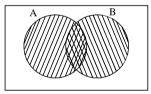
অধ্যায় ০১

মেট ও ফাংশন

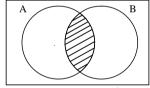
ত অনুশীলনী ১.১ তি

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

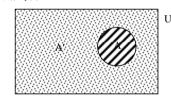
- সেট (Set) : বাস্তব জগত বা চিম্তা জগতের বস্তুর যেকোনো সুনির্ধারিত সংগ্রহকে সেট বলা হয়। সেটকে সাধারণত ইংরেজি বড় অব A, B, C, D, X, Y ইত্যাদি এবং সেটের সদস্যকে ছোট অব a, b, c, d, x, y ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- সার্বিক সেট (Universal set): নির্দিষ্ট সেটের আলোচনাধীন সকল সেটের সেটকে সার্বিক সেট বলা হয়। সার্বিক সেটকে U বা S ঘারা প্রকাশ করা হয়।
- উপসেট (Subset) : $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ এবং $C = \{1, 2, 3, 4\}$ সেট তিনটি বিবেচনা করলে দেখা যায় B সেটের প্রতিটি উপাদান A সেটে বিদ্যমান সূতরাং B সেটকে A সেটের উপসেট বলা হয় এবং লেখা হয় $B \subset A$.
- প্রকৃত উপসেট (Proper Subset) : A সেটের প্রত্যেক উপাদান যদি B সেটে বিদ্যমান থাকে এবং B সেটে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা A সেটে নেই,
 তবে A কে B এর প্রকৃত উপসেট বলে।
- 🔳 🎁 কাঁকা সেট (Empty set) : যে সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য বা কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। এই সেটকে 🚪 বা 🖉 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- সেটের সমতা (Equality of sets) : দুইটি সেটের উপাদান একই হলে সেট দুইটিকে সমান বলা হয় এবং = চিহ্ন দিয়ে সমতা বোঝানো হয়।
- সেটের অশ্তর (Difference of sets): A \ B কে A বাদ B সেট বলা হয়। B এর সকল উপাদান বর্জন করে A এর অন্য উপাদান নিয়ে A \ B গঠন করা হয়।
- পূরক সেট (Complementary set) : যদি A সেট সার্বিক সেট U এর একটি উপসেট হয় তবে A এর উপাদানগুলো বাদে সার্বিক সেটের অন্য সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A এর পুরক সেট বলে। A এর পুরক সেটকে A' বা A^c দ্বারা সূচিত করা হয়।
- শক্তি সেট (Power set): A সেটের সকল উপসেটের সেটকে A এর শক্তি সেট বলা হয় এবং P(A) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- **ভেনচিত্র (Venn Diagram):** কোনো সেটের একাধিক উপসেটের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করতে যে জ্যামিতিক চিত্র ব্যবহার করা হয় তাকে ভেনচিত্র বলে। বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন : আয়তকার ৰেত্র, বৃত্তাকার ৰেত্র ইত্যাদি ৰেত্র ব্যবহার করা হয়।



A ∪ B হলো গাঢ় অংশটুকু



A ∩ B হলো গাঢ় অংশটুকু



- সেটের সংযোগ (Union of sets) : দুই বা ততোধিক সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে সংযোগ সেট বলে। A ও B এর সংযোগ সেট A ∪ B দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- \blacksquare সেটের ছেদ (Intersection of sets) : দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ছেদ সেট বলে $A \lor B$ এর ছেদ সেটকে $A \cap B$ দারা প্রকাশ করা হয় এবং পড়া হয় A ছেদ B বা A intersection B.
- নিম্ছেদ সেট (Disjoint set) : দুইটি সেটের কোনো সাধারণ উপাদান না থাকলে, তাদেরকে নিম্ছেদ সেট বলে।
- এক—এক মিল (One—One Correspondence) : যদি A সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে B সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদান এবং B সেটের প্রতিটি উপাদানের সাথে A সেটের একটি ও কেবল একটি উপাদানের মিল স্থাপন করা হয়, তবে তাকে A ও B সেটের মধ্যে একটি এক—এক মিল বলা হয়।
- সমতুল সেট (Equivelent set): যেকোনো সেট A ও B এর মধ্যে যদি একটি এক–এক মিল A ↔ B বর্ণনা করা যায়, তবে A ও B–কে সমতুল সেট বলা হয়। A ও B সেট সমতুল বোঝাতে অনেক সময় A ~ B প্রতীক লেখা হয়।

এ অধ্যায়ে ব্যবহৃত বিভিন্ন প্রতীক চিহ্নসমূহ:

প্রতীক	ইংরেজি	বাংলায় (যা বুঝায়)	উদাহরণ
U	Union	সংযোগ	$A \cup B$
\cap	Intersection	ছেদ	$A \cap B$
C	Proper subset	প্রকৃত উপসেট	$A \subset B$
⊆	Subset	উপসেট	$A \subseteq B$
⊈	not subset	উপসেট নয়	A <u>⊄</u> B

€	Belongs to	উপাদান/সদস্য	$x \in A$
∉	not belongs to	ইহাতে অন্তর্ভুক্ত নয়	$x \notin A$
Ø	null set	ফাঁকা সেট	Ø = { }
,	Prime	পূরক সেট	$A' = \{ x \in U $ এবং $x \notin A \}$
:	such that	যেন	$A = \{ x : x \in R \}$

■ সেটের সূত্র:

- (i)~A ও B শাশ্ত সেট হলে $n~(A \cup B) = n~(A) + n~(B) n(A \cap B)$
- (ii) A, B ও C নিম্ছেদ সেট হলে
- $\bullet n (A \cup B) = n(A) + n(B) [:: A \cap B = 0]$
- $\bullet n (A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$
- (iii) A, B ও C যেকোনো সেটের জন্য :
- $(iv) \ n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) n(A \cap B) n(B \cap C) n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$
- (v) n(A) = n(U) n(A)

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

- ১. i. কোনো সেটের সদস্য সংখ্যা 2n হলে, এর উপসেটের সংখ্যা হবে 4^n
 - ii. সকল মূলদ সংখ্যার সেট $Q = \left\{ egin{aligned} & p \\ q & \end{aligned} : p,q \cup Z
 ight.
 ight\}$

iii. a, b $\in R$;] a, b [= $\{x : x \in R$ এবং $a < x < b\}$

উপরের উব্ধির আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

- ⊕ i ଓ ii
- (1) ii 🛭 iii
- i ଓ iii
- च i, ii ও iii

[বি. দু. p, q \cup Z এর স্থানে p, q \in Z হলে উত্তর : i, ii ও iii সঠিক]

নিচের তথ্যের আলোকে (2-8) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রত্যৈক $n \in N$ এর জন্য $A_n = \{n, 2n, 3n, \ldots \}$

- ২. $A_1 \cap A_2$ এর মান নিচের কোনটি?
 - \bigcirc A₁
- A₂
- ① A₃
- **(a)** A₄

ব্যাখ্যা : $n \in N$ ঘারা বুঝায় n যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার উপাদান

n ∈ N এর জন্য A_n = {n, 2n, 3n}

 $A_1 = \{1,\,2,\,3,\,4\,\,.....\}$

 $A_2 = \{2, 4, 6 \dots \}$

 $\therefore \ A_1 \cap A_2 = \{2, 4, 4\} = A_2$

- ৩. নিচের কোনটি $A_3 \cap A_6$ এর মান নির্দেশ করে?
 - \bigoplus A₂
- \bigcirc A₃
- 1 A₄
- A6
- 8. $A_2 \cap A_3$ এর পরিবর্তে নিচের কোনটি লেখা যায়?
 - A
- A₄
- \bigcirc A₅
- A₆

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ দেওয়া আছে $U=\{\ x:3\le x\le 20\ ,\ n\in Z\},\ A=\{\ x:x$ বিজোড় সংখ্যা $\}$ এবং $B=\{\ x:x$ মৌলিক সংখ্যা $\}$

নিম্নের সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে লিপিবদ্ধ কর:

- (i) A
- (ii) B
- (iii) $C = \{x : x \in A$ এবং $x \in B \}$ এবং
- (iv) $D = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B \}$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{ x : 3 \le x \le 20, x \in Z \}$

 $\therefore U = \{ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 \}$

 $A = \{ x : x$ বিজোড় সংখ্যা $\}$

B = { x : x মৌলিক সংখ্যা }

- (i) A = { x : x বিজোড় সংখ্যা }
 - \therefore A = { 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19}
- (ii) B = { x : x মৌলিক সংখ্যা}

- $\therefore B = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
- (iii) দেওয়া আছে, $C = \{x : x \in A \text{ এবং } x \in B\}$

$$A \cap B = \{ 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 \} \cap \{ 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 \}$$

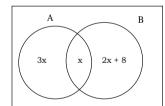
$$= \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

[নোট : C হলো 3 থেকে 20 পর্যন্ত সকল মৌলিক বিজ্ঞোড় সংখ্যার সেট এবং C=B I]

- (iv) D = { x : x ∈ A অথবা x ∈B }
 - $A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\} \cup \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ $= \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

প্রশ্ন 1 ৬ 1 ভেনচিত্রে A এবং B সেটের উপাদানগুলোর সংখ্যা দেখানো হয়েছে। যদি n(A)=n(B) হয়, তবে নির্ণয় কর

(a) x এর মান (b) n (A ∪ B) এবং n(A ∩ B').



সমাধান:

প্রদত্ত ভেনচিত্রে n(A) = 3x + x

$$n(B) = x + 2x + 8$$

$$n(A \cup B) = 3x + x + 2x + 8$$

$$n(A \cap B') = 3x$$

(a) দেওয়া আছে, n(A) = n(B)

$$\vec{1}, 3x + x = x + 2x + 8$$

বা,
$$4x = 3x + 8$$

 $\therefore x = 8 \text{ (Ans.)}$

(b) আমরা জানি, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$= 3x + x + x + 2x + 8 - x$$

$$= 6x + 8 = 6 \times 8 + 8$$
 [: $x = 8$]

= 56 (Ans.)

এবং $n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$ [ভেনচিত্র থেকে]

$$= 3x + x - x = 3x = 3 \times 8 [:: x = 8]$$

$$= 24$$
 (Ans.)

[নোট : ভেনচিত্রে 3x, x, 2x + 8 ঘারা A ও B সেটের উপাদান নয় বরং

উপাদান সংখ্যা বুঝানো হয়েছে।]

```
প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ যদি U = {x : x জোড় পূর্ণ সংখ্যা}, A = { x : x ≥ 5} ⊂ U এবং B =
                                                                                                                                                                             বা. x ∈ A
\{x: x < 12\} \subset U তবে n(A \cap B) এবং n(A') এর মান নির্ণয় কর।
                                                                                                                                                                             \therefore A \setminus (A \setminus A) \subset A
                                                                                                                                                                   আবার, মনে করি, x \in A
সমাধান : দেওয়া আছে, U = \{ x : x  ধনাতাক পূর্ণ সংখ্যা\}
                                                                                                                                                                    তাহলে, x \in A এবং x \notin \phi
                                         U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots \}
                                                                                                                                                                             বা, x \in A এবং x \notin (A \setminus A)
                                              A = \{ x : x \ge 5 \}
                                         \therefore A = { 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11.....}
                                                                                                                                                                             \exists i, x \in A \setminus (A \setminus A)
                                     এবং B = \{ x : x < 12 \}
                                                                                                                                                                             \therefore A \subset A \setminus (A \setminus A)
                                         \therefore B = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11}
                                                                                                                                                                   সুতরাং A \setminus (A \setminus A) = A (দেখানো হলো)
এখন, A \cap B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, ....\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}
                                                                                                                                                         প্রশা ১০ ৷ দেখাও যে, A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)
                         = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}
                                                                                                                                                         সমাধান: কার্তেসীয় গুণজ সেটের সংজ্ঞানুসারে,
\therefore n(A \cap B) = 7 (Ans.)
                                                                                                                                                         A \times (B \cup C) = \{ (x, y) : x \in A, y \in (B \cup C) \}
      এবং A' = U - A
                                                                                                                                                                                       =\{(x,y):x\in A,y\in B অথবা y\in C\}
                      = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\} - \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}
                                                                                                                                                                                       = \{(x, y) : (x \in A, y \in B) অথবা (x \in A, y \in C)\}
                      = \{1, 2, 3, 4\}
                                                                                                                                                                                       = \{ (x, y) : (x, y) \in (A \times B) অথবা (x, y) \in (A \times C) \}
      \therefore n(A') = 4 (Ans.)
প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ যদি U = { x : x জোড় পূর্ণসংখ্যা }, A = { x : 3x ≥ 25} ⊂ U
                                                                                                                                                                                       = \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B) \cup (A \times C)\}
                                                                                                                                                                                       = (A \times B) \cup (A \times C)
এবং B = \{ x : 5x < 12 \} \subset U হয়, তাহলে n(A \cap B) এবং n(A' \cap B') এর
                                                                                                                                                          \therefore A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)
                                                                                                                                                         জাবার, (A \times B) \cup (A \times C) = \{(x, y) : (x, y) \in (A \times B)\}
সমাধান: দেওয়া আছে, U = { x : x জোড় পূর্ণ সংখ্যা}
                                                                                                                                                         অথবা, (x, y) \in (A \times C)
\therefore U= { ......, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, ..... }
                                                                                                                                                                    = \{ (x, y) : (x \in A, y \in B) অথবা (x \in A, y \in C) \}
     A = \{ x : 3x \ge 25 \}
                                                                                                                                                                   = \{ (x, y) : x \in A, y \in (B \cup C) \}
\therefore A = { 10, 12, 14, 16, 18, ......}
                                                                                                                                                                    = \{(x, y) : (x, y) \in A \times (B \cup C)\}
এবং B = { x : 5x < 12}
                                                                                                                                                          \therefore (A \times B) \cup (A \times C) \subset A \times (B \cup C)
B = \{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2\}
                                                                                                                                                          \therefore A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C) (দেখানো হলো)
A \cap B = \{10, 12, 14, 16, 18, \dots\} \cap \{\dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2\}
                                                                                                                                                         প্রশু 1 ১১ 1 যদি A \subset B এবং C \subset D হয়, তবে দেখাও যে,
                    = { }
                                                                                                                                                          (\mathbf{A} \times \mathbf{C}) \subset (\mathbf{B} \times \mathbf{D})
\therefore n(A \cap B) = 0 (Ans.)
                                                                                                                                                         সমাধান: মনে করি, (x, y) \in A \times C
আবার,
                      A' = U - A
                                                                                                                                                                              তাহলে x \in A এবং y \in C
                              = \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots \}
                                                                                          - { 10, 12, 14, 16, 18, .....}
                                                                                                                                                                                      বা, x \in B এবং y \in D [ :: A \subset B এবং C \subset D]
                              = \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8 \}
                                                                                                                                                                                     \overline{A}, (x, y) \in B \times D
              এবং B' = U - B
                                                                                                                                                                                      \therefore (A × C) \subset (B × D) (দেখানো হলো)
                              = \{ \dots, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots \}
                                                                                                                                                         প্রশা ১২ ৷ দেখাও যে, A = { 1, 2, 3, ......, n} এবং
                                                                                   -\{..., -8, -6, -4, -2, 0, 2\}
                                                                                                                                                         \mathbf{B} = \{\ 1, 2, 2^2, \dots, 2^{n-1}\} সেট দুইটি সমতুল।
                              = \{4, 6, 8, \dots \}
                                                                                                                                                         সমাধান : দেওয়া আছে, A = \{1, 2, 3, \dots, n\}
      A' \cap B' = \{ \dots, -8, -6, -4, \}
                                                                                                                                                                                              এবং B = \{1, 2, 2^2, \dots, 2^{n-1}\}
                                                                            -2, 0, 2, 4, 6, 8 \cap \{4, 6, 8, \dots \}
                              = \{ 4, 6, 8 \}
                                                                                                                                                         A \otimes B এর মধ্যে একটি এক–এক মিল নিচের চিত্রে দেখানো হলো :
\therefore n(A' \cap B') = 3 (Ans.)
                                                                                                                                                               A :
                                                                                                                                                                                   1,
                                                                                                                                                                                                      2..
                                                                                                                                                                                                                                ..... n
প্রশা ৯ ৷ দেখাও যে, (ক) A \setminus A = \phi (খ) A \setminus (A \setminus A) = A
                                                                                                                                                                                   \Diamond
                                                                                                                                                                                                      \Diamond
সমাধান:
                                                                                                                                                                                                                   2^{2},
(ক) মনে করি, x \in A \setminus A
                                                                                                                                                               B:
                                                                                                                                                                                                                                ..... 2^{n-1}
          তাহলে, x \in A এবং x \notin A
                                                                                                                                                         আমরা জানি, যেকোনো দুইটি সেটের মধ্যে যদি একটি এক–এক মিল বর্ণনা
                  বা, x ∈ ф
                                                                                                                                                          করা যায়, তবে ঐ সেট দুটি সমতুল।
                   \therefore A \setminus A \subset \phi
                                                                                                                                                         সুতরাং A ও B সেট দুইটি সমতুল। (দেখানো হলো)
         আবার, মনে করি, x \in \phi
                                                                                                                                                         প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ দেখাও যে, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সেট S = \{1,4,9,16,25,
          তাহলে, x \in A এবং x \notin A
                                                                                                                                                         36, .....} একটি অনন্ত সেট।
                  বা, x \in A \setminus A
                                                                                                                                                         সমাধান : দেওয়া আছে, স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সেট, S = \{1, 4, 9, 16, 25,
                   \therefore \phi \subset A \setminus A
                                                                                                                                                         = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, \dots, n^2, \dots, 
          সুতরাং A \setminus A = \phi (দেখানো হলো)
                                                                                                                                                         এখন স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N = \{1, 2, 3, ......n.
(খ) মনে করি, x \in A \setminus (A \setminus A)
                                                                                                                                                         N ও S এর মধ্যে একটি এক–এক মিল নিচে দেখানো হলো :
          তাহলে, x \in A এবং x \notin (A \setminus A)
                                                                                                                                                               N: 1,
                                                                                                                                                                                           2,
                                                                                                                                                                                                        3,
                                                                                                                                                                                                                       4.
                                                                                                                                                                                                                                        5,
                                                                                                                                                                                                                                                      6,
                                                                                                                                                                                                                                                                  .....n ......
                  বা, x \in A এবং x \notin \phi [ :: A \setminus A = \phi]
```

