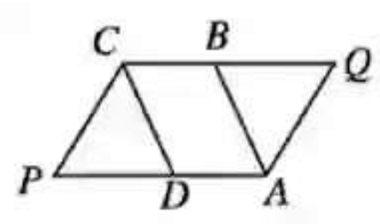
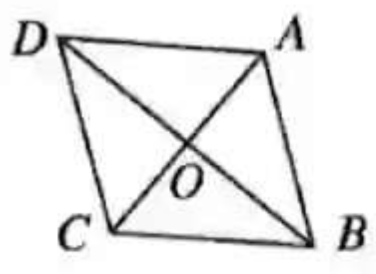
চতুর্ভুজ

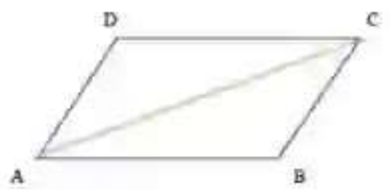
১. সামন্তরিকের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?
ক. বিপরীত বাহুগুলো অসমান্তরাল
খ. একটি কোণ সমকোণ হলে, তা আয়ত
গ. বিপরীত বাহুদ্বয় অসমান
ঘ. কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান
উত্তরঃ খ
২. নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য?
ক. কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান
খ. প্রত্যেক কোণই সমকোণ
গ. বিপরীত কোণদ্বয় অসমান
ঘ. প্রত্যেকটি বাহুই সমান
উত্তরঃ ঘ
৩. i. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।
ii. আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তা একটি বর্গ।
iii. প্রত্যেকটি রম্বস একটি সামন্তরিক।
উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?
ক. i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii
উত্তরঃ ঘ
৪. নিচের চিত্রটি লক্ষ্য করঃ



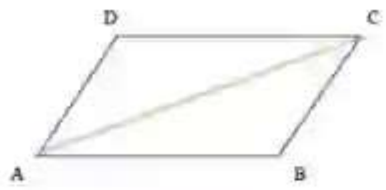
PAQC চতুর্ভুজের PPA=CQ এবং PA||CQ.
∠A ও ∠C এর সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে AB ও CD হলে ABCD ক্ষেত্রটির নাম কী?
ক. সামন্তরিক খ. রম্বস গ. আয়ত ঘ. বর্গ
উত্তরঃ ক
৫. দেওয়া আছে, △ABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO=OD হয়।



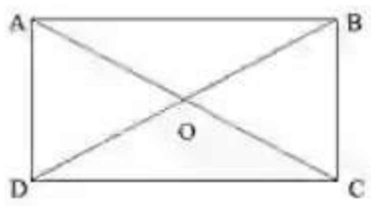
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামন্তরিক।
সমাধানঃ
বিশেষ নির্বচনঃ
দেওয়া আছে, △ABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO=OD হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামন্তরিক।
প্রমাণঃ
△ABC এ
CO=AO [BO মধ্যমা বলে]
এখন, △COB ও △DOA এ
CO=AO [BO মধ্যমা বলে]
BO=DO [শর্তানুসারে]
∠COB=∠DOA [বিপ্রতীপ কোণ]
∴△COB ≅ △DOA
তাহলে, AD=CB
অনুরুপভাবে পাই, CD=AB
∴ ABCD একটি সামন্তরিক (প্রমাণিত)
৬. প্রমাণ কর যে, সামন্তরিকের একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।
সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক যার একটি কর্ণ AC. প্রমাণ করতে হবে যে, AC কর্ণ ABCD সামন্তরিককে সমান দুই ভাগে ভাগ করে অর্থাৎ △ABC ≅ △ADC.
প্রমাণঃ
যেহেতু ABCD সামন্তরিক সেহেতু AB।।DC ও AD।।BC
এখন, AB।।DC ও AC তাদের ছেদক
∴∠BAC=∠DCA [একান্তর কোণ]
আবার, AD।।BC ও AC তাদের ছেদক
∴∠DAC=∠BCA [একান্তর কোণ]
এখন, △ADC ও △ABC এ
∠BAC=∠DCA
∠DAC=∠BCA
AC সাধারণ বাহু
∴△ADC ≅ △ABC (প্রমাণিত)
৭. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, তা একটি সামন্তরিক।
সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ। এর AD=BC, AB=CD এবং AD||BC, AB||CD. প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামন্তরিক।
অঙ্কনঃ
A, C যোগ করি।
প্রমাণঃ
AB||DC ও AC তাদের ছেদক
∴∠BAC=∠DCA [একান্তর কোণ]
আবার, AD||BC ও AC তাদের ছেদক
∴∠DAC=∠BCA [একান্তর কোণ]
এখন, △ADC ও △ABC এ
∠BAC=∠DCA
∠DAC=∠BCA
AC সাধারণ বাহু
∴△ADC ≅ △ABC
তাহলে, ∠ABC=∠ADC
অনুরুপভাবে, ∠BAD=∠BCD
∴ABCD একটি সামন্তরিক।
৮. প্রমাণ কর যে, সামন্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।
সমাধানঃ

