৩.



চিত্রে ABC সমবাহু ত্রিভুজ হলে $\angle BOC$ এর মান কত?

(ক) 30° (খ) 60° (গ) 90° ● 120°

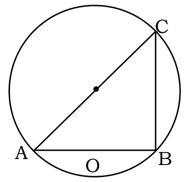
৫৪. বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে ছেদবিন্দুর অবস্থান বৃত্তের–

(ক) ওপরে (খ) বাইরে (গ) পরিধি ● কেন্দ্রে

৫৫. একটি বৃত্তের চারটি জ্যায়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি., 5 সে.মি. ও 6 সে.মি.। কেন্দ্রের নিকটতম জ্যা কোনটি?

(ক) প্রথমটি (খ) দ্বিতীয়টি (গ) তৃতীয়টি ● চতুর্থটি

৫৬.



উপরের চিত্রে $\angle ABC$ এর ক্ষেত্রে কোনটি সঠিক?

(ক) সরলকোণ ● সরলকোণের অর্ধেক

(গ) প্রবৃদ্ধ কোণ (ঘ) চার সমকোণ

৫৭. বৃত্তের যেকোনো জ্যা–এর মধ্যবিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ জ্যায়ের সাথে উৎপন্ন কোণ হবে–

(ক) 0° (খ) 30° ● 90° (ঘ) 100°

৫৮. প্রত্যেক বৃত্তের দৈর্ঘ্য ব্যাসের কত গুণ?

(ক) $\frac{\pi}{2}$ ● π (গ) 2π (ঘ) 3π

৫৯. 0·5 একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা–এর দৈর্ঘ্য কত একক?

● 1 (খ) 2 (গ) 3·4 (ঘ) 4

৬০. AB ও CD কোনো বৃত্তের দুটি সমান সমান জ্যা এবং OE ও OF কেন্দ্র হতে জ্যাদ্বয়ের দূরত্ব হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

● $OE = OF$ (খ) $OE > OF$ (গ) $OE < OF$ (ঘ) $OE \perp OF$

৬১. বৃত্তের দুটি জ্যা AB ও CD এর মধ্যে AB কেন্দ্রের নিকটতর। নিচের কোন উক্তিটি সঠিক?

(ক) $AB = CD$ (খ) $AB + CD$ ● $AB > CD$ (ঘ) $AB < CD$

৬২. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি কত?

(ক) 90° (খ) 120° ● 180° (ঘ) 360°

৬৩. i. বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী

ii. বৃত্তে স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ স্পর্শকের ওপর লম্ব

iii. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ দুই সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) iii ● i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii

৬৪. বৃত্তের–

i. সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী

ii. বৃত্তের যেকোনো জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডক কেন্দ্রগামী

iii. যেকোনো সরলরেখায় দুইয়ের অধিক ছেদবিন্দু থাকতে পারে না

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৫ ও ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB এবং CD এর ওপর অঙ্কিত লম্ব OE = 3 cm এবং OF = 2 cm।

৬৫. বৃত্তটির ব্যাস = 10 cm হলে AB = ?

(ক) 3 cm (খ) 4 cm ● 8 cm (ঘ) 10 cm

৬৬. নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $2 \text{ cm} < CF < 3 \text{ cm}$ (খ) $3 \text{ cm} < CF < 4 \text{ cm}$

● $4 \text{ cm} < CF < 5 \text{ cm}$ (ঘ) $5 \text{ cm} < CF < 10 \text{ cm}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৭ ও ৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের কেন্দ্র O, বৃহত্তর বৃত্তের AB জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। $OE \perp AB$। AB = 8 সে.মি., CD = 6 cm এবং বৃহত্তর বৃত্তের ব্যাস 10 cm।

৬৭. OE = ?

● 3 cm (খ) 4 cm (গ) 5 cm (ঘ) 10 cm

৬৮. ক্ষুদ্রতর বৃত্তটির ব্যাসার্ধ কত?

(ক) $2\sqrt{3}$ cm ● $3\sqrt{2}$ cm (গ) $3\sqrt{3}$ cm (ঘ) 18 cm

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৯ ও ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি.।

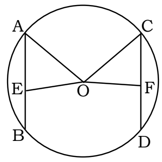
৬৯. O থেকে A বিন্দুর দূরত্ব কত সে.মি.?

(ক) 2 ● 4 (গ) 8 (ঘ) 16

৭০. O থেকে D বিন্দুর দূরত্ব 6 সে.মি.। D বিন্দু বৃত্তের কোথায় অবস্থিত?

(ক) অভ্যন্তরে ● বাইরে (গ) পরিধিতে (ঘ) কেন্দ্রে

■ নিচের চিত্রটির আলোকে ৭১ ও ৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ΔABC বৃত্তে, AB = CD, OE এবং OF যথাক্রমে AB ও CD এর দূরত্ব নির্দেশ করে।

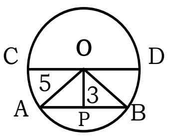
৭১. $\angle OEA$ এর মান কত?

(ক) 60° ● 90° (গ) 45° (ঘ) 30°

৭২. OE = 3 cm এবং AE = 4 cm হলে OC এর মান কত?

ⓚ 25 cm ● 5 cm ⓖ 9 cm ⓖ 7 cm

■ **নিচের চিত্রটির আলোকে ৭৩ ও ৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



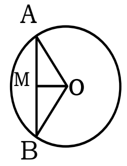
৭৩. AB এর দৈর্ঘ্য কত একক?

(ক) $\sqrt{34}$ ● 8 (গ) 16 (ঘ) 34

৭৪. CD এর দৈর্ঘ্য কত একক?

(ক) 2 (খ) 8 ● 10 (ঘ) 16

■ **নিচের চিত্রটির আলোকে ৭৫ ও ৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



৭৫. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা। OM ⊥ AB, সুতরাং–

(ক) AM = OA ● AM = BM

(গ) BM = OB (ঘ) AM = OM

৭৬. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা। OM ⊥ AB, সুতরাং–

(ক) ∠OMA = ∠OAM (খ) ∠OBM = ∠OBM

● ∠OMA = ∠OMB (ঘ) OMB = 180°

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।

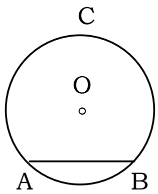
ক. উদ্দীপক অনুযায়ী চিত্র এঁকে চিহ্নিত কর। ২

খ. OD ⊥ AB হলে প্রমাণ কর যে, D, AB জ্যায়ের মধ্যবিন্দু। ৪

গ. AB জ্যায়ের সমান করে আরেকটি জ্যা অঙ্কন করে প্রমান কর যে, উভয় জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। ৪

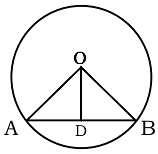
১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ABC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।

খ.



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন জ্যা। এখন OD ⊥ AB হলে প্রমান করতে হবে যে, D, AB জ্যায়ের মধ্যবিন্দু।

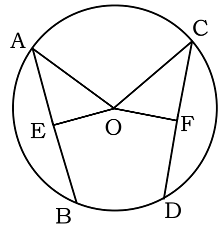
অঙ্কন : O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) OD ⊥ AB হওয়ায় ∠ODA = ∠ODB = এক সমকোণ।	
(২) এখন, ODA ও ODB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OA = অতিভুজ OB	[উভয়ই একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OD = OD	[সাধারণ বাহু]
∴ ΔODA ≅ ΔODB	
(৩) ∴ AD = BD	

∴ D, AB জ্যায়ের মধ্যবিন্দু। **(প্রমাণিত)**

গ.



চিত্রের AB জ্যা এর সমান করে CD আরেকটি জ্যা অঙ্কন করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের কেন্দ্র O হতে সমদূরবর্তী।

অঙ্কন : O, A ও O, C যোগ করি। কেন্দ্র O হতে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে এবং $OE \perp AB$ ও $OF \perp CD$.	
সুতরাং $AE = BE$ এবং $CF = DF$	
$\therefore AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$	
(২) কিন্তু $AB = CD$	[কল্পনা]
$\therefore AE = CF$	
(৩) এখন, OAE ও OCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OA = অতিভুজ OC এবং AE = CF	[উভয়ই একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \Delta OAE \cong \Delta OCF$	
(৪) $OE = OF$	
কিন্তু OE ও OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB জ্যা ও CD জ্যা এর দূরত্ব।	
∴ AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের কেন্দ্র O হতে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–২ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।

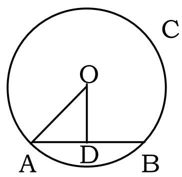
ক. $OD \perp AB$ এবং $OD = x$, $AD = y$ হলে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? ২

খ. কেন্দ্র O থেকে $OD \perp AB$ হলে প্রমাণ কর যে, OD, AB জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

গ. যদি উক্ত বৃত্তের অন্য একটি জ্যা CD হয় এবং জ্যাদ্বয় কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী হয় তাহলে প্রমাণ কর যে, জ্যা AB = জ্যা CD. ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস ভিন্ন অন্য একটি জ্যা।

$OD \perp AB$ এবং $OD = x$, $AD = y$ হলে, ΔAOD সমকোণী ত্রিভুজে

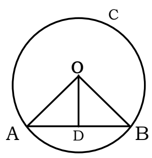
$OA^2 = OD^2 + AD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$OA = \sqrt{x^2 + y^2}$

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক

খ. কেন্দ্র O থেকে AB জ্যা এর ওপর OD লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, OD রেখা AB জ্যা কে D বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে, অর্থাৎ AD = BD.



অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $OD \perp AB$	[কল্পনা]
$\therefore \angle ODA = \angle ODB$ = এক সমকোণ।	
সুতরাং Δ ODA ও Δ ODB উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) এখন, সমকোণী ΔODA ও সমকোণী Δ ODB-এ	
অতিভুজ OA = অতিভুজ OB	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OD উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু	
$\therefore \Delta ODA \cong \Delta ODB$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ–বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
(৩) অতএব, AD = BD	
অর্থাৎ OD রেখা AB জ্যা–কে D বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে।	**(প্রমাণিত)**

গ. পাঠ্য বই এর উপপাদ্য ৩ দেখ।

প্রশ্ন–৩ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABC সমকোণী ত্রিভুজটি অন্তর্লিখিত রয়েছে।

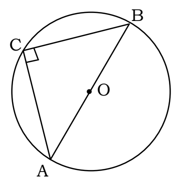
ক. উপরিউক্ত তথ্যের ভিত্তিতে বৃত্তটির চিত্র আঁক। ২

খ. দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু। ৪

গ. দেখাও যে, অতিভুজই বৃত্তটির বৃহত্তম জ্যা। ৪

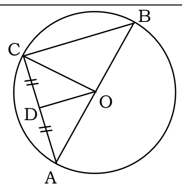
৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে চিত্রটি নিম্নরূ প :



চিত্রে $\angle ACB$ = এক সমকোণ।

খ.



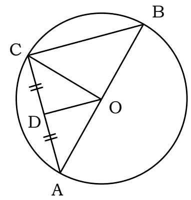
অঙ্কন : O, C যোগ করি। AC বাহুর মধ্যবিন্দু D নিই এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC–এ AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু O ও D	
$\therefore$ OD $\parallel$ BC	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।]
(২) এখন OD $\parallel$ BC এবং AC তাদের ছেদক।	
$\therefore$ $\angle$ODA = $\angle$ACB	
কিন্তু $\angle$ACB = এক সমকোণ।	
$\therefore$ $\angle$ODA = এক সমকোণ	
অর্থাৎ OD $\perp$ AC	
(৩) ΔOCD এবং ΔOAD এর মধ্যে	
CD = AD	[D, AC এর মধ্যবিন্দু]
OD = OD	[সাধারণ বাহু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle$ODC = অন্তর্ভুক্ত $\angle$ODA	
সুতরাং ΔOCD $\cong$ ΔOAD	[বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore$ OC = OA	
(৪) অনুরূপভাবে, OB = OC	
$\therefore$ OA = OB = OC	[ধাপ–৩ থেকে]

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত A, B ও C বিন্দু দিয়ে যাবে। অর্থাৎ সমকোণী ΔABC এর শীর্ষবিন্দুত্রয় দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র অতিভুজ AB এর মধ্যবিন্দু O তে অবস্থিত।**(দেখানো হলো)**

গ.



প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু বৃত্তের কেন্দ্র O, AB এর মধ্যবিন্দু। সুতরাং AB ব্যাস এবং AC ব্যাসভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা।	
$\therefore$ OA = OB = OC	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(২) এখন ΔOAC-এ	
OA + OC > AC	
বা, OA + OB > AC	
$\therefore$ AB > AC	

যেহেতু AB, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ। সুতরাং অতিভুজই প্রদত্ত বৃত্তের বৃহত্তম জ্যা। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৪ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান জ্যা।

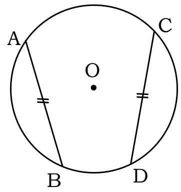
ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, কেন্দ্র O হতে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী। ৪

গ. বৃত্তের সমান জ্যাদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, তাদের একটির অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা।

খ. সৃজনশীল ২ (গ) সমাধান দেখ।

গ. অনুশীলনী ৮·১ এর ৭ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–৫ ▸ S কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে MN, OP এবং QR তিনটি সমান জ্যা।

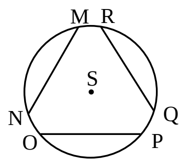
ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. দেখাও যে, কেন্দ্র S থেকে তিনটি জ্যা সমদূরবর্তী। ৪

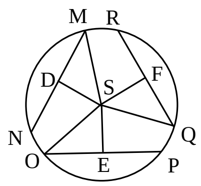
গ. প্রমাণ কর যে, MN, OP এবং QR এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্রটি নিম্নরূপ :



খ.



অঙ্কন : S থেকে MN, OP এবং QR জ্যা এর ওপর যথাক্রমে SD, SE এবং SF লম্ব আঁকি। S, M; S, Q এবং S, O যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) SD $\perp$ MN এবং SF $\perp$ QR	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
সুতরাং MD = ND	
এবং RF = QF	
$\therefore$ MD = $\frac{1}{2}$ MN এবং QF = $\frac{1}{2}$ QR	
(২) কিন্তু MN = QR	[কল্পনা]
$\therefore$ $\frac{1}{2}$ MN = $\frac{1}{2}$ QR	

$\therefore$ MD = QF

(৩) এখন ΔSMD এবং ΔSQF

সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ SM = অতিভুজ SQ [উভয়েই একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং MD = QF [ধাপ–২]

সুতরাং $\Delta SMD \cong \Delta SQF$

$\therefore$ SD = SF

(৪) অনুরূপভাবে, SD = SE

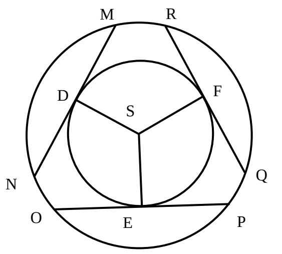
সুতরাং SD = SE = SF [ধাপ–৩ থেকে]

(৫) কিন্তু SD, SE ও SF কেন্দ্র S থেকে যথাক্রমে MN, OP ও QR জ্যা এর দূরত্ব

সুতরাং কেন্দ্র S থেকে প্রদত্ত জ্যাত্রয় সমদূরবর্তী।

(দেখানো হলো)

(গ)



অঙ্কন : MN, OP ও QR জ্যাত্রয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F নির্ণয় করি। S, D; S, E এবং S, F যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপ **যথার্থতা**

(১) D, MN জ্যা–এর মধ্যবিন্দু।

SD ⊥ MN [বৃত্তের কেন্দ্র ও কোনো জ্যা-এর

তদ্রূপ SE ⊥ OP এবং মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ

SF ⊥ QR· জ্যা–এর ওপর লম্ব]

(২) কেন্দ্র S হতে MN, OP ও QR জ্যাত্রয়ের লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে SD· SE ও SF [কল্পনা]

এবং MN = OP = QR

SD = SE = SF [‘খ’ থেকে]

সুতরাং S কে কেন্দ্র করে SD বা SE বা SF এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্তটি D, E ও F বিন্দু দিয়ে যাবে।

অতএব, D, E ও F সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৬ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস এবং এর A ও B বিন্দু হতে বিপরীত দিকে অঙ্কিত AE ও BF জ্যাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

ক. উপরের তথ্যের ভিত্তিতে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র আঁক। ২

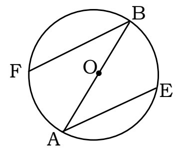
খ. প্রমাণ কর যে, AE = BF· ৪

গ. প্রমাণ কর যে, AE ও BF দুইটি সমান্তরাল জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব। ৪

প্রশ্ন–৭ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

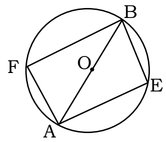
ক.



চিত্রে, AEBF বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস। AB ব্যাসের প্রান্তদ্বয় A ও B হতে এর বিপরীত দিকে অঙ্কিত AE ও BF জ্যাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, AE = BF·

অঙ্কন : A, F এবং B, E যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) AB বৃত্তের ব্যাস।

$\therefore \angle AEB$ = এক সমকোণ। [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বলে]

এবং $\angle AFB$ = এক সমকোণ। [একই কারণ]

(২) ΔAEB এবং ΔAFB-এ

$\angle AEB = \angle AFB$ [সমকোণ বলে]

$\angle BAE = \angle ABF$ [একান্তর কোণ। কারণ, AE ∥ BF এবং AB ছেদক]

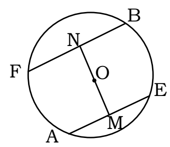
এবং AB = AB [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta AEB \cong \Delta AFB$

$\therefore$ AE = BF. **(প্রমাণিত)**

গ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট AEBF একটি বৃত্ত। এর AE ও BF সমান্তরাল জ্যাদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N ।

প্রমাণ করতে হবে যে, MN রেখা কেন্দ্রগামী এবং AE ও BF জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব।



অঙ্কন : O, N এবং O, M যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ **যথার্থতা**

(১) জানা আছে, বৃত্তের ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা–এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা–এর ওপর লম্ব। O বৃত্তের কেন্দ্র এবং BF জ্যা–এর মধ্যবিন্দু N·

$\therefore$ ON ⊥ BF

(২) তদ্রূপ, OM ⊥ AE· অর্থাৎ ON ও OM, O বিন্দু হতে যথাক্রমে BF ও AE সমান্তরাল জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব। সুতরাং ON এবং OM একই সরলরেখায় অবস্থিত। অর্থাৎ MN, রেখা O কেন্দ্রগামী এবং AE ও BF জ্যাদ্বয়ের ওপর লম্ব। **(প্রমাণিত)**

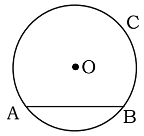
ক. উপরের তথ্যটির সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র আঁক। ২

খ. D, AB জ্যায়ের মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, OD⊥AB. ৪

গ. উক্ত বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করলে প্রমাণ কর যে, AB = AC. ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

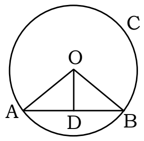
ক.



ABC বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা।

খ. D, AB জ্যা-এর মধ্যবিন্দু অর্থাৎ, AD = BD· কাজেই O, D এর সংযোজক রেখাংশ জ্যা-এর মধ্যবিন্দু এবং কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ হবে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OD রেখা AB জ্যা-এর ওপর লম্ব অর্থাৎ $OD \perp AB$·



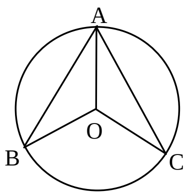
অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔOAD এবং ΔOBD-এ	
AD = BD	[∵ D, AB এর মধ্যবিন্দু]
OA = OB	[∵ উভয়ই একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OD উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।	
$\therefore \Delta OAD \cong \Delta OBD$	[∵ উভয় ত্রিভুজের বাহুত্রয় পরস্পর সমান]
সুতরাং $\angle ODA = \angle ODB$	
(২) কিন্তু $\angle ODA$ এবং $\angle ODB$ কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং তাদের পরিমাপ সমান।	
$\therefore \angle ODA = \angle ODB$ [এক সমকোণ]	

অর্থাৎ $OD \perp AB$ **(প্রমাণিত)**

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের AB ও AC দুইটি জ্যা। O, A যোগ করা হলো। AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুতে অঙ্কিত ব্যাসার্ধ OA-এর সাথে সমান কোণ $\angle OAB$ ও $\angle OAC$ উৎপন্ন করে অর্থাৎ $\angle OAB = \angle OAC$. প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC.



অঙ্কন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔAOB-এ OA = OB	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
(২) আবার, ΔAOC-এ OA = OC	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
$\therefore \angle OCA = \angle OAC$	
(৩) এখন, $\angle OAB = \angle OAC$	[দেওয়া আছে]
$\therefore \angle OBA = \angle OCA$	
এখন, ΔAOB ও ΔAOC-এর মধ্যে	
OB = OC	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
$\angle OAB = \angle OAC$ এবং $\angle OBA = \angle OCA$	
$\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$	

সুতরাং AB = AC· **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৮ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা O থেকে সমদূরবর্তী।

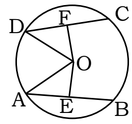
ক. O থেকে AB ও CD এর ওপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব হলে বৃত্তটির চিত্র আঁক ও সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB = CD। ৪

গ. যদি AB > CD হয়, তবে প্রমাণ কর যে, AB, CD অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ও CD দুইটি জ্যা। AB ও CD কেন্দ্র O থেকে সমদূরবর্তী এবং O থেকে AB ও CD এর ওপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব।

খ. এখানে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে এবং OE = OF হলে প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD·

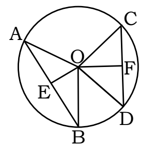
অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$	[সমকোণ]
সুতরাং $\angle OEA = \angle OFC$ = এক সমকোণ	
(২) এখন, ΔOAE এবং ΔOCF	
সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ	
OA = অতিভুজ OC	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OE = OF	[কল্পনা]
$\therefore \Delta OAE \cong \Delta OCE$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ–বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
$\therefore$ AE = CF	
(৩) $AE = \frac{1}{2}AB$ এবং $CF = \frac{1}{2}CD$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা–এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
সুতরাং $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$	

অর্থাৎ, AB = CD **(প্রমাণিত)**

গ.



ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O ও AB > CD, O থেকে AB ও CD এর উপরে যথাক্রমে OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যায়ের দূরত্ব নির্দেশ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB, CD অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর অর্থাৎ OE < OF·

অঙ্কন : O, B এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$ [সমকোণ]
সুতরাং, ΔOFD ও ΔOEB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই,
$OD^2 = OF^2 + FD^2$ [(অতিভুজ)^2
এবং $OB^2 = OE^2 + BE^2$ = (ভূমি)^2 + (লম্ব)^2]

(২) যেহেতু $OD = OB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore$ $OD^2 = OB^2$
$\therefore$ $OF^2 + FD^2 = OE^2 + BE^2$
বা, $OF^2 - OE^2 = BE^2 - FD^2$ ....(i)

(৩) এখন, $BE = \frac{1}{2}AB$ এবং $FD = \frac{1}{2}CD$ [কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
$\therefore$ $BE^2 = \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 = \frac{1}{4}AB^2$
এবং $FD^2 = \left(\frac{1}{2}CD\right)^2 = \frac{1}{4}CD^2$
$\therefore$ $BE^2 - FD^2 = \frac{1}{4}(AB^2 - CD^2)$ ....(ii)

(৪) যেহেতু $AB > CD$, সেহেতু $AB^2 > CD^2$
$\therefore$ $AB^2 - CD^2 > O$
$\therefore$ $BE^2 - FD^2 > O$ [(ii) নং হতে]
$\therefore$ $OF^2 - OE^2 > O$ [(i) নং হতে]
বা, $OF^2 > OE^2$
বা, $OF > OE$ **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–৯ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা যেখানে AB = CD, O থেকে AB ও CD এর লম্ব দূরত্ব OE এবং OF।
ক. উলিরখিত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, E, AB এর মধ্যবিন্দু। ৪
গ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর $OE = OF$. ৪
উত্তর : খ. উপপাদ্য–১ এর বিপরীত উপপাদ্যের অনুরূ প।
গ. উপপাদ্য–৩ এর অনুরূ প।

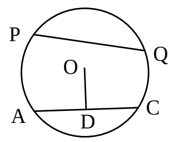
প্রশ্ন–১০ ▸ একটি বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AB ও CD দুইটি জ্যা। $OE \perp AB$, $OF \perp CD$ এবং OE = OF· OA বাহুর মধ্যবিন্দু P।
ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $AB = CD$ ৪
গ. দেখাও যে, $PE = \frac{1}{2}AO$ ৪

প্রশ্ন–১১ ▸ P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা।
ক. উপরের তথ্যানুসারে P কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তটি আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, P কেন্দ্র হতে AB ও CD জ্যা–দ্বয় সমদূরবর্তী। ৪
গ. AB বা CD এর সমান করে অপর একটি জ্যা অঙ্কন করে প্রমাণ কর যে, এদের মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত। ৪
উত্তর : খ. উপপাদ্য ২–এর অনুরূ প;
গ. প্রশ্ন–৮ এর সমাধানের অনুরূ প।

প্রশ্ন–১২ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যাদ্বয়ের দূরত্ব কেন্দ্র O হতে যথাক্রমে OE এবং OF।
ক. উপর্যুক্ত তথ্যের ভিত্তিতে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC বৃত্তটির চিত্র আঁক। ২
খ. $AB = CD$ হলে প্রমাণ কর যে, $OE = OF$ ৪
গ. $AB > CD$ হলে প্রমাণ কর যে, $OE < OF$ ৪

প্রশ্ন–১৩ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা।
ক. জ্যা কী? ২
খ. যদি AB জ্যা বৃত্তের কেন্দ্রগামী হয় তবে প্রমাণ কর যে, $AB > CD$। ৪
গ. $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$ হলে প্রমাণ কর যে, $OE < OF$। ৪

প্রশ্ন–১৪ ▸



ক. বৃত্তের জ্যা এবং ব্যাসের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। ২
খ. OD লম্ব হলে, $AD = CD$ প্রমাণ কর। ৪
গ. $AC = PQ$ হলে দেখাও যে, কেন্দ্র O থেকে তারা সমদূরবর্তী। ৪

প্রশ্ন–১৫ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর অঙ্কিত লম্ব যথাক্রমে OE ও OF।
ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে জ্যামিতিক চিত্রটি আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, কেন্দ্র O থেকে AB ও CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD ও EF তিনটি সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত। ৪

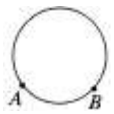
প্রশ্ন–১৬ ▸ বৃত্তের পরিধির দুই বিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে জ্যা বলা হয়। আবার কোনো জ্যা যদি কেন্দ্র দিয়ে যায় তাকে বলা হয় ব্যাস।
ক. বৃত্তের ব্যাস ও ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর চিত্র অঙ্কন কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা–এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত। ৪
গ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $AB = AC$ জ্যা–প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$। ৪

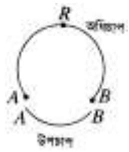
অনুশীলনী ৮.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **বৃত্তচাপ**

  বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী পরিধির অংশকে চাপ বলে। চিত্রে A ও B দুইটি বিন্দুর মাঝে বৃত্তের অংশগুলো লৰ করি। দেখা যায়, দুইটি অংশের একটি অংশ ছোট, অন্যটি তুলনামূলকভাবে বড়। ছোট অংশটিকে উপচাপ ও বড়টিকে অধিচাপ বলা হয়। বৃত্তের দুইটি বিন্দু A ও B বৃত্তটিকে দুইটি চাপে বিভক্ত করে। উভয় চাপের প্রান্তবিন্দু A ও B এবং প্রান্তবিন্দু ছাড়া চাপ দুইটির অন্য কোনো সাধারণ বিন্দু নেই।





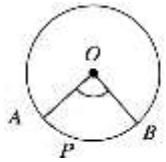
- **কোণ কর্তৃক খণ্ডিত চাপ**

  একটি কোণ কোনো বৃত্তে একটি চাপ খণ্ডিত বা ছিন্ন করে বলা হয় যদি

  (১) চাপটির প্রত্যেক প্রান্তবিন্দু কোণটির বাহুতে অবস্থিত হয়,

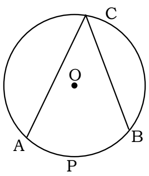
  (২) কোণটির প্রত্যেক বাহুতে চাপটির অন্তত একটি প্রান্তবিন্দু, অবস্থিত হয় এবং

  (৩) চাপটির অন্তঃস্থ প্রত্যেকটি বিন্দু কোণটির অভ্যন্তরে থাকে। চিত্রে প্রদর্শিত কোণটি O কেন্দ্রিক বৃত্তে APB চাপ খণ্ডিত করে।

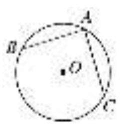


- **বৃত্তস্থ কোণ**

  একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের একটি বিন্দু হলে এবং কোণটির প্রত্যেক বাহুতে শীর্ষবিন্দু ছাড়াও বৃত্তের একটি বিন্দু থাকলে কোণটিকে একটি বৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোণ বলা হয়। চিত্রে কোণগুলো বৃত্তস্থ কোণ। প্রত্যেক বৃত্তস্থ কোণ বৃত্তে একটি চাপ তৈরী করে। এই চাপ উপচাপ, অর্ধবৃত্ত অথবা অধিচাপ হতে পারে।

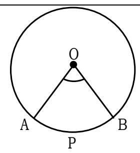


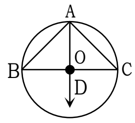
  মন্তব্য : বৃত্তের কোনো চাপে অন্তর্লিখিত একটি কোণ হচ্ছে সেই কোণ যার শীর্ষবিন্দু ঐ চাপের একটি অন্তঃস্থ বিন্দু এবং যার এক একটি বাহু ঐ চাপের এক একটি প্রান্তবিন্দু দিয়ে যায়। বৃত্তের কোনো চাপে দণ্ডায়মান একটি বৃত্তস্থ কোণ হচ্ছে ঐ চাপের অনুবন্ধী চাপে অন্তর্লিখিত একটি কোণ।



■ **কেন্দ্রস্থ কোণ**

একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে, কোণটিকে ঐ বৃত্তের একটি কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয় এবং কোণটি বৃত্তে যে চাপ খণ্ডিত করে সেই চাপের ওপর তা দণ্ডায়মান বলা হয়। পাশের চিত্রের $\angle AOB$ কোণটি একটি কেন্দ্রস্থ কোণ এবং তা APB চাপের ওপর দণ্ডায়মান। অর্ধবৃত্তের ৰেত্রে কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle BOC$ সরলকোণ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle BAC$ সমকোণ।

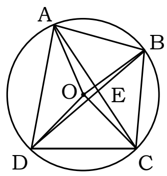




অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তে ABCD একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। AC, BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত। AC ও BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, O; B, O; C, O এবং D, O যোগ করা হলো।

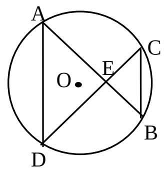
প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) AB চাপের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADB$। $\therefore \angle AOB = 2\angle ADB$	[কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ (দেওয়া আছে)]
(২) CD চাপের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle COD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle DAC$। $\therefore \angle COD = 2\angle DAC$	[একই]
(৩) $\angle AOB + \angle COD = 2\angle ADB + 2\angle DAC = 2(\angle ADB + \angle DAC)$ ....(i)	[১ ও ২নং হতে]
(৪) ΔADE-এ বহিঃস্থ $\angle AEB$ এবং অন্তঃস্থ বিপরীত কোণগুলো হলো, $\angle EAD$ ও $\angle EDA$ অতএব, $\angle AEB = \angle EAD + \angle EDA = \angle DAC + \angle ADB$	[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
(৫) সমীকরণ (i) নং এ $\angle DAC + \angle ADB = \angle AEB$ বসিয়ে পাই, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$. [প্রমাণিত]	

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ ABCD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে, ΔAED ও ΔBEC সদৃশকোণী।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুটি পরস্পর E বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, D এবং B, C যোগ করা হলো।

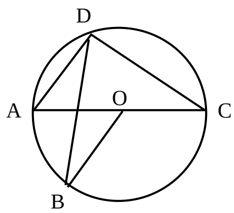
প্রমাণ করতে হবে যে, ΔAED ও ΔBEC সদৃশকোণী।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) BD চাপের উপর অবস্থিত বৃত্তস্থ $\angle DAB$ ও $\angle BCD$ সুতরাং, $\angle DAB = \angle BCD$	[সমান চাপের উপর বৃত্তস্থ কোণগুলো সমান]
(২) আবার, AC চাপের উপর অবস্থিত বলে $\angle ADC = \angle ABC$	
(৩) এখন, ΔAED ও ΔBEC এর $\angle DAE = \angle BCE$	[BD চাপের উপর অবস্থিত বলে]
$\angle ADE = \angle CBE$	[AC চাপের উপর অবস্থিত বলে]
এবং $\angle AED = \angle BEC$	[বিপ্রতীপ কোণ বলে]
অতএব, ΔAED ও ΔBEC সদৃশকোণী।	**[দেখানো হলো]**

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, $\angle ADB + \angle BDC$ = এক সমকোণ। প্রমাণ কর যে, A, O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে,

$\angle ADB + \angle BDC$ = এক সমকোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, A, O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত।

অঙ্কন : A, O; C, O এবং B, O যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) AB চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADB$ ।	

সুতরাং $\angle AOB = 2\angle ADB$ ······· (i) [কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

(২) আবার, BC চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BDC$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BDC$ ·········· (ii) [একই]

(৩) সমীকরণ (i) এবং (ii) যোগ করে পাই,

$\angle AOB + \angle BOC = 2\angle ADB + 2\angle BDC$

বা, $\angle AOC = 2(\angle ADB + \angle BDC)$

$= 2\angle ADC$

$\angle ADC$ = অর্ধবৃত্তস্থকোণ

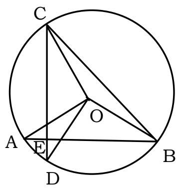
$= 2 \times$ এক সমকোণ

= 2 সমকোণ = এক সরলকোণ অর্থাৎ $180°$

অতএব, A, O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ AB ও CD দুইটি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন করে, তাদের সমষ্টি $\angle AEC$ এর দ্বিগুণ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ADBC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি জ্যা বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে $\angle AOC$ ও $\angle BOD$ উৎপন্ন করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$.

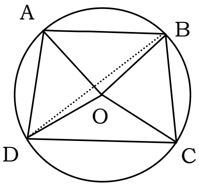
অঙ্কন : B, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) AC চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$. সুতরাং $\angle AOC = 2\angle ABC$······· (i)	[কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
(২) আবার, BD চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ $\angle BOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BCD$ $\therefore \angle BOD = 2\angle BCD$················· (ii)	[একই]
(৩) সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই, অতএব, $\angle AOC + \angle BOD = 2(\angle ABC + \angle BCD)$	
(৪) এখন, ΔBCE এর বহিঃস্থ $\angle AEC = (\angle BCE + \angle CBE)$ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি বা, $\angle AEC = \angle BCD + \angle ABC$	[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
(৫) অতএব, $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$ **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ দেখাও যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : দেখাতে হবে যে, বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয় পরস্পর সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্ত এবং O তার কেন্দ্র। ABCD একটি বৃত্তস্থ ট্রাপিজিয়াম। এর AB || CD এবং AD ও BC দুইটি তির্যক বাহু। দেখাতে হবে যে, BC = AD.

অঙ্কন : A, O; B, O; C, O; D, O এবং B ও D যোগ করি।

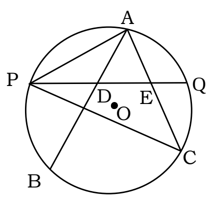
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) BC চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BDC$ সুতরাং, $\angle BOC = 2\angle BDC$ ······· (i)	[কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
(২) আবার, AD চাপের উপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABD$ $\therefore \angle AOD = 2\angle ABD$ ··········· (ii)	[একই]
(৩) কিন্তু AB || CD এবং BD ছেদক হওয়ায় $\angle ABD = \angle BDC$	[একান্তর কোণ বলে]
বা, $2\angle ABD = 2\angle BDC$	
$\therefore \angle BOC = \angle AOD$	
$\therefore$ চাপ BC = চাপ AD	[সমান সমান চাপ কেন্দ্রে সমান কোণ উৎপন্ন করে] [সমান সমান জ্যা বৃত্তে সমান চাপ ছিন্ন করে।]

অতএব BC = AD। **[দেখানো হলো]**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ AB ও AC কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা এবং P ও Q যথাক্রমে তাদের দ্বারা ছিন্ন উপচাপ দুইটির মধ্যবিন্দু। PQ জ্যা AB ও AC জ্যাকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাও যে, AD = AE.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AB ও AC দুটি জ্যা। P ও Q যথাক্রমে AB ও AC দ্বারা ছিন্ন উপচাপ দুইটির মধ্যবিন্দু। PQ জ্যা AB ও AC জ্যাকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

দেখাতে হবে যে, AD = AE.

অঙ্কন : A ও P এবং P ও C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) P মধ্যবিন্দু হওয়ায় চাপ চাপ AP = চাপ PB

$\therefore \angle ACP = \angle PAB$ [সমান সমান চাপের উপর অবস্থিত বলে]

(২) আবার Q মধ্যবিন্দু হওয়ায় চাপ AQ = চাপ CQ

$\therefore \angle CPQ = \angle APQ$ [সমান সমান চাপের উপর অবস্থিত বলে]

সুতরাং $\angle ACP + \angle CPQ = \angle PAB + \angle APQ$

(৩) কিন্তু, ΔPCE এ

বহিঃস্থ $\angle AEP = \angle ECP + \angle EPC$ [অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি]

বা, $\angle AED = \angle ACP + \angle CPQ$

(৪) আবার, ΔPAD–এ বহিঃস্থ $\angle ADQ = \angle PAD + \angle APD$

[অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি]

বা, $\angle ADE = \angle PAB + \angle APQ$

$= \angle ACP + \angle CPQ$

সুতরাং $\angle AED = \angle ADE$

(৫) ΔADE এ $\angle ADE = \angle AED$ হওয়ায়

$AD = AE\cdot$ **[দেখানো হলো]।**

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

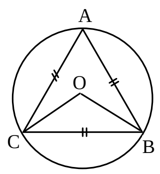
১. অর্ধবৃত্তস্থ কোণের মান কত?

(ক) 60° (খ) 75° ● 90° (ঘ) 120°

২. কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিহিত কোনটি?

● সূক্ষ্মকোণ (খ) সমকোণ (গ) স্থূলকোণ (ঘ) প্রবৃদ্ধ কোণ

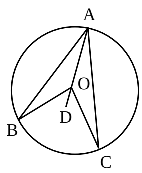
৩.