	\Diamond	\(\)	\(\psi \)	\(\)	\(\)		\$
S:	1.	4.	9.	16.	25.	36.	n ²

সূতরাং N ও S সমতুল। যেহেতু স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, N একটি অনন্ত সেট। সুতরাং আমরা বলতে পারি, S একটি অনন্ত সেট। **(দেখানো হলো**)

প্রশা ১৪ % প্রমাণ কর যে, $n(A)=P,\,n(B)=q$ এবং $(A\cap B)=\phi$ হলে, n $(A\cup B)=p+q$

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ প্রমাণ কর যে, A, B, C সান্ত সেট হলে,

 $n(A \cup B \cup C) = n \ (A) + n \ (B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n \ (C \cap A) + n \ (A \cap B \cap C) \mid$

커제석하 : 제মপব =
$$n(A \cup B \cup C)$$

= $n\{(A \cup B) \cup C\}$
= $\{n(A \cup B) + n(C) - n\{(A \cup B) \cap C\}$
[$\because n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$]
= $n(A) + n(B) - n(A \cap B) + n(C)$
- $n\{(A \cap C) \cup (B \cap C)\}$
= $n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - \{n(A \cap C) + n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)\}$
= $n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C)$
- $n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

= ডানপৰ **(প্ৰমাণিত**)

প্রশ্ন II ১৬ II যদি $A=\{a,b,x\}$ এবং $B=\{c,y\}$, সার্বিক সেট $U=\{a,b,c,x,y,z\}$ এর উপসেট হলে, যাচাই কর যে,

 $= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C)$

 $- n (C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$

- (a) (i) $A \subset B'$, (ii) $A \cup B' = B'$, (iii) $A' \cap B = B$
- (b) নির্ণয় কর : $(A \cap B) \cup (A \cap B')$

সমাধান : (a) (i) দেওয়া আছে, $A=\{a,\,b,\,x\}$, $B=\{\,\,c,\,y\}$

∴ A ⊂ B' (যাচাই করা হলো)

- (ii) এখানে $A \cup B' = \{ a, b, x \} \cup \{ a, b, x, z \}$ [(i) হতে] $= \{ a, b, x, z \}$
 - $\therefore A \cup B' = B'$ (যাচাই করা হলো)
- (iii) A' = U A $= \{ a, b, c, x, y, z \} \{ a, b, x \} = \{ c, y, z \}$ এখন , $A' \cap B = \{ c, y, z \} \cap \{ c, y \} = \{ c, y \} = B$ $\therefore A' \cap B = B$ (যাচাই করা হলো)
- (b) দেওয়া আছে, $A = \{\; a,b,x\};\, B = \{\; c,y\}$ এবং $U = \{a,b,c,x,y,z\}$

(a) i ইইতে
$$B' = \{a, b, x, z\}$$

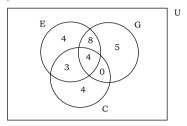
$$(A \cap B) = \{a, b, x\} \cap \{c, y\} = \emptyset$$
এবং $A \cap B' = \{a, b, x\} \cap \{a, b, x, z\} = \{a, b, x\}$

$$\therefore (A \cap B) \cup (A \cap B') = \emptyset \cup \{a, b, x\} = \{a, b, x\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ কোনো শ্রেণির 30 জন শিবার্থীর মধ্যে 19 জন অর্থনীতি, 17 জন ভূগোল, 11 জন পৌরনীতি, 12 জন অর্থনীতি ও ভূগোল, 4 জন পৌরনীতি ও

ভূগোল, 7 জন অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং 5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে। কতজন শিৰার্থী তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি?

[5 জন তিনটি বিষয়ই নিয়েছে এর স্থালে 4 জন তিনটি বিষয় নিয়েছে হবে]
সমাধান: মনে করি, ঐ শ্রেণির সকল শিবার্থীর সেট U, যেসব ছাত্র অর্থনীতি
নিয়েছে তাদের সেট E, যারা ভূগোল নিয়েছে তাদের সেট G এবং যারা পৌরনীতি
নিয়েছে তাদের সেট C।
তাহলে, প্রশ্নানুসারে,



 $n(U)=30, \ n\ (E)=19, \ n\ (G)=17, \ n(C)=11, \ n\ (E\ \cap\ G)=12,$ $n\ (C\cap G)=4, \ n\ (E\cap C)=7$ এবং $n(E\cap G\cap C)=4$ তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি এমন শিবার্থীর সংখ্যা

$$= n(U) - n(E \cup G \cup C)$$

এখন,
$$n (E \cup G \cup C) = n (E) + n (G) + n (C) - n (E \cap G)$$

- $n (E \cap C) - n (C \cap G) + n (E \cap G \cap C)$
= $19 + 17 + 11 - 12 - 7 - 4 + 4$
= $47 - 19 = 28$

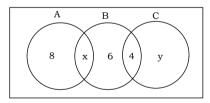
∴ তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি এমন শিৰাৰ্থীর সংখ্যা

$$= n (U) - n (E \cup G \cup C) = 30 - 28 = 2$$

সুতরাং 2 জন শিৰার্থী তিনটি বিষয়ের কোনোটিই নেয়নি। (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A,B,C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।

- (a) যদি $n(A \cap B) = n \ (B \cap C)$ হয়, তবে x এর মান নির্ণয় কর।
- (b) যদি $n\left(B\cap C'\right)=n\left(A'\cap C\right)$ হয়, তবে y এর মান নির্ণয় কর।
- (c) n (U) এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান: প্রদত্ত ভেনচিত্র:

- (a) দেওয়া আছে, $n(A\cap B)=n\ (B\cap C)$ প্রদন্ত ভেনচিত্র অনুসারে $n\ (A\cap B)=x$ এবং $n\ (B\cap C)=4$ $\therefore x=4\ (\textbf{Ans.})$
- (b) দেওয়া আছে, $n(B\cap C')=n$ $(A'\cap C)$ প্রদত্ত ভেনচিত্র অনুসারে, n $(B\cap C')=x+6$ n $(A'\cap C)=4+y$

এখন x + 6 = 4 + y
বা, 4 + 6 − 4 = y [(a) হতে x = 4 বসিয়ে]
∴ y = 6 (Ans.)

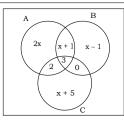
(c) ভেনচিত্র অনুসারে, n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y

=8+4+6+4+6=28 (Ans.) প্রশ্ন ॥ ১৯ ॥ যদি n (U) = 50 হয়, তবে ভেনচিত্রে A, B, C সেটের উপাদানগুলো এমনভাবে দেওয়া আছে যেন , $U=A\cup B\cup C$

যদি n (U) = 50 হয়, তবে-

- (a) x এর মান নির্ণয় কর।
- (b) n(B∩ C') এবং n (A' ∩ B) এর মান নির্ণয় কর।

(c) $n(A \cap B \cap C')$ এর মান নির্ণয় কর।



সমাধান:

(a) দেওয়া আছে, n(U) = 50

ভেনচিত্র থেকে পাই,
$$2x+x+1+x-1+2+3+0+x+5=50$$
 বা, $5x+10=50$ বা, $5x=50-10$ বা, $x=\frac{40}{5}=8$ (Ans.)

(b)



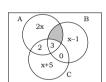
ভেনচিত্র থেকে পাই, $n (B \cap C') = x + 1 + x - 1$

=
$$2x = 2 \times 8 [: x = 8]$$

= $16 (Ans.)$

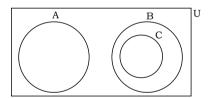
এবং $n(A' \cap B) = x - 1 + 0 = x - 1 = 8 - 1 = 7$ (Ans.)

(c)



এখানে, n (A \cap B \cap C') = x + 1 [ভেনচিত্র থেকে] = 8 + 1 = 9 (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ২০ ॥ তিনটি সেট A,B এবং C এমনভাবে দেওয়া আছে যেন , $A\cap B=\phi$, $A\cap C=\phi$ এবং $C\subseteq B$ ভেনচিত্র অজ্জন করে সেটগুলোর ব্যাখ্যা দাও : সমাধান :



 $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \phi$, ব্যাখ্যা : সেট \mathbf{A} এবং সেট \mathbf{B} এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই । সুতরাং \mathbf{A} ও \mathbf{B} নিম্ছেদ সেট ।

 $\mathbf{A} \cap \mathbf{C} = \pmb{\phi}$, ব্যাখ্যা : সেট \mathbf{A} এবং সেট \mathbf{C} এর মধ্যে কোনো সাধারণ উপাদান নাই। সুতরাং \mathbf{A} ও \mathbf{C} নিম্ছেদ সেট

 $\mathbf{C} \subseteq \mathbf{B}$, ব্যাখ্যা : সেট \mathbf{C} এবং সেট \mathbf{B} এর মধ্যে সাধারণ উপাদান আছে। \mathbf{C} সেটের প্রত্যেকটি উপাদান \mathbf{B} সেটের অন্তর্ভুক্ত।

প্রশ্ন ॥ ২১ ॥ দেওয়া আছে $A=\{x:2< x\leq 5, x\in R\}$ এবং $B=\{x:1\leq x<3, x\in R\}$ এবং $C=\{2,4,5\}$ নিম্নের সেটগুলো সেট গঠন পন্ধতিতে প্রকাশ কর :

 $(a) A \cap B$ $(b) A' \cap B'$ এবং $(c) A' \cup B$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{ x : 2 < x \le 5, x \in R \}$

$$B = \{ \ x : 1 \le x < 3, \, x \in R \}$$
 এবং $C = \{ \ 2, \, 4, \, 5 \}$

(a) $A \cap B = \{ x : 2 < x \le 5, x \in R \} \cap \{ x : 1 \le x < 3, x \in R \}$ = $\{ x : 2 < x < 3, x \in R \}$ (b) এখানে, U=R

$$\therefore A \cup B = \{ x : 2 < x \le 5, x \in R \} \cup \{ x : 1 \le x < 3, x \in R \}$$
$$= \{ x : 1 \le x \le 5, x \in R \}$$

দ্য মরগ্যানের সূত্রানুসারে,

$$A' \cap B' = (A \cup B)' = U - (A \cup B)$$

$$= R - \{ x : 1 \le x \le 5 ; x \in R \}$$

$$= \{ x : x < 1$$
 অথবা $x > 5, x \in R \}$

(c) এখানে, U = R

প্রশ্ন ॥ ২২ ॥ দেওয়া আছে $U=\{\ x:x<10,x\in R\},\ A=\{\ x:1< x\le 4\}$ এবং $B=\{\ x:3\le x<6\}.$ নিচের সেটগুলো সেট গঠন পাশ্বতিতে প্রকাশ কর :

দেওয়া আছে, $U=\{\ x:x<10,x\in R\}$

$$A = \{ x : 1 < x \le 4 \}$$
$$B = \{ x : 3 \le x < 6 \}$$

- (a) $A \cap B = \{x : 1 < x \le 4\} \cap \{x : 3 \le x < 6\} = \{x : 3 \le x \le 4\}$
- \therefore A' \cap B = { x : x \le 1 অথবা 4 < x < 10} \cap { x : 3 \le x < 6} = { x : 4 < x < 6, x \in R}
- (c) $A \cap B'$

$$A \cap B' = \{ x : 1 < x \le 4 \} \cap \{ x : x < 3$$
 অথবা $6 \le x < 10 \}$
= $\{ x : 1 < x < 3, x \in R \}$

- (d) $A' \cap B'$
 - (b) থেকে পাই, $A' = \{ x : x \le 1$ অথবা $4 < x < 10 \}$
 - (c) থেকে পাই, $B' = \{ x : x < 3$ অথবা $6 \le x < 10 \}$
 - \therefore $A'\cap B'=\{\ x\colon x\le 1$ অথবা $4< x<10\} \cap \{x\colon x<3$ অথবা $6\le x<10\}$