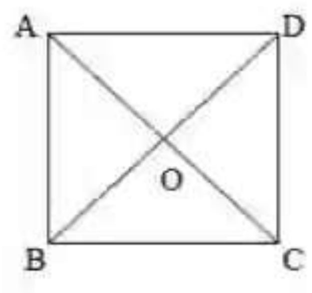


বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, ABCD সামন্তরিকের কর্ণ AC=কর্ণ BD
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি আয়ত।
প্রমাণঃ
△ABC ও △ADB এর মধ্যে
BC=AD
AC=BD
AB সাধারন বাহু।
∴△ABC≅△ADB
তাহলে, ∠ABC=∠BAD
এখন, যেহেতু AD||BC এবং AB তাদের ছেদক।
∴∠ABC+∠BAD=2 সমকোণ।

∴ABCD একটি আয়ত (প্রমাণিত)

৯. প্রমাণ কর যে, চতুরভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণ পরস্পপর সমান এবং পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখন্ডিত করেছে। অর্থাৎ AC=BD, OA=OC, OB=OD

এবং $\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle AOD=90^0$

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি বর্গ।

প্রমাণঃ

△AOB ও △AOD এ

OB=OD [শর্তানুসারে]

$\angle AOB=\angle AOD$ [শর্তানুসারে সমকোণ]

AO সাধারণ বাহু

∴△AOB ≅ △AOD

তাহলে, AB=AD

অনুরুপভাবে পাই, AD=DC; DC=BC

অর্থাৎ, AB=AD=DC=BC

এখন, △AOB এ

$\angle AOB=90^0$

এবং OA=OB

$\therefore\angle OAB=\angle OBA=45^0$

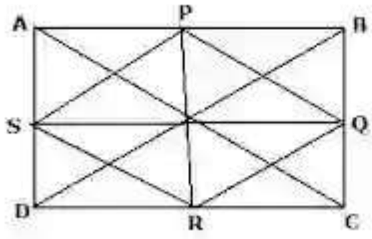
অনুরুপভাবে, △AOD এ $\angle OAD=\angle ODA=45^0$

$\therefore\angle BAD=\angle OAB+\angle OAD=45^0+45^0=90^0$

∴ABCD একটি বর্গ।

১০. প্রমাণ কর যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, ABCD আয়ত। P, Q, R ও S যথাক্রমে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দু। P,Q; Q,R; R,S ও S, P যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি রম্বস।

অঙ্কনঃ

A,C; B,D এবং S,Q; P,R যোগ করি।

প্রমাণঃ

△ABD এ AB ও AD এর মধ্যবিন্দু D ও S

∴DS||BD এবং DS=½BD

একইভাবে পাই, QR=PS; QR= ½BD

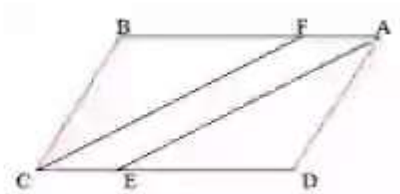
∴ PS=QR এবং PS||QR

তাহলে আমরা একইভাবে পাই, PQ=SR; PQ||SR

∴ PQRS একটি রম্বস (প্রমাণিত)

১১. প্রমাণ কর যে, সামন্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পর সমান্তরাল।

সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ

মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক। এর ∠A ও ∠C এর সমদ্বিখন্ডক AE ও CF যথাক্রমে DC ও AB কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AE||CF.

প্রমাণঃ

যেহেতু, AE, ∠BAD এর সমদ্বিখন্ডক

∴∠EAF=½∠BAD

অনুরুপভাবে, ∠ECF=½∠BCD

এখন, ∠BAD=∠BCD [সামন্তরিকের বিপরীত কোণ পরস্পর সমান]

∴∠EAF=∠ECF

এখন, AECF চতুর্ভুজ এ

∠EAF=∠ECF যারা পরস্পপর বিপরীত কোণ।

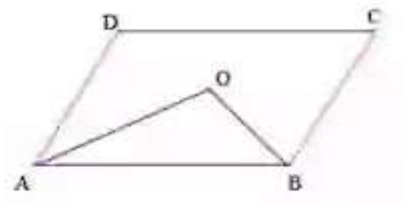
তাহলে, AECF চতুর্ভুজ এ ∠AEC=∠AFC

∴ AECF একটি সামন্তরিক।

∴ AE||FC (প্রমাণিত))

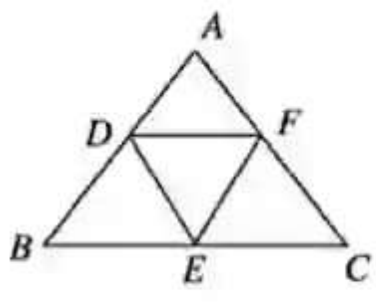
১২. প্রমাণ কর যে, সামন্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখন্ডক পরস্পর লম্ব।

সমাধানঃ



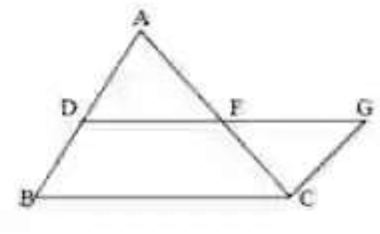
বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, ABCD একটি সামন্তরিক। এর ∠BAD ও ∠ABC এর সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ কর যে, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব।
প্রমাণঃ
ABCD সামন্তরিকে,
$\angle BAD+\angle BCD+\angle ABC+ADC=360^0$
বা, $\angle BAD+\angle BAD+\angle ABC+\angle ABC=360^0$ [সামন্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান হয়]
বা, $2\angle BAD+2\angle ABC=360^0$
বা, $\angle BAD+\angle ABC=180^0$
বা, $2\angle OAB+2\angle OBA=180^0$[∠BAD ও ∠ABC এর সমদ্বিখন্ডক শর্তানুসারে]
বা, $\angle OAB+\angle OBA=90^0$..........(i)
এখন,
△ABO এ
$\angle OAB+\angle OBA+\angle AOB=180^0$
বা, $90^0+\angle AOB=180^0$ [(i) নং হতে]
বা, $\angle AOB=180^0-90^0$
বা, $\angle AOB=90^0$
অর্থাৎ, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব (প্রমাণিত)

১৩. চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



ক. প্রমাণ কর যে, ∠BDF+∠DFE+∠FEB+∠EBD=চার সমকোণ।
সমাধানঃ
মনে করি, চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে, ∠BDF+∠DFE+∠FEB+∠EBD=চার সমকোণ।
প্রমাণঃ
△BDE এ
∠DBE+∠BED+∠BDE=দুই সমকোণ...........(i)
আবার, △DEF এ

$\angle DEF+\angle EFD+\angle FDE=$দুই সমকোণ...........(ii)
(i)+(ii) করে,
$\angle DBE+\angle BED+\angle BDE+\angle DEF+\angle EFD+\angle FDE=$চার সমকোণ
বা, $\angle DBE+(\angle BED+\angle DEF)+(\angle BDE+\angle FDE)+\angle EFD=$ চার সমকোণ
বা, $\angle DBE+\angle BEF+\angle BDF+\angle EFD=$ চার সমকোণ (প্রমাণিত)
খ. প্রমাণ কর যে, DF।।BC এবং DF= ½BC
সমাধানঃ



বিশেষ নির্বচনঃ
মনে করি, △ABC এর D ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু। D ও F যোগ করে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন DF=FG হয়। G, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, DF।।BC এবং DF= ½BC
প্রমাণঃ
△ADF ও △CGF এ
DF=FG [অঙ্কনানুসারে]
AF=FC [শর্তানুসারে]
$\angle DFA=\angle CFG$ [বিপ্রতীপ কোণ]
∴△ADF ≅△CGF
তাহলে, AD=CG
বা, BD=CG [AD=BD: শর্তানুসারে]
এবং, $\angle DAF=\angle FCG$ যার ছেদক AC
∴ AD।।CG
বা, BD।।CG
এখন, যেহেতু BD=CG ও BD।।CG
সেহেতু, BDGC একটি সামন্তরিক।
তাহলে, DG।।BC
বা, DF।।BC
এবং, DG=BC
বা, 2DF=BC [DF=FG বলে]
বা, DF= ½BC
∴ DF।।BC এবং DF= ½BC (প্রমাণিত)