পঞ্চম অধ্যায

সমীকর্বণ



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

এক চলক সমন্বিত দিরঘাত সমীকরণ ও তার সমাধান :

এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শর প $ax^2+bx+c=0$. এখানে, a,b,c বাস্তব সংখ্যা এবং $a\neq 0$ । সমীকরণটির সমাধান,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

বা, $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পৰকে a দারা গুণ করে]

বা,
$$(ax)^2 + 2(ax)\left(\frac{b}{2}\right) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$$

$$\sqrt{ax + \frac{b}{2}} = \frac{b^2 - 4ac}{4}$$

বা,
$$ax + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

$$\exists i, ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

বা,
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
....(i)

অতএব, x এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে,

(i)
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
....(ii)

(ii)
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
....(iii)

উপরের (i) নং সমীকরণে b^2-4ac কে দ্বিঘাত সমীকরণটির নিশ্চায়ক বলে। কারণ ইহা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় করে। নিশ্চায়কের অবস্থাভেদে দিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি

- $b^2-4ac>0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ হবে।
- $b^2-4ac>0$ কিম্তু পূর্ণবর্গ না হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে। (ii)
- $b^2-4ac=0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পার সমান হবে। এক্ষেত্রে $x=-rac{b}{2a}\cdot -rac{b}{2a}$
- $b^2-4ac<0$ অর্থাৎ ঋণাত্মক হলে বাস্তব মূল নাই।

অনুশীলনীর প্রশু ও সমাধান

সূত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর:

সমাধান : $2x^2 + 9x + 9 = 0$ কে দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শরু প $ax^2 + bx + c =$ ্বা , $x = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{4}$

0 এর সাথে তুলনা করে পাই, $a=2,\,b=9$ এবং c=9

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয়
$$x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

বা,
$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4.2.9}}{2.2}$$

বা,
$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{4}$$

বা,
$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{9}}{4}$$

নবম–দশম শ্রেণি: উচ্চতর গণিত ▶ ১৫১

বা,
$$x = \frac{-9 \pm 3}{4}$$

অর্থাৎ
$$x_1 = \frac{-9+3}{4}$$
 এবং $x_2 = \frac{-9-3}{4}$

$$x_1 = \frac{-6}{4}$$
 $x_2 = \frac{-12}{4}$

$$x_2 = \frac{-12}{4}$$

$$x_1 = \frac{-3}{2}, \quad x_2 = -3$$

$$x_2 = -3$$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{-3}{2}$, -3

객 $1 < 1 3 - 4x - 2x^2 = 0$

সমাধান:
$$3-4x-2x^2=0$$

$$\boxed{4}, -2x^2 - 4x + 3 = 0$$

সমীকরণটির আদর্শর প দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা

করে পাই,
$$a = -2$$
, $b = -4$ এবং $c = 3$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$\overline{41, x} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4.2.(-3)}}{2.2}$$

বা,
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 24}}{4}$$

বা,
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{4}$$

বা,
$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4}$$

বা,
$$x = \frac{2(-2 \pm \sqrt{10})}{4}$$

$$\forall x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

বা,
$$x = -1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

অর্থাৎ
$$x_1 = -1 + \frac{\sqrt{10}}{2}$$
, $x_2 = -1 - \frac{\sqrt{10}}{2}$

নির্শেয় সমাধান :
$$\left(-1 + \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$$
, $\left(-1 - \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$

역 및 및 이 및 $4x - 1 - x^2 = 0$

সমাধান :
$$4x - 1 - x^2 = 0$$

$$\sqrt{1}$$
, $-x^2 + 4x - 1 = 0$

সমীকরণটির আদর্শরূ প দিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা

করে পাই, a = 1, b = -4 এবং c = 1

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $_{\mathrm{X}}=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{^{2a}}$

$$\therefore x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.1}}{2.1}$$

বা,
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2}$$

বা,
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$$

বা,
$$x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

বা,
$$x = \frac{2(2 \pm \sqrt{3})}{2}$$

বা,
$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

অর্থাৎ
$$x_1 = 2 + \sqrt{3}$$
, $x_2 = 2 - \sqrt{3}$

নির্ণেয় সমাধান :
$$2 + \sqrt{3}, -\sqrt{3}$$

역 및 18 및 $2x^2 - 5x - 1 = 0$

সমাধান:
$$2x^2 - 5x - 1 = 0$$

সমীকরণটিকে আদর্শরূ প দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bx+c=0$ এর সাথে তুলনা

করে পাই,
$$a = 2$$
, $b = -5$ এবং $c = -1$

অতএব সমীকরণটির মূলধ্য় $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\forall x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2(-1)}}{2.2}$$

বা,
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 8}}{4}$$

অর্থাৎ
$$x_1 = \frac{1}{4}(5 + \sqrt{33}), x_2 = \frac{1}{4}(5 - \sqrt{33})$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$\frac{1}{4}(5+\sqrt{33}), \frac{1}{4}(5-\sqrt{33})$$

역 $x^2 + 7x + 1 = 0$

সমাধান:
$$3x^2 + 7x + 1 = 0$$

সমীকরণটিকে আদর্শর প দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয়
$$x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4.3.1}}{2.3}$$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 12}}{6}$$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

অর্থাৎ
$$x_1 = \frac{1}{6}(-7 + \sqrt{37}), x_2 = \frac{1}{6}(-7 - \sqrt{37})$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$\frac{1}{6}(-7-\sqrt{37}), \frac{1}{6}(-7+\sqrt{37})$$

격기 $1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 - 3x^2 + 9x = 0$

সমাধান:
$$2 - 3x^2 + 9x = 0$$

$$\therefore -3x^2 + 9x + 2 = 0$$

সমীকরণটিকে আদর্শর প দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা

করে পাই,
$$a=-3, b=9$$
 এবং $c=2$

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয়
$$x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

বা,
$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 24}}{4}$$

বা,
$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{105}}{-6}$$

বা,
$$x = \frac{9 \pm \sqrt{105}}{6}$$

অর্থাৎ
$$x_1 = \frac{9 + \sqrt{105}}{6}$$
, $x_2 = \frac{9 - \sqrt{105}}{6}$

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৫২

নির্ণেয় সমাধান :
$$\frac{9+\sqrt{105}}{6}, \frac{9-\sqrt{105}}{6}$$

역 지 시 의 시 $x^2 - 8x + 16 = 0$

সমাধান: $x^2 - 8x + 16 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শর প দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, a = 1, b = -8 এবং c = 16

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2^a}$

$$\therefore x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4.1.16}}{2.1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2}$$

$$\therefore x_1 = \frac{8+0}{2}, x_2 = \frac{8-0}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : 4, 4

역 1 1 1 2x² + 7x - 1 = 0

সমাধান: $2x^2 + 7x - 1 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শরু প দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bx+c=0$ এর সাথে তুলনা করে পাই, a = 2, b = 7 এবং c = -1

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$\therefore x = \frac{-7 \pm \sqrt{(7)^2 - 4.2(-1)}}{2.2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 8}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{4}$$

$$\therefore x_1 = \frac{1}{4} (-7 + \sqrt{57}), x_2 = \frac{1}{4} (-7 - \sqrt{57})$$

নির্ণেয় সমাধান : $\frac{1}{4}(-7 + \sqrt{57})$, $\frac{1}{4}(-7 - \sqrt{57})$

সমাধান: $7x - 2 - 3x^2 = 0$

 $4 \cdot 3x^2 + 7x - 2 = 0$

সমীকরণটিকে আদর্শর প দিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা

করে পাই, a = -3, b = 7 এবং c = -2

অতএব সমীকরণটির মূলদ্বয় $x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2}$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(-3).(-2)}}{2.(-3)}$$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 24}}{-6}$$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{25}}{-6}$$

বা,
$$x = \frac{-7 \pm 5}{-6}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-7+5}{-6} \qquad x_2 = \frac{-7-5}{-6}$$

$$=\frac{-2}{-6}$$
 $=\frac{-12}{-6}$

$$=\frac{-12}{-6}$$

$$=\frac{1}{3}$$
 অপাৎ $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 2$

নির্ণেয় সমাধান: $x = \frac{1}{3}$, 2

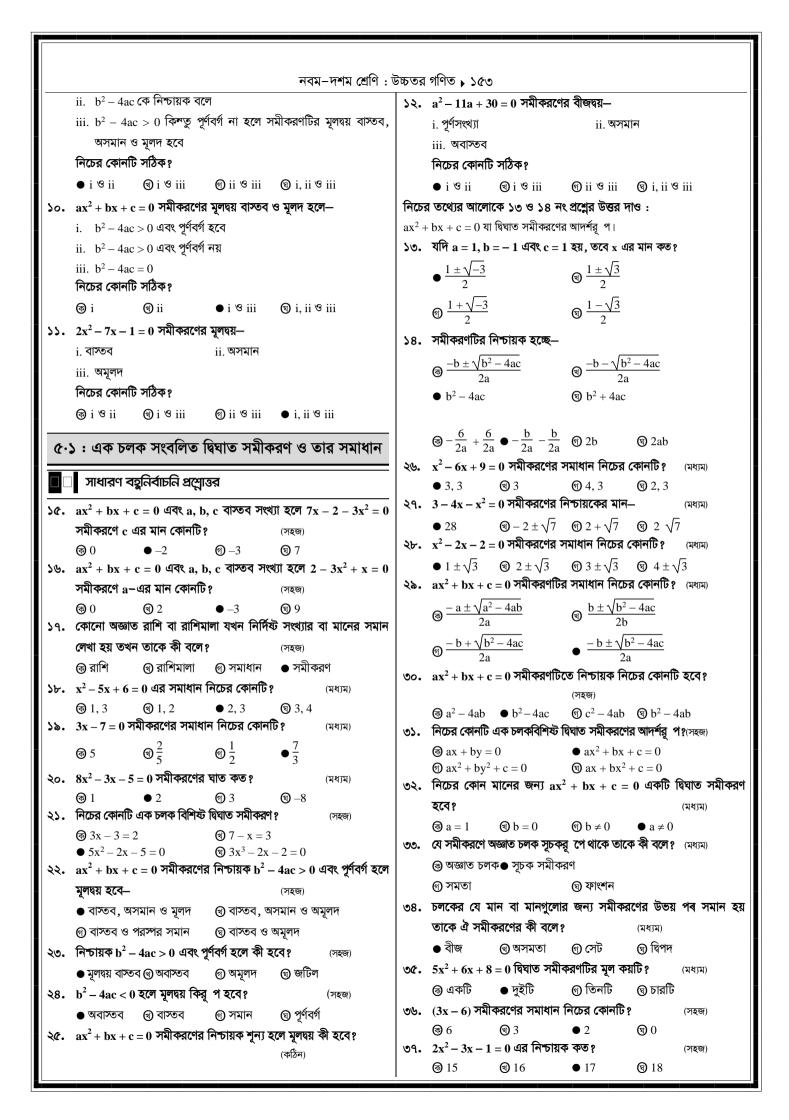
গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

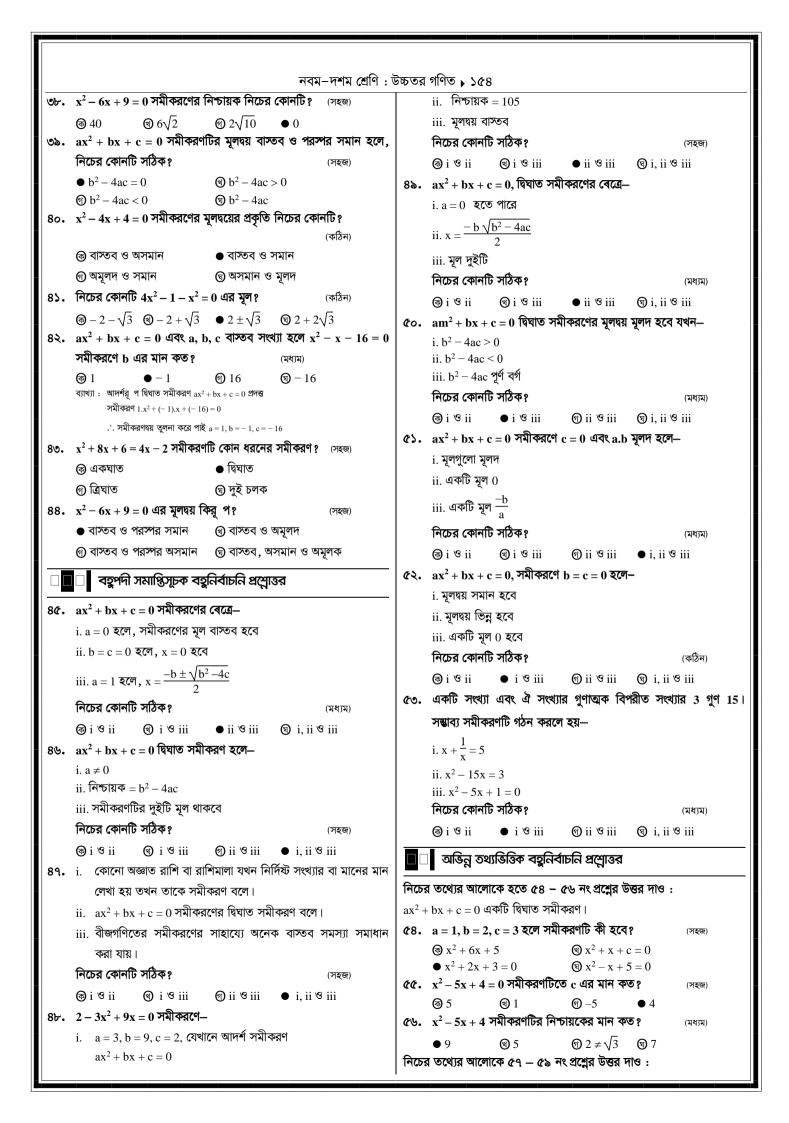
- ১. $3x^2 2x 1 = 0$ সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত?
- **⊘** −4
- **1** 4
- ২. $x^2 6x + 9 = 0$ সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান কত?
- \bullet 0
- **1**
- x² 8x + 16 = 0 সমীকরণের নিশ্চায়ক কত?
- \bullet 0
- **1** 4
- $9 8\sqrt{2}$
- $\mathbf{a}(\mathbf{x}+\mathbf{b})<\mathbf{c}$ এবং $\mathbf{a}<\mathbf{0}$ হলে অসমতাটির সমাধান কোনটি?
- কোনটি সরলরৈখিক ফাংশনের সাধারণ রূ প?
 - \bullet f(x) = mx + c
- ① $f(x, y) = x^2 + y^2 = a^2$ ② f(x) = 4ax

- ৬. $2x^2 3x 1 = 0$ এর নিশ্চায়ক কত?
- **(1)** 16
- **(9)** 18
- ৭. $F(x) = (x-1)^2$ হলে, x এর মান কত?
- **1** + y **1** + y **1** \sqrt{y} **1** $\pm \sqrt{y}$ **1** \sqrt{y}
- ৮. $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব হবে যখন
 - i. $b^2 4ac > 0$
 - ii. $b^2 4ac = 0$
 - iii. $b^2 4ac < 0$
 - নিচের কোনটি সঠিক?
 - (1) ii 😉 iii
 - ၍ i ଓ iii g i, ii g iii
- $ax^2 + bx + c = 0$ 4-

o i v ii

i. a-এর মান শূন্য হতে পারে না





3 $\sqrt{2} \pm \sqrt{7}$

a $2 \pm \sqrt{7}$

 \bullet – $(2 \pm \sqrt{7})$

৮৩. সমীকরণের মূলদয়ের প্রকৃতি কিরু প?

i. সমান হবে যদি D = 0 হয়

ii. অসমান ও বাস্তব হবে যদি D > 0 হয়

iii. অসমান ও মূলদ হবে যদি D≥0 হয়

বাস্তব ও সমান

থি অমূলদ

সূজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রমু−১ → ax² + bx + c = 0 একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

ক. প্রদত্ত সমীকরণটি কোন ধরনের সমীকরণের আদর্শর প? খ. প্রদন্ত সমীকরণ হতে x এর দুইটি মান নির্ণয় কর।

- গ $oldsymbol{b}=c=0$ হলে, x_1 ও x_2 এর মান নির্ণয় কর।

🕨 🕯 ১ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

- ক. প্রদত্ত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ হচ্ছে এক চলক সমন্বিত দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শর প। যেখানে a, b, c বাস্তব। সংখ্যা এবং a এর মান কখনোই শূন্য (0) হতে পারবে না।
- খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

 \vec{a} , $a^2x^2 + abx + ac = 0$ [উভয়পৰকে a দারা গণ করে]

$$\boxed{4}, (ax)^2 + 2(ax)\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$$

বা,
$$\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$$

$$rac{1}{1}$$
, $(ax + \frac{b}{2})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

বা,
$$ax + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

বা,
$$ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

বা,
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

অতএব, x এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 এবং $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

'খ' হতে প্রাশ্ত , $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

এবং
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-0 + \sqrt{0 - 4.a.0}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$$

$$x_2 = \frac{-0 - \sqrt{0 - 4 \cdot a \cdot 0}}{2a} = \frac{0}{2a} = 0$$

প্রমু—২৮ ax² + bx + c = 0 একটি দ্বিঘাত সমীকরণ যেখানে a, b ও c বাস্তব



- ক. c=0 হলে সমীকরণটির মূলদ্বয় বের কর এবং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশেরষণ কর।
- খ. প্রদ**ত্ত** সমীকরণ হতে x_1 ও x_2 নির্ণয় কর।

গ. $a=1,\,b=c=2p$ হলে x_1 ও x_2 এর মান নির্ণয় কর। 8

🕨 🕯 ২ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. প্রদন্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

$$c = 0$$
 হলে, $ax^2 + bx = 0$

$$\vec{a}$$
, $x(ax + b) = 0$

$$\therefore x = 0$$
 অথবা $x = -\frac{b}{a}$

সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ. প্রদন্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$

বা,
$$a^2x^2 + abx + ac = 0$$
 ্ডিড

[উভয়পৰকে a দারা গণ করে]

বা,
$$(ax)^2 + 2.ax$$
. $\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

$$\overline{4}, \left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$$

$$\sqrt{ax + \frac{b}{2}} = \frac{b^2 - 4ac}{4}$$

বা,
$$ax + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$$

বা,
$$ax = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$$

বা,
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

অতএব, x–এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে–

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 and $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (Ans.)

গ. এখন, a = 1, b = c = 2p হলে,

$$x = \frac{-2p \pm \sqrt{(2p)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2p}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{-2p \pm \sqrt{4p^2 - 8p}}{2}$$

$$= \frac{-2p \pm \sqrt{4(p^2 - 2p)}}{2}$$

$$= \frac{-2p \pm 2\sqrt{p^2 - 2p}}{2}$$

$$= -p \pm \sqrt{p^2 - 2p}$$

:
$$x_1 = -p + \sqrt{p^2 - 2p}$$
 এবং $x_2 = -p - \sqrt{p^2 - 2p}$ (Ans.)

전투 -9 > $x^2 + 8x + 16 = 0$

ক. আদর্শর প সমীকরণের সাথে তুলনা করে a, b, c এর মান নির্ণয় কর।

খ. সূত্রের সাহায্যে সমাধান কর।

গ. সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি আলোচনা কর।

🕨 🕯 ৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

 $\overline{\Phi}$. $x^2 + 8x + 16 = 0$ আদর্শরু প দ্বিঘাত সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

a = 1, b = 8, c = 16

খ. সমীকরণটির মূলদ্বয় $x = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 4.1.16}}{2.1}$

$$= \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$$

$$= \frac{-8 \pm 0}{2}$$

$$= \frac{-8 + 0}{2}, \frac{-8 - 0}{2}$$

 \therefore সমীকরণটির মূলদ্বয় $x_1=-4,\,x_2=-4$

গ. দেওয়া আছে, $x^2 + 8x + 16 = 0$

নিশ্চায়ক =
$$b^2 - 4ac$$

= $(8)^2 - 4.1.16$
= $64 - 64$

যেহেতু $b^2 - 4ac = 0$ সুতরাং মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান।

প্রমু-8 ightharpoonup $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণটি এক চলক সংবলিত আদর্শ দ্বিঘাত

সমীকরণ।

- ক. সমীকরণ কাকে বলে?
- খ. উদ্দীপকের সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর।
- গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে $7x^2 x 9$ =0 সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর।

🕨 🕯 ৪ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

- ক. সমীকরণ : কোনো অজ্ঞাত রাশি যখন নির্দিষ্ট সংখ্যার সমান লেখা হয় তখন তাকে সমীকরণ বলে। যেমন : 2x + y = 0, x + y + 3x = 0ইত্যাদি।
- খ. উদ্দীপকের সমীকরণটি $ax^2 + bx + c = 0$ আমরা দ্বিঘাত সমীকরণটির সমাধান করি,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

বা,
$$a^2x^2 + abx + ac = 0$$

[a দারা গুণ করে]

$$\vec{A}, (ax)^2 + 2.ax. \frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$$

$$\sqrt{ax + \frac{b}{2}} = \frac{b^2}{4} - ac$$

$$rac{1}{4}$$
, $(ax + \frac{b}{2})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4}$

$$rac{1}{1}$$
, $ax + \frac{b}{2} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$

[বর্গমূল করে]

$$\forall i, ax = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2} - \frac{b}{2}$$

$$\overline{4}, \ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

∴ x এর 2টি মান পাওয়া যাচ্ছে,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

এবং
$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

গ. প্রদন্ত সমীকরণ $7x^2 - x - 8 = 0$

 $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়

∴ সমীকরণিটর সমাধান,

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4.7.(-8)}}{2.7}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{1+224}}{14}=\frac{1\pm\sqrt{225}}{14}=\frac{1\pm15}{14}$$

অর্থাৎ
$$x_1 = \frac{1+15}{14}$$
 এবং $x_2 = \frac{1-15}{14}$

$$=\frac{16}{14} = \frac{-14}{14}$$

$$=\frac{8}{7}$$
 = -1

 \therefore নির্ণেয় মূলদ্বয় $\frac{8}{7}$, -1

প্রমূ $-oldsymbol{arepsilon} \Rightarrow \mathbf{a} \mathbf{x}^2 + \mathbf{b} \mathbf{x} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ। সমীকরণের দুইটি মূল **হলো**, a₁ ও a₂।



- ক. দ্বিঘাত সমীকরণ কী?
- খ. সমীকরণটির নিশ্চায়ক নির্ণয় কর।
- গ. a = 3, b = 4, c = -7 হলে, সমীকরণটির সমাধান কর।

🕨 🕯 ৫ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

- ক. যে সমীকরণে ঘাত বা শক্তি দুই তাকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলে। যেমন : px² + qx + r = 0 একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।
- খ. ৪নং খ দ্রফীব্য।
- গ. উদ্দীপকের সমীকরণটি $ax^2 + bx + c = 0$

এখানে,
$$a = 3$$
, $b = 4$, $c = -7$.

$$x = -b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-4\pm\sqrt{(4)^2-4.3(-7)}}{2.3}$$

$$=\frac{-4\pm\sqrt{16+84}}{6}=\frac{-4\pm\sqrt{100}}{6}=\frac{-4\pm10}{6}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-4+10}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

এবং
$$x_2 = \frac{-4-10}{6} = \frac{-14}{6} = \frac{-7}{3}$$

∴ নির্ণেয় সমাধান;
$$x_1 = 1, x_2 = \frac{-7}{3}$$

প্রমূ—৬ > $\mathbf{a}\mathbf{x}^2 + \mathbf{b}\mathbf{x} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ সমীকরণটি একচলক সংবলিত দ্বিঘাত সমীকরণ।

- ক. দ্বিঘাত সমীকরণ বলতে কী বুঝ?
- খ. উদ্দীপকের সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর।

 $b^2-4ac>0$ এবং b^2-4ac পূর্ণবর্গ হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ

- গ $\mathbf{a}\cdot\mathbf{a}\mathbf{x}^2-5\mathbf{x}-1=0$ সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। (উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে)।
- আবার, $b^2 4ac > 0$ এবং $b^2 4ac$ পূর্ণবর্গ না হলে মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

- 🕨 🕹 ৬ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

(i) নং সমীকরণের নিশ্চায়ক $b^2 - 4ac$

- ক. $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ আকারের সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণ বলা হয়।

- প্রদ**ত্ত** সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$ 4, $a^2x^2 + abx + ac = 0$
- [উভয়পৰকে a দারা গুণ করে]

$$\vec{a}$$
, $(ax)^2 + 2.ax.\frac{b}{2} + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac = 0$

$$\overrightarrow{a}, \left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{4} - ac$$

$$\sqrt{ax + \frac{b}{2}} = \frac{b^2 - 4ac}{4}$$

বা,
$$ax + \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4}}$$

বা,
$$ax = -\frac{b}{2} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2}$$

বা,
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

অতএব, x –এর দুইটি মান পাওয়া গেল এবং মান দুইটি হচ্ছে–

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 এবং $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (Ans.)

2x² - 5x - 1 = 0 সমীকরণটিকে আদর্শরু প দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

b ও c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$

অতএব সমীকরণটির মূলধ্য় $x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2}$

$$=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4.2.(-1)}}{2\cdot2}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25+8}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$$

অর্থাৎ, $x_1 = \frac{5 + \sqrt{33}}{4}$ এবং $x_2 = \frac{5 - \sqrt{33}}{4}$ (Ans.)

প্রমূ-৯ ightarrow $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণটি এক চলক সংবলিত আদর্শ দিঘাত সমীকরণ।

- ক. c=0 হলে মূল কী হবে এবং এর প্রকৃতি কিরূ প?
 - খ. সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর।
 - গ. উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে $2x^2 + 7x 1 = 0$ সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর।

🕨 🕯 ৭ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

প্রমু—৭ > $ax^2 + bx + c = 0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শ রূ প যেখানে, a,

ক. $b^2-4ac>0$ হলে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও

গ. $3 - 4x - x^2 = 0$ সমীকরণটি উলিরখিত সমীকরণের

- ক. দেওয়া আছে,
 - $ax^2 + bx + c = 0$ (i)

প্রকৃতি কিরূ প হবে?

খ. দেওয়া যে, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

সাথে তুলনা করে সমাধান কর।

যোখানে, a. b. c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$

- খ. ৪নং এর খ দ্রস্টব্য।
- পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ৫.১, উদাহরণ ৪ পৃষ্ঠা–৯১ দ্রফব্য।

চলক বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের আদর্শর প।

ক. সমীকরণটির কয়টি বীজ রয়েছে? এর নিশ্চায়কের মান কত?