$\angle$BOC এর মান কত?

(ক) 30° (খ) 60° (গ) 90° ● 120°

৪.



উপরের চিত্রে–

i. $\angle BOD = 2\angle BAD$

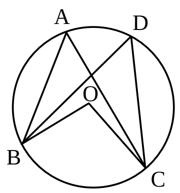
ii. $\angle COD = \angle OAC + \angle OCA$

iii. $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৫. চিত্র অনুযায়ী $\angle$BOC সমান হলো–



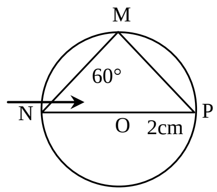
i. $2\angle BAC$ ii. $\angle BAC + \angle BDC$

iii. $\frac{1}{2}(\angle BAC + \angle BDC)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও iii ● i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



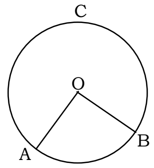
৬. অতিভুজ ও OM রেখাংশের দৈর্ঘ্যের অন্তর কত?
(ক) 0 সে.মি. (খ) 1 সে.মি.
● 2 সে.মি. (ঘ) 4 সে.মি.

৮·২ : বৃত্তচাপ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮. বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যে পরিধির অংশকে কী বলে? (সহজ)
● চাপ (খ) অধিচাপ (গ) উপচাপ (ঘ) জ্যা

৯. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, ACB চিহ্নিত অংশটিকে কী বলা হয়? (মধ্যম)



(ক) চাপ (খ) উপচাপ ● অধিচাপ (ঘ) পরিধি

১০. ABC বৃত্তের AB উপচাপ ও ACB অধিচাপের মধ্যে সাধারণ বিন্দু কয়টি? (মধ্যম)
(ক) 1 ● 2 (গ) 3 (ঘ) 4

১১. বৃত্তের ওপর অবস্থিত দুইটি বিন্দু A ও B হলে বৃত্তটিকে কয়টি চাপে বিভক্ত করে? (মধ্যম)
(ক) 4 (খ) 3 ● 2 (ঘ) 1

১২. r সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ABC বৃত্তের অধিচাপ ACB এর দৈর্ঘ্যের জন্য নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)
● $ACB > \pi r$ (খ) $ACB < \pi r$ (গ) $ACB < \frac{\pi r}{2}$ (ঘ) $ACB = \frac{\pi r}{2}$

১৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের পরিধি S মিটার এবং $\angle AOB = 90°$ হলে AB চাপের দৈর্ঘ্য কত মিটার? (সহজ)
(ক) $\frac{S}{2}$ (খ) $\frac{S}{3}$ ● $\frac{S}{4}$ (ঘ) $\frac{S}{6}$

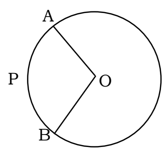
১৪. 0·5 একক ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের বৃহত্তম চাপের দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)
● 3·1416 (খ) 2·4142 (গ) 1· 4142 (ঘ) 0·5416

ব্যাখ্যা : বৃত্তের বৃহত্তম চাপ হলো ঐ বৃত্তের পরিধি।
যেহেতু ব্যাসার্ধ, $r = 0·5$ একক; $\therefore$ বৃত্তের পরিধি $2\pi r = 2\pi \times 0·5 = 3·1416$

১৫. একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের একটি বিন্দু হলে এবং কোণটির প্রত্যেক বাহুতে শীর্ষবিন্দু ছাড়াও বৃত্তের একটি বিন্দু থাকলে কোণটিকে কী বলা হয়? (সহজ)
(ক) অন্তঃস্থ কোণ ● বৃত্তস্থ কোণ (গ) বহিঃস্থ কোণ
(ঘ) কেন্দ্রস্থ কোণ

১৬. প্রত্যেক বৃত্তস্থ কোণ বৃত্তে কয়টি চাপ খন্ডিত করে? (মধ্যম)
● এক (খ) দুই (গ) তিন (ঘ) চার

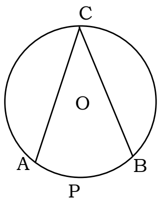
১৭. চিত্রে $\angle AOB$ কী ধরনের কোণ? (মধ্যম)



● কেন্দ্রস্থ কোণ (খ) বৃত্তস্থ কোণ
(গ) বহিঃস্থ কোণ (ঘ) অন্তঃস্থ কোণ

১৮. চিত্রে, APB ও ACB একে অপরের কী? (মধ্যম)

৭. $\angle PON$ এবং $\angle MPN$ এর অন্তর কত?
● 150° (খ) 120°
(গ) 90° (ঘ) 60°



(ক) চাপ (খ) উপচাপ (গ) অধিচাপ ● অনুবন্ধী চাপ

১৯. প্রত্যেক কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তে কয়টি উপচাপ খন্ডিত করে? (সহজ)
● এক (খ) দুই (গ) তিন (ঘ) চার

২০. বৃত্তের কোনো চাপে অন্তর্লিখিত একটি কোণ হচ্ছে সেই কোণ যার শীর্ষবিন্দু ঐ চাপের একটি– (সহজ)
(ক) বহিস্থ বিন্দু ● অন্তঃস্থ বিন্দু
(গ) সমবৃত্ত বিন্দু (ঘ) প্রান্তবিন্দু

২১. বৃত্তের কোনো চাপে দণ্ডায়মান একটি বৃত্তস্থ কোণ হচ্ছে ঐ চাপের অনুবন্ধী চাপে অন্তর্লিখিত কয়টি কোণ? (সহজ)
● এক (খ) দুই (গ) তিন (ঘ) চার

২২. একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে কোনটিকে ঐ বৃত্তের কী বলে? (সহজ)
● কেন্দ্রস্থ কোণ (খ) বৃত্তস্থ কোণ
(গ) অন্তঃস্থ কোণ (ঘ) বহিঃস্থ কোণ

২৩. বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের কত অংশ? (সহজ)
(ক) সমান (খ) অর্ধেক ● দ্বিগুণ (ঘ) চারগুণ

২৪. বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের কত অংশ? (সহজ)
● অর্ধেক (খ) সমান (গ) দ্বিগুণ (ঘ) তিনগুণ

২৫. নিচের কোন জোড়া বৃত্তের একই চাপের ওপর পরস্পর–পরস্পরের বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণ? (সহজ)
(ক) 30° ও 45° (খ) 45° ও 60°
(গ) 30° ও 90° ● 45° ও 90°

২৬. একটি বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ $x + 80°$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $x + 10°$, x এর মান কত? (সহজ)
(ক) 50° ● 60° (গ) 70° (ঘ) 80°

ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।
$x + 80^0 = 2(x + 10^0$
বা, $2x + 20^0 = x + 80^0$ বা, $2x - x = 80^0 - 20^0$ $\therefore x = 60^0$

২৭. কোনো বৃত্তস্থ কোণ 45° হলে কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপ হবে –(সহজ)
(ক) $22\frac{1}{2}^\circ$ ● 90° (গ) 135° (ঘ) $112\frac{1}{2}^\circ$

ব্যাখ্যা : কেন্দ্রস্থ কোণ = $2 \times$ বৃত্তস্থ কোণ = $2 \times 45° = 90°$

২৮. $\angle BAD$ ও $\angle BED$ বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান দুইটি বৃত্তস্থ কোণ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
(ক) $\angle BAD = 2\angle BED$ (খ) $\angle BED = 2\angle BAD$
(গ) $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BED$ ● $\angle BAD = \angle BED$

ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।

২৯. একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান চারটি বৃত্তস্থ কোণ $\angle A, \angle B, \angle C$ ও $\angle D$। $\angle B = 30^\circ$ হলে $\angle C$ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

● 30° ⓖ 60° ⓖ 120° ⓘ 150°

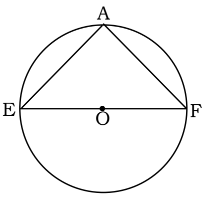
ব্যাখ্যা : বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান সকল বৃত্তস্থ কোণ পরস্পর সমান।

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 30^\circ$

৩০. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ কত? (সহজ)

● 90° ⓖ 110° ⓖ 120° ⓘ 180°

৩১. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে EF ব্যাস হলে $\angle EAF$ এর মান কত? (মধ্যম)



ⓚ 30° ⓖ 45° ⓖ 60° ● 90°

ব্যাখ্যা : $\angle EAF$ = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = এক সমকোণ।

৩২. একটি অর্ধবৃত্তের ব্যাস দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণের মান কত? (মধ্যম)

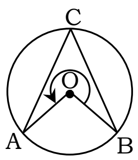
ⓚ 60° ⓖ 90° ● 180° ⓘ 360°

৩৩. PQRS বৃত্তের PQ চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle PRQ = 45^\circ$ হলে $\angle PSQ$ = কত ডিগ্রি? যেখানে, R ও S বিন্দু PQ এর একই পাশে অবস্থিত। (মধ্যম)

ⓚ $22{\cdot}5^\circ$ ● 45° ⓖ 90° ⓘ 180°

ব্যাখ্যা : একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান।

৩৪.



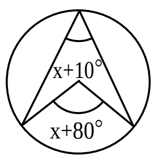
O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, প্রবৃদ্ধ $\angle AOB = 6x$ এবং $\angle ACB = x$ হলে x এর মান কত? (কঠিন)

ⓚ 30° ● 45° ⓖ 60° ⓘ 90°

ব্যাখ্যা : $\angle AOB = 2\angle ACB = 2x$

$\therefore 6x + 2x = 360^\circ \therefore x = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

৩৫.



চিত্রে, x এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 30° ⓖ 50° ● 60° ⓘ 80°

ব্যাখ্যা : $x + 80^\circ = 2(x + 10^\circ)$ বা, $x + 80^\circ = 2x + 20^\circ$

বা, $2x - x = 80^\circ - 20^\circ$ বা, $x = 60^\circ$

৩৬. $\angle ACB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। $\angle ABC = 45^\circ$ হলে $\angle BAC$ এর পরিমাণ–

● 45° ⓖ 60° ⓖ 70° ⓘ 90°

৩৭. কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ কী? (সহজ)

ⓚ সমকোণ ⓖ স্থূলকোণ ● সূক্ষ্মকোণ ⓘ সরলকোণ

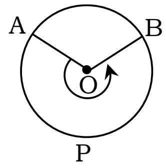
৩৮. কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ কী? (সহজ)

ⓚ সমকোণ ● স্থূলকোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ ⓘ সরলকোণ

৩৯. কোনো বৃত্তের ব্যাসের ওপর দণ্ডায়মান অর্ধবৃত্তস্থ কোণটি কিরূপ? (সহজ)

● সমকোণ ⓖ সরলকোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ ⓘ প্রবৃদ্ধ কোণ

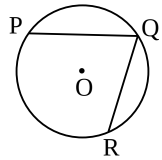
৪০.



এখানে অধিচাপ APB এর ওপর দণ্ডায়মান $\angle AOB$ কীরূপ কোণ? (সহজ)

ⓚ সরলকোণ ⓖ সমকোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ ● প্রবৃদ্ধ কোণ

৪১.

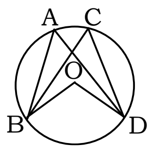


PQR অধিচাপে অন্তর্লিখিত $\angle PQR$ কোণটি কিরূপ? (সহজ)

ⓚ সমকোণ ⓖ স্থূলকোণ ● সূক্ষ্মকোণ ⓘ সরলকোণ

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪২. নিচের চিত্রে O কেন্দ্র, BD চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$ হলে–



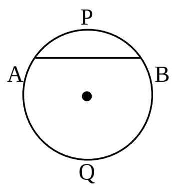
i. $\angle BOD = 2\angle BAD$ ii. $\angle BOD = 2\angle BCD$

iii. $\angle BAD = \angle BCD$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ⓖ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৩. চিত্রানুসারে–



i. AQB একটি অধিচাপ

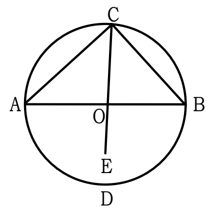
ii. APB একটি উপচাপ

iii. APB ও AQB একটিকে অপরটির অনুবন্ধী চাপ বলা হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓖ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৪. ADBC বৃত্তে O কেন্দ্র। $\angle ACB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। C, O যোগ করে E পর্যন্ত বর্ধিত করা হলে–



i. $\angle AOE = \angle ACO$ ii. $\angle ACB$ = এক সমকোণ

iii. $\angle AOB = 2\angle ACB$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৪৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. একই চাপের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ

ii. চাপ কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে কেন্দ্রস্থ কোণ বলে

iii. চাপ পরিধিতে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে বৃত্তস্থ বা পরিধিস্থ কোণ বলে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৬. বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান—

i. বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক

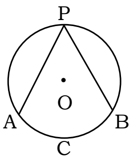
ii. বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান

iii. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ দুই সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৪৭. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের—



i. $\angle APB$ সূক্ষ্মকোণ হলে, ACB উপচাপ হবে

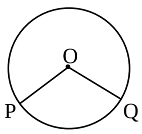
ii. $\angle APB$ সমকোণ হলে, ACP অধিচাপ হবে

iii. $\angle APB$ ও $\angle ACB$ পরস্পর অনুবন্ধী চাপ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

৪৮.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের—

i. $\angle POQ$ একটি কেন্দ্রস্থ কোণ

ii. $\angle POQ$ এর উপচাপ PQ

iii. $\angle POQ = 180°$ হলে কেন্দ্রস্থ কোণটি অর্ধবৃত্তের উপর দণ্ডায়মান

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান

ii. কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ

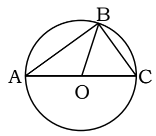
iii. কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৫০ — ৫২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫০. ABC চাপের দৈর্ঘ্য S একক হলে বৃত্তটির পরিধি কত একক? (সহজ)

ⓚ 4S ● 2S ⓖ S ⓖ $\frac{S}{2}$

৫১. OB = 3 সে.মি. হলে AC = কত সে.মি.? (মধ্যম)

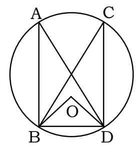
ⓚ 2 ⓚ 4 ● 6 ⓖ 8

৫২. $\angle ABC$ এর পরিমাণ কত? (সহজ)

ⓚ 45° ⓚ 60° ● 90° ⓖ 180°

ব্যাখ্যা : $\angle ABC$ = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ = 90°

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫৩ ও ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫৩. নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$ ⓚ $\frac{1}{2}\angle BAD = \angle BOD$

ⓖ $\frac{1}{2}\angle BCD = \angle BOD$ ⓖ $\angle BAD = 2\angle OBD$

৫৪. নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ $\angle OBD = \angle BCD$ ⓚ $\angle ODB = \angle BAD$

● $\angle BAD = \angle BCD$ ⓖ $\angle BAD = 2\angle OBD$

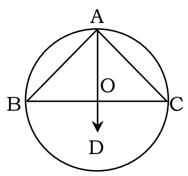
৫৫.

বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৫. অর্ধবৃত্তস্থ কোণের পরিমাপ কত?

ⓚ 180° ⓚ 360° ● 90° ⓖ 120°

৫৬.



উপরের O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপ কত?

ⓚ 90° ● 180° ⓖ 260°c ⓖ 360°

৫৭. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে D বিন্দু AB জ্যা–এর মধ্যবিন্দু হলে, $\angle ODB$ = কত?

ⓚ 30° ⓚ 45° ⓖ 60° ● 90°

৫৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle ACB$ বৃত্তস্থ কোণ হলে, $\angle AOB$ = কত?

ⓚ 90° ⓚ 45° ⓖ 120° ● 180°

৫৯. অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ছোট চাপকে কী বলে?

ⓚ সমচাপ ⓚ অধিচাপ ● উপচাপ ⓖ অসমচাপ

৬০. বৃত্তের কোনো চাপ দ্বারা উৎপন্ন কেন্দ্রস্থ কোণ ঐ বৃত্তচাপের—

ⓚ সমান ● সমানুপাতিক ⓖ ব্যস্তানুপাতিক ⓖ বর্গমূল

৬১. একটি বৃত্তের বৃত্তস্থ কোণ $(2x + 10)^\circ$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $(x + 110)^0$ হলে, x এর মান কত ডিগ্রি?

● 30 (খ) 45 (গ) 60 (ঘ) 90

৬২. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি স্পর্শক PQ ও PR হলে, ΔPQR কী ধরনের ত্রিভুজ?

(ক) সমকোণী (খ) সমবাহু ● সমদ্বিবাহু (ঘ) বিষমবাহু

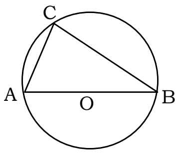
৬৩. বৃত্তের অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তার পরিমাণ কত?

(ক) 60° (খ) 90° ● 120° (ঘ) 180°

৬৪. প্রত্যেক বৃত্তস্থ কোণ বৃত্তে কয়টি চাপ খণ্ডিত করে?

● 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

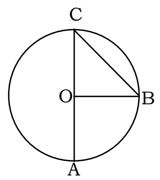
৬৫.



উপরের চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে $\angle ACB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ $\angle ABC = 30^\circ$ হলে $\angle BAC$ = কত?

(ক) 45° ● 60° (গ) 30° (ঘ) 75°

৬৬.



(ক) $\angle AOB = \angle ACB$ (খ) $\angle AOB = \frac{1}{2}\angle ACB$

(গ) $2\angle AOB = \angle ACB$ ● $\angle AOB = 2\angle ACB$

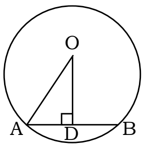
৬৭. অর্ধবৃত্তস্থ ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটি অপরটির দ্বিগুণ হলে ক্ষুদ্রতম কোণটির পরিমাণ কত?

● 30° (খ) 60° (গ) 90° (ঘ) 120°

৬৮. $\angle ACB$ ও $\angle CBO$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ। $\angle CBO = 50^\circ$ হলে $\angle ACB$ = কত?

(ক) 45° (খ) 50° ● 40° (ঘ) 90°

৬৯.



চিত্রে OD = 6 সে.মি., BD = 8 সে.মি. হলে AO = কত সে.মি.?

● 10 (খ) 11 (গ) 12 (ঘ) 13

৭০. কোনো বৃত্তের BC চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃহস্থ $\angle BAC$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\angle BOC = \angle BAC$ (খ) $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle BAC$

● $\angle BOC = 2\angle BAC$ (ঘ) $2\angle BOC = \angle BAC$

৭১. i. বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো পরস্পর সমান

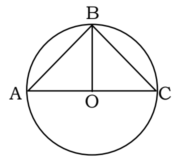
ii. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ

iii. অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রে কেন্দ্রস্থ কোণ এক সরলকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৭২ ও ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত। AC তার ব্যাস এবং AC = 6 সে.মি.।

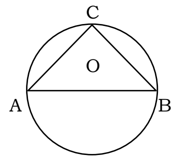
৭২. $\angle ABC$ = কত?

● 90° (খ) 180° (গ) 150° (ঘ) 170°

৭৩. AO + BO = কত?

(ক) 3 সে.মি. ● 6 সে.মি. (গ) 9 সে.মি. (ঘ) 12 সে.মি.

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৭৪ ও ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB হলো ব্যাস এবং AC ও BC এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 4 সে.মি.।

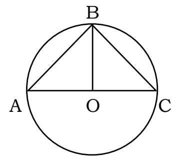
৭৪. $\angle ACB$ এর মান কত?

(ক) 450° (খ) 60° ● 90° (ঘ) 120°

৭৫. AB এর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.?

● 5 (খ) 7 (গ) 9 (ঘ) 11

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৭৬ – ৭৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



৭৬. ABC চাপের দৈর্ঘ্য S একক হলে বৃত্তটির পরিধি কত একক?

(ক) 4S ● 2S (গ) S (ঘ) $\frac{S}{2}$

৭৭. OB = 2 সে.মি. হলে AC = কত সে.মি.?

(ক) 1 (খ) 2 ● 4 (ঘ) 4π

৭৮. $\angle ABC$ এর পরিমাপ কত?

(ক) 40° (খ) 60° ● 90° (ঘ) 180°

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OP এবং OQ লম্ব।

ক. উল্লেখিত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্র আঁক? ২

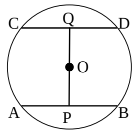
খ. প্রমাণ কর যে, P, AB এর মধ্যবিন্দু। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, OP = OQ. ৪

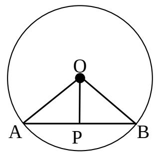
১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD জ্যা এর উপর যথাক্রমে OP ও OQ লম্ব।



খ.



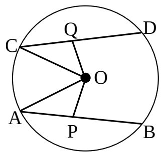
মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, P, AB জ্যায়ের মধ্যবিন্দু।

অঙ্কন : O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $OP \perp AB$ হওয়ায়	
$\angle OPA = \angle OPB$ এক সমকোণ।	
$\therefore \Delta OPA$ ও ΔOPB সমকোণী	
(২) এখন, OPA ও OPB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে,	[উভয়েই একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
অতিভুজ OA = অতিভুজ OB	
এবং OP = OP	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta OPA \cong OPA$	
(৩) AP = BP	
$\therefore$ P, AB জ্যায়ের মধ্যবিন্দু।**(প্রমাণিত)**	

গ.



মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা।

প্রমান করতে হবে যে, OP = OQ

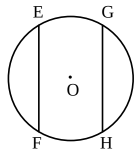
অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ

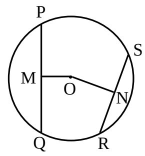
ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $OP \perp AB$ ও $OQ \perp CD$ সুতরাং, AP = BP এবং CQ = DQ	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
$\therefore$ AP = BP এবং $C = \frac{1}{2}CD$.	
(২) কিন্তু AB = CD	
$\therefore$ AP = CQ	[কল্পনা]
(৩) এখন ΔOAP এবং ΔOCQ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
OA = অতিভুজ OC এবং AP = CQ	
$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OCQ$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ–বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

$\therefore$ OP = OQ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–২ ▸



চিত্র–১



চিত্র–২

জ্যা EF = জ্যা GH জ্যা PQ > জ্যা SR এবং $OM \perp PQ, ON \perp SR$

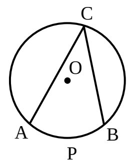
ক. চিত্রসহ বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণের সংজ্ঞা লেখ। ২

খ. চিত্র –১ এর আলোকে প্রমাণ কর যে, কেন্দ্র O থেকে জ্যা দ্বয়ের দূরত্ব সমান। ৪

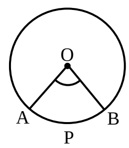
গ. চিত্র–২ এর আলোকে প্রমাণ কর যে, OM < ON ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

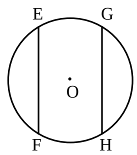
ক. **বৃত্তস্থ কোণ :** একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের একটি বিন্দু হলে এবং কোণটির প্রত্যেক বাহুতে শীর্ষবিন্দু ছাড়াও বৃত্তের একটি বিন্দু থাকলে কোণটিকে একটি বৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত কোণ বলা হয়। চিত্রে $\angle ACB$ বৃত্তস্থ কোণ।



কেন্দ্রস্থ কোণ : একটি কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে, কোণটিকে ঐ বৃত্তের একটি কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয়। চিত্রের $\angle AOB$ কোণটি একটি কেন্দ্রস্থ কোণ।



খ. O বৃত্তের কেন্দ্র এবং EF ও GH বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে EF এবং GH জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।



চিত্র–১

অঙ্কন : O থেকে EF এবং GH জ্যা এর উপর যথাক্রমে OC এবং OD লম্ব আঁকি। O, E এবং O, G যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $OC \perp EF$ ও $OD \perp GH$ সুতরাং, EC = BC এবং GD = DH $\therefore EC = \frac{1}{2}EF$ এবং GD = GH	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু EF = GH $\therefore$ EC = GD	

(৩) এখন, ΔOEC এবং ΔOGD সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OE = অতিভুজ OG

এবং EC = GD

$\therefore \Delta OEC \cong OGD$

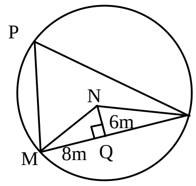
$\therefore$ OC = OD

(৪) কিন্তু OC এবং OD কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে EF জ্যা এবং GH জ্যা এর দূরত্ব।

সুতরাং, EF এবং GH জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

গ. অনুশীলনী ৮.১ এর ১১নং প্রশ্নের সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–৩ ▸



ক. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, MQ = QD। ৪

গ. MD উপচাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থকোণ ও কেন্দ্রস্থ কোণটির মধ্যে সম্পর্কটি লিখে তা প্রমাণ কর। ৪

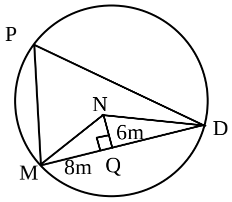
৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্রে, ΔMQN সমকোণী ত্রিভুজ,

$\therefore\ MN^2 = MQ^2 + NQ^2 = (8)^2 + (6)^2 = 64 + 36 = 100$

$\therefore\ MN = 10$ সে. মি. **(Ans.)**

খ.

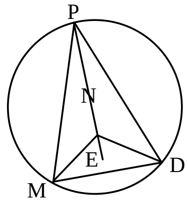


বিশেষ নির্বচন : PMD বৃত্তে MD ব্যাসভিন্ন জ্যা। বৃত্তের কেন্দ্র N থেকে MD এর উপর NQ লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, MQ = QD।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔMQN ও ΔNQD	
$MN = ND$	[একই বৃত্তের ব্যাসাধ]
$\angle NMQ = \angle NDQ$	
(2) NQ সাধারণ বাহু	[সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় ও
$\therefore\ \Delta MQN \cong \Delta NQD.$	পরস্পর সমান]
$\therefore$ MQ = QD. **(প্রমাণিত)**	

গ.



বিশেষ : PMD বৃত্তে MD উপচাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle MPD$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle MND$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MND = 2\angle MPD$.

অঙ্কন : P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্র N গামী রেখাংশ PE আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔMPE এর বহি:স্থ কোণ	[বহি:স্থ কোণ অন্ত:স্থ বিপরীত
$\angle MNE = \angle MPN + \angle PMN$	কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমাণ]
(২) ΔPNM–এ NM = NP	[একই বৃত্তের ব্যাসাধ]
$\angle NPM = \angle NMP$	
(৩) ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle MNE = 2\angle MPN$	
(৪) একইভাবে, ΔPDN থেকে $\angle DNE = 2\angle DPN$	
(৫) ধাপ (৩) ও (৪) থেকে	
$\angle MNE + \angle DNE = 2\angle MPN + 2\angle DPN$	
ক, $\angle MND = 2(\angle MPN + \angle DPN)$	
ক, $\angle MND = 2\angle MPD$ **(প্রমাণিত)**।	

প্রশ্ন–৪ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের AC কেন্দ্রগামী।

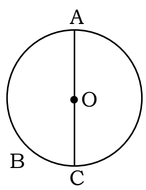
ক. সর্ববৃত্ত বিবরণসহ প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ। ৪

গ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ কর যে, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

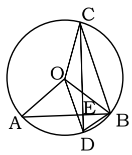
ক.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত ABC এর AC জ্যা বৃত্তের কেন্দ্র O দিয়ে যায়।

খ. পাঠ্য বই পৃষ্ঠা ১৩৬ উপপাদ্য–৪ দেখ।

গ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত E বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। A, O এবং D, O যোগ করায় $\angle AOD$ উৎপন্ন হয়। আবার O, C এবং O, B যোগ করায় $\angle BOC$ উৎপন্ন হয়।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) একই চাপ AD-এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABD$.	
$\therefore \frac{1}{2}\angle AOD = \angle ABD$	[$\because$ বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]

অর্থাৎ, $\angle AOD = 2\angle ABD$ ....(i)

অনুরূ পে দেখানো যায় যে,

$\angle BOC = 2\angle BDC$ ....(ii)

(২) (i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\angle AOD + \angle BOC = 2\angle ABD + 2\angle BDC$

বা, $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ABD + \angle BDC)$

বা, $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle EBD + \angle EDB)$ ··(iii)

(৩) এখন, ΔEBD-এর

$\angle EBD + \angle EDB = 1$ সমকোণ···(iv) [কারণ $AB \perp CD$ বলে $\angle BED =$ এক সমকোণ]

(৪) (iv) নং এর মান (iii) নং–এ বসিয়ে পাই,

$\angle AOD + \angle BOC = 2 \times 1$ সমকোণ

$\therefore$ $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৫ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের AB ব্যাস যা $\angle ACB$ কোণের বিপরীত বাহু।

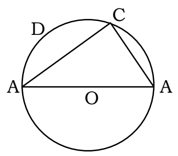
ক. সর্ংৰিপ্ত বিবরণসহ প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ACB$ এক সমকোণ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ। ৪

▸◂ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

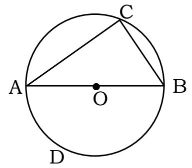
ক.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB একটি ব্যাস। C বৃত্তের ওপর অবস্থিত যেকোনো বিন্দু। A, C এবং B, C যোগ করলে $\angle ACB$ পাওয়া যায়। সংজ্ঞানুযায়ী, $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ACB =$ এক সমকোণ।

অঙ্কন : প্রমাণের সুবিধার জন্য AB ব্যাসের যে পার্শ্বে C বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পার্শ্বে D যেকোনো বিন্দু নিই।



প্রমাণ : AOB একটি সরলরেখা।

$\therefore$ $\angle AOB =$ এক সরলকোণ = দুই সমকোণ।

এখন, ADB চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOB$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ACB$·

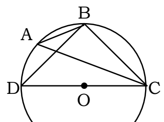
কিন্তু, আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক।

$\therefore$ $\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$

বা, $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 2$ সমকোণ [$\because$ $\angle AOB =$ দুই সমকোণ]

$\therefore$ $\angle ACB =$ এক সমকোণ **(প্রমাণিত)**

গ.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABC উপচাপে অন্তর্লিখিত $\angle ABC$।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC$ একটি স্থূলকোণ।

অঙ্কন : CD ব্যাস আঁকি। B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) O কেন্দ্রিক বৃত্তে CD ব্যাস

$\therefore$ $\angle CBD =$ এক সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]

(২) $\angle ABC = \angle ABD + \angle CBD$

বা, $\angle ABC = \angle ABD +$ এক সমকোণ

$\therefore$ $\angle ABC >$ এক সমকোণ [(১) থেকে]

অর্থাৎ $\angle ABC$ স্থূলকোণ

সুতরাং, উপচাপে অবস্থিত $\angle ABC$ একটি স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৬ ▸ একটি বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা, AB জ্যা CD জ্যা–এর ওপর লম্ব। AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle AOC$ ও $\angle BOD$ কোণ উৎপন্ন করেছে।

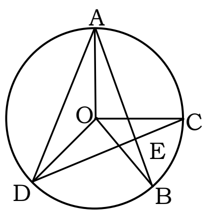
ক. তথ্যানুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle AOC + \angle BOD =$ দুই সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$· ৪

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. তথ্যানুযায়ী চিত্রটি নিম্নরূ প :



খ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD বৃত্তে জ্যা $AB \perp CD$· E, AB ও CD জ্যা–এর ছেদবিন্দু। AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle AOC$ ও $\angle BOD$ উৎপন্ন করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOC + \angle BOD =$ দুই সমকোণ।

অঙ্কন : A ও D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) AC চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$

সুতরাং $\angle AOC = 2\angle ADC$ [একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]

(২) আবার, BD চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAD$

সুতরাং $\angle BOD = 2\angle BAD$ [একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের

এখন, $\angle AOC + \angle BOD = 2(ADC + \angle BAD)$

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(৩) এখন ΔADE সমকোণী ত্রিভুজে $\angle AED$ = এক সমকোণ। সুতরাং $\angle EAD + \angle ADE$ = এক সমকোণ বা, $\angle BAD + \angle ADC$ = এক সমকোণ	দ্বিগুণ] [কল্পনা] [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(৪) অতএব, $\angle AOC + \angle BOD = 2 \times$ এক সমকোণ = 2 সমকোণ **(প্রমাণিত)**	

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে ছেদ করেছে।

AC ও BD চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle AOC$ ও $\angle BOD$ কোণ উৎপন্ন করেছে।

দেখাতে হবে যে, $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$.

অঙ্কন : O, A; O, B; O, C; O, D এবং A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) AC চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$ সুতরাং $\angle AOC = 2\angle ADC$	[একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
আবার, BD চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle BOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAD$। সুতরাং , $\angle BOD = 2\angle BAD$	[একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অতএব, $\angle AOC + \angle BOD = 2(\angle ADC + \angle BAD)$	[যোগ করে]
(২) এখন ΔADE–এর বহিঃস্থ কোণ $\angle AEC$. $\therefore \angle AEC = \angle ADE + \angle DAE$ বা, $\angle AEC = \angle ADC + \angle BAD$	[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
অতএব, $\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$ **(দেখানো হলো)**	

প্রশ্ন–৭ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তের AB ব্যাস যা $\angle ACB$ কোণের বিপরীত বাহু।

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যাবলির চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ। ৪

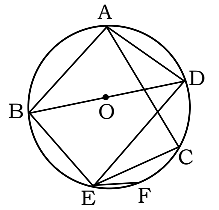
গ. প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ সূক্ষ্মকোণ এবং উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ। ৪

▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. সৃজনশীল ৫ (ক) সমাধান দেখ।

খ. সৃজনশীল ৫ (খ) সমাধান দেখ।

গ.



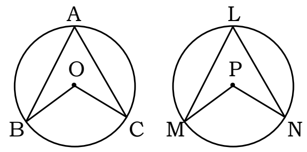
মনে করি, O কেন্দ্রিক বৃত্তের BAC চাপটি একটি অধিচাপ এবং BEF চাপটি উপচাপ। A, B; A, C; B, E এবং E, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAC$ একটি সূক্ষ্মকোণ এবং $\angle BEF$ একটি স্থূলকোণ।

অঙ্কন : BD ব্যাস আঁকি। A, D এবং E, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) O কেন্দ্রিক বৃত্তে BD ব্যাস।	
$\therefore \angle BAD$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।	
$\therefore \angle BAD$ = এক সমকোণ।	['খ' এর প্রমাণ অনুসারে]
(২) $\angle BED$ = এক সমকোণ।	[একই]
(৩) এখন, A ও C বিন্দু BD রেখাংশের বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত।	
$\therefore \angle BAC < \angle BAD$	
$\therefore \angle BAC <$ এক সমকোণ	
$\therefore \angle BAC$ একটি সূক্ষ্মকোণ।	
(৪) আবার, B ও E বিন্দু BD রেখাংশের একই পাশে অবস্থিত।	
$\therefore \angle BEF > \angle BED$	
$\therefore \angle BEF >$ এক সমকোণ।	
$\therefore \angle BEF$ একটি স্থূলকোণ।	
(৫) সুতরাং অধিচাপে অবস্থিত $\angle BAC$ একটি সূক্ষ্মকোণ এবং উপচাপে অবস্থিত $\angle BEF$ একটি স্থূলকোণ। **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–৮ ▸



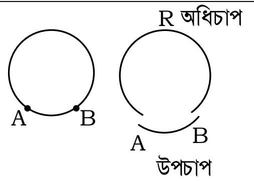
ক. উপচাপ ও অধিচাপ কী? ২

খ. দেখাও যে, সমান সমান বৃত্তচাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ বা বৃত্তস্থ কোণগুলো সমান। ৪

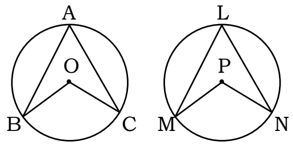
গ. প্রমাণ কর যে, সমান সমান বৃত্তে যেসব চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ বা কেন্দ্রস্থ কোণগুলো সমান, সেসব কোণগুলোর চাপ সমান। ৪

▸◂ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. বৃত্তের যেকোনো দুইটি বিন্দুর মধ্যের পরিধির অংশকে চাপ বলে। চিত্রে A ও B দুইটি বিন্দুর মাঝে বৃত্তের অংশগুলো লক্ষ করি। দেখা যায়, দুইটি অংশের একটি ছোট, অন্যটি তুলনামূলকভাবে বড়। ছোট অংশটিকে উপচাপ এবং বড়টিকে অধিচাপ বলে।



খ.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের BC চাপ এবং P কেন্দ্রবিশিষ্ট LMN বৃত্তের MN চাপ সমান।

মনে করি, BC ও MN চাপ দুইটির ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণদ্বয় যথাক্রমে $\angle BOC$ ও $\angle MPN$ এবং বৃত্তস্থ কোণদ্বয় যথাক্রমে $\angle BAC$ ও $\angle MLN$· দেখাতে হবে যে, (i) $\angle BOC = \angle MPN$ এবং (ii) $\angle BAC = \angle MLN$।

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, চাপ BC = চাপ MN	[সংজ্ঞানুসারে]
সুতরাং, বৃত্ত দুইটির ব্যাসার্ধ সমান এবং চাপ দুইটির পরিমাপও সমান।	[সংজ্ঞানুসারে]
কিন্তু BC চাপের পরিমাপ = কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$-এর পরিমাপ। এবং MN চাপের পরিমাপ = কেন্দ্রস্থ $\angle MPN$–এর পরিমাপ। সুতরাং $\angle BOC$-এর পরিমাপ = $\angle MPN$-এর পরিমাপ···(i)	
$\therefore \angle BOC = \angle MPN$ **(দেখানো হলো)**	
(২) আবার, $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$ এবং $\angle MLN = \frac{1}{2}\angle MPN$	[কোনো চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]
সুতরাং, $\angle BAC = \angle MLN$ **(দেখানো হলো)**	

গ.