 $= \{ \ x : x \le 1$ অথবা $6 \le x < 10, x \in R \}$

প্রশ্ন ॥ ২৩ ॥ নিম্নে A ও B সেট দেওয়া আছে। প্রতিবেত্তে $A \cup B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$

- (i) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ $4 = \{-3, 0, 3\}$
- (ii) A = { x : x ∈ N, x < 10 এবং x, 2 এর গুণিতক }

এবং B = { x : x ∈ N, x < 10 এবং x, 3 এর গুণিতক}

সমাধান:

(i) দেওয়া আছে,
$$A=\{-2,-1,0,1,2\}$$
 এবং $B=\{-3,0,3\}$
$$\therefore A\cup B=\{-2,-1,0,1,2\}\cup\{-3,0,3\}$$

$$=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$$

A এবং B এর সকল উপাদান $(A \cup B)$ এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে। অতএব , $A \subset (A \cup B)$ এবং $B \subset (A \cup B)$ (যাচাই করা হলো)

(ii) দেওয়া আছে, $A = \{ x : x \in \mathbb{N}, x < 10 \text{ এবং } x, 2 \text{ এর গুণিতক} \}$

$$\therefore$$
 A = { 2, 4, 6, 8}

এবং $B = \{ x : x \in N, x < 10$ এবং x, 3 এর গুণিতক $\}$

$$\therefore B = \{3, 6, 9\}$$

 $\therefore A \cup B = \{ 2, 3, 4, 6, 8, 9 \}$

A এবং B এর সকল উপাদান (A∪B) এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত আছে। সুতরাং A⊂(A∪B) এবং B⊂(A∪B). **(যাচাই করা হলো)**

প্রশ্ন ॥ ২৪ ॥ নিম্নের সেটগুলো ব্যবহার করে $A\cap B$ নির্ণয় কর এবং যাচাই কর যে, $(A\cap B)\subset A$ এবং $(A\cap B)\subset B$

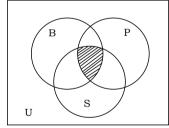
- (i) $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}, B = \{-1, 0, 2\}$
- (ii) $A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, x, c, y\}$

সমাধান :

- (i) দেওয়া আছে, $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}, B = \{-1, 0, 2\}$ $\therefore A \cap B = \{0, 1, 2, 3, 5\} \cap \{-1, 0, 2\} = \{0, 2\}$ $A \cap B$ সেটের সকল উপাদান A এবং B সেটে অন্তর্ভুক্ত আছে। সুতরাং $(A \cap B) \subset A$ এবং $(A \cap B) \subset B$ (যাচাই করা হলো)
- (ii) দেওয়া আছে, A = { a, b, c, d}, B = {b, x, c, y}
 ∴ A ∩ B = { a, b, c, d} ∩ { b, x, c, y} = { b, c}
 A ∩ B সেটের সকল উপাদান A এবং B সেটের অন্তর্ভুক্ত আছে।
 অতএব, (A ∩ B) ⊂ A এবং (A ∩ B) ⊂ B. (যাচাই করা হলো)

প্রশ্ন । ২৫ । আনোয়ারা মহাবিদ্যালয়ের ছাত্রীদের মধ্যে বিচিত্রা, সন্ধানী ও পূর্বাণী পত্রিকার পাঠ্যভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীবায় দেখা গেল 60% ছাত্রী বিচিত্রা, 50% ছাত্রী সন্ধানী, 50% ছাত্রী পূর্বাণী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও সন্ধানী, 30% ছাত্রী বিচিত্রা ও পূর্বাণী, 20% ছাত্রী সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং 10% ছাত্রী তিনটি পত্রিকাই পডে।

- (i) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনোটিই পড়ে না?
- (ii) শতকরা কতজন ছাত্রী উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে ? Arr Nমাধান : মনে করি, সকল ছাত্রীর সেট Arr U; বিচিত্রা পড়া ছাত্রীদের সেট Arr B; সন্ধানী পড়া ছাত্রীদের সেট Arr S এবং পূর্বাণী পড়া ছাত্রীদের সেট Arr P



- (i) তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিৰার্থীর সংখ্যা
 - = $n(B \cup P \cup S)$

∴
$$n(B \cup P \cup S) = n (B) + n (P) + n (S) - n (B \cap P)$$

 $- n (P \cap S) - n (S \cap B) + n (B \cap P \cap S)$
 $= 60 + 50 + 50 - 30 - 30 - 20 + 10$
 $= 170 - 80 = 90$

∴ কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রী সংখ্যা,

=
$$n(U) - n (B \cup P \cup S)$$

= $(100 - 90) = 10$

- ∴ শতকরা 10 জন ছাত্রী কোনো পত্রিকাই পড়ে না। (Ans.)
- (ii) শুধু বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

=
$$n (B \cap P) - n (B \cap P \cap S) = 30 - 10 = 20$$

শুধু বিচিত্রা ও সন্ধানী পড়ে এমন ছাত্রীর সংখ্যা

$$= n (B \cap S) - n (B \cap P \cap S) = 30 - 10 = 20$$

শুধু পূর্বাণী ও সন্ধানী পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীসংখ্যা

$$= n (P \cap S) - n (B \cap P \cap S) = 20 - 10 = 10$$

∴ কেবল দুটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রীসংখ্যা

$$=20+20+10=50$$

∴ শতকরা 50 জন ছাত্রী দুটি পত্রিকা পড়ে। (Ans.)

প্রশা ম ২৬ ম
$$\mathbf{A} = \{ \ x : x \in \mathbf{R} \ \text{এবং } x^2 - (a+b) \ x + ab = 0 \}$$

- ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।
- খ. দেখাও যে, $P\left(B\cap C\right)=P\left(B\right)\cap P\left(C\right)$
- গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $A=\{\ x:x\in R\ \mbox{ এবং }x^2-(a+b)\ x+ab=0\}$

এখন,
$$x^2 - (a + b) x + ab = 0$$

বা,
$$x^2 - ax - bx + ab = 0$$

বা,
$$x(x-a) - b(x-a) = 0$$

বা,
$$(x - a)(x - b) = 0$$

- ∴ x = a অথবা x = b
- ∴ A সেটের উপাদানসমূহ হলো a, b
- খ. দেওয়া আছে, $B = \{1, 2\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

$$B \cap C = \{1, 2\} \cap \{2, 4, 5\} = \{2\}$$

$$\therefore P(B \cap C) = \{ \{ 2 \}, \Phi \}$$

আবার, $B = \{1, 2\}$

$$P(B) = \{ \{ 1, 2 \}, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \Phi \}$$

এবং
$$C = \{ 2, 4, 5 \}$$

$$P(C) = \{\{2,4,5\}, \{2,4\}, \{4,5\}, \{2,5\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \Phi\}\}$$

$$\therefore P(B) \cap P(C) = \{\{\ 2\}\ \Phi\}$$

সুতরাং $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ (দেখানো হলো)

(গ) এখানে,
$$(B \cup C) = \{1, 2\} \cup \{2, 4, 5\} = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$\therefore$$
 বামপৰ = A × (B \cup C) = { a, b} × { 1, 2, 4, 5}
= { (a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5),

(b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5)

আবার,
$$(A \times B) = \{a, b\} \times \{1, 2\}$$

$$= \{ (a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2) \}$$

এবং
$$A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$$

$$= \{ (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5) \}$$

$$\therefore$$
 ডানপৰ = $(A \times B) \cup (A \times C)$

$$= \{ (a, 1), (a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 1), (b, 2), (b, 4), (b, 5) \}$$

∴ বামপৰ = ডানপৰ

অর্থাৎ
$$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$
 (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ২৭ ॥ একটি শ্রেণির 100 জন ছাত্রের মধ্যে 42 জন ফুটবল, 46 জন ক্রিকেট এবং 39 জন হকি খেলে। এদের মধ্যে 13 জন ফুটবল ও ক্রিকেট, 14 জন ক্রিকেট ও হকি এবং 12 জন ফুটবল ও হকি খেলতে পারে। এছাড়া 7 জন কোনো খেলায় পারদর্শী নয়—

- ক. উলিরখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট এবং কোনো খেলায় পারদর্শী নয় এমন ছাত্রদের সেট ভেনচিত্রে দেখাও।
- খ. কতজন ছাত্র উলিরখিত তিনটি খেলায় পারদর্শী তা নির্ণয় কর।
- গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এবং কতজন অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী ?

সমাধান :

ক. মনে করি, ঐ শ্রেণির ছাত্রদের সেট U, এবং ছাত্রদের মধ্যে যারা ফুটবল খেলতে পারদর্শী তাদের সেট F, যারা ক্রিকেট খেলতে পারদর্শী তাদের সেট C ও যারা হকি খেলতে পারদর্শী তাদের সেট H তাহলে প্রশ্নানুসারে, n (U) =

100, n (F) = 42, n (C) = 46, n (H) = 39, n (F ∩ C) = 13, n(C ∩ H) । গ. অম্তত দটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট = 14, n (F \cap H) = 12, n (F \cup C \cup H)' = 7 $= (F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)$ [ভেনচিত্র হতে] এবং অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট = $F \cup C \cup H$. ∴ অন্তত দুইটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা $= n [(F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)]$ $= n (F \cap C) + n (C \cap H) + n (F \cap H) - n[(F \cap C) \cap (C \cap H)] - n$ $[(C \cap H) \cap (F \cap H)] - n[(F \cap H) \cap (F \cap C)] \ + n \ [(F \cap C) \cap$ ভেনচিত্র $(C \cap H) \cap (F \cap H)$ = 13 + 14 + 12 - 5 - 5 - 5 + 5 = 29 (Ans.) খ. তিনটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট $(F \cap C \cap H)$ আবার, অন্তত একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সেট আমরা জানি, $n(F \cup C \cup H)' = n(U) - n(F \cup C \cup H)$ = $n (F \cup C \cup H)$ \P , $n(F \cup C \cup H) = n(U) - n(F \cup C \cup H)'$ $=n(F)+n\ (C)+n\ (H)-n\ (F\cap C)-n\ (C\cap H)-n\quad (H\cap F)\ +n$ =100-7=93 $(F \cap C \cap H)$ এখন, $n(F \cup C \cup H) = n(F) + n(C) + n(H) - n(F \cap C) - n(C \cap H)$ =42+46+39-13-14-12+5=93 $-n(H \cap F) + n(F \cap C \cap H)$ ∴কেবলমাত্র একটি খেলায় পারদর্শী এমন ছাত্রদের সংখ্যা $\sqrt{9} = 42 + 46 + 39 - 13 - 14 - 12 + n \quad (F \cap C \cap H)$ $= n (F \cup C \cup H) - n [(F \cap C) \cup (C \cap H) \cup (F \cap H)]$ = 93 - 29 = 64 (Ans.) \therefore n (F \cap C \cap H) = 5 ∴ তিনটি খেলায় পারদর্শী ছাত্রদের সংখ্যা 5 জন। (Ans.) গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর A সেটটির উপাদান সংখ্যা 3 হলে, তার প্রকৃত উপসেট সংখ্যা কত? $\uparrow \uparrow \uparrow$ **@** 8 **旬**9 A: 2, 4, 6,2n,.... A, B ও C যেকোনো সেট হলে, নিচের কোনটি বণ্টন নিয়ম? N ও A কোন ধরনের সেট? $A \cup B = B \cup A$ সমতুল সেট প্রসমান সেট $\textcircled{3} A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ ল) সংযোগ সেট থ্য অনন্ত সেট $\bullet \ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ১২. যদি $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{2, 3, 4\}$ হলে $P(A \cap B)$ এর মান কত অনন্ত সেট নিচের কোনটি? হবে? **(a)** (1, 2, 3,40) **3** {3, 4, 7} \bullet { ϕ , {2}, {3}, {2, 3}} $\{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{2, 3\} \}$ স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $\{x \in N : 2 < x < 12\}$ $\{\phi, \{3\}, \{4\}, \{3, 4\}\}$ $\{ \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\} \}$ $A \cap B = B$ এবং $A \neq B$ হলে কোনটি সঠিক? ১৩. A ও B সেটদ্বয় নিম্ছেদ সেট হলে $A \cap B$ এর মান কত? \bigcirc A \subset B \bullet B \subset A (4) B **(a)** B ⊄ A ১৪. $A = \{a, b, c, d, e\}$ হলে, $n(A) = \overline{\Phi}$? Œ. যদি $4^x = 16$ হয়, তবে x = 7ত? **(1) എ** 25 **旬** 32 **(4)** 4 2 **@** 8 **(9)** 16 ১৫. $B \in P(A)$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? $A = \{a, b, c, d\}$ হলে, P(A) এর উপাদান সংখ্যা কত? \bullet B \subset A (1) B ⊄ A **3** 8 16 **3**2 $\mathfrak{G} B = A$ ٩. A', A সেটের পূরক সেট হলে, $A \cap A' = \overline{\Phi}$? ১৬. যদি $S = \{x : x \in R \text{ এবং } x(x-2) = x^2 - 2x\}$ হয়, তবে কোনটি (1) A 旬 A' সঠিক? বাস্তব সংখ্যা, স্বাভাবিক সংখ্যা, পূর্ণসংখ্যা এবং মূলদ সংখ্যার সেট **⑥** S = N \bullet S = R $\mathfrak{g} S = Z$ যথাক্রমে R, N, Z এবং Q হলে, কোন সম্পর্কটি সঠিক? ١٩. \bigcirc $\mathbb{Z} \subset \mathbb{O} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ \bigcirc $N \subset R \subset Q \subset Z$ $\bullet \ N \subset Z \subset Q \subset R$ যদি n(A)=3, n(B)=4 এবং $A\cap B=\phi$ হয়, তবে $n(A\cup B)=$ কত १ **⊚** 6 চিত্ৰ অনুযায়ী image set কোনটি? **1** 8 **12** ১০. সার্বিক সেট \mathbf{U} এর যেকোনো উপসেট \mathbf{A} হলে, $(\mathbf{A}')'$ = কত ? 6 {1, 2, 3} 9 {2, 3, 5} 6 {3, 4, 5} 9 {1, 3, 5} ⊕ U **③** U\A ১৮. $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{4, 5, 6\}$ হলে— 33. $i. A \cup B = \{x : x \in N$ এবং $x < 7\}$ N: 1, 2, 3,n,.... ii. $A \cap B = \varphi$ iii. $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

৬.

	নবম–দশম শ্রেণি :	: উচ্চত	র গণিত ▶ ৮
	নিচের কোনটি সঠিক?		ⓐ {a, 0, b} ③ {a, b} ⑥ {0} ● {}
	⊕ i ♥ ii ⊕ ii ♥ iii ⊕ i, ii ♥ iii		যদি U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, A = {1, 3, 5}, B = {2, 4, 6} হলে A'
১৯.	A ⊂ B হলে —		∩ B' = কোনটি ?
	i. $A \cup B = B$		③ {3} ③ {2} ⑤ {1,2} ● ♦
	ii. $B \setminus A = \phi$	٥٥.	কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে 50 জন বাংলা, 20 জন ইংরেজি এবং 10 জন
	iii. $A \cap B = A$		বাংলা ও ইংরেজি বলতে পারে। দুইটি ভাষার অন্তত একাট ভাষা কত
	নিচের কোনটি সঠিক?		জন বলতে পারে?
	⊕ i ♥ ii		
२०.	$\mathbf{n}(\mathbf{A}) = \mathbf{n}(\mathbf{B})$ হলে—	৩২.	$S = \{(1,5), (2,10), (5,3), (3,4)\}$ হলে , $S^{-1}\text{এর ডোমেন কোনটি ?}$
	i. A ও B সাম্ভ সেট		• $\{1, 2, 5, 3\}$ • $\{5, 10, 3, 4\}$ • $\{1, 5, 4\}$ • $\{5, 3, 4\}$
	ii. А ও В সেটদ্বয়ের উপসেটের সংখ্যা সমান	೨೦.	$A = \{0, 1, 2, 3,5\}$ এবং $B = \{-1, 0, 2\}$ হলে $A - B = ?$
	iii. А ও В সমতুল সেট		$\textcircled{3}$ {2} $\textcircled{3}$ {0, 2,-1} $\textcircled{1}$ {1, 3, 2} $\textcircled{1}$ {1, 3, 5}
	নিচের কোনটি সঠিক?	৩৪.	[1, 2, 3
			2, 4, 62n
	যেকোনো সার্বিক সেট ∪ এর জন্য—		 সমতুল সেট সংযোগ সেট
₹2.			 অনন্ত সেট ত্র নিশ্ছেদ সেট ত্র
	i. $A \setminus A = \varphi$ ii. $A \setminus (A \setminus A) = A$	૭૯.	B = {1, 2, 3, 4} প্রকাশের পদ্ধতি কোনটি?
	iii. $A\setminus (A\setminus A) = \Phi$		 বর্ণনা পদ্ধতি তালিকা পদ্ধতি
	নিচের কোনটি সঠিক?		 প্রেস্টার পদ্ধতি রাস্টার পদ্ধতি
	● i ଓ ii	৩৬.	\mathbf{A} ও \mathbf{B} সমতুল সেট এবং \mathbf{B} ও \mathbf{C} সমতুল সেট হলে নিচের কোনটি
১২.	সার্বিক সেট $U = \{x \in Z : 0 < x \le 10\}$ এর দুইটি উপসেট $A = \{x \in X : 0 < x \le 10\}$		সঠিক?
	Z:3 < x ≤ 10) এবং B = {x ∈ Z:0 < x < 7} হলে—		$\textcircled{6}$ A, C এর উপসেট $\textcircled{0}$ A \neq C
	 i. A'⊆B 		● A ও B সমতুল সেট
	ii. B' ⊄ A	৩৭.	${f A}$ ও ${f B}$ যেকোনো সেটের জন্য নিচের কোনটি সত্য ?
	iii. A ⊄ B		
	নিচের কোনটি সঠিক?		
	③ i ଓ ii ● i ଓ iii ⑤ ii ଓ iii ⑤ i, ii ଓ iii	৩৮.	
નેતા	র তথ্যের আলোকে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :		A B
	A B C		
	A		ভেনচিত্রের রেখার্থকিত অংশ কোন সেট নির্দেশ করে ?
	$\left \left(6 \left(x \right) 3 \left(y \right) 8 \right) \right $		
		৩৯.	যদি U সঠিক সেট হয়, তবে p সেটের পুরক সেট p' এর জন্য নিচের
ভনা	চিত্রে সার্বিক সেট U এর প্রতিটি উপসেটের উপাদান সংখ্যা দেখানো হলো।		কোনটি সঠিক? [ক্যাণ্টনমেন্ট পর্বলিক স্কুল, জাহানাবাদ, খুলনা]
	$A \cup B \cup C$.		③ $p' = \{ x : x ∈ p, x ∈ U \}$ ● $p' = \{ x : x ∉ p, x ∈ U \}$
	n(B) = n(c) হলে x এর মান কত?		
	● 5 ③ 6 ⑤ 4 ⑤ 11	80.	বাস্তব সংখ্যার সেটকে কী ঘারা প্রকাশ করা হয় ?
₹8.	$n(B \cap C) = n(A \cap B')$ হলে, y এর মান কত?		③ N
	③ −6 ③ −5 ⑤ 5 ● 6	85.	A ∩ B = B এবং A, B সমান না হলে নিচের কোনটি সঠিক?
₹ ¢ .	${ m A} = \{ x \in { m N} : 6 < 2x < 17 \; \}$ সেটটির ${ m P}({ m A})$ এর উপাদান সংখ্যা কত ?	8२.	${f A} \cup {f B} = \phi$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
	3 2 2 2 3 2 4 4 5 5 5 9 2 4 1		\textcircled{a} A = \diamondsuit , B = U \textcircled{a} A = \diamondsuit , B = \diamondsuit
২৬.	A = {1} হলে, A এর প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা কত?		
		Qie	$\mathbf{A} \cup \phi = \mathbf{U}$ হবে যদি–
ং৭.	A এর প্রকৃত উপসেট B হলে, কোনটি সঠিক?	00.	·
			$\bullet A = U \textcircled{3} A \subset U \qquad \textcircled{3} A = \varphi \textcircled{3} A' = U - A$
	A ~ B ঘারা কী বুঝায়?	88.	$A \cup \phi = \phi$ হবে যদি—
	📾 A ও B সেটের বিয়োগফল 🔞 A ও B সমতল সেট		$\bigcirc A = U$ $\bigcirc U \subset A$

8৫. x = (a, b, c, d) হলে, X এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?

 \bullet A = ϕ

২৯. $A = \{ a, b \}, B = \{ 0 \}$ হলে $A \cap B = \overline{\bullet}$ ত?

 $P = \{x : x \le 3\}$

৭১. P' এর বেত্রে নিচের কোনটি সঠিক?

• $P' = \{x : 5x > 16\}$

৭২. P এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?

6

(1) 9

গুরুত্বপূর্ণ সজনশীল প্রশু ও সমাধান

{2, 4, 5} (직খানে a, b ∈ R.



ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, $P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$.

গ. প্রমাণ কর যে, $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

🕨 🕯 ১ নং প্রশ্রের সমাধান 🌬

A -তে প্রদত্ত সমীকরণ

 $x^2 - (a + b) x + ab = 0$

বা, x(x-a) - b(x-a) = 0

হয়, x - a = 0 অথবা x - b = 0

 $\therefore x = b$

∴ A সেটের উপাদানসমূহ a এবং b (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $B = \{2, 3\}$ এবং $C = \{2, 4, 5\}$

 $B \cap C = \{2, 3\} \cap \{2, 4, 5\} = \{2\}$

এখন, $P(B \cap C) = \{\{2\}, \phi\}$

আবার, P(B) = {{2, 3}, {2}, {3}, ф}

এবং $P(C) = \{\{2, 4, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{4, 5\}, \{2\}, \{4\}, \{5\}, \phi\}$

 $P(B) \cap P(C) = \{\{2\}, \emptyset\}$

 $\therefore P(B \cap C) = P(B) \cap P(C)$ (দেখানো হলো)

গ. এখানে, B \cup C = {2, 3} \cup {2, 4, 5} = {2, 3, 4, 5}

 $A \times (B \cup C) = \{a, b\} \times \{2, 3, 4, 5\}$ $= \{(a, 2) (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3),$

আবার, $A \times B = \{a, b\} \times \{2, 3\}$

 $= \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\}$

এবং $A \times C = \{a, b\} \times \{2, 4, 5\}$

 $= \{(a, 2), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)\}$

 $(A \times B) \cup (A \times C) = \{(a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 3)\} \cup \{(a, 2), (a, 4), (a,$ 5), (b, 2), (b, 4), (b, 5)}

 $= \{a, 2\}, (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 4), (b, 5), (b, 6), (b$ 4), (b, 5)

(b, 4), (b, 5)

 \therefore A × (B \cup C) = (A × B) \cup (A × C) (প্রমাণিত)

প্রান্থ $\mathbf{A} = \{ \mathbf{x} : \mathbf{x} \in \mathbb{R} \text{ এবং } \mathbf{x}^2 - 9\mathbf{x} + 20 = 0 \}$

 $B = \{5, 6\}$ এবং $C = \{x : x \text{ মৌলক সংখ্যা এবং } 6 \le x \le 12\}.$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. P(B∪C) এর উপাদান সংখ্যা কত **লে**খ।

গ. প্রমাণ কর যে, $P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$.

🕨 🕯 ২নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে,

 $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ এবং } x^2 - 9x + 20 = 0\}$

A- তে প্রদত্ত সমীকরণ, $x^2 - 9x + 20 = 0$

$$\boxed{4}, x^2 - 4x - 5x + 20 = 0$$

বা,
$$x(x-4) - 5(x-4) = 0$$

1 8

$$\overline{1}$$
, $(x-4)(x-5)=0$

 \therefore A = {x : x ∈ ℝ এবং x = 4, 5}

তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে, $A = \{4,5\}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, B = {5, 6}

এবং $C = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $6 < x < 12\}$

6 থেকে 12 মাঝে মৌলিক সংখ্যা 7 এবং 11

C এর তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ, C= {7, 11}

 $B \cup C = \{5, 6\} \cup \{7, 11\} = \{5, 6, 7, 11\}$

 $B \cup C$ এর উপাদান সংখ্যা, n = 4

∴ $P(B \cup C)$ এর উপাদান সংখ্যা = $2^n = 2^4 = 16$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $B = \{5, 6\}$

'ক' হতে পাই, A = {4,5}

 $P(A) = \{\{4\}, \{5\}, \{4, 5\}, \emptyset\}$

 $P(B) = \{\{5\}, \{6\}, \{5, 6\}, \phi\}$

 $\therefore P(A) \cap P(B) = \{\{5\}, \phi\}$

আবার, $A \cup B = \{4, 5\} \cup \{5, 6\} = \{4, 5, 6\}$

 $P(A \cup B) = \{\{4\}, \{5\}, \{6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \emptyset\}$

 $\therefore P(A) \cap P(B) \neq P(A \cup B)$ (প্রমাণিত)

থমু−০ ▶ চউগ্রাম মহানগরের একটি বিদ্যালয়ের দশম শ্রেণির 100 জন শিক্ষার্থীদের উপর পরিচালিত এক জরিপে জানা যায় 40 জন দৈনিক প্রথম আলো. 32 জন ডেইলী স্টার, 28 জন দৈনিক আজাদী, 10 জন দৈনিক প্রথম আলো ও ডেইলী স্টার, ৪ জন ডেইলি স্টার ও দৈনিক আজাদী, 5 জন প্রথম আলো ও দৈনিক আজাদী এবং 3 জন তিনটি পত্ৰিকাই পড়ে।



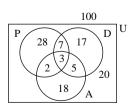
ক. তথ্যগুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন কর।

8

খ. কতজন শিক্ষার্থী পত্রিকা তিনটির একটিও পড়ে না?

গ. কতজন শিক্ষাৰ্থী কেবলমাত্ৰ দুইটি পত্ৰিকা পড়ে?

🕨 🗸 ৩নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻



ধরি, U = সকল শিৰাথীর সেট

P = যারা প্রথম আলো পডে তাদের সেট

D = যারা ডেইলি স্টার পড়ে তাদের সেট

A = যারা দৈনিক আজাদী পড়ে তাদের সেট

 $n(U) = 100, n(P) = 40, n(D) = 32, n(A) = 28, n(P \cap D) = 10, n(D)$ গ. তিনটি পত্ৰিকাই পড়ে এমন শিৰাধীর সেট = $(P \cap D \cap A)$ (-A) = 8, n $(P \cap A) = 5$, n $(P \cap D \cap A) = 3$

খ. শেণির সকল শিৰাথীর সেট U

তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পড়ে এমন শিৰাথীর

সেট = $(P \cup D \cup A)$

- ∴ তিনটি পত্রিকার একটিও পড়ে না এমন শিৰাথীর সংখ্যা
- $= n(U) n(P \cup D \cup A)$
- $= n(U) [n(P) + n(D) + n(A) n(P \cap D) n(D \cap A) n(P \cap A)$ $+ n(P \cap D \cap A)$
- = 100 [40 + 32 + 28 10 8 5 + 3]
- =100-80=20
- ∴ 20 জন শিৰাৰ্থী পত্ৰিকা তিনটির একটিও পড়ে না। (Ans.)

역학-8 > U { x : x ∈ Z⁺, 1 ≤ x ≤ 20},

 $A = \{x : x, 2$ এর গুণিতক $\}$

B = {x : x, 5 এর গুণিতক}

এবং $C = \{x : x, 10 এর গুণিতক\}$

- ক. উদ্দীপকের সেটগুলো কোন পদ্ধতিতে প্রকাশ করা
- খ. সেটগুলো তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
- গ. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে $C \subset A$, $B \subset A$ এবং $C \subset B$ এর সত্য বা মিথ্যা যাচাই কর।

🕨 ४ ৪ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

- ক. উদ্দীপকের সেটগুলো সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ করা **হ**য়েছে।
- খ. দেওয়া আছে, $U = \{x : x \in Z^+, 1 \le x \le 20, \}$

= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, | খ. ধরি, $x \in (A \cup B \cup C)'$ 16, 17, 18, 19, 20}

 $A = \{x : x, 2$ এর গুণিতক $\}$

 $= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

B = {x : x, 5 এর গুণিতক}

 $= \{5, 10, 15, 20\}$

C = {x : x, 10 এর গুণিতক}

 $= \{10, 20\}$

'খ' হতে পাই, A = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

 $B = \{5, 10, 15, 20\}$

এবং C = {10, 20}

এখন, $C \subset A$ এর অর্থ হলো C সেট A এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ, Cসেটের সকল উপাদান বা সদস্য A সেটেরও সদস্য হবে।

এখানে, C সেটের প্রত্যেকটি সদস্য A সেটের সদস্য।

সুতরাং C ⊂ A তথ্যটি সত্য।

আবার, B ⊂ A এর অর্থ হলো B সেট A এর প্রকৃত উপসেট। অর্থাৎ, B এর

সকল সদস্য A সেটের সদস্য **হবে**।

এখানে. B সেটের প্রত্যেকটি সদস্য A সেটের সদস্য নয়।

সুতরাং B ⊂ A তথ্যটি মিথ্যা।

এবং $C \subset B$ এর অর্থ হলো C সেট B এর প্রকৃত উপসেট।

অর্থাৎ C সেটের সকল সদস্য B সেটের সদস্য হবে।

এখানে, C সেটের প্রত্যেকটি সদস্য B সেটেরও সদস্য।

সুতরাং $C \subset B$ তথ্যটি সত্য।

শ্লে–৫১ সার্বিক সেট U এর তিনটি উপসেট A, B ও C.

শুধু প্রথম আলো ও ডেইলি স্টার পড়ে এমন শিৰাথীর সংখ্যা

 $= n(P \cap D) - n(P \cap D \cap A)$

=(10-3)=7

শুধু ডেইলি স্টার ও আজাদী পড়ে এমন শিৰাৰ্থীর সংখ্যা

 $= n(D \cap A) - n(P \cap D \cap A)$

= 8 - 3 = 5

শুধু আজাদী ও দৈনিক প্রথম আলো পড়ে এমন শিৰার্থীর সংখ্যা

 $= n(A \cap P) - n(P \cap D \cap A)$

= 5 - 3 = 2

∴ কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন শিৰাথীর সংখ্যা

= 7 + 5 + 2 জন = 14 জন | (Ans.)

ক. $A \subset B$ হলে দেখাও যে, $A \cup B = B$. খ. দেখাও যে, $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$

গ. প্রমাণ কর যে, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$.

🕨 🕯 ৬নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. ধরি.x∈A∪B

তাহলে, $x \in A$ অথবা $x \in B$

 $\therefore A \cup B \subset B$

আবার, ধরি, $x \in B$

তাহলে, $x \in B$ অথবা $x \in A [:: A \subset B]$

 $:: B \subset A \cup B$

 $\therefore A \cup B = B$

 $\therefore A \subset B$ হবে যদি এবং কেবল যদি $A \cup B = B$ (দেখানো হলো)

তাহলে, $x \notin (A \cup B \cup C)$

বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

বা, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

 $\therefore (A \cup B \cup C)' \subset (A' \cap B' \cap C')$

আবার ধরি, $x \in A' \cap B' \cap C'$

তাহলে, $x \in A'$ এবং $x \in B'$ এবং $x \in C'$

বা, $x \notin A$ এবং $x \notin B$ এবং $x \notin C$

 $\therefore A' \cap B' \cap C' \subset (A \cup B \cup C)'$

সুতরাং $(A \cup B \cup C)' = A' \cap B' \cap C'$ (দেখানো হলো)

গ. মনে করি, $x \in A \cap (B \cap C)$

তাহলে, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

বা, $x \in A$ এবং $(x \in B)$ এবং $x \in C$

বা, $(x \in A$ এবং $x \in B)$ এবং $(x \in A$ এবং $x \in C)$

বা, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$

 \therefore A \cap (B \cap C) \subset (A \cap B) \cap (A \cap C)

আবার, মনে করি, $x \in (A \cap B) \cap (A \cap C)$

তাহলে, $x \in (A \cap B)$ এবং $x \in (A \cap C)$

বা, $(x \in A$ এবং $x \in B)$ এবং $(x \in A$ এবং $x \in C)$

নবম–দশম	শ্ৰেণি	:	উচ্চতর	গণিত	•	১২
1144 1114	االکی	•	0 40 0 34	1110	,	~~

বা, $x \in A$ এবং $(x \in B)$ এবং $x \in C$

বা, $x \in A$ এবং $x \in (B \cap C)$

 \therefore $(A \cap B) \cap (A \cap C) \subset A \cap (B \cap C)$

সুতরাং $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ (প্রমাণিত)

াপু-৬ \triangleright $\mathbf{S} = \{\mathbf{3^n}: \mathbf{n} = \mathbf{0}$ অথবা $\mathbf{n} \in \mathbf{N}\}$ একটি সেট।

- ক. তালিকা পদ্ধতিতে N কে প্রকাশ কর।
- খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সেটটি N এর সমতুল।
- গ. প্রদত্ত সেটের একটি প্রকৃত উপসেট বর্ণনা কর যা প্রদত্ত সেটের সমতুল।

🕨 ৬ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

- ক. তালিকা পদ্ধতিতে N = {1, 2, 3, 4,}
- খ. S –এর বর্ণনাকারী রাশি = 3^n

 $n=0,\,1,\,2,\,3,\,4$ ইত্যাদি বসিয়ে পাই;

n = 0 **হলে.** $3^n = 3^0 = 1$

n = 1 **হলে**, $3^n = 3^1 = 3$

n = 2 **হলে**, $3^n = 3^2 = 9$

n = 3 **হলে**, $3^n = 3^3 = 27$

.....

n = n **হলে**, $3^n = 3^n$

 \therefore S = {1, 3, 9, 27,}

আবার, N = {1, 2, 3, 4,}

S ও N-এর মধ্যে এক-এক মিল নিমুর প:

				. –	
N:	1,	2,	3,	4,	
	\(\)	\(\rightarrow \)	\$	\(\)	
S :	1,	3,	9,	27,	

অতএব, S সেটটি N-এর সমতুল সেট। (দেখানো হলো)

ধরি, F সেটটি S –এর একটি প্রকৃত উপসেট যার উপাদান সংখ্যা S–এর $\,$ গ. 'খ'থেকে পাই, $n \, (F \cap C) = 5$ উপাদানের সমান নয়।

ধরি, $F=(3^{2n}:n=0$ অথবা $n\in N\}$

F এর বর্ণনাকারী রাশি = 3^{2n}

n = 0, 1, 2, 3, 4, 5,বসিয়ে পাই,

n = 0 **হলে**, $3^{2n} = 3^{2 \cdot 0} = 1$

n = 1 **হলে**, $3^{2n} = 3^{2 \cdot 1} = 9$

n=2 **হলে.** $3^{2n}=3^{2\cdot 2}=81$

n = 3 **হলে**, $3^{2n} = 3^{2 \cdot 3} = 729$

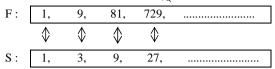
.....

n = n **\overline{20}**, $3^{2n} = 3^{2n}$

 \therefore F = {1, 9, 81, 729,}

এবং S = {1, 3, 9, 27}

F ও S এর মধ্যে এক-এক মিল নিমুর প:



অতএব, F সেট S সেটের সমতুল। (দেখানো হলো)

প্রমূ–৭ > কোনো শ্রেণির 30 জন ছাত্রের 20 জন ফুটবল এবং 15 জন ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে।

- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলো সান্ত সেটের সংজ্ঞানুসারে বর্ণনা কর।
- খ. কতজন ছাত্র দুইটি খেলাই পছন্দ করে?
- গ. কতজন ছাত্র কেবলমাত্র দুইটি খেলার একটি পছন্দ করে?

🕨 ব নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 ব

ক. ধরি, সকল ছাত্রের সেট S,

ফুটবল পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট F,

ক্রিকেট পছন্দ করে এমন ছাত্রের সেট C.

যেহেতু প্রত্যেক ছাত্র দুইটি খেলার অন্তত একটি খেলা পছন্দ করে।

প্রশ্নমতে, $S = F \cup C$

n(S) = 30

n(F) = 20

n(C) = 15

খ. 'ক' হতে পাই, n (S) = 30

$$\therefore$$
 n (F \cup C) = 30

তখন, $n(F \cup C) = n(F) + n(C) - n(F \cap C)$

বi, $n(F \cap C) = 35 - 30$

 \therefore n (F \cap C) = 5

অর্থাৎ, দুটি খেলাই পছন্দ করে 5 জন ছাত্র। (Ans.)



ভেনচিত্র থেকে.

কেবলমাত্র ফুটবল খেলতে পছন্দ করে

= n (F) - n (F ∩ C) = (20 - 5) = 15 জন

এবং কেবলমাত্র ক্রিকেট খেলতে পছন্দ করে

= n (C) – n (F ∩ C) = (15 – 5) = 10 জন

∴ কেবলমাত্র একটি খেলা পছন্দ করে = (15 + 10) জন

= 25 জন (Ans.)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

$\mathfrak{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$		ર્સ. ભિયાઉ (સ, A \subset (A \cup B) વૈર B \subset (A \cup B).	8
$A = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$		গ. A ও B দ্বারা গঠিত সার্বিক সেটের বেত্রে দেখাও যে, A ⊆ B.	8
$B = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$		উত্তর : ক. A = {-2, -1, 0} এবং B= { }	
$T = \{ x : x \in R \ \text{এবং } x(x+2) = x^2 + 2x \}$		역 - ১৩ > U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}	
ক. A সেটের উপাদানসমূহ নির্ণয় কর।	২	$P = \{x : x^2 - 5x + 6 = 0\}$	
খ $. (A\cup B)'$ নির্ণয় কর।	8	$Q = \{x : x^2 - 7x + 12 = 0\}$	
গঁ $ullet$ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ এবং $(A \cap B)' = A' \cup B'$ এর সত্যতা যাচাই কর।	8	ক. P কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।	ર
উত্তর : ক. 2 ও 3; খ. {1, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.		খ. (P ∪ Q)° নির্ণয় কর।	8
প্রমু $-$ ৯ $ ightarrow$ যেকোনো সেট A,B ও C এর জন্য দেখাও যে,		গ. দেখাও যে, $(P \cup Q)^c = P^c \cap Q^c$ এবং $(P \cap Q)^c = P^c \cup Q^c$.	8
$\overline{\Phi}. (A\backslash B) \subset A$	২	উত্তর : ক. {2, 3}; খ. { 1,5, 6, 7, 8}	
$\forall . \mathbf{A} \times (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \times \mathbf{C})$	8	প্রশু–১৪ ▶ A = {a, b, c}, B = {1, 2, 3} দুইটি সেট।	
$\mathfrak{A} \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	8	A সেটের সাথে B সেটের এক–এক মিল আছে।	
প্রশ্ন–১০১ কোনো শ্রেণির 40 জন ছাত্রের 25 জন ভলিবল ও 18 জন	া বাস্কেটবল	ক. P (A) এবং P(B) নির্ণয় কর।	২
খেলা পছন্দ করে। প্রত্যেক ছাত্র দুটি খেলার অন্তত একটি পছন্দ করে	র।	খ. A × B এর একটি উপসেট F বর্ণনা কর যার অন্তর্ভুক্ত ক্রমণ্ডে	_ন নাডের প্রথ
ক. ভেনচিত্রের মাধ্যমে তথ্যটি প্রকাশ কর।	২	পদের সাথে দ্বিতীয় পদের মিল করা হলে এর মধ্যে একটি এব	
খ. কতজন ছাত্র দুটি খেলাই পছন্দ করে?	8	স্থাপিত হয়। যেখানে a ↔ 2।	8
গ. কতজন ছাত্র দুটি খেলার কেবলমাত্র ১টি পছন্দ করে?	8	গ. Aও B সেটের মধ্যে সম্ভাব্য এক এক মিল বর্ণনা কর এবং $F = \{(x,$	v): x ∈ A
উত্তর : খ. 3 জন ;গ. 37 জন।		$y \in B$ } এবং $x \leftrightarrow y$ সেটটি তালিকা পন্ধতি বর্ণনা কর।	. 37
প্রশ্ন–১১ চ কোনো শ্রেণির 30 জন শিৰার্থীদের মধ্যে অর্থনীতি	, ভূগোল ও	উত্তর: ক. P(A) = {{a,b,c}, {a,b}, {a,c}, {b,c}, {a} {b} {c}, Ø}	
<u>সোরনীতি নিয়েছে যথাক্রমে 19 জন, 17 জন ও 11 জন। অর্থনীতি</u>	ত ও ভূগোল,	$P(B) = \{\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset\}\}$	
অর্থনীতি ও পৌরনীতি এবং ভূগোল ও পৌরনীতি নিয়েছে যথাক্রমে	,	প্রমু–১৫ > সেটের বর্ণনার ৰেত্রে সার্বিক সেট, উপসেট, সেটের স	ংযোগ, ছে
জন এবং 5 জন। 2 জন শিৰাৰ্থী তিনটি বিষয়ই নিয়েছে।		ইত্যাদি ভেনচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন করা যায়।	
ক. উপরের তথ্যগুলোকে প্রতীকের মাধ্যমে প্রকাশ কর।	২	ক. সার্বিক সেট ও প্রকৃত উপসেট কাকে বলে?	২
খ. কমপৰে একটি বিষয় নিয়েছে এমন শিৰাৰ্থীর সংখ্যা কত?	8	খ. দেখাও যে, বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $A=\{\ 1,3,5,7,$	•
গ. কেবলমাত্র একটি বিষয় নিয়েছে এমন শিৰার্থীর সংখ্যা কত?	8	অনশ্ত সেট।	8
উত্তর : খ. 25 জন; গ. 5 জন।		গ. কিছু সংখ্যক লোকের মধ্যে 50 জন বাংলা, 20 জন ইংরেজি ও	এবং 10 জ
প্রশ্ন–১২ ► A = { x : x পূর্ণসংখ্যা – 2 ≤ x < 1} এবং B = { x	: x মৌলিক	বাংলা ও ইংরেজি বলতে পারে, দুটি ভাষার অশ্তত একটি ভাষা	
সংখ্যা 24 ≤ x ≤ 28}		কতজন ?	
ক. A ও B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।	ર	উন্তর : গ. 60 জন।	8
		I	

🔾 💽 जतूशीलती ७.२ 🔯

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- অন্বয় (Relation) : X ও Y সেট হলে তাদের কার্তেসীয় গুণজ সেট $X \times Y$ এর কোনো উপসেটকে X হতে Y এর একটি অন্বয় বলা হয়। অর্থাৎ $R \subseteq X \times Y$ Y হলো X হতে Y এ বর্ণিত অব্বয়।
- ফাংশন (Function) : প্রত্যেকটি ফাংশনই এক একটি অন্বয়। যদি কোনো অন্বয়ে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট দুইটি ভিন্ন ক্রমজোড় না থাকে, তবে ঐ অন্বয়কে ফাংশন বলা হয়। যেমন : $S = \{(2, 2), (2, 4), (2, 10), (5, 10), (7, 7)\}$ অন্বয়টি একটি ফাংশন। এর সদস্য ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান ভিন্ন ভিন্ন ।
- **ডোমেন ও রেঞ্জ** : ফাংশনের S এর অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর উপাদানসমূহের সেটকে S এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহকে S এর রেঞ্জ বলে। S এর ডোমেনকে ডোম S এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ S লিখে প্রকাশ করা হয়।
- এক–এক ফাংশন : যদি কোনো ফাংশনের অধীনে এর ডোমেনের ভিন্ন ভিন্ন সদস্যের ছবি সর্বদা ভিন্ন হয় তবে ফাংশনটিকে এক–এক ফাংশন বলা হয়। ফাংশন বলা হবে যদি $f(x_1) = f(x_2)$ হয়।

বা , $\mathrm{x}_1=\mathrm{x}_2$ যেখানে $\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2\in\mathrm{A}$ একটি ফাংশন $f:\mathrm{A} o\mathrm{B}$ কে এক–এক ফাংশন বলা হয়।

- সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন (Onto Function) : একটি ফাংশন f:A o B-কে সার্বিক ফাংশন অথবা অনটু ফাংশন বলা হবে যদি প্রত্যেক $b \in B$ এর জন্য একটি $a\in A$ পাওয়া যায় যেন f(a)=b হয়।
- বিপরীত ফাংশন (Inverse Function) : যদি f:A o B একটি এক–এক ফাংশন এবং অনটু ফাংশন হয় তাহলে একটি ফাংশন $f^{-1}:B o A$ বিদ্যমান আছে যেখানে প্রত্যেক b ∈ B এর একটি অনন্য $f^{-1}(b) \in A$ বিদ্যমান। তবে f^{-1} কে f এর বিপরীত ফাংশন বলা হয়।
- ফাংশনের সূত্র:
 - (i) ফাংশন $f: A \rightarrow B$
 - (ii) বিপরীত ফাংশন $f^{-1}: B \to A$
 - (iii) সরলরৈখিক ফাংশন f(x) = mx + b
 - (iv) দ্বিঘাত ফাংশন $y = ax^2 + bx + c$

- (v) বৃত্তের সমীকরণ, $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
- (vi) সরলরৈখিক ফাংশনের লেখচিত্র সর্বদা সরলরেখা
- (vii) দ্বিঘাত ফাংশনের লেখচিত্র বক্ররেখা
- (viii) বৃত্তের লেখচিত্র বৃত্তাকার পথ

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

- ১. $f(\mathbf{x}) = \frac{2\mathbf{x}}{\mathbf{x} 4} [\mathbf{x} \neq 4]$ দারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য $f(10) = \mathbf{x}$
 - **1**0
- **③** 5
- $\frac{10}{3}$ $\frac{3}{10}$
- ২. $f(y) = \sqrt{1-y}$ দ্বারা বর্ণিত ফাংশনটি কোন মানের জন্য অসংজ্ঞায়িত?
- $\mathfrak{g} f(0)$
- $\mathfrak{G}f\left(\frac{1}{2}\right)$
- ৩. $F(a) = \sqrt{a-3}$ হলে, $F(12) = \overline{\phi}$ ত?
- **3** 9

- 8. $f(x) = \frac{x}{x-2}, x \neq 2$ হলে, $f^{-1}(2)$ এর মান কত?
- **3**

- $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x}}$ এর ডোমেন কোনটি?
- ⊕ R₊
- 旬 R-
- ৬. $f(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}$ ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি?

 - **③** {0, 1} **③** {−1, 1} **⑤** R
- $R \{0\}$

- ৭. $\{(-3, -3), (-1, 1), (0, 1), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right)$ অন্বয়ের রেঞ্জ কোনটি ?

 - $\{-3, -1, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ $\{-3, -1, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\}$

 - $\bullet \left\{ -3, -1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5} \right\} \qquad \textcircled{9} \left\{ -3, -1, 0, \frac{1}{2} \right\}$
- ৮. যদি $S = \{(x, y) : x \in A \ \text{এবং } y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$ যেখানে
 - $A = \{-1, 0, 1\}$ এর জন্য ডোমেন কত হবে?
 - 6 {0, 1} 3 {-1, 0} $\textcircled{\bullet}$ {-1, 0, 1} $\{0, 1, -2\}$
- ৯. $F(x) = \sqrt{x-1}$ ফাংশনের ডোমেন নিচের কোনটি?
 - **③** $\{x ∈ R : x ≤ 1\}$
- **③** $\{x \in R : x ≥ -1\}$
- **⑤** $\{x \in R : x \le -1\}$
- $\bullet \{x \in R : x \ge 1\}$
- ১০. $f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$, $x \neq -\frac{1}{2}$ হলে, f(-2) এর মান কত?
- $\textcircled{6} \frac{5}{3}$ $\textcircled{9} \frac{1}{5}$ $\textcircled{9} \frac{1}{5}$
- ১১. $S = \{(4, 3), (5, 10), (6, 5)\}$ অন্বয়ের রেঞ্জ কোনটি?
 - **③** {4, 5, 6}
- **•** {3, 10, 5}
- **3** {3, 4, 5, 6, 10}

			_	
	নবম–দশম শ্রেণি :			
১২.	$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sqrt{1-\mathbf{x}}$ ফাংশনের ডোমেন কোনটি ?		$\{-2, 3,5\}$ $\{-2, 14, 18\}$ $\mathbf{R} = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) : \mathbf{x} + \mathbf{y} = 3\}$ অব্ব	
	⊕ R	٧٦.	★ = {(x, y) : x + y = 3} পশ্ব★ সরলরেখা ② বৃত্ত	•
		S 1.	কোনটি এক–এক ফাশেন নয়?	क बार्यक कि ।शार्यक
٥٥.	$F(x) = 3x + 1, 0 \le 0 \le 2$ হলে, উক্ত ফাংশনের রেঞ্জ হবে—	Ψ.		② $F(x) = 5x - 3$
	⊕ [0, 2] ● [1, 7] ⊕ [1, 7[⊕ [0, 2[□ □] □ □ □ □		4	
78.	$y = F(x) = \frac{1}{x-2}$ হলে, x এর কোন শর্তে $F(x)$ এর বাস্তব মান পাওয়া			
	যাবে?	২৯.	$f(x) = x + 2$ হলে $f^{-1}(x) = \overline{\Phi}$?
	③ $x < 2$ ③ $x > 2$ ⑤ $x ≠ 2$			$\mathfrak{g} 2x - 1 \mathfrak{g} x + 2$
ነ৫.	$F = \{(2, -1), (3, -2), (4, -2)\}$	90.	$P(x) = \sqrt{1-x}$ হলে, $F(-5)$ এ	
	i. F একটি ফাংশন ii. F ফাংশনটি এক–এক		\odot 2 \bullet $\sqrt{6}$	
	iii. F অন্বয়ের রেঞ্জ {-1, -2}	৩১.		, (1, 1), 2, 4)} অন্বয়টির ডোমেন নিম্নের
	নিচের কোনটি সঠিক?		কোনটি?	4
	ii ♥ ii ® ii • iii ® iii ®		● {−2, −1, 0, 1, 2}	3 {4, 13, 1, 4}
১৬.	$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(\mathbf{x} - 2)^2}$ এর ডোমেন—		6 {1, 0, 4}	
	i. {x ∈ R : x ≠ 2} ii. {x ∈ R : x > 2 অথবা x < 2}	৩২.	$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sqrt{1-2\mathbf{x}}$ ফাংশনটির ডে	ামেন কোনটি?
	iii. $R - \{2\}$		$\bullet \{x \in \mathbb{R}: x \leq \frac{1}{2}\}$	
	নিচের কোনটি সঠিক?			0 (
	⑤ i ⑤ ii ⑥ i ⑤ iii ⑥ ii ⑤ iii ⑥ i, ii ⑤ iii			-
١٩.	যদি $S = \{(1, -1), (2, -2), (3, -2), (7, -9)\}$ হয় তবে–	అం.	$f(\mathbf{x}) = \sqrt{1-\mathbf{x}}$ ফাংশনের ডোমেন	
	i. S অন্বয়টি একটি ফাংশন	0		
	ii. S অন্বয়টি একাটি এক–এক ফাংশন	08.	$y = 2^x$ ফাংশনটি নিচের কোন ি	•
	iii. S এর রেঞ্জ {-1, -2, -9}	10/2	$f(x) = 3x + 1, 0 \le x \le 2$ হলে	
	নিচের কোনটি সঠিক?	ο.	• $[0, 2]$ • $[1, 7]$	-
	ⓐ i ଓ ii ● i ଓ iii 例 ii ଓ iii 뎫 i, ii ଓ iii	(918)	F (x) = x ফাংশনটি—	(0, 2) (1, 7)
			অ্ক – এক অক – এক নয়	পরক সেট ত্বি সার্বিক সেট
ኔ ৮.	$f(x) = 2x + 2$ ইবে, $f^{-1}(0) = \overline{\Phi}$?	৩৭.	$S = \{(x, y) : y = -2\}$ লেখচিত্র-	
			্কি অ ন্ বয়	থ্য ফাংশন
12	$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\} A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$		• ফাংশন নয়	ত্ত্ব এক-এক ফাংশন
24,	$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A = \{(x, y) : x \in A, y \in A = \{(x, y) : x \in A, y \in A, y \in A\}\}$ হলে S -অন্বয়ের ডোমেন কোনটি?	৩৮.	$S = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 9, x \ge$	0} এর শেখচিত্র—
	$\{0,1,2\}$ $\{0,1,2\}$ $\{0,1,2\}$ $\{0,1,2\}$ $\{0,1,2\}$		 বৃত্ত অধবৃত্ত 	তি উপবৃত্ততি পরাবৃত্ত
২০.	$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \P \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	৩৯.	$F(x) = \sqrt{1-x}$ ফাংশনটির ডোমে	ন কোনটি?
	হলে, নিচের কোনটি S অন্বয়ের সদস্য?		ক্ত {x : x ∈ R এবং x ≥ 1}	
	③ $(2,4)$ ④ $(-2,4)$ ● $(-1,1)$ ⑤ $(1,-1)$		$\bullet \ \{x \in R : x \le 1\}$	
২১.	S = {(2, 4), (2, 2), (2, 3)} <i>হলে</i> ডোম S কোনটি?	80.	নিচের কোন অন্বয়টি ফাংশন ?	
	⊕ {2, 2, 2}			$\bullet \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \textcircled{g} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
२२.	$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sqrt{1-\mathbf{x}}$ হলে $\mathbf{F}(-3)$ এর মান কোনটি?	82.	$f: \mathbf{R} \to \mathbf{R} \ \ \mathbf{\Phi} \ f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 + \mathbf{E} \ \ \ \mathbf{E} \ \ \ \mathbf{E} \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	$+$ 1 দারা সংজ্ঞায়িত করা হলো। f^{-1} (5)
310	• 2 থা 2 থা $\sqrt{-3}$ থা $\sqrt{-2}$ যখন $a > 0$ তখন প্রদত্ত অসমতাটির সমাধান কোনটি?		নিচের কোনটি?	
۷٥.			$\{4, -4\} \bullet \{2, -2\}$	③ {26, −26} ⑤ {25, −25}
		8२.	$F(x) = \frac{1}{x-2}$ হলে x এর কোন	শর্তে $F(x)$ এর বাস্তব মান পাওয়া যাবে?
২৪.	যখন $lpha < 0$ তখন প্রদত্ত অসমতাটির সমাধান কোনটি ?		x - 2	
	ⓐ $x < \frac{c}{a} + b$ ⓐ $x > \frac{c}{a} - b$ ⑤ $x > \frac{c}{a} + b$ ● $x < \frac{c}{a} - b$	৪৩.		ল F ফাংশনটি কোন ধরনের ফাংশন?
২ ৫.	x²-4x+4=0 ঘিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান কত?		ক্ত এক–এক	• সার্বিক
	③ 8 ③ 0 ④ −8 ● −16		ি এক−এক সার্বিক	ত্ত্ব বিপরীত
২৬.	$f: \mathbf{x} o 4\mathbf{x} + 2$ দারা বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন $\{-1,3,0\}$ এর জন্য	88.	$f(x) = \frac{3}{x-1}, x \neq 1$ হলে f^{-1}	(3) এর মান কত?

3 9 5 **9** 6

ফাংশনটির ইমেজ সেট কোনটি?

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৬

- ৪৫. $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2$ এর ডোমেনের সেট নিচের কোনটি?
- (1) N
- 10 O
- 旬 O'
- 8৬. $f(x) = x^3$ ফাংশনের ডোমেন $\{0, 3\}$ হলে রেঞ্জ কত?

- 8৭. $S = \{(x,y)\}: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1\}$ অম্বয়টির শেখচিত্র নিচের কোনটি?

- পর সরলরেখাপরাবৃত্তউপবৃত্ত
- 8৮. $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ যেখানে $f(\mathbf{x}) = \frac{4\mathbf{x} 9}{\mathbf{x} 2}$ হলে $f^{-1}(1) = ?$
- $\frac{7}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{11}{3}$
- 8৯. নিচের চিত্রটি লক্ষ কর যেখানে $F: x \to Y$

$$\begin{pmatrix}
3 \\
4 \\
\rightarrow \\
5
\end{pmatrix}
\rightarrow
\begin{pmatrix}
a \\
b \\
c
\end{pmatrix}$$

- i. x এর মানগুলোকে নিয়ে গঠিত সেটকে ডোমেন বলে
- ii. $\Box B = \{a, b, c\}$
- iii. ডোমেন = {a, b, c, m, n}

নিচের কোনটি সঠিক?

- ரு i ஒ ii

- ② ii ଓ iii ⑤ i ଓ iii ⑥ i, ii ଓ iii
- $\text{@c. } \mathbf{y} = f(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}$
 - i. এটি x = 0 এর জন্য অসংজ্ঞায়িত
 - ii. ডোমেন = d {0}
 - iii. রেঞ্জ = {−1, 1}

নিচের কোনটি সঠিক?

- ৫১. $f(x) = x^3$ একটি ফাংশন হলে
 - i. ফাপেনটি এক-এক
 - ii. ফাংশনটি সার্বিক
 - iii. ফাংশনটি এক-এক কিম্তু অনটু নয়

নিচের কোনটি সঠিক?

- o i ७ ii
- 🕲 ii 😉 iii
 - જી i ઉ iii
- g i, ii g iii
- ৫২. $f(x) = 3x + 1, 0 \le x \le 2$ ফাংশেনটি
 - i.সরলরৈখিক ফাংশন
 - ii. ডোমেন [0, 1]
 - iii. রেঞ্জ [1, 7]

নিচের কোনটি সঠিক?

- ♠ i ♥ ii ♠ ii ♥ iii ♠ i, ii ♥ iii
- ৫৩. $f(x) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x}\}$ হলে–
 - i. F ফাংশন নয়
 - ii. F এক-এক ফাংশন
 - iii. F সার্বিক ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক?

- ai ७ ii

- ৫৪. $f(x) = \frac{x}{x-2}$ ফাংশন হলে
 - $i. \ x = 2$ এর জন্য f(x) অসংজ্ঞায়িত
 - ii. ডোম $f = R \{-2\}$
 - iii. $f^{-1}(2) = 4$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ரு i பே
- o i ७ iii
- 6 ii 8 iii ii ii iii
- ৫৫. $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ হলে f(x)
 - i. এর ডোমেন = $R \{0\}$
 - ii. এক-এক ফাংশন নয়
 - iii. এর রেঞ্চ = R

নিচের কোনটি সঠিক?

• ii নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

- $F:\mathbb{R}_+ o \mathbb{R}_+ \, F(x) = x^2$ দারা বর্ণিত একটি ফাংশন।
- ৫৬. ডোম F = কত?
 - **⊕** ℝ
- ℝ.
- **⑤** $\{x ∈ \mathbb{R}: x > 1\}$
- $\{x \in \mathbb{R}: x \neq 1\}$
- ৫৭. রেঞ্জ F এর মান নিচের কোনটি?
 - ♠ R
- $\{x \in \mathbb{R}: x^2 > 1\}$
- $lackbox{\mathbb{R}}_{\scriptscriptstyle \perp}$
- **③** { $x ∈ \mathbb{R}: x^2 < 1$ }
- ৫৮. $f^{-1}(x) = \overline{\Phi}$?
 - \bigcirc \mathbf{x}^2
- (4) x
- $\bullet \sqrt{x}$
- ⓐ <u>"</u>

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

- $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathbf{x} 1}$
- **৫৯.** $f(1) = \overline{49}$?
 - **⊕** − 1 **②** 0
- **1**
- অসংজ্ঞায়িত
- ৬০. ফাংশনটির ডোমেন নিচের কোনটি?

- $\{x \in R : x > 1\}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

- $f(x) = 3x + 1, 0 \le x \le 2$
- ৬১. f⁻¹ কত?
 - $\frac{1}{3}(x-1)$ $\frac{1}{3}(y+1)$ $\frac{x+1}{3}$ $\frac{3x+1}{y}$

- ৬২. f এর রেঞ্জ কত?
 - **③** {y : 1 ≥ y ≤ 7)
- $\bullet \{y: 1 \le y \le 7\}$
- **①** $\{y: 1 \le y \ge 7\}$
- ৬৩. $S = \{(x, y) : x^2 + 3y + y^2 + 4x = 0\}$ অন্বয়টি?
 - i. বৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে
 - ii. বৃত্তটির কেন্দ্র (-2,-³/₂)
 - iii. অন্বয়টি একটি ফাংশন
 - নিচের কোনটি সঠিক?
 - i ા ii ા iii iii
 - டு i ப் iii
- g i, ii g iii
- ৬৪. f(x) = x + a এবং g(x) = x a দুইটির ফাংশন এবং $a \in R$ হলে–
 - i. ডোমf=রেঞ্জ f=ডোম g=রেঞ্জ g
 - ii. f(g(x)) = x
 - iii. $f^{-1}(x) = g(x)$
 - নিচের কোনটি সঠিক?
 - ரு i ଓ iii இ i ও iii ஞ ii ଓ iii ● i, ii ଓ iii
- ৬৫. A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 4} হলে-

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৭

- i. $A \cap B = \{2, 3\}$
- ii. $P(A) \cap P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{2, 3\}, \emptyset, \}$
- iii. $A \times B = \{1, 2\}, (2,3), (3,4)\}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (1) ii
- o i ७ iii
- g i, ii g iii
- ৬৬. $s = \{(x, y) : y = \sqrt{1-x} \}$ হলে s
 - i. এর রেঞ্চ R
- ii. একটি ফাংশন
- iii. অসংজ্ঞায়িত যখন x=2

নিচের কোনটি সঠিক?

- (1) ii
- ii ଓ iii
- g i, ii g iii

দেওয়া আছে $f(x) = \frac{4x-9}{x-2}$ যেখানে $x \neq 0$,

উপরের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- ৬৭. $f^{-1}(x)$ এর জন্য কোন শর্তটি সঠিক?

- ৬৮. $f^{-1}(-3)$ এর মান কত?

- $\mathfrak{Q} \frac{5}{3}$ $\bullet \frac{15}{7}$ $\mathfrak{Q} \frac{15}{8}$

নিচের তথ্য হতে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:



- ৬৯. যদি (A) = n(B) হয় তবে x এর মান কত?
 - **⊕** 7
- **(4)** 6
- **1** 4
- 18
- ৭০. x = 8 ইলে, $n(A \cup B) = ?$

- ♠ 55
- **6**6
- **ര** 50
- থি 52

- ዓኔ. n(A∩B') = ?
 - ♠ 22
- **②** 23
- **1** 20
- 24

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

$$F(x) = \sqrt{x-2}$$

- ৭২. ডোম F = কত?
- $\bullet \{x \in R : x \ge 2\}$
- **③** $\{x ∈ R : x > 2\}$
- $\{x \in R : x \le 2\}$
- ৭৩. F(11) = কত?
 - **⊕** 9
- ± 3
- **1** 3

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:

$$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y^2 = x\}$$
 যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

- 98. S কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করলে কী হবে?

 - \mathfrak{G} s = {(0,0), (1,-1), (1, 1)}
 - \bullet s = {(0, 0), (1, -1)}
 - \mathfrak{T} s = {(0,0), (-1, 1)
- ৭৫. s এর রেঞ্চ–
 - **●** {0,1}
- $\{-1,1\}$
- $\{0, -1, 1\}$
- {0,-1}
- ৭৬. s অন্বয়টি—
 - ক্র ফাংশন
- ফাংশন নয়
- এক–এক ফাংশন
- ত্ব পূরক সেট

গুরুত্বপূর্ণ সূজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রমূ–১ > $F(x) = \frac{1}{x-5}$ একটি ফাংশন,



- ক. F(x) = 2 হলে, x-এর মান নির্ণয় কর।
- খ. F(x) ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি
 - এক-এক কিনা নির্ধারণ কর।
- গ. F⁻¹(3) নির্ণয় কর।

🏮 ১নং প্রশ্রের সমাধান 🔰

- ক. দেওয়া আছে, $F(x) = \frac{1}{x-5}$
 - আবার, F(x) = 2
 - $\therefore \frac{1}{x-5} = 2$
 - বা, $x 5 = \frac{1}{2}$
 - **A** $x = \frac{1}{2} + 5 = \frac{1+10}{2} = \frac{11}{2}$ (Ans.)
- $\forall . \quad F(x) = \frac{1}{x 5}$
 - এখানে, x-5=0 বা, x=5 বসালে প্রদত্ত ফাংশনটি অসংজ্ঞায়িত হয়। কিন্তু x = 5 বাদে সকল বাস্তব সংখ্যার জন্য F(x) এর বাস্তব মান পাওয়া
 - ∴ ডৌম, F = ℝ {5} (Ans.)

যেকোনো ডোম $x_1 \in$ ডোম $F, x_2 \in$ ডোম F এর জন্য $F(x_1) = F(x_2)$ হবে, যদি ও কেবল যদি, $x_1 = x_2$ হয়।

$$\therefore \frac{1}{x_1 - 5} = \frac{1}{x_2 - 5}$$

বা,
$$x_1 - 5 = x_2 - 5$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

সুতরাং, F এক–এক ফাংশন। (Ans.)

গ. ধরি,
$$y = F(x) = \frac{1}{x-5}$$

বা,
$$y = \frac{1}{x - 5}$$

বা,
$$xy - 5y = 1$$

বা,
$$xy = 1 + 5y$$

বা,
$$x = \frac{1+5y}{y}$$

ৰা,
$$F^{1}(y) = \frac{1+5y}{y}$$
 [$\because y = F(x) \therefore x = F^{-1}(y)$]

বা,
$$F^{-1}(x) = \frac{1+5x}{x}$$

:.
$$F^{-1}(3) = \frac{1+5.3}{3} = \frac{1+15}{3} = \frac{16}{3}$$
 (Ans.)

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \sqrt{\mathbf{x} - \mathbf{2}}$$
 দারা সংজ্ঞায়িত।

ক. ডোম f এবং ডোম g নির্ণয় কর।

খ. দেখাও যে, f এক-এক এবং অন্টু ফাংশন।

গ. x এর মান নির্ণয় কর যেখানে $5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$

১ বং প্রশ্রের সমাধান ১ ব

ক. দেওয়া আছে $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

এবং
$$g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \ g(x) = \sqrt{x-2}$$

 $f(x) = \frac{2x+2}{x-1} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ এবং $x-1 \neq 0$ অর্থাৎ $x \neq 0$

1 হয়

∴ ডৌম f = {x ∈ R : x ≠ 1}

 $g(x) = \sqrt{x-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \in \mathbb{R}$ এবং $x-2 \ge 0$ অর্থাৎ $x \ge 2$ হয়

∴ ডোম g = {x ∈ R : x ≥ 2}

খ. যেকোনো $x_1 \in \text{Coll } f, x_2 \in \text{Coll } f$ এর জন্য $f(x_1) = f(x_2)$ হবে যদি ও

কেবল যদি
$$\dfrac{2x_1+2}{x_1-1}=\dfrac{2x_2+2}{x_2-1}$$
 হয়।

$$\therefore \frac{x_1+1}{x_1-1} = \frac{x_2+1}{x_2-1}$$

$$\triangleleft$$
, $x_1x_2 + x_2 - x_1 - 1 = x_1x_2 + x_1 - x_2 - 1$

বা,
$$x_2 - x_1 = x_1 - x_2$$

বা,
$$2x_2 = 2x_1$$

বা,
$$x_1 = x_2$$

আবার, যেকোনো সংখ্যা y ∈ R হলে

ধরি,
$$y = \frac{2x + 2}{x - 1}$$

বা,
$$yx - y = 2x + 2$$

বা,
$$yx - 2x = y + 2$$

বা,
$$x(y-2) = y + 2$$

$$\therefore x = \frac{y+2}{y-2}$$

এখন,
$$f(x) = \frac{2x+2}{x-1} = \frac{2 \cdot \frac{y+2}{y-2} + 2}{\frac{y+2}{y-2} - 1}$$

$$= \frac{\frac{2y+4+2y-4}{y-2}}{\frac{y+2-y+2}{y-2}} = \frac{\frac{4y}{y-2}}{\frac{4}{y-2}} = y = f(x)$$

∴ f ফাংশনটি অনুট।

অর্থাৎ f ফাংশনটি এক-এক এবং অনটু। (দেখানো হলো)

গ. ধরি,
$$y = f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$$

বা,
$$yx - y = 2x + 2$$

$$4$$
, $yx - 2x = y + 2$

বা,
$$x(y-2) = y + 2$$

বা,
$$x = \frac{y+2}{y-2}$$

$$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2}$$
 [$y = f(x)$ ইলো $x = f^{-1}(y)$]

$$y = f(x)$$
 হলে $x = f^{-1}(y)$]

$$\therefore f^{-1}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x} + 2}{\mathbf{x} - 2}$$

আবার, ধরি,

$$y = g(x) = \sqrt{x - 2}$$

বা,
$$y^2 = x - 2$$

বা,
$$x = y^2 + 2$$

বা,
$$g^{-1}(y) = y^2 + 2$$

বা,
$$g^{-1}(y) = y^2 + 2$$
 [$y = g(x)$ হলে $x = g^{-1}(y)$]

$$g^{-1}(x) = x^2 + 2$$

এবং
$$g^{-1}(3) = 3^2 + 2 = 11$$

দেওয়া আছে,
$$5f^{-1}(x) = g^{-1}(3)$$

বা,
$$5.\frac{x+2}{x-2} = 11$$

বা,
$$5x + 10 = 11x - 22$$

$$5x - 11x = -22 - 10$$

বা,
$$-6x = -32$$

$$\overline{4}$$
, $x = \frac{-32}{-6}$

$$\therefore x = \frac{16}{3} (Ans.)$$

প্রমূ–৩ \triangleright $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sqrt{1-2\mathbf{x}}$



ক. F(x) এর ডোমেন নির্ণয় কর।

খ. ফাংশনটি এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর।

গ. $F^{-1}(x)$ নির্ণয় কর।

🕨 🗸 ৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

 $\overline{\Phi}$. $F(x) = \sqrt{1-2x}$

$$\therefore F(x) = \sqrt{1-2x} \in R$$
 হবে যদি এবং কেবল যদি

$$1-2x \ge 0$$

বা,
$$-2x \ge -1$$

বা,
$$2x \le 1$$

বা, x
$$\leq \frac{1}{2}$$

$$\therefore F(x)$$
 ডোমেন = $\left\{ x \in R : x \leq \frac{1}{2} \right\}$

খ. $F(x) = \sqrt{1-2x}$ ফাংশনটি এক–এক হবে যদি ও কেবল যদি

 $F(x_1) = F(x_2)$ এর জন্য $x_1 = x_2$ হয় ।

বা,
$$\sqrt{1-2x_1} = \sqrt{1-2x_2}$$
 ফাংশনটি

বা,
$$1 - 2x_1 = 1 - 2x_2$$
 [বর্গ করে]

$$x_1, 1 - 2x_1 = 1 - 2x_2$$

বা, $-2x_1 = -2x_2$

∴ x₁ = x₂ [-2 দারা ভাগ করে]

∴ F(x) ফাংশনটি এক-এক ফাংশন।

গ. দেওয়া আছে, $F(x) = \sqrt{1-2x}$

ধরি,
$$y = F(x) = \sqrt{1 - 2x}$$

$$\sqrt{1}$$
, $y = F(x) = \sqrt{1 - 2x}$

$$\therefore x = F^{-1}(y)$$

আবার,
$$y = \sqrt{1-2x}$$

বা,
$$y^2 = 1 - 2x$$

বা,
$$2x = 1 - y^2$$

বা,
$$x = \frac{1 - y^2}{2}$$

:.
$$F^{-1}(x) = \frac{1}{2}(1 - x^2)$$
 (Ans.)

প্রমূ–৪ > যদি $A=\{-2,-1,0,1,2\}$ হয়, তবে A সেটে $S=\{(x,y):x\in A,$ $y\in A$ এবং $y=x^2\}$

?

- ক. S অন্বয়টি কী ধরনের ফাংশন?
- ২
- খ. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।
- S অন্বয়ের লেখচিত্র অজ্জন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন
 কি–না তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর।

🕨 🕯 ৪নং প্রশ্রের সমাধান 🌬 🕻

ক. দেওয়া আছে, $S=\{(x,y):x\in A,y\in A$ এবং $y=x^2\}$ এখানে, $y=x^2$

বা,
$$y = 1. x^2 + 0. x + 0 \dots$$
(i)

যা, $y = ax^2 + bx + c$ আকারের।

.. প্রদত্ত সমীকরণটি একটি দ্বিঘাত ফাংশনের।

খ. দেওয়া আছে, $S=\{(x,y):x\in A,y\in A$ এবং $y=x^2\}$ প্রত্যেক $x\in A$ এর জন্য $y=x^2$ এর মান নির্ণয় করি :

X	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

যেহেতু $4 \notin A$, সেহেতু $(-2,4) \notin S$ এবং $(2,4) \notin S$

$$: S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$$
 এবং $y = x^2\}$

$$= \{(-1, 1), (0, 0), (1, 1)\}$$

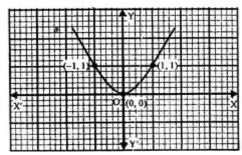
এখন, ডোম, $S = \{-1, 0, 1\}$

এবং রেঞ্জ, S = {0, 1}

- গ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x^2\}$ এখানে, S এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $y = x^2$
 - (খ) থেকে আমরা পাই, প্রদত্ত অন্বয়

$$S = \{(-1, 1), (0, 0), (1, v1)\}$$

ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্যের পাঁচগুণকে একক ধরে সুবিধামতো X এবং Y অব নিয়ে কিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং প্রদন্ত অন্বয়ের লেখচিত্র অজ্জন করি।



লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, Y অবের সমান্তরাল কোনো রেখায় লেখের একাধিক বিন্দু অবস্থিত নয় অর্থাৎ S এর কোনো দুইটি সদস্যের একই প্রথম উপাদান নাই।

সুতরাং S একটি ফাংশন।

প্রমূ $-\epsilon$ $f(\mathbf{x})=rac{4\mathbf{x}-9}{\mathbf{x}-2}$ দারা বর্ণিত ফাংশনের বেত্রে-

9

ক. ফাংশনটির ডোমেন নির্ণয় কর।

২

খ. $f^{-1}\left(-1\right)$ এবং $f^{-1}\left(1\right)$ নির্ণয় কর।

8

গ.
$$x$$
 এর মান নির্ণয় কর যেন, $4f^{-1}(x) = x$ হয়।

- ক. $f(x) = \frac{4x-9}{x-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি ও কেবল যদি $x \neq 2$ হয়
 - \therefore ডোম $f = \mathbb{R} \{2\}$ বা $\{x \in \mathbb{R}: x \neq 2\}$
- খ. ধরি, $y = f(x) = \frac{4x 9}{x 2}, x \neq 2$

বা,
$$y = \frac{4x - 9}{x - 2}$$

বা,
$$xy - 2y = 4x - 9$$

বা,
$$xy - 4x = 2y - 9$$

বা,
$$x(y-4) = 2y - 9$$

$$\overline{4}, x = \frac{2y - 9}{y - 4}$$

বা,
$$f^{-1}(y) = \frac{2y-9}{y-4}$$
 [থেছেতু $y = f(x)$: $f^{-1}(y) = x$]

বা,
$$f^{-1}(x) = \frac{2x-9}{x-4}$$
....(i)

বা,
$$f^{-1}(-1) = \frac{2(-1) - 9}{-1 - 4}$$
$$= \frac{-2 - 9}{-5} = \frac{-11}{-5} = \frac{11}{5} \text{ (Ans.)}$$

এবং
$$f^{-1}(-1) = \frac{2(1) - 9}{1 - 4} = \frac{7}{3}$$
 (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $4f^{-1}(x) = x$

বা,
$$4\left(\frac{2x-9}{x-4}\right) = x$$
 [(i) নং থেকে মান বসিয়ে]

$$4x - 36 = x^2 - 4x$$

$$4$$
, $x^2 - 4x - 8x + 36 = 0$

বা,
$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

$$\boxed{4}, x^2 - 6x - 6x + 36 = 0$$

বা,
$$(x - 6)(x - 6) = 0$$

অর্থাৎ
$$x - 6 = 0$$
 অথবা $x - 6 = 0$

$$\therefore x = 6 \qquad \qquad \therefore x = 6$$

নির্ণেয় মান 6

প্রমু—৬ > $f(\mathrm{x})=rac{2\mathrm{x}+2}{\mathrm{x}-1}$ দারা একটি ফাংশন বর্ণিত হলো।



ক. ফাংশনটির রেঞ্জ নির্ণয় কর।

২

খ. $f^{-1}(3)$ নির্ণয় কর।

8

গ. $f^{-1}(p) = Kp$ হলে, p এর সাপেবে k কে প্রকাশ কর।

🕨 🕯 ৬ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. মনে করি, ফাংশনটির রেঞ্জ y

$$\therefore f(\mathbf{x}) = \mathbf{y}$$

বা,
$$\frac{2x+2}{x-1} = y$$

$$\sqrt{1}$$
, $xy - y = 2x + 2$

বা,
$$xy - 2x = y + 2$$

$$\vec{A}$$
, $x(y-2) = y+2$

বা,
$$x = \frac{y+2}{y-2}$$

এখন , $x = \frac{y+2}{y-2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি $y-2 \neq 0$ হয় , অর্থাৎ , y

$$\therefore$$
 রেঞ্জ $f = \mathbb{R} - \{2\}$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\therefore f^{-1}(y) = \frac{y+2}{y-2} [\because y = f(x) \therefore x = f^{-1}(y)]$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2}; x \neq 2$$

$$\therefore f^{-1}(3) = \frac{3+2}{3-2} = \frac{5}{1} = 5 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,
$$f(x) = \frac{2x+2}{x-1}, x \neq 1$$

:.
$$f(p) = \frac{2p+2}{p-1}$$
; $p \neq 1$

আবার ,
$$f^{-1}(\mathbf{p}) = \mathbf{k}\mathbf{p}$$

বা,
$$p = f(kp)$$

বা,
$$p = \frac{2kp+2}{kp-1}$$

$$\sqrt{3}$$
, $2kp + 2 = kp^2 - p$

$$4 + kp^2 - 2kp - p - 2 = 0$$

বা,
$$kp^2 - 2kp = p + 2$$

বা,
$$kp(p-2) = p + 2$$

$$\therefore k = \frac{p+2}{p(p-2)}$$

প্রশ্ল−৭ **>** x² + y² = 9 দারা একটি অন্বয় বর্ণিত হলো।

ক. অন্বয়টিকে $\mathbf{y} = f(\mathbf{x})$ আকারে প্রকাশ কর।

খ. অন্বয়টি ফাংশন কিনা যাচাই কর যেখানে, $y \geq 0$;

ফাংশন **হলে** এর ডোমেন নির্ণয় কর।

গ. প্রদন্ত অন্বয়টির লেখচিত্র অজ্জন কর।

🄰 ৭ নং প্রশ্রের সমাধান 🌬

ক. দেওয়া আছে, $x^2 + y^2 = 9$

বা,
$$y^2 = 9 - x^2$$

বা,
$$y = \pm \sqrt{9 - x^2}$$

যা y = f(x) আকভরের।

খ. 'ক' হতে পাই,
$$y = \pm \sqrt{9 - x^2}$$

এখন,
$$y \ge 0$$
 হলে, $y = \sqrt{9 - x^2}$

ধরি,
$$y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

মনে করি,
$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$\sqrt{9-x_1^2} = \sqrt{9-x_2^2}$$

$$\sqrt{1}$$
, $9 - x_1^2 = 9 - x_2^2$

বা,
$$x_1^2 = x_2^2$$

$$\therefore x_1 = x_2$$

সুতরাং $f(x) = y = \sqrt{9 - x^2}$ একটি ফাংশন হবে।

এখন x ∈ Rএর জন্য.

 $y = \sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R}$ হবে যদি এবং কেবল যদি

$$9 - x^2 > 0$$

বা,
$$-x^2 \ge -9$$

বা,
$$x^2 \le 9$$

বা, $|x| \le 3$ [বর্গমূল করে]

বা,
$$-3 \le x \le 3$$

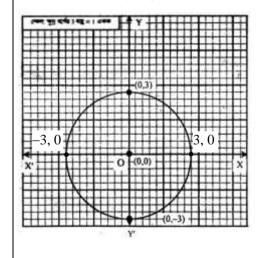
$$\therefore$$
 ডোমেন = $\{x \in \mathbb{R} : -3 \le x \le 3\}$ (Ans.)

গ. S-এর বর্ণনাকারী সমীকরণ, $x^2 + y^2 = 9$ (i)

$$\mathbf{T}, (x-0)^2 + (y-0)^2 = 3^2$$

(i) নং সমীকরণটির লেখচিত্র একটি বৃত্ত, যার কেন্দ্র (0,0) ও ব্যাসার্ধ 3। এখন ছক কাগজে x অংশ ও y অংশ অজ্জন করে (0,0) কিন্দু স্থাপন করি।

(0,0) বিন্দুটিকে কেন্দ্র করে 3 একক ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তই প্রদন্ত সমীকরণের লেখচিত্র যা ছক কাগজে দেখানো হলো।



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রমৃ−৮ ≯ F (x) = √x − 1 দারা বর্ণিত ফাংশনের জন্য।

ক. F(1) এবং F(5) নির্ণয় কর।

- খ. F (10) নির্ণয় কর এবং ফাংশনের ডোমেন ও ফাংশনটি এক–এক কিনা নির্ধারণ কর।
- গ. (i) $F(a^2 + 1)$ এবং $F(a^4 + 1)$ নির্ণয় কর । যেখানে, $a \in \mathbb{R}$. 8
 - (ii) F(x) = 5 হলে, x নির্ণয় কর।
 - (iii) F(x) = y হলে, x নির্ণয় কর, যেখানে $y \ge 0$.

উত্তর : ক. 0, 2; খ. 3, ডোম F = {x ∈ R : x ≥ 3};

গ. (i) x এবং a², (ii) x = 26, (iii) x = y² + 1

외계 $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x^2\}$ 지치다,

 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

- ক. S অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর।
- খ. ডোম S. রেঞ্জ S. S^{-1} নির্ণয় কর এবং S অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা নির্ধারণ কর। ৪
- গ. S অন্বয়ের লেখ অজ্জন কর।

উত্তর : ক. $S = \{ (-1, 1), (0, 0), (1, 1);$

খ. ডোম $S = \{-1, 0, 1\}$ রেঞ্জ $S = \{0, 1\}$

$f(x) = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$

- ক. f(y) নির্ণয় কর।

- খ. f⁻¹(x) নির্ণয় কর।
- গ. ফাংশনটি এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর।

উন্তর : ক. $\frac{1}{x-1}$; খ. $\frac{1}{x}+1$; গ. এক–এক।

$S = \{(-3, 6), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3)\}$

- প্রদত্ত ফাংশনের ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।
- খ. ফাংশন এক-এক কিনা নির্ধারণ কর।
- গ. যদি A = {−2, −1, 0, 1, 2} হয় তবে S = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A এবং y = x²} কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

উত্তর : ক. ডোম $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ রেঞ্জ $S = \{-1, 0, 3, 6\}$

খ. এক-এক; গ. { (-1,0), (0,0) (1,1)}

엑파 - 5 > $F: R_+ \rightarrow R_+, F(x) = x^2$

- ক. R+ কিসের সেট নির্দেশ করে। ডোম F কত?
- খ. কোনো ফাংশন এক-এক হওয়ার শর্ত কী? দেখাও যে. F এক-এক ফাংশন।
- গ. রেঞ্জ F নির্ণয় কর। F(x) = 100 হলে, x নির্ণয় কর।

উত্তর : গ. 10

왼쪽 - ১৩ \triangleright $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - 1)^2$

- ক. বর্ণিত ফাংশনের ডোমেন নির্ণয় কর এবং ফাংশনটি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর।
- খ. F (-5), F(-1), F(0) ও F(1) নির্ণয় কর।
- গ. x নির্ণয় কর যখন (i) F(x) = 100
 - (ii) F(x) = 0

উত্তর: খ. F(-5) = 36, F(-1) = 4, F(1) = 0; গ. (i) 11.-9; (ii) 1

প্রশ্বন ১৪ f(x) = 3x - 1

ক. f(1), $F(\frac{1}{3})$ নির্ণয় কর।

- খ. f⁻¹(x) নির্ণয় কর।
- গ. f(x) এর ডোমেন ও ফাংশনটি এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর। 8

উন্তর : ক. f(1) = 2 এবং $f(\frac{1}{3}) = 0$; খ. $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$

প্রশ্ন–১৫ > অন্বয়ের লেখচিত্র অজ্ঞ্জন করে লেখচিত্র থেকে অন্বয়টি ফাংশন কি না এবং ফাংশন হলে এক–এক কিনা তা নির্ধারণ কর।

- ক. S = {(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20)} অন্বয়টি এক-এক কিনা তা নির্ধারণ কর।
- খ. দেখাও যে, $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ ফাংশনটি এক–এক নয় ।
- গ. S = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A এবং x y = 1} বেখানে A = {-2, -1, 0, 1, 2} অন্বয়ের লেখচিত্র অজ্জন কর।

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রশ্ন ১৬ $ightharpoonup A = \{X: X \in Z \,$ এবং $x^2 \le 4\}$

 $B = \{X \in \mathbb{N} : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 5\}$

 $C = \{3, 5\}$

- ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।
- খ. দেখাও যে, $P(B) \cup P(C) \subset P(B \cup C)$
- গ. $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = \sqrt{4 x^2}\}$ অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর।
 - 🕨 ১৬ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨

ক. দেওয়া আছে, $\mathbf{A} = \{\mathbf{x}: \mathbf{x} \in \mathbf{Z} \ \mathfrak{Q}$ বং $\mathbf{x}^2 \leq 4\}$

এখানে, $Z = \pm 1, \pm 2, \pm 3$

শর্তমতে, $A = \{0, \pm 1, \pm 2\}$

$$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

খ. দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x$ বিজোড় সংখ্যা এবং $x < 5\}$

$$B = \{1, 3\}$$

এবং $c = \{3, 5\}$

- এখন P(B) = { \phi , {1}, {3}, {1, 3} }
 - $P(c) = {\phi, {3}, {5}, {3, 5}}$
- $P(B) \cup P(C) = \{ \emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1,3\}, \{3,5\} \}$
- আবার, B \cup C = {1, 3} \cup {3, 5} = {1, 3, 5}



সুতরাং $P(B) \cup P(C) P(B \cup C)$ (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = \sqrt{4 - x^2} \text{ এবং } A = x \in A \}$ $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = \sqrt{4-x^2}$ এর মান নির্ণয় করি :

X	-2	-1	0	1	2
$y = \sqrt{4 - x^2}$	0	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{3}$	0

এখন,
$$\sqrt{3} \in 4$$
 : $(-1, \sqrt{3}) \in s$ এবং $(1, \sqrt{3}) \in s$

∴
$$S = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ arg } y = \sqrt{4 - x^2}$$

= $\{(-2, 0), (0, 2), (2, 0)\}$

S এর সদস্য ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেই (- 2, 0, 2) এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট {0, 2}

 \therefore ডোম S = (-2, 0, 2) এবং রেঞ্জ S = (0, 1)

প্রশ্ল–১৭ > A = {-2, -1, 0, 1, 2} এবং B = {2, 3, 5} যা সেটের নিদিফ উপাদান দারা সমন্বিত।

ক. P(B) নির্ণয় কর।

- খ. S = {(x, y) : x ∈ A, y ∈ A এবং x = y²} অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা করে ডোম S এবং রেঞ্জ S নির্ণয় কর।
- গ. উপরে বর্ণিত অন্বয়টির লেখচিত্র অজ্ঞ্জন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র হতে নির্ণয় কর।

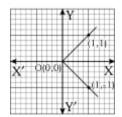
🕨 🕯 ১৭নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

ক. দেওয়া আছে, $B = \{2, 3, 5\}$

 $P(B) = \{\{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{2, 3, 5\}\}\$

- $=\{(x,y):x\in A,y\in A$ এবং $y=\pm\sqrt{x}\}$
 - এখন, $y = \pm \sqrt{x}$
 - -2 ও -1 এর জন্য y এর মান অবাস্তব
 - x = 0 **হলে**, $y = 0 \in a$: $(0, 0) \in S$
 - x = 1 **₹**(**7**), $y = \pm 1 \in A$ ∴ $(1, 1), (1, -1) \in S$
 - x=2 **হলে**, $y=\pm\sqrt{2} \notin A$
 - $\therefore (2, \pm \sqrt{2}) \notin S$
 - $S = \{(0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$
 - ∴ ডৌম S = {0, 1} (Ans.)
 - রেঞ্জ $S = \{0, 1, -1\}$ (Ans.)
- গ. 'খ' হতে পাই, অন্বয়, $S = \{(0,0), (1,1), (1,-1)\}$

X-অৰ ব্য়াব্য় 5 ঘ্য় = 1 একক এবং Y-অৰ ব্য়াব্য় 5 ঘ্য় = 1 একক ধরে প্রাপত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে প্রদত্ত অন্বয়ের লেখচিত্র পাওয়া যায়।



যেহেতু x=1 এর দুটি ইমেজ বা প্রতিচ্ছবি যথা 1,-1 পাওয়া যায়। সুতরাং S অন্বয়টি ফাংশন নয়।