প্রমূ–৮ \triangleright a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং a \neq 0 হলে ax² + bx + c = 0 হলো এক

- খ. সমীকরণটির সমাধান কর। অতঃপর মূলগুলোর ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় কর।
- গ \mathbf{a} 3 $-4\mathbf{x}-\mathbf{x}^2=0$ সমীকরণকে প্রদত্ত সমীকরণের সাথে তুলনা করে a, b, c এর মান লিখ এবং সমীকরণটির সমাধান কর।

১ ব৮ নং প্রশ্রের সমাধান ▶ ব

- ক. দেওয়া আছে, a, b, c বাস্তব সংখ্যা।
 - এবং $ax^2 + bx + c = 0$; $a \neq 0$ (i) সমীকরণটি দ্বিঘাত, অতএব এর দুইটি মূল বিদ্যমান। সমীকরণের নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac$ (Ans.)
- খ. ৪নং এর খ দফব্য।
 - $b^2 4ac$ প্রদন্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক যা সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি নির্ণয় করে।

নিশ্চায়কের অবস্থাভেদে সমীকরণটির মূলদ্বয়ের ধরন ও প্রকৃতি:

- $b^2-4ac=0$ হলে সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান হবে। এবেত্রে $x = \frac{b}{2a}, -\frac{b}{2a}$
- (ii) $b^2 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, মূলদ ও অসমান হবে।
- (iii) $b^2 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ না হলে, সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অমূলদ ও অসমান হবে।
- (iv) $b^2 4ac < 0$ হলে মূলদ্বয় অবাস্তব হবে। এবেত্রে মূলদ্বয় সবসময় দুইটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা হয়।
- পাঠ্য বইয়ের অনুশীলনী ৫.১, উদাহরণ ৪ পৃষ্ঠা–৯১ দ্রুফব্য।

🕨 🕯 ৯ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

- ক. প্রদত্ত সমীকরণ, $ax^2 + bx + c = 0$
 - c = 0 **হলে**, $ax^2 + bx = 0$
 - বা, x(ax + b) = 0
 - ∴ x = 0 অথবা ax + b = 0

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৫৯

$$\therefore x = 0$$
 অথবা $x = -\frac{b}{a}$

সুতরাং মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বাস্তব ও অসমান।

খ. সূজনশীল ৪(খ) সমাধান দেখ।

গ. প্রদন্ত সমীকরণ, $2x^2 + 7x - 1 = 0$

উদ্দীপকের সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 (-1)}}{2 \times 2}$$
$$= \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 8}}{4} = \frac{-7 \pm \sqrt{57}}{4}$$

বা,
$$x = \frac{1}{4} (-7 \pm \sqrt{57})$$

$$\therefore x = \frac{1}{4} (-7 + \sqrt{57})$$
 এবং $\frac{1}{4} (-7 - \sqrt{57})$

∴ সমীকরণটির মূলদ্বয়
$$\frac{1}{4}$$
 ($-7 + \sqrt{57}$) এবং ($-7 - \sqrt{57}$) (Ans.)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন ১০ ট $x^2-5x+6=0, x^2-6x+9=0, x^2-2x-2=0$ তিনটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

- ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2+bx+c=0$ এর সাথে তুলনা করে $a,\,b,\,c$ নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, প্রথম দুটি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪
- গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশেরষণ কর।

উন্তর: ক. ১ম সমীকরণে,
$$a=1, b=-5, c=6$$

২য় সমীকরণে, $a=1, b=-6, c=9$
৩য় সমীকরণে, $a=1, b=-2, c=-2$

- খ. $x = 1 \pm \sqrt{3}$;
- গ. ১ম সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও মূলদ। ২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব ও পরস্পর সমান।

তয় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ।

প্রমু**–১১ >** $\mathbf{x}^2 - 5\mathbf{x} + 6 = \mathbf{0}$ একটি এক চলকবিশিফ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ।

- ক. প্রদন্ত সমীকরণটিকে $ax^2+bx+c=0$ এর সাথে তুলনা করলে a,b ও c এর মান কত হবে?
- খ. প্রদত্ত সমীকরণটি সমাধান করে শুন্ধি পরীৰা কর।
- গ. $x^2 6x + 9 = 0$ সমীকরণটির x এর যেকোনো একটি মানের জন্য উদ্দীপকের সমীকরণটি সত্য কিনা প্রমাণ কর।

উত্তর : ক. a = 1, b = -5, c = 6

খ. x = 3, 2

গ**.** x = 3 এর জন্য সত্য।

প্রম্ল—১২ > $\mathbf{a}\mathbf{x}^2 + \mathbf{b}\mathbf{x} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ সমীকরণটি এক চলক সম্বলিত সমীকরণ।

- ক. সমীকরণটির সর্বোচ্চ ঘাত কত?
- খ. সমীকরণটি সমাধান কর।
- গ. a=1,b=-8 এবং c=16 ধরে সমীকরণটির মূল নির্ণয় কর। 8

উন্তর: ক. 2; খ.
$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
. $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$; গ. 4.4

প্রমূল১৩ চ $x^2 - 5x + 6 = 0$. $7x - 2 - 3x^2 = 0$, $4x - 1 - x^2 = 0$ তিনটি বিঘাত সমীকরণ।

- ক. সমীকরণ তিনটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে a, b, c নির্ণয় কর। ২
- খ. দেখাও যে, প্রথম দুইটি সমীকরণের মধ্যে একটি সাধারণ মূল রয়েছে। ৪
- গ. তৃতীয় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণগুলোর মূলদ্বয়ের প্রকৃতি বিশেরষণ কর।

উত্তর : ক. ১ম সমীকরণে a = 1, b = -5, c = 6

২য় সমীকরণে a = -3, b = 7, c = -2

৩য় সমীকরণে a = -1, b = 4, c = -1

গ. $x = 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3};$

১ম ও ২য় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, মূলদ।

তয় সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান, অমূলদ।

প্রমু–১৪ > $(k-1)x^2-(k+2)x+4=0$ একটি দিঘাত সমীকরণ।

- ক. সমীকরণটি নিশ্চায়ক কত?
- খ. k এর মান কত হলে সমীকরণের মূলগুলো বাস্তব ও সমান হবে। ৪
- গ. k এর মান ব্যবহার করে সমীকরণ গঠন কর এবং সমীকরণের মূলগুলো নির্ণয় কর এবং মূলের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।

উত্তর : ক. D = k² – 12k + 20; খ. k = 10, 2;

- গ. সমীকরণদ্বয় $9x^2 12x + 4 = 0$; $x^2 4x + 4 = 0$ এবং মূল যথাক্রমে $\frac{2}{3}$ এবং
- 2. বাস্তব ও অসমান।

অনুশীলনী ଓ .২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

মূল চিহ্ন সমন্বিত সমীকরণ

আমরা জানি, চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পক্ষ সমান হয়, ঐ মান বা মানগুলোই সমীকরণের বীজ বা মূল (Root) এবং ঐ মান বা মানগুলোর দ্বারা সমীকরণটি সিপ্ধ হয়।

সমীকরণে চলকের বর্গমূল সংবলিত রাশি থাকলে তাকে বর্গ করে বর্গমূল চিহ্নমুক্ত নতুন সমীকরণ পাওয়া যায়। উক্ত সমীকরণ সমাধান করে যে মূলগুলো পাওয়া যায় অনেক সময় সবগুলো মূল প্রদন্ত সমীকরণটিকে সিদ্ধ করে না। এ ধরনের মূল অবাশ্তর (Extraneous) মূল। সুতরাং মূলচিহ্ন সংবলিত সমীকরণ সমাধান প্রক্রিয়ায় প্রাপ্ত মূলগুলো প্রদন্ত সমীকরণের মূল কিনা তা অবশ্যই পরীক্ষা করে দেখা দরকার। পরীক্ষার পর যেসব মূল উক্ত সমীকরণকে সিদ্ধ করে তাই হবে প্রদন্ত সমীকরণের মূল।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর:

প্রশা ১
$$1\sqrt{x-4} + 2 = \sqrt{x+12}$$

সমাধান :
$$\sqrt{(x-4)} + 2 = \sqrt{x+12}$$

বা,
$$(\sqrt{x-4}+2)^2 = (\sqrt{x+12})^2$$
 [উভয়পৰকে বৰ্গ করে]

$$\overline{4}$$
, $x-4+4+2\sqrt{x-4}$. $2=x+12$

$$\sqrt[4]{x-4} = x + 12 - x$$

বা,
$$4\sqrt{x-4} = 12$$

বা,
$$\sqrt{x-4}=3$$

[উভয়পৰকে 4 দারা ভাগ করে]

$$\sqrt[4]{(\sqrt{x-4})^2} = 3^2$$

[উভয়পৰকে বৰ্গ করে]

বা,
$$x - 4 = 9$$

বা,
$$x = 9 + 4$$

$$\therefore x = 13$$

শুদ্ধি পরীক্ষা : x = 13 হলে প্রদত্ত সমীকরণে

বামপৰ =
$$\sqrt{13-4} + 2 = \sqrt{9} + 2 = 3 + 2 = 5$$

ডানপৰ =
$$\sqrt{13+12} = \sqrt{25} = 5$$

∴ বামপৰ = ডানপৰ

সুতরাং x = 13 প্রদ**ত্ত** সমীকরণের একটি বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : x = 13

ଥିଲା $\mathbb{I} < \mathbb{I} \sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$

সমাধান:
$$\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$$

বা,
$$(\sqrt{11x-6})^2 = (\sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1})^2$$
 [উভয়পৰকে বৰ্গ করে]

$$4$$
, $11x - 6 = 4x + 5 + x - 1 - 2\sqrt{4x + 5}\sqrt{x - 1}$

$$4$$
, $11x - 6 - 5x - 4 = -2\sqrt{(4x + 5)(x - 1)}$

বা,
$$6x - 10 = -2\sqrt{4x^2 + x - 5}$$
 [উভয়পৰকে 2 দারা ভাগ করে]

বা,
$$(3x-5)^2 = -(\sqrt{4x^2+x-5})^2$$
 [উভয়পৰকে বৰ্গ করে]

$$4, 9x^2 - 30x + 25 = 4x^2 + x - 5$$

$$4$$
 $9x^2 - 30x + 25 - 4x^2 - x + 5 = 0$

$$4$$
, $5x^2 - 31x + 30 = 0$

$$4, 5x^2 - 25x - 6x + 30 = 0$$

$$4$$
, $5x(x-5)-6(x-5)=0$

$$4$$
, $(x-5)(5x-6)=0$

$$\therefore$$
 হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $5x - 6 = 0$

$$\therefore x = \frac{6}{5}$$

$$\therefore x = 5$$
 অথবা $\frac{6}{5}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : x = 5 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{11 \times 5 - 6} = \sqrt{55 - 6} = \sqrt{49} = 7$$

ডানপক্ষ =
$$\sqrt{4.5+5} - \sqrt{5-1} = \sqrt{25} - \sqrt{4} = 5 - 2 = 3$$

∴ বামপক্ষ ≠ ডানপক্ষ

সুতরাং x = 5 সমীকরণের বীজ নয়।

আবার, $x = \frac{6}{5}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{11.\frac{6}{5}-6} = \sqrt{\frac{66}{5}-6} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

বামপক্ষ =
$$\sqrt{4 \cdot \frac{6}{5} + 5} - \sqrt{\frac{6}{5} - 1}$$

= $\sqrt{\frac{24 + 25}{5}} - \sqrt{\frac{6 - 5}{5}}$

$$=\frac{7}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং $\frac{6}{5}$ প্রদ**ত্ত** সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান :
$$x = \frac{6}{5}$$

প্রশাত
$$\sqrt{2x+7} + \sqrt{3x-18} = \sqrt{7x+1}$$

সমাধান:
$$\sqrt{2x+7} + \sqrt{3x-18} = \sqrt{7x+1}$$

$$\sqrt{3x+7} + \sqrt{3x-18}^2 = (\sqrt{7x+1})^2$$

$$4$$
, $2x + 7 + 3x - 18 + 2\sqrt{2x + 7}\sqrt{3x - 18} = 7x + 1$

$$\sqrt[4]{(2x+7)(3x-18)} = 2x+12$$

$$\sqrt{6x^2-15x-126}=2x+12$$

$$\sqrt[4]{(\sqrt{6x^2-15x-126})^2} = (x+6)^2$$

$$4$$
, $6x^2 - 15x - 126 = x^2 + 12x + 36$

$$4$$
, $5x^2 - 27x - 162 = 0$

$$\boxed{4}, 5x^2 - 45x + 18x - 162 = 0$$

$$4$$
, $5x(x-9) + 18(x-9) = 0$

$$4$$
, $(x-9)(5x+18)=0$

হয়.
$$x - 9 = 0$$
 অথবা. $5x + 18 = 0$

$$\therefore x = \frac{-18}{5}$$

$$\therefore$$
 x = 9 অথবা, $\frac{-18}{5}$

শৃদ্ধি পরীক্ষা : এখন , x = 9 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{2.9 + 7} + \sqrt{3.9 - 18} = \sqrt{25} + \sqrt{9} = 5 + 3 = 8$$

ডানপক্ষ =
$$\sqrt{7.9 + 1} = \sqrt{64} = 8$$

সূতরাং x = 9 প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার ,
$$x = \frac{-18}{5}$$
 হলে ,

বামপক্ষ =
$$\sqrt{2.\left(\frac{-18}{5}\right) + 7} + \sqrt{3\left(\frac{-18}{5}\right) - 18}$$

= $\sqrt{\frac{-1}{5}} + \sqrt{\frac{-144}{9}}$

∴ বামপৰ ≠ ডানপৰ

সুতরাং
$$_{\rm X}=\frac{-18}{5}$$
 প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

역한 18 1 $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+11} = \sqrt{8x+9}$

সমাধান :
$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x+11} = \sqrt{8x+9}$$

$$\sqrt[4]{1}$$
, $(\sqrt{x+4} + \sqrt{x+11})^2 = (\sqrt{8x+9})^2$

[উভয় পৰকে বৰ্গ করে]

[যা অবাস্তব]

$$\overline{4}$$
, $x+4+x+11+2\sqrt{x+4}\sqrt{x+11}=8x+9$

$$\sqrt[4]{x^2+15x+44}=8x+9-2x-15$$

$$\sqrt{x^2+15x+44}=6x-6$$

বা,
$$(\sqrt{x^2 + 15x + 44})^2 = (3x - 3)^2$$
 [উভয় পৰকে বৰ্গ করে]

বা,
$$8x^2 - 33x - 35 = 0$$

$$40x + 7x - 35 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $8x(x-5) + 7(x-5) = 0$

$$\overline{4}$$
, $(x-5)(8x+7)=0$

$$\therefore$$
 হয়, $x - 5 = 0$ অথবা, $8x + 7 = 0$

অথবা,
$$8x + 7 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{7}{8}$$

$$\therefore x = 5$$
 অথবা, $\frac{-7}{9}$

শুদ্ধি পরীক্ষা : x = 5 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{5+4} + \sqrt{5+11} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3+4=7$$

ডানপক্ষ =
$$\sqrt{8x+9} = \sqrt{8.5+9} = \sqrt{49} = 7$$

সুতরাং
$$x=-\frac{1}{7}$$
 প্রদ**ত্ত** সমীকরণের বীজ।

বামপক্ষ =
$$\sqrt{\frac{-7}{8} + 4} + \sqrt{\frac{-7}{8} + 11}$$

= $\sqrt{\frac{-7 + 32}{8}} + \sqrt{\frac{-7 + 88}{8}}$
= $\frac{5}{\sqrt{8}} + \frac{9}{\sqrt{8}} = \frac{14}{\sqrt{8}}$

ডানপক্ষ =
$$\sqrt{8\left(\frac{-7}{8}\right) + 9} = \sqrt{\frac{16}{8}} = \sqrt{2}$$

∴ বামপক্ষ ≠ ডানপন্ম

সুতরাং $x = \frac{-7}{8}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান : x = 5

প্রশ্ন । ৫ ।
$$\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1}$$

সমাধান:
$$\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1}$$

$$\sqrt{(11x-6)^2} = (\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1})^2$$

[উভয় পৰকে বৰ্গ করে]

$$4$$
, $11x - 6 = 4x + 5 + x - 1 + 2\sqrt{(4x + 5)}$. $\sqrt{(x - 1)}$

বা,
$$11x - 6 - 5x - 4 = 2\sqrt{(4x + 5)(x - 1)}$$

$$\boxed{4}, 6x - 10 = 2\sqrt{4x^2 + x - 5}$$

বা,
$$(3x-5)^2 = (\sqrt{4x^2+x-5})^2$$
 [উভয় পৰকে বৰ্গ করে]

$$4x - 30x + 25 = 4x^2 + x - 5$$

$$4$$
, $5x^2 - 31x + 30 = 0$

$$4$$
, $5x^2 - 25x - 6x + 30 = 0$

$$\overline{1}$$
, $(x-5)(5x-6)=0$

হয়,
$$x - 5 = 0$$
 অথবা, $5x - 6 = 0$

$$\therefore x = \frac{6}{5}$$

$$\therefore x = 5$$
 অথবা $\frac{6}{5}$

শুদ্ধি পরীক্ষা: x = 5 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{11.5 - 6}$$

= $\sqrt{55 - 6}$)
= $\sqrt{49}$

$$= \sqrt{49}$$

 $= 7$

ডানপক্ষ =
$$\sqrt{4.5 + 5} + \sqrt{5 - 1}$$

= $\sqrt{25} + \sqrt{4}$
= $5 + 2$

আবার,
$$x = \frac{6}{5}$$
 হলে,

বামপক্ষ =
$$\sqrt{11.\frac{6}{5}-6}$$

$$= \sqrt{\frac{36}{5}}$$

$$= \frac{6}{\sqrt{5}}$$
ভানপক্ষ = $\sqrt{4 \cdot \frac{6}{5} + 5} + \sqrt{\frac{6}{5} - 1}$

$$= \frac{7}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{8}{\sqrt{5}}$$

∴ বামপক্ষ ≠ ডানপক্ষ

সুতরাৎ $_{X}=rac{6}{5}$ উক্ত সমীকরণের বীজ নয়।

নির্ণেয় সমাধান : x = 5

전혀
$$1 6 1 \sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$$

সমাধান:
$$\sqrt{x^2+4x-4} + \sqrt{x^2+4x-10} = 6$$

ধরি,
$$x^2 + 4x = y$$

$$\sqrt{y-4} + \sqrt{y-10} = 6$$

বা,
$$(\sqrt{y-4})^2 = (6 - \sqrt{y-10})^2$$
 [উভয় পৰকে বৰ্গ করে]

$$4$$
, $y - 4 = 36 - 2.6\sqrt{y - 10} + y - 10$

বা,
$$12\sqrt{y-10} = 30$$

বা,
$$(2\sqrt{y-10})^2 = (5)^2$$
 [উভয় পৰকে বৰ্গ করে]

বা,
$$4(y - 10) = 25$$

বা,
$$4y - 40 = 25$$

বা,
$$4y = 65$$

剩,
$$4(x^2 + 4x) = 65$$
 [∴ $y = x^2 + 4x$]

$$4x^2 + 16x - 65 = 0$$

$$4x^2 + 26x - 10x - 65 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $2x(2x+13) - 5(2x+13) = 0$

$$\overline{4}$$
, $(2x + 13)(2x - 5) = 0$

হয়,
$$2x + 13 = 0$$

অথবা,
$$2x - 5 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-13}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-13}{2}$$
 অথবা $\frac{5}{2}$

শুদ্ধি পরীক্ষা:

এখন,
$$x = \frac{-13}{2}$$
 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-13}{2}\right) - 4}$$

$$+\sqrt{\left(\frac{-13}{2}\right)^2+4\left(\frac{-13}{2}\right)-10}$$

$$=\sqrt{\frac{49}{4}}+\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{7}{2}+\frac{5}{2}=6$$

$$=6=$$
 ডানপক

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

সুতরাং
$$x=\frac{-13}{12}$$
 প্রদন্ত সমীকরণের বীজ।

আবার,
$$x = \frac{5}{2}$$
 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ
$$\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{5}{2}\right) - 4} + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{5}{2}\right) - 10}$$

$$= \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$= \frac{7}{2} + \frac{5}{2} = 6 =$$
 ভানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-13}{12}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{5}{2}$, $\frac{-13}{2}$

$$2 \times 191 \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$$

সমাধান:
$$\sqrt{x^2-6x+9} - \sqrt{x^2-6x+6} = 1$$

ধরি,
$$x^2 - 6x = y$$

বা,
$$\sqrt{y+9} - \sqrt{y+6} = 1$$

বা,
$$y + 9 = 1 + 2\sqrt{y + 6} + y + 6$$
 [উভয়পৰকে বৰ্গ করে]

বা,
$$2\sqrt{y+6} = 2$$

বা,
$$(\sqrt{y+6})^2 = (1)^2$$

বা,
$$y + 6 = 1$$

বা,
$$y = -5$$

বা,
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

বা,
$$x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

$$\overline{4}, x(x-5) - 1(x-5) = 0$$

$$\overline{4}$$
, $(x-5)(x-1)=0$

অথবা,
$$x-1=0$$

$$\therefore x = 1$$

∴ x = 1 অথবা 5

শৃদ্ধি পরীক্ষা:

x = 5 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{(5)^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{(5)^2 - 6.5 + 6}$$

= $\sqrt{4} - \sqrt{1}$
= $2 - 1$
= $1 =$ ডানপক্ষ

সুতরাং x=5 প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার, x = 1 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{(1)^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{(1)^2 - 6.1 + 6}$$

= $\sqrt{4} - \sqrt{1} = 2 - 1 = 1$ = ডানপক্ষ

সুতরাং x = 1 প্রদ**ত্ত** সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : x = 1, 5

역학 비 ৮ 비
$$\sqrt{2x^2 + 5x - 2} - \sqrt{2x^2 + 5x - 9} = 1$$

সমাধান:
$$\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$$

ধরি,
$$2x^2 + 5x = y$$

$$\sqrt{y-2} - \sqrt{y-9} = 1$$

$$\sqrt{(\sqrt{y-2})^2} = (1 + \sqrt{y-9})^2$$

$$\boxed{1, y - 2} = 1 + 2\sqrt{y - 9} + y - 9$$

বা,
$$2\sqrt{y-9} = 6$$

বা,
$$(\sqrt{v-9})^2 = (3)^2$$

[উভয় পৰকে বৰ্গ করে]

$$4$$
, $2x^2 + 5x - 18 = 0$

বা,
$$2x^2 + 9x - 4x - 18 = 0$$

$$4$$
, $x(2x + 9) - 2(2x + 9) = 0$

$$\overline{1}$$
, $(2x+9)(x-2)=0$

হয়,
$$x - 2 = 0$$

অথবা,
$$2x + 9 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{9}{2}$$

$$\therefore x = 2$$
 অথবা $\frac{-9}{2}$

শুন্দির্থ পরীক্ষা : x = 2 হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{2.(2)^2 + 5.2 - 2} - \sqrt{2.(2)^2 + 5.2 - 9}$$

= $\sqrt{16} - \sqrt{9}$
= $4 - 3$
= $1 =$ ছানপক্ষ

সূতরাং x = 2 প্রদন্ত সমীকরণের বীজ।

আবার,
$$x = \frac{-9}{2}$$
 হলে প্রদন্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{2.\left(\frac{-9}{2}\right)^2 + 5\left(\frac{-9}{2}\right) - 2}$$

$$-\sqrt{2\left(\frac{-9}{2}\right)^2+5\left(\frac{-9}{2}\right)^2-9}$$
 = $\sqrt{\frac{81}{2}-\frac{45}{2}-2}$ - $\sqrt{\frac{81}{2}-\frac{45}{2}-9}$ = $\sqrt{16}$ - $\sqrt{9}$ = $4-3=1$ = ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{-9}{2}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান :
$$x = 2, -\frac{9}{2}$$

$$\text{ and } 1 \text{ is } 1 \text{ } 6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)} + 5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)} = 13$$

সমাধান :
$$6\sqrt{\left(\frac{2x}{x-1}\right)} + 5\sqrt{\left(\frac{x-1}{2x}\right)} = 13$$

ধরি,
$$\frac{2x}{x-1} = a^2$$

∴ প্রদত্ত সমীকরণটি দাঁডায়

$$\therefore 6a + \frac{5}{a} = 13$$

$$\therefore 6a + \frac{5}{a} = 13 \qquad \left[\because \frac{2x}{x-1} = a^2 \therefore \frac{x-1}{2x} = \frac{1}{a^2} \right]$$

$$\sqrt[3]{6a^2+5}=13$$

বা,
$$6a^2 + 5 = 13a$$

$$4$$
 $6a^2 - 13a + 5 = 0$

$$4 \cdot 10a - 3a + 5 = 0$$

$$\boxed{4}, 2a(3a-5) - 1(3a-5) = 0$$

বা,
$$(3a-5)(2a-1)=0$$

হয়,
$$3a - 5 = 0$$

অথবা,
$$2a-1=0$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{5}{3}$$
 হলে আমরা পাই,

$$\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = a = \frac{5}{3}$$

$$\operatorname{TI}_{x}\left(\sqrt{\frac{2x}{x-1}}\right)^{2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2}$$

বির্গ করে]

বা,
$$\frac{2x}{x-1} = \frac{25}{9}$$

বা,
$$18x = 25x - 25$$

$$\therefore x = \frac{25}{7}$$

আবার,
$$a = \frac{1}{2}$$
 হলে,

বা,
$$\left(\sqrt{\frac{2x}{x-1}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

বির্গ করে।

বা,
$$\frac{2x}{x-1} = \frac{1}{4}$$

বা,
$$8x = x - 1$$

বা,
$$7x = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore x = \frac{25}{7}, -\frac{1}{7}$$

শুন্দি পরীক্ষা : $x = \frac{25}{7}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ = 6
$$\sqrt{\frac{2.\frac{25}{7}}{\frac{25}{7}-1}}$$
 + 5 $\sqrt{\frac{\frac{25}{7}-1}{2.\frac{25}{7}}}$
= $6\sqrt{\frac{50}{18}}$ + $5\sqrt{\frac{18}{50}}$
= $6\sqrt{\frac{25}{9}}$ + $5\sqrt{\frac{9}{25}}$
= $6.\frac{5}{3}$ + $5.\frac{3}{5}$ = 10 + 3 = 13 = ডানপক্ষ

সুতরাং $x = \frac{25}{7}$ প্রদত্ত সমীকরণের বীজ।

আবার,
$$x=-\frac{1}{7}$$
 হলে,

বামপক্ষ = 6
$$\sqrt{\frac{2\cdot\left(\frac{-1}{7}\right)}{\left(\frac{-1}{7}-1\right)}} + 5 \sqrt{\frac{-\frac{1}{7}-1}{2\left(\frac{-1}{7}\right)}}$$

$$= 6\sqrt{\frac{2}{8}} + 5\sqrt{\frac{8}{2}}$$

$$= 6\sqrt{\frac{1}{4}} + 5\sqrt{4} = 3 + 10 = 13 = \text{ভানপক্ষ}$$

সুতরাং $x = -\frac{1}{7}$ প্রদ**ত্ত** সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান :
$$x = \frac{25}{7}, \frac{-1}{7}$$

প্রশা ১০ ।
$$\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$$

সমাধান :
$$\sqrt{\left(\frac{x-1}{3x+2}\right)} + 2\sqrt{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)} = 3$$

ধরি,
$$\frac{x-1}{3x+2} = a^2$$

প্রদত্ত সমীকরণটি.

$$a + \frac{2}{a} = 3$$

$$\sqrt[4]{a^2+2}=3$$

বা,
$$a^2 + 2 = 3a$$

$$\sqrt[3]{a^2-3a+2}=0$$

বা,
$$(a-2)(a-1)=0$$

$$\therefore$$
 a = 1, 2

a=1 হলে, আমরা পাই,

$$\left(\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}}\right)^2 = (1)^2$$

বা,
$$\frac{x-1}{3x+2}=1$$

বা,
$$x - 1 = 3x + 2$$

বা,
$$2x = -3$$

$$\therefore x = \frac{-3}{2}$$

আবার, a=2 হলে, আমরা পাই,

$$\left(\sqrt{\frac{x-1}{3x+2}}\right)^2 = (2)^2$$

বা,
$$\frac{x-1}{3x+2}=4$$

বা,
$$12x + 8 = x - 1$$

বা,
$$11x = -9$$

$$\therefore x = \frac{-9}{11}$$

$$\therefore x = \frac{-3}{2}, -\frac{9}{11}$$

শুদিধ পরীক্ষা : $x = \frac{-3}{2}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{\frac{-\frac{3}{2}-1}{3\left(-\frac{3}{2}\right)+2}}+2\sqrt{\frac{3\left(-\frac{3}{2}\right)+2}{\frac{3}{-\frac{2}{2}}-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}}+2\sqrt{\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{-5}{2}}}}$$

$$=1+2.1=3=$$
 ডানপক্ষ

সুতরাং $x=\frac{-3}{2}$ প্রদন্ত সমীকরণের বীজ।

আবার , $_{
m X}=-rac{9}{11}$ হলে প্রদত্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{\frac{\frac{-9}{11} - 1}{3(\frac{-9}{11}) + 2}} + 2\sqrt{\frac{3(\frac{-9}{11}) + 2}{\frac{-9}{11} - 1}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{-20}{11}}{\frac{-5}{11}} + 2}\sqrt{\frac{\frac{-5}{11}}{\frac{-20}{11}}}$$

$$= \sqrt{4} + 2\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2 + 1$$

$$= 3 =$$
 ডানপক্ষ

সুতরাং $x=-rac{9}{11}$ প্রদ**ত্ত** সমীকরণের বীজ।

নির্ণেয় সমাধান : $x = -\frac{3}{2}, -\frac{9}{11}$

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫.২: মূল চিহ্ন সংবলিত সমীকরণ

🔳 🗆 সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

- ১. চলকের যে মান বা মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয় পৰ সমান হয়, ঐ
 মান বা মানগুলোকে কী বলা হয়?

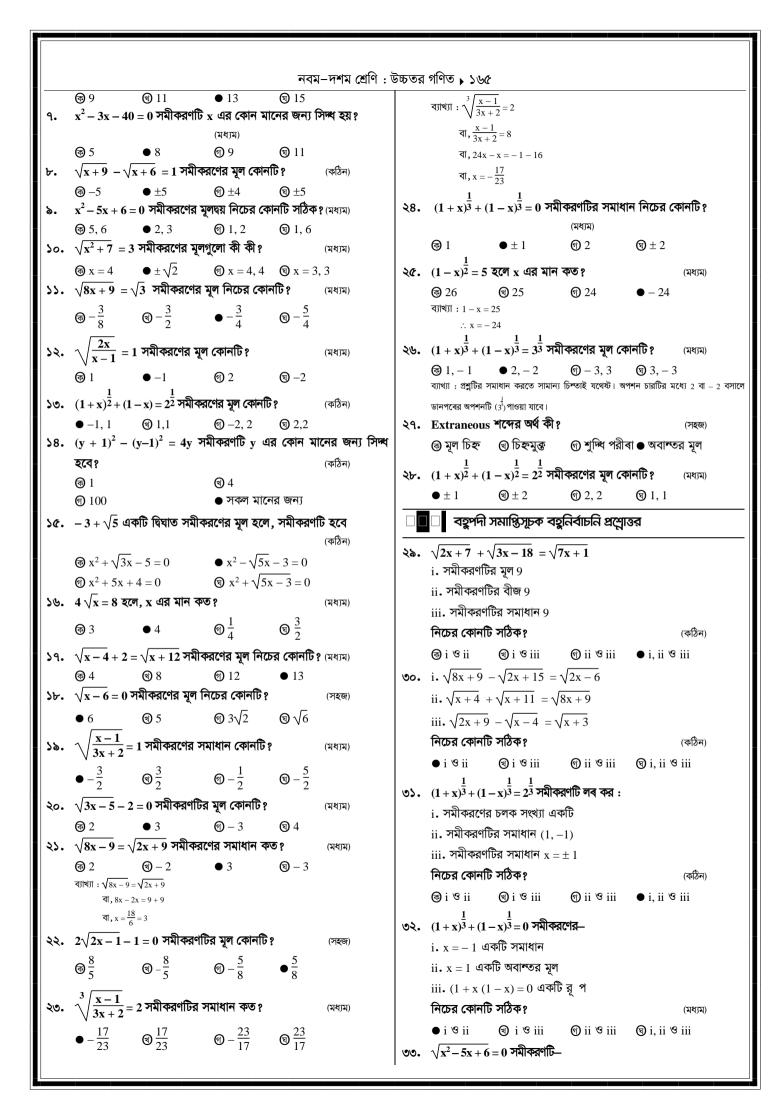
 (মধ্যম)
 - মূল
- থ্য সূচক
- ক্ত বৰ্গ
- ত্বি ঘাত
- ২. নিচের কোনটি দ্বারা সমীকরণ সিদ্ধ হয় ? সে
 - 🚳 বৰ্গমূল
- মূল
- <u> গু</u> ঘাত
- ত্ত্য সূচক

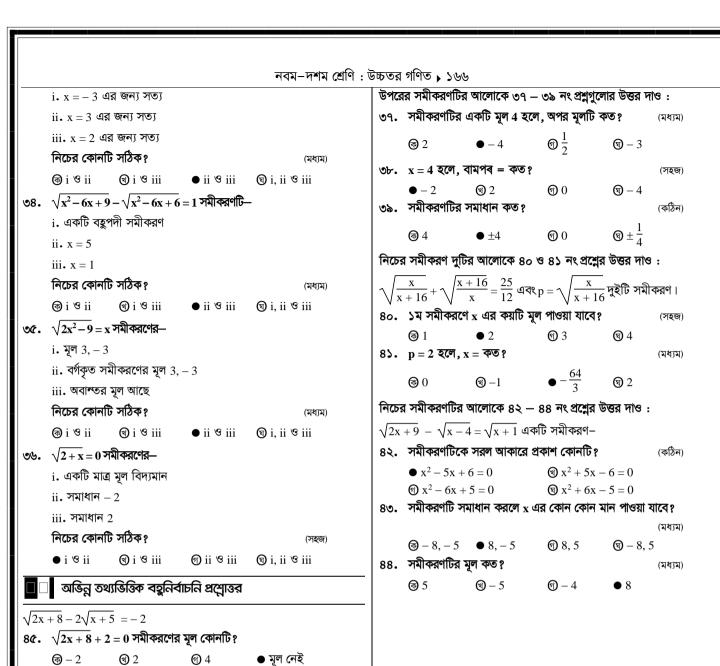
- ৩. দ্বিঘাত সমীকরণের সর্বোচ্চ কতটি মূল থাকে?
 - 2₺
- প্র 3টি
- **গ্য** 4টি
- ত্ব 5টি
- 8. চলক দুইটি x ও y হলে, নিচের কোনটি সঠিক?
 - x a = 0, y 6 = 0
 - (x, y) = (a, b)• x + a = y + b
- ে. $x^2 x + 13 = 0$ হলে সমীকরণের একটি মূল কোনটি?
 - $\bullet \frac{-1+\sqrt{-51}}{2} \quad \textcircled{9} \frac{1+\sqrt{-51}}{2} \quad \textcircled{9} \frac{-1-\sqrt{51}}{2} \quad \textcircled{9} \frac{1+\sqrt{51}}{2}$
- ৬. $\sqrt{x-4} = 3$ হলে $x = \overline{\infty}$?

(মধ্যম

(সহজ)

(মধ্যম)





৪৬. নিচের কোনটি $\sqrt{8x+9} - \sqrt{2x+15} = \sqrt{2x-6}$ সমীকরণের একটি

1 3

 $\sqrt{2x+8} - 2\sqrt{x+5} = -2$

@ 2

থি 6

মূল? **⊚** − 5

(a) (0)

③ 0

② 2 নিচের তথ্যের আলোকে ৪৮ ও ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৮. প্রদত্ত সমীকরণের বর্গকৃত রূ প কোনটি?

৪৯. নিচের কোনটি প্রদত্ত সমীকরণের একটি মূল?

(4) 1

 $2\sqrt{2x+8} = x+4$

8৭. $\sqrt[3]{1+x} = 2$ হলে, x এর মান কত?

সূজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রমূ-১ > $\sqrt{rac{x}{x+16}}$ + $\sqrt{rac{x+16}{x}}$ = $rac{25}{12}$ একটি সমীকরণ।

প্রমীন স্থানি
$$\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x}{x}} = \frac{1}{12}$$
 একটি সমীকরণ।

ক. $p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে দেখাও যে, $12p^2 - 25p + 12 = 0$ ২
খ. 'ক' হতে প্রাপত সমীকরণটিকে সমাধান কর।

- গ. প্রদত্ত সমীকরণের সমাধানের শৃদ্ধি পরীৰা কর।

🕨 🕯 ১ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

$$\overline{\Phi}_{\bullet}$$
 $\sqrt{\frac{x}{x+16}} + \sqrt{\frac{x+16}{x}} = \frac{25}{12}$

বা,
$$p + \frac{1}{p} = \frac{25}{12}$$
 [$p = \sqrt{\frac{x}{x+16}}$ ধরে $\therefore \frac{1}{p} = \sqrt{\frac{x+16}{x}}$]

$$\sqrt{\frac{p^2+1}{p}} = \frac{25}{12}$$

বা,
$$12p^2 + 12 = 25p$$

বা,
$$12p^2 - 25p + 12 = 0$$

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$12p^2 - 25p + 12 = 0$$

বা,
$$12p^2 - 16p - 9p + 12 = 0$$

$$\boxed{4p(3p-4)-3(3p-4)=0}$$

$$4$$
, $(3p-4)(4p-3)=0$

হয়,
$$3p - 4 = 0$$

বা,
$$p = \frac{4}{3}$$
 বা, $p = \frac{3}{4}$

বা, p =
$$\frac{3}{4}$$

বা,
$$\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \frac{4}{3}$$
 বা, $\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \frac{3}{4}$

বা,
$$\sqrt{\frac{x}{x+16}} = \frac{3}{4}$$

বা.
$$\frac{x}{x} = \frac{16}{2}$$
 বিৰ্গ করে

বা,
$$\frac{x}{x+16} = \frac{16}{9}$$
 [বৰ্গ করে] বা, $\frac{x}{x+16} = \frac{9}{16}$ [বৰ্গ করে]

বা,
$$16x + 256 = 9x$$

বা,
$$16x = 9x + 144$$

বা,
$$7x = 144$$

$$\therefore x = -\frac{256}{7}$$

$$\therefore x = \frac{144}{7}$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$(x, y) = \left(\frac{256}{7}, \frac{144}{7}\right)$$

গ. প্রদন্ত সমীকরণটির সমাধান $: (x, y) = \left(\frac{256}{7}, \frac{144}{7}\right)$

শুন্দিধ পরীৰা : $x = -\frac{256}{7}$ হলে, প্রদন্ত সমীকরণের

প্রশ্ল–২ ১ যদি x² – 6x = p হয়, তবে–

ক. p = 16 **হলে**, x এর মান কত?

খ.
$$\sqrt{p+9} - \sqrt{p+6} = 1$$
 হলে, x এর মান কত?

$$\sqrt{p+9} - \sqrt{p+6} = 1$$
 হলে, x এর মান কত?

গ.
$$\sqrt{p+15} - \sqrt{p+13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$$
 হলে, x এর মান

▶ ५ ২ নং প্রশ্রের সমাধান ▶ ५

ক. দেওয়া আছে, $x^2 - 6x = p$ এবং p = 16

বামপক্ষ =
$$\sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{\frac{-256}{7}}} + \sqrt{\frac{\frac{-256}{7} + 16}{\frac{-256}{7}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\frac{-256}{7}}{-\frac{256 + 112}{7}}} + \sqrt{\frac{\frac{-256 + 112}{7}}{\frac{-256}{7}}}$$

$$= \sqrt{\frac{-256}{7}} \times \frac{7}{-144} + \sqrt{\frac{-144}{7}} \times \frac{7}{-256}$$

$$= \sqrt{\frac{256}{144}} + \sqrt{\frac{144}{256}}$$

$$= \frac{16}{12} + \frac{12}{16} = \frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{16 + 9}{12}$$

$$= \frac{25}{12} =$$

যেহেতু $x=\frac{-256}{7}$ হলে সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অতএব, $x = \frac{-256}{7}$ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।

আবার, $x = \frac{144}{7}$ হলে প্রদন্ত সমীকরণের

বামপক্ষ =
$$\sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{144}{7}+16}}$$
 + $\sqrt{\frac{\frac{144}{7}+16}{\frac{144}{7}}}$ = $\sqrt{\frac{\frac{144}{7}}{\frac{144+112}{7}}}$ + $\sqrt{\frac{\frac{144+112}{7}}{\frac{144}{7}}}$ = $\sqrt{\frac{144}{7}} \times \frac{7}{256} + \sqrt{\frac{256}{7}} \times \frac{7}{144}$ = $\sqrt{\frac{144}{256}} + \sqrt{\frac{256}{144}} = \frac{12}{16} + \frac{16}{12}$ = $\frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{9+16}{12} = \frac{25}{12}$ ভানপক্ষ

যেহেতু $x = \frac{144}{7}$ হলে, সমীকরণটির বামপক্ষ = ডানপক্ষ

∴ $x = \frac{144}{7}$ উক্ত সমীকরণটির একটি মূল।

প্রদত্ত সমীকরণটির শৃদ্ধি পরীৰায় সত্যতা প্রমাণিত হলো।

$$x^2 - 6x = 16$$

$$4$$
 $\sqrt{1}$, $x^2 - 6x - 16 = 0$

$$4$$
, $x^2 - 8x + 2x - 16 = 0$

বা,
$$x(x-8) + 2(x-8) = 0$$

$$\overline{4}$$
, $(x-8)(x+2)=0$

খ. প্রদন্ত রাশি, $\sqrt{p+9} - \sqrt{p+6} = 1$

দেওয়া আছে,

$$p = x^2 - 6x$$

$$\therefore \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$$

$$\overrightarrow{a}$$
, $(\sqrt{x^2-6x+9})^2 = (1+\sqrt{x^2-6x+6})^2$

বৈগ কৰে।

$$4$$
, $x^2 - 6x + 9 = 1 + 2\sqrt{x^2 - 6x + 9} + x^2 - 6x + 6$

$$4x - 6x + 9 - 1 - x^2 + 6x - 6 = 2\sqrt{x^2 - 6x + 6}$$

বা,
$$2 = 2\sqrt{x^2 - 6x + 6}$$

$$\sqrt{1}$$
, $1 = \sqrt{x^2 - 6x + 6}$

$$4$$
, $x^2 - 6x + 6 = 1$

[বর্গ করে]

$$4$$
, $x^2 - 6x + 5 = 0$

বা,
$$x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

বা,
$$x(x-5)-1(x-5)=0$$

$$\overline{A}$$
, $(x-5)(x-1)=0$

এখন,
$$x = 5$$
 হলে,

বামপৰ =
$$\sqrt{5^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{5^2 - 6.5 + 6}$$

= $\sqrt{25 - 30 + 9} - \sqrt{25 - 30 + 6}$
= $\sqrt{4} - \sqrt{1}$
= $2 - 1$
= $1 = \sqrt{10}$

যেহেতু, x = 5 হলে, সমীকরণটির বামপৰ = ডানপৰ

আবার,
$$x = 1$$
 হলে,

বামপ্ৰ =
$$\sqrt{1^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 6}$$

$$= \sqrt{1-6+9} - \sqrt{1-6+6}$$

$$=\sqrt{4}-\sqrt{1}$$

$$=2-1$$

যেহেতু, x = 1 হলে, সমীকরণটির বামপৰ = ডানপৰ,

∴ x=1 সমীকরণটির একটি মূল।

নির্ণেয় সমাধান : x = 1.5

$$9. \sqrt{p+15} - \sqrt{p+13} = \sqrt{10} - \sqrt{8}$$

$$\sqrt{p+15} + \sqrt{8} = \sqrt{p+13} + \sqrt{10}$$

বা,
$$(\sqrt{p+15} + \sqrt{8})^2 = (\sqrt{p+13} + \sqrt{10})^2$$
 [বৰ্গ করে

$$\overrightarrow{1}$$
, p + 15 + 2 $\sqrt{p+15}$. $\sqrt{8}$ + 8 = p + 13 + 2 $\sqrt{p+13}$. $\sqrt{10}$ + 10

$$\P$$
, $P + 23 + 2\sqrt{8p + 120} = P + 23 + 2\sqrt{10p + 130}$

বা,
$$2\sqrt{8p+120}=2\sqrt{10p+130}$$

$$\sqrt{8p+120} = \sqrt{10p+130}$$

[বর্গ করে]

বা,
$$8p + 120 = 10p + 130$$

বা,
$$2p = -10$$

বা,
$$p = -5$$

বা,
$$x^2 - 6x = -5$$

[p এর মান বসিয়ে]

বা,
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

বা,
$$x^2 - 5x - x + 5 = 0$$

$$\overline{A}$$
, $x(x-5)-1(x-5)=0$

বা,
$$(x-5)(x-1)=0$$

বামপৰ =
$$\sqrt{5^2 - 6.5 + 15} - \sqrt{(5)^2 - 6.5 + 13}$$

= $\sqrt{25 - 30 + 15} - \sqrt{25 - 30 + 13}$
= $\sqrt{10} - \sqrt{8}$ = ডানপৰ

আবার,
$$x = 1$$
 হলে,

বামপৰ =
$$\sqrt{1^2 - 6.1 + 15} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 13}$$

= $\sqrt{10} - \sqrt{8}$ = ডানপৰ

যেহেতু x = 5 ও 1 হলে, সমীকরণটির বামপৰ = ডানপৰ

∴ x = 5 ও 1 হলে, উক্ত সমীকরণটি একটি মূল।

নির্ণেয় সমাধান : x = 5, 1

থ্র্ম্ব-৩ $> \sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$ একটি মূল চিহ্ন সংবলিত সমীকরণ

ক. সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. নিশ্চায়কের সাহায্যে দেখাও যে, প্রাপ্ত দ্বিঘাত সমীকরণের কোনো অবান্তর মূল নেই এবং সূত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর।

গ. x এর প্রাশ্ত প্রতিটি মানই প্রদন্ত সমীকরণের সমাধান

কিনা ? যাচাই করে দেখ।

🕨 🕯 ৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

$$\overline{\Phi}$$
. $\sqrt{11x-6} = \sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1}$

বা,
$$(\sqrt{11x-6})^2 = (\sqrt{4x+5} - \sqrt{x-1})^2$$
 [বর্গ করে]

বা ,
$$11x - 6 = 4x + 5 - 2\sqrt{4x + 5} \sqrt{x - 1} + x - 1$$

$$\boxed{4x+5} \sqrt{x-1} = 4x+5+x-1-11x+6$$

বা,
$$2\sqrt{4x+5}\sqrt{x-1} = -6x+10$$

বা,
$$\sqrt{4x+5} \sqrt{x-1} = -3x+5$$
 [2 দ্বারা ভাগ করে]

$$\sqrt{(4x+5)(x-1)}^2 = (3x-5)^2$$

[বর্গ করে]

$$4x^2 + x - 5 = 9x^2 - 30x + 25$$

$$\mathbf{T}, 5x^2 - 31x + 30 = 0$$

যা
$$ax^2 + bx + c = 0$$
 আকারের সমীকরণ

খ. ক হতে প্ৰাপত.

$$5x^2 - 31x + 30 = 0$$

সমীকরণটিকে
$$ax^2 + bx + c = 0$$
 সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 5, b = -31, c = 30$$

$$=(-31)^2-4.5.30$$

$$=961-600$$

এখানে, নিশ্চায়ক
$$b^2 - 4ac = 361 > 0$$

∴ প্রাপত দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলগুলো বাস্তব।

এখন, আমরা জানি, $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্য

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-31) \pm \sqrt{361}}{2.5} [\because b^2 - 4ac = 361]$$

$$= \frac{31 \pm 19}{10}$$

$$=\frac{31\pm19}{10}, \ \frac{31-19}{10}=\frac{50}{10}, \ \frac{12}{10}=5, \frac{6}{5}$$

∴ দ্বিঘাত সমীকরণটির মূলদ্বয় $x_1 = 6, x_2 = \frac{6}{5}$

গ. 'খ' হতে প্রাপত
$$x_1 = 5, x_2 = \frac{6}{5}$$

এখানে x_1 ও x_2 প্রদন্ত মূলচিহ্ন সংবেলিত সমীকরণের সমাধান কিনা তা যাচাই করে দেখতে হবে। x=5 হলে প্রদন্ত সমীকরণের—

বামপৰ =
$$\sqrt{11 \times 5 - 6} = \sqrt{55 - 6} = \sqrt{49} = 7$$

ডানপৰ = $\sqrt{4 \times 5 + 5} - \sqrt{5 - 1}$
= $\sqrt{20 + 5} - \sqrt{4}$
= $\sqrt{25} - \sqrt{4}$
= $5 - 2 = 3$

∴ বামপৰ ≠ ডানপৰ

∴ x = 5 প্রদত্ত সমীকরণের জন্য সত্য নয়।

আবার, $x = \frac{6}{5}$ হলে, প্রদন্ত সমীকরণের

ৰামপৰ =
$$\sqrt{11 \times \frac{6}{5} - 6}$$

= $\sqrt{\frac{66 - 30}{5}}$
= $\sqrt{\frac{36}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$
ডানপৰ = $\sqrt{4 \times \frac{6}{5} + 5} - \sqrt{\frac{6}{5} - 1}$
= $\sqrt{\frac{24 + 25}{5}} - \sqrt{\frac{6 - 5}{5}}$
= $\sqrt{\frac{49}{5}} - \sqrt{\frac{1}{5}}$
= $\frac{7}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}}$
= $\frac{7 - 1}{\sqrt{5}}$
= $\frac{6}{\sqrt{5}}$

∴ বামপৰ = ডানপৰ

 $\therefore \ x = \frac{6}{5}$ প্রদন্ত সমীকরণের বীজ।

$$2x - 8 > \sqrt{x^2 - 6x + 9} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 1$$

9

ক. $x^2 - 6x = y$ ধরে দেখাও যে, $\sqrt{y+6} = 1$

খ. প্রদন্ত সমীকরণটিকে উৎপাদক আকারে প্রকাশ কর।

গ. সমীকরণটি সমাধানের সত্যতা যাচাই কর।

🕨 🕯 ৪ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে,
$$\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2-6x+6}=1$$
 বা, $\sqrt{y+9}-\sqrt{y+6}=1$ $[\because x^2-6x=y]$ বা, $\sqrt{y+9}=1+\sqrt{y+6}$ বা, $\sqrt{(y+9)^2}=(1+\sqrt{y+6})^2$ বিগ করে] বা, $y+9=1+2\sqrt{y+6}+y+6$ বা, $2\sqrt{y+6}=2$ বা, $\sqrt{y+6}=1$ (দেখানো হলো)

খ. 'ক' থেকে পাই,

$$\sqrt{y+6} = 1$$

বা, $(\sqrt{y+6})^2 = (1)^2$ [বর্গ করে]
বা, $y+6=1$

বা,
$$x^2 - 6x = -5$$

বা.
$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$4$$
, $x^2 - 5x - x + 5 = 0$

$$\overrightarrow{A}$$
, $x(x-5)-1(x-5)=0$

$$\overline{A}$$
, $(x-5)(x-1)=0$

এটাই নির্ণেয় উৎপাদক আকার।

গ. 'খ' থেকে পাই, (x-1)(x-5)=0

হয়,
$$x - 1 = 0$$
 অথবা, $x - 5 = 0$

$$\therefore x = 1$$
 $\therefore x =$

এখন, x = 5 হলে, প্রদন্ত সমীকরণের

বামপৰ =
$$\sqrt{5^2 - 6.5 + 9} - \sqrt{5^2 - 6.5 + 6}$$

= $\sqrt{25 - 30 + 9} - \sqrt{25 - 30 + 6}$
= $\sqrt{4} - \sqrt{1}$
= $2 - 1$
= $1 = \sqrt{10}$

আবার, x = 1 হলে, প্রদন্ত সমীকরণের

বামপৰ =
$$\sqrt{1^2 - 6.1 + 9} - \sqrt{1^2 - 6.1 + 6}$$

= $\sqrt{1 - 6 + 9} - \sqrt{1 - 6 + 6}$
= $\sqrt{4} - \sqrt{1}$
= $2 - 1$
= $1 =$ ডানপৰ

নির্ণেয় সমাধান : x = 5.1

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রমূ-৫ > $\sqrt{x^2 + 4x - 4} + \sqrt{x^2 + 4x - 10} = 6$

ক.
$$x^2 + 4x = y$$
 হলে দেখাও যে, $2\sqrt{y - 10} = 5$

খ. দেখাও যে,
$$(2x+13)(2x-5)=0$$

উত্তর : গ.
$$x = -\frac{13}{2}, \frac{5}{2}$$

প্রমৃ—৬ >
$$6\sqrt{\left(rac{2x}{x-1}
ight)}+5\sqrt{\left(rac{x-1}{2x}
ight)}=13$$
 একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

ক.
$$\frac{2x}{x-1} = p^2$$
 ধরে প্রদন্ত সমীকরণটি লেখ।

উত্তর : ক.
$$6p + \frac{5}{p} = 13$$
 এটিই নির্ণেয় সমীকরণ।

নবম–দশম	শ্লেনি	চক্রমার্ম .	গণিত	
つくれー りつれ	الوالت.)	: ৬৬৮৩র	ગાગુ	P 740

খ. সুতরাং, $x = \frac{25}{7}$ অথবা $-\frac{1}{7}$

প্রমূ-9 > $\sqrt{2x^2+5x-2}-\sqrt{2x^2+5x-9}=1$ একটি মূল চিহ্ন সম্বলিত

সমীকরণ এবং $P = 23x^2 + 5x - 2$

ক. P এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. P এর মান ব্যবহার করে প্রদন্ত সমীকরণটি সমাধান কর।

গ. $2x^2 + 5x = y$ ধরে সমীকরণের সমাধান খ–এর সমাধানের জনুরূ প কিনা? যাচাই কর।

উত্তর: ক. P = 16; খ. $x = 3, -\frac{9}{2}$

গ. সমাধান একই।

ଅନୁশିলনി ଓ .৩

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ সূচক সমীকরণ (Indicial Equation)

যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকর পে থাকে, তাকে সূচক সমীকরণ বলে।

 $2^x = 8$, $16^x = 4^{x+2}$, $2^{x+1} - 2x - 8 = 0$ ইত্যাদি সমীকরণগুলো সূচক সমীকরণ যেখানে x অজ্ঞাত চলক। সূচক সমীকরণ সমাধান করতে সূচকের নিম্নুলিখিত ধর্মটি ব্যবহার করা যায় :

 $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদি ও কেবল যদি x = m হয়। এ জন্য প্রথমে সমীকরণের উভয়পক্ষকে একই সংখ্যার ঘাত বা শক্তিরূ পে প্রকাশ করা হয়। জেনে রাখতে হবে :

সূচকের নিয়মে ভিত্তি কখনো শূন্য হতে পারে না $\frac{a}{b}$ এর বেত্রে $b \neq 0$ হবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

সমাধান কর :

의 11 3 11 3 x + 2 = 81

সমাধান:
$$3^{x+2} = 81$$

$$3^{x+2} = 3^4$$

[::
$$3^4 = 81$$
]

বা,
$$x + 2 = 4$$

$$[:: a^m = a^n$$
 ইলে $m = n$

বা,
$$x = 4 - 2$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 2

সমাধান: $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

বা,
$$\frac{5^{3x-7}}{3^{3x-7}}=1$$

বা,
$$\left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0$$

বা,
$$3x - 7 = 0$$

বা,
$$3x = 7$$

$$\therefore x = \frac{7}{3}$$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{7}{3}$

প্ৰা । ৩ । 2^{x-4} = 4a^{x-6}, (a > 0, a ≠ 2)

সমাধান:
$$2^{x-4} = 4a^{x-6}$$

বা,
$$2^{x-4} = 2^2 \cdot a^{x-6}$$

বা,
$$2^{x-4} \cdot 2^{-2} = a^{x-6}$$

[2² দারা ভাগ করে]

বা,
$$2^{x-6} = a^{x-6}$$

বা,
$$\left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = 1 = \left(\frac{2}{a}\right)^0$$

বা,
$$x - 6 = 0$$

$$\therefore x = 6$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 6

প্রশা ৪ ॥
$$(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$$

সমাধান :
$$(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$$

$$\vec{A}, \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^{x+5} = \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{2x+5}$$

$$\frac{x+5}{2} = 3$$

$$[::(a^m)^n=a^{mn}]$$

বা,
$$\frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$$

$$[:: a^x = a^m$$
 বলে $x = m]$

$$\overline{1}$$
, $2(2x + 5) = 3(x + 5)$

বা,
$$4x + 10 = 3x + 15$$

বা,
$$4x - 3x = 15 - 10$$

$$\therefore x = 5$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 5

$$2 \text{ In } \mathbb{I} \notin \mathbb{I} \left(\sqrt[5]{4} \right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64} \right)^{2x+7}$$

সমাধান :
$$(\sqrt[5]{4})^{4x+7} = (\sqrt[11]{64})^{2x+7}$$

বা,
$$\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left\{ \sqrt[11]{(4)^3} \right\}^{2x+7}$$

$$\overline{4x+7}_{5} = \left\{ (4)^{\frac{3}{11}} \right\}^{2x+7}$$

বা,
$$11(4x + 7) = 5(6x + 21)$$

$$\overline{1}$$
, $44x + 77 = 30x + 105$

বা,
$$44x - 30x = 105 - 77$$

বা,
$$14x = 28$$

বা,
$$x = \frac{28}{14}$$

$$\therefore x = 2$$

$$3^{3x-4} \cdot a^{2x-5} = a^{2x-5} (a > 0)$$

নবম-দশম শ্রেণি: উচ্চতর গণিত ১১৭২

সমাধান:
$$\frac{3^{3x-4}.a^{2x-5}}{3^{x+1}} = a^{2x-5}$$

$$\overline{4}, \frac{3^{3x-4}}{3^{x+1}} = \frac{a^{2x-5}}{a^{2x-5}}$$

বা,
$$3^{3x-4-x-1}=1$$

$$[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}]$$

বা,
$$3^{2x-5} = 1 = 3^{\circ}$$

$$[:: x^0 = 1]$$

বা,
$$2x - 5 = 0$$

$$[: a^x = a^m$$
 হলে $x = m]$

বা,
$$2x = 5$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$x = \frac{5}{2}$$

$$\text{ and } 191 \frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6} \ (a>0, b>0, 5b \neq a)$$

সমাধান :
$$\frac{5^{3x-5}.b^{2x-6}}{5^{x+1}} = a^{2x-6}$$

$$\overline{5}, \frac{5^{3x-5}}{5^{x+1}} = \frac{a^{2x-6}}{b^{2x-6}}$$

বা,
$$5^{3x-5-x-1} = \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-6}$$

$$\overline{4}, \frac{5^{2x-6}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-6}} = 1$$

বা,
$$\frac{5^{2x-6}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-6}}=1$$
 $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-6}$ দ্বারা উভয়পক্ষকে ভাগ করে $\right]$

$$\overline{4}, \left(\frac{5}{\underline{a}}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5}{\underline{a}}\right)^{0}$$

বা,
$$2x - 6 = 0$$

বা,
$$2x = 6$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 3

역 1 6 1 4 x+2 = 2^{2x+1} + 14

সমাধান:
$$4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$$

$$\overline{4}$$
, $4^{x+2} - 2^{2x+1} = 14$

বা,
$$2^{2x+4} - 2^{2x+1} = 14$$

$$\overline{4}$$
, $2^{2x}(2^4-2^1)=14$

বা,
$$2^{2x}$$
 (16 – 2) = 14

বা,
$$2^{2x}$$
. $14 = 14$

বা,
$$2^{2x} = 1$$

বা,
$$2^{2x} = 2^0$$

 $[\because a^0 = 1]$

বা,
$$2x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 0

역 및 1 등 1 5 x + 5^{2-x} = 26

সমাধান:
$$5^x + 5^{2-x} = 26$$

$$\boxed{5^x + \frac{5^2}{5^x} = 26}$$

$$[\because a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}]$$

$$\sqrt[4]{5^x} + \frac{25}{5^x} = 26$$

$$\sqrt[4]{\frac{(5^x)^2 + 25}{5^x}} = 26$$

$$\sqrt[3]{(5^x)^2 + 25} = 26.5^x$$

বা,
$$a^2 + 25 = 26a$$

[5^x = a ধরি]

$$4 \cdot 1$$
, $a^2 - 26a + 25 = 0$

$$4 \cdot a^2 - 25a - a + 25 = 0$$

$$\overline{A}$$
, $a(a-25)-1(a-25)=0$

বা,
$$(a-25)(a-1)=0$$

হয়,
$$a - 25 = 0$$

অথবা,
$$a - 1 = 0$$

বা,
$$a = 1$$

বা,
$$5^{x} = 5^{2}$$

বা,
$$5^{x} = 5^{0}$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore x = 0$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 0, 2

সমাধান:
$$3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$$

$$\sqrt{3}$$
, $3.9^x - 3.4.3^{x-1} + 1 = 0$

$$\sqrt[3]{(3^2)^x} - 4.3^x + 1 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $3(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0$

বা,
$$3a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$3a^2 - 3a - a + 1 = 0$$

বা,
$$3a(a-1) - 1(a-1) = 0$$

বা,
$$(a-1)(3a-1)=0$$

হয়, $a-1=0$

বা,
$$3a = 1$$

বা,
$$3^x = 1$$

বা,
$$a = \frac{1}{3}$$

বা,
$$3^x = 3^\circ$$

বা,
$$3^x = \frac{1}{3}$$

$$\therefore x = 0$$

বা,
$$3^x = 3^{-1}$$

$$\therefore x = -1$$

역 1 33 1 4^{1+x} + 4^{1-x} = 10

সমাধান:
$$4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$$

বা,
$$4.4^x + 4.4^{-x} = 10$$

$$\overline{1}$$
, $4(4^x + 4^{-x}) = 10$

$$\overline{4}$$
, $2(4^x + 4^{-x}) = 5$

$$\sqrt[3]{1}$$
, $2(4^x + \frac{1}{4^x}) = 5$

$$\overline{1}$$
, $2(a + \frac{1}{3}) = 5$

বা,
$$\frac{2(a^2+1)}{a}=5$$

বা,
$$2a^2 + 2 = 5a$$

বা,
$$2a^2 - 5a + 2 = 0$$

$$\boxed{1}, 2a^2 - 4a - a + 2 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $2a(a-2) - 1(a-2) = 0$

$$\overline{1}$$
, $(a-2)(2a-1)=0$

হয়,
$$a-2=0$$

অথবা,
$$2a - 1 = 0$$

বা,
$$2a = 1$$

বা,
$$4^x = 2$$

বা,
$$a = \frac{1}{2}$$

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৭৩

বা,
$$2^{2x} = 2^1$$

বা,
$$4^{x} = \frac{1}{2}$$

বা,
$$2x = 1$$

বা,
$$2^{2x} = 2^{-1}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

역회 1 3 1 2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32

সমাধান:
$$2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32$$

$$4$$
, $2^{2x} - 3.2^x.2^2 + 32 = 0$

$$[\because a^{mn} = (a^m)^n$$
 এবং $a^{m+n} = a^m.a^n]$

$$\sqrt[3]{(2^x)^2-12.2^x+32}=0$$

$$\boxed{4}, a^2 - 12a + 32 = 0$$

$$\boxed{4}, a^2 - 8a - 4a + 32 = 0$$

$$4(a-8)-4(a-8)=0$$

$$\overline{4}$$
, $(a-8)(a-4)=0$

হয়,
$$a - 8 = 0$$

বা,
$$2^{x} = 8$$

বা,
$$2^x = 4$$

বা,
$$2^x = 2^3$$

বা,
$$2^x = 2^2$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 2, 3

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

- ১. $9^{2x} = 3^{5x-2}$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

- 3³x = $\frac{1}{3}$ হলে, x-এর মান কত?
- $0 \frac{1}{3}$
- **3**
- 2^{x+7} = 4^{x+2} হলে, x এর মান কত?

- 8. $\sqrt{x-4} = \sqrt{x+12} 2$ সমীকরণটির বীজ কত?

- $\sqrt{\frac{2x}{x-1}} = 1$ সমীকরণের মূল কোনটি?

• 3

- $(\sqrt{3})^{x+5} = {8 \choose \sqrt{3}}^{2x+5}$ হলে x এর মান কত?

৫.৩ : সূচক সমীকরণ (Indicial Equation)

🔳 🗌 সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

- ১০. যে সমীকরণে অজ্ঞাত চলক সূচকর পে থাকে তাকে কী সমীকরণ বলে?

 - ⊚ অসমতা
- পরমমানপরমমানবিঘাত
- ১১. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?
- (মধ্যম)

- থ 1
- ১২. $3.27^{x} = 9^{x+4}$ সমীকরণের সমাধান কত?
- (মধ্যম)
- ③ x = 4
- **1** x = 3
- ১৩. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ সমীকরণে x এর মান কত?

- $\odot \frac{3}{7}$
- **1** 3
- **1** 7
- ১৪. $a^x = \overline{a}$? যখন x = 0
- (সহজ)

- **1** 0
- $\mathfrak{O}\frac{1}{2}$
- **ସ** −1
- ১৫. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$ সমীকরণে x এর মান কত?
 - **⊕** 6
- $\Im \frac{7}{3}$
- থ 4

- **a** 25 $\bullet \frac{-15}{2}$ **b** $\frac{5}{7}$ **c** $\frac{-5}{4}$

থ ৪

- - $(2 + a)^{3} = 2$ হলে a এর মান নিচের কোনটি?

⊚ −6

③ −3

- 9^{x+5} = 81^{x+1} হলে, x এর মান কত?
- **3** 6

ii. b = 27 **হলে**, x = 4

- $3^{2x-6} = b$ সমীকরণ
 - i. b = 3 **হলে**, x = 3

 - iii. b = 27 **হলে**, x = $\frac{9}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ரு i பே

- ② i S iii ii S iii ⑤ i, ii S iii

(কঠিন)

(মধ্যম)

- ১৬. $\left(\frac{5b}{a}\right)^{2x-6} = \left(\frac{5b}{a}\right)^{\circ}$ সমীকরণে x এর মান কত?

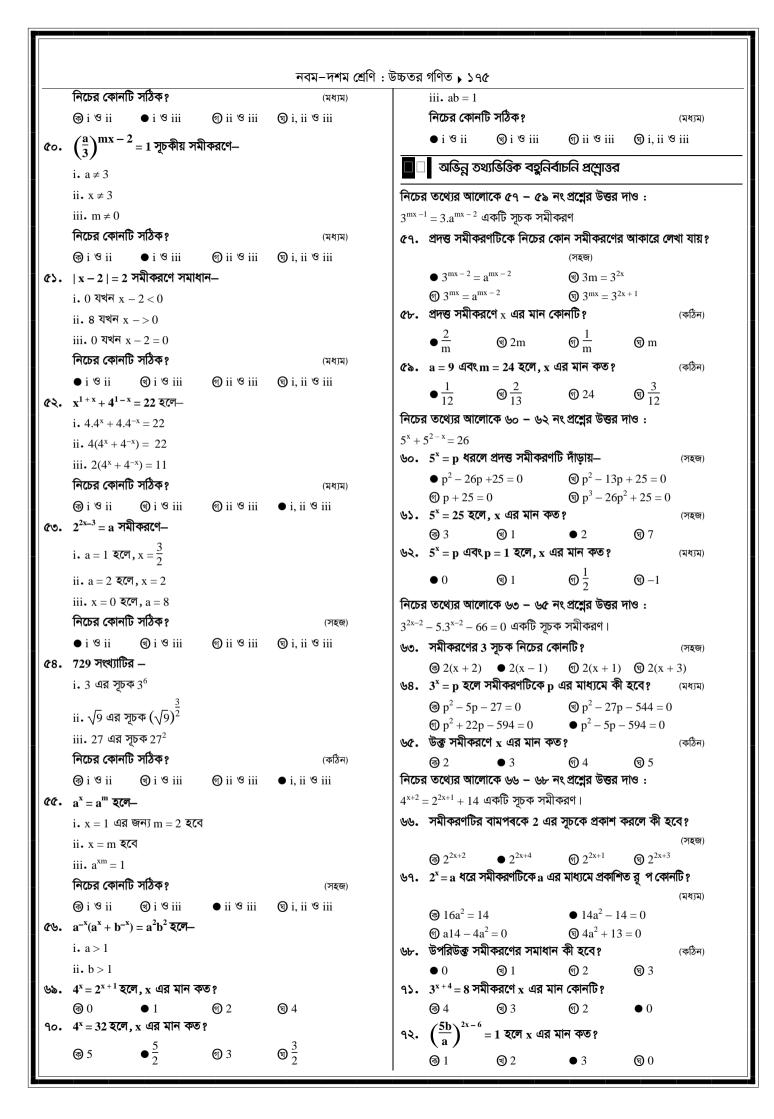
- ১৭. a^{x+2} . $a^{2y+1} = a^{10}$ এর জন্য নিচের কোন তথ্যটি সঠিক?
- \bullet x + 2y + 3 = 10
- $\Im 2x + y = 7$
- ১৮. $16^{x} = 4^{x+1}$ সমীকরণের সমাধান কোনটি?
- ১৯. $3.3^x = 27$ সমীকরণকে $a^x = a^m$ আকারে প্রকাশিত রূপ নিচের কোনটি? (সহজ)

 - **3** $3^x = 3^3$ **3** $3^{x+1} = 3^2$ **3** $3^{x+1} = 3^3$ **3** $3^{x-1} = 3^3$
- ২০. $2^{x+5} = 4^x$ সমীকরণটি কোন ধরনের সমীকরণ? 雨 দ্বিঘাত

81

- থ্য ত্রিঘাত
- সূচক
- থি সরল
- ২১. $\left(\sqrt[3]{27}\right)^4$ এর সমান কোনটি?
 - **3** 243
 - **1** 729 **(9)** 2187
 - ব্যাখ্যা : $(\sqrt[3]{27})^4 = (\sqrt[3]{3^3})^4$
 - $=\left\{ \left(3^{3}\right)^{\frac{1}{3}}\right\} ^{\frac{1}{4}}$

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৭৪ ২২. $16^{x+2} = 8^{3x+1}$ সমীকরণে $a^n = a^m$ আকারে প্রকাশিত র প কোনটি? 80. $4^{x+2} = 2^{2x+1} + 14$ সমীকরণে x এর মান কত? **1** \bullet 2^{4x + 8} = 2^{9x + 3} 8১. $2^{x+9} = 8^{x+1}$ হলে x এর মান কত? (মধ্যম) $2^{8x+4} = 2^{3x+9}$ $4^{4x+8} = 4^{9x+3}$ **₱** 2 3 **旬**9 ব্যাখ্যা : 16^{x + 2} = 8^{3x + 1} 8২. $4^{1+x} + 4^{1-x} = 10$ সমীকরণের সমাধান কত? $\overline{\P}, (2^4)^{x+2} = (2^3)^{3x+1}$ 9(2,-1) $\textcircled{9}(\frac{1}{2},1)$ $\bullet(\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$ 9(2,4)২৩. $\frac{243}{1024}$ কে $\frac{3}{4}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে ঘাত কত হবে? 🔲 🔲 বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর ৪৩. সূচক সমীকরণের বেত্রে— ব্যাখ্যা : $\frac{243}{1024} = \frac{3}{4^5} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-6}$ i. অজ্ঞাত চলক সূচকরু পে থাকে ii. $a \neq 1$ হলে, $a^x = a^m$ হবে যদি ও কেবল যদি x = m হয় ২৪. নিচের কোনটি 729 এর সমান? iii. $30^{x} = 1$ হলে, x = 0নিচের কোনটি সঠিক? $\bullet \left(\sqrt[5]{9}\right)^{15} \quad \textcircled{9} \left(\sqrt[5]{9}\right)^{3} \quad \textcircled{9} \left(\sqrt[3]{9}\right)^{15} \quad \textcircled{9} \left(\sqrt[5]{9}\right)^{9}$ ⊕ i ଓ ii (iii & i (6) ব্যাখ্যা: $729 = 9^3 = \left\{ \left(9^{\frac{1}{5}} \right)^5 \right\}^3 = \left(\sqrt[5]{9} \right)^{15}$ 88. $3^{3y-1} = 9^{x+y}$ সমীকরণটির জন্য – ২৫. নিচের কোনটি 4096 এর সমান? $i \cdot 2x - y + 1 = 0$ ii. 2x - y = -1iii. 2x + y - 1 = 0২৬. $(\sqrt[3]{4})^x = 4996$ হলে x এর মান কত? নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) **1** 9 o i v ii (1) i (1) gii giii gi, ii giii ২৭. $(ab)^x = (ab)^{-2}$ সূত্রে সমীকরণটির (a > 0, b > 0) এবং $ab \ne 1$ সমাধান 8৫. $3^{x}.9^{y} = 81$ সমীকরণ থেকে পাওয়া যায় i. x + 2y = 4② ii. x - 2y = 4২৮. $2^{x}.5^{x} = 1000$ হলে x এর মান কত? (মধাম) iii. x + 2y - 4 = 0**1** 5 **(**1) 6 **(4)** 4 নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) ২৯. $q \neq 1$ হলে $q^x = q$ সমীকরণের সমাধান কোনটি? (মধ্যম) ii Vi ● i ଓ iii gii giii gi, ii Viii **89.** i. $16^x = 4^{x+2}$ ii. $2^x = 8$ ৩০. $a \neq 1, a^x = a^y$ হলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম) iii. $\sqrt{x-4} + 2 = \sqrt{x+12}$ **③** x < y ① xy = 1৩১. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ (যেখানে $a > 0, a \ne 2$) সমীকরণটির বীজ কত? নিচের কোনটি সঠিক? (মধাম) **⊕** 2 **4 3** 8 i v i ● iii & i 🕞 1ii V iii gi, ii giii ৩২. $a \neq 1$ হলে, $a^x = a$ সমীকরণের সমাধান কত? (সহজ) 89. i. $5^{x} = 1$ সমীকরণের সমাধান x = 0x = 0 \bullet x = 1 **1** $\mathbf{x} = 2$ ii. $5^{x} = 25$ সমীকরণের সমাধান x = 2৩৩. $7^x = 343$ হলে $x = \overline{\Phi}$? (সহজ) iii. $5^{x} = 125$ সমীকরণের সমাধান x = 3**3** 2 **(1)** (1) নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ) ৩৪. $\left(\sqrt[3]{8}\right)^4$ এর সমান নিচের কোনটি? (সহজ) ति i ७ ii iii & i 🕲 gii g iii ● i. ii ଓ iii 8৮. i. $2^{x+7} = 4^{x+2}$ হলৈ, x = 3৩৫. $(\sqrt{5})^{x+1} = 125$ সমীকরণের সমাধান নিচের কোনটি? (মধ্যম) ii. $3.27^x = 9^{x+4}$ হলে, x = 7**(1)** iii. $3^{mx-1} = 3.a^{mx-2}$ হলে, x = 2m৩৬. $3^{x+2} = 81$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (মধ্যম) নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন) 2 **1 1 9 3** o i 3 ii જી i ઉ iii 1 i s iii s iii s iii ৩৭. $3^{2x-2}-5.3^{x-2}-66=0$ সমীকরণের মূল নিচের কোনটি? (কঠিন) ৪৯. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$ সূচকীয় সমীকরণে– **4 1** 6 ৩৮. নিচের কোনটি সূচক সমাধানের উদাহরণ? (মধ্যম) $i \cdot \frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$ 4x + 51 = 0 $\Re x + 2 > 0$ ii. x = -5৩৯. $2^{x-6} = a^{x-6}$ সমীকরণে x এর মান কত? (মধ্যম) **1** 4



নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ১১৭৬

- ৭৩. $(\sqrt{3})^{x+5} = (\sqrt[3]{3})^{2x+5}$ হলে, x এর মান কত?

- **ூ** − 3
- ৭৪. $2^{x+6} = 8^{x+2}$ হলে, x এর মান কত?
- **3** 4
- **၅** − 4
- **3** 8
- ৭৫. $2^{x+7} = 4^{2x+1}$ হলে, x এর মান কত?
- **2**
- **1** 3
- 9 2

- ৭৬. $a^x = a^m$ হলে
 - i. x = 1 এর জন্য m = 2 হবে
 - ii. x = m হবে
 - iii. $a^{x-m}=1$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ரு i பே
- (1) ii (9) ii

- ৭৭. 729 সংখ্যাটির
 - i. 3 এর সূচক 3⁶
- ii. $\sqrt{9}$ এর সূচক $(\sqrt{9})^6$
- iii. 27 এর সূচক 27²
- নিচের কোনটি সঠিক?

- ரு i பே
- (1) i (9) iii
- iii V ii
- i, ii ଓ iii
- ৭৮. i. $4^x = \frac{1}{2}$ হলে, $x = -\frac{1}{2}$
 - ii. 5^x = 1 **হলে**, x = 1
 - iii. $9^x = 3$ হলে, $x = \frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ரு i பே
- (1) ii (2) iii
- i ७ iii
- g i, ii 😉 iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৭৯ – ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^{x+1} + 9 = 0$ একটি সূচক সমীকরণ।

- ৭৯. $3^x = a$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটি a এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে কিরু প হবে?
 - $3a^2 12a + 9 = 0$
- $a^2 4a + 9 = 0$
- (a) $3a^2 4a + 9 = 0$
- ৮০. $3^x = a$ ধরলে প্রদত্ত সমীকরণটিতে a এর মান কত?
 - $\bigcirc -3, -9 \quad \bullet 1, 3$
- $\mathfrak{G} \frac{1}{3}, 9 \qquad \mathfrak{F} 3, \frac{1}{9}$
- ৮১. সমীকরণটির সমাধান কত?

সৃজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রশ্ল**–১ ኦ** 4096, 729 ও $\frac{64}{729}$ তিনটি সংখ্যা।

- ক. ১ম সংখ্যাটিকে $\frac{1}{2}$, 4 এর সূচকে প্রকাশ কর।
- খ. ১ম সংখ্যাটিকে 8, $2\sqrt{2}$ এর সূচকে এবং ২য় সংখ্যাটিকে 9, $\sqrt[5]{9}$ এর সূচকে প্রকাশ কর।
- গ. ৩য় সংখ্যাটিকে $\frac{3}{2}$, $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে এবং $\frac{729}{4096}$ কে $\frac{4}{3}$

প্রমূ—২ > সূচক সমীকরণের সমাধান করতে সূচকের যে ধর্মটি প্রায়ই ব্যবহার করা হয় তা হলো $a \neq 1$ হলে $a^x = a^m$ হবে যদি ও কেবল যদি x = m হয়। এজন্য প্রথম সমীকরণের উভয়পৰকে একই সংখ্যা ঘাত বা শক্তিরু পে প্রকাশ করা হয়।



- ক. সমাধান কর : $3.27^x = 9^{x+4}$
- খ. সমাধান কর : $3^{mp-1}=3a^{mp-2}$ ($a>0,\,a\neq3,\,p\neq0$), যেখানে m অজ্ঞাত চলক।
- গ. সমাধান কর : $3(9^x 4.3^{x-1}) + 1 = 0$

🄰 🕯 ২ নং প্রশ্নের সমাধান 🔰 🕯

$$\overline{\Phi}$$
. $3.27^x = 9^{x+4}$

$$\overline{\mathbf{1}}$$
, $3.3^{3x} = 3^{2(x+4)}$

$$\overline{\mathbf{1}}$$
, $3^{3x+1} = 3^{2(x+4)}$

$$\sqrt{3}x + 1 = 2x + 8$$

বা,
$$3x - 2x = 8 - 1$$

$$\therefore x = 7$$

খ. $3^{mp-1} = 3a^{mp-2}$

বা,
$$\frac{3^{mp-2}}{a^{mp-2}} = 1$$

বা,
$$\left(\frac{3}{a}\right)^{mp-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0$$

বা,
$$mp - 2 = 0$$

$$\overline{A}$$
, m = $\frac{2}{p}$

নির্ণেয় সমাধান : $m = \frac{2}{n}$

গ.
$$3(9^x - 4.3^{x-1}) + 1 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $3.3^{2x} - 3.4.3^{x-1} + 1 = 0$

$$\sqrt{3}$$
, $3.(3^x)^2 - 4.3^x + 1 = 0$

ধরি,
$$3^x = a$$

$$3a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$4$$
, $3a^2 - 3a - a + 1 = 0$

বা,
$$3a(a-1) - 1(a-1) = 0$$

$$\overline{a}$$
, $(a-1)(3a-1)=0$

এর সূচকে প্রকাশ কর।

8

🕨 🕯 ১ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

জননী মাধ্যমিক উচ্চতর গণিতের ২০৬ পৃষ্ঠার অনুশীলনমূলক কাজের ১, ২, ৩ দেখ।

হয়,
$$a-1=0$$
 অথবা, $3a-1=0$
$$\therefore a=1 \qquad \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$$

$$a = 1$$
 হল, $a = \frac{1}{3}$ হল, $3^x = \frac{1}{3}$

$$3^{x} = 1$$
 [a এর মান বসিয়ে] বা, $3^{x} = 3^{-1}$

বা,
$$3^x = (3)^0$$
 ∴ $x = -1$

$$\therefore x = 0$$

নির্ণেয় সমাধান : – 1.0

প্রমূ-৩ > $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$ একং $a^{-x}(a^x+b^{-x}) = \frac{a^2b^2+1}{a^2b^2}$

(a>0, b>0 এবং $ab \neq 1)$ দুইটি সূচকীয় সমীকরণ।

- ক. প্রথম সমীকরণকে $a^{\mathrm{m}}=a^{\mathrm{n}}$ আকারে লেখ।
- খ. প্রথম সমীকরণটি সমাধান কর। 8
- গ. দ্বিতীয় সমীকরণটি সমাধান করে দেখাও যে, সমীকরণ দুইটির মূল সমান।

ক. দেওয়া আছে,
$$\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$$

বা,
$$\left(4^{\frac{1}{5}}\right)^{4x+7} = \left(4^{\frac{3}{11}}\right)^{2x+7}$$
∴ $4^{\frac{(4x+7)}{5}} = 4^{\frac{3(2x+7)}{11}}$

এটিই নির্ণেয় আকার।

খ. 'ক' থেকে পাই,
$$4^{\frac{(4x+7)}{5}} = 4^{\frac{3(2x+7)}{11}}$$

$$\therefore \frac{1}{5} (4x + 7) = \frac{3(2x + 7)}{11}$$

$$\overline{1}$$
, $11(4x + 7) = 15(2x + 7)$

$$\overline{1}$$
, $44x + 77 = 30x + 105$

বা,
$$44x - 30x = 105 - 77$$

বা,
$$14x = 28$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 2

গ. দেওয়া আছে,
$$a^{-x}(a^x + b^{-x}) = \frac{a^2b^2 + 1}{a^2b^2}$$

বা,
$$a^{-x}$$
. $a^x + a^{-x}$. $b^{-x} = 1 + \frac{1}{(ab)^2}$

বা,
$$-x = -2$$

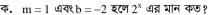
$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 2

'খ' হতে প্রথম সমীকরণের সমাধান x=2

অর্থাৎ সমীকরণ দুটির মূল সমান।

외월−8 Þ b = mx − 1



খ . $3^b = 3.a^{b-1}$ হলে x এর মান কত ? যেখানে $(a > 0, b \ne 3, m \ne 0)$

🄰 🕯 ৪ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে, b = mx - 1

সুতরাং mx - 1 = -2

[: m = 1]

বা, x = -1

$$\therefore 2^{x} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় মান : $2^x = \frac{1}{2}$

খ. প্রদত্ত সমীকরণ, $3^b = 3.a^{b-1}$

প্রদত্ত সমীকরণে b এর মান বসিয়ে পাই,

$$3^{mx-1} = 3.a^{mx-1-1}$$

বা,
$$3^{mx-1} = 3.a^{mx-2}$$

বা,
$$3^{mx-2} = a^{mx-2}$$

বা,
$$\left(\frac{3}{a}\right)^{mx-2} = \left(\frac{3}{a}\right)^0$$

 $[\because a > 0, a \neq 3]$

বা,
$$mx - 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{m}$$

 $[: m \neq 0]$

নির্ণেয় সমাধান : $x = \frac{2}{m}$

গ. প্রদন্ত সমীকরণ, $3^{2b} - 5.3^{b-1} - 66 = 0$

বা,
$$3^{2(mx-1)} - 5.3^{mx-1-1} - 66 = 0$$

$$[\because b = mx-1]$$

$$\overline{4}$$
, $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} - 66 = 0$

[: m = 1]

$$\boxed{3^{2x}.3^{-2}-5.3^{x}.3^{-2}-66=0}$$

$$\overline{4}$$
, $\frac{3^{2x}}{9} - \frac{5}{9} \cdot 3^x - 66 = 0$

$$4$$
, $3^{2x} - 5.3^x - 594 = 0$

$$\overrightarrow{a}$$
, $(3^x)^2 - 5.3^x - 594 = 0$

$$4$$
 $a^2 - 5a - 594 = 0$

[3^x = a ধরে]

$$4$$
, $a^2 - 27a + 22a - 594 = 0$

$$\overline{1}$$
, $(a-27)(a+22)=0$

এখন $a + 22 \neq 0$ কেননা, $a = 3^x > 0$

$$\therefore a - 27 = 0$$

বা,
$$3^{x} = 27$$

বা,
$$3^{x} = 3^{3}$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় সমাধান : x = 3

원발-৫ > A. 3^x.9y = 81

B.
$$a^{3x+y}.a^{2y} = a^{20}$$

C.
$$8y^x - 7^{2x} = 16$$

D.
$$2^x = y^2$$

ক. B হতে x ও > এর সম্পর্ক নির্ণয় কর।

২

8

🕨 🕯 ৫ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে,
$$a^{3x+y}.a^{2y}=a^{20}$$

বা,
$$a^{3x+y+2y} = a^{20}$$

বা,
$$3x + 3y = 20$$

বা,
$$3x = 20 - 3y$$

∴
$$x = \frac{1}{3}(20 - 3y)$$
 এটিই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ. দেওয়া আছে, 3^x.9y = 81

বা,
$$3^x.3^{2y} = 81$$

বা,
$$3^{x+2y} = 3^4$$

বা,
$$x + 2y = 4$$

$$x = 4 - 2y$$
(i)

'ক' থেকে পাই,
$$x = \frac{1}{3}(20 - 3y)$$
(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$$4-2y=\frac{1}{3}(20-3y)$$

বা,
$$12 - 6y = 20 - 3y$$

বা,
$$-6y + 3y = 20 - 12$$

$$\therefore y = -\frac{8}{3}$$

সমীকরণ (i) -এ y-এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = 4 - 2\left(-\frac{8}{3}\right)$$

$$\sqrt{3}$$
, $x = \frac{12 + 16}{3}$

$$\therefore x = \frac{28}{3}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{28}{3}, \frac{8}{3}\right)$$

গ.
$$8y^x - 7^{2x} = 16$$
(i)

$$2^x = y^2$$
(ii)

এখন, সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$4$$
, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + 4^2 = 0$

বা,
$$(y^x - 4)^2 = 0$$

$$\therefore y^x = 4$$

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

প্রমু—৬ $\Rightarrow \begin{cases} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{cases}$ এবং $\begin{cases} y^x = 4 \\ v^2 = 2^x \end{cases}$ $\}; \ y \neq 1$ দুইটি দুই চলকবিশিফ সূচকীয়

সমীকরণ।

- ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর।
- খ. প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।
- গ. দেখাও যে. দিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান।

🕨 🕯 ৬ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে,
$$y^x = x^2$$
(i)

$$x^{2x} = y^4$$
(ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই, $(x^2)^x = y^4$

বা,
$$(y^{x})^{x} = y^{4}$$

[(i) নং দ্বারা]

বা,
$$y^{x^2} = y^4$$

বা,
$$x^2 = 4$$

[সূচক সমীকৃত করে]

$$\therefore x = \pm 2$$
 (Ans.)

খ. 'ক' থেকে পাই, $x = \pm 2$

আবার, 'ক' থেকে পাই, $y^x = x^2$ (i)

x এর মান সমীকরণ (i)—এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2$$
 হলে, $y^2 = 2^2$

বা,
$$y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

এবং
$$x = -2$$
 হলে, $y^{-2} = (-2)^2$

বা,
$$\frac{1}{y^2} = 4$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$(x, y) = (2, 2) (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$

২য় সমীকরণ জোট থেকে পাই,

$$y^x = 4$$
(i)

 $2^x = v^2$

[উভয়পৰের ঘাত x−এ উন্নীত করে]

বা,
$$2^{x^2} = y^{2x}$$

$$[::(a^m)^n=a^{mn}]$$

বা,
$$2^{x^2} = (y^x)^2$$

$$[:: a^{mn} = (a^m)^n]$$

বা,
$$2^{x^2} = 4^2$$

[(iii) নং থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা,
$$2^{x^2} = 16$$

বা,
$$2^{x^2} = 2^4$$

$$41, 2^{*} = 2$$

বা,
$$x^2 = 4$$

$$[:: a^m = a^n$$
 হলে $m = n$

$$\therefore x = \pm 2$$

এখন, সমীকরণ (ii)— এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন,
$$x = 2$$
, তখন, $2^2 = y^2$

বা,
$$y^2 = 4$$

$$\therefore$$
 $y = \pm 2$

যখন,
$$x = -2$$
, তখন, $2^{-2} = y^2$

বা,
$$y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$(x, y) = (y, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right), \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$

$$y^2 = 2^x$$
(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$(v^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{x}{2}}$$

[উভয় দিকে বর্গমূল করে]

বা,
$$y = 2^{\frac{x}{2}}$$
.....

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৮০

সমীকরণ (i) থেকে পাই.

বা,
$$\left(2^{\frac{x}{2}}\right)^x = 4$$

[(iii) নং থেকে y = 2 ² বসিয়ে]

বা,
$$2^{\frac{x^2}{2}} = 2^2$$

বা,
$$\frac{x^2}{2} = 2$$

$$\therefore x = \pm 2$$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2$$
 হলে, $y^2 = 4$

 $v = \pm 2$

x = -2 **হলে**, $y^{-2} = 4$

বা,
$$\frac{1}{v^2} = 4$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্দেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2)(2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right).\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

∴ দ্বিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান, প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। (দেখানো হলো)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

থ্রা—৭ \Rightarrow $2^{2x} - 3.2^{x+2} = -32$ এবং $3^{2x-2} - 5.3^{x-2} = 66$ দুইটি সূচক সমীকরণ।

ক. $2^x = a$ ধরে ১ম সমীকরণটি লেখ।

٥

খ. ১ম সমীকরণটি সমাধান কর।

Q

গ. ২য় সমীকরণটি সমাধান কর এবং সমীকরণদ্বয়ের মধ্যে সাধারণ মূল নির্ণয় কর।

উত্তর : ক. $a^2-12a+32=0$; খ. x=2,3; গ. x=3, সাধারণ মূল =3

প্রমান্ত $\left(\sqrt{3}\right)^{x+5} = \left(\sqrt[3]{5}\right)^{2x+5}$ এক $\left(\sqrt[5]{4}\right)^{4x+7} = \left(\sqrt[11]{64}\right)^{2x+7}$ দুইটি সূচক

সমীকরণ।

ক. সূচক সমীকরণ কাকে বলে?

২

খ. ১ম সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর।

গ. ২য় সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় কর এবং শুদ্ধি পরীৰা কর।

উত্তর : খ. x = 5; গ. x = 2

27-3 $4^{1+x} = 4^{1-x} = 10$ (i)

 $4^{x} = a$ (ii)

ক. (i) নং সমীকরণকে a এর একটি দিঘাত সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. a এর মান বাস্তব কী? সূত্রের সাহায্যে a এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. x এর মান নির্ণয় কর।

উত্তর : খ. x = 5

গ. x = 2



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

নবম–দশম শ্রেণি: উচ্চতর গণিত ▶ ১৮১

দুই চলকবিশিফ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট

যে সমীকরণ জোটের উভয় সমীকরণই দ্বিঘাত এদেরকে দুই চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট বলে। যেমন $-x^2+y^2=25$, xy=12 দ্বিঘাত সমীকরণ জোট।

জেনে রাখ:

- ১. $x^2 + v^2$ এর মান সর্বদা ধনাতাক কারণ দুইটি সংখ্যার বর্গের যোগফল কখনও ঋণাতাক হয় না।
- ২. xy এর মান ঋণাত্মক হলে x কিংবা y এর যেকোনো একটি ঋণাত্মক।
- ৩. (x+y) ও (x-y) উভয় রাশির মানই ধনাত্মক কিংবা ঋণাত্মক যেকোনোটি অথবা উভয়ই হতে পারে।

যেমন : $(x + y)^2 = 49$ হলে $x + y = \pm 7$

আবার $(x - y)^2 = 64$ হলে $x - y = \pm 8$

অনুশীলনীর প্রশু ও সমাধান

সমাধান কর:

$$(x-3)(y-2)=-1$$

সমাধান: (2x + 3)(y - 1) = 14....(i)

$$(x-3)(y-2) = -1$$
....(ii)

সমীকরণ (i) হতে আমরা পাই.

$$y-1=\frac{14}{2x+3}$$

$$\overline{4}$$
, $y = \frac{14}{2x+3} + 1$ (iii)

y এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$(x-3)\left(\frac{14}{2x+3}+1-2\right)=-1$$

$$\overline{4}$$
, $(x-3)\left(\frac{14}{2x+3}-1\right)=-1$

$$\overline{4}$$
, $(x-3)\left(\frac{14-2x-3}{2x+3}\right)=-1$

$$\overline{4}, \frac{(x-3)(11-2x)}{(2x+3)} = -1$$

$$\overline{4}$$
, $(x-3)(11-2x) = -(2x+3)$

$$\boxed{4}, 11x - 2x^2 - 33 + 6x = -(2x + 3)$$

$$\boxed{3}, 17x - 2x^2 - 33 + 2x + 3 = 0$$

$$4x^2 - 19x + 30 = 0$$

$$\boxed{4}, 2x^2 - 15x - 4x + 30 = 0$$

$$4$$
, $x(2x-15)-2(2x-15)=0$

বা,
$$(2x - 15)(x - 2) = 0$$

হয়,
$$x - 2 = 0$$

অথবা,
$$2x - 15 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

বা,
$$2x = 15$$

$$\therefore x = \frac{15}{2}$$

x এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{15}{2} \overline{2}$$

$$\left(\frac{15}{2} - 3\right) (y - 2) = -1$$

বা,
$$\frac{9}{2}(y-2) = -1$$

বা,
$$y-2=-\frac{2}{9}$$

$$\boxed{4}, \ y = -\frac{2}{9} + 2 = \frac{-2 + 18}{9} = \frac{16}{9}$$

আবার,
$$x = 2$$
 হলে,

$$(2-3)(y-2)=-1$$

বা,
$$y - 2 = 1$$

$$\therefore \mathbf{v} = 3$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$(x, y) = (2, 3), \left(\frac{15}{2}, \frac{16}{9}\right)$$

প্রশ্না ২ \mathbb{I} (x-2) (y-1)=3

$$(x + 2) (2y - 5) = 15$$

$$(x + 2) (2y - 5) = 15 \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে আমরা পাই,

$$x-2=\frac{3}{v-1}$$

বা,
$$x-2+4=\frac{3}{y-1}+4$$

$$\boxed{4}, \ \ x+2=\frac{3+4y-4}{y-1}$$

$$=\frac{4y-1}{y-1}$$

(x+2) এর মান সমকীরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{4y-1}{y-1}\right) (2y-5) = 15$$

বা,
$$8y^2 - 22y + 5 = 15y - 15$$

$$4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 0$$

$$4 \cdot 8v^2 - 37v + 20 = 0$$

$$\boxed{4}, 8y^2 - 32y - 5y + 20 = 0$$

$$\overrightarrow{a}$$
, $8y(y-4) - 5(y-4) = 0$

$$\overline{4}$$
, $(y-4)(8y-5)=0$

অথবা,
$$8y - 5 = 0$$

বা,
$$8y = 5$$

$$\therefore y = \frac{5}{8}$$

y এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$(x-2)(4-1)=3$$

$$\sqrt{1}$$
, $(x-2).3=3$

বা,
$$x - 2 = 1$$

$$y - 3$$

$$\overline{4}$$
, $(x-2)$. $\frac{-3}{8} = 3$

 $(x-2)\left(\frac{5}{8}-1\right)=3$

বা,
$$(x-2) \cdot \frac{-3}{8} =$$

 $y=\frac{5}{9}$ হলে,

(i) নং এ x = y বসিয়ে পাই,

```
v^2 = 3v + 2v
     বা, y^2 = 5y
     বা, v^2 - 5v = 0
     বা, y(y-5) = 0
      ∴ y = 0 অথবা 5
     v এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই.
     y = 0 হলে, x = 0
     v = 5 হলে. x = 5
     আবার, (i) নং এ x = 1 - y বসিয়ে পাই,
     (1-y)^2 = 3(1-y) + 2y
     4 \sqrt{1 - 2y + y^2} = 3 - 3y + 2y
     বা, 1 - 2y + y^2 = 3 - y
     4, y^2 - 2y + y - 2 = 0
     \overline{1}, (y-2)(y+1)=0
     ∴ y = 2 অথবা –1
     y এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,
     y = 2 হলে, x = 1 - 2 = -1
      y = -1 \overline{2}(9), x = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2
     নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (0, 0), (5, 5), (-1, 2), (2, -1)
প্রা ে । x + \frac{4}{x} = 1
     সমাধান : x + \frac{4}{y} = 1 .....(i)
                y + \frac{4}{y} = 25 .....(ii)
      (i) নং হতে পাই, xy + 4 = y .....(iii)
      (ii) নং হতে পাই, xy + 4 = 25x .....(iv)
     (iv) - (iii) হতে পাই, 25x - y = 0
      y = 25x .....(v)
     (i) নং এ y = 25x বসিয়ে পাই.
         x + \frac{4}{25x} = 1
     বা, 25x^2 + 4 = 25x
     4 \cdot 25x^2 - 25x + 4 = 0
     বা, 25x^2 - 20x - 5x + 4 = 0
     বi, (5x - 4)(5x - 1) = 0
     হয়, 5x - 4 = 0
                                       অথবা, 5x - 1 = 0
     বা, 5x = 4
                                               বা, 5x = 1
       \therefore x = \frac{4}{5}
                                                 \therefore x = \frac{1}{5}
     x এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই,
     x = \frac{4}{5} হলে, y = 25\left(\frac{4}{5}\right) = 20
     x = \frac{1}{5} হলে, y = 25 \times \frac{1}{5} = 5
     নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (\frac{1}{5}, 5), (\frac{4}{5}, 20)
প্রাডা y + 3 = \frac{4}{y}
```

$$x-4=\frac{5}{3y}$$

সমাধান: $y + 3 = \frac{4}{x}$ (i)

$$x - 4 = \frac{5}{3y}$$
(ii)

(i) নং হতে পাই,
$$y = \frac{4}{x} - 3$$
(iii)

(ii) নং হতে পাই,
$$x - \frac{5}{3y} = 4$$

বা,
$$3xy - 5 = 12y$$
(iv)

(iii) নং হতে y এর মান (iv) নং এ বসিয়ে পাই,

$$3x\left(\frac{4}{x}-3\right) - 5 = 12\left(\frac{4}{x}-3\right)$$

বা,
$$3x\left(\frac{4-3x}{x}\right) - 5 = \frac{12(4-3x)}{x}$$

বা,
$$12-9x-5=\frac{48}{x}-36$$

$$\boxed{1, 7 - 9x = \frac{48}{x} - 36}$$

বা,
$$9x + \frac{48}{x} = 36 + 7$$

বা,
$$9x^2 + 48 = 43x$$

$$48 = 0$$

বা,
$$9x^2 - 27x - 16x + 48 = 0$$

$$\overrightarrow{a}$$
, $(x-3)(9x-16)=0$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে পাই.

$$x = 3$$
 হলে,

$$y = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4 - 9}{3} = \frac{-5}{3}$$

$$x = \frac{16}{9}$$
 হলে, $y = \frac{4}{16} - 3$

$$=4 \times \frac{9}{16} - 3 = \frac{9}{4} - 3 = \frac{9 - 12}{4} = \frac{-3}{4}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (3, \frac{-5}{3}), \left(\frac{16}{9}, \frac{-3}{4}\right)$

의 11 9 11 xy - x² = 1

$$\mathbf{v}^2 - \mathbf{x}\mathbf{v} = 2$$

$$y^2 - xy = 2$$
 (ii)

(i) নং থেকে পাই,

$$x(y - x) = 1$$
(iii)

(ii) নং থেকে পাই,

$$y(y - x) = 2$$
(iv)

(iv) নং কে (iii) নং দারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{y(y-x)}{x(y-x)} = \frac{2}{1}$$

বা,
$$\frac{y}{x} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore y = 2x \dots (v)$$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x.2x - x^2 = 1$$

বা,
$$2x^2 - x^2 = 1$$

বা,
$$x^2 = 1$$

বা,
$$x^2 - 1 = 0$$

$$\overline{A}$$
, $(x-1)(x+1)=0$

x এর মান (v) নং এ বসিয়ে পাই.

$$x = 1$$
 হলে, $y = 2 \times 1 = 2$

$$x = -1$$
 হলে, $y = 2(-1) = -2$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (1, 2), (-1, -2)

প্রা l ৮ l x² - xy = 14

$$y^2 + xy = 60$$

$$y^2 + xy = 60$$
(ii)

সমীকরণ (ii) হতে (i) ভাগ করে পাই,

$$\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{60}{14}$$

$$\boxed{1}, \ \frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{30}{7}$$

$$4$$
 $30x^2 - 30xy = 7y^2 + 7xy$

বা,
$$30x^2 - 30xy - 7y^2 - 7xy = 0$$

বা,
$$30x^2 - 37xy - 7y^2 = 0$$

$$\boxed{30x^2 - 42xy + 5xy - 7y^2 = 0}$$

বা,
$$6x(5x - 7y) + y(5x - 7y) = 0$$

$$4$$
, $(5x - 7y)(6x + y) = 0$

হয়,
$$5x - 7y = 0$$

$$\therefore x = \frac{7y}{5} \dots (iii) \qquad \therefore x = -\frac{y}{6} \dots (iv)$$

বা,
$$6x = -y$$

(i) নং এ
$$x = \frac{7y}{5}$$
 বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{7y}{5}\right)^2 - \left(\frac{7y}{5}\right) y = 14$$

বা,
$$\frac{49y^2}{25} - \frac{7y^2}{5} = 14$$

$$\boxed{7}, 7\left(\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5}\right) = 14$$

$$\sqrt{7y^2} - \frac{y^2}{5} = 2$$

বা,
$$\frac{7y^2 - 5y^2}{25} = 2$$

বা,
$$2y^2 = 50$$

বা,
$$y^2 = 25$$

$$\therefore$$
 y = \pm 5

y এর মান (iii)নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 5$$
 হলে, $x = \frac{7}{5} \times 5 = 7$

$$y = -5$$
 $\overline{2}$ (7, $x = \frac{7}{5} \times (-5) = -7$

আবার,
$$(i)$$
 নং এ $x = \frac{-y}{6}$ বসিয়ে পাই,

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৮৪

$$\left(\frac{-y}{6}\right)^2 - \left(\frac{-y}{6}\right)y = 14$$

$$\sqrt[3]{\frac{y^2}{36}} + \frac{y^2}{6} = 14$$

বা,
$$\frac{y^2 + 6y^2}{36} = 14$$

বা,
$$7y^2 = 14 \times 36$$

বা,
$$y^2 = \frac{14 \times 36}{7}$$

বা,
$$y^2 = 36 \times 2$$

$$\therefore y = \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore y = 6\sqrt{2}$$
 অথবা $-6\sqrt{2}$

y এর মান (iv) এ বসিয়ে পাই,

$$y = 6\sqrt{2}$$
 হলে, $x = -\frac{1}{6} \times 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

$$y = -6\sqrt{2}$$
 হলে $x = -\frac{1}{6} \times (-6\sqrt{2}) = \sqrt{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

প্রা ১ । $x^2 + y^2 = 25$

$$xy = 12$$

(i) নং হতে আমরা পাই.

$$(x+y)^2 - 2xy = 25$$

বা,
$$(x + y)^2 = 25 + 2 \times 12$$

[(ii) **হতে**]

বা,
$$(x + y)^2 = 49$$

বা,
$$(x + y)^2 = (\pm 7)^2$$

বা,
$$x + y = \pm 7$$

$$x + y = 7$$
 হলে, $x = 7 - y$ (iii)

আবার,
$$x + y = -7$$
 হলে, $x = -7 - y$ (iv)

(ii) নং–এ x = 7 - y বসিয়ে পাই,

$$y(7 - y) = 12$$

বা,
$$7y - y^2 = 12$$

$$4$$
 $y^2 - 7y + 12 = 0$

$$4$$
, $y^2 - 4y - 3y + 12 = 0$

$$4$$
, $y(y-4)-3(y-4)=0$

$$4$$
, $(y-4)(y-3)=0$

হয়,
$$y - 4 = 0$$

অথবা,
$$y - 3 = 0$$

$$\therefore y = 3$$

$$y(-7 - y) = 12$$

বা,
$$y^2 + 7y + 12 = 0$$

$$\boxed{4}, y^2 + 4y + 3y + 12 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $(y+4)(y+3)=0$

$$\therefore$$
 y = -3

y এর মানসমূহ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$y = 4$$
 হলে, $x = \frac{12}{4} = 3$

$$y = 3$$
 হলে, $x = \frac{12}{3} = 4$

$$y = -4$$
 হলে, $x = \frac{12}{-4} = -3$

$$y = -3$$
 হলে, $x = \frac{12}{-3} = -4$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (3, 4), (4, 3), (-3, -4), (-4, -3)

প্রা ১০ । $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}$

$$x^2 - v^2 = 3$$

সমাধান :
$$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}$$
(i)

$$x^2 - y^2 = 3$$
(ii)

(i) নং হতে পাই,
$$\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{10}{3}$$

$$\text{ at, } \frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$$

$$\boxed{1, \frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2} = \frac{10}{3}}$$

বা,
$$\frac{2(x^2+y^2)}{3}=\frac{10}{3}$$

[(ii) **হতে**]

বা,
$$x^2 + y^2 = 5$$
(iii)

(ii) থেকে (iii) যোগ করে পাই,

$$2x^2 = 8$$

বা,
$$x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

x =2 হলে, (ii) নং হতে পাই,

$$-y^2 = -1$$

বা,
$$y = \pm 1$$

আবার, x = -2 হলে, (ii) নং হতে পাই,

$$-y^2 = -1$$

বা,
$$y^2 = 1$$

$$\therefore y = \pm 1$$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (2, 1), (2, -1), (-2, 1), (-2, -1)

의 1 3 1 $x^2 + xy + y^2 = 3$

$$x^2 - xy + y^2 = 7$$

সমাধান:
$$x^2 + xy + y^2 = 3$$
(i)

এবং
$$x^2 - xy + y^2 = 7$$
.....(ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2(x^2 + y^2) = 10$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 5$$
(iii)

$$2xy = -4$$

$$\therefore xy = -2 \dots (iv)$$

আমরা জানি,

$$x^2 - y^2 = \sqrt{(x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2}$$

$$= \sqrt{(x^2 + y^2)^2 - 4(xy)^2}$$

$$= \sqrt{5^2 - 4(-2)^2} \quad \text{[(iii) ও (iv) নং হতে]}$$

$$= \sqrt{25 - 16}$$

$$= \sqrt{9}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = \pm 3 \dots (v)$$

নবম–দশম শ্রেণি : উচ্চতর গণিত ▶ ১৮৫

অথবা, $2x^2 = 2$

বা,
$$x^2 = 4$$

বা,
$$x^2 = 1$$

$$\therefore x = \pm 2$$

$$\therefore x = \pm 1$$

x এর মানগুলো (iv) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2$$
 হলে, $y = \frac{-2}{2} = -1$

$$x = -2$$
 $\overline{2}$ (, $y = \frac{-2}{2} = 1$

$$x = 1$$
 হলে, $y = \frac{-2}{1} = -2$

$$x = -1$$
 হলে, $x = \frac{-2}{-1} = 2$

নির্ণেয় সমাধান: (x, y) = (1, -2), (2, -1), (-1, 2), (-2, 1)

$$5x^2 + 4v^2 = 41$$

সমাধান : $2x^2 + 3xy + y^2 = 20$ (i)

$$5x^2 + 4y^2 = 41$$
(ii)

সমীকরণ (i) কে (ii) দারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$$

বা,
$$100x^2 + 80y^2 = 82x^2 + 123xy + 41y^2$$

$$\boxed{4}, 100x^2 - 82x^2 - 123xy + 80y^2 - 41y^2 = 0$$

বা,
$$18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$$

$$\boxed{41}, 6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$$

[3 দারা ভাগ করে]

$$4x - 2xy - 39xy + 13y^2 = 0$$

বা,
$$2x(3x - y) - 13y(3x - y) = 0$$

$$\overline{1}$$
, $(3x - y)(2x - 13y) = 0$

হয়,
$$3x - y = 0$$

অথবা,
$$2x - 13y = 0$$

$$\therefore y = 3x \dots (iii)$$

$$\therefore y = \frac{2}{13} x \dots (iv)$$

(ii) নং সমীকরণে y = 3x বসিয়ে পাই,

$$5x^2 + 4(3x)^2 = 41$$

$$4 \times 9x^2 = 41$$

বা,
$$5x^2 + 36x^2 = 41$$

বা,
$$41x^2 = 41$$

বা,
$$x^2 = 1$$

(iii) নং সমীকরণে $x = \pm 1$ বসিয়ে পাই,

$$x = 1$$
 $\overline{2}$ (9), $y = 3 \times 1 = 3$

$$x = -1$$
 $\overline{2}$ (7), $y = 3(-1) = -3$

(ii) নং সমীকরণে $y = \frac{2x}{13}$ বসিয়ে পাই,

$$5x^2 + 4\left(\frac{2x}{13}\right)^2 = 41$$

$$4x^2 + 4\frac{4x^2}{169} = 41$$

$$45x^2 + 16x^2 = 41 \times 169$$

বা,
$$861x^2 = 41 \times 169$$

বা,
$$x^2 = \frac{41 \times 169}{861}$$

বা,
$$x^2 = \frac{169}{21}$$

বা,
$$x = \pm \sqrt{\frac{169}{21}}$$

$$\therefore x = \pm \frac{13}{\sqrt{21}}$$

(iv) নং সমীকরণে $x = \pm \frac{13}{\sqrt{21}}$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{13}{\sqrt{21}}$$
 হলে, $y = \frac{2}{13} \times \frac{13}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{21}}$

$$x = -\frac{13}{\sqrt{21}}$$
 Ref, $y = -\frac{2}{\sqrt{21}}$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (1, 3), (-1, -3)

$$\left(\frac{13}{\sqrt{21}},\frac{2}{\sqrt{21}}\right)\,\cdot\left(-\frac{13}{\sqrt{21}},-\frac{2}{\sqrt{21}}\right)$$

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

৫-8 : দুই চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ জোট

🔲 সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

- $y + 3 = \frac{4}{v}$ সমীকরণটি থেকে নিচের কোন সমীকরণটি পাওয়া যায়?
- xy + 3x = 4
- **1** xy x = 3
- নিচের কোনটি $x + \frac{1}{y} = \frac{3}{2}$, $y + \frac{1}{y} = 3$ সমীকরণ জোটের একটি
 - সমাধান হবে?

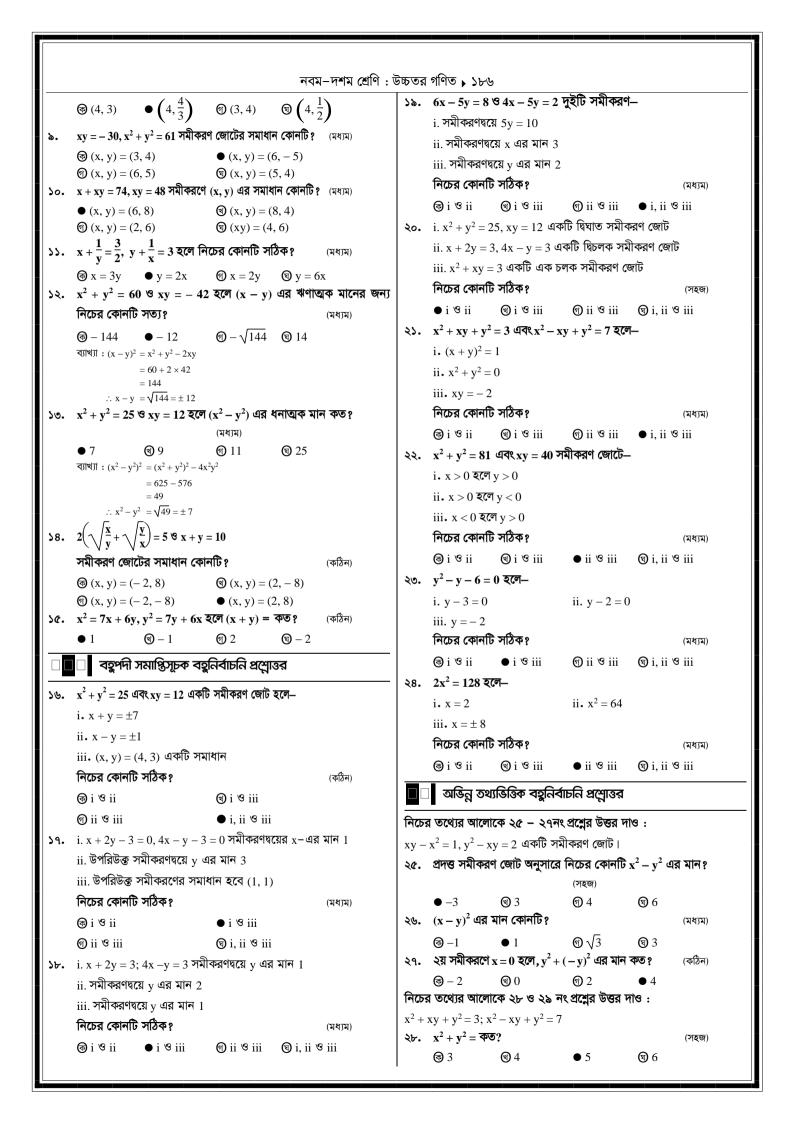
(মধ্যম)

- \bullet (x, y) = (1, 2)
- (x, y) = (2, 3)
- কোনটি দুই চলকের দ্বিঘাত সমীকরণ?
- (সহজ)

- $x^2 + y^2 = 40$
- 34x + 5 = 0
- 2x 1 = 0
- ax + y = 0
- $x^2 + y^2 = 25, x 2y = 10$ সমীকরণের সমাধান কত? (কঠিন)

- 6 (0, -5), (4, 3)
- 3 (0, 5), (4, -3)
- \bullet (0,-5, (4, -3)
- $\mathfrak{g}(0,5),(4,3)$
- $\sqrt{rac{x}{v}} + \sqrt{rac{y}{x}} = 5, x + y = 10$ সমীকরণের সমাধান কত? (কঠিন)
 - \bullet (8, 2), (2, 8)
- (-9, -2), (-1, 4)
- \bigcirc (2, 8), (-2, -8)
- (8, 2), (-8, -2)
- ৬. নিচের কোনটি দুই চলক বিশিষ্ট এক ঘাত সমীকরণ?
 - (a) $x^2 + xy = 12$, xy = 8 (b) $x^2 + y^2 = 25$, x 2y = 10

 - ① $xy y^2 = 1$, $y^2 xy = 2$ ① x + y = 20, 2x + 3y = 8
- $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2}$, $x^2 + y^2 = 90$ সমীকরণ জোটের x^2 এর মান কত?
 - (কঠিন)
 - **1** 9
- **③** 18
- **1** 90
- 81
- 3x + 6y = 20, 2x 3y = 4
 - সমীকরণ জোটের (x, y) এর মান নিচের কোনটি?
- (কঠিন)



২৯. xy = কত?

♠ 1

2

何 7

旬8

নিচের তথ্যের আলোকে ৩০ ও ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{5}{2}$$
 এবং $x^2 + y^2 = 90$

৩২.
$$x^2 + y^2 = 61$$
, $xy = -30$ হলে, $(x - y)^2 = \overline{49}$?

160

③ 120

121

(a) 0

৩৪. $7x^2 - 5x + 6 = ax^2 + cx + b$ এর সহগগুলো সমীকৃত করলে পাই—

99.
$$x^2 = 7x + 6y$$
, $y^2 = 7y + 6x$ (37), $x + y = 4$)?

ii. c = -5

iii. a = 7

নিচের কোনটি সঠিক?

⊕ i ଓ ii

(1) ii 😉 iii

டு i ଓ iii

● i, ii ଓ iii

৩৫. i. $4^x = \frac{1}{2}$ হলে, $x = -\frac{1}{2}$

ii. $3^x = 1$ **হলে**, x = 1

৩০. $x^2 - y^2$ এর মান কত?

112

旬90

(সহজ)

৩১.
$$\frac{x+y}{x-y}$$
 এর মান নিচের কোনটি ? (মধ্যম)

雨 1

♠ 27

② −1

旬 −2

iii.
$$9^x = 3$$
 হলে, $x = \frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ரு i பே

o i ७ iii

(1) ii S iii

(T) i, ii S iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৩৬ – ৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $x^2 - y^2 = 8$, xy = -3 একটি সমীকরণ জোট।

৩৬. x এর মান নিচের কোনটি?

雨 ± 1

(1) ± 2

• ± 3

1 ± 9

৩৭. v এর মান নিচের কোনটি?

 $\bullet \pm 1$

(4) ± 2

旬 ± 3

旬 ± 9

৩৮. $x^2 + y^2$ এর মান কত?

⊕ 4

(4) 8

何 9

• 10

সূজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রশু−১ > x² + y² = 61 এবং xy = −30 একটি দ্বিঘাত সমীকরণ জোট।

ক. $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

🕨 🕯 ১ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

খ. সমীকরণ জোটের সমাধান কর।

(vi) সমাধান করে পাই, x = -5, y = 6(vii) সমাধান করে পাই, x = 5, y = -6

(v) সমাধান করে পাই, x = 6 এবং y = -5

(viii) সমাধান করে পাই, x = -6, y = 5

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (6, -5), (-5, 6), (5, -6), (-6, 5)

$$\Re x^2 + y^2 = 61$$
(i)

$$xy = -30$$
(ii)

(ii) সমীকরণ হতে পাই,
$$x = \frac{-30}{y}$$
.....(iii)

(iii) সমীকরণ এ প্রাপত x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{-30}{y}\right)^2 + y^2 = 61$$

বা,
$$\frac{900}{v^2} + y^2 = 61$$

$$\sqrt{y^2} + y^2 = 61$$

বা,
$$y^4 + 900 = 61y^2$$

বা,
$$y^4 - 61y^2 + 900 = 0$$

$$\overline{4}, (y^2)^2 - 25y^2 - 36y^2 + 900 = 0$$

$$\overrightarrow{1}, y^2(y^2 - 25) - 36(y^2 - 25) = 0$$

$$\overline{4}, (y^2 - 25)(y^2 - 36) = 0$$

হয়,
$$y^2 - 25 = 0$$
 অথবা, $y^2 - 36 = 0$

 $\therefore y = \pm 6$

এখন, y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$$y = 5$$
 হলে, $x = -6$

$$y = 6$$
 হলে, $x = -5$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (5, -6), (-5, 6), (-6, 5), (6, -5)

(ii)
$$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3}$$
, $x^2 - y^2 = 3$

ক. দেওয়া আছে,

$$x^2 + y^2 = 61$$
(i)

সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) এর সাথে যোগ করি।

গ. বিকল্প পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটি সমাধান কর।

$$x^2 + y^2 + 2xy = 61 - 60$$

$$\therefore (x+y)^2 = 1$$

নির্ণেয় মান 1

খ. 'ক' থেকে পাই.

বা,
$$(x + y)^2 = 1$$

বা,
$$x + y = \pm \sqrt{1}$$

:.
$$x + y = \pm 1$$
(iii)

আবার সমীকরণ (ii) কে 2 দ্বারা গুণ করে (i) থেকে বিয়োগ করি

$$x^2 + y^2 - 2xy = 61 + 60$$

বা,
$$(x - y)^2 = 121$$

$$\vec{A}$$
, $x - y = \pm \sqrt{121} = \pm 11$

$$x - y = \pm 11$$
(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) নং থেকে পাই,

$$x + y = 1 \ x - y = 11$$
 }

$$\left. \begin{array}{l} x+y=-1 \\ x-y=11 \end{array} \right\}(vii) \left. \begin{array}{l} x+y=-1 \\ x-y=-11 \end{array} \right\}(viii)$$

역 $\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$ (i) $\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}\mathbf{y} = 14$, $\mathbf{y}^2 + \mathbf{x}\mathbf{y} = 60$

ক. (ii) নং হতে x² + y² এর মান কত?

খ. (ii) নং হতে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. (i) এর সমাধান নির্ণয় কর।

🏮 🕽 ২ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕻

$$\boxed{ \Phi_{\bullet} \quad \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3} }$$

$$\sqrt{(x+y)^2 + (x-y)^2 \over x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{2x^2+2y^2}{x^2-y^2}} = \frac{10}{3}$$

$$\overline{1}, \frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{10}{3}$$

$$\sqrt[4]{\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}} = \frac{5}{3}$$

বা,
$$\frac{x^2 + y^2}{3} = \frac{5}{3}$$

 $[:: x^2 - v^2 = 3]$

$$\therefore x^2 + y^2 = 5$$

খ. সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$x^2 - y^2 = 3$$
(iii)

এবং 'ক' থেকে
$$x^2 + y^2 = 5$$
(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$$x^2 - y^2 + x^2 + y^2 = 3 + 5$$

বা,
$$2x^2 = 8$$

বা,
$$x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

আবার, সমীকরণ (iv) হতে (iii) বিয়োগ করে পাই,

$$x^2 + y^2 - x^2 + y^2 = 5 - 3$$

বা,
$$2y^2 = 2$$

বা,
$$y^2 = 1$$

$$\therefore \mathbf{v} = \pm 1$$

নির্ণেয় সমাধান : (x,y) = (2,1), (2,-1), (-2,1), (-2,-1)

গ. দেওয়া আছে.

$$x^2 - xy = 14$$
(i)

এবং
$$y^2 + xy = 60$$
(ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy} = \frac{60}{14}$$

$$\sqrt{\frac{y^2 + xy}{x^2 - xy}} = \frac{30}{7}$$

$$\sqrt{30x^2 - 30xy} = 7y^2 + 7xy$$

$$4$$
 $30x^2 - 7y^2 - 37xy = 0$

বা,
$$30x^2 - 37xy - 7y^2 = 0$$

$$42xy + 5xy - 7y^2 = 0$$

$$4$$
, $6x(5x-7y) + y(5x-7y) = 0$

$$\overline{4}$$
, $(5x - 7y)(6x + y) = 0$

হয়,
$$5x - 7y = 0$$

অথবা,
$$6x + y = 0$$

বা,
$$5x = 7y$$

বা,
$$x = -\frac{y}{6}$$
(iv)

বা,
$$x = \frac{7y}{5}$$
(iii)

সমীকরণ (i) এ x = $\frac{7y}{5}$ বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{7y}{5}\right)^2 - \left(\frac{7y}{5}\right)y = 14$$

$$\boxed{49y^2 - \frac{7y^2}{5}} = 14$$

$$\sqrt[4]{7}$$
, $\sqrt[4]{\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5}} = 14$

বা,
$$\frac{7y^2}{25} - \frac{y^2}{5} = 2$$

বা,
$$\frac{7y^2 - 5y^2}{25} = 2$$

বা,
$$2y^2 = 50$$

বা,
$$y^2 = 25$$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 5$$
 হলে $x = \frac{7}{5} \times 5 = 7$

$$y = -5$$
 $\overline{ (-5)} = -7$

আবার, $x = -\frac{y}{6}$, (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\left(\frac{-y}{6}\right)^2 - \left(\frac{-y}{6}\right)y = 14$$

$$\sqrt{36} + \frac{y^2}{6} = 14$$

বা,
$$\frac{y^2 + 6y^2}{36} = 14$$

বা,
$$7y^2 = 14 \times 36$$

বা,
$$y^2 = \frac{14 \times 36}{7}$$

বা,
$$v^2 = 36 \times 2$$

বা,
$$y = \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore$$
 y = $6\sqrt{2}$ অথবা – $6\sqrt{2}$

v এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 6\sqrt{2}$$
 হলে, $x = \frac{-1}{6} \times 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

$$y = -6\sqrt{2}$$
 হলে, $x = \frac{-1}{6} \times -6\sqrt{2} = \sqrt{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

$2x - 0 > (i) x + \frac{4}{v} = 1, y + \frac{4}{x} = 25$

(ii)
$$2x^2 + 3xy + y^2 = 20$$
, $5x^2 + 4y^2 = 41$

ক. (i) হতে x কে y এর মাধ্যমে দেখাও।

খ. (i) হতে (x, y) নির্ণয় কর।

গ. (ii) এর সমাধান কর।

🕨 ५ ৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 ५

ক. এখানে,
$$x + \frac{4}{v} = 1$$

$$4$$
, $xy + 4 = y$ (i)

আবার,
$$y + \frac{4}{y} = 25$$

(i) ও (ii) হতে পাই.

$$y = 25x$$

বা,
$$x = \frac{y}{25}$$

∴ x কে y এর মাধ্যমে দেখানো হলো।

খ. 'ক' হতে পাই, y = 25x(iii)

উদ্দীপক অনুযায়ী,

$$x + \frac{4}{y} = 1$$

বা,
$$x + \frac{4}{25x} = 1$$

বা,
$$25x^2 + 4 = 25x$$

বা,
$$25x^2 - 20x - 5x + 4 = 0$$

$$4$$
, $(5x-4)(5x-1)=0$

হয়,
$$5x - 4 = 0$$

অথবা,
$$5x - 1 = 0$$

বা,
$$x = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{1}{5}$$

যখন,
$$x = \frac{4}{5}$$
 তখন, $y = 25 \times \frac{4}{5} = 20$

যখন,
$$x = \frac{1}{5}$$
 তখন $y = 25 \times \frac{1}{5} = 5$

নির্ণেয় সমাধান :
$$(x, y) = \left(\frac{4}{5}, 20\right); \left(\frac{1}{5}, 5\right)$$

গ. দেওয়া আছে,

$$2x^2 + 3xy + y^2 = 20$$
(i)

$$5x^2 + 4y^2 = 41$$
(ii)

(i) ÷ (ii) করে পাই,

$$\frac{2x^2 + 3xy + y^2}{5x^2 + 4y^2} = \frac{20}{41}$$

বা,
$$100 x^2 + 80y^2 = 82x^2 + 123xy + 41y^2$$

$$\boxed{41,100x^2 - 82x^2 - 123xy + 80y^2 - 41y^2 = 0}$$

বা,
$$18x^2 - 123xy + 39y^2 = 0$$

বা,
$$6x^2 - 41xy + 13y^2 = 0$$

$$4x - 2xy - 39xy + 13y^2 = 0$$

বা,
$$(3x - y)(2x - 13y) = 0$$

হয়,
$$3x - y = 0$$

অথবা, 2x - 13y = 0

বা,
$$y = 3x$$
(iii)

বা,
$$2x = 13y$$

বা,
$$y = \frac{2x}{13}$$
.....(iv)

(ii) এ y = 3x বসিয়ে পাই,

$$5x^2 + 4(3x)^2 = 41$$

$$5x^2 + 4.9x^2 = 41$$

বা,
$$5x^2 + 36x^2 = 41$$

বা,
$$41x^2 = 41$$

বা,
$$x^2 = 1$$

(iii) এ $x = \pm 1$ বসিয়ে পাই,

$$x = 1$$
 হলে, $y = 3 \times 1 = 3$

$$x = -1$$
 $\overline{2}$ (9), $y = 3(-1) = -3$

(ii) এ
$$y = \frac{2x}{13}$$
 বসিয়ে পাই,

$$5x^2 + 4\left(\frac{2x}{13}\right)^2 = 41$$

$$41,5x^2 + \frac{16x^2}{169} = 41$$

বা,
$$845x^2 + 16x^2 = 41 \times 169$$

বা,
$$861x^2 = 41 \times 169$$

বা,
$$x^2 = \frac{41 \times 169}{861}$$

বা,
$$x^2 = \frac{169}{21}$$

বা,
$$x = \pm \sqrt{\frac{169}{21}}$$

$$\therefore x = \pm \frac{13}{\sqrt{21}}$$

(iv) এ
$$x = \pm \frac{13}{\sqrt{21}}$$
 বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{13}{\sqrt{21}}$$
 হলৈ, $y = \frac{2}{13} \times \left(\frac{13}{\sqrt{21}}\right) = \frac{2}{\sqrt{21}}$

$$x = -\frac{13}{\sqrt{21}}$$
 হলে, $y = \frac{2}{13} \times \frac{-13}{\sqrt{21}} = -\frac{2}{\sqrt{21}}$

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (1, 3), (-1, -3),
$$\left(\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{2}{\sqrt{21}}\right), \left(-\frac{13}{\sqrt{21}}, \frac{-2}{\sqrt{21}}\right)$$
।

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রমু—8 ▶ (x − 2) (y − 1) = 3 এবং (x + 2) (2y − 5) = 15 দুই চলকবিশিষ্ট 🏻 কি. ১ম সমীকরণ থেকে x এর মানকে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। 🔾 ২

- খ. প্রাপত x কে ২য় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে,

$$8y^2 - 37y + 20 = 0$$

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণ জোটের সমাধান (x,y) নির্ণয় কর।

উত্তর : ক.
$$x = \frac{3}{y-1} + 2$$
;

$$y-1$$
 $\forall \cdot (x,y) = (3,4), (-6,\frac{5}{8})$

খ. $x = \pm 7$ অথবা $\pm \sqrt{2}$;

উত্তর : ক. $y = x - \frac{14}{x}$;

গ. $(x, y) = (7, 5), (-7, -5), (\sqrt{2}, -6\sqrt{2}), (-\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$

খ. প্রাপত γ কে অপর সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে χ এর মান নির্ণয় কর। 8

প্রশ্লানকে স্ব $x^2-xy=14$ এবং $y^2+xy=60$ দুই চলকবিশিফ সমীকরণ জোট।

ক. ১ম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

অনুশীলনী ৫.৫

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ দ্বিঘাত সহসমীকরণের ব্যবহার

অনেক সময় সমস্যায় দুইটি অজ্ঞাত রাশির মান নির্ণয় করতে হয়, সেক্ষেত্রে অজ্ঞাত রাশি দুইটির মান x এবং y বা অন্য যেকোনো দুইটি স্বতন্ত্র প্রতীক ধরতে হয়। তারপর সমস্যার শর্ত বা শর্তপুলো থেকে পরস্পর অনির্ভর, সঞ্চাতিপূর্ণ সমীকরণ গঠন করে সমীকরণ জোটের সমাধান করলেই x এবং y অজ্ঞাত রাশিগুলোর মান নির্ণয় করা যায়।

বর্গের এক বাহর দৈর্ঘ্য x একক হলে বর্গবেত্তের

- ৰেত্ৰফল = x² বৰ্গ একক
- 2. পরিসীমা = 4x একক
- 3. কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{2}x$ একক

আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x একক এবং প্রস্থ y একক হলে আয়তবেত্রের

- 1. বেত্রফল = xv বর্গ একক
- 2. পরিসীমা = 2(x + y) একক
- 3. কর্ণের দৈর্ঘ্য $=\sqrt{x^2+y^2}$ একক

■ একটি সংখ্যার একক স্থানীয় অজ্ঞ x এবং দশক স্থানীয় অজ্ঞ v হলে—

- 1. সংখ্যাটি = x + 10y
- 2. অজ্জদ্বয় স্থান পরিবর্তন করলে সংখ্যাটি = (y + 10x)

জেনে রাখ:

- 1. কোনো বাস্তব সংখ্যার বর্গ সর্বদাই ধনাত্মক হবে।
- 2. কোনো সংখ্যার বর্গমূল সর্বদাই ধনাত্মক হবে।
- 3. যেকোনো ৰেত্ৰের দৈৰ্ঘ্য, প্রস্থা ও ৰেত্রফল সর্বদাই ধনাত্মক। এদের ঋণাত্মক মান কখনোই গ্রহণযোগ্য নয়।
- 4. বর্গ ও আয়তের বেত্রে কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য সমান **হ**বে।
- 5. কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা সর্বদাই ধনাত্মক হবে।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ দুইটি বর্গবেত্রের বেত্রফলের সমষ্টি 481 বর্গমিটার। ঐ দুইটি বর্গবেত্রের দুই বাহু দারা গঠিত আয়তবেত্রের বেত্রফল 240 বর্গমিটার হলে, বর্গবেত্র দুইটির প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ কত?

সমাধান : মনে করি, একটি বর্গবৈত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x মিটার, এবং অপর বর্গবৈত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য y মিটার।

প্রশ্নতে,
$$x^2 + y^2 = 481$$
(i)

আমরা জানি,
$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$=481 + 2 \times 240$$

$$=481 + 480$$

$$\therefore x + y = \pm 31$$

যেহেতু দৈর্ঘ্য ঋণাত্মক হতে পারে না

$$x + y = 31$$
(iii)

আবার,
$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$=481-2\times240$$

$$=481-480$$

$$\therefore x - y = \pm 1$$
(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) নং যোগ করে পাই,

$$x + y = 31$$

$$x - y = \pm 1$$

বা,
$$x = \frac{31 \pm 1}{2}$$

+ চিহ্নিত নিয়ে,
$$x = \frac{31+1}{2} = 16$$

$$-$$
 চিহ্ন নিয়ে, $x = \frac{31-1}{2} = 15$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$16 + y = 31;$$

বা,
$$y = 31 - 16$$

আবার, x = 15 **হলে**,

$$15 + y = 31$$

∴ বর্গবেত্র দুটির বাহুর পরিমাণ 16 মিটার এবং 15 মিটার। (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ দুইটি ধনাতাক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 250। সংখ্যা দুইটির গুণফল 117, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

প্রশ্নতে,
$$x^2 + y^2 = 250$$
(i)

আমরা জানি,
$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

= $250 + 2 \times 117$
= $250 + 234$
- 484

 \therefore x + y = \pm 22 যেতেহু দুটি ধনাতাক সংখ্যার সমষ্টি ঋণাতাক হতে পারে না। সূতরাং x + v = - 2 গ্রহণযোগ্য নয়।

$$x + y = 22$$
 (iii)

জাবার,
$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

= $250 - 2 \times 117$
= $250 - 234$
= 16

$$\therefore x - y = \pm 4 \dots (iv)$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে,

$$x + y = 22$$
 $x - y = \pm 4$
 $2x = 22 \pm 4$
 $x - y = \pm 4$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই.

$$x = 13$$
 ₹(**7**), $13 + y = 22$
 $\therefore y = 9$
 $x = 9$ **₹**(**7**), $9 + y = 22$
 $\therefore y = 13$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে 13 এবং 9। (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ একটি আয়তবেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 মিটার। ইহার বাহুদ্বয়ের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট বাহুদ্বয় দারা অঙ্কিত আয়তবেত্রের ৰেত্ৰফল 28 বৰ্গমিটার হলে. প্রথম আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, প্রথম আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y মিটার এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার।

প্রশ্নতে,
$$\sqrt{\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2}\,=10$$

$$x^2 + y^2 = 100$$
(i)

অপর আয়তৰেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে (x + y) ও (x – y) মিটার।

প্রশ্নতে,
$$(x + y)(x - y) = 28$$

বা,
$$x^2 - y^2 = 28$$
(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$x^{2} + y^{2} = 100$$

$$x^{2} - y^{2} = 28$$

$$2x^{2} = 128$$

বা,
$$x^2 = 64$$

$$\therefore x = \pm 8$$

$$\therefore x = 8$$

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই.

$$8^2 + y^2 = 100$$

বা, $y^2 = 100 - 64$
বা, $y^2 = 36$

বা,
$$y = \pm \sqrt{36} = \pm 6$$

[∵ প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না]

প্রথম আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রস্থ 6 মিটার। (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 181 এবং সংখ্যা দুইটির গুণফল 90, সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুটি x ও y।

প্রশ্নতে,
$$x^2 + y^2 = 181$$
(i)

সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর $x^2 - v^2$ অথবা $v^2 - x^2$

জামরা জানি ,
$$(x^2 - y^2)^2 = (x^2 + y^2)^2 - 4x^2y^2$$

= $(181)^2 - 4(90)^2$
= $32761 - 32400$

$$\therefore x^2 - y^2 = \sqrt{361}$$
$$= \pm 19$$

জাবার,
$$(y^2 - x^2)^2 = (y^2 + x^2)^2 - 4x^2y^2$$

= $(x^2 + y^2)^2 - 4(xy)^2$
= $(181)^2 - 4(90)^2 = 32761 - 32400$

$$\therefore y^2 - x^2 = \sqrt{361} = \pm 19$$

যেহেতু সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর অর্থাৎ শুধুমাত্র মান চাওয়া হয়েছে। সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর 19। (Ans.)

প্রশ্র ॥ ৫ ॥ একটি আয়তবেত্রের বেত্রফল 24 বর্গমিটার। অপর একটি আয়তবেত্ৰের দৈৰ্ঘ্য ও প্ৰস্থ প্ৰথম আয়তবেত্ৰের দৈৰ্ঘ্য ও প্ৰস্থ অপেৰা যথাক্ৰমে 4 মিটার এবং 1 মিটার বেশি এবং ৰেত্রফল 50 বর্গমিটার। প্রথম আয়তবেত্তের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x মিটার ও y মিটার।

অপর আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে (x + 4) মিটার ও (v + 1) মিটার

তাহলে অপর আয়তবেত্রটির বেত্রফল

$$=(x+4)(y+1)$$
 বর্গমিটার $=(xy+x+4y+4)$ বর্গমিটার

প্রামতে,
$$xy + x + 4y + 4 = 50$$

বা,
$$24 + x + 4y = 50 - 4$$
 [∴ $xy = 24$]
বা, $x + 4y = 46 - 24$

বা,
$$x = 22 - 4y$$

$$41, x = 22 - 4y$$

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(22 - 4y).y = 24$$

বা,
$$22y - 4y^2 - 24 = 0$$

$$4y^2 + 22y - 24 = 0$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2y^2 - 11y + 12 = 0$$

$$\boxed{3}, 2y^2 - 8y - 3y + 12 = 0$$

বা,
$$2y(y-4) - 3(y-4) = 0$$

বা,
$$(y-4)(2y-3)=0$$

$$\therefore$$
 y = 4 অথবা $\frac{3}{2}$ বা, $1\frac{1}{2}$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$y = 4$$
 হলে, $x = 22 - 4 \times 4 = 22 - 16 = 6$

$$y = \frac{3}{2}$$
 হলে, $x = 22 - 4 \times \frac{3}{2} = 22 - 6 = 16$

∴ আয়তৰেত্ৰটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 6 মি. ও 4 মি.

অথবা, 16 মি. ও 1 1/2 মি.। (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ একটি আয়তবেত্রের প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেৰা 23 মিটার বেশি। আয়তবেত্রের বেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে,তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও v মিটার।

∴ আয়তবেত্রটির বেত্রফল = xv বর্গ মি.

এবং
$$2y = x + 23$$

এখন x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$xy = 600$$

বা,
$$(2y - 23)y = 600$$

$$\boxed{1}, 2y^2 - 23y - 600 = 0$$

$$\boxed{4}, 2y^2 - 48y + 25y - 600 = 0$$

$$4$$
, $2y(y-24) + 25)(y-24) = 0$

$$\overline{1}$$
, $(y-24)(2y+25)=0$

হয়,
$$y - 24 = 0$$

অথবা,
$$2y + 25 = 0$$

$$\therefore$$
 y = 24

$$\therefore y = -\frac{25}{2}$$

কিন্তু $y=-\frac{25}{2}$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore$$
 y = 24

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x = 2y - 23 = 2 \times 24 - 23 = 48 - 23$$
 : $x = 25$

∴ আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য 25 মি. এবং প্রস্থ 24 মি.। (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ একটি আয়তবেত্রের পরিসীমা কর্ণদয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেৰা ৪ মিটার বেশি। বেত্রটির বেত্রফল 48 বর্গমিটার হলে, তার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য x মি. এবং প্রস্থ y মি.

তাহলে, আয়তৰেত্ৰটির পরিসীমা = 2(x + y) মি.

এবং ৰেত্ৰফল = xy বৰ্গ মি.

একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য =
$$\sqrt{x^2 + y^2}$$
 মি.

 \therefore দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = $2\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

প্রামতে,
$$2\sqrt{x^2 + y^2} + 8 = 2(x + y)$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} + 4 = x + y$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 4$$
(i)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 4$$

$$\sqrt[4]{(\sqrt{x^2+y^2})^2} = (x+y-4)^2$$

[বর্গ করে]

$$4$$
, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2.(x + y).4 + 4^2$

বা,
$$8(x + y) = 96 + 16$$

বা,
$$x + y = \frac{112}{8}$$

বা,
$$x + y = 14$$

$$\therefore$$
 y = 14 - x(iii)

এখন y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে,

$$xy = 48$$

$$\overline{1}$$
, $x(14 - x) = 48$

বা,
$$14x - x^2 - 48 = 0$$

$$\sqrt{1}$$
, $-x^2 + 14x - 48 = 0$

$$\sqrt{1, -x} + 14x - 46 = 0$$

বা,
$$x^2 - 14x + 48 = 0$$
 [উভয়পৰকে (-1) দারা গুণ করে]

$$4 , x^2 - 8x - 6x + 48 = 0$$

$$4$$
, $x(x-8) - 6(x-8) = 0$

$$4$$
, $(x-8)(x-6)=0$

x এর মান (iii) নং এ বসিয়ে.

$$x = 8$$
 হলে, $y = 14 - 8 = 6$

$$x = 6$$
 হলে, $y = 14 - 6 = 8$

x=6 এবং y=8 গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেবা বৃহত্তর।

অতএব, দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রস্থ 6 মিটার। (Ans.)

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ দুই অজ্জবিশিফ্ট একটি সংখ্যাকে এর অজ্জদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল 2 হয়। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অজ্জদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান: মনে করি, দশক স্থানীয় অজ্ঞ x এবং একক স্থানীয় অজ্ঞ y

প্রশানুসারে,
$$\frac{10x + y}{xy} = 2$$

বা,
$$10x + y = 2xy$$
(i)

আবার,
$$10x + y + 27 = 10y + x$$

$$\sqrt{10}$$
, $10x + y + 27 - 10y - x = 0$

$$4$$
, $9x - 9y + 27 = 0$

বা,
$$9(x - y + 3) = 0$$

বা,
$$x - y + 3 = 0$$

বা,
$$x - y = -3$$

$$\vec{A}$$
, $x = y - 3$ (ii)

x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$10x + y = 2xy$$

বা,
$$10(y-3) + y = 2y(y-3)$$

$$4$$
 $\sqrt{10}$ $\sqrt{10}$

বা,
$$10y + y - 2y^2 + 6y - 30 = 0$$

$$4 \cdot (-2y^2 + 17y - 30) = 0$$

$$\boxed{3}, 2y^2 - 17y + 30 = 0$$

$$4$$
 $\sqrt{3}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{2$

বা,
$$2y(y-6) - 5(y-6) = 0$$

$$4$$
, $(y-6)(2y-5)=0$

হয়,
$$y - 6 = 0$$
 অথবা, $2y - 5 = 0$

$$\therefore y = 6$$

$$\therefore y = \frac{5}{2}$$

কোনো পূর্ণসংখ্যার অজ্ঞ ভগ্নাংশ হতে পারে না।

$$\therefore y = 6$$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই.

$$x = y - 3 = 6 - 3 = 3$$
 : $x = 3$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং কর্ণ 20 মিটার। ঐ বাগানের সমান ৰেত্রফাবিশিষ্ট র্কাবেত্রের এক বাহুর দৈখ্য কত?

সমাধান: মনে করি, আয়তাকার বাগানটির দৈর্ঘ্য x মিটার

∴ বাগানের পরিসীমা = 2(x + y) মিটার

কর্ণের দৈর্ঘ্য =
$$\sqrt{x^2 + y^2}$$
 মি.

এবং ৰেত্ৰফল = xy বৰ্গ মি.

প্রশ্নতে, 2(x + y) = 56

বা,
$$x + y = 28$$
(i)

এবং
$$\sqrt{x^2 + y^2} = 20$$

$$\overline{1}$$
, $x^2 + y^2 = 400$ (ii)

[উভয়পৰকে বৰ্গ কৱে]

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$x + y = 28$$

বা,
$$(x + y)^2 = (28)^2$$

বা,
$$400 + 2xy = 784$$

[(ii) থেকে]

বা,
$$2xy = 784 - 400$$

বা,
$$xy = \frac{784 - 400}{2} = 192$$

$$\therefore$$
 xy = 192

∴ বাগানের বেত্রফল = 192 বর্গ মি.

 \therefore বর্গবেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $=\sqrt{192}$ মি.

$$= \sqrt{64 \times 3} \, \widehat{\lambda}.$$

$$= 8\sqrt{3} \, \hat{\lambda} \, (Ans.)$$

প্রশ্ন 🛚 ১০ 🖟 একটি আয়তবেত্রের বেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেৰা 10 মিটার বেশি। ৰেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি আয়ত**বেত্রটি**র দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ v মিটার।

∴ বেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধপরিসীমা = $\frac{2(x+y)}{2}$ মিটার

$$= x + y$$
 মিটার

এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

শর্তমতে, xy = 300(i)

এবং
$$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$$
(ii)

(ii) নং সমীকরণ থেকে,

$$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\overline{A}$$
, $(x + y - 10)^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2$

$$4$$
 $(x + y)^2 - 2(x + y) \cdot 10 + (10)^2 = x^2 + y^2$

$$\exists i, x^2 + 2xy + y^2 - 20x - 20y + 100 - x^2 - y^2 = 0$$

বা,
$$2xy - 20x - 20y + 100 = 0$$

$$\boxed{3}, 2.300 - 20x - 20y + 100 = 0$$

[(i) **হতে**]

বা,
$$600 - 20x - 20y + 100 = 0$$

বা,
$$-20x - 20y = -700$$

বা,
$$20(x + y) = 700$$

[(-1) দারা গুণ করে]

আবার,
$$x - y = \sqrt{(x + y)^2 - 4xy}$$

$$= \sqrt{(35)^2 - 4 \times 300}$$

$$=\sqrt{1225-1200}$$

$$=\sqrt{25}$$

$$x - y = 5$$
(iv)

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$$2x = 40$$

বা,
$$x = \frac{40}{2}$$

x এর মান (iv) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই.

$$20 - y = 5$$

বা,
$$y = 20 - 5$$

∴ আয়তাকার ৰেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মি. এবং প্রস্থ 15 মি.। (Ans.)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

- দুইটি ধনাতাক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 90 এবং গুণফল 27 হলে সংখ্যা দুইটি কি কি?
 - 9,3
- **3** 9, 6
- **1** 6, 3
- **12**, 6
- দুইটি সংখ্যার বর্গের অন্তর 11এবং গুণফল 30। সংখ্যা দুটি কত?
- 3x 4y = 0, 2x 3y = -1 সমীকরণের সমাধান কোনটি?
 - **•** (4, 3)
- **(3, 4)**
- **1** (2, 3)
- (3, 2)
- 8. $x^y = y^z$ এর x = 2y হলে $(x, y) = \overline{4}$
 - \odot (2, 4)
- **•** (4, 2)
- **1** (2, 6)
- (6, -2)

নিচের তথ্যের আলোকে ৫ ও ৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি ধনাতাক সংখ্যার বর্গের অন্তর ৪ এবং গুণফল 3

- সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?
- **1**3
- **1**7
- **3** 25
- সংখ্যা দুইটির সমষ্টির বর্গ কত?
- 16
- **എ** 25
- **3**6

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি বর্গবেত্তের বেত্রফলের সমষ্টি 25 বর্গমিটার এবং এদের দুই বাহু দারা গঠিত আয়তবেত্রে বেত্রফল 12 বর্গমিটার

- ৭. ক্ষুদ্রতর বর্গটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
 - ক 6 মিটার
 ত 5 মিটার
- প্র 4 মিটারর মিটার
- ৮. বর্গবেত্র দুইটির বেত্রফলের অনুপাত কত?
 - **③** 25:16 **●** 16:9
- **1** 9:4
- **3** 4:3

৫.৫: দ্বিঘাত সহসমীকরণের ব্যবহার

🔲 🗌 সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্লোত্তর

একটি আয়তৰেত্রের ৰেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, এজন্য নিচের কোন সমীকরণটি সত্য?

x + y = 600

② x - y = 600

• xy = 600

১০. একটি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দিগুণ অপেৰা 10 মিটার বেশি। আয়তবেত্রের বেত্রফল 600 বর্গমিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত? কেঠিন

ক 20 মি.

● 30 মি.

ন্ব 50 মি.

১১. একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার এবং একটি কর্ণ 20 মিটার। ঐ বাগানটির বেত্রফল কত? (কঠিন)

ক 190 বর্গমিটার

📵 191 বর্গমিটার

• 192 বর্গমিটার

গ্ব 193 বর্গমিটার

১২. দুইটি ধনাতাক সংখ্যার বর্গের অন্তর 11 এবং গুণফল 30। সংখ্যা দুইটি কত ?

雨 3 **ଓ** −5

3534

1 6 **9** 4

● 6 3 5

১৩. একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 70 মিটার ও একটি কর্ণ 25 মিটার হলে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার ? (কঠিন)

ক 25 মি. ও 15 মি.

● 20 মি. ও 15 মি.

n 20 মি. ও 12 মি.

ছ 15 মি. ও 10 মি.

১৪. দুইটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 41, সংখ্যা দুইটির গুণফল 20; সংখ্যা দুইটি কত?

● 4 ଓ 5

19596 旬798

১৫. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 337। সংখ্যা দুটির বর্গের অন্তর 175। সংখ্যাটি কত १ (কঠিন)

● 9 ଓ 16

12, 15

13, 14

15, 16

১৬. কোনটি কর্ণের দৈর্ঘ্য পরিমাপের সূত্র?

② $x^2 - y^2$

 $\bullet \sqrt{x^2 + y^2} \quad \boxdot \sqrt{x^2 - y^2}$

১৭. একটি আয়তবেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 মি., আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ x ও y মি. হলে x² + y² এর মান কত?

(1) 100

1 50 ১৮. একটি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 4 মি. ও প্রস্থ 3 মি. হলে এর একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য নিচের কোনটি?

16

(1) 9

1 1 1

১৯. বর্গবেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 6 মি. হলে বেত্রফল নিচের কোনটি?

(সহজ

36 মি.

২০. একক স্থানীয় অজ্ঞক দশক স্থানীয় অজ্ঞক y এর তিন গুণ হলে সংখ্যাটি কত १ (মধ্যম)

12y

• 13y

31y

২১. দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 113 এবং সংখ্যা দুটির গুণফল 56 হলে সংখ্যা দুটির সমষ্টির বর্গ কত? (মধ্যম)

3 220

225

325

২২. একটি আয়তকার বাগানের পরিসীমা 70 মিটার এবং একটি কর্ণ 25 মি. হলে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ কত মিটার? (কঠিন)

ক 20 মি. ও 10 মি.

● 20 মি. ও 15 মি.

গ্ন 12 মি. ও 10 মি.

২৩. দুটি ধনাতাক সংখ্যার বর্গের অন্তর 13 এবং গণফল 42 সংখ্যা দুটি কত?

(মধ্যম)

• 7, 6 **3** 6, 5

1 6, 4

3 6, 3

২৪. আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য $\mathbf x$ মিটার এবং প্রস্থ দৈর্ঘ্যের এক–তৃতীয়াংশ। যদি আয়তবেএটির বেএফল 145 বর্গমিটার হয় তবে নিচের কোনটি সত্য?

(কঠিন)

• $x^2 = 435$

(1) x(x+3) = 535

ব্যাখ্যা: প্রশ্নানুসারে, বেত্রফল = $x \cdot \frac{x}{2}$

$$\therefore \frac{x^2}{3} = 145$$
 বর্গমিটার

∴ x = 435 বর্গমিটার

২৫. দুই অজ্জবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অজ্জ্বয়ের সমষ্টি 12 অজ্জ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপত সংখ্যাটি মূল সংখ্যার দশক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ হয়। সংখ্যাটি কত?

@ 98

(4) 100

102

থি 120

ব্যাখ্যা : প্রশ্নানুসারে, সংখ্যাটি = 10x + 12 - x

অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে = 10(12 - x) + x = 3x

বা,
$$120 - 10x + x = 3x$$

$$\overline{1}$$
, $-12x = -120$

 $\therefore x = 10$

∴ সংখ্যাটি = 9 × 10 + 12 = 102

২৬. একটি বর্গাকার বাগানের দৈর্ঘ্য একটি আয়তাকার বাগানের কর্ণের সমান। আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে x ও y হলে, বর্গাকার বাগানের ৰেত্ৰফল কত? (সহজ)

📵 x + y বর্গ একক

 $\mathfrak{g}(x+y)^2$ বর্গ একক

 \bullet $x^2 + y^2$ বর্গ একক

ন্থ $(\sqrt{x^2+y^2})$ বৰ্গ একক

২৭. একক স্থানীয় অজ্ঞ দশক স্থানীয় অজ্ঞ \mathbf{x} এর $\frac{1}{4}$ গুণ। সংখ্যাটি কত \mathbf{y}

⊚ 10x

 $\mathfrak{G}\frac{10x^2}{4}$ $\mathfrak{G}\frac{40x}{4}$ $\bullet \frac{41x}{4}$

ব্যাখ্যা : প্রশ্নানুসারে , সংখ্যাটি $=10\mathrm{x}+rac{\mathrm{x}}{\mathrm{5}}=rac{41\mathrm{x}}{\mathrm{A}}$

২৮. একটি বাগানের বেত্রফল 324 বর্গমিটার হলে পরিসীমা কত মিটার ?(মধ্যম)

② 54

72

ব্যাখ্যা: প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $\sqrt{324}=18$

 \therefore পরিসীমা = $4 \times 18 = 72$ মিটার

২৯. একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য x এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য y হলে (y-x)= কত? (মধ্যম)

 \bullet $(\sqrt{2}-1)x$

 $(1-\sqrt{2})x$

(1 − 2)x $\mathfrak{g}(2-\sqrt{1})x$

৩০. একক স্থানীয় অঙ্ক দশক স্থানীয় অঙ্ক x এর দিগুণ হলে সংখ্যাটি কত? (মধ্যম)

⊕ 10x

● 12x

എ 20x

旬 24x

ব্যাখ্যা: দশক স্থানীয় অজ্ঞ্ক x একক স্থানীয় অঙ্ক 2x

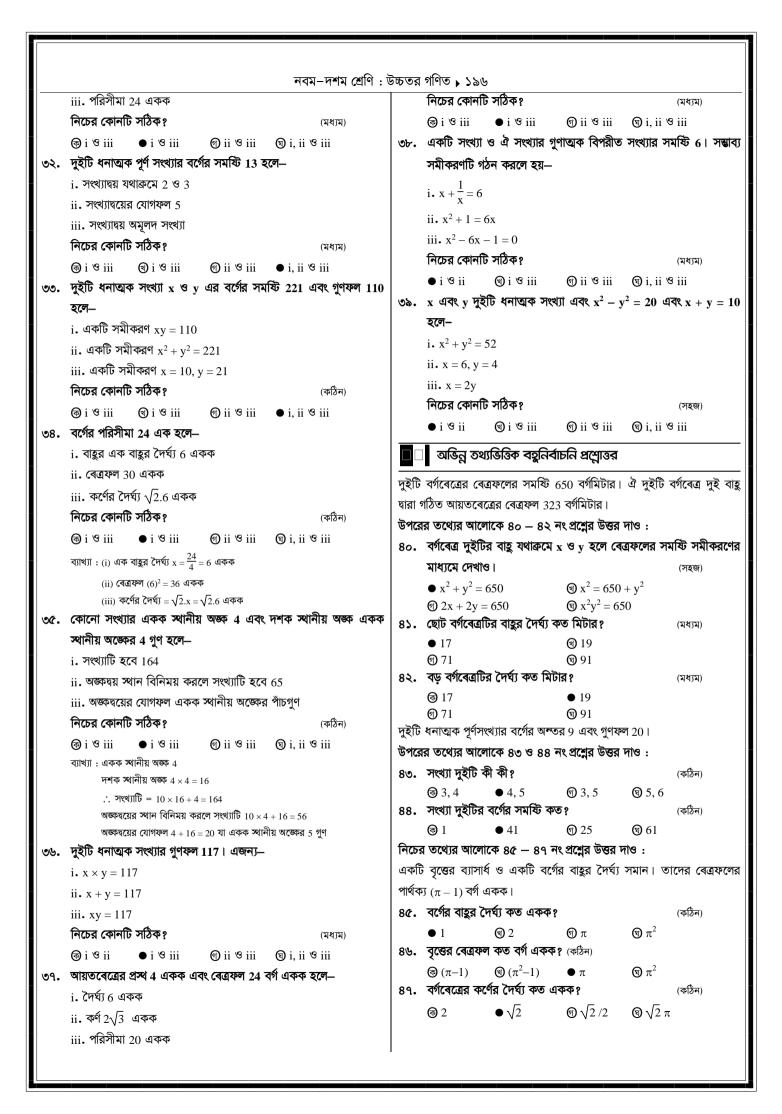
∴ সংখ্যাটি = 10x + 2x = 12x

🔲 🔲 বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

৩১. বর্গবেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 একক হলে-

i. কর্ণের দৈর্ঘ্য $6\sqrt{2}$ একক

ii. ৰেত্ৰফল 12 একক



	নবম–দশম শ্রেণি : গ	টচ্চতর গণিত ▶ ১৯৭
৪৮. দুইটি ক্রমিক বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফল	141 অপেৰা বড়। ছোট	iii• x ² – 7x –
সংখ্যা নিমুপৰে কী হতে পারে?		নিচের কোনটি

(1) 12 **1**3 থি 15 • 11 ৪৯. দুটি ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 130, বর্গের অন্তর 32 হলে সংখ্যা দুটি কত?

雨 7. 5 **9**, 7

എ 11.9

৫০. একটি সংখ্যার দশক স্থানীয় অব x এবং একক স্থানীয় y হলে সংখ্যাটি

⑤ 10x - y **⑤** 10y - x

৫১. একটি সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাতাক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 7 সম্ভাব্য সমীকরণ গঠন করলে হবে-

$$i. x + \frac{1}{x} = 7$$

ii. $x^2 + 1 = 7x$

1 = 0

সঠিক গ

কী i ও iii

● i ଓ ii

ரு ii ଓ iii

g i, ii S iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৫২ ও ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মিটার। দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেৰা 4 মিটার বেশি।

৫২. আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য কত মিটার?

16

10

থি 9

ে. আয়তাকার বাগানের বেত্রফল কত বর্গমিটার?

♠ 182

192.

@ 212

旬312

সৃজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রমূ**–১ >** একটি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দিগুণ অপেৰা 10 মিটার বেশি।

ক. আয়তবেত্তের বেত্রফল নির্ণয় কর।

খ. যদি আয়তৰেত্ৰের ৰেত্ৰফল 600 বৰ্গমিটার হয় তবে প্রমাণ কর যে, x - 15 = 0

গ**.** আয়তৰেত্রের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১ ব ১ নং প্রশ্রের সমাধান ১ ব

ক. মনে করি.

আয়তৰেত্ৰের প্রস্থ _X মিটার

∴ দৈর্ঘ্য (2x + 10) মিটার

আয়তবেত্রের বেত্রফল (2x + 10) x বর্গমিটার

 $= (2x^2 + 10 x)$ বর্গমিটার

খ. 'ক' থেকে পাই.

আয়তবেত্রের বেত্রফল = (2x² + 10 x) বর্গমিটার

শর্তমতে, $2x^2 + 10x = 600$

 $4 \cdot 3 \cdot 2x^2 + 10x - 600 = 0$

 $\overline{4}$, $2(x^2 + 5x - 300) = 0$

বা, $x^2 + 5x - 300 = 0$

4, $x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$

 $\overline{1}$, x(x + 20) - 15(x + 20) = 0

 $\overline{1}$, (x + 20)(x - 15) = 0

হয়, x + 20 = 0

অথবা, x – 15 = 0

 $\therefore x = -20$ [গ্রহণযোগ্য নয়] $| \therefore x - 15 = 0$ (প্রমাণিত)

গ. 'খ' হতে পাই.

(x + 20)(x - 15) = 0

হয়, x + 20 = 0

বা, x = -20 [কিম্তু x = -20 গ্রহণযোগ্য নয় কারণ দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ ঋণাতাক হতে পারে না]

অথবা, x - 15 = 0

 $\therefore x = 15$

∴ দৈর্ঘ্য = (2x + 10) মিটার

 $= (2 \times 15 + 10)$ মিটার

= (30 + 10) মিটার

= 40 মিটার (Ans.)

প্রমু−২ > একটি আয়তৰেত্রের পরিসীমা কর্ণদয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেৰা 12

মিটার বেশি।

ক. কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমার সূত্রটি লেখ।

খ. ৰেত্ৰটির ৰেত্ৰফল 108 বৰ্গমিটার হলে প্রমাণ কর যে,

দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = 21 মিটার।

গ**.** আয়তৰেত্ৰের দৈৰ্ঘ্য ও প্ৰস্থ নিৰ্ণয় কর।

🕨 🕯 ২ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. মনে করি, আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার

এবং প্রস্থ y মিটার

∴ আয়তবেত্রের পরিসীমা = 2(x + y) মিটার

এবং আয়তবেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

খ. 'ক' থেকে পাই, পরিসীমা = 2(x + y) মিটার

এবং দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = $2\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার

$$\therefore 2\sqrt{x^2 + y^2} + 12 = 2(x + y)$$

বা,
$$\sqrt{x^2 + y^2} + 6 = x + y$$

$$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 6$$
(i)

এবং xy = 108(ii)

(i) হতে পাই, $\sqrt{x^2 + y^2} = x + y - 6$

 $\sqrt{(x^2+y^2)^2} = (x+y-6)^2$

[বর্গ করে]

4, $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 12(x + y) + 36$

 $\overline{1}$, 12(x + y) = 252

[: xy = 108]

বা, x + y = 21

∴ দৈর্ঘ্য + প্রস্থ = 21 মি (প্রমাণিত)

গ. 'খ' হতে পাই,

x + y = 21

বা, y = 21 - x(i)

এবং xy = 108(ii)

(ii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

x(21-x)=108

বা, $21x - x^2 = 108$

$$\overline{1}$$
, $(x-12)(x-9)=0$

$$\therefore x = 9$$

x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই,

x = 12 এর জন্য

$$y = 21 - 12$$

এবং x = 9 এর জন্য

$$y = 21 - 9$$

$$\therefore$$
 y = 12

কিন্তু দৈৰ্ঘ্য, প্ৰস্থ অপেৰা ছোট হতে পারে না।

∴ দৈর্ঘ্য = 12 মি. এবং প্রস্থ = 9 মি. (Ans.)

প্রমূ–৩ > একটি আয়তবেত্রের প্রম্থের দিগুণ দৈর্ঘ্য অপেৰা 23 মি. বেশি আয়তবেত্রের বেত্রফল 600 বর্গ মি.।



- ক. আয়তবেত্তের দৈর্ঘ্য ও প্রম্থের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর।
- খ. উপরের সম্পর্কের মাধ্যমে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
- গ. আয়তৰেত্ৰের পরিসীমা বের কর এবং উহার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি বের কর।

🕨 🕯 ৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

- ক. মনে করি, আয়তবেত্তের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার প্রশ্নতে, 2y = x + 23এবং ৰেত্ৰফল xy = 600 বৰ্গমিটার
- ₹. 2y = x + 23

$$\overline{\P}$$
, $x = 2y - 23$ (i)

আবার, xy = 600

$$4$$
, $(2y - 23)y = 600$

বা,
$$2y^2 - 23y - 600 = 0$$

বা,
$$2y^2 - 48y + 25y - 600 = 0$$

$$\boxed{4}, 2y(y-24) + 25(y-24) = 0$$

$$\overline{4}$$
, $(y-24)(2y+25)=0$

হয়,
$$y - 24 = 0$$
 অথবা, $2y + 25 = 0$

$$\therefore$$
 y = 24

বা,
$$2y = -25$$

$$\therefore y = -\frac{25}{2}$$

কিন্তু প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না

$$\therefore y \neq -\frac{25}{2}$$

y এর ধনাতাক মান (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 \times 24 - 23 = 48 - 23 = 25$$

আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 25 মি এবং প্রস্থ 24 মিটার। (Ans.)

গ. আয়তবেত্তের পরিসীমা = 2 (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

আবার, আয়তবেত্তের কর্ণ $=\sqrt{(\Gamma n \sqrt{2})^2 + (2 \sqrt{2})^2}$

$$=\sqrt{(25)^2+(24)^2}$$

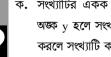
$$=\sqrt{625+576}$$

 $=\sqrt{1201} = 34.66$ মিটার

যেহেতু কর্ণ দুটি পরস্পর সমান,

∴ দৃটি কর্ণের সমষ্টি = (34.66 + 34.66) মিটার

প্রশু−৪ > দুই অজ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যাকে এর অজ্কদ্বয়ের গুণফল দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল হয় 2। সংখ্যাটির সাথে 27 যোগ করলে অঙ্জ্বয় স্থান বিনিময় করে।



- ক. সংখ্যাটির একক স্থানীয় অজ্ঞ x এবং দশক স্থানীয় অজ্জ v হলে সংখ্যাটি কত এবং অজ্জদ্বয় স্থান বিনিময় করলে সংখ্যাটি কত?
- খ. সম্পর্ক দুটির মাধ্যমে একটি দ্বিঘাত সহসমীকরণ নির্ণয় কর। 8
- গ. সমীকরণটি সমাধান করে সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

🕨 🕯 ৪ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. মনে করি, দশক স্থানীয় অজ্ঞক x এবং

অজ্জ্বদ্বয় স্থান বিনিময় করলে প্রাপ্ত সংখ্যা হবে 10x + v

খ. প্রামতে,
$$\frac{10x+y}{xy}=2$$
(i)

এবং
$$10x + y + 27 = 10y + x$$
(ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$10x + y + 27 = 10y + x$$

বা,
$$10x + y - 10y - x + 27 = 0$$

বা,
$$9x - 9y + 27 = 0$$

$$4$$
, $9(x - y + 3) = 0$

$$4$$
, $x - y + 3 = 0$

আবার সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$10x + y = 2xy$$

$$4$$
, $10(y-3) + y = 2(y-3) y$

বা,
$$10y - 30 + y = 2y^2 - 6y$$

বা,
$$2y^2 - 6y - 11y + 30 = 0$$

$$4$$
, $2y^2 - 17y + 30 = 0$ (Ans.)

গ. 'খ' হতে পাই.

$$2y^2 - 17y + 30 = 0$$

বা,
$$2y^2 - 12y - 5y + 30 = 0$$

$$\overrightarrow{1}$$
, $2y(y-6) - 5(y-6) = 0$

বা,
$$(y-6)(2y-5)=0$$

হয়
$$y - 6 = 0$$
 অথবা, $2y - 5 = 0$

$$\therefore y = 6 \qquad \qquad \therefore y = \frac{5}{2}$$

[গ্রহণযোগ্য নয়]

y = 6, সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 6 - 3$$

$$=30+6=36$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি 36।

প্রশ্ন–৫ > একটি আয়তাকার বাগানের পরিসীমা 56 মি. এবং কর্ণ 20 মি.।

- ক. আয়তৰেত্রের পরিসীমা ও কর্ণ কাকে বলে এবং পরিসীমা ও কর্ণ নির্ণয়ের সূত্র লেখ।
- খ. অনুচ্ছেদের সাপেৰে একটি দ্বিঘাত সহসমীকরণ নির্ণয় কর। ৪
- গ. সমীকরণটি সমাধান করে আয়তবেত্রের বেত্রফল বের কর এবং এ বেত্রফলের সমান বেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গবেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বের কর।

🌬 🖟 েরং প্রশ্রের সমাধান 🕨

- ক. আয়তবেত্রের চার বাহুর সমষ্টিকে এর পরিসীমা বলে।
 - ∴ পরিসীমা = 2 × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থা)

আবার, আয়তবেত্রের বিপরীত কৌণিক বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাকে কর্ণ বলে।

$$\therefore$$
 কর্ণ = $\sqrt{(\c resulting \c resulting \$

খ. মনে করি,

আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মি.

এবং প্রস্থ y মি.

 \therefore বাগানের পরিসীমা = 2(x + y) মি.

কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মি.

এবং ৰেত্ৰফল = xy বৰ্গ মি.

প্রশ্নতে, 2(x + y) = 56

বা, x + y = 28(i)

এবং
$$\sqrt{x^2 + y^2} = 20$$

$$4$$
, $x^2 + y^2 = 400$ (ii)

[বর্গ করে]

সমীকরণ (i) থেকে পাই.

$$x + y = 28$$

[বর্গ করে]

গ. 'খ' থেকে পাই,

$$x^2 + y^2 + 2xy = 784$$

বা,
$$400 + 2xy = 784$$

বা,
$$2xy = 784 - 400$$

বা,
$$xy = \frac{384}{2}$$

$$\therefore xy = 192$$

অর্থাৎ বাগানের বেত্রফল =192 বর্গমিটার

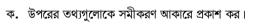
আবার আয়তাকার বাগানের বেত্রফলের সমান বেত্রফলবিশিষ্ট বর্গাকার বেত্রের বেত্রফল অর্থাৎ বর্গবেত্রের বেত্রফল 192 বর্গমিটার

 \therefore বর্গবেত্তের এক বাহুর দৈর্ঘ্য $=\sqrt{192}$ মি.

$$=\sqrt{64\times3}$$
 মি.

= $8\sqrt{3}$ Ñ. (Ans.)

প্রশ্ন—৬ > একটি আয়তাকার ৰেত্রের বেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেবা 10 মিটার বেশি।



- খ. আয়তাকার ৰেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
- গ. যদি বেত্রটির প্রস্থের দ্বিগুণ দৈর্ঘ্য অপেৰা 10 মিটার বেশি হয়, তখন এর বেত্রফল উক্ত বেত্রফলের দ্বিগুণ হয়। তবে বেত্রটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

▶∢৬ নং প্রশ্নের সমাধান ▶∢

ক. মনে করি, আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার

 $\therefore x > y$

.. আয়তবেত্রের বেত্রফল = xy বর্গমিটার

অর্ধপরিসীমা = $\frac{2x+2y}{2}$ মিটার = (x+y)মিটার

আবার,

কর্ণ =
$$\sqrt{($$
দৈর্ঘ্য) 2 + (প্রস্থ) 2
= $\sqrt{x^{2} + y^{2}}$ মিটার

এবং
$$x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$$

খ. 'ক' হতে পাই, xy = 300(i)

এবং
$$x + y = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$$
(ii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

বা, $(x + y - 10)^2 = \sqrt{(x^2 + y^2)^2}$ [উভয়পৰকে বৰ্গ করে]

$$\boxed{4}, 2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2 - x^2 - y^2 - 100$$

ব1,
$$2 \times 300 - 20x - 20y = -100$$
 [∵ $xy = 300$]

বা,
$$600 - 20x - 20y = -100$$

$$\overline{4}$$
, $-20x - 20y = -100 - 600$

বা,
$$-20(x + y) = -700$$

বা,
$$x + y = 35$$
 [উভয়পৰকে (-20) দারা ভাগ করে]

$$\therefore x + y = 35$$
(iii)

এখন, আমরা জানি,

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$=35^2-4\times300=1225-1200=25=(5)^2$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$$x+y+x-y=35+5$$

বা,
$$2x = 40$$

বা,
$$x = \frac{40}{2}$$

সমীকরণ (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$$x + y - (x - y) = 35 - 5$$

বা,
$$x + y - x + y = 35 - 5$$

বা,
$$y = \frac{30}{2}$$

$$\therefore$$
 v = 15

∴ আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার এবং প্রস্থ 15 মিটার। (Ans.)

$$2y = x + 10 \, \text{T}, x = 2y - 10$$

ः আয়তবেত্রের বেত্রফল = (2y - 10)y বর্গ মিটার। 'খ' তে প্রাপত আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য 20 মিটার ও প্রস্থ 15 মিটার হলে আয়তবেত্রের বেত্রফল (20×15) বা , 300 বর্গমিটার।

প্রশ্নতে,
$$(2y - 10)y = 2 \times 300$$

বা,
$$2(y-5)y = 2 \times 300$$

বা,
$$y^2 - 5y = 300$$

$$4$$
, $y^2 - 5y - 300 = 0$

বা,
$$y^2 - 20y + 15y - 300 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $y(y-20) + 15(y-20) = 0$

বা,
$$(y-20)(y+15)=0$$

হয়,
$$y - 20 = 0$$
 অথবা $y + 15 = 0$

$$\therefore$$
 y = -15

y ≠ – 15 কারণ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ঋণাত্মক হতে পারে না

$$\therefore$$
 ৰেত্ৰটির দৈর্ঘ্য, $\mathbf{x} = (2 \times 20 - 10)$ মিটার

প্রশ্ন–৭ > একটি আয়তাকার বেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেৰা 10 মিটার কম। বেত্রটির বেত্রফল 600 মিটার।

ক. দুইটি চলক ধরে দুইটি সমীকরণ তৈরি কর।

খ. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

পেখ্য ও শ্রম্থ । নগর কর।

গ. আয়তাকার বেএটির চতুর্দিকে 2 মিটার চওড়া এবং 2 মিটার উঁচু একটি প্রাচীর নির্মাণ করতে 25 সে.মি. দৈর্ঘ্য, 15 সে.মি. প্রশস্ত এবং 10 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট কতটি ইট লাগবে?

🕨 । ৭ নং প্রশ্নের সমাধান 🕨 ।

ক. ধরি, আয়তবেত্তের দৈর্ঘ্য = x মিটার

আমরা জানি, আয়তবেত্রের বেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = xy বর্গ মি.

(i) ও (ii) নং সমীকরণই নির্ণেয় সমীকরণ।

খ. 'ক' হতে পাই, 2y = x + 10

$$\therefore y = \frac{x+10}{2}$$
....(iii)

এখন, y এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x\left(\frac{x+10}{2}\right) = 600$$

বা,
$$\frac{x^2 + 10x}{2} = 600$$

$$4$$
, $x^2 + 10x = 1200$

$$\boxed{4}, x^2 + 10x - 1200 = 0$$

$$7, x^2 + 40x - 30x - 1200 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $x(x + 40) - 30(x + 40) = 0$

$$\boxed{4}, (x + 40) (x - 30) = 0$$

$$\therefore x = -40$$

$$\therefore x = 30$$

যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ, দৈর্ঘ্য কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

∴ আয়তৰেত্ৰটির দৈৰ্ঘ্য = 30 মিটার

এবং প্রস্থা =
$$\frac{30+10}{2}$$
 [(iii) হতে] = $\frac{40}{2}$ মি. = 20 মি.

আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য 30 মিটার এবং প্রস্থ 20 মিটার (Ans.)

গ. আয়তাকার বেত্রটির চতুর্দিকে 2 মি. চওড়া প্রাচীর নির্মাণ করতে হবে। প্রাচীরসহ বেত্রটির দৈর্ঘ্য = (30 + 2 × 2) মি.

" শুস্থ =
$$(20 + 2 \times 2)$$
মি.

আবার, প্রাচীরবাদে আয়তাকার বেত্রটির বেত্রফল = 600 বর্গ মি.

- ∴ প্রাচীরের বেত্রফল
- = প্রাচীরসহ বেত্রটির বেত্রফল প্রাচীরবাদে বেত্রটির বেত্রফল
- = (816 600) বর্গ মি.
- = 216 বৰ্গ মি.
- ∴ প্রাচীরের আয়তন = প্রাচীরের বেত্রফল × প্রাচীরের উচ্চতা

দেওয়া আছে, ইটের দৈর্ঘ্য = 25 সে.মি. = 0.25 মি.

ইটের উচ্চতা = 10 সে. মি. = 0.10 মি.

ইটের আয়তন = $(0.25 \times 0.15 \times 0.10)$ ঘন মি.

= 0.00375 ঘন মি.

∴ প্রাচীরটি নির্মাণ করতে ইট লাগবে = প্রাচীরের আয়তন ইটের আয়তন

$$=\frac{432}{0.00375}\,\overline{\mathfrak{b}}$$

প্রাচীর নির্মাণ করতে 115200টি ইট লাগবে (Ans.)

প্রমু > একটি আয়তাকার ৰেত্রের বেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর অর্থ পরিসীমা একটি কর্ণ অপেৰা 10 মিটার বেশি। আয়তবেত্রটির দৈর্ঘ্য x মিটার, প্রস্থ y মিটার।

ক. আয়তবেত্রটির অর্ধ পরিসীমা ও কর্ণের দৈর্ঘ্য x এবং y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

8

গ. আয়তবেত্রটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কোনো বর্গের পরিসীমার সমান হলে, বর্গটির বেত্রফল ও কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

▶∢৮ নং প্রশ্রের সমাধান ▶∢

ক. এখানে, আয়তবেত্তের দৈর্ঘ্য x মিটার

অর্ধপরিসীমা =
$$(x + y)$$
 মিটার (Ans.)

কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ মিটার (Ans.)

খ. শর্তমতে, xy = 300(i)

এবং
$$(x + y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$$
(ii)

বা,
$$x + y - 10 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

বা,
$$(x + y - 10)^2 = x^2 + y^2$$

$$4x + y^2 + 100 + 2xy - 20x - 20y = x^2 + y^2$$

$$\boxed{3}, 20x + 20y = 100 + 2 \times 300 = 700$$

[(i) **হতে**]

বা,
$$x + y = 35$$

$$\overline{4}$$
, $x + \frac{300}{x} = 35$

(i) **হতে**
$$y = \frac{300}{x}$$

$$\boxed{4}, x^2 - 35x + 300 = 0$$

$$4$$
, $x^2 - 20x - 15x + 300 = 0$

$$\overline{\triangleleft}$$
, $x(x-20) - 15(x-20) = 0$

বা,
$$(x - 20)(x - 15) = 0$$

∴
$$x = 20$$
 1, $x = 15$

x = 20 হলে দৈর্ঘ্য = 20 মিটার, প্রস্থ = 15 মিটার

x = 15 হলে দৈর্ঘ্য = 15 মি. প্রস্থ = 20 মি. যা গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ,

দৈর্ঘ্য > প্রস্থ।

দৈৰ্ঘ্য = 20 মি. ও প্ৰস্থ = 15 মি. (Ans.)

গ. আয়তবেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য = $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক

$$=\sqrt{20^2+15^2}$$
 মিটার

 \therefore কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি = $25 \times 2 = 50$ মিটার

শর্তমতে, বর্গের পরিসীমা = 50 মিটার

বর্গের এক বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = \frac{50}{4} = 12.5$ মিটার

∴ বর্গটির বেত্রফল = a² বর্গ একক

= (12·5)² বর্গমিটার

= 156.25 বর্গমিটার (Ans.)

∴ কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$ একক

= 12.5 $\sqrt{2}$ মি. = 17.68 মিটার (প্রায়) (Ans.)

সূজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশু−৯ > একটি আয়তাকার বেত্রের বেত্রফল 300 বর্গমিটার এবং এর | গ**.** বেত্রফল 225 বর্গমিটার, কর্ণের দৈর্ঘ্য √514 মিটার এবং পরিসীমা 64 অর্ধপরিসীমা একটি কর্ণ অপেৰা 10 বেশি।

- ক. আয়তৰেত্রের অর্ধপরিসীমা কাকে বলে এবং এর সূত্রটি লেখ।
- খ. উদ্দীপক সাপেৰে সমীকরণ নির্ণয় কর।
- গ. সমীকরণের সাপেৰে ৰেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

উত্তর : খ.
$$xy = 300$$
 এবং $(x + y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 10$

গ. দৈর্ঘ্য 20 মিটার ও প্রস্থ 15 মিটার

প্রমূ-১০ $oldsymbol{\flat}$ দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা $oldsymbol{x}$ ও $oldsymbol{y}$ যেখানে $oldsymbol{x}>oldsymbol{y}$ সংখ্যা দুইটির বর্গের অন্তর 64।

- ক. সংখ্যা দুইটির অন্তর 2 হলে সমষ্টি কত?

খ. সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

- গ. যদি আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x মিটার এবং প্রস্থ y মিটার হয় তবে বেত্রফল, কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর।

উত্তর : ক. x + y = 32; খ. x = 17, y = 15

মিটার।

একটি আয়তবেত্রের বেত্রফল 24 বর্গমিটার। অপর একটি আয়তৰেত্ৰের দৈৰ্ঘ্য ও প্ৰস্থ প্ৰথম আয়তৰেত্ৰের দৈৰ্ঘ্য ও প্ৰস্থ অপেৰা যথাক্ৰমে 4 মিটার ও 1 মিটার বেশি এবং বেত্রফল 50 বর্গমিটার।

- ক. প্রথম আয়তবেত্রের দৈর্ঘ্য x ও প্রস্থ y ধরে সমীকরণ দুইটি লেখ।
- খ. x ও y এর মান নির্ণয় কর।
- গ. যদি একটি বর্গবেত্রের বেত্রফল দ্বিতীয় আয়তবেত্রের বেত্রফলের সমান হয়। তবে উক্ত বর্গবেত্রের বর্গের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

উত্তর : ক. xy = 24, x + 4y = 22 খ. $(x, y) = (6, 4) \left(16, \frac{3}{2}\right)$

গ. $5\sqrt{2}$



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

দুই চলকবিশিফ্ট সূচক সমীকরণ জোট

সূচকীয় সমীকরণে উভয়পক্ষে ভিত্তি সমান হলে ঘাতগুলোকে সমান আকারে লেখা যায়। সমীকরণ জোটে যেকোনো পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করা যায়।

জেনে রাখ

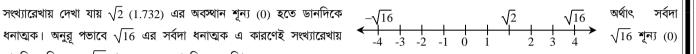
(১) যেকোনো সংখ্যার সূচক বা ঘাত শূন্য (0) হলে তার মান 1.

যথা
$$a^\circ=1, (-2a)^\circ=1, \left(\frac{x}{5}\right)^\circ=1, \left(\frac{2x^2}{3x+12}\right)^\circ=1$$
 কিম্ছু 0° অসংজ্ঞায়িত।

- (২) $y^{-2} = \frac{1}{6}$ হলে $y^2 = 9 \Rightarrow y = \pm 3$ [$\pm \text{ sign}$ হয়েছে দ্বিঘাত সমীকরণের জন্য, বর্গমূল ($\sqrt{}$) এর জন্য নয়]
- (৩) যেকোনো ধনাতাক সংখ্যার বর্গমূল সর্বদা ধনাতাক।

আরো জেনে রাখ

সংখ্যারেখায় দেখা যায় $\sqrt{2}$ (1.732) এর অবস্থান শূন্য (0) হতে ডানদিকে ডানদিকে কিন্তু – $\sqrt{16}$ শূন্য (0) হতে বামদিকে অবস্থিত।