প্রশ্ন–৯ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে OR চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle QPR$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle QOR$ কেন্দ্রস্থ কোণ।

ক. বৃত্তস্থ ও কেন্দ্রস্থ কোণ কাকে বলে? ২

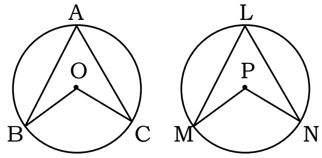
খ. দেখাও যে, $\angle QPR = \frac{1}{2}\angle QOR$· ৪

গ. যদি বৃত্তের পরিধিতে M একটি বিন্দু হয় তবে দেখাও যে, P ও M বিন্দুতে উৎপন্ন কোণ পরস্পর সমান। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. **বৃত্তস্থ কোণ :** যে কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের একটি বিন্দু এবং কোণটির প্রত্যেক বাহুতে শীর্ষবিন্দু ছাড়াও বৃত্তের একটি বিন্দু থাকে সে কোণটিকে বৃত্তস্থ কোণ বলা হয়।

কেন্দ্রস্থ কোণ : যে কোণের শীর্ষবিন্দু কোনো বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত, সে কোণটিকে ঐ বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কোণ বলা হয়।



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC এবং P কেন্দ্রবিশিষ্ট LMN বৃত্ত দুইটি সমান।

মনে করি, BC ও MN চাপদ্বয়ের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণদ্বয় যথাক্রমে $\angle BOC$ ও $\angle MPN$ এবং বৃত্তস্থ কোণদ্বয় যথাক্রমে $\angle BAC$ ও $\angle MLN$

যেখানে, $\angle BOC = \angle MPN$ ··········(i)

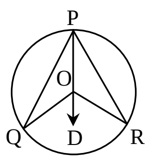
অথবা, $\angle BAC = \angle MLN$ ··········(ii)

প্রমাণ করতে হবে যে, চাপ BC = চাপ MN·

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$ এবং $\angle MLN = \frac{1}{2}\angle MPN$·	[কোনো চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]
(২) অতএব, যদি (ii) সত্য হয়, অর্থাৎ $\angle BAC = \angle MLN$ তবে, $\frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2}\angle MPN$ অর্থাৎ $\angle BOC = \angle MPN$ অর্থাৎ, (i) সত্য হয়।	
(৩) সুতরাং উভয়ক্ষেত্রে $\angle BOC = \angle MPN$ অর্থাৎ $\angle BOC$-এর পরিমাপ = $\angle MPN$ এর পরিমাপ।	[সংজ্ঞানুসারে]
$\therefore$ BC চাপের পরিমাপ = MN চাপের পরিমাপ। সুতরাং চাপ BC = চাপ MN **(প্রমাণিত)**	[বৃত্ত দুইটি সমান]

খ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR একটি বৃত্ত এবং তার একই উপচাপ QR এর ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle QPR$ এবং কেন্দ্রস্থ $\angle QOR$। দেখাতে হবে যে, $\angle QPR = \frac{1}{2}\angle QOR$·



অঙ্কন : মনে করি, PR রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে P বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ PD আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔPOQ এর বহিঃস্থ কোণ $\angle QOD = \angle QPO + \angle PQO$.	[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

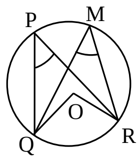
(২) ΔPOQ এ $OP = OQ$. [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
অতএব, $\angle QPO = \angle PQO$.

(৩) ধাপ (১) ও (২) থেকে $\angle QOD = 2\angle QPO$. [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]

(৪) একইভাবে ΔPOR থেকে $\angle ROD = 2\angle RPO$. [যোগ করে]

(৫) ধাপ (৩) ও (৪) থেকে $\angle QOD + \angle ROD = 2\angle QPO + 2\angle RPO$
বা, $\angle QOR = 2\angle QPR$
অর্থাৎ $\angle QPR = \frac{1}{2}\angle QOR$. **(দেখানো হলো)**

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তে QR চাপের ওপর দণ্ডায়মান $\angle QPR$ বৃত্তস্থ কোণ এবং $\angle QOR$ কেন্দ্রস্থ কোণ। বৃত্তের পরিধিতে M একটি বিন্দু। দেখাতে হবে যে, $\angle QPR = \angle QMR$·



অঙ্কন : O, Q এবং O, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) এখানে QR চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle QOR$।	
সুতরাং $\angle QOR = 2\angle QPR$	[খ–হতে প্রাপ্ত]
এবং $\angle QOR = 2\angle QMR$	
$\therefore 2\angle QPR = 2\angle QMR$	
বা, $\angle QPR = \angle QMR$	
সুতরাং P বিন্দুতে ও M বিন্দুতে উৎপন্ন কোণ পরস্পর সমান।	

(দেখানো হলো)

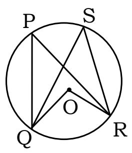
সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১০ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও AC দুইটি জ্যা এবং P ও Q যথাক্রমে তাদের দ্বারা ছিন্ন উপচাপ দুইটির মধ্যবিন্দু। PQ জ্যা AB ও AC জ্যাকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

ক. বৃত্তটির চিত্র আঁক। ২
খ. দেখাও যে, AD = AE· ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle BAC = \frac{1}{2} < BOC$· ৪

উত্তর : খ. অনুশীলনীর ৮·২ এর প্রশ্ন–৬ এর সমাধানের অনুরূপ।
গ. উপপাদ্য ৪ এর অনুরূপ।

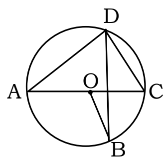
প্রশ্ন–১১ ▸



ক. উপরের চিত্র থেকে কেন্দ্রস্থ ও বৃত্তস্থ কোণগুলো লেখ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle QOR = 2\angle QPR$ ৪
গ. প্রমাণ কর যে, $\angle QPR = \angle QSR$ ৪

উত্তর : ক. কেন্দ্রস্থ $\angle QOR$, বৃত্তস্থ $\angle QPS$, $\angle QSR$, $\angle PQS$ ও $\angle PRS$;
খ. উপপাদ্য–৪ এর অনুরূপ; গ. উপপাদ্য–৫ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন–১২ ▸



ক. উপরের চিত্র থেকে জ্যাগুলোর নাম লেখ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADC$ = এক সমকোণ। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, A, O ও C একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

উত্তর : ক. AC, AD, BD ও CD;
খ. উপপাদ্য–৬ এর অনুরূপ; গ. অনুশীলনীর প্রশ্ন–৩ এর সমাধানের অনুরূপ।

প্রশ্ন–১৩ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত।

ক. উক্ত বৃত্তের অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজটি আঁক যার AC ও BD কর্ণদ্বয় E বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$· ৪
গ. উক্ত বৃত্তে $\angle ADB = \angle BDC$ + এক সমকোণ হলে প্রমাণ কর যে, A, O এবং C এক সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

উত্তর : (ক) অনুশীলনীর–৮·২ এর ১ নং প্রশ্নের সমাধানের অনুরূপ। খ. অনুশীলনী–৮·২ এর ৩ নং প্রশ্নের সমাধানের অনুরূপ।

অনুশীলনী ৮.৩

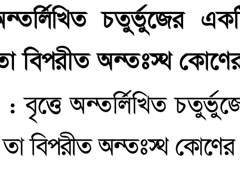
পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ**

বৃত্তীয় চতুর্ভুজ বা বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ হলো এমন চতুর্ভুজ যার চারটি শীর্ষবিন্দু বৃত্তের উপর অবস্থিত।

অনুসিদ্ধান্ত–১। বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের BC বাহুকে P পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle DCP$ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DCP = \angle BAD$·

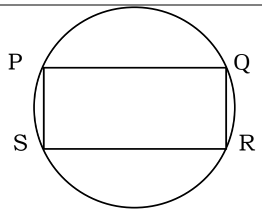
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ABCD চতুর্ভুজে $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ	[বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) $\angle BCD + \angle DCP$ = দুই সমকোণ	[দুইটি সম্পূরক কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(৩) $\angle DCP + \angle BCD = \angle BAD + \angle BCD$	[১ নং ও ২নং হতে]
$\therefore \angle DCP = \angle BAD$ (প্রমাণিত)	[উভয়পক্ষ হতে $\angle BCD$ বাদ দিয়ে]

অনুসিদ্ধান্ত–২। বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি আয়তক্ষেত্র।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সামান্তরিক PQRS বৃত্তে অন্তর্লিখিত। প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি আয়তক্ষেত্র।



প্রমাণ :

ধাপসমূহ | **যথার্থতা**

(১) PQRS সামান্তরিকে $\angle P = \angle R$ [সামান্তরিকের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

(২) $\angle P + \angle R$ = দুই সমকোণ। [বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(৩) $\angle R + \angle R$ = দুই সমকোণ [১নং ও ২নং হতে]

বা, $2\angle R$ = দুই সমকোণ

বা, $\angle R$ = এক সমকোণ

$\therefore \angle P = \angle R$ = এক সমকোণ [১নং হতে]

তদ্রূপ $\angle Q = \angle S$ = এক সমকোণ।

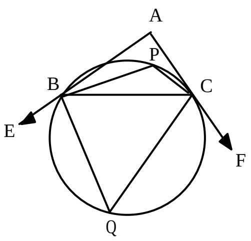
(৪) PQRS সামান্তরিকটি আয়তক্ষেত্র। [যে সামান্তরিকের প্রতিটি কোণ সমকোণ তা আয়তক্ষেত্র]

(প্রমাণিত)

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ΔABC এ $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এ $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ | **যথার্থতা**

(১) ΔABC এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(২) আবার, ΔBPC-এ

$\angle BPC + \angle PBC + \angle PCB = 180^\circ$ [একই]

বা, $\angle BPC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180^\circ$ [$\because \angle PBC = \frac{1}{2}\angle B$ এবং $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle C$]

বা, $\angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$

$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) + \frac{1}{2}\angle A$

$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ) + \frac{1}{2}\angle A$

$= 180^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

$= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ....(i)

(৩) ΔBQC-এ,

$\angle BQC + \angle QBC + \angle QCB = 180^\circ$ ..... (ii) [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(৪) কিন্তু $\angle QBC = \frac{1}{2}\angle CBE$ এবং $\angle QCB = \frac{1}{2}\angle BCF$

বা, $\angle QBC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$ [BQ, $\angle CBE$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle QCB = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$

সুতরাং, $\angle BQC + \frac{1}{2}(\angle A + \angle C) + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 180^\circ$ [(ii) নং হতে]

বা, $\angle BQC + \frac{1}{2}(180^\circ) + \frac{1}{2}\angle A = 180^\circ$

বা, $\angle BQC + 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 180^\circ$

$\therefore \angle BQC = 180^\circ - 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

$= 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ ....(iii)

(৫) এখন সমীকরণ (i) ও (iii) যোগ করে পাই,

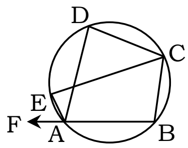
$\angle BPC + \angle BQC = 90° + \frac{1}{2}\angle A + 90°$

$- \frac{1}{2}\angle A = 180°$

(৬) BPCQ চতুর্ভুজের $\angle P + \angle Q = 180°$ হওয়ায়
B, P, C,Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।
[প্রমাণিত]

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ প্রমাণ কর যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের যেকোনো কোণের সমদ্বিখণ্ডক ও তার বিপরীত কোণের বহির্দ্বিখণ্ডক বৃত্তের ওপরে ছেদ করে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের যেকোনো কোণের সমদ্বিখণ্ডক ও তার বিপরীত কোণের বহির্দ্বিখণ্ডক বৃত্তের ওপরে ছেদ করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। এর $\angle C$–এর সমদ্বিখণ্ডক CE এবং $\angle C$ এর বিপরীত $\angle A$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক AE পরস্পর E বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

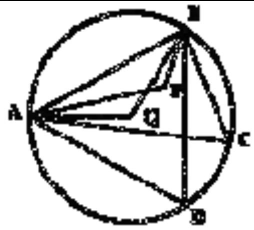
প্রমাণ করতে হবে যে, E বিন্দু বৃত্তস্থ।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ হওয়ায়, $\angle BAD + \angle BCD = 2$ সমকোণ	[বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ]
(২) কিন্তু F, A, B একই সরলরেখা হওয়ায় $\angle FAD + \angle BAD =$ এক সরলকোণ $= 2$ সমকোণ	[রৈখিক যুগল কোণ]
(৩) সুতরাং $\angle BAD + \angle BCD = \angle FAD + \angle BAD$ বা, $\angle BCD = \angle FAD$ বা, $\frac{1}{2}\angle BCD = \frac{1}{2}\angle FAD$ বা, $\angle ECB = \angle EAD$	[উভয় পক্ষ হতে সমান $\angle BAD$ বাদ দিয়ে]
(৪) এখন, $\angle EAD + \angle BAD + \angle ECB$ $= \angle BAD + \angle ECB + \angle ECB$ বা, $\angle EAB + \angle ECB = \angle BAD + 2\angle ECB$ $= \angle BAD + \angle BCD = 2$ সমকোণ $\angle EAB$ ও $\angle ECB$ বিপরীত কোণ হওয়ায় ABCE চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ। $\therefore$ E বিন্দু বৃত্তস্থ। [প্রমাণিত]	[$\because \angle EAD = \angle ECB$]

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ ABCD একটি বৃত্ত। $\angle CAB$ ও $\angle CBA$ এর সমদ্বিখণ্ডক দুইটি P বিন্দুতে এবং $\angle DBA$ ও $\angle DAB$ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি Q বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

সমাধান :



বিশেষ নির্বাচন : মনে করি, ABCD একটি বৃত্ত। $\angle CAB$ ও $\angle CBA$ এর সমদ্বিখণ্ডক দুইটি P বিন্দুতে এবং $\angle DBA$ ও $\angle DAB$ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔABC–এ $\angle CAB + \angle CBA + \angle C = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) AP সমদ্বিখণ্ডক হওয়ায়, $\angle CAB = 2\angle PAB$ এবং BP সমদ্বিখণ্ডক হওয়ায়, $\angle CBA = 2\angle PBA$	
(৩) সুতরাং, $2\angle PAB + 2\angle PBA + \angle C = 180°$ বা, $2(\angle PAB + \angle PBA) + \angle C = 180°$	
(৪) কিন্তু ΔAPB-এ $\angle PAB + \angle PBA$ $= 180° - \angle P$ অতএব, $2(180° - \angle P) + \angle C = 180°$ বা, $180° - \angle P + \frac{1}{2}\angle C = 90°$ বা, $180° - 90° + \frac{1}{2}\angle C = \angle P$ $\therefore \angle P = 90° + \frac{1}{2}\angle C$	
(৫) ΔABD এ $\angle BAD + \angle ABD + \angle D = 180°$ বা, $2\angle BAQ + 2\angle ABQ + \angle D = 180°$ বা, $2(180° - \angle Q) + \angle D = 180°$ বা, $180° - \angle Q + \frac{1}{2}\angle D = 90°$ বা, $180° - 90° + \frac{1}{2}\angle D = \angle Q$ $\therefore \angle Q = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2}\angle C$	[AQ ও BQ যথাক্রমে $\angle A$ ও $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
(৬) AB চাপের উপর অবস্থিত বৃত্তস্থ $\angle C =$ বৃত্তস্থ $\angle D$ $\therefore \angle P = \angle Q$ যেহেতু AB বৃত্তের চাপ এবং AB এর উপর $\angle P$ ও $\angle Q$ অবস্থিত। $\therefore$ A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। [প্রমাণিত]	[৪ ও ৫ নং হতে]

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত কোন বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ কর যে, $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ACBD বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে E বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। O, A; O, C; O, B এবং O, D যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ।

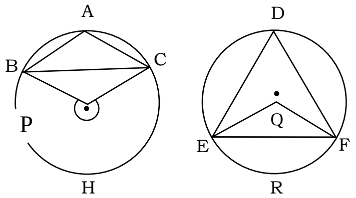
অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) AD চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABD$ সুতরাং $\angle AOD = 2\angle ABD$	[একই চাপের উপর দন্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
(২) আবার, BC চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle BOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BDC$ $\therefore \angle BOC = 2\angle BDC$	[একই]
(৩) $\therefore \angle AOD + \angle BOC = 2\angle ABD + 2\angle BDC$ $= 2(\angle ABD + \angle BDC)$	
(৪) কিন্তু BED সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle BED$ = এক সমকোণ হওয়ায়, $\angle EBD + \angle EDB$ = এক সমকোণ বা, $\angle ABD + \angle BDC$ = এক সমকোণ অতএব, $\angle AOD + \angle BOC$ $= 2 \times$ এক সমকোণ = 2 সমকোণ **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ সমান সমান ভূমির উপর অবস্থিত যেকোনো দুইটি ত্রিভুজের শিরঃকোণদ্বয় সম্পূরক হলে, প্রমাণ কর যে, তাদের পরিবৃত্তদ্বয় সমান হবে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : সমান সমান ভূমির ওপর অবস্থিত যেকোনো দুইটি ত্রিভুজের শিরঃকোণদ্বয় সম্পূরক হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, তাদের পরিবৃত্তদ্বয় সমান হবে।



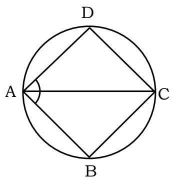
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC ও ΔDEF দুটির ভূমি BC = EF। শিরঃকোণদ্বয় যথাক্রমে $\angle A$ ও $\angle D$ এবং $\angle A + \angle D$ = 2 সমকোণ হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, ত্রিভুজদ্বয়ের পরিবৃত্তদ্বয় সমান।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে BHC চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধি $\angle BPC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAC$ বা $\angle A$ $\therefore \angle BPC = 2\angle A$	[কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
(২) আবার, Q কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ERF চাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle EQF$ এবং বৃত্তস্থ $\angle D$ $\therefore \angle EQF = 2\angle D$	[একই]
(৩) সুতরাং, $\angle BPC + \angle EQF$ $= 2\angle A + 2\angle D$ $= 2(\angle A + \angle D)$ $= 2 \times 2$ সমকোণ = 4 সমকোণ। কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণের পরিমাপ 4 সমকোণ এবং BC = EF হওয়ায় BC দ্বারা ছিন্ন উপচাপ = EF দ্বারা ছিন্ন উপচাপ অর্থাৎ, BAC উপচাপ = ERF উপচাপ এবং, BHC অধিচাপ = EDF অধিচাপ।	
(৪) অতএব, BAC চাপ + BHC চাপ = ERF চাপ + EDF চাপ বা, ΔABC এর পরিবৃত্ত = ΔDEF এর পরিবৃত্ত। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। AC রেখা যদি $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, BC = CD.

সমাধান :



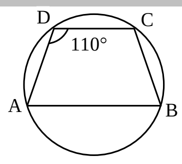
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজটির বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। AC রেখা, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ করতে হবে যে, BC = CD.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় সম্পূরক হওয়ায় ABCD চতুর্ভজটি বৃত্তস্থ। AC, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক। সুতরাং $\angle CAD = \angle CAB$	[চতুর্ভুজের দুই বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে এর শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত]
(২) এখন, CD চাপের ওপর অবস্থিত বৃত্তস্থ $\angle CAD$ এবং BC চাপের ওপর অবস্থিত বৃত্তস্থ $\angle CAB$ যেহেতু, $\angle CAB = \angle CAD$ সুতরাং চাপ BC = চাপ CD অর্থাৎ, BC = CD. **[প্রমাণিত]**	[বৃত্তস্থ কোণ সমান]

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

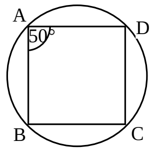
১.



চিত্রে ∠ABC = কত ডিগ্রী?

● 70° (খ) 80° (গ) 90° (ঘ) 110°

২.



চিত্রে ∠BCD এর মান কত?

(ক) 25° (খ) 40° (গ) 50° ● 130°

৩. বৃত্তের একটি বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক আঁকা সম্ভব?

● 1টি (খ) 2টি (গ) 3টি (ঘ) অসংখ্য

৪. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের ∠A = 60° এর বিপরীত ∠C = কত?

৮·৩ : বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি কত? (সহজ)

(ক) 90° ● 180° (গ) 270° (ঘ) 360°

৮. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের কীরূপ? (সহজ)

● সমান (খ) অর্ধেক (গ) অসমান (ঘ) দ্বিগুণ

৯. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD সামান্তরিকটি নিচের কোনটি? (সহজ)

● আয়ত (খ) বর্গ (গ) রম্বস (ঘ) ট্রাপিজিয়াম

১০. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের ∠A = 90°, এর বিপরীত ∠C = ? (সহজ)

(ক) 60° ● 90° (গ) 120° (ঘ) 180°

১১. একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বাইরের চারটি বৃত্তাংশস্থিত কোণের সমষ্টি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) 180° ● 360° (গ) 130° (ঘ) 270°

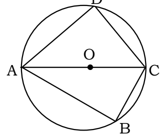
১২. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের ∠A = 60° এর বিপরীত ∠C = কত ডিগ্রি? (সহজ)

(ক) 60° (খ) 90° ● 120° (ঘ) 180°

ব্যাখ্যা : অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজে, ∠A + ∠C = 180°

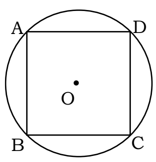
∴ ∠C = 180° – 60° = 120°

১৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি চতুর্ভুজ। ∠ABC + ∠ADC সমান কত? (সহজ)



(ক) 90° (খ) 120° ● 180° (ঘ) 360°

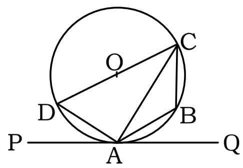
১৪.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হলে, বৃত্তটি কীরূপ? (সহজ)

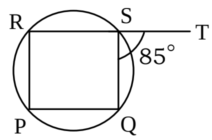
(ক) অন্তবৃত্ত ● পরিবৃত্ত (গ) বহির্বৃত্ত (ঘ) অধিবৃত্ত

১৫. O কেন্দ্রিক বৃত্তের A বিন্দুতে PAQ স্পর্শক এবং ∠ADC + ∠ABC = 180° হলে, ∠PAC ও ∠QAC পরস্পর কী কোণ? (মধ্যম)



(ক) পূরক ● সম্পূরক (গ) প্রবৃদ্ধ কোণ (ঘ) সমকোণ

১৬.



চিত্রের ∠RPQ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

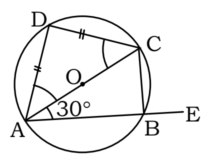
(ক) 5° (খ) 45° (গ) 75° ● 85°

ব্যাখ্যা : RSQ + ∠QST = 180°

∴ ∠RSQ = 180° – 85° = 95°

∠RSQ + ∠RPQ = 180° ∴ ∠RPQ = 180° – 95° = 85°

১৭.

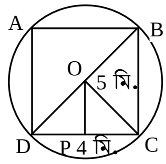


O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে AD = DC হলে, ∠CAD = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

(ক) 40° ● 45° (গ) 50° (ঘ) 55°

(ক) 60° (খ) 90° (গ) 110° ● 120°

নিচের চিত্রের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ABCD একটি চতুর্ভুজ।

৫. OPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার?

(ক) 30 (খ) 20
(গ) 12 ● 6

৬. ABCD চতুর্ভুজের জন্য নিচের কোনটি?

● ∠ABC + ∠ADC = 180° (খ) ∠ABO + ∠BDC = 80°
(গ) ∠ODP + ∠OCP = 180° (ঘ) ∠BAD + ∠BCD = 130

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. বৃত্তে অবস্থিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ
ii. বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি রম্বস
iii. কোনো চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে তার শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

১৯. ABCD চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে–

i. A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত

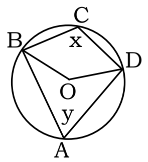
ii. ABCD বৃত্ত অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ

iii. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

২০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজ হলে–



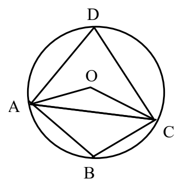
i. প্রবৃদ্ধ $\angle BOD = 2x$ ii. স্থূল $\angle BOD = 2y$

iii. $x + y = 180°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

২১. চিত্রটি লক্ষ কর :



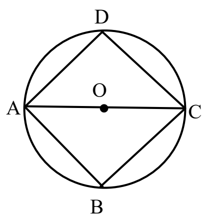
i. $\angle AOC = 2\angle ADC$ ii. $\angle DCB = 2\angle BAD$

iii. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

২২. চিত্রটি লক্ষ কর :



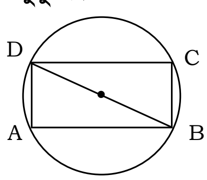
i. $\angle AOC = 2\angle ABC$ ii. $\angle AOC = 2\angle ADC$

iii. $\angle AOC$ = দুই সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

২৩. চিত্রে ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের–



i. একটি কোণ স্থূলকোণ হলে, বিপরীত কোণটি সূক্ষ্মকোণ হবে

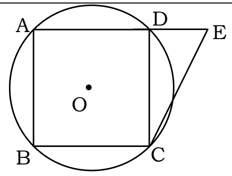
ii. $\angle BAD = 45°$ হলে, $\angle BCD = 45°$

iii. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii ⓖ ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

২৪.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হলে–

i. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$

ii. ΔCDE এর বহি:স্থ $\angle ADC >$ বিপরীত অন্ত:স্থ $\angle AEC$

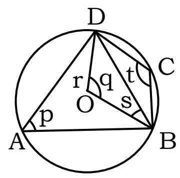
iii. A, B, C ও E বিন্দু চারটি সমবৃত্ত

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ⓚ i ও ii ⓚ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ – ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তে p = 35°

২৫. $\angle q$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 80° ● 70° ⓖ 60° ⓖ 50°

ব্যাখ্যা : একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।

২৬. $\angle s$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 65° ● 55° ⓖ 45° ⓖ 40°

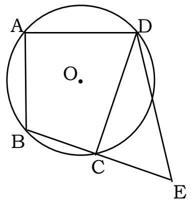
২৭. $\angle t$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 55° ⓚ 105° ⓖ 420° ● 145°

ব্যাখ্যা : ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত দুই কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

$\therefore \angle t = 180° - 35° = 145°$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৮ – ৩০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২৮. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে, ABCD একটি চতুর্ভুজ। সুতরাং, $\angle BAD + \angle BCD$ সমান কত? (মধ্যম)

ⓚ 60° ⓚ 90° ⓖ 120° ● 180°

ব্যাখ্যা : বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।

২৯. ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

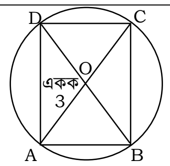
● $\angle BCD > \angle BED$ ⓚ $\angle BCD < \angle BED$

ⓖ $\angle BCD \leq \angle BED$ ⓖ $\angle BCD = \angle BED$

৩০. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। এর C বিন্দু যদি E বিন্দুর সাথে মিলে যায়, তাহলে ABED বিন্দু চারটি কী হবে? (মধ্যম)

ⓚ সামান্তরিক ⓚ রম্বস ● সমবৃত্ত ⓖ আয়তক্ষেত্র

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৩১ – ৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



ABCD চতুর্ভুজ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত যেখানে $\angle ABC + \angle ADC = \angle BAD + \angle BCD$ ।

৩১. OC এর দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

● 3 ⓖ 4 ⓖ 5 ⓖ 6

ব্যাখ্যা : OA ও OC একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

$\therefore$ OA = OC = 3 একক।

৩২. $\angle ABC + \angle ADC$ = কত ডিগ্রি? (সহজ)

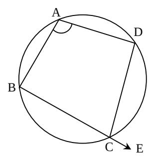
ⓚ 90 ⓖ 110 ⓖ 150 ● 180

৩৩. $\angle BAC = 55°$ হলে $\angle DAC$ = কত ডিগ্রি? (মধ্যম)

ⓚ 30 ● 35 ⓖ 45 ⓖ 65

ব্যাখ্যা : অর্ধবৃত্তস্থ বলে, $\angle BAC + \angle DAC = 90°$ $\therefore \angle DAC = 90° - \angle BAC = 90° - 55° = 35°$.

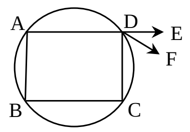
৩৭.



ওপরের চিত্রে ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজে $\angle A = 110°$ হলে, $\angle ECD$ = কত?

● 110° ⓖ 80° ⓖ 70° ⓖ 60°

৩৮.



ওপরের তথ্যের ভিত্তিতে $\angle CDE$ এর মান নিচের কোনটি?

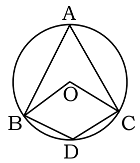
ⓚ 45° ● 90° ⓖ 180° ⓖ 270°

৩৯. বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি কত?

ⓚ এক সমকোণ ● এক সরলকোণ

ⓖ পূরক কোণ ⓖ সূক্ষ্মকোণ

৪০.



$\angle BOC = 150°$ হলে, $\angle BAC$ এর মান কত?

ⓚ 65° ● 75° ⓖ 80° ⓖ 100°

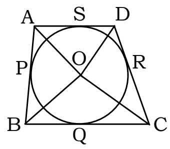
৪১. কোনো বৃত্তে একটি চতুর্ভুজ অন্তর্লিখিত হলে বৃত্তটিকে কী বলে?

ⓚ অন্তর্বৃত্ত ● পরিবৃত্ত ⓖ বহিঃবৃত্ত ⓖ সমবৃত্ত

৪২. বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজের $\angle A = 60°$ এর বিপরীত $\angle C$ = কত?

ⓚ 60° ⓖ 90° ● 120° ⓖ 180°

৪৩.



উপরের চিত্রে–

i. ABCD বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ

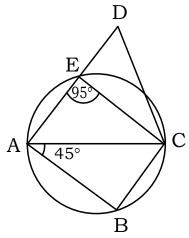
ii. AP = AS

iii. $\angle AOD + \angle BOC = 180°$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ i ও iii ● ii ও iii ⓖ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ – ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে, ABCE বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

৩৪. $\angle ABC$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 105° ● 95° ⓖ 85° ⓖ 75°

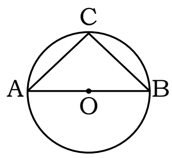
৩৫. $\angle CED$ এর মান কত? (সহজ)

ⓚ 105° ⓖ 95° ● 85° ⓖ 75°

৩৬. $\angle CAE$ এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 45° ● 40° ⓖ 35° ⓖ 30°

৪৪.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে–

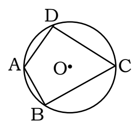
i. $\angle ACB$ = অর্ধবৃত্তস্থ কোণ

ii. $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACB$

iii. $\angle BAC + \angle ABC$ = এক সমকোণ

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓖ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii



উপরের চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

উপরের চিত্রটির ভিত্তিতে ৪৫ ও ৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৫. চিত্রে $\angle ABC = 75^\circ$ হলে $\angle ADC$ = কত ডিগ্রি?

ⓚ 90° ⓚ 100°
● 105° ⓖ 75°

৪৬. $\angle BAD + \angle BCD$ = কত ডিগ্রি?

ⓚ 90° ⓚ 120°
● 180° ⓖ 360°

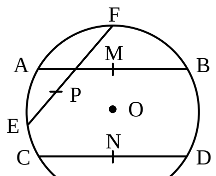
গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB, CD ও EF তিনটি সমান জ্যা। M N ও P যথাক্রমে জ্যাত্রয়ের মধ্যবিন্দু।

ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
খ. প্রমাণ কর যে, OM = ON ৪
গ. প্রমাণ কর যে, M, N ও P বিন্দু তিনটি সমবৃত্ত। ৪

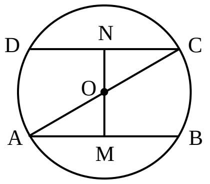
▸◂ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে নিচে চিত্রটি আঁকা হলো :



চিত্রে AECDBF বৃত্তের কেন্দ্র O. বৃত্তটির ব্যাস ভিন্ন তিনটি জ্যা AB, CD ও EF এর মধ্যবিন্দু M, N ও P.

খ.



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। M ও N যথাক্রমে AB ও CD এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, OM = ON

অঙ্কন : O, A ও O, C যোগ করি।

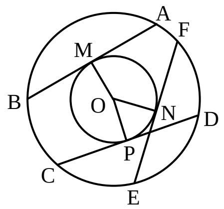
প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) O বৃত্তের কেন্দ্র এবং M ও N যথাক্রমে AB ও CD এর মধ্যবিন্দু
$\therefore OM \perp AB$ এবং $ON \perp CD$ [বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

(২) ΔAOM ও ΔCON এ
$\angle ONC = \angle OMA$ [এক সমকোণ]
$OA = OC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\angle AOM = \angle NOC$ [বিপ্রতীপ কোণ]
$\Delta AOM \cong \Delta NOC$
$\therefore OM = ON$ **(প্রমাণিত)**

গ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCEDF বৃত্তে O কেন্দ্র। AB, CD এবং EF তিনটি পরস্পর সমান সমান জ্যা। M, N এবং P সমান জ্যাগুলোর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং P সমবৃত্ত।

অঙ্কন : O ও M, O ও N এবং O ও P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) যেহেতু M, AB এর মধ্যবিন্দু
এবং OM কেন্দ্রগামী রেখাংশ।
$\therefore$ OM, AB এর উপর লম্ব। [বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর উপর লম্ব]

(২) OP, CD এর উপর লম্ব। [একই কারণ]

(৩) ON, EF এর উপর লম্ব। [একই কারণ]

(৪) $OM = OP = ON$ [বৃত্তের সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OM অথবা ON অথবা OP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে।

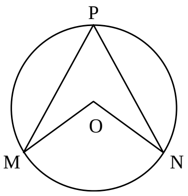
অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–২ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PM ও PN জ্যা কেন্দ্রগামী নয়।

ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
খ. দেখাও যে, $\angle MPN = \frac{1}{2} \angle MON$. ৪
গ. যদি PMQN চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\angle MQN + \angle MPN = 180^\circ$ ৪

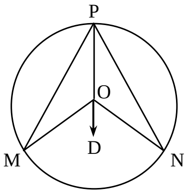
▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. উপরের তথ্যের আলোকে নিচের চিত্রটি অঙ্কন করা হলো :



চিত্রে PMN একটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্ত। বৃত্তটিতে কেন্দ্রগামী নয় এমন দুটি জ্যা PM ও PN। ২

খ. ৪



বিশেষ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট MPN বৃত্তের PM ও PN কেন্দ্রগামী নয় এমন জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MPN = \frac{1}{2} \angle MON$.

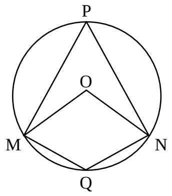
অঙ্কন : P বিন্দু দিয়ে O কেন্দ্রগামী রেখাংশ PD আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। ΔPOM – এ $\angle POM$ এর বহিঃস্থ কোণ $\angle PQM$ $\angle MOD = \angle OPM + \angle OMP$......(i)	[কোনো ত্রিভুজের কোনো কোণের বহিঃস্থ কোণ ঐ কোণের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
২। আবার, OM = OP $\therefore \angle OPM = \angle OMP$	[কোনো ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয়ও সমান]
৩। (i) ও (ii) নং হতে, $\angle MOD = 2\angle OPM$ ....(ii)	
৪। অনুরূ পভাবে দেখানো যায়, $\angle DON = 2\angle OPN$ ....(iii)	
৫। (ii) ও (iii) সমীকরণ যোগ করে পাই, $\angle MOD + \angle DON = 2\angle OPM + 2\angle OPN$ বা, $\angle MON = 2\angle MPN$ বা, $\angle MPN = \frac{1}{2}\angle MON$	

(দেখানো হলো)

গ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত চিত্রে P এর বিপরীতে পরিধিস্থ একটি বিন্দু Q নিই। M, Q ও N, Q যোগ করি। তাহলে PMQN চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত। ৪



বিশেষ নির্বচন : PMQN চতুর্ভুজটি একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MQN + \angle MPN = 180°$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। একই চাপ MPN এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle MON = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle MQN$) $\therefore \angle MON = 2\angle MQN$ ....(i)	[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
২। আবার, একই চাপ MQN এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle MON = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle MPN$) $\therefore \angle MON = 2\angle MPN$ ....(2)	ঐ
৩। (1) ও (2) যোগ করে পাই, $\angle MON +$ প্রবৃদ্ধ $\angle MON = 2(MQN + \angle MPN)$	
৪। কিন্তু $\angle MON +$ প্রবৃদ্ধ $\angle MON = 360°$ $\therefore 2(\angle MQN + \angle MPN) = 360°$ বা, $\angle MQN + \angle MPN = 360°$	**(প্রমাণিত)**

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–৩ ▸ ABCD চতুর্ভুজের $\angle ABC$ ও $\angle ADC$ পরস্পর সম্পূরক অর্থাৎ $\angle ABC + \angle ADC = 180°$, A, B, C, D বিন্দুগামী একটি বৃত্ত আঁক। A, C যোগ করে AC এর যে পাশে D বিন্দু সেই পাশে অপর একটি বিন্দু E নেয়া হলো। A, E ও D, E যোগ করা হলো।

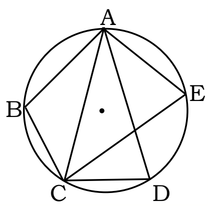
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যটি জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, A, C, D, E বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

গ. ΔABC-এর A বিন্দু থেকে $AD \perp BC$ এবং B বিন্দু থেকে $BE \perp AC$. AD এবং BE পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। দেখাও যে, A, B, D, E বিন্দু চারটি সমবৃত্ত এবং C, D, O, E বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ABCD চতুর্ভুজের $\angle ABC + \angle ADC = 180°$, প্রমাণ করতে হবে যে, A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।



A, B, C, D বিন্দুগামী একটি বৃত্ত আঁকি। A, C যোগ করি। AC এর যে পার্শ্বে D বিন্দু সেই পার্শ্বেই অপর একটি বিন্দু E নেই। A, E এবং D, E যোগ করি।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, A, C, D, E বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ :	যথার্থতা
(১) ABCE একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।	[অঙ্কনানুসারে]
$\therefore \angle ABC + \angle AEC = 180°$	[কল্পনানুসারে]
(২) কিন্তু $\angle ABC + \angle ADC = 180°$	[দেওয়া আছে]

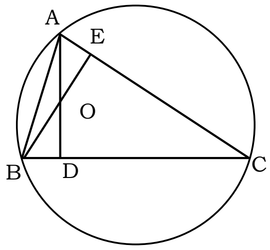
$\angle ABC + \angle AEC = \angle ABC + \angle ADC$

$\therefore \angle AEC = \angle ADC$

(৩) $\angle AEC$ এবং $\angle ADC$, AC এর একই পার্শ্বে অবস্থিত দুটি সমান কোণ।

সুতরাং A, C, D, E বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

গ. ΔABC-এর A বিন্দু হতে $AD \perp BC$ এবং B বিন্দু হতে $BE \perp AC$, AD এবং BE পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাতে হবে যে, A, B, D, E সমবৃত্তস্থ এবং C, D, O, E সমবৃত্তস্থ।



এখন, যেহেতু $AD \perp BC$

$\therefore \angle ADB$ = এক সমকোণ

তদ্রূপ $\angle AEB$ = এক সমকোণ।

$\therefore \angle AEB = \angle ADB$·

কিন্তু এরা AB রেখাংশের একই পার্শ্বে অবস্থিত দুটি কোণ।

সুতরাং A, B, D, E সমবৃত্তস্থ। **(প্রমাণিত)**

আবার, $OE \perp AC$ বলে, $\angle OEC = 1$ সমকোণ।

তদ্রূপ $\angle ODC = 1$ সমকোণ।

$\therefore \angle OEC + \angle ODC$ = দুই সমকোণ।

কিন্তু এরা CDOE চতুর্ভুজের দুটি বিপরীত কোণ।

$\therefore$ C, D, O, E সমবৃত্তস্থ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৪ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। এর AB বাহুকে বর্ধিত করায় ∠CBE বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হলো।

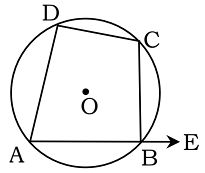
ক. তথ্যানুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, বহিঃস্থ $\angle CBE$ বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle ADC$ এর সমান। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় সম্পূরক। ৪

▸◂ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD একটি চতুর্ভুজ। AB বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করায় $\angle CBE$ বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়।



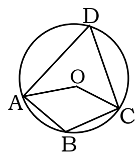
খ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজ অন্তর্লিখিত। AB বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করায় $\angle CBE$ বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয়েছে। বহিঃস্থ $\angle CBE$-এর বিপরীত অন্তঃস্থ $\angle ADC$· প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle CBE = \angle ADC$·

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত এবং $\angle ADC$ ও $\angle ABC$ চতুর্ভুজটির দুইটি বিপরীত কোণ।	
$\therefore \angle ADC + \angle ABC$ = দুই সমকোণ	[বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) BC রশ্মির প্রান্ত বিন্দু C–তে AE সরলরেখায় মিলিত হয়েছে। ফলে, $\angle ABC$ এবং $\angle CBE$ সন্নিহিত কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে।	
$\therefore \angle ABC + \angle CBE$ = দুই সমকোণ	[সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(৩) $\angle ADC + \angle ABC = \angle ABC + \angle CBE$	[(১) ও (২) থেকে]
বা, $\angle ADC = \angle CBE$	[উভয় পৰ থেকে সমান কোণ বাদ দিয়ে]
$\therefore \angle CBE = \angle ADC$ **(দেখানো হলো)**	

গ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত, $\angle ABC$ এবং $\angle ADC$ চতুর্ভুজটির দুইটি বিপরীত কোণ। আবার, $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$ চতুর্ভুজটির দুইটি বিপরীত কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ এবং $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ।



অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) একই চাপ ABC এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$.	
$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$	[একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
(২) আবার, একই চাপ ADC এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$.	
$\therefore$ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2\angle ABC$	[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
(৩) $\therefore \angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$ কিন্তু, $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ = চার সমকোণ	

(৪) $\therefore 2(\angle ABC + \angle ADC)$ = চার সমকোণ

একইভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,

$\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ।

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন–৫ ▸ মনে করি, একটি বৃত্তের কেন্দ্র O। বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। O, A এবং O, C যোগ করা হলো।

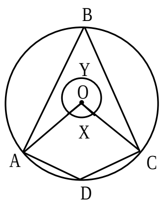
ক. চিত্র এঁকে এর সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যকে জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BAD + \angle BCD = 2$ সমকোণ এবং $\angle ABC + \angle ADC = 2$ সমকোণ। ৪

গ. ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের AB ও DC বাহুকে বর্ধিত করায় P বিন্দুতে এবং AD ও BC বাহুকে বর্ধিত করায় Q বিন্দুতে মিলিত হয়। $\angle ADC = 85°$ ও $\angle BPC = 40°$ হলে $\angle BCP$ ও $\angle CQD$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▸◂ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। O, A এবং O, C যোগ করি।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ

এবং $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ।

আমরা জানি, একই চাপ ADC এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ

$\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ABC$)

অর্থাৎ $\angle AOC = 2\ \angle ABC$

আবার, একই চাপ ABC এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC = 2$ (বৃত্তস্থ $\angle ADC$)

অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC = 2\ \angle ADC$

$\therefore \angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC = 2(\angle ABC + \angle ADC)$

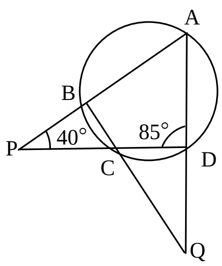
কিন্তু $\angle AOC$ + প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle AOC$ = চার সমকোণ।

$\therefore 2(\angle ABC + \angle ADC)$ = চার সমকোণ।

$\therefore \angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ।

একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ। (প্রমাণিত)

গ. ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বহিঃস্থ $\angle PBC = \angle ADC = 85°$



আবার, ΔPBC-এর

$\angle PBC = 85°, \angle BPC = 40°$

$\therefore \angle BCP = 180° - (85° + 40°)$

$= 180° - 125° = 55°$

$\therefore \triangle CDQ$-এর বহিঃস্থ $\angle ADC = \angle CQD + \angle QCD$

বা, $\angle CQD = \angle ADC - \angle QCD$

$= \angle ADC - \angle BCP$ [$\because$ QCD = বিপ্রতীপ $\angle BCP$]

$= 85° - 55° = 30°$

$\therefore \angle BCP = 55°, \angle CQD = 30°$

প্রশ্ন–৬ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

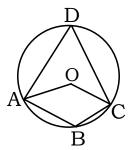
ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে উপর্যুক্ত বৃত্তটির চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ। ৪

গ. ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP এবং $\angle BCD$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক CP পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, P বিন্দুটি বৃত্তের উপরে অবস্থিত। ৪

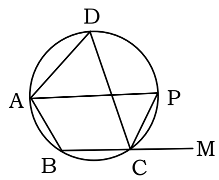
▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD বৃত্তটি আঁকা হলো–



খ. পাঠ্য বই উপপাদ্য–৭ নং দেখ।

গ. **বিশেষ নির্বচন** : মনে করি, ABCD বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক AP এবং $\angle BCD$ এর বহির্দ্বিখণ্ডক CP পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, P বিন্দুটি বৃত্তের উপরে অবস্থিত।



অঙ্কন : BC কে M পর্যন্ত বর্ধিত করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) বৃত্তস্থ ABCD চতুর্ভুজে $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ।	[বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) $\angle BCD + \angle DCM$ = দুই সমকোণ	[রৈখিক যুগল কোণ]
(৩) $\angle BAD + \angle BCD = \angle BCD + \angle DCM$ বা, $\angle BAD = \angle DCM$ বা, $\frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}\angle DCM$	[১ নং ও ২নং হতে]
(৪) কিন্তু $\angle DAP = \frac{1}{2}\angle BAD$ ও $\angle DCP = \frac{1}{2}\angle DCM$	[AP ও CP যথাক্রমে $\angle BAD$ ও $\angle DCM$ এর সমদ্বিখণ্ডক]
(৫) $\therefore \angle DAP = \angle DCP$	[৩ ও ৪ নং হতে]
(৬) $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ। বা, $\angle BAP + \angle DAP + \angle BCD$ = দুই সমকোণ বা, $\angle BAP + \angle DCP + \angle BCD$ = দুই সমকোণ	[১নং হতে]

বা, $\angle BAP + \angle BCP$ = দুই সমকোণ। [৪নং হতে]

(৭) ABCP বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ। [এর বিপরীত কোণদ্বয় সম্পূরক কোণ]

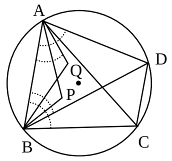
$\therefore$ P বিন্দুটি বৃত্তের উপরে অবস্থিত। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন–৭ ▸ ABCD একটি বৃত্ত। $\angle CAB$ এবং $\angle CBA$ এর সমদ্বিখণ্ডক দুইটি P বিন্দুতে এবং $\angle DBA$ ও $\angle DAB$ কোণদ্বয়ের সমদ্বিখণ্ডক দুইটি Q বিন্দুতে মিলিত হয়।

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, $\angle ADB = 2\angle AQB - 180^\circ$ ৪
গ. দেখাও যে, A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত বর্ণনার চিত্রটি নিম্নরূপ :



খ.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) BQ, $\angle DBA$-এর সমদ্বিখণ্ডক

$\therefore \angle ABQ = \frac{1}{2} \angle DBA$

(২) AQ, $\angle DAB$ এর সমদ্বিখণ্ডক

$\therefore \angle BAQ = \frac{1}{2}\angle DAB$

(৩) এখন, ΔABQ এর

$\angle ABQ + \angle BAQ + \angle AQB = 180^\circ$ [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°]

বা, $\frac{1}{2}\angle DBA + \frac{1}{2}\angle DAB + \angle AQB = 180^\circ$

বা, $\angle DBA + \angle DAB + 2\angle AQB = 360^\circ$ [উভয়পক্ষকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $\angle DBA + \angle DAB + \angle ADB + 2\angle AQB = 360^\circ + \angle ADB$ [$\because \Delta ABD$-এর তিন কোণের সমষ্টি = 180°]

বা, $180^\circ + 2\angle AQB = 360^\circ + \angle ADB$

বা, $2\angle AQB = 180^\circ + \angle ADB$

$\therefore \angle ADB = 2\angle AQB - 180^\circ$ **(প্রমাণিত)**

গ. **প্রমাণ :**

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) $\angle ADB = 2\angle AQB - 180^\circ$ ·····(i) ['খ' থেকে]
অনুরূপভাবে,
$\angle ACB = 2\angle APB - 180^\circ$ ·········(ii)

(২) কিন্তু $\angle ACB$ এবং $\angle ADB$ উভয়ই AB চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ।

$\therefore \angle ACB = \angle ADB$

বা, $2\angle APB - 180^\circ = 2\angle AQB - 180^\circ$ [(i) নং ও (ii) নং হতে পাই]

বা, $2\angle APB = 2\angle AQB$

$\therefore \angle APB = \angle AQB$

এখন, $\angle APB$ এবং $\angle AQB$ কোণদ্বয় A, B বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা AB এর একই পার্শ্বস্থ দুই বিন্দু P ও Q এ উৎপন্ন এবং সমান।

$\therefore$ A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। **(দেখানো হলো)**

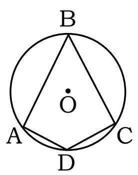
নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–৮ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে ABCD চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে।

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ ওপরের তথ্যাবলির চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত চতুর্ভুজটির যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ। ৪
গ. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজটির যেকোনো একটি বাহু বর্ধিত করলে যে বহিঃস্থ কোণ উৎপন্ন হয় তা বিপরীত অন্তঃস্থ কোণের সমান। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

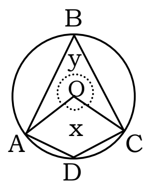
ক.



চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজটি আঁকা হলো।

খ. মনে করি $\angle ABC$ এবং $\angle ADC$ চতুর্ভুজটির দুইটি বিপরীত কোণ। আবার, $\angle BAD$ এবং $\angle BCD$ চতুর্ভুজটির দুইটি বিপরীত কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle ABC + \angle ADC$ = দুই সমকোণ এবং $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ।



অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) মনে করি, একই চাপ ADC-এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOC = \angle x$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABC$.

(২) $\therefore \angle ABC = \frac{1}{2}\angle x$ [$\because$ বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের অর্ধেক]

(৩) আবার, মনে করি, একই চাপ ABC–এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC = \angle y$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle ADC$.

(৪) $\therefore \angle ADC = \frac{1}{2}\angle y$ [ঐ একই কারণে]

এখন, $\angle ABC + \angle ADC = \frac{1}{2}\angle x + \frac{1}{2}\angle y$

বা, $\angle ABC + \angle ADC = \frac{1}{2}(\angle x + \angle y)$······(i)

(৫) O কেন্দ্রে উৎপন্ন, $\angle x + \angle y = 4$ সমকোণ [∵ y প্রবৃদ্ধ কোণ]

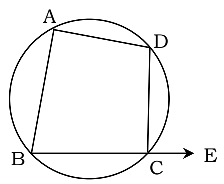
(৬) (i) নং থেকে পাই,

$\angle ABC + \angle ADC = \frac{1}{2} \times 4$ সমকোণ

$\therefore$ $\angle ABC + \angle ADC =$ দুই সমকোণ

একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle BAD + \angle BCD$ = দুই সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ.



মনে করি, বৃত্তে অন্তর্লিখিত ABCD চতুর্ভুজটির BC বাহুকে E পর্যন্ত বর্ধিত করায় বহিঃস্থ $\angle DCE$ উৎপন্ন হয়েছে। বহিঃস্থ $\angle DCE$–এর অন্তঃস্থ বিপরীত $\angle BAD$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle DCE = \angle BAD$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত এবং $\angle BAD$ ও $\angle BCD$ চতুর্ভুজটির দুইটি বিপরীত কোণ।	
$\therefore$ $\angle BAD + \angle BCD =$ দুই সমকোণ ·········(i)	[বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের দুই বিপরীত কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) DC রশ্মির প্রান্ত বিন্দু C-তে BE সরলরেখা মিলিত হয়েছে। ফলে, $\angle BCD$ এবং $\angle DCE$ সন্নিহিত কোণদ্বয় উৎপন্ন হয়েছে।	
$\therefore$ $\angle BCD + \angle DCE =$ দুই সমকোণ ······(ii)	[একই]
(৩) (i) নং এবং (ii) নং তুলনা করে পাই, $\angle BAD + \angle BCD = \angle BCD + \angle DCE$	
বা, $\angle BAD = \angle DCE$	[উভয়পৰ থেকে সমান কোণ বাদ দিয়ে]
$\therefore$ $\angle DCE = \angle BAD$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–৯ ▸ ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।

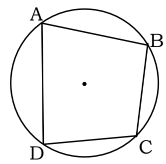
ক. ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ হবে কী, ব্যাখ্যা কর। ২

খ. যদি AC, ABCD চতুর্ভুজের $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $BC = CD$· ৪

গ. ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD দুটি কর্ণ। $\angle CAB$ ও $\angle CBA$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং $\angle DBA$ ও $\angle DAB$-এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

▸◂ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

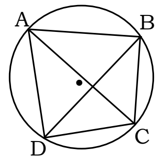
ক.



ABCD চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ হবে। কারণ আমরা জানি, কোনো চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে তার শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত হয়।

খ. AC, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক হলে প্রমাণ করতে হবে যে, $BC = CD$·

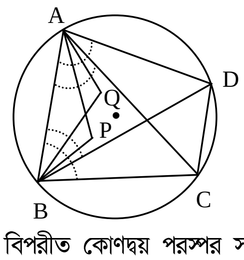
অঙ্কন : B, D যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।	
$\therefore$ A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।	[∵ চতুর্ভুজের দুই বিপরীত কোণ সম্পূরক হলে এর শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত]
(২) AC, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক	[দেওয়া আছে]
$\therefore$ $\angle BAC = \angle DAC$ ··········(i)	
(৩) এখন, একই চাপ CD-এর ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle DAC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle DBC$.	
$\therefore$ $\angle DAC = \angle DBC$	[∵ বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণগুলো সমান]
(৪) আবার, একই চাপ BC-এর ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ $\angle BAC$ এবং $\angle BDC$.	
$\therefore$ $\angle BAC = \angle BDC$ ············(ii)	[ঐ একই কারণে]
(৫) সুতরাং, $\angle BDC = \angle DBC$	[(২), (৩) ও ৪ হতে]
(৬) অর্থাৎ ΔBCD–এর, $\angle BDC = \angle DBC$	
$\therefore$ $BC = CD$ **(প্রমাণিত)**	[∵ ত্রিভুজের সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

গ.



ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক এবং AC ও BD দুইটি কর্ণ। $\angle CAB$ এবং $\angle CBA$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে AP ও BP পরস্পর P বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

আবার, $\angle DBA$ এবং $\angle DAB$–এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় যথাক্রমে BQ ও AQ পরস্পর Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।	
$\therefore$ ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।	
(২) আবার, BP, $\angle CBA$-এর সমদ্বিখণ্ডক।	
$\therefore \angle ABP = \frac{1}{2}\angle CBA$	
এবং AP, $\angle CAB$-এর সমদ্বিখণ্ডক।	
$\therefore \angle BAP = \frac{1}{2}\angle CAB$	
(৩) এখন, ΔABP–এর	
$\angle ABP + \angle BAP + \angle APB = 180°$	[$\because$ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180°]
বা, $\frac{1}{2}\angle CBA + \frac{1}{2}\angle CAB + \angle APB = 180°$	
বা, $\angle CBA + \angle CAB + 2\angle APB = 360°$	[উভয়পৰকে 2 দ্বারা গুণ করে]
বা, $\angle CBA + \angle CAB + \angle ACB + 2\angle APB = 360° + \angle ACB$	[উভয়পৰে $\angle ACB$ যোগ করে]
বা, $180° + 2\angle APB = 360° + \angle ACB$	[$\because \Delta ABC$ এর তিনটি কোণের সমষ্টি 180°]
বা, $2\angle APB = 180° + \angle ACB$	
$\therefore \angle ACB = 2\angle APB - 180°$ ....(i)	
(৪) অনুরূ পভাবে, $\angle ADB = 2\angle AQB - 180°$...............(ii)	
(৫) কিন্তু, $\angle ACB$ এবং $\angle ADB$ উভয়ই AB চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ।	[(i) নং ও (ii) নং হতে]
$\therefore \angle ACB = \angle ADB$	
বা, $2\angle APB - 180° = 2\angle AQB - 180°$	
বা, $2\angle APB = 2\angle AQB$	
$\therefore \angle APB = \angle AQB$	
(৬) এখন, $\angle APB$ এবং $\angle AQB$ কোণদ্বয় A, B বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা AB এর একই পার্শ্বস্থ দুই বিন্দু P ও Q-এ উৎপন্ন এবং সমান।	
$\therefore$ A, Q, P, B বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**	

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–১০ ▸ শিৰক নবম শ্রেণির গণিতের ক্লাসে বর্ব্যাকবোর্ডে P, Q, R, S এমন চারটি বিন্দু নিলেন যেন সেগুলো O বিন্দু থেকে সমদূরবর্তী হয়। অতঃপর বিন্দুগুলো পর্যায়ক্রমে যোগ করে একটি চতুর্ভুজ গঠন করলেন যেটি কোনো বর্গৰেত্র নয়। P ও R বিন্দুর সংযোজক কর্ণটি $\angle QPS$ কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

ক. তথ্যসমূহ চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. জ্যামিতিক যুক্তি প্রয়োগ করে প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজটির বিপরীত কোণগুলো সম্পূরক। ৪

গ. জ্যামিতিক যুক্তি প্রয়োগ করে প্রমাণ কর যে, Q ও S বিন্দু দুইটি R থেকে সমদূরবর্তী। ৪

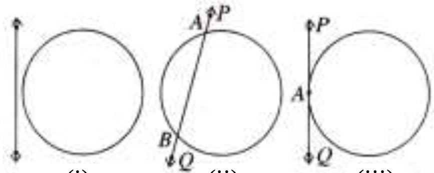
অনুশীলনী ৮.৪

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **বৃত্তের ছেদক ও স্পর্শক**

সমতলে একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার পারস্পরিক অবস্থান বিবেচনা করি। এক্ষেত্রে নিচের চিত্রের প্রদত্ত তিনটি সম্ভাবনা রয়েছে :

(ক) বৃত্ত ও সরলরেখার কোনো সাধারণ বিন্দু নেই, (খ) সরলরেখাটি বৃত্তকে দুইটি বিন্দুতে ছেদ করেছে, (গ) সরলরেখাটি বৃত্তকে একটি বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।



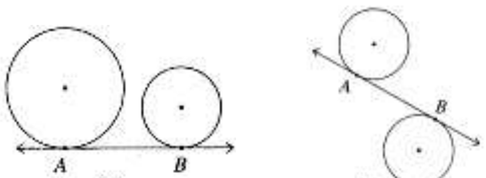
(i) (ii) (iii)

সমতলে একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুইটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে। সমতলস্থ একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার যদি দুইটি ছেদবিন্দু থাকে তবে রেখাটিকে বৃত্তটির একটি ছেদক বলা হয় এবং যদি একটি ও কেবল একটি সাধারণ বিন্দু থাকে তবে রেখাটিকে বৃত্তটির একটি স্পর্শক বলা হয়। উপরের চিত্রে ক এ বৃত্ত ও PQ সরলরেখার কোনো সাধারণ বিন্দু নেই, চিত্র–খ এ PQ সরলরেখাটি বৃত্তকে A ও B দুইটি বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং চিত্র গ এ PQ সরলরেখাটি বৃত্তকে A বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। PQ বৃত্তটির স্পর্শক ও A এই স্পর্শকের স্পর্শবিন্দু।

মন্তব্য : বৃত্তের প্রত্যেক ছেদকের ছেদবিন্দুদ্বয়ের অন্তর্বর্তী সকল বিন্দু বৃত্তটির অভ্যন্তরে থাকে।

- **সাধারণ স্পর্শক :**

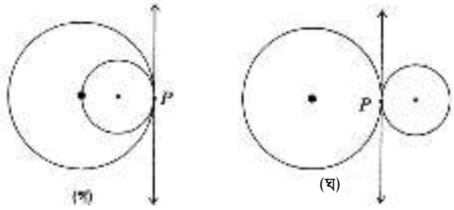
একটি সরলরেখা যদি দুইটি বৃত্তের স্পর্শক হয়, তবে তাকে বৃত্ত দুইটির একটি সাধারণ স্পর্শক বলা হয়। নিচের ক ও খ চিত্র দুটিতে AB উভয় বৃত্তের সাধারণ স্পর্শক। চিত্র–ক ও চিত্র খ এ স্পর্শবিন্দু একই। চিত্র গ ও চিত্র ঘ এ স্পর্শবিন্দু ভিন্ন ভিন্ন।



(ক) (খ)

দুইটি বৃত্তের কোনো সাধারণ স্পর্শকের স্পর্শবিন্দু দুইটি ভিন্ন হলে স্পর্শকটিকে (ক) সরল সাধারণ স্পর্শক বলা হয় যদি বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয় স্পর্শকের একই পার্শ্বে থাকে এবং (খ) তির্যক সাধারণ স্পর্শক বলা হয় যদি বৃত্ত দুইটির কেন্দ্রদ্বয় স্পর্শকের বিপরীত পার্শ্বে থাকে।

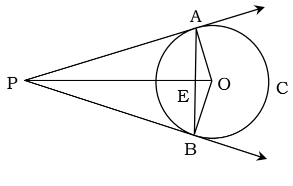
চিত্র–গ এ স্পর্শকটি সরল সাধারণ স্পর্শক এবং চিত্র–ঘ এ স্পর্শকটি তির্যক সাধারণ স্পর্শক।



(গ) (ঘ)

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হলো। প্রমাণ কর যে, OP সরলরেখা স্পর্শ–জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডক।



সমাধান : সাধারণ নির্বচন : O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, OP সরলরেখা স্পর্শ–জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং P বহিঃস্থ বিন্দু। P থেকে AP এবং BP দুইটি স্পর্শক টানা হলো। A ও B এবং O ও P যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, OP, AB স্পর্শ–জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডক।

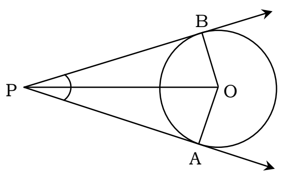
অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) OA এবং OB স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ হওয়ায়, $\angle PAO = \angle PBO$	[এক সমকোণ]
(২) APO ও BPO সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে AP = BP	[∵ বহিঃস্থ বিন্দু হতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান]
এবং AO = BO	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
OP সাধারণ বাহু	
অতএব, ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।	
$\therefore \angle AOP = \angle BOP$	
(৩) এখন, ΔAOE ও ΔBOE এর মধ্যে AO = BO	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
OE সাধারণ বাহু	
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOE$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BOE$	
∴ ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম।	
(৪) অতএব, AE = BE এবং $\angle AEO = \angle BEO$	
(৫) কিন্তু কোণ দুটি সন্নিহিত বলে প্রতিটি এক সমকোণ। ∴ OE, AB এর উপর লম্ব। OE এবং OP একই সরলরেখা হওয়ায় OP, AB এর লম্ব–দ্বিখণ্ডক। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ কর যে, PO, $\angle APB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ P বিন্দু থেকে অঙ্কিত PA ও PB স্পর্শকদ্বয় বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। P, O যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, PO, $\angle APB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অর্থাৎ, $\angle APO = \angle BPO$

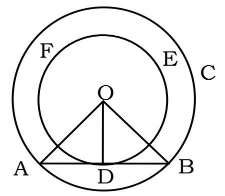
অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔAPO ও ΔBPO এর মধ্যে	
AP = BP	[বহিঃস্থ বিন্দু থেকে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় সমান]
OA = OB	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
এবং OP = OP	[বাহু সাধারণ]
অতএব, $\Delta APO \cong \Delta BPO$	[বাহু–বাহু–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle APO = \angle BPO$	
অর্থাৎ, PO, $\angle APB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ প্রমাণ কর যে, দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : দুইটি বৃত্ত এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে উক্ত জ্যা স্পর্শবিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC ও DEF বৃত্তের কেন্দ্র O। AB বৃহত্তর বৃত্তের জ্যা। AB জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে D বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

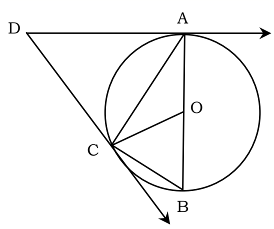
অঙ্কন : O,A; O, B এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) AB, DEF বৃত্তের D বিন্দুতে স্পর্শক এবং OD স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।	[অঙ্কনানুসারে]
$\therefore \angle ODB$ = এক সমকোণ	
$\angle ADO$ সন্নিহিত হওয়ায় $\angle ADO$ = এক সমকোণ।	
অতএব, OD, AB এর ওপর লম্ব।	
(২) এখন, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র, OD, AB জ্যা-এর ওপর লম্ব।	
সুতরাং, OD, AB কে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ, D, AB এর মধ্যবিন্দু। **[প্রমাণিত]**	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোনো জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ AB কোনো বৃত্তের ব্যাস এবং BC ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। যদি A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাস AB এবং BC ব্যাসার্ধ OB অথবা OA এর সমান। A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, ACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

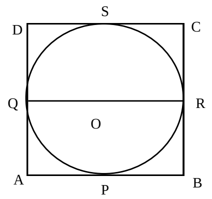
অঙ্কন : C, O এবং A, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) AB ব্যাস হওয়ায়, $\angle ACB$ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ। সুতরাং $\angle ACB = 90°$	[অর্ধবৃত্তস্থ কোণ একসমকোণ]
(২) আবার, ΔBCO এ, $BO = BC = CO$ $\therefore \triangle BCO$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ, এবং $\angle BCO = 60°$	[ব্যাসার্ধের সমান বলে]
(৩) তাহলে, $\angle ACO = 90° - 60° = 30°$	[$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(৪) এখন $AO = CO$ $\therefore \angle CAO = \angle ACO = 30°$	
(৫) AD স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ হওয়ায়, $\angle DAO = 90°$ সুতরাং, $\angle DAC = \angle DAO - \angle CAO = 90° - 30° = 60°$ একই কারণে, $\angle DCO = 90°$ অতএব, $\angle ACD = \angle DCO - \angle ACO = 90° - 30° = 60°$	
(৬) সুতরাং, ΔACD এ, $\angle DAC = \angle ACD = 60°$ হলে $\angle ADC = 60°$ হবে। অতএব, ΔACD সমবাহু। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের পরিলিখিত চতুর্ভুজের যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ ধারণ করে, তারা পরস্পর সম্পূরক।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : কোনো বৃত্তের পরিলিখিত চতুভুর্জের যেকোনো দুইটি বিপরীত বাহু কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ ধারণ করে তারা পরস্পর সম্পূরক।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD চতুর্ভুজটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে পরিলিখিত। চতুর্ভুজের AB ও CD বিপরীত বাহু দুইটি কেন্দ্রে $\angle AOB$ ও $\angle COD$ উৎপন্ন করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB + \angle COD = 2$ সমকোণ।

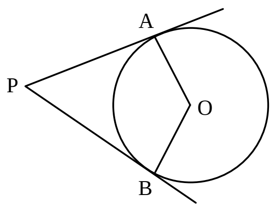
অঙ্কন : O, S; O, Q; O, R এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔAOP ও ΔAOQ এর মধ্যে, $AP = AQ$ $OP = OQ$ এবং OA সাধারণ বাহু	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \Delta AOP \cong \Delta AOQ$	[বাহু–বাহু–বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle AOP = \angle AOQ$ .... (i)	
(২) এরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle POB = \angle ROB$ .... (ii) $\angle COR = \angle COS$ .... (iii) এবং $\angle DOQ = \angle DOS$ .... (iv)	
(৩) এখন, $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle AOD = 4$ সমকোণ বা, $\angle AOB + \angle BOR + \angle COR + \angle COD + \angle AOQ + \angle DOQ = 4$ সমকোণ বা, $\angle AOB + \angle POB + \angle COS + \angle COD + \angle AOP + \angle DOS = 4$ সমকোণ বা, $\angle AOB + (\angle POB + \angle AOP) + (\angle COS + \angle DOS) + \angle COD = 4$ সমকোণ বা, $\angle AOB + \angle COD + \angle AOB + \angle COD = 4$ সমকোণ বা, $2(\angle AOB + \angle COD) = 4$ সমকোণ বা, $\angle AOB + \angle COD = 2$ সমকোণ $\therefore$ কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক। **[প্রমাণিত]**	

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১.



চিত্রে PA ও PB দুইটি সম্পর্ক হলে–

i. $OA = OB$

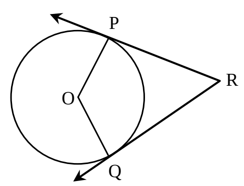
ii. $\angle OAP = 1$ সমকোণ

iii. $PA = PB$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

২.



চিত্রে PR ও QR সম্পর্ক হলে–

i. $PR = QR$

ii. $\angle OPR = 90°$

iii. $\angle PRO = \angle QRO$

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓜ ii ও iii ● i, ii ও iii

৮·৪ : বৃত্তের ছেদক ও স্পর্শক

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩. একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে সর্বোচ্চ কয়টি বিন্দুতে ছেদ করতে পারে? (সহজ)

ক 1 ● 2 গ 3 ঘ অসংখ্য

৪. সমতলস্থ একটি বৃত্ত ও সরলরেখার যদি দুইটি ছেদবিন্দু থাকে, তবে রেখাটিকে বৃত্তটির কী বলা হয়? (সহজ)

ক স্পর্শক ● ছেদক গ ছেদবিন্দু ঘ স্পর্শবিন্দু

৫. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের ও PQ রেখার সাধারণ বিন্দু A হলে, PQ বৃত্তটির কী? (সহজ)

ক সাধারণ রেখা ● স্পর্শক গ জ্যা ঘ ব্যাস

৬. একটি সরলরেখা বৃত্তকে কয়টি বিন্দুতে স্পর্শ করে? (সহজ)

● 1 খ 2 গ 3 ঘ 4

৭. 7 সে.মি. ও 5 সে.মি. ব্যাসার্ধের দুইটি বৃত্ত পরস্পর অন্তঃস্থভাবে স্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত হবে? (সহজ)

● 2 সে.মি. খ 4 সে.মি. গ 8 সে.মি. ঘ 10 সে.মি.

৮. বৃত্তের প্রত্যেক ছেদকের ছেদবিন্দুদ্বয়ের অন্তর্বর্তী সকল বিন্দু বৃত্তটির কোথায় থাকে? (সহজ)

● অভ্যন্তরে খ বহির্ভাগে গ উপরে ঘ নিচে

৯. একটি সরলরেখা যদি দুইটি বৃত্তের স্পর্শক হয়, তবে তাকে বৃত্ত দুইটির কী বলা হয়? (সহজ)

ক স্পর্শক ● সাধারণ স্পর্শক
গ তির্যক স্পর্শক ঘ তির্যক সাধারণ স্পর্শক

১০. দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয় স্পর্শকের একই পার্শ্বে থাকলে তাকে কী বলে? (সহজ)

ক স্পর্শক খ সাধারণ স্পর্শক
● সরল সাধারণ স্পর্শক ঘ তির্যক সাধারণ স্পর্শক

১১. দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয় স্পর্শকের বিপরীত পার্শ্বে থাকলে, তাকে কী বলে? (সহজ)

● তির্যক সাধারণ স্পর্শক খ তির্যক স্পর্শক
গ সরল সাধারণ স্পর্শক ঘ স্পর্শক

১২. কোনো বৃত্তের স্পর্শক ও স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত? (সহজ)

ক 45° খ 60° ● 90° ঘ 100°

ব্যাখ্যা : বৃত্তের যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব।

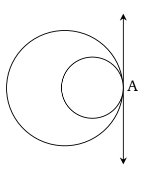
১৩. যেকোনো দুটি বৃত্তের কেন্দ্র স্পর্শকের বিপরীত পাশে থাকলে, তাকে কী বলা হয়? (সহজ)

ক অন্তঃস্পর্শ ● বহিঃস্পর্শ গ মধ্যস্পর্শ ঘ সাধারণ স্পর্শ

১৪. দুইটি অন্তঃস্থ বৃত্তের ব্যাস যথাক্রমে 8 সে.মি. ও 4 সে.মি. হলে বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রের দূরত্ব কত সে.মি.? (মধ্যম)

● 2 খ 4 গ 8 ঘ 12

১৫. চিত্রে কোন ধরনের স্পর্শ হয়েছে? (মধ্যম)

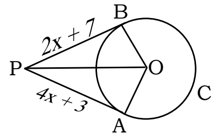


● অন্তঃস্পর্শ খ বহিঃস্পর্শ
গ সাধারণ স্পর্শক ঘ মধ্য স্পর্শক

১৬. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়? (সহজ)

● 1 খ 2 গ 3 ঘ 4

১৭.



PA ও PB স্পর্শক হলে x এর মান কত? (মধ্যম)

ক 1 ● 2 গ 3 ঘ 4

ব্যাখ্যা : PA = PB বা, $4x + 3 = 2x + 7$ বা, $4x - 2x = 7 - 3$ $\therefore x = 2$·

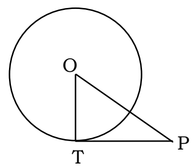
১৮. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক টানলে, ঐ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব– (সহজ)

● সমান খ দ্বিগুণ গ বড় ঘ ছোট

১৯. বৃত্তের কেন্দ্র থেকে স্পর্শ বিন্দু পর্যন্ত দূরত্বকে কী বলে?

ক ব্যাস খ জ্যা ● ব্যাসার্ধ ঘ স্পর্শক

২০. (সহজ)



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PT স্পর্শক এবং OT স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। OT = 10, OP = 15 হলে, PT = কত একক? (মধ্যম)

● $5\sqrt{5}$ খ $6\sqrt{5}$ গ $7\sqrt{5}$ ঘ $8\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা : $PT = \sqrt{OP^2 - OT^2} = \sqrt{(15)^2 - 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ একক।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. সমতলে একটি বৃত্ত ও একটি সরলরেখার সর্বাধিক দুইটি ছেদবিন্দু থাকতে পারে
ii. দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয় সরল সাধারণ স্পর্শকের একই পাশে থাকে
iii. বৃত্ত ও সরলরেখার সাধারণ বিন্দু না থাকলে সরলরেখাটি বৃত্তটির ভিতরে অবস্থান করে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

২২. কোনো বৃত্তের–

i. কোনো বিন্দুতে একটি মাত্র স্পর্শক আঁকা যায়
ii. স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী
iii. কেন্দ্র থেকে এর কোনো স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব স্পর্শ বিন্দু দিয়ে যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

২৩. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বাইরে P একটি বিন্দু। P থেকে বৃত্তে অঙ্কিত দুইটি স্পর্শক PA এবং PB· O, A; O, B; O, P যোগ করা হলে–

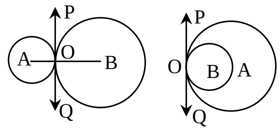
i. $\Delta AOP \cong \Delta BOP$ ii. $PA = PB$

iii. $\angle AOP = \angle BOP$ এবং $\angle APO = \angle BPO$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২৪. A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। PQ বৃত্ত দুইটির সাধারণ স্পর্শক—



i. $AO \perp PQ$ ii. $BO \perp PQ$

iii. A, O, B বিন্দু তিনটি সমরেখ

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, স্পর্শবিন্দু ছাড়া বৃত্তের অন্য সকল বিন্দু অপর বৃত্তের বাইরে থাকবে

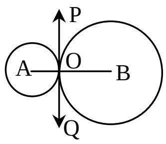
ii. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, স্পর্শবিন্দু ছাড়া ছোট বৃত্তের অন্য সকল বিন্দু বড় বৃত্তটির বহির্ভাগে থাকবে

iii. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

২৬.



A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। PQ বৃত্ত দুটির সাধারণ স্পর্শক হলে—

i. $AO = PQ$

ii. $\angle POA + \angle POB =$ এক সরলকোণ

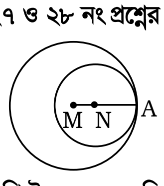
iii. A, O ও B বিন্দু তিনটি সমরেখ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৭ ও ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২৭. চিত্রে M ও N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় A বিন্দুতে অন্ত:স্পর্শ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $MN = MA+NA$ ● $MN = MA - NA$

(গ) $MA = NA$ (ঘ) $MN - MA = AN$

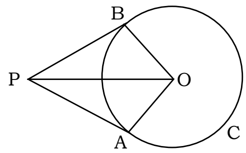
২৮. A থেকে M ও N এর দূরত্ব যথাক্রমে 4 ও 3 সে.মি. হলে MN = কত সে.মি.? (সহজ)

● 1 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 7

৪১. একটি বৃত্ত ও ঐ বৃত্তের স্পর্শকের কয়টি সাধারণ বিন্দু থাকে?

(ক) 0 ● 1 (গ) 2 (ঘ) অসংখ্য

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ – ৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PA, PB দুইটি স্পর্শক।

২৯. নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) $PA = PO$ ● $PA = PB$

(গ) $OP = OA$ (ঘ) $OP = OB$

৩০. $\angle PAO =$ কত? (সহজ)

(ক) $60°$ (খ) $80°$ ● $90°$ (ঘ) $100°$

৩১. $\angle PAO + \angle PBO$-এর পরিমাপ কত? (মধ্যম)

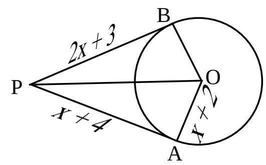
(ক) $90°$ ● $180°$ (গ) $120°$ (ঘ) $360°$

৩২. নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $OA = OB$ (খ) $OP = OB$

(গ) $AC = BC$ (ঘ) $PA = OB$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৩৩ – ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে বহি:স্থ P বিন্দু থেকে দুটি স্পর্শক PA ও PB।

৩৩. $\angle PAO =$ এর পরিমাণ কত? (সহজ)

(ক) $45°$ (খ) $60°$ ● $90°$ (ঘ) $180°$

৩৪. x এর পরিমাণ কত? (মধ্যম)

(ক) 4 (খ) 3 (গ) 2 ● 1

৩৫. PB এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

(ক) 2 (খ) 4 ● 5 (ঘ) 6

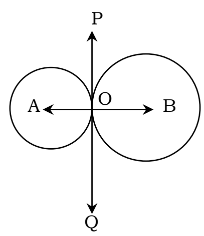
৩৬. OP এর দৈর্ঘ্য কোণটি? (মধ্যম)

(ক) 9 (খ) 4 (গ) $\sqrt{32}$ ● $\sqrt{34}$

ব্যাখ্যা : ΔOBP সমকোণী

$\therefore OP^2 = OB^2 + PB^2 = 5^2 + 3^2 \therefore OP = \sqrt{34}$.

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৩৭ – ৪০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



৩৭. বৃত্ত দুইটির সাধারণ স্পর্শক নিচের কোনটি? (সহজ)

(ক) AB ● PQ (গ) OA (ঘ) OB

৩৮. $\angle POB$ এর পরিমাপ কত? (সহজ)

(ক) $60°$ ● $90°$ (গ) $180°$ (ঘ) $150°$

৩৯. $\angle POA + \angle QOB$ এর পরিমাপ কত? (মধ্যম)

(ক) $90°$ (খ) $100°$ ● $180°$ (ঘ) $360°$

৪০. $\angle AOB =$ কত? (সহজ)

(ক) $90°$ ● $180°$ (গ) $120°$ (ঘ) $140°$

ব্যাখ্যা : $\angle AOB =$ এক সরল কোণ $= 180°$

৪২. বৃত্তের কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়?

● 1 ⓖ 2 ⓖ 3 ⓖ 4

(খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 are options b–d.

৪৩. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা যাবে?

(ক) 1 ● 2 (গ) 3 (ঘ) অসংখ্য

৪৪. দুইটি বৃত্ত বহিঃস্পর্শ করলে তাদের স্পর্শ বিন্দুতে সরল সাধারণ স্পর্শক আঁকা যাবে?

● ১টি (খ) ২টি (গ) ৩টি (ঘ) অসংখ্য

৪৫. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব হবে–

(ক) বৃত্ত দুইটির ব্যাসের সমান

(খ) বড় বৃত্তের ব্যাসের সমান

(গ) বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান

● বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান

৪৬. কোনো বৃত্তের স্পর্শক ও স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাণ কত?

(ক) $45°$ (খ) $60°$ ● $90°$ (ঘ) $100°$

৪৭. বৃত্তের কোনো ব্যাসার্ধের প্রান্ত বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব ঐ বিন্দুতে বৃত্তের কী হবে?

(ক) জ্যা (খ) চাপ (গ) ব্যাস ● স্পর্শক

৪৮. দুইটি বৃত্ত অন্তঃস্থভাবে পরস্পরকে স্পর্শ করেছে। তাদের ব্যাসার্ধদ্বয় 7 এবং 5 সে.মি. হলে, কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত সে.মি.?

(ক) 12 (খ) 8 (গ) 4 ● 2

৪৯. কোনো সরলরেখা কোনো বৃত্তের স্পর্শক হলে তাদের ছেদবিন্দু থাকবে কয়টি?

● 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

৫০. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের কোনটি?

(ক) সমান্তরাল ● লম্ব (গ) সমান (ঘ) সমানুপাতিক

৫১. দুইটি বৃত্তের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান হলে বৃত্তদ্বয়ের প্রকৃতি কিরূ প?

(ক) সমান হবে (খ) অন্তঃস্পর্শ করবে

● বহিঃস্পর্শ করবে (ঘ) ছেদ করবে

৫২. স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর লম্ব নিচের কোনটি দিয়ে যায়?

(ক) জ্যা ● কেন্দ্র (গ) ছেদক (ঘ) স্পর্শ রেখাংশ

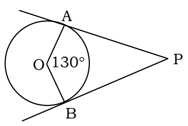
৫৩. O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PA ও PB স্পর্শক এবং AB জ্যা হলে, APB কোণ ধরনের ত্রিভুজ?

(ক) সমকোণী (খ) সমবাহু ● সমদ্বিবাহু (ঘ) বিষম বাহু

৫৪. একটি বৃত্তে পরস্পর লম্ব কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়?

(ক) 1 ● 2 (গ) 3 (ঘ) 4

৫৫.



চিত্রে $\angle APB$ এর মান কত?

(ক) $30°$ (খ) $40°$ ● $50°$ (ঘ) $60°$

৫৬. দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের–

i. ব্যাসার্ধের সমষ্টির সমান ii. ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান

iii. ব্যাসার্ধের বর্গের সমষ্টির সমান

নিচের কোনটি সঠিক?

● i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৭. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে একাধিক স্পর্শক আঁকা যায়

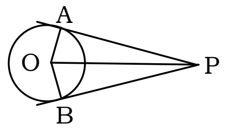
ii. বৃত্তের কেন্দ্র প্রত্যেক ব্যাসের মধ্যবিন্দু

iii. কোনো চাপ অর্ধবৃত্ত হলে তার ডিগ্রীর পরিমাপ $180°$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii ● ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৫৮.



চিত্রে PA ও PB স্পর্শক হলে–

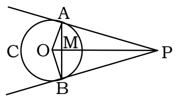
i. $PA = PB$ ii. $\angle PBO = 90°$

iii. $\angle APO = \angle POB$

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৫৯ – ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



৫৯. $\angle AOB = 120°$ হলে $\angle APO$ এর মান নিচের কোনটি?

● $30°$ (খ) $60°$ (গ) $180°$ (ঘ) $240°$

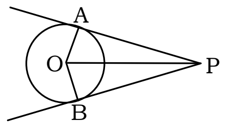
৬০. AM = 5 cm এবং PB = 13 cm হলে PM এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি?

● 12 cm (খ) 18 cm (গ) 21 cm (ঘ) 144 cm

৬১. $\angle AOB + \angle APB$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) $60°$ (খ) $120°$ ● $180°$ (ঘ) $300°$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৬২ ও ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



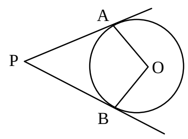
৬২. কোনটি স্পর্শ জ্যা–

(ক) OA (খ) AP (গ) OP ● AB

৬৩. OP = 13 সে.মি. AP = 12 সে.মি., হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?

● 5 (খ) 25 (গ) $\sqrt{313}$ (ঘ) 313

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ – ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ P বিন্দু হতে PA ও PB স্পর্শক টানা হলো।

৬৪. নিচের কোনটি সঠিক?

● $PA = PB$ (খ) $OP = OA$

(গ) $OP = OB$ (ঘ) $OP = PB = PO$

৬৫. $\angle OPA$ নিচের কোনটি সমান?

(ক) $\angle OAP$ ● $\angle OPB$ (গ) $\angle AOP$ (ঘ) $\angle BOP$

৬৬. $\angle OAP + \angle OBP$ এর পরিমাপ কত?

(ক) $90°$ ● $180°$ (গ) $270°$ (ঘ) $360°$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ দুটি সমব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র A ও B এবং CD তাদের সাধারণ স্পর্শক।

ক. উদ্দীপক অনুসারে চিহ্নিত চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. উদ্দীপকের বৃত্তের কেন্দ্র ও স্পর্শ বিন্দু যুক্ত করে অঙ্কিত চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র, প্রমাণ কর। ৪

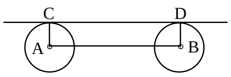
গ. উক্ত বৃত্ত দুইটি পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে দেখাও যে, স্পর্শ বিন্দু ও কেন্দ্রদ্বয় সমরেখ। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.

এখানে A, B কেন্দ্র বিশিষ্ট সমব্যাসার্ধের দুইটি বৃত্ত, CD তাদের সাধারণ স্পর্শক।

খ.



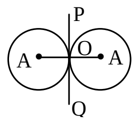
বিশেষ নির্বচন : A, B কেন্দ্র ও একই ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের CD একটি সাধারণ স্পর্শক। স্পর্শ বিন্দু C এবং D। C, A; D, B; A, B যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, ABDC একটি আয়তক্ষেত্র।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $CA \perp AB$,	[$\because \angle A = 90°$]
এবং $DB \perp AB$,	[একই কারণে]
(২) এখন, ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রে, $\angle A = \angle D$ ....(i) এবং $\angle B = \angle C$ ....(ii)	[যেহেতু সামান্তরিকের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]
(৩) $\angle A + \angle D = 180°$	[$\because$ বৃত্তে অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]
বা, $\angle D + \angle D = 180°$	[(i) নং থেকে $\angle A = \angle D$]
বা, $2\angle D = 180$	
বা, $\angle D = 90°$	
অনুরূ পভাবে, $\angle C = 90°$	
$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$	

ABCD চতুর্ভুজটি একটি আয়তক্ষেত্র। **(প্রমাণিত)**

গ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, A এবং B কেন্দ্র বিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। প্রমান করতে হবে যে, A, O, B বিন্দু তিনটি সমরেখ।



অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে। সুতরাং O বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ অঙ্কন করি। O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\angle POA = 90°$ বা এক সমকোণ।	[∵ A কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AO স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ এবং POQ স্পর্শক।
(২) অনুরূ পভাবে, $\angle POB = 90°$ বা এক সমকোণ।	

প্রশ্ন–২ ▸ A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করে।

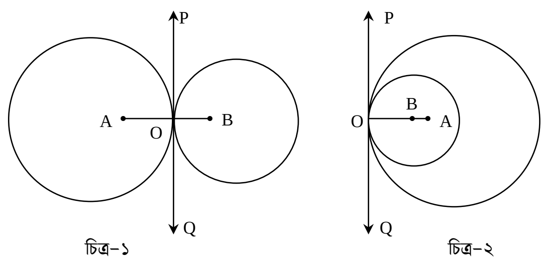
ক. সংৰিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যাবলির চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, A, B এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪

গ. দেখাও যে, দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে অন্তঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধের অন্তরের সমান। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



চিত্র–১ চিত্র–২

চিত্রে, A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ (চিত্র–১) এবং অন্তঃস্পর্শ (চিত্র–২) করেছে।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, A, B এবং O বিন্দু তিনটি সমরেখ।

অঙ্কন : যেহেতু বৃত্তদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, সুতরাং O বিন্দুতে তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক থাকবে। এখন O বিন্দুতে সাধারণ স্পর্শক POQ অঙ্কন করি এবং O, A ও O, B যোগ করি।

প্রমাণ: PQ, A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের O বিন্দুতে স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

$\therefore$ PQ $\perp$ OA অর্থাৎ $\angle POA = 1$ সমকোণ ……(i)

[∵ বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব]

আবার, PQ, B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের O বিন্দুতে স্পর্শক এবং OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

$\therefore$ PQ $\perp$ OB অর্থাৎ $\angle POB = 1$ [সমকোণ] ……(ii)

চিত্র–১ : (i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\angle POA + \angle POB = 1$ সমকোণ + 1 সমকোণ

$\therefore$ $\angle POA + \angle POB = 2$ সমকোণ

কিন্তু এরা সন্নিহিত কোণ।

$\therefore$ কোণদ্বয়ের বহিঃস্থ বাহু OA এবং OB একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অর্থাৎ, A, B, O একই সরলরেখায় অবস্থিত।

চিত্র–২ : POQ রেখার O বিন্দুতে OB এবং OA লম্ব। কিন্তু একটি রেখার একটি বিন্দুতে একাধিক লম্ব আঁকা সম্ভব নয়। তাই AO এবং BO একই রেখা হবে।

অর্থাৎ A, B, O সমরেখ।

সুতরাং উভয়ৰেত্রে A, B এবং O একই সরলরেখায় অবস্থিত অর্থাৎ A, B, O সমরেখ।

সুতরাং উভয়ৰেত্রে A, B এবং O একই সরলরেখায় অবস্থিত অর্থাৎ A, B এবং O সমরেখ। **(প্রমাণিত)**

গ. অনুসিদ্ধান্ত–২ এর সমাধানের অনুরূ প।

প্রশ্ন–৩ ▸ ABC একটি বৃত্তের কেন্দ্র O। P বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু এবং P হতে বৃত্তের ওপর PA ও PB দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা হলো।

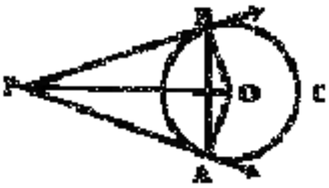
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যগুলোকে জ্যামিতিক চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, PA = PB· ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle APO = \frac{1}{2} \angle APB$ ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত ABC। এই বৃত্তের বাইরে একটি বিন্দু P দেওয়া আছে। P হতে ABC বৃত্তের ওপর PA ও PB দুইটি স্পর্শক অংকন করা হলো।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PB

অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ :	**যথার্থতা**
∴ অনুরূ পভাবে, $\angle POB = 90°$ বা এক সমকোণ।	
∴ $\angle POA + \angle POB = 90° + 90° = 180°$	
∴ $\angle AOB = 180°$ অর্থাৎ এক সমকোণ।	
∴ A, O, B বিন্দুত্রয় সমরেখ। **(দেখানো হলো)**	

(১) বৃত্তের A বিন্দুতে PA একটি স্পর্শক এবং OA স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।	
∴ OA $\perp$ PA অর্থাৎ $\angle OAP$ = এক সমকোণ।	[যেহেতু বৃত্তের যেকোনো বিন্দুর উপর অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব]
(২) আবার, বৃত্তের B বিন্দুতে PB একটি স্পর্শক এবং OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।	
∴ OB $\perp$ PB অর্থাৎ $\angle OBP$ = এক সমকোণ।	[একই কারণে]
(৩) এখন, সমকোণী ΔPAO এবং ΔPBO এ	
অতিভুজ PO = অতিভুজ PO	
এবং OA = OB	[যেহেতু একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
∴ $\Delta PAO \cong \Delta PBO$	[যেহেতু সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং অপর একটি অনুরূ প বাহু পরস্পর সমান]
∴ PA = PB **(প্রমাণিত)**	

গ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে অঙ্কিত দুইটি স্পর্শক PA ও PB বৃত্তকে যথাক্রমে B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। PO, বৃত্তের কেন্দ্র O এবং বহিস্থ P বিন্দুর সংযোজক সরলরেখা। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle APO = \frac{1}{2}\angle APB$

অঙ্কন : P, O; O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ :	**যথার্থতা**
(১) বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে PA এবং PB দুটি স্পর্শক।	
$\therefore PA = PB$	[যেহেতু বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব সমান]
(২) এখন, ΔOAP এবং ΔOBP-এ	
$PA = PB$;	
$OA = OB$	[যেহেতু একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
$OP = OP$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta OAP \cong \Delta OBP$	[বাহু-বাহু-বাহু-উপপাদ্য]
সুতরাং $\angle APO = \angle BPO$	
অর্থাৎ OP, $\angle APB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।	
সুতরাং $\angle APO = \frac{1}{2}\angle APB$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–৪ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P। PA ও PB বৃত্তের দুইটি স্পর্শক।

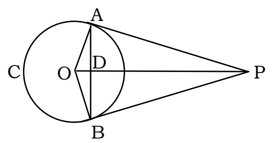
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, OP, স্পর্শ জ্যা এর লম্বদ্বিখণ্ডক। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, OP, $\angle APB$ এর সমদ্বিখণ্ডক। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে দুটি স্পর্শক PA ও PB বৃত্তকে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। O, P; A, B; O, A এবং O, B যোগ করি।



খ. যেহেতু বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে PA ও PB দুটি স্পর্শক।

$\therefore PA = PB$

অঙ্কন : O, A; O, B; A, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔPOA ও ΔPOB–এ	
$PA = PB$,	
$OA = OB$	[$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং $OP = OP$	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \angle AOP = \angle BOP$	
অর্থাৎ $\angle AOD = \angle BOD$ .... (i)	
(২) এখন, $\angle AOD$ ও $\angle BOD$–এ,	
$OA = OB$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$OD = OD$	[সাধারণ বাহু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOD$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BOD$	[(i) থেকে]
$\therefore \Delta AOD \cong \Delta BOD$	
(৩) সুতরাং $AD = BD$ এবং $\angle ADO = \angle BDO$·	
যেহেতু কোণ দুটি রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাণ সমান, সুতরাং এরা প্রত্যেকে এক সমকোণ।	
$\therefore$ OP রেখা AB রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডক অর্থাৎ OP রেখা, স্পর্শ জ্যা AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**	

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, OP, $\angle APB$ এর সমদ্বিখণ্ডক।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	
(১) বৃত্তের A বিন্দুতে PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।	
$\therefore PA \perp OA$ অর্থাৎ $\angle OAP$ = এক সমকোণ।	
$\therefore \Delta AOP$ সমকোণী।	
(২) বৃত্তের B বিন্দুতে PB স্পর্শক এবং OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ হওয়ায়	
$PB \perp OB$ অর্থাৎ $\angle OBP$ = এক সমকোণ।	
$\therefore \Delta BOP$ সমকোণী।	
(৩) AOP এবং BOP সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে	
$OA = OB$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
এবং অতিভুজ OP উভয় ত্রিভুজের সাধারণ বাহু।	
$\therefore AOP \cong \Delta BOP$	[কারণ দুটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজদ্বয় সমান হলে এবং একটি এক বাহু অপরটির অনুরূ প বাহুর সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সর্বসম হয়]
সুতরাং $\angle APO = \angle BPO$	
অর্থাৎ PO, $\angle APB$ কে সমদ্বিখণ্ডক। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন–৫ ▸ AB কোনো বৃত্তের ব্যাস এবং BC ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

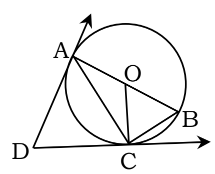
ক. উদ্দীপকের আলোকে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র আঁক। ২

খ. A, C যোগ কর। প্রমাণ কর যে, ΔACD সমবাহু। ৪

গ. বৃত্তে সমবাহু ΔACD অন্তর্লিখিত হলে দেখাও যে, ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শকগুলো অপর একটি সমবাহু ত্রিভুজ গঠন করে। ৪

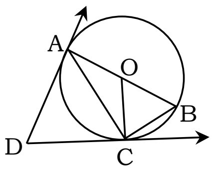
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



চিত্রে, AB একটি বৃত্তের ব্যাস এবং BC বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান একটি জ্যা। বৃত্তটির কেন্দ্র O। বৃত্তের A ও C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় D বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ. A, C যোগ করায় ACD ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔACD সমবাহু।

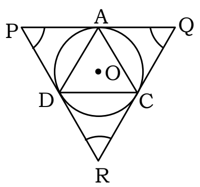


অঙ্কন : O, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔOBC-এ,	
$OB = OC$	[∵ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং $BC = OB$	[দেওয়া আছে জ্যা BC বৃত্তটির ব্যাসার্ধের সমান]
∴ $OB = BC = OC$	
অর্থাৎ ΔOBC সমবাহু।	
$\angle OBC = \angle OCB = \angle BOC = 60^\circ$	
∴ $\angle ABC = 60^\circ$	[∵ সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণ 60°]
(২) A বিন্দুতে AD একটি স্পর্শক এবং AC স্পর্শ বিন্দুগামী জ্যা।	
∴ $\angle DAC = \angle ABC$	[একান্তর বৃত্তাংশ কোণ বলে]
∴ $\angle DAC = 60^\circ$	
(৩) D বিন্দু হতে AD এবং DC বৃত্তের দুটি স্পর্শক বলে $AD = DC$.	
সুতরাং ΔADC–এ $AD = DC$.	
∴ $\angle ACD = \angle DAC = 60^\circ$	[∵ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]
(৪) ΔACD-এর	
$\angle ACD + \angle CAD + \angle ADC = 180^\circ$	[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180° এর সমান]
বা, $60^\circ + 60^\circ + \angle ADC = 180^\circ$	
বা, $\angle ADC = 180^\circ - 120^\circ$	[(ii) এবং (iii) নং থেকে]
∴ $\angle ADC = 60^\circ$ ……………(iv)	
(৫) (২) নং (৩) নং এবং (৪) নং থেকে দেখা যাচ্ছে যে, ΔACD এর প্রতিটি কোণ 60°.	
(৬) যেহেতু প্রতিটি কোণ সমান সেহেতু প্রতিটি কোণের বিপরীত বাহুও সমান অর্থাৎ $CD = AD = AC$.	
∴ ΔACD একটি সমবাহু ত্রিভুজ। **(প্রমাণিত)**	

গ.



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অন্তর্লিখিত ADC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। A, D ও C বিন্দুতে যথাক্রমে PQ, PR এবং RQ স্পর্শক। স্পর্শকত্রয় PQR ত্রিভুজ গঠন করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PQR একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

প্রমাণ :

(১) সমবাহু ΔADC-এ,

$\angle ADC = \angle DCA = \angle DAC = 60^\circ$

বৃত্তের A বিন্দুতে PQ স্পর্শক এবং AD স্পর্শবিন্দুগামী জ্যা।

∴ $\angle PAD$ = একান্তর বৃত্তাংশস্থ $\angle ACD = 60^\circ$

(২) D বিন্দুতে PR স্পর্শক এবং DA স্পর্শবিন্দুগামী জ্যা।

∴ $\angle PDA$ = একান্তর বৃত্তাংশস্থ $\angle ACD = 60^\circ$

(৩) ΔPAD–এ, $\angle P + \angle PAD + \angle PDA = 180^\circ$

[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $\angle P + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

∴ $\angle P = 60^\circ$

(৪) ΔQAC হতে প্রমাণ করা যায়, $\angle Q = 60^\circ$

এবং ΔRDC হতে প্রমাণ করা যায়, $\angle R = 60^\circ$

এখন ΔPQR-এ $\angle P = \angle Q = \angle R = 60^\circ$

অতএব, ΔPQR সমবাহু ত্রিভুজ। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৬ ▸ A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

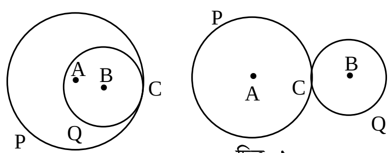
ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে চিত্র আঁক। ২

খ. C বিন্দুগামী সরলরেখা বৃত্ত দুইটিতে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, AP ∥ BQ. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, উক্ত বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রের দূরত্ব হবে তাদের ব্যাসার্ধদ্বয়ের সমষ্টি বা তাদের ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তরের সমান। ৪

▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

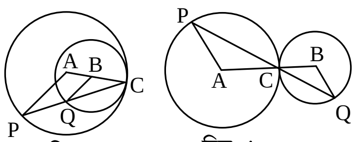
ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে চিত্র আঁকা হলো।



চিত্র–১ চিত্র–২

খ. C বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত PQ সরলরেখা বৃত্ত দুটিকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, P এবং B, Q যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, AP ∥ BQ.



চিত্র–১ চিত্র–২

অঙ্কন : A, C; B, C যোগ করি।

প্রমাণ : ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) A কেন্দ্রিক ও B কেন্দ্রিক বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।	
∴ A, B, C সমরেখ।	[∵ দুইটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে, তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শ

বিন্দু সমরেখ হয়]

(২) এখন ΔPAC-এ, $AP = AC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle ACP = \angle APC$ [∵ ত্রিভুজের সমান সমান বাহুদ্বয়ের বিপরীত কোণদ্বয় পরস্পর সমান]

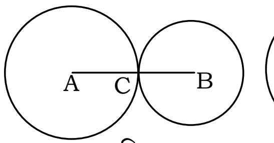
তদ্রূপ, $\angle BCQ = \angle BQC$ [চিত্র–১ এর ক্ষেত্রে সাধারণ কোণ এবং চিত্র–২ এর ক্ষেত্রে বিপ্রতীপ কোণ]

(৩) সুতরাং, $\angle ACP = \angle BCQ$ [∵ $\angle ACP = \angle APC$ এবং $\angle BCQ = \angle BQC$]

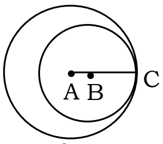
বা, $\angle APC = \angle BQC$ [কিন্তু এরা চিত্র–১ এর ক্ষেত্রে অনুরূপ এবং চিত্র–২এর ক্ষেত্রে একান্তর কোণ যাদের ছেদক PQ.]

$\therefore AP \parallel BQ$ **(প্রমাণিত)**

গ.



চিত্র–ক



চিত্র–খ

A এবং B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত পরস্পরকে C বিন্দুতে স্পর্শ (অন্ত:স্পর্শ, চিত্র–ক এবং বহি:স্পর্শ চিত্র–খ) করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, বহিঃস্পর্শের ক্ষেত্রে, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = তাদের ব্যাসার্ধের সমষ্টি এবং অন্তঃস্পর্শের ক্ষেত্রে, তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = তাদের ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তর।

অঙ্কন : A, C এবং B, C যোগ করি।

প্রমাণ : আমরা জানি, দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু সমরেখ হয়।

এখন, যেহেতু A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে সেহেতু A, B ও C বিন্দু সমরেখ হবে।

∴ বহিঃস্পর্শের ক্ষেত্রে, (চিত্র–ক)

$AB = AC + BC$

∴ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = তাদের ব্যাসার্ধের সমষ্টি।

আবার, অন্তঃস্পর্শের ক্ষেত্রে, (চিত্র–খ)

$AB = AC - BC$

অর্থাৎ বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয়ের দূরত্ব = তাদের ব্যাসার্ধদ্বয়ের অন্তর। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৭ ▸ A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পর O বিন্দুতে বহিঃস্পর্শ করেছে।

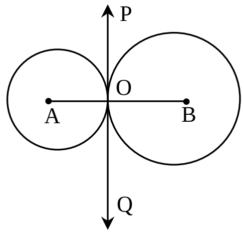
ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে, বৃত্ত দুটির চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, A, O এবং B বিন্দু তিনটি সমরেখ। ৪

গ. উপর্যুক্ত বৃত্ত দুটি এককেন্দ্রিক হলে এবং বৃহত্তর বৃত্তটির কোনো জ্যা ক্ষুদ্রতর বৃত্তটিকে স্পর্শ করলে প্রমাণ কর যে, উক্ত জ্যা স্পর্শ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। ৪

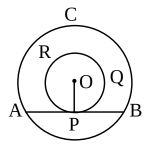
▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে, বৃত্ত দুটির চিত্র আঁকা হলো।



খ. পাঠ্য বইয়ের উপপাদ্য–১১ দেখ।

গ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABC ও PQR বৃত্ত দুটির কেন্দ্র O এবং ABC বৃত্তটি বৃহত্তর। ABC বৃত্তের AB জ্যা PQR বৃত্তকে P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB জ্যাটি স্পর্শবিন্দু P তে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।



অঙ্কন : O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR বৃত্তের P বিন্দুতে AB স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।	[অঙ্কনানুসারে]
$\therefore OP \perp AB$	[বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]
(২) O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের AB জ্যায়ের ওপর OP লম্ব।	[১নং হতে]
$\therefore AP = BP$	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে কোনো জ্যায়ের ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
∴ P, AB জ্যায়ের মধ্যবিন্দু।	

[প্রমাণিত]

প্রশ্ন–৮ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রেখাদ্বয় বৃত্তের স্পর্শক।

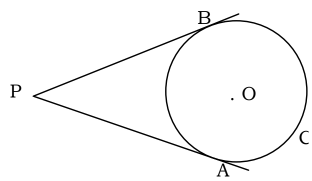
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. দেখাও যে, PA = PB. ৪

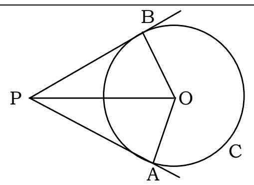
গ. A, B এবং O, P যোগ কর। প্রমাণ কর যে, OP স্পর্শ জ্যা AB এর লম্বদ্বিখণ্ডক। ৪

▸◂ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রশ্মিদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক।



খ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু এবং PA ও PB রশ্মিদ্বয় বৃত্তের A ও B বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক। দেখাতে হবে যে, PA = PB।

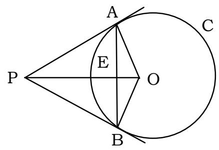


অঙ্কন : O, A; O, B এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ, সেহেতু $PA \perp OA$. $\therefore \angle PAO$ = এক সমকোণ।	[স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]
অনুরূ পে $\angle PBO$ = সমকোণ $\therefore \Delta PAO$ এবং ΔPBO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) এখন, ΔPAO ও ΔPBO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে অতিভুজ PO = অতিভুজ PO	
এবং OA = OB	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \Delta PAO \cong \Delta PBO$ $\therefore$ PA = PB **(দেখানো হলো)**	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা]

গ.**বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং P বহিঃস্থ বিন্দু। P হতে অঙ্কিত PA ও PB স্পর্শক বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। O, P এবং A, B যোগ করি। AB স্পর্শ জ্যা। OP, AB কে E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, OP, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক।



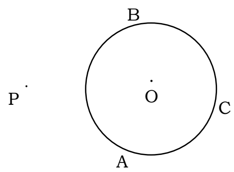
অঙ্কণ : O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু OA এবং OB উভয়ই স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। সুতরাং $\angle OAP$ = এক সমকোণ এবং $\angle OBP$ = এক সমকোণ	[PA ও PB, A ও B বিন্দুতে স্পর্শক]
সমকোণী ΔPAO ও সমকোণী ΔPBO-এর মধ্যে PA = PB	[বহিঃস্থ বিন্দু হতে স্পর্শকদ্বয় সমান]
OA = OB	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore$ $\Delta PAO \cong \Delta PBO$ $\therefore$ $\angle POA = \angle POB$	[অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
(২) এখন ΔOAE ও ΔOBE-এর মধ্যে OA = OB	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এবং OE = OE	[সাধারণ বাহু]
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle AOE$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle BOE$ অতএব, $\Delta OAE \cong \Delta OBE$	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore$ AE = BE এবং $\angle AEO = \angle BEO$ কিন্তু কোণদ্বয় সন্নিহিত বলে প্রত্যেকে এক সমকোণ। সুতরাং OE, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক। অর্থাৎ OP, AB-এর লম্বদ্বিখণ্ডক। **(প্রমাণিত)**	

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-৯ ›



চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত এবং P তার বহিঃস্থ একটি বিন্দু।

ক. স্পর্শক কাকে বলে? সরল সাধারণ স্পর্শক চিত্র এঁকে দেখাও। ২

খ. দেখাও যে, স্পর্শ বিন্দুতে স্পর্শকের ওপর অঙ্কিত লম্ব কেন্দ্রগামী। ৪

গ. দেখাও যে, বৃত্তের কোনো বিন্দু দিয়ে ঐ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর অঙ্কিত লম্ব উক্ত বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শক হয়। ৪

উত্তর : (খ) উপপাদ্য-৯ এর অনুসিদ্ধান্ত-২ এর অনুরূ প।

(গ) উপপাদ্য-৯ এর অনুসিদ্ধান্ত-৩ এর অনুরূ প।

অনুশীলনী ৮.৫

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ **বৃত্তের স্পর্শক অঙ্কন**

আমরা জেনেছি যে, বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তের স্পর্শক আঁকা যায় না। বিন্দুটি যদি বৃত্তের ওপর থাকে তাহলে উক্ত বিন্দুতে বৃত্তের একটিমাত্র স্পর্শক অঙ্কন করা যায়। স্পর্শকটি বর্ণিত বিন্দুতে অঙ্কিত ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব হয়। সুতরাং, বৃত্তস্থিত কোনো বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শক অঙ্কন করতে হলে বর্ণিত বিন্দুতে ব্যাসার্ধ অঙ্কন করে ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব আঁকতে হবে। আবার বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত হলে তা থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁকা যাবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১· **নিচের তথ্যগুলো লৰ কর :**

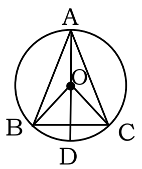
i. বৃত্তে স্পর্শক স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব

ii. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ

iii. বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী

নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ● i, ii ও iii



ওপরের চিত্র অনুযায়ী ২ ও ৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২· **$\angle$BOD এর পরিমাণ হবে–**

ক. $\frac{1}{2}\angle BAC$ খ. $\frac{1}{2}\angle BAD$

গ. $2\angle BAC$ ● $2\angle BAD$

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ। $\therefore \angle BOD = 2\angle BAD$

৩· **বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের–**

ক. অন্তর্বৃত্ত ● পরিবৃত্ত

গ. বহিঃবৃত্ত ঘ· উপবৃত্ত

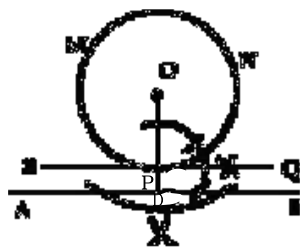
৪· **কোনো বৃত্তের অধিচাপে অন্তর্লিখিত কোণ–**

● সূক্ষ্মকোণ খ. সমকোণ

গ. স্থূল কোণ ঘ· পূরককোণ

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়।

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট MNP একটি বৃত্ত এবং AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। এ বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা AB এর সমান্তরাল হয়।

অঙ্কন :

(১) O হতে AB এর ওপর OD লম্ব আঁকি। OD লম্ব বৃত্তের পরিধিকে P বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) এখন P বিন্দুতে PQ স্পর্শক আঁকি।

(৩) QP কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি। তাহলে SQ-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

প্রমাণ :

অঙ্কনানুসারে OD, AB এর ওপর লম্ব।

$\therefore \angle D$ = এক সমকোণ।

আবার, PQ, OP এর P বিন্দুতে স্পর্শক হওয়ায়,

$\angle OPQ$ = এক সমকোণ।

অতএব, $\angle D = \angle OPQ$

কিন্তু কোণ দুইটি অনুরূ প এবং OPD একই সরলরেখা।

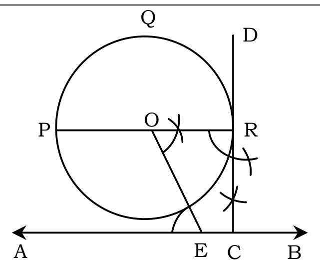
সুতরাং $PQ \parallel AB$

অর্থাৎ $SQ \parallel AB$

$\therefore$ SQ নির্ণেয় স্পর্শক। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ কোনো বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর লম্ব হয়।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR একটি বৃত্ত এবং AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। এ বৃত্তে এমন স্পর্শক আঁকতে হবে যেন তা AB এর ওপর লম্ব হয়।

অঙ্কন :

(১) AB এর উপর E একটি বিন্দু নিই। O, E যোগ করি।

(২) O বিন্দু দিয়ে AB এর সমান্তরাল POR টানি। POR বৃত্তের পরিধিকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন, R বিন্দুতে CD স্পর্শক আঁকি। তাহলে CD-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, PR || AB

$\therefore \angle PRC = \angle RCB$ [একান্তর কোণ বলে]

কিন্তু, CR স্পর্শক হওয়ায়, $\angle PRC$ = এক সমকোণ

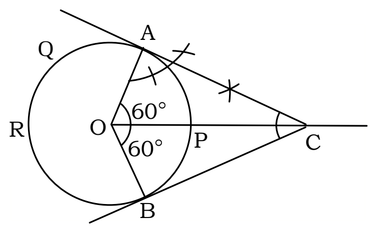
সুতরাং, $\angle RCB$ = এক সমকোণ।

$\therefore$ RC, AB এর ওপর লম্ব।

অতএব, RC বা CD-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শক। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ কোনো বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR একটি বৃত্ত। এ বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

অঙ্কন :

(১) পরিধির ওপর P একটি বিন্দু। O, P যোগ করি এবং বর্ধিত করি।

(২) OP এর উভয় পার্শ্বে 60° দুটি কোণ আঁকি। মনে করি কোণের বাহু দুইটি বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে একটি লম্ব আঁকি। লম্বটি OP এর বর্ধিতাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) C, B যোগ করি। তাহলে AC ও BC-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

প্রমাণ : অঙ্কনানুসারে, $\angle AOC = 60^\circ$

$\angle OAC = 90^\circ$

সুতরাং, ΔAOC এ, $\angle ACO = 30^\circ$

একই কারণে OBC সমকোণী ত্রিভুজে, $\angle BCO = 30^\circ$

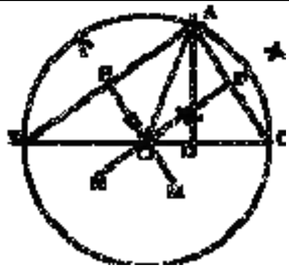
অতএব, $\angle ACB = \angle ACO + \angle BCO$

$= 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

সুতরাং, AC ও BC স্পর্শকের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°। **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ 3 সে.মি., 4 সে.মি., 4·5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁক এবং এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি, ABC ত্রিভুজের BC = 4·5 সে.মি., AC = 3 সে.মি. এবং AB = 4 সে.মি.। ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কন :

(১) AB ও AC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। A, O ; B, O এবং C , O যোগ করি।

(২) O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

প্রমাণ : O বিন্দুটি AB এর লম্বদ্বিখণ্ডকের ওপর অবস্থিত।

$\therefore OA = OB$

একইভাবে, $OA = OC$

$\therefore OA = OB = OC$

সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি A, B ও C বিন্দু দিয়ে যাবে। অতএব, এই বৃত্তটিই ΔABC এর পরিবৃত্ত।

ব্যাসার্ধ নির্ণয় : A হতে BC এর ওপর AD লম্ব আঁকি। AD, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

ΔABC এর পরিসীমা,

$2S = AB + BC + CA = 4 + 4{\cdot}5 + 3 = 11{\cdot}5$ সে.মি.

$\therefore \quad S = \frac{11.5}{2}$ সে.মি. $= 5{\cdot}75$ সে.মি.

$\therefore \Delta ABC$ এর ক্ষেত্রফল

$= \sqrt{S\,(S-a)\,(S-b)\,(S-c)}$

$= \sqrt{5.75(5.75-4.5)(5.75-3)(5.75-4)}$

$= \sqrt{5.75 \times 1.25 \times 2.75 \times 1.75}$

$= 5{\cdot}88$ বর্গ সে.মি.

আবার, ΔABC এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$\therefore \frac{1}{2} \times 4{\cdot}5 \times AD = 5{\cdot}88$

$\therefore AD = 2{\cdot}61$ সে.মি.

কিন্তু, কোনো ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র, তার পরিবৃত্তের ব্যাস ঐ বাহুদ্বয়ের সাধারণ শীর্ষ হতে ভূমির ওপর অঙ্কিত লম্বের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমান (ব্রহ্মগুপ্তের উপপাদ্য)।

$\therefore AB \times AC = 2R \times AD$ [ধরি, ব্যাসার্ধ OA = R সে.মি.]

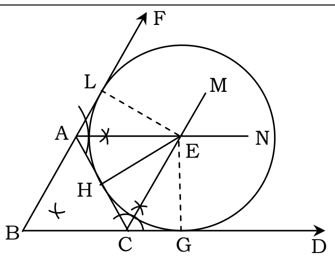
[$\because$ ব্যাস = 2R সে.মি.]

বা, $4 \times 3 = 2R \times 2{\cdot}61 \;\; \therefore R = 2{\cdot}3$

অতএব, বৃত্তের ব্যাসার্ধ 2·3 সে.মি.।

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ 5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর AC বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত আঁক।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : 5 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ ABC-এর AC বাহুকে স্পর্শ করিয়ে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।



মনে করি ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি.। এর AC বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) BC ও BA বাহুকে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

(২) $\angle DCA$ এবং $\angle FAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে CM ও AN রেখা আঁকি। তারা E বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) E থেকে AC এর ওপর EH লম্ব আঁকি। EH, AC কে H বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) E-কে কেন্দ্র করে EH ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, এই বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত হবে।

প্রমাণ : E হতে BD ও BF এর ওপর যথাক্রমে EG ও EL লম্ব টানি। মনে করি, লম্বদ্বয় রেখাংশদ্বয়কে যথাক্রমে G ও L বিন্দুতে ছেদ করে।

E বিন্দুটি $\angle DAC$-এর সমদ্বিখণ্ডকের ওপর অবস্থিত।

$\therefore$ EH = EG

একইভাবে, EH = EL

সুতরাং E কে কেন্দ্র করে EH-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত H, G এবং L বিন্দু দিয়ে যাবে।

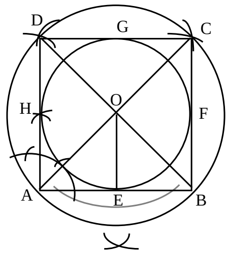
আবার, EH, EG ও EL এর প্রান্তবিন্দুতে যথাক্রমে CA, CD এবং AF রেখাংশ তিনটি লম্ব।

সুতরাং বৃত্তটি রেখাংশ তিনটিকে যথাক্রমে H, G ও L বিন্দু তিনটিতে স্পর্শ করে।

অতএব, HGL বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ একটি বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁক।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : একটি বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



মনে করি, ABCD একটি বর্গ। ABCD বর্গের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) A, C এবং B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) O হতে AB এর ওপর OE লম্ব টানি।

(৩) O কে কেন্দ্র করে OE এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি AB, BC, CD ও DA বাহুকে যথাক্রমে E, F, G ও H বিন্দুতে স্পর্শ করে। তাহলে EFGH-ই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

আবার O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

এই বৃত্ত ABCD বর্গের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রমাণ : বর্গের কর্ণ কোণগুলোকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

সুতরাং O বিন্দু হতে AB, BC, CD, DA বাহুর দূরত্ব সমান। সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OE ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত আঁকলে বৃত্তটি AB, BC, CD, DA বাহু স্পর্শ করবে।

অতএব, EFGH-ই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

আবার, বর্গের কর্ণদ্বয় সমান এবং তারা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

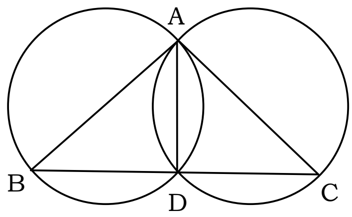
সুতরাং, OA = OB = OC = OD

সুতরাং, O কে কেন্দ্র করে OA ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত A, B, C, D বিন্দু দিয়ে যায়।

অতএব, ABCD-ই নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ প্রমাণ কর যে, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়কে ব্যাস ধরে দুইটি বৃত্ত অঙ্কন করলে, তারা ভূমির মধ্যবিন্দুকে পরস্পর ছেদ করে।

সমাধান :



মনে করি, ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB = AC এবং BC ভূমি। AB ও AC কে ব্যাস ধরে দুটি বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্ত দুইটি BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, D, BC এর মধ্যবিন্দু।

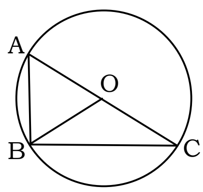
অঙ্কন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) AB ও AC বৃত্তের ব্যাস হওয়ায়,	
$\angle ADB = \angle ADC$ = এক সমকোণ	[কারণ অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ]
(২) ADC ও ADB সমকোণী ত্রিভুজ দুটির মধ্যে	
অতিভুজ AC = অতিভুজ AB ;	
AD = AD	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ADC \cong \Delta ABD$·	[অতিভুজ–বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
$\therefore$ CD = BD	
অর্থাৎ D, BC এর মধ্যবিন্দু। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মধ্যবিন্দু ও বিপরীত শীর্ষের সংযোজক রেখাংশ অতিভুজের অর্ধেক।

সমাধান :



মনে করি, ΔABC সমকোণী ত্রিভুজ। এর $\angle B$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ।

এখানে O, AC অতিভুজের মধ্যবিন্দু ও BO বিপরীত শীর্ষের সংযোজক রেখাংশ।

প্রমাণ করতে হবে যে, BO = $\frac{1}{2}$ AC

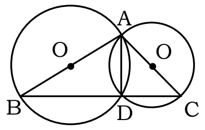
অঙ্কন : O কে কেন্দ্র করে OA অথবা OC এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AC বৃত্তের ব্যাস এবং $\angle ABC$ = এক সমকোণ। সুতরাং, A, B, C শীর্ষবিন্দু তিনটি বৃত্তস্থ হবে। অর্থাৎ A, B, C বৃত্তের পরিধির ওপর তিনটি বিন্দু।	
(২) O বৃত্তের কেন্দ্র হওয়ায় $OB = OC = OA$ এখন, $AO + OC = AC$ বা, $OB + OB = AC$ বা, $2OB = AC$ $\therefore OB = \frac{1}{2} AC.$ **[প্রমাণিত]**	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ ABC একটি ত্রিভুজ। AB কে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত যদি BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে, তবে প্রমাণ কর যে, AC বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তও D বিন্দু দিয়ে যাবে।

সমাধান :



মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। AB কে ব্যাস নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে উহা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত D বিন্দু দিয়ে যাবে।

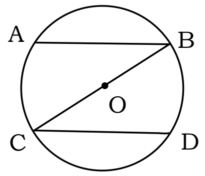
অঙ্কন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) AB ব্যাস হওয়ায়, $\angle ADB = 1$ সমকোণ	[অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]
(২) B, D, C সমরেখ হওয়ায়, $\angle ADB + \angle ADC$ = এক সরলকোণ বা, 1 সমকোণ + $\angle ADC$ = 2 সমকোণ বা, $\angle ADC$ = 2 সমকোণ −1 সমকোণ = 1 সমকোণ	
(৩) এখন, A, D, C বিন্দু তিনটি বৃত্তস্থ। O বৃত্তের কেন্দ্র হওয়ায়, $\angle AOC = 2\angle ADC$ বা, $\angle AOC = 2 \times 1$ সমকোণ বা, $\angle AOC$ = 2 সমকোণ বা, $\angle AOC$ = 1 সরলকোণ অতএব, A, O, C সমরেখ এবং AC বৃত্তের ব্যাস। $\therefore$ AC বাহুকে ব্যাস নিয়ে অঙ্কিত বৃত্ত D বিন্দু দিয়ে যাবে। **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ AB ও CD একই বৃত্তে দুইটি সমান্তরাল জ্যা। প্রমাণ কর যে, চাপ AC = চাপ BD.

সমাধান :



মনে করি, ABDC বৃত্তের O কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি সমান্তরাল জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, চাপ AC = চাপ BD.

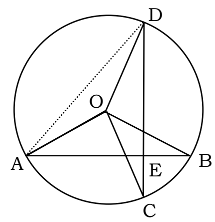
অঙ্কন : B, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) $AB \parallel CD$ এবং BC ছেদক, $\angle ABC = \angle BCD$	[একান্তর কোণ বলে]
(২) এখন, AC চাপের ওপর অবস্থিত বৃত্তস্থ $\angle ABC$ এবং BD চাপের ওপর অবস্থিত বৃত্তস্থ $\angle BCD$ বৃত্তস্থ কোণ দুইটি সমান হওয়ায় চাপ দুইটিও সমান। অতএব, চাপ AC = চাপ BD. **[প্রমাণিত]**	

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট কোনো বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$

সমাধান :



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ACBD বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরস্থ E বিন্দুতে ছেদ করেছে। O, A; O, C; O, B এবং O, D যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$.

অঙ্কন : A, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) AC চাপের ওপর কেন্দ্রস্থ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ADC$ সুতরাং $\angle AOC = 2\angle ADC$ ...... (i)	[বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
(২) আবার, BD চাপের ওপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ $\angle BOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle BAD$ $\therefore \angle BOD = 2\angle BAD$ .... (ii)	[একই]
(৩) সমীকরণ (i) এবং (ii) যোগ করে পাই, অতএব, $2\angle ADC + 2\angle BAD = \angle AOC + \angle BOD$ বা, $2(\angle ADC + \angle BAD) = (\angle BOD + \angle AOC)$	

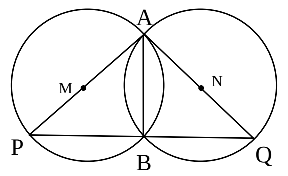
বা, $\angle ADC + \angle BAD = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$

(৪) কিন্তু ΔAED এ বহিঃস্থ $\angle AEC = \angle ADE + \angle DAE = \angle ADC + \angle BAD$ [ত্রিভুজের কোনো বহিস্থ কোণ এর অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]

অতএব, $\angle AEC = \frac{1}{2}(\angle BOD + \angle AOC)$. **[প্রমাণিত]**

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ দুইটি সমান ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ জ্যা AB। B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত কোনো সরলরেখা যদি বৃত্ত দুইটির সাথে P ও Q বিন্দুতে মিলিত হয়, তবে প্রমাণ কর যে, ΔPAQ সমদ্বিবাহু।

সমাধান :



মনে করি, দুইটি সমান ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তের সাধারণ জ্যা AB। বৃত্ত দুইটির কেন্দ্র M ও N।

B বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত সরলরেখা বৃত্ত দুইটিকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, P এবং A, Q যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, ΔPAQ সমদ্বিবাহু।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) AB উভয় বৃত্তের সাধারণ জ্যা। সুতরাং AB চাপের উপর M কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বৃত্তস্থ $\angle APB$·	
(২) আবার, N কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বৃত্তস্থ $\angle AQB$	
$\therefore \angle APB = \angle AQB$	[সমান বা একই চাপ একই বৃত্তে বা সমান সমান ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তে সমান সমান বৃত্তস্থ কোণ উৎপন্ন করে]
বা, $\angle APQ = \angle AQP$	
$\therefore AP = AQ$	[ত্রিভুজের সমান সমান কোণের বিপরীত বাহুদ্বয় সমান]

এখন ΔAPQ এ,

$AP = AQ$ হওয়ায়, ΔAPQ সমদ্বিবাহু। **[প্রমাণিত]**

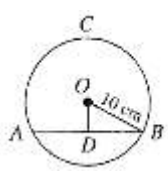
প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা AB = x সে.মি., OD ⊥ AB

পাশের চিত্র অনুযায়ী নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. বৃত্তটির ৰেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

গ. $OD = \left(\frac{x}{2} - 2\right)$ সে.মি. হলে x এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান : দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে জ্যা AB = x সে.মি. এবং $OD \perp AB$

(ক) বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = OB = 10cm$

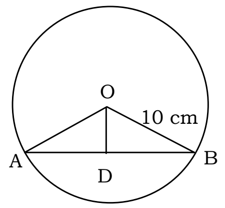
$\therefore$ বৃত্তের ৰেত্রফল $= \pi r^2 = 3{\cdot}1416 \times (10)^2$

$= 3{\cdot}1416 \times 100 = 314{\cdot}16$

নির্ণেয় ৰেত্রফল 314·16 বর্গ সে.মি.

(খ) **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তে AB এমন একটি জ্যা $OD \perp AB$· দেখাতে হবে যে, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

অঙ্কন : O, A যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপসমূহ :

(১) $\angle ODA = \angle ODB$ = একসমকোণ [$\because OD \perp AB$]

অতএব, ΔODA ও ΔODB উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।

(২) ΔODA ও ΔODB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

অতিভুজ OA = অতিভুজ OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং OD = OD [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta ODA \cong \Delta ODB$ [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ–বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

অতএব, AD = BD

অর্থাৎ D, AB এর মধ্যবিন্দু। **[দেখানো হলো]**

(গ) ΔODB এ, $OB = 10cm$, $DB = \frac{x}{2}$ এবং $OD = \frac{x}{2} - 2$

এখন, সমকোণী ΔODB-এ

$DB^2 + OD^2 = OB^2$

বা, $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 = (10)^2$

বা, $\frac{x^2}{4} + \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{x}{2} \times 2 + (2)^2 = 100$

বা, $\frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4} - 2x + 4 = 100$

বা, $\frac{2x^2}{4} - 2x + 4 = 100$

বা, $\frac{x^2}{2} - 2x + 4 = 100$

বা, $x^2 - 4x + 8 = 200$ [উভয় পৰকে 2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x^2 - 4x + 8 - 200 = 0$

বা, $x^2 - 4x - 192 = 0$

বা, $x^2 - 16x + 12x - 192 = 0$

বা, $x(x - 16) + 12(x - 16) = 0$

বা, $(x - 16)(x + 12) = 0$

হয় $x - 16 = 0$ অথবা, $x + 12 = 0$

বা, $x = 16$ বা, $x = -12$ [ইহা গ্রহণযোগ্য নয়]

নির্ণেয় বৃত্তের জ্যা এর দৈর্ঘ্য x = 16 সে.মি.

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি., 5 সে.মি. ও 6 সে.মি.।

ওপরের তথ্য অনুযায়ী নিম্নের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

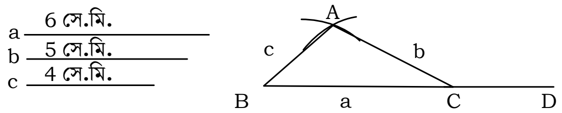
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর।

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন কর।

গ. ত্রিভুজের পরিবৃত্তের বাহিরে যেকোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে বৃত্তের দুইটি স্পর্শক অঙ্কন করে দেখাও যে স্পর্শকদ্বয়ের দূরত্ব সমান হয়।

সমাধান :

(ক)



ত্রিভুজের তিনটি বাহু $a = 6$ সে.মি., $b = 5$ সে.মি. এবং $c = 4$ সে.মি. দেওয়া আছে, ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

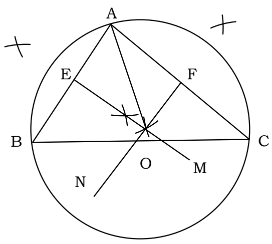
(১) যেকোনো রেখাংশ BD নেই।

(২) BD রেখাংশ থেকে a এর সমান করে BC অংশ কেটে নেই।

(৩) এখন B কে কেন্দ্র করে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC রেখার একপাশে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। আবার, C কে কেন্দ্র করে b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BC রেখার যে পাশে আগের বৃত্তচাপটি আঁকা হয়েছে সে পাশে বৃত্তচাপটি আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, B ও A, C যোগ করি। তাহলে ABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

(খ)



ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কন :

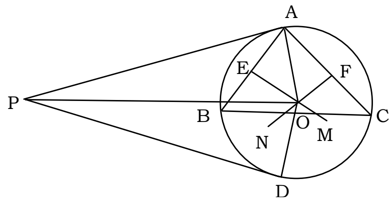
(১) AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) A, O যোগ করি।

(৩) O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

(গ) মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি পরিবৃত্ত। বৃত্তের বহিঃস্থ P একটি বিন্দু এবং PA ও PD রশ্মিদ্বয় বৃত্তের A ও D বিন্দুতে দুইটি স্পর্শক। দেখাতে হবে যে, $PA = PD$.



অঙ্কন : O, D ও O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু PA স্পর্শক এবং OA স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ সেহেতু $PA \perp OA$. $\therefore \angle PAO =$ এক সমকোণ অনুরূপে, $\angle PDO =$ এক সমকোণ $\therefore$ ΔPAO এবং ΔPDO উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	[বৃত্তের কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক, স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে লম্ব।]
(২) ΔPAO ও ΔPDO সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে অতিভুজ PO = অতিভুজ PO এবং OA = OD	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore$ $\Delta PAO \cong \Delta PDO$	[অতিভুজ–বাহু–উপপাদ্য]
$\therefore$ PA = PD	

অর্থাৎ বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে স্পর্শকদ্বয়ের দূরত্ব সমান। **(দেখানো হলো)**

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮·৫ : বৃত্ত সম্পর্কীয় সম্পাদ্য

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. স্পর্শ বিন্দুটি বৃত্তের কোথায় অবস্থিত? (সহজ)

ⓚ বৃত্তের বাইরে ⓛ বৃত্তের ভিতরে
● পরিধির ওপর ⓝ পরিধির নিচে

২. বৃত্তের কোনো বিন্দুতে কয়টি স্পর্শক আঁকা যায়? (সহজ)

● 1 ⓛ 2 ⓜ 3 ⓝ 4

৩. বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে কয়টি স্পর্শক আঁকা যাবে? (সহজ)

ⓚ 1 ● 2 ⓜ 3 ⓝ 4

৪. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PA স্পর্শক হলে $\angle PAO$ এর পরিমাপ কত? (মধ্যম)

ⓚ 60° ⓛ 65° ● 90° ⓝ 180°

৫. কোনো ত্রিভুজে একটি বহির্বৃত্ত আঁকলে বৃত্তটি কয়টি বাহুকে স্পর্শ করবে? (সহজ)

● 1 ⓛ 2 ⓜ 3 ⓝ 0

৬. কোনো ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● বৃত্তটি তিনটি শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়
ⓛ তিনটি শীর্ষবিন্দু বৃত্তের বাইরে অবস্থিত
ⓜ তিনটি শীর্ষবিন্দু বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত
ⓝ বৃত্তটি দুইটি শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়

৭. একটি ত্রিভুজ ABC এর পরিবৃত্ত আঁকা হলে তা কয়টি শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়? (সহজ)

ক 1 খ 2 ● 3 ঘ 4

৮. কোনো ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক ত্রিভুজটি বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত

● বৃত্তটি ত্রিভুজের ভিতরে অবস্থিত

গ বৃত্তটি ত্রিভুজের দুইটি বাহুকে স্পর্শ করে

ঘ কেন্দ্র হতে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব সমান

৯. কোনো ত্রিভুজের কয়টি বহির্বৃত্ত আঁকা যায়? (সহজ)

ক 1 খ 2 ● 3 ঘ 4

১০. কোনো বর্গের পরিবৃত্তের ব্যাস নিচের কোনটির দৈর্ঘ্যের সমান? (সহজ)

● বর্গের কর্ণের খ বর্গের বিন্দু

গ কর্ণের দ্বিগুণ ঘ বর্গের বাহুর দ্বিগুণ

১১. নিচের কোনটির অন্তর্বৃত্ত আঁকা সম্ভব? (সহজ)

ক আয়ত খ সামান্তরিক ● বর্গ ঘ ট্রাপিজিয়াম

১২. কোনো ত্রিভুজের বহির্বৃত্ত ঐ ত্রিভুজের কয়টি বিন্দুতে স্পর্শ করে? (সহজ)

● 1 খ 2 গ 3 ঘ 4

১৩. অন্তর্বৃত্ত অঙ্কনের জন্য কোনটি প্রয়োজন? (মধ্যম)

ক দুইটি বাহুর সমদ্বিখণ্ডক ● দুইটি কোণের সমদ্বিখণ্ডক

গ তিনটি কোণের সমদ্বিখণ্ডক ঘ ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র

১৪. ABC ত্রিভুজের AB, BC এবং AC বাহুত্রয়ের সমত্রিখণ্ডকত্রয় অঙ্কন করে কী আঁকা যায়? (সহজ)

● পরিবৃত্ত খ অন্তর্বৃত্ত গ বহির্বৃত্ত ঘ রম্বস

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. বৃত্তের ভিতরে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তের স্পর্শক আঁকা যায় না

ii. বৃত্তের বাইরে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁকা যায়

iii. OA বৃত্তের ব্যাসার্ধ হলে AP বৃত্তের ব্যাস হবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৬. ABC ত্রিভুজের–

i. 1টি অন্তর্বৃত্ত আঁকা যাবে

ii. অন্তর্বৃত্ত বাহুগুলোকে স্পর্শ করে

iii. একটি পরিবৃত্ত অঙ্কন করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৭. একটি ত্রিভুজের–

i. বহির্বৃত্তগুলো বাহুগুলোকে স্পর্শ করে

ii. অন্তর্বৃত্ত বাহুগুলোকে স্পর্শ করে

iii. পরিবৃত্ত বাহুগুলোকে স্পর্শ করে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের পরিবৃত্ত বাহুর শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়।

১৮. ত্রিভুজের পরিবৃত্তের কেন্দ্র–

i. অতিভুজের ওপর থাকবে যদি তা সমকোণী ত্রিভুজ হয়

ii. ত্রিভুজের ভিতরে থাকবে যদি তা সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ হয়

iii. ত্রিভুজের বাইরে থাকবে যদি তা স্থূলকোণী ত্রিভুজ হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৯. O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A বিন্দুতে AP স্পর্শক এবং $AP \perp OA$ হলে–

i. OA ও OP এর মধ্যবর্তী কোণ $180°$

ii. স্পর্শকের ওপর C একটি বিন্দু হলে এটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত

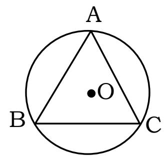
iii. স্পর্শকের ওপর যেকোনো বিন্দুর জন্য OA ক্ষুদ্রতম।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২০ – ২২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্ত।

২০. ABC বৃত্তটি ΔABC এর কী ধরনের বৃত্ত? (সহজ)

ক অন্তর্বৃত্ত ● পরিবৃত্ত গ বহির্বৃত্ত ঘ উপবৃত্ত

২১. AC এর মধ্যবিন্দু E হলে ∠OEC এর মান কত? (সহজ)

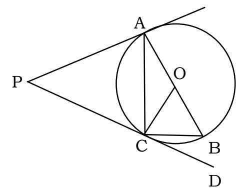
ক $60°$ খ $70°$ ● $90°$ ঘ $180°$

ব্যাখ্যা : E, AC এর মধ্যবিন্দু হলে $OE \perp AC$ $\therefore \angle OEC = 90°$

২২. $\angle ABC = 90°$ হলে বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত? (মধ্যম)

ক $\frac{1}{2}AB$ খ $\frac{1}{2}BC$ ● $\frac{1}{2}AC$ ঘ $2AC$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৩ – ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



২৩. চিত্রে ΔOCB সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক সমবাহু ত্রিভুজ ● সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ

গ বিষমবাহু ত্রিভুজ ঘ সমকোণী ত্রিভুজ

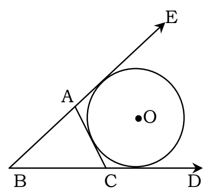
২৪. ∠BCD এর সমান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক ∠OCB খ ∠OBC ● ∠BAC ঘ ∠BOC

২৫. চিত্রে, ∠BCD + ∠CAP = ? (কঠিন)

ক $60°$ ● $90°$ গ $120°$ ঘ $180°$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ – ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



ΔABC এর বহির্বৃত্তটি O কেন্দ্রবিশিষ্ট

২৬. ΔABC-এ আরও কয়টি বহির্বৃত্ত আঁকা যাবে? (সহজ)

ক 1 ● 2 গ 3 ঘ 4

ব্যাখ্যা : BA ও BC ওপর মোট 2টি বহির্বৃত্ত আঁকা যায়।

২৭. $\angle DCO$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

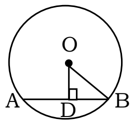
(ক) $\frac{1}{2}\angle ABC$ (খ) $\frac{1}{2}\angle ACB$ (গ) $\frac{1}{2}\angle BAC$ ● $\frac{1}{2}\angle ACD$

ব্যাখ্যা : বহির্বৃত্তের অঙ্কনানুসারে OC, $\angle$ ACD এর সমদ্বিখণ্ডক।

২৮. **$\angle ACB = \angle ABC = x^\circ$ হলে, $\angle OAE$ এর মান নিচের কোনটি?** (মধ্যম)

● x° (খ) $2x^\circ$ (গ) $\frac{x^\circ}{2}$ (ঘ) $3x^\circ$

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ – ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB জ্যা = 16 সে.মি. এবং $OD = \left(\frac{AB}{2} - 2\right)$

২৯. **বৃত্তের ব্যাসার্ধ কত সে.মি.?** (সহজ)

(ক) 6 (খ) 8 ● 10 (ঘ) 12

ব্যাখ্যা : OD = 6 সে.মি. $\therefore$ OD $\perp$ AB

তাই $OB^2 = OD^2 + BD^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$\therefore$ OB = বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 10 সে.মি.।

৩০. **বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?** (মধ্যম)

(ক) 31·416 ● 314·16 (গ) 320·16 (ঘ) 420·16

ব্যাখ্যা : বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = 3{\cdot}1416 \times 10^2 = 314{\cdot}16$ বর্গ সে.মি.

৩১. **বৃত্তের পরিধি কত সে.মি.?** (মধ্যম)

(ক) 6·283 ● 62·832 (গ) 70·145 (ঘ) 80·456

ব্যাখ্যা : বৃত্তের পরিধি = $2\pi r = 2 \times 3{\cdot}1416 \times 10 = 62{\cdot}832$ সে.মি.

৩২. **একটি ত্রিভুজের কয়টি বহির্বৃত্ত আঁকা সম্ভব?**

(ক) একটি (খ) দুইটি ● তিনটি (ঘ) চারটি

৩৩. **একটি বর্গে অন্তর্লিখিত বৃত্তের কয়টি স্পর্শক আছে?**

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 ● 4

৩৪. **একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে অঙ্কিত বৃত্তকে বলা হয়–**

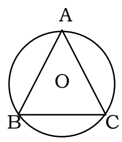
● পরিবৃত্ত (খ) অন্তবৃত্ত

(গ) বহির্বৃত্ত (ঘ) সমবৃত্ত

৩৫. **কোনো ত্রিভুজে একটি বহির্বৃত্ত আঁকলে বৃত্তটি কয়টি বাহুকে স্পর্শ করবে?**

● 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 0

৩৬.



(ক) অন্তর্বৃত্ত ● পরিবৃত্ত (গ) বহিঃবৃত্ত (ঘ) উপবৃত্ত

৩৭. **বৃত্তে অন্তর্লিখিত সামান্তরিক একটি কী?**

● বর্গক্ষেত্র (খ) আয়তক্ষেত্র

(গ) ট্রাপিজিয়াম (ঘ) রম্বস

৩৮. **কোনো ত্রিভুজে–**

i. একটি অন্তর্বৃত্ত আঁকা যায় ii. একটি পরিবৃত্ত আঁকা যাবে

iii. দুটি বহির্বৃত্ত আঁকা যাবে

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩৯. **সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র–**

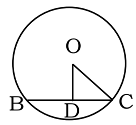
i. এবং অন্তকেন্দ্র একই ii. মধ্যমার ওপর অবস্থিত

iii. উচ্চতার ওপর অবস্থিত

নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii (গ) i ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৪০ – ৪২নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



উপরিউক্ত বৃত্তটির জ্যা এর ওপর পতিত লম্বের দৈর্ঘ্য অর্ধ–জ্যা অপেক্ষা 2 সে.মি. কম। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 10 সে.মি.।

৪০. **OC সমান নিচের কোনটি?**

(ক) 6 সে.মি. (খ) 8 সে.মি. (গ) 5 সে.মি. ● 10 সে.মি.

৪১. **বৃত্তের ব্যাস নিচের কোনটি?**

● 20 সে.মি. (খ) 25 সে.মি. (গ) 30 সে.মি. (ঘ) 24 সে.মি.

৪২. **DC সমান কত?**

(ক) 6 সে.মি. (খ) 7 সে.মি. ● 8 সে.মি. (ঘ) 9 সে.মি.

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৩. **একটি বৃত্তের–**

i. ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক কেন্দ্রগামী

ii. সমান সমান জ্যা–এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত

iii. বৃহত্তর জ্যা, ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii ● i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৪. **উক্তিগুলো লক্ষ কর– কোন ত্রিভুজে–**

i. একটি অন্তর্বৃত্ত আঁকা যাবে

ii. একটি পরিবৃত্ত আঁকা যাবে

iii. একটি বহির্বৃত্ত আঁকা যাবে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৫. **নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :**

i. বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত

ii. বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা

iii. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সরল কোণ

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৬. i. কোনো চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয় সম্পূরক হলে শীর্ষবিন্দুগুলো সমবৃত্ত

ii. সমতলস্থ কোন বৃত্তে ১টি সরলরেখার সর্বোচ্চ ৩টি ছেদবিন্দু রয়েছে

iii. উপচাপ এর পরিমাপ অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা ছোট

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii ● i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৭. i. কোনো চাপের ডিগ্রি পরিমাপ চাপটির দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে

ii. সমরেখ নয় এরূপ ৩টি বিন্দু দিয়ে ১টি বৃত্ত আঁকা যায়

iii. ২টি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে তাদের ২টি সরল সাধারণ স্পর্শক আছে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৮. i. বৃত্তের উপচাপে অন্তর্লিখিত কোণ স্থূলকোণ

ii. বৃত্তস্থ বর্গৰেত্রের কর্ণ বৃত্তের ব্যাস হবে

iii. বৃত্তের ব্যাসার্ধ বৃত্তের একটি স্পর্শক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ⓘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : (iii) সঠিক নয়, কারণ বৃত্তের ব্যাসার্ধ বৃত্তের স্পর্শক না]

৪৯. i. বৃত্তের বৃহত্তম চাপ পরিধি

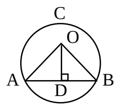
ii. প্রতিটি ছেদক বৃত্তকে ২টি বিন্দুতে ছেদ করে

iii. একক ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি 2π একক

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



প্রদত্ত চিত্র হতে নিম্নের ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৫০. যদি $\angle A = 45°$ হয়, তবে $\angle BOD$ = ? (মধ্যম)

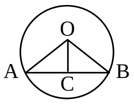
● 45° ⓛ 60° ⓖ 90° ⓘ 180°

৫১. ABC বৃত্তে O বৃত্তটির কেন্দ্র এবং OB = 10 সে.মি. হলে, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ⓚ 300.16 বর্গ সে.মি. ⓛ 312.16 বর্গ সে.মি.

ⓖ 316.16 সে.মি. ● 314.16 বর্গ সে.মি.

নিচের চিত্রটি লৰ কর এবং ৫২ – ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫২. $OC \perp AB$ হলে, OA = 4 সে.মি., OC = 3 সে.মি., হলে, AB = কত? (কঠিন)

ⓚ 25 সে.মি. ⓛ 7 সে.মি. ⓖ $\sqrt{7}$ সে.মি. ● $2\sqrt{7}$ সে.মি.

৫৩. OB = 4 হলে, বৃত্তের ব্যাস কত? (মধ্যম)

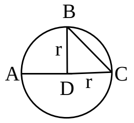
● 8 সে.মি. ⓛ 5 সে.মি.

ⓖ 25 সে.মি. ⓘ 16 সে.মি.

৫৪. $\angle OAB = 50°$ হলে, AB চাপের উপর কেন্দ্রস্থ কোণের মান কত? (মধ্যম)

● 80° ⓛ 50° ⓖ 260° ⓘ 100°

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫৫ ও ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



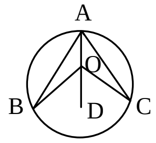
৫৫. ABC চাপের দৈর্ঘ্য S হলে, বৃত্তটির পরিধি কত? (সহজ)

ⓚ 4S ● 2S ⓖ S ⓘ $\frac{S}{2}$

৫৬. BD = 3 সে.মি. হলে, AC = কত সে.মি. হবে? (মধ্যম)

ⓚ 3 সে.মি. ● 6 সে.মি. ⓖ 9 সে.মি. ⓘ 12 সে.মি.

নিচের চিত্র অনুযায়ী ৫৭ ও ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৫৭. $\angle BOD$ এর পরিমাণ কত? (মধ্যম)

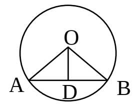
ⓚ $\frac{1}{2}\angle BAC$ ⓛ $\frac{1}{2}\angle BAD$ ⓖ $2\angle BAC$ ● $2\angle BAD$

৫৮. বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের– (সহজ)

ⓚ অন্তর্বৃত্ত ● পরিবৃত্ত

ⓖ বহিঃবৃত্ত ⓘ উপবৃত্ত

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫৯ – ৬১নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা এবং D, AB এর মধ্যবিন্দু।

৫৯. AD = 4 সে.মি., OA = 5 সে.মি. হলে, BD = কত? (মধ্যম)

ⓚ 3 সে.মি. ● 4 সে.মি. ⓖ 5 সে.মি. ⓘ 6 সে.মি.

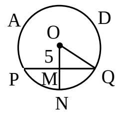
৬০. AD = 4 সে. মি, OA = 5 সে. মি OD = কত ? (মধ্যম)

● 3 সে. মি. ⓛ 4 সে. মি. ⓖ 5 সে. মি. ⓘ 6 সে. মি.

৬১. $\angle AOD = 50°$ হলে $\angle BOD$ কোণের মান কত? (মধ্যম)

ⓚ 40° ⓛ 45° ● 50° ⓘ 60°

নিচের তথ্যের আলোকে ৬২ – ৬৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



O কেন্দ্রিক বৃত্তের OM = 5 সেন্টিমিটার এবং PQ জ্যা এর দৈর্ঘ্য 24 সেন্টিমিটার। $OM \perp PQ$.

৬২. PM এর দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার? (সহজ)

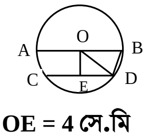
ⓚ 11 ● 12 ⓖ 13 ⓘ 19

৬৩. বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত সেন্টিমিটার? (সহজ)

ⓚ 11 ⓛ 12 ● 13 ⓘ 14

৬৪. MN–এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

ⓚ 5 ⓛ 6 ⓖ 7 ● 8



চিত্রের AB = 16 সে.মি. এবং OE = 4 সে.মি

উপরের তথ্যের আলোকে ৬৫ ও ৬৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৬৫. ED এর মান কত? (মধ্যম)

ⓚ $\sqrt{3}$ ● $4\sqrt{3}$ ⓖ $2\sqrt{3}$ ⓘ $6\sqrt{3}$

৬৬. OD = BD হলে ΔBOD এর ক্ষেত্রফল কত? (কঠিন)

ⓚ $4\sqrt{3}$ ⓛ $8\sqrt{3}$ ⓖ $12\sqrt{3}$ ● $16\sqrt{3}$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে. মি. এবং 4 সে. মি.।

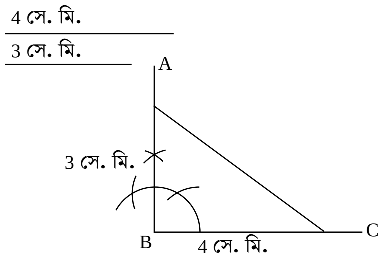
ক. তথ্যের আলোকে ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অংকন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

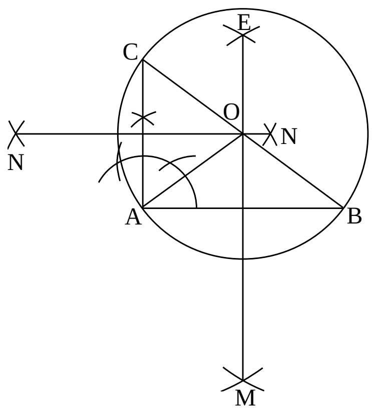
১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



উপরে অঙ্কিত ABC-ই হলো উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

খ.



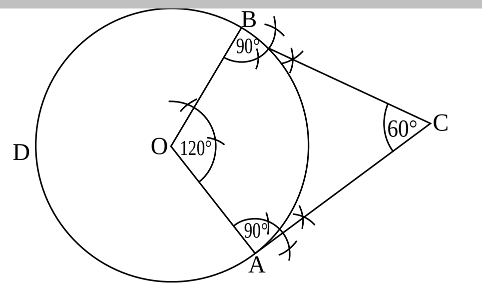
দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) A, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABD একটি বৃত্ত। ABD বৃত্তে এরূ প দু'টি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

অঙ্কন : (১) OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং $\angle AOB = 120^\circ$ আঁকি। OB রশ্মি বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) OB রেখার ওপর B বিন্দুতে এবং OA রেখার ওপর A বিন্দুতে দুটি লম্ব টানি। মনে করি, এই লম্বদ্বয় C বিন্দুতে মিলিত হয়।

তাহলে, AC ও BC-ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত $\angle ACB = 60^\circ$ হবে।

প্রশ্ন–২ ▸ একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে. মি., 4 সে. মি. ও 5 সে. মি.।

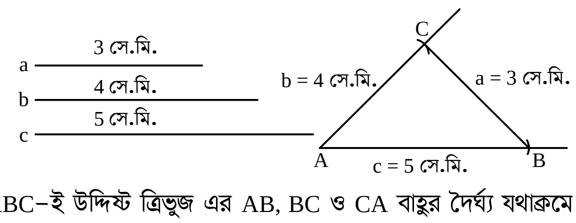
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ ত্রিভুজটির বহির্বৃত্ত অঙ্কন কর। ৪

গ. ত্রিভুজটির বহির্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দ্বিগুণের সমান বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন কর। ৪

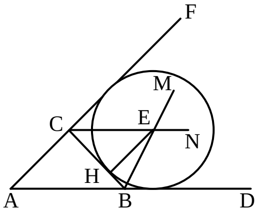
২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু a = 3 সে.মি., b = 4 সে.মি. ও c = 5 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



চিত্রে ABC–ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ এর AB, BC ও CA বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সে.মি., 3 সে.মি. ও 4 সে.মি.।

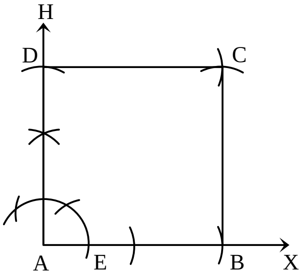
খ. মনে করি, ABC ত্রিভুজটির বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের একটি বাহুকে এবং অপর দুই বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করে।



অঙ্কন : AB ও AC বাহুদ্বয়কে যথাক্রমে D ও F পর্যন্ত বর্ধিত করি। $\angle DBC$ ও $\angle FCB$ এর সমদ্বিখণ্ডক BM এবং CN আঁকি। মনে করি, E তাদের ছেদ বিন্দু। E থেকে BC এর ওপর EH লম্ব আঁকি এবং মনে করি তা BC কে H বিন্দুতে ছেদ করে। E কে কেন্দ্র করে EH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহির্বৃত্ত।

গ. মনে করি, খ এর নির্ণেয় বহির্বৃত্তের ব্যাসার্ধ EH = a। a এর দ্বিগুণ ব্যাসার্ধের একটি বর্গ আঁকতে হবে।



অঙ্কন : যেকোনো রশ্মি AX থেকে a এর সমান AE অংশ কেটে নিই। আবার, E কে কেন্দ্র করে AE = EB কেটে নিই। এখন, AB রেখাংশের A বিন্দুকে কেন্দ্র করে AH লম্ব আঁকি। AH থেকে AB এর সমান করে। AD কেটে নিই। এখন, B ও D কে কেন্দ্র করে AB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle DAB$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। B, C ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD–ই নির্ণেয় বর্গক্ষেত্র।

প্রশ্ন–৩ ▸ a = 3 সে.মি. ও b = 3·5 সে.মি.যথাক্রমে A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ।

ক. A কেন্দ্রিক বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. বহিঃস্থ কোনো বিন্দু Q থেকে B কেন্দ্রিক বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. a ও b কে একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের সন্নিহিত বাহু ধরে উক্ত ত্রিভুজের একটি পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

▸◂ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, A কেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসার্ধ a = 3 সে.মি.

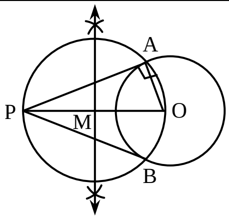
∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi a^2$ বর্গমিটার

$= \pi(3)^2$ বর্গমিটার

$= (3{\cdot}14 \times 9)$ বর্গমিটার

$= 28{\cdot}26$ বর্গমিটার। **(Ans.)**

খ. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ b = 3·5 সে.মি দেওয়া আছে। বৃত্তটির বহি:স্থ যে কোনো বিন্দু Q থেকে বৃত্তটিতে দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে।



১। b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করি।

২। বৃত্তটির বহি:স্থ একটি বিন্দু Q নিই।

৩। P, O যোগ করি। PO রেখাংশের মধ্যবিন্দু M নির্ণয় করি।

৪। এখন M কে কেন্দ্র করে MO এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

মনে করি, নতুন অঙ্কিত বৃত্তটি প্রদত্ত বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

৫। A, P এবং B, P যোগ করি।

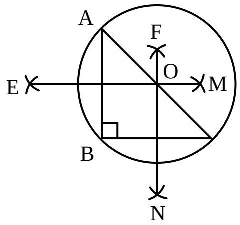
তাহলে, AP, BP উভয়েই নির্ণেয় স্পর্শক।

প্রমাণ : A, O এবং B, O যোগ করি। APB বৃত্তে PO ব্যাস।

∴ $\angle PAO$ = এক সমকোণ। [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ]

সুতরাং, OA রেখাংশ AP রেখাংশের ওপর লম্ব। অতএব, O কেন্দ্রিক বৃত্তের AP রেখাংশ একটি স্পর্শক। অনুরূপভাবে, BP রেখাংশও একটি স্পর্শক।

গ. মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার সমকোণ $\angle B$ এর সন্নিহিত বাহু দুইটি হলো AB = a = 3 সে.মি. এবং BC = b = 3.5 সে.মি.। ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

১। AB ও BC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

২। O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন–৪ ▸ একটি ত্রিভুজের তিন বাহুর সমষ্টি 10 সে.মি. এবং এর ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় 45° এবং 60°.

ক. 2 সে. মি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ২

খ. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. ত্রিভুজের অর্ধ–পরিসীমাকে বাহু ধরে অঙ্কিত বর্গের পরিবৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

▸◂ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

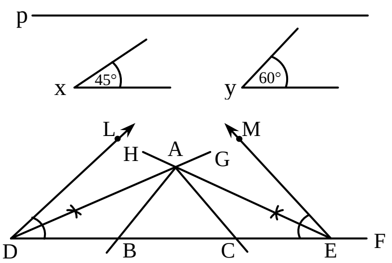
ক. দেওয়া আছে, সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য, a = 2 সে.মি.

আমরা জানি, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2$ বর্গ সে.মি.

$= \sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**

খ. মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা p = 10 সে.মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 45°$ ও $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

(১) যেকোনো একটি রশ্মি DF থেকে পরিসীমা p এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে $\angle x$ এর সমান $\angle EDL$ এবং $\angle y$ এর সমান $\angle DEM$ আঁকি।

(২) কোণ দুইটির দ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি।

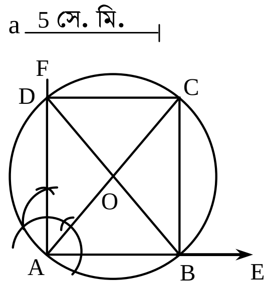
(৩) মনে করি, DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে $\angle ADE$ এর সমান $\angle DAB$ এবং $\angle AED$ এর সমান $\angle EAC$ আঁকি।

(৪) AB ও AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ΔABC ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ. দেওয়া আছে, ত্রিভুজের পরিসীমা 10 সে.মি।

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য $a = \frac{10}{2} = 5$ সে.মি.



দেওয়া আছে, বর্গক্ষেত্রের একবাহুর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. বর্গক্ষেত্রটির পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি AE থেকে a = 5 সে. মি. সমান AB কেটে নিই।

(২) AB এর A বিন্দুতে $AF \perp AB$ আঁকি। AF থেকে a = 5 সে. মি. এর সমান করে AD কেটে নিই।

(৩) B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle DAB$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) D, C ও B, C যোগ করি।

(৫) ABCD বর্গক্ষেত্রের A, C ও B, D যোগ করি।

(৬) বর্গক্ষেত্রের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(৭) O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি যা A, B, C ও D বিন্দুকে স্পর্শ করে।

তাহলে, উৎপন্ন বৃত্তটিই উদ্দিষ্ট পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন–৫ ▸ ABC এর AB = BC = AC = 5 সে.মি.

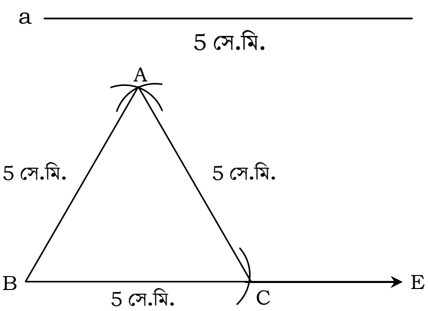
ক. উপরের তথ্যানুসারে ত্রিভুজটি আঁক। এটি কোন ধরনের ত্রিভুজ? ২

খ. ত্রিভুজটির একটি অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. প্রাপ্ত বৃত্তটির দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

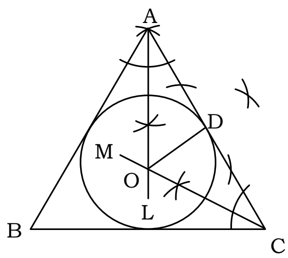
৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ΔABC অঙ্কন করা হলো যার AB = BC = AC = 5 সে.মি.। এটি সমবাহু ত্রিভুজ।

খ.



চিত্রে, ΔABC–এর অন্তর্বৃত্ত আঁকতে হবে।

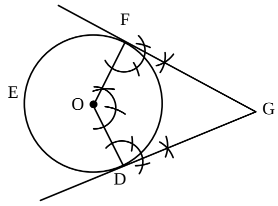
অঙ্কনের বিবরণ :

(১) $\angle BAC$ এবং $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AL এবং CM আঁকি। এরা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) O বিন্দু হতে $OD \perp AC$ আঁকি।

(৩) এখন, O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে এরূ পে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

গ. মনে করি, 'খ' হতে প্রাপ্ত O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তটি DEF। DEF বৃত্তে এর্ূ প দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°.



অঙ্কন :

(১) OD যে কোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং $\angle DOF = 120°$ আঁকি।

(২) OF রশ্মির F বিন্দুতে এবং OD এর D বিন্দুতে দুটি লম্ব আঁকি। মনে করি, এই লম্বদ্বয় G বিন্দুতে মিলিত হয়।

তাহলে DG ও FG–ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle DGF = 60°$ হবে।

প্রশ্ন–৬ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR একটি বৃত্ত। PQ বৃত্তটির ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা এবং A, PQ এর মধ্যবিন্দু। O, P; O, Q; O, A; P, R এবং R, Q যোগ করা হলো।

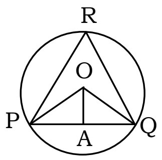
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $OA \perp PQ$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ। ৪

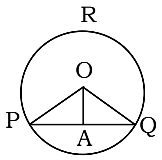
▸◂ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট PQR একটি বৃত্ত। PQ বৃত্তটির ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা এবং A, PQ এর মধ্যবিন্দু। O, P; O, Q; O, A; P, R এবং R, Q যোগ করা হলো।

খ.



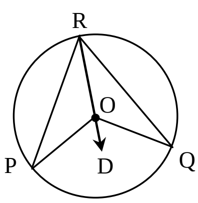
মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQR একটি বৃত্ত। PQ বৃত্তটির ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা এবং A, PQ এর মধ্যবিন্দু।

অঙ্কন : O, P; O, Q, O, A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $OA \perp PQ$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔOPA এবং ΔOQA এর	
$OP = OQ$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$AP = AQ$	[A, PQ এর মধ্যবিন্দু]
$OA = OA$	[সাধারণ বাহু]
সুতরাং $\Delta OPA \cong \Delta OQA$	
$\therefore \angle OAP = \angle OAQ$	
(২) যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং তাদের পরিমাপ সমান	
$\therefore \angle OAP = \angle OAQ = 1$ সমকোণ	
অতএব, $OA \perp PQ$ **(প্রমাণিত)**	

গ.



মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট PQR একটি বৃত্ত। PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ $\angle PRQ$ এবং কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle POQ$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POQ = 2\angle PRQ$

অঙ্কন : মনে করি, RQ রেখাংশ কেন্দ্রগামী নয়। এক্ষেত্রে R বিন্দু দিয়ে কেন্দ্রগামী রেখাংশ RD আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔROP এর বহিঃস্থ কোণ $\angle POD = \angle PRO + \angle RPO$	[বহিঃস্থ কোণ অন্তঃস্থ বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
(২) আবার, ΔROP এ $OR = OP$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$\therefore \angle RPO = \angle PRO$	[সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুইটি সমান]
$\therefore \angle POD = \angle PRO + \angle PRO$	
$\therefore \angle POD = 2\angle PRO$	
একইভাবে, ΔROQ থেকে, $\angle QOD = 2\angle QRO$	
(৩) সুতরাং $\angle POD + \angle QOD = 2\angle PRO + 2\angle QRO$	[যোগ করে]
অর্থাৎ, $\angle POQ = 2\angle PRQ$	**(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৭ ▸ রহমান সাহেবের বাড়ির সামনে একটি বৃত্তাকার পার্ক আছে। পার্কটিকে স্পর্শ করে এর এক পাশে একটি রাস্তা আছে।

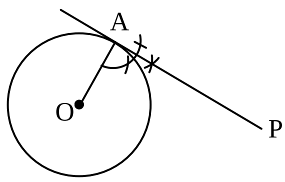
ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ পার্ক ও রাস্তার একটি চিহ্নিত চিত্র অংকন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, রাস্তাটি পার্কের কেন্দ্র হতে স্পর্শ স্থান পর্যন্ত রেখাংশের উপর লম্ব। ৪

গ. পার্কের দুই পাশে এরূপ দুটি রাস্তা তৈরি করতে হবে যেন রাস্তাদ্বয় পার্ককে স্পর্শ করে এবং রাস্তাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। [অংকনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

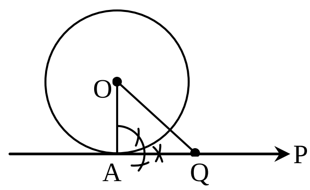
▸◂ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পার্ক। AP রাস্তাটি পার্ককে A বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

খ.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট পার্ককে স্পর্শ করে AP একটি রাস্তা আছে। OA স্পর্শ বিন্দুগামী পার্কের ব্যাসার্ধ। প্রমান করতে হবে যে, $AP \perp OA$.

অঙ্কন : AP এর উপর যে কোন বিন্দু Q নেই। O, Q যোগ করি।

প্রমাণ : AP স্পর্শক, OA স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

স্পর্শকের উপর A বিন্দু ছাড়া অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে।

$\therefore$ Q বিন্দু বৃত্তের বাহিরে থাকবে।

$\therefore$ OQ > বৃত্তের ব্যাসার্ধ

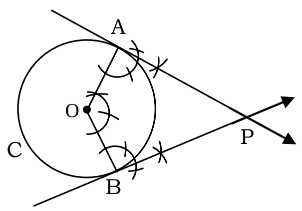
$\therefore OQ > OA$

স্পর্শকের উপর A বিন্দু ছাড়া অন্য সকল বিন্দুর জন্য OQ > OA হবে। অর্থাৎ O হতে AP এর উপর OA ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

$\therefore OA \perp AP$

$\therefore AP \perp OA$ **(প্রমাণিত)**

গ.



মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC একটি বৃত্তাকার পার্ক। এর্ূ প দুটি রাস্তা তৈরি করতে হবে যেন রাস্তাদ্বয় পার্ককে বেষ্টন করে এবং রাস্তাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

অঙ্কন:

(১) O, B যোগ করি।

(২) $\angle AOB = 120°$ আঁকি।

(৩) A ও B বিন্দুতে OA ও OB এর উপর AP ও BP লম্ব আঁকি।

AP ও BP ই নির্ণেয় রাস্তা।

প্রশ্ন–৮ ▸ P কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাস 4 সে.মি. এবং বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু O।

ক. বৃত্তটি আঁক। ২

খ. O হতে বৃত্তে OM এবং ON দুটি স্পর্শক আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন এবং বিবরণ আবশ্যক] ৪

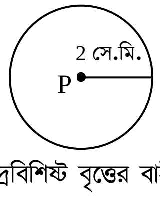
গ. প্রমাণ কর যে, OM রেখাংশ PM রেখাংশের উপর লম্ব। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

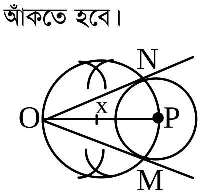
ক. দেওয়া আছে, P কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাস 4 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তটির ব্যাসার্ধ $= \frac{4}{2}$ বা, 2 সে.মি.

$\therefore$ P কে কেন্দ্র করে 2 সে.মি. ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তটি অঙ্কন করা হলো।



খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত, P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের বাইরে O একটি বিন্দু। O বিন্দু হতে বৃত্তে দুটি স্পর্শক আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

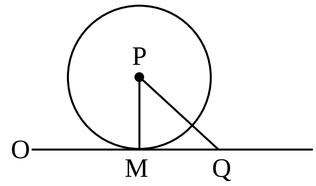
(১) O, P যোগ করি।

(২) এখন, X কে কেন্দ্র করে XO এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। মনে করি, অঙ্কিত বৃত্তটি P কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তকে M ও N বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) O, M; O, N যোগ করি।

তাহলে, OM ও ON–ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়।

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, OM রেখাংশ PM রেখাংশের উপর লম্ব।



অঙ্কন : OM রেখাংশের উপর যে কোনো বিন্দু Q নিই এবং P, Q যোগ করি।

প্রমাণ : যেহেতু বৃত্তের M বিন্দুতে OM একটি স্পর্শক, সেহেতু ঐ M বিন্দু ব্যতীত OM এর উপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে।

সুতরাং, Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

$\therefore$ PQ, বৃত্তের ব্যাসার্ধ PM এর চেয়ে বড়।

$\therefore$ PQ > PM এবং তা স্পর্শ বিন্দু M ব্যতীত OM এর উপরস্থ সব Q বিন্দুর জন্য সত্য।

$\therefore$ কেন্দ্র P হতে OM স্পর্শকের উপর PM হল ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

কিন্তু, জানা আছে, কোনো সরলরেখার বহিস্থ কোনো বিন্দু থেকে উক্ত সরলরেখা পর্যন্ত যতগুলো রেখাংশ টানা যায় তন্মধ্যে লম্ব রেখাংশটি ক্ষুদ্রতম।

সুতরাং OM রেখাংশ PM রেখাংশনের উপর লম্ব। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৯ ▸ O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা যেখানে, $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$।

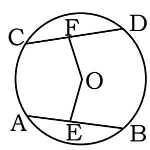
ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্র আঁক। ২

খ. যদি AB = CD হয় তবে প্রমাণ কর যে, OE = OF. ৪

গ. যদি জ্যা দুইটি বৃত্তের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে সমকোণে পরস্পরকে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

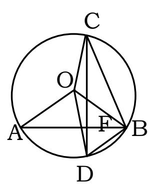
ক.



মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$.

খ. অনুশীলনী ৮.১ এর উপপাদ্য–২ পৃষ্ঠা–১৩৩ নং দ্রষ্টব্য।

গ.



মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত E বিন্দুতে পরস্পরকে সমকোণে ছেদ করেছে। A, O এবং D, O

যোগ করায় $\angle AOD$ উৎপন্ন হয়। আবার, O, C এবং O, B যোগ করায় $\angle BOC$ উৎপন্ন হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOD + \angle BOC$ = দুই সমকোণ।

অঙ্কন : B, D যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) একই চাপ AD-এর ওপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle AOD$ এবং বৃত্তস্থ $\angle ABD$.	
$\therefore \frac{1}{2}\angle AOD = \angle ABD$	[বৃত্তের একই চাপের ওপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]
অর্থাৎ, $\angle AOD = 2\angle ABD$ .... (i)	
অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে,	
$\therefore \angle BOC = 2\angle BDC$ ....(ii)	
(2) (i) ও (ii) যোগ করে পাই,	
$\angle AOD + \angle BOC = 2\angle AOB + 2\angle BDC$	
বা, $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ABD + BDC)$	
বা, $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle EBD + \angle EDB)$ ....(iii)	
এখন, ΔEBD এর	
$\angle EBD + \angle EDB = 1$ সমকোণ ....(iv)	[কারণ $AB \perp CD$ বলে $\angle BED$ = এক সমকোণ]
(৩) (iv) এর মান (iii)-এ বসিয়ে পাই,	
$\angle AOB + \angle BOC = 2 \times 1$ সমকোণ	
= দুই সমকোণ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–১০ ▸ ABC এমন একটি ত্রিভুজ যার AB, BC, CA বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5cm, 6cm, 4.5cm.

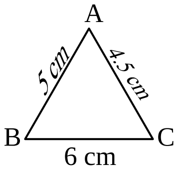
ক. উদ্দীপকের আলোকে ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. উক্ত ত্রিভুজটির একটি অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উক্ত ত্রিভুজটির CA বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহিঃবৃত্ত অঙ্কন কর। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

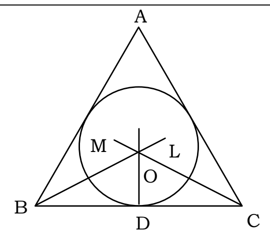
১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ABC এমন একটি ত্রিভুজ যার AB, BC, CA বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5cm, 6cm ও 4.5 cm.

খ. মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। অর্থাৎ ABC এর ভিতরে এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা BC, CA ও AB বাহু তিনটির প্রত্যেকটিকে স্পর্শ করে।

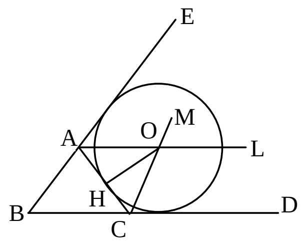


অঙ্কন : (১) $\angle ABC$ ও $\angle ACB$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় BL ও CM আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) O থেকে BC এর উপর OD লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা BC কে D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) O কে কেন্দ্র করে OD এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় অন্তর্বৃত্ত।

গ. মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। এর CA বাহুকে স্পর্শ করে একটি বহিঃবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে। অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজটির CA বাহুকে এবং অপর বাহুর বর্ধিতাংশকে স্পর্শ করে।



অঙ্কন : (১) BC ও BA বাহুকে যথাক্রমে D ও E পর্যন্ত বর্ধিত করি।

(২) $\angle DCA$ ও $\angle CAE$ এর সমদ্বিখণ্ডক CM ও AL আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) O থেকে AC এর উপর OH লম্ব আঁকি এবং মনে করি, তা AC কে H বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) O কে কেন্দ্র করে OH এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে, এই বৃত্তটিই নির্ণেয় বহিঃবৃত্ত।

প্রশ্ন–১১ ▸ O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। EF রেখা PS জ্যা এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

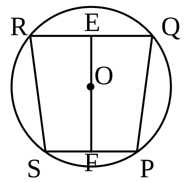
ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমান কর যে, $\angle PQR + \angle PSR = 180°$ ৪

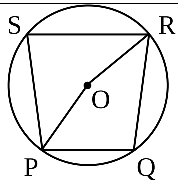
গ. যদি PQ ও RS জ্যা দুইটি বৃত্তের বাহিরে D বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, PR ও QS চাপদ্বয় কেন্দ্রে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন করে, তাদের অন্তর $\angle RDP$ এর দ্বিগুণ। ৪

১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত। O কেন্দ্র হতে PS এবং RQ এর উপর যথাক্রমে OF এবং OE লম্ব আঁকি। তাহলে EF রেখাংশ PS জ্যা এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।



খ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে PQRS চতুর্ভুজটি অন্তর্লিখিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle PQR + \angle PSR = 180°$



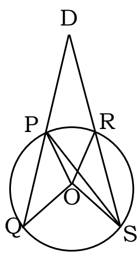
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) একই চাপ PSR এর উপর দণ্ডায়মান প্রবৃদ্ধ কেন্দ্রস্থ	[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।]
$\angle POR = 2$(বৃত্তস্থ $\angle PQR$)	
অর্থাৎ প্রবৃদ্ধ $\angle POR = 2\angle PQR$	
(২) আবার একই চাপ PQR এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR = 2$(বৃত্তস্থ $\angle PSR$)	[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
অর্থাৎ $\angle POR = 2\angle PSR$	
$\therefore$ প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR + \angle POR = 2(\angle PQR + \angle PSR)$	
কিন্তু প্রবৃদ্ধ কোণ $\angle POR + \angle POR =$ চার সমকোণ	
$\therefore 2(\angle PQR + \angle PSR) =$ চার সমকোণ	
$\therefore \angle PQR + \angle PSR =$ দুই সমকোণ $= 180°$ **(প্রমাণিত)**	

গ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের PQ ও RS জ্যা দুইটি বৃত্তের বহিঃস্থ D বিন্দুতে ছেদ করেছে। P, O; Q, O; R, O এবং S, O যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$2\angle RDP = (\angle QOS \sim \angle POR$



অঙ্কন : P, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) QS চাপের ৰেত্রে $\angle QOS = 2\angle QPS$ ....(i)	[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
আবার, PR চাপের ৰেত্রে $\angle POR = 2\angle PSR$ ....(ii)	[একই কারণে]
(২) সমীকরণ (i) – (ii) করে পাই, $\angle QOS - \angle POR = 2(\angle QPS - \angle PSR)$ ....(iii)	
(৩) ΔPDS–এ $\angle QPS = \angle PDS + \angle PSD$	[ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণ বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ দ্বয়ের সমষ্টির সমান]
বা, $\angle QPS - \angle PSD = \angle PDS$	
বা, $\angle QPS - \angle PSR = \angle PDR$	
বা, $2(\angle QPS - \angle PSR) = 2\angle RDP$	
বা, $\angle QOS - \angle POR = 2\angle RDP$	[সমীকরণ (iii) নং থেকে]
$\therefore \angle QOS \sim \angle POR) = 2\angle RDP$	**(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১২ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের MN ও QR দুইটি জ্যা।

?

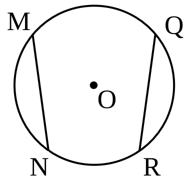
ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে সংৰিপ্ত বিবরণসহ চিত্র আঁক। ২

খ. কেন্দ্র থেকে জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী হলে প্রমাণ কর যে, MN = QR. ৪

গ. জ্যা দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হলে প্রমাণ কর যে, $\angle MOR + \angle NOQ = 180°$. ৪

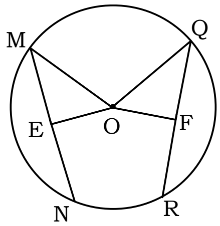
▸◂ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



দেওয়া আছে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং MN ও QR বৃত্তের দুইটি জ্যা।

খ. এখানে, কেন্দ্র O হতে জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী। O হতে MN ও QR এর উপর যথাক্রমে দুইটি লম্ব OE ও OF অঙ্কন করি।



এখানে, OE = OF [∵ কেন্দ্র হতে জ্যা–দ্বয় সমদূরবর্তী]

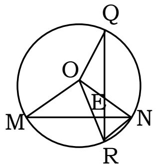
প্রমাণ করতে হবে যে, MN = QR

অঙ্কন : O, M ও O, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $OE \perp MN$ এবং $OF \perp QR$ সুতরাং $\angle OEM = \angle OFQ$ = এক সমকোণ	
(২) এখন, ΔOEM এবং ΔOFQ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OM = অতিভুজ OQ	[কল্পনা অনুসারে]
OE = OF $\therefore \Delta OEM \cong \Delta OFQ$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু–সর্বসমতা উপপাদ্য]
$\therefore ME = QF$	
(৩) আবার, $ME = \frac{1}{2}MN$ এবং $QF = \frac{1}{2}QR$	[∵ কেন্দ্র হতে ব্যাসভিন্ন যে কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা–কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
অর্থাৎ MN = QR **(প্রমাণিত)**	

গ.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের MN ও QR জ্যা–দুটি বৃত্তের অভ্যন্তরে অবস্থিত E বিন্দুতে সমকোণে মিলিত হয়েছে। M, O এবং R, O যোগ করায় $\angle MOR$ উৎপন্ন হয়। আবার, O, Q এবং O, N যোগ করায় $\angle NOQ$ উৎপন্ন হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle MOR + \angle NOQ = 180°$

অঙ্কন : R, N যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) একই চাপ MR-এর উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle MOR$ এবং বৃত্তস্থ $\angle MNR$	
$\therefore \frac{1}{2}\angle MOR = \angle MNR$ অর্থাৎ $\angle MOR = 2\angle MNR$ ......(i)	[$\because$ বৃত্তের একই চাপের উপর দণ্ডায়মান বৃত্তস্থ কোণ কেন্দ্রস্থ কোণের অর্ধেক]
অনুরূপভাবে দেখানো যায় যে, $\angle NOQ = 2\angle NRQ$ ....(ii)	
(২) সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই, $\angle MOR + \angle NOQ$ $= 2\angle MNR + \angle NOQ$ $= 2\angle MNR + 2\angle NRQ$ বা, $\angle MOR + \angle NOQ$ $= 2(\angle MNR + \angle NRQ)$ বা, $\angle MOR + \angle NOQ$ $= 2(\angle ENR + \angle NRE)$ ....(iii) এখন, ΔERN-এ $\angle ENR + \angle NRE = \angle NER$	[কারণ $MN \perp QR$ হওয়ায় $\angle NER = 1$ সমকোণ]
(৩) (iv) নং এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই, $\angle MOR + \angle NOQ = 2\times1$ সমকোণ। $\therefore \angle MOR + \angle NOQ$ $= 2$ সমকোণ $= 180°$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–১৩ ▸ ABC যেকোনো একটি ত্রিভুজ।

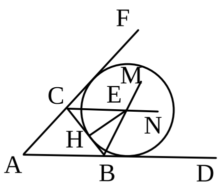
ক. ABC ত্রিভুজের একটি বহির্বৃত্ত এঁকে দেখাও। ২

খ. ত্রিভুজটি স্থূলকোণী হলে পরিবৃত্ত আঁক। ৪

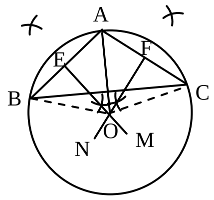
গ. ত্রিভুজটি সমকোণী হলে পরিবৃত্ত আঁক। ৪

▸◂ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



খ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে অর্থাৎ এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

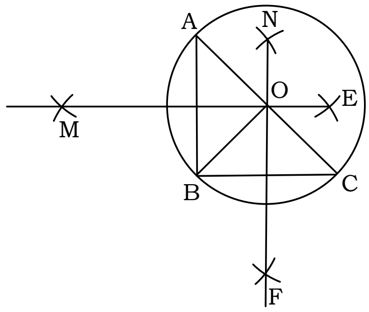
অঙ্কন :

(১) AB ও AC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) A, O যোগ করি।

(৩) O কে কেন্দ্র করে OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। তাহলে বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

গ. **সাধারণ নির্বচন :** কোনো সমকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে। অর্থাৎ, এমন একটি বৃত্ত আঁকতে হবে, যা ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষ A, B ও C বিন্দু দিয়ে যায়।

অঙ্কন :

(১) AB ও BC রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে EM ও FN রেখাংশ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) B, O যোগ করি। O কে কেন্দ্র করে OB এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে, বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হবে এবং এই বৃত্তটিই ΔABC এর নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন–১৪ ▸ 3 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোনো বৃত্তের কেন্দ্র C কেন্দ্র থেকে 10 সে.মি. দূরে একটি দণ্ডায়মান খুঁটির পাদ বিন্দু T.

ক. তথ্যানুযায়ী জ্যামিতিক চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

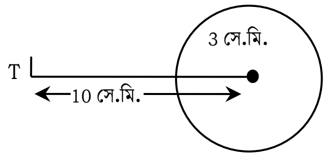
খ. দণ্ডায়মান খুঁটিটির পাদ বিন্দু থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁক এবং দেখাও যে, খুঁটিটির পাদ বিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দু দুইটি সমান দূরত্বে অবস্থিত। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে বৃত্তে অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজের বাহু বিবেচনায় এনে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শকগুলো যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তা নতুন একটি সমবাহু ত্রিভুজ হবে। ৪

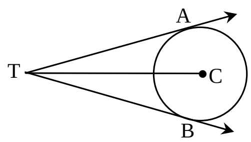
▸◂ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সেমি। কেন্দ্র থেকে 10 সেমি দূরে একটি দণ্ডায়মান খুঁটির পাদবিন্দু T.

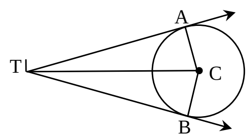
উপরের তথ্যানুযায়ী চিত্রটি নিম্নরূ প হবে :



খ. দণ্ডায়মান খুঁটির পাদবিন্দু T থেকে বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁকলে চিত্রটি নিম্নরূ প হবে :



দেখাতে হবে যে, খুঁটিটির পাদবিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দু দুইটি সমান দূরত্বে অবস্থিত।



চিত্রানুসারে, TA ও TB রেখাদ্বয় বৃত্তের দুইটি স্পর্শক। প্রমাণ করতে হবে যে, TA = TB

অঙ্কন : C, A; C, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) বৃত্তের A বিন্দুতে TA একটি স্পর্শক এবং CA স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ	
$\therefore$ CA $\perp$ TA অর্থাৎ $\angle CAT$ = এক সমকোণ	[বৃত্তের যে কোনো বিন্দুর ওপর অঙ্কিত স্পর্শক স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধের ওপর লম্ব]
(২) আবার, বৃত্তের B বিন্দুতে TB একটি স্পর্শক এবং CB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।	
$\therefore$ CB $\perp$ TB অর্থাৎ $\angle CBT$ = এক	[একই কারণে]

সমকোণ

(৩) এখন সমকোণী ΔTAC এবং সমকোণী ΔTBC এ

অতিভুজ TC = অতিভুজ TC

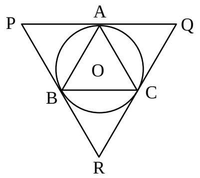
এবং $CA = CB$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \Delta TAC \cong \Delta TBC$

$\therefore TA = TB$ [সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং অপর একটি অনুরূ প বাহু পরস্পর সমান]

অর্থাৎ খুঁটিটির পাদবিন্দু থেকে স্পর্শ বিন্দু দুইটি সমান দূরত্বে অবস্থিত। **(দেখানো হলো)**

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, স্পর্শ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে বৃত্তে অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজের বাহু বিবেচনায় এনে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শকগুলো যে ত্রিভুজ উৎপন্ন করে তা নতুন একটি সমবাহু ত্রিভুজ হবে।



স্পর্শ বিন্দুদ্বয় A ও B-এর সংযোজক রেখা বৃত্তে অন্তর্লিখিত সমবাহু ত্রিভুজ বিবেচনা করলে ত্রিভুজটি হলো ABC। ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দু A, B ও C দিয়ে তিনটি স্পর্শক টানা হলো। স্পর্শক তিনটি যথাক্রমে P, Q ও R বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, ΔPQR সমবাহু।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABC ত্রিভুজটি সমবাহু	[সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি কোণ $60°$]
$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60°$	
এখন $\angle PAB$ = একান্তর বৃত্তাংশস্থ $\angle C = 60°$	
এবং $\angle ABP$ = একান্তর বৃত্তাংশস্থ $\angle C = 60°$	
(২) ΔABP এ $\angle PAB = 60°$	
এবং $\angle ABP = 60°$ হলে $\angle P = 60°$ হবে।	
(৩) এরূ পে দেখানো যায়, $\angle R = 60°$ এবং $\angle Q = 60°$	
$\therefore$ ΔPQR-এর প্রত্যেকটি কোণ $60°$ হওয়ায় ত্রিভুজটি সমবাহু।	
অতএব, ΔPQR সমবাহু। **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–১৫ ▸ তিনটি বিন্দু এক সরলরেখায় অবস্থিত না হলে বিন্দুত্রয় দিয়ে একটি বৃত্ত আঁকা যাবে এবং বিন্দুত্রয় সমবৃত্ত হবে।

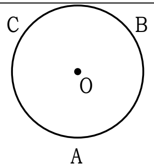
ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পর অন্তঃস্পর্শ করেছে। C বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত রেখাংশ বৃত্তদ্বয়কে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করলে, প্রমাণ কর যে, $AP \| BQ$· ৪

গ. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তটির স্পর্শক আঁক। ৪

▸◂ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

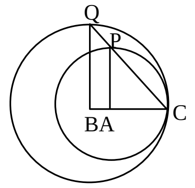
ক.



A, B ও C বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত নয় কিন্তু একই বৃত্তের পরিধির ওপর অবস্থিত অর্থাৎ বিন্দু তিনটি সমবৃত্ত।

খ. দেওয়া আছে, A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে অন্তঃস্পর্শ করেছে। C বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত রেখাংশ বৃত্তদ্বয়কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করে।

A, B; B, Q; C, A এবং C, B যোগ করি।



আমরা জানি, দুটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করলে তাদের কেন্দ্রদ্বয় ও স্পর্শবিন্দু একই সরলরেখায় অবস্থিত হবে।

$\therefore$ C, A, B বিন্দুত্রয় সমরেখ।

এখন, ΔAPC এর $AP = AC$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle ACB = \angle APC$

আবার, ΔBCQ এর $BQ = BC$

$\therefore \angle BCQ = \angle BQC$

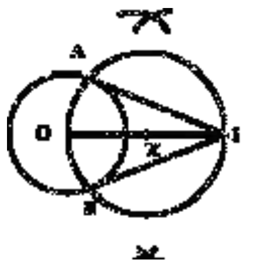
কিন্তু $\angle ACP = \angle BCQ$, [একই কোণ]

$\therefore \angle APC = \angle BQC$

কিন্তু এরা অনুরূ প কোণ।

$\therefore AP \| BQ$ **(প্রমাণিত)**

গ. মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে P বহিঃস্থ একটি বিন্দু। P বিন্দু হতে বৃত্তের স্পর্শক আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

(১) O, P যোগ করি।

(২) OP এর মধ্যবিন্দু X নির্ণয় করি।

(৩) X কে কেন্দ্র করে XO বা XP এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। অঙ্কিত X কেন্দ্রিক বৃত্ত O কেন্দ্রিক বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, P ও B, P যোগ করি।

$\therefore$ AP বা BP-ই উদ্দিষ্ট স্পর্শক।

প্রশ্ন–১৬ ▸ সমকোণী ΔABC-এ $\angle ACB$ = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ।

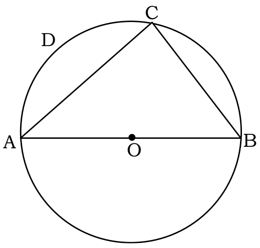
ক. AB কে ব্যাস ধরে একটি বৃত্ত অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ‘ক’–তে অঙ্কিত বৃত্ত সমকৌণিক শীর্ষ C দিয়ে যাবে। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, উক্ত বৃত্তে অতিভুজ AB–এর মধ্য বিন্দু O এবং এর বিপরীত শীর্ষ বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ অতিভুজের অর্ধেক। ৪

▹◃ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▹◃

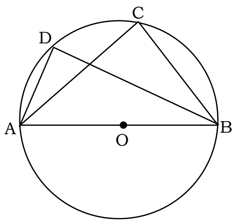
ক.



চিত্রে, সমকোণী ΔABC এ $\angle ACB$ = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ। একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হয়েছে যার ব্যাস হলো AB।

খ. AB কে ব্যাস ধরে O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত ABC যার ওপর D যেকোনো একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তটি সমকৌণিক C শীর্ষ দিয়ে যাবে।



অঙ্কন : A, D এবং B, D যোগ করি।

প্রমাণ : সমকোণী ΔABC–এর

$\angle ACB$ = এক সমকোণ [দেওয়া আছে]

আবার, $\angle ADB$ = এক সমকোণ [অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বলে]

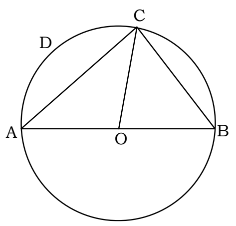
$\therefore$ $\angle ACB = \angle ADB$ [উভয়ই এক সমকোণের সমান]

কিন্তু, $\angle ACB$ এবং $\angle ADB$ কোণদ্বয় A এবং B বিন্দুর সংযোজক রেখাংশ AB এর একই পাশে অবস্থিত যথাক্রমে C এবং D বিন্দুতে উৎপন্ন কোণ এবং তারা সমান।

$\therefore$ A, B, C, D বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

অর্থাৎ বৃত্তটি সমকৌণিক C শীর্ষ দিয়ে যায়। **(প্রমাণিত)**

গ.



সমকোণী ΔABC–এর $\angle ACB$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ = AB।

O, অতিভুজ AB-এর মধ্যবিন্দু। অতিভুজের বিপরীত শীর্ষবিন্দু C এবং O যোগ করা হলো।

প্রমাণ করতে হবে যে, $OC = \frac{1}{2} AB$.

প্রমাণ : $\angle ACB$ = এক সমকোণ [দেওয়া আছে]

$\therefore$ $\angle ACB$ একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

সুতরাং, ACB বৃত্তের AB ব্যাস।

আবার, O, AB-এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ O বৃত্তটির কেন্দ্র।

$OA = OB = OC$ [$\because$ একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

আবার, $AB = OA + OB$

বা, $AB = OC + OC$ [$\because OB = OC$]

বা, $AB = 2\,OC$

$\therefore OC = \frac{1}{2} AB$. **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১৭ ▸ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্ত ABC। এই বৃত্তের একটি বহিঃস্থ বিন্দু হলো P।

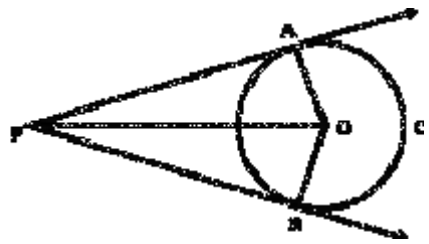
ক. P হতে বৃত্তের দুইটি স্পর্শক আঁক। ২

খ. P হতে বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা নির্দিষ্ট কোনো সরলরেখার সমান হয়। ৪

গ. বৃত্তস্থ বর্গের একটি পরিবৃত্ত আঁক। ৪

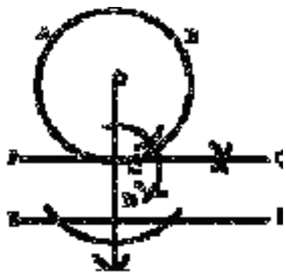
▹◃ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▹◃

ক.



O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABC বৃত্তের P একটি বহিঃস্থ বিন্দু। P হতে PA ও PB দুইটি স্পর্শক।

খ. মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত এবং EF একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। ABC বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যেন স্পর্শকটি EF রেখার সমান্তরাল হয়।

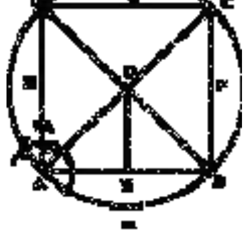


অঙ্কন :

(১) কেন্দ্র O থেকে EF-এর ওপর OD লম্ব টানি। OD লম্ব EF রেখাকে D বিন্দুতে এবং ABC বৃত্তকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) OC রেখাংশের C বিন্দুতে CQ লম্ব টানি এবং একে বিপরীত দিকে P পর্যন্ত বর্ধিত করি। তাহলে PQ–ই নির্ণেয় স্পর্শক, যা নির্দিষ্ট EF রেখার সমান্তরাল।

গ. মনে করি, ABCD একটি বর্গ। এর পরিবৃত্ত আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

(১) A, C ও B, D যোগ করি। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) O কে কেন্দ্র করে OA-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি বর্গের শীর্ষবিন্দু A, B, C ও D বিন্দু দিয়ে যায়। O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABCD বর্গের নির্ণেয় পরিবৃত্ত।

প্রশ্ন–১৮ ▸ কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো দিয়ে যায়।

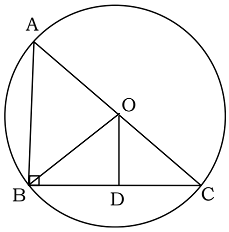
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ বৃত্তটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু। ৪

গ. ত্রিভুজটির অতিভুজ 10 মি. এবং এর একটি বাহু অপরটির $\frac{3}{4}$ অংশ হলে বৃত্তের ত্রিভুজের দ্বারা অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

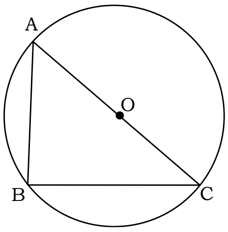
১৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC বৃত্তটি ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A, B ও C দিয়ে যায়।

খ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সমকোণী ΔABC–এর $\angle ABC$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। শীর্ষবিন্দু A, B, C দিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করা হলো। মনে করি, এই বৃত্তের কেন্দ্র O। প্রমাণ করতে হবে যে, O, AC-এর মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\angle ABC$ = এক সমকোণ	দেওয়া আছে
$\therefore$ $\angle ABC$, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের অর্ধবৃত্তস্থ কোণ হবে।	[অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ]
$\therefore$ A, B, C বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাস AC.	
(২) বৃত্তের কেন্দ্র O ব্যাস AC এর ওপর অবস্থিত এবং OA = OC	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
$\therefore$ O, অতিভুজ AC এর মধ্যবিন্দু।	['খ' এর চিত্র থেকে]

(প্রমাণিত)

গ. দেওয়া আছে,

অতিভুজ, AC = 10 মিটার

মনে করি, লম্ব, AB = x মিটার

$\therefore$ ভূমি, BC = $\frac{3x}{4}$ মিটার

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]

বা, $(10)^2 = x^2 + \left(\frac{3x}{4}\right)^2$

বা, $100 = x^2 + \frac{9x^2}{16}$

বা, $100 = \frac{16x^2 + 9x^2}{16}$

বা, $100 = \frac{25x^2}{16}$

বা, $4 = \frac{x^2}{16}$ [25 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $x^2 = 64$

বা, $x = \sqrt{64} = 8$ [ধনাত্মক বর্গমূল নিয়ে, কারণ দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না]

$\therefore$ AB = 8 মিটার

$\therefore$ BC = $\frac{3x}{4}$ মিটার = $\frac{3 \times 8}{4}$ = 6 মিটার

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উচ্চতা

= $\frac{1}{2} \times 6 \times 8$ বর্গ মিটার

= 24 বর্গ মিটার

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ = $\frac{1}{2}$ × অতিভুজ = $\frac{1}{2}$ × 10 মিটার = 5 মিটার

[$\because$ অতিভুজ = ব্যাস]

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = 3{\cdot}1416 \times (5)^2 = 78{\cdot}54$ বর্গমিটার (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তে ত্রিভুজের দ্বারা অনধিকৃত অংশের ক্ষেত্রফল হবে

= (78·54 – 24) বর্গমিটার

= 54·54 বর্গমিটার (প্রায়) **(Ans·)**

প্রশ্ন–১৯ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপরস্থ P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক এবং OP স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধ। PT এর ওপর যেকোনো বিন্দু Q নিয়ে OQ যোগ করা হলো।

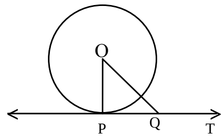
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ওপরের তথ্যকে জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, PT, OP এর ওপর লম্ব। ৪

গ. দুটি এককেন্দ্রীয় বৃত্তের বৃহত্তরটির AB ও AC জ্যাদ্বয় অন্য বৃত্তটিকে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। PQ এর দৈর্ঘ্য 22 সে.মি. হলে BC-এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OP ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক আঁকি। PT এর ওপর যেকোনো বিন্দু Q নেই। O, Q যোগ করি।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, PT, OP এর ওপর লম্ব। যেহেতু বৃত্তের P বিন্দুতে PT একটি স্পর্শক, সেহেতু ঐ P বিন্দু ব্যতীত PT-এর উপরস্থ অন্য সকল বিন্দু বৃত্তের বাইরে থাকবে।

$\therefore$ Q বিন্দুটি বৃত্তের বাইরে অবস্থিত।

∴ OQ, বৃত্তের ব্যাসার্ধ OP এর চেয়ে বড়।

অর্থাৎ OQ > OP এবং তা স্পর্শবিন্দু P ব্যতীত PT-এর উপরস্থ সব বিন্দুর জন্য সত্য।

∴ কেন্দ্র O হতে PT স্পর্শকের ওপর OP হলো ক্ষুদ্রতম দূরত্ব।

∴ $PT \perp OP$

অর্থাৎ PT, OP এর ওপর লম্ব। **(প্রমাণিত)**

গ. বৃত্ত দুইটির কেন্দ্র O এবং বৃহত্তর বৃত্তের AB ও AC জ্যাদ্বয় ক্ষুদ্রতর বৃত্তকে P ও Q বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। P, Q এবং B, C যোগ করি। PQ-এর দৈর্ঘ্য 22 সে.মি.।

O, P এবং O, Q যোগ করি।

ক্ষুদ্রতর বৃত্তের OP স্পর্শবিন্দু ব্যাসার্ধ এবং AB স্পর্শক।

∴ $OP \perp AB$· তদ্রূ প $OQ \perp AC$·

আবার, বৃহত্তর বৃত্তের AB জ্যায়ের ওপর OP লম্ব।

∴ AP = PB·

∴ P, AB-এর মধ্যবিন্দু।

তদ্রূ প Q, AC-এর মধ্যবিন্দু।

এখন, ΔABC-এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P এবং Q

∴ $PQ = \frac{1}{2}$ BC

বা, BC = 2 PQ = 2 × 22 সে.মি. = 44 সে.মি.

∴ BC-এর দৈর্ঘ্য 44 সে.মি.

প্রশ্ন–২০ ▸ একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি., 5 সে.মি. ও 6 সে.মি.।

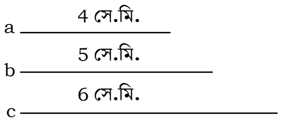
ক. ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

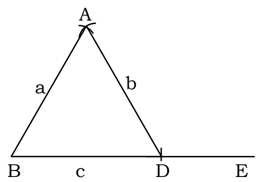
খ. ত্রিভুজটির পরিবৃত্ত অঙ্কন করে বিবরণ দাও। ৪

গ. অঙ্কিত বৃত্তে এরূ প একটি স্পর্শক অঙ্কন কর যেন তা নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. মনে করি, কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a = 4 সে.মি., b = 5 সে.মি. এবং c = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।





অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD অংশ কেটে নেই।

(২) BD রেখাংশের B ও D বিন্দুতে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে B ও D এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

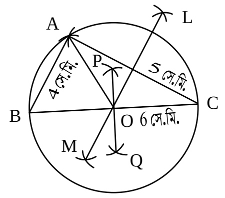
(৩) A, B ও A, D যোগ করি।

তাহলে, ΔABC–ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

খ. মনে করি, কোনো ত্রিভুজ ABC এর তিনটি বাহু AB = 4 সে.মি., AC = 5 সে.মি. এবং BC = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন করতে হবে।

অঙ্কন :

(১) BC বাহুর সমদ্বিখণ্ডক PQ এবং AC বাহুর লম্বদ্বিখণ্ডক LM অঙ্কন করি। PQ ও LM পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।



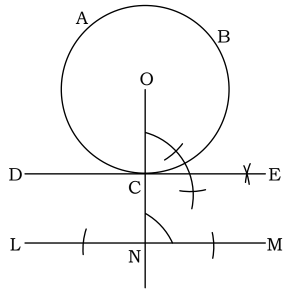
(২) এখন, O কে কেন্দ্র করে OC বা OB বা OA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। বৃত্তটি A, B, C বিন্দু দিয়ে যাবে।

তাহলে নির্ণেয় বৃত্তটি ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্ত।

গ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABC একটি বৃত্ত। LM একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। ABC বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক অঙ্কন করতে হবে যা LM এর সমান্তরাল হয়।

অঙ্কন :

(১) বৃত্তের কেন্দ্র O হতে LM রেখার ওপর ON লম্ব আঁকি। ON বৃত্তকে C বিন্দুতে ছেদ করে।



(২) OC রেখার C বিন্দুতে CE লম্ব টানি এবং একে বিপরীত দিকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি।

তাহলে DE স্পর্শকই LM এর সমান্তরাল অঙ্কিত হলো।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–২১ ▸ ABC একটি ত্রিভুজ যেখানে AB = 3 সে.মি., BC = 5 সে.মি., CA = 4 সে.মি.। যেকোনো ত্রিভুজে তিনটি বহির্বৃত্ত আঁকা যায়।

ক. ABC ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে স্পর্শ করে এমন একটি বহির্বৃত্ত আঁক। ৪

গ. ABC ত্রিভুজের অপর বহির্বৃত্ত দুইটি আঁক। (অঙ্কনের বিবরণ চিহ্ন আবশ্যক।) ৪

উত্তর : খ. সম্পাদ্য–৬ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন–২২ ▸ ABC একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের $\angle ABC = 60°$, $\angle ACB = 40°$ উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

ক. $\angle BAC$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. ABC ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. ABC ত্রিভুজের $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হলে, প্রমাণ কর যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

উত্তর : ক. 80°, খ. সম্পাদ্য–৫ এর অনুরূপ।

প্রশ্ন–২৩ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট একটি বৃত্তে AB ও CD পরস্পর দুটি জ্যা।

ক. Q, AB এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $OQ \perp AB$· ২

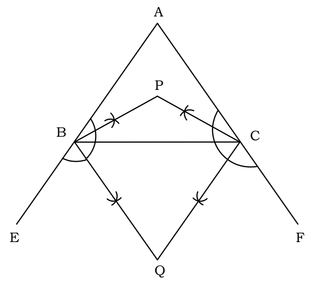
খ. AB = CD হলে প্রমাণ কর যে, O হতে পরস্পর সমদূরবর্তী। ৪

গ. AB ও CD পরস্পর বৃত্তের অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে সমকোণে ছেদ করলে প্রমাণ কর যে, $\angle AOD + \angle BOC =$ দুই সমকোণ। ৪

উত্তর : ক. উপপাদ্য–১ এর অনুরূপ। খ. উপপাদ্য–২ এর অনুরূপ। গ. অনুশীলনী–৮·৩ এর প্রশ্ন–৪ এর সমাধানের অনুরূপ।

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২৪ ▸



ক. সমরেখ ও সমবৃত্ত কাকে বলে? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ ৪

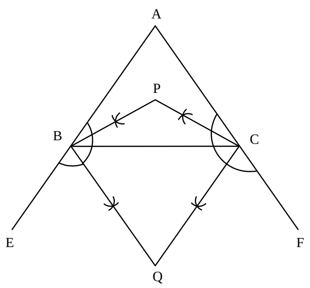
গ. প্রমাণ কর যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

২৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. **সমরেখ :** কোনো রেখার উপরস্থ বিন্দুগুলোকে সমরেখ বিন্দু বলে।

সমবৃত্ত বিন্দু : কোনো বৃত্তের পরিধির উপরস্থ বিন্দুগুলোকে সমবৃত্ত বিন্দু বলে।

খ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এ $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ | **যথার্থতা**

(১) ΔABC এ $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(২) আবার, ΔBPC-এ

$\angle BPC + \angle PBC + \angle PCB = 180°$ [একই]

বা, $\angle BPC + \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle C = 180°$

$[\because \angle PBC = \frac{1}{2}\angle B$ এবং $\angle PCB = \frac{1}{2}\angle C]$

বা, $\angle BPC = 180° - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C)$

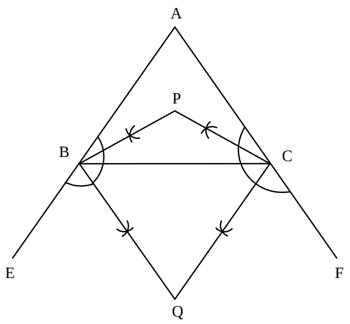
$= 180° - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B + \angle C) + \frac{1}{2}\angle A$

$= 180° - \frac{1}{2}(180°) + \frac{1}{2}\angle A$

$= 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$= 90° + \frac{1}{2}\angle A$ **(প্রমাণিত)**

গ



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এ $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমৃবত্ত।

প্রমাণ :

ধাপ | **যথার্থতা**

(১) 'খ' থেকে পাই,

$\angle BPC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ .... (i)

(২) ΔBQC-এ,

$\angle BQC + \angle QBC + \angle QCB = 180°$ ····· (ii)

[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

(৩) কিন্তু $\angle QBC = \frac{1}{2}\angle CBE$ এবং $\angle QCB = \frac{1}{2}\angle BCF$

বা, $\angle QBC = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C)$ [BQ, $\angle CBE$ এর সমদ্বিখণ্ডক]

এবং $\angle QCB = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$

সুতরাং, $\angle BQC + \frac{1}{2}(\angle A + \angle C) + \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 180°$

[(ii) নং হতে]

বা, $\angle BQC + \frac{1}{2}(180°) + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

বা, $\angle BQC + 90° + \frac{1}{2}\angle A = 180°$

$\therefore \angle BQC = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle A$

$= 90° - \frac{1}{2}\angle A$ ....(iii)

(৪) এখন সমীকরণ (i) ও (iii) যোগ করে পাই,

$\angle BPC + \angle BQC = 90° + \frac{1}{2}\angle A + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$

(৫) BPCQ চতুর্ভুজের $\angle P + \angle Q = 180°$ হওয়ায় B, P, C, Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**

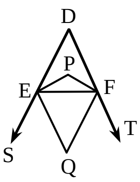
প্রশ্ন–২৫ ▸ ΔDEF-এ ∠E ও ∠F এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

?

ক.	প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর।	২
খ.	প্রমাণ কর যে, $\angle EPF = 90° + \frac{1}{2}\angle D$	৪
গ.	দেখাও যে, E, P, Fএবং Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।	৪

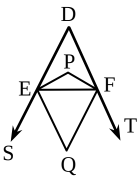
▸◂ ২৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী নিম্নে চিত্র অঙ্কন করা হলো :



চিত্রের DEF একটি ত্রিভুজ যার ∠E ও ∠F এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে ও বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

খ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔDEF এ ∠E ও ∠F এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে এবং বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle EPF = 90° + \frac{1}{2}\angle D$.

প্রমাণ :

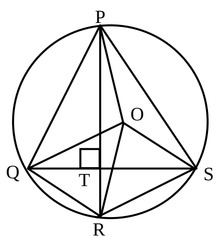
ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔDEF এ $\angle D + \angle E + \angle F = 180°$	[ত্রিভুজের তিন কোণের
(২) আবার, ΔEPF–এ	সমষ্টি দুই সমকোণ]
$\angle EPF + \angle PEF + \angle PFE = 180°$	
বা, $\angle EPF + \frac{1}{2}\angle E + \frac{1}{2}\angle F = 180°$	[$\because \angle PEF = \frac{1}{2}\angle E$ এবং
বা, $\angle EPF = 180° - \frac{1}{2}(\angle E + \angle F)$	$\angle PFE = \frac{1}{2}\angle F$]
$= 180° - \frac{1}{2}(\angle D + \angle E + \angle F) + \frac{1}{2}\angle D$	
$= 180° - \frac{1}{2}(180°) + \frac{1}{2}\angle D$	
$= 180° - 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2}\angle D$ **(প্রমাণিত)**।	

গ. **বিশেষ নির্বচন :** Δ DEF–এ ∠E ও ∠F এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় P বিন্দুতে ও বহির্দ্বিখণ্ডকদ্বয় Q বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, E, P, F, ও Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। ΔEQF–এ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি
$\angle EQF + \angle QEF + \angle QFE = 180°$—(i)	দুই সমকোণ]
২। $\angle SEF = \angle D + \angle F$	[ত্রিভুজের কোনো কোণের
এবং $\angle TFE = \angle D + \angle E$	বহি:স্থকোণ তার বিপরীত
	কোণদ্বয়ের সমষ্টির সমান]
৩। কিন্তু $\angle QEF = \frac{1}{2}\angle FES$ এবং	[EQ ও FQ যথাক্রমে ∠FES
$\angle QFE = \frac{1}{2}\angle EFT.$	ও ∠EFT এর সমাদ্বিখণ্ডক]
$\therefore \angle QEF = \frac{1}{2}(\angle D + \angle F)$	
এবং $\angle QFE = \frac{1}{2}(\angle D + \angle E).$	
৪। সুতরাং, $\angle EQF + \frac{1}{2}(\angle D + \angle F)$	
$+ \frac{1}{2}(\angle D + \angle E) = 180°$	[(i) নং হতে]
বা, $\angle EQF + \frac{1}{2}(180°) + \frac{1}{2}\angle D = 180°$	
বা, $\angle EQF = 180° - 90° - \frac{1}{2}\angle D$	
বা, $\angle EQF = 90° - \frac{1}{2}\angle D.$ ——(ii)	
৫। 'খ' থেকে পাই,	
$\angle EPF = 90° + \frac{1}{2}\angle D$ ———(iii)	
৬। (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,	
$\angle EPF + \angle EQF = 90° + \frac{1}{2}\angle A + 90° - \frac{1}{2}\angle A = 180°$	
বা, $\angle EPF + \angle EQF = 180°.$	
অর্থাৎ EPFQ চতুর্ভুজের $\angle P + \angle Q = 180°$	
∴ E, P, E এবং Q বিন্দু চারটি সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**।	

প্রশ্ন–২৬ ▸



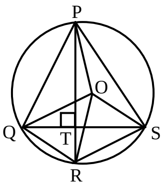
চিত্রে PT ⊥ QS, O কেন্দ্র

?

ক.	দেখাও যে, $\frac{1}{2}\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PSR = 90°$	২
খ.	প্রমাণ কর যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2$ সমকোণ।	৪
গ.	প্রমাণ কর যে, $PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QS^2 - 2QT.ST$	৪

২৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



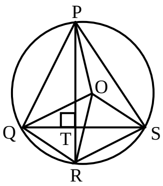
PQRS একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

$\therefore \angle PQR + \angle PSR = 180°$ [বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

বা, $\frac{1}{2}$ $(\angle PQR + \angle PSR) = \frac{1}{2} \times 180°$

বা, $\frac{1}{2}$ $\angle PQR + \frac{1}{2}\angle PSR = 90°$. **(দেখানো হলো)।**

খ.



মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তে জ্যা PR এবং জ্যা QS পরস্পর T বিন্দুতে লম্ব। অর্থাৎ, $PT \perp QS$, PQ ও RS চাপদ্বয় কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle POQ$ ও $\angle ROS$ উৎপন্ন করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle POQ + \angle ROS = 2$ সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
১। PQ চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle POQ$ এবং বৃত্তস্থ $\angle PSQ$ সুতরাং $\angle POQ = 2\angle PSQ$	[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
২। RS চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ $\angle ROS$ এবং বৃত্তস্থ $\angle RPS$ সুতরাং $\angle ROS = 2\angle RPS$	[একই চাপের উপর দণ্ডায়মান কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ]
৩। $\angle POQ + \angle ROS = 2(\angle PSQ + \angle RPS)$	[ধাপ (১) ও ধাপ (২)]
৪। এখন, PTS সমকোণী ত্রিভুজে $\angle PTS =$ এক সমকোণ সুতরাং $\angle TPS + \angle PST =$ এক সমকোণ বা, $\angle RPS + \angle PSQ =$ এক সমকোণ	[কল্পনা] [ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
৫। অতএব, $\angle POQ + \angle ROS = 2 \times$ এক সমকোণ $= 2$ সমকোণ। **(প্রমাণিত)**	

গ. **বিশেষ নির্বচন :** PQRS একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।
O বৃত্তটির কেন্দ্র এবং $PT \perp QS$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QS^2 - 2QT.ST$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
১। Δ PTQ একটি সমকোণী তিভুজ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $\therefore PQ^2 = PT^2 + QT^2$------------------(i)	[$\therefore PT \perp QS$]
২। আবার, Δ PTS সমকোণী ত্রিভুজের ৰেত্রে $PS^2 = PT^2 + ST^2$ ----------------------(ii)	
৩। (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, $PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QT^2 + ST^2$------(iii)	
৪। এখন, $QS = QT + TS$ বা, $QS^2 = (QT + TS)^2$ বা, $QS^2 = QT^2 + TS^2 + 2QT.TS$ বা, $QT^2 + TS^2 = QS^2 - 2QT.TS$-----(iv)	
৫। (iii) নং সমীকরণে $(QT^2 + TS^2)$ এর মান বসিয়ে পাই, $PQ^2 + PS^2 = 2PT^2 + QS^2 - 2QT.TS$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–২৭ ▸ C ও C′ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

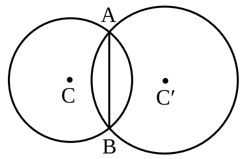
ক. A ও B বিন্দু দিয়ে দুইটি বৃত্তের একটি সাধারণ জ্যা আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, CC′ রেখাংশ AB জ্যাকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

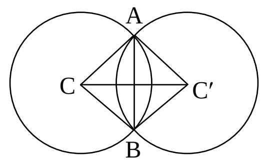
গ. প্রমাণ কর যে, দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু A ও B দিয়ে যায় এমন সব বৃত্তের কেন্দ্রগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত। ৪

২৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, C এবং C′ কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, B যোগ করি। AB–ই দুইটি বৃত্তের সাধারণ জ্যা।



খ. মনে করি, C, C′ কেন্দ্র বিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পরকে A, B বিন্দুতে ছেদ করেছে। AB বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ জ্যা। প্রমাণ করতে হবে CC′ রেখাংশ AB জ্যাকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



অঙ্কন : A, B; B, C; A, C′ এবং B, C′ যোগ করি।

প্রমাণ : AC = BC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

আবার, C′ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে, AC′ = BC′ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

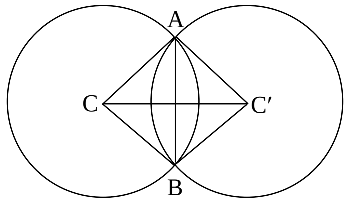
$\therefore$ CC′ রেখার যেকোনো বিন্দু A, B হতে সামান্য দূরে অবস্থিত।

অর্থাৎ CC′ রেখা একটি সঞ্চারপথ।

সাধারণ জ্যা AB কে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore$ CC′ রেখা AB কে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

গ.



মনে করি, A, B দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, A, B বিন্দু দিয়ে গমনকারী সকল বৃত্তের কেন্দ্রগুলো সমরেখ।

অঙ্কন : A, B কেন্দ্রগামী দুটি বৃত্ত আঁকি। ধরি, বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র C, C′। C, C′ যোগ করি।

প্রমাণ : C কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AC = BC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
আবার, C′ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AC′ = BC′ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
অর্থাৎ CC′ রেখার সকল বিন্দু A ও B হতে সমদূরবর্তী।
অর্থাৎ A, B বিন্দুগামী সকল বৃত্তের কেন্দ্র CC′ রেখায় থাকবে।

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন–২৮ ▸ সুমনের জ্যামিতি বক্সে রক্ষিত দুইটি পেন্সিলের দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. ও 6 সে.মি.। সুমন তার পেন্সিলগুলোর দ্বারা 45° ও 60° কোণ তৈরি করার চেষ্টা করে।

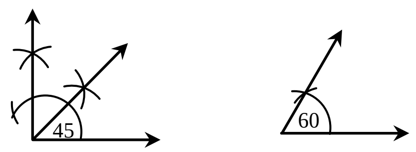
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 45° ও 60° কোণ এঁকে চিহ্নিত কর। ২

খ. দুইটি পেন্সিলের দৈর্ঘ্যের সমষ্টির সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ আঁক যার ভূমি সংলগ্ন কোণদ্বয় 45° ও 60°। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

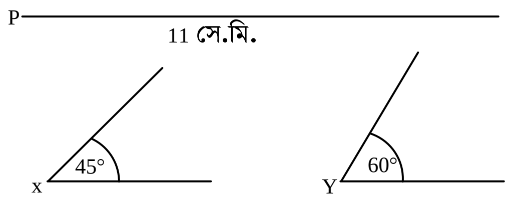
গ. ক্ষুদ্রতর পেন্সিলের দৈর্ঘ্যকে ব্যাস ধরে একটি বৃত্ত আঁক। উক্ত বৃত্তে দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

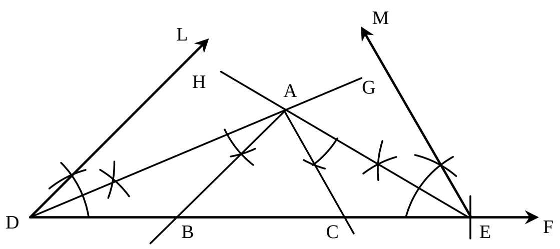
ক.



খ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি ত্রিভুজের পরিসীমা P = 11 সে. মি. এবং ভূমি সংলগ্ন দুইটি কোণ ∠ও = 45° ও∠y= 60° দেওয়া আছে। ত্রিভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কন :

(১) যেকোনো রশ্মি DF থেকে পরিসীমা P এর সমান করে DE অংশ কেটে নিই। D ও E বিন্দুতে DE রেখাংশের একই পাশে ∠x এর সমান করে ∠EDL এবং ∠y এর সমান ∠DEM আঁকি।

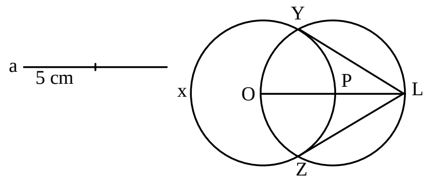
(২) কোণ দুইটির সমদ্বিখণ্ডক DG ও EH আঁকি।

(৩) মনে করি DG ও EH রশ্মিদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দুতে ∠ADE এর সমান ∠DAB এবং ∠AED এর সমান ∠AEC আঁকি।

(৪) AB এবং AC রশ্মিদ্বয় DE রেখাংশকে যথাক্রমে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ΔABC-ই উদ্দিষ্ট ত্রিভুজ।

গ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট XYZ একটি বৃত্ত যার ব্যাস a = 5cm। XYZ বৃত্তে এরূপ দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

অঙ্কন : XYZ বৃত্তের পরিধির উপর P যেকোনো একটি বিন্দু নিই। O, P যোগ করি এবং OP কে L পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন OP = PL হয়। P যে কেন্দ্র করে OP বা PL এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপটি XYZ বৃত্তকে Yও Z বিন্দুতে ছেদ করে। Y, Lএবং Z, L যোগ করি।

তাহলে YL এবং ZL উদ্দিষ্ট স্পর্শকদ্বয় যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60°।

প্রশ্ন–২৯ ▸ a = 2·5 সে.মি. এবং b = 1·5 সে.মি. যথাক্রমে A ও B কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

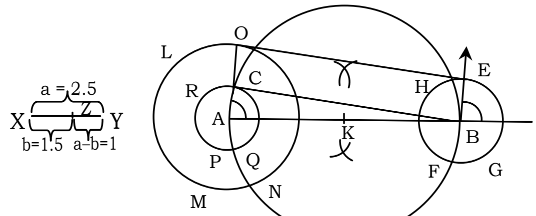
ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ বৃত্ত দুটি আঁক। ২

খ. বৃত্ত দুইটির একটি সরল সাধারণ স্পর্শক আঁক। অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

গ. A কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁক যেন তা একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল হয়। ৪

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



যেকোনো বিন্দু A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a = 2·5 সে.মি. এবং b = 1·5 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত LMN ও FGH আঁকি।

খ. চিত্রে LMN ও FGH বৃত্ত দুইটির কেন্দ্র যথাক্রমে A ও B এবং তাদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে a = 2·5 সে.মি. ও b = 1·5 সে.মি.। বৃত্ত দুইটির একটি সরল সাধারণ স্পর্শক আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) ব্যাসার্ধ a এর সমান করে একটি সরলরেখা XY ভিন্নভাবে আঁকি।

(২) এই রেখার X বিন্দু থেকে b ব্যাসার্ধের সমান অংশ কেটে নিলে অপর YZ অংশটির দৈর্ঘ্য হবে (a – b)।

(৩) এবার A কে কেন্দ্র করে (a – b) এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে PQR বৃত্ত আঁকি।

(৪) A, B যোগ করি। AB এর মধ্যবিন্দু K নির্ণয় করি।

(৫) K কে কেন্দ্র করে KA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। মনে করি, অঙ্কিত বৃত্তটি PQR বৃত্তকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

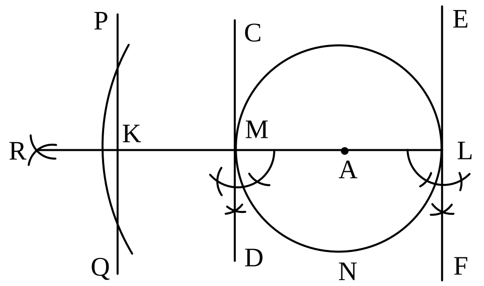
(৬) B, C যোগ করি। তাহলে, BC রেখাটি PQR বৃত্তের স্পর্শক হবে।

(৭) এখন A, C যোগ করি এবং বর্ধিত করি। মনে করি, তা LMN বৃত্তকে O বিন্দুতে স্পর্শ করে।

(৮) B বিন্দু দিয়ে BE ∥ AO আঁকি এমন মনে করি, তা FGH বৃত্তটিকে E বিন্দুতে স্পর্শ করে।

(৮) পরিশেষে O, E যোগ করি।
তাহলে, OE রেখাই নির্ণেয় স্পর্শক।

গ.



চিত্রে A কেন্দ্রবিশিষ্ট LNM বৃত্তের ব্যাসার্ধ a = 2·5 সে.মি. এবং PQ একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা। LMN বৃত্তে এমন একটি স্পর্শক আঁকতে হবে যা, PQ সরলরেখার সমান্তরাল হবে।

অঙ্কন :

(১) A বিন্দু থেকে PQ এর ওপর RA লম্ব আঁকি। RA, PQ রেখাকে K বিন্দুতে এবং LMN বৃত্তকে M বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) RA কে বর্ধিত করলে তা বৃত্তটির L বিন্দুর সাথে ছেদ করে।

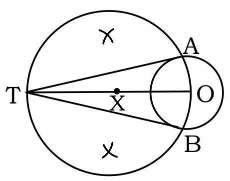
(৩) ML রেখার ওপর M ও L বিন্দুতে যথাক্রমে CD ও EF লম্ব টানি।
তাহলে, CD বা EF–ই নির্ণেয় স্পর্শক হবে।

প্রশ্ন–৩০ ▸ O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের T একটি বহিঃস্থ বিন্দু।

ক. T বিন্দু হতে উক্ত বৃত্তে একটি স্পর্শক আঁক। ২
খ. অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪
গ. উক্ত বৃত্তে এমন দুইটি স্পর্শক আঁক যেন তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়। ৪

৩০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের T একটি বহিঃস্থ বিন্দু। T বিন্দু থেকে TA বা TB স্পর্শক আঁকা হলো।



খ. **অঙ্কন :**

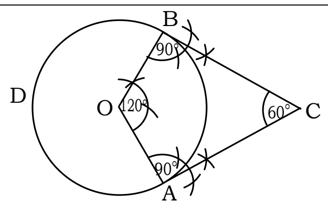
(১) T, O যোগ করি।

(২) TO রেখাংশের মধ্যবিন্দু X নির্ণয় করি।

(৩) এখন X- কে কেন্দ্র করে XO-এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি। মনে করি, অঙ্কিত বৃত্তটি প্রদত্ত বৃত্তকে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) A, T এবং B, T যোগ করি। তাহলে AT বা BT-ই নির্ণেয় স্পর্শক।

গ.



চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABD একটি বৃত্ত। ABD বৃত্তে এরূ প দুইটি স্পর্শক আঁকতে হবে যাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 60° হয়।

অঙ্কন:

(১) OA যেকোনো ব্যাসার্ধ নিই এবং ∠AOB = 120° আঁকি।

(২) OB রশ্মি বৃত্তটিকে B বিন্দুতে ছেদ করে।

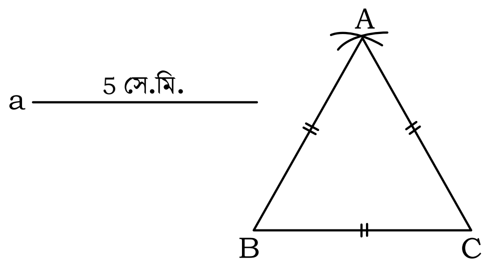
(৩) পরিশেষে OB রেখার ওপর B বিন্দুতে এবং OA রেখার ওপর A বিন্দুতে দুইটি লম্ব টানি। মনে করি এই লম্ব রশ্মিদ্বয় C বিন্দুতে মিলিত হয়। তাহলে, AC ও BC-ই নির্ণেয় স্পর্শকদ্বয়, যাদের অন্তর্ভুক্ত ∠ACB = 60° হবে।

প্রশ্ন–৩১ ▸ ∆ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 সে.মি.।

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ∆ABC আঁকি। ২
খ. এর AC বাহুকে স্পর্শ করে এমন একটি বহির্বৃত্ত আঁক। অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪
গ. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। ৪

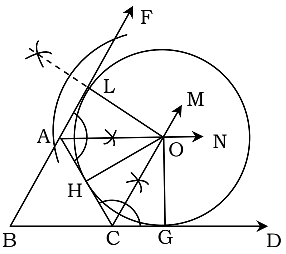
৩১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



সমবাহু ∆ABC অঙ্কন করি যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 5 সে.মি.।

খ.



ΔABC-এর AC বাহুকে স্পর্শ করে এমন একটি বহির্বৃত্ত আঁকতে হবে।

অঙ্কন :

(১) BC ও BA বাহুকে যথাক্রমে D এবং F পর্যন্ত বর্ধিত করি।

(২) $\angle ACD$ এবং $\angle CAF$-এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে CM এবং AN রশ্মি আঁকি। তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) O বিন্দু হতে BF–এর ওপর OL লম্ব আঁকি। O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OL–এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত আঁকি।

তাহলে এরূ পে অঙ্কিত বৃত্তই নির্ণেয় বৃত্ত।

গ. 'খ' চিত্র থেকে পাই,

ΔABC সমবাহু বলে $\angle BAC = \angle ACB = 60°$

$\therefore$ $\angle ACD = \angle CAF = 120°$

এখন, $\angle ACO = \frac{1}{2}\angle ACD = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$

এবং $\angle CAO = \frac{1}{2}\angle CAF = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$

$\therefore$ $\angle AOC = 180° - 60° - 60° = 60°$

Δ OAC-এ $\angle ACO = \angle CAO = \angle AOC$.

সুতরাং, ΔOAC সমবাহু

$\therefore$ AO = CO = AC = 5 সে.মি.

O বিন্দু থেকে $OH \perp AC$ অঙ্কন করি যা A কে H বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে,

সমকোণী ΔOAH এবং সমকোণী Δ COH-এ

অতিভুজ AO = অতিভুজ CO এবং OH বাহু সাধারণ

$\therefore$ $\Delta OAH \cong \Delta COH$

$\therefore$ $AH = CH = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}$ সে.মি.

সমকোণী ΔCOH হতে পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই, $CO^2 = OH^2 + CH^2$

বা, $5^2 = OH^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

বা, $OH^2 = 25 - \frac{25}{4}$

বা, $OH^2 = \frac{100 - 25}{4}$

বা, $OH^2 = \frac{75}{4}$

$\therefore$ OH = 4·33 সে.মি.

সুতরাং বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 4·33 সে.মি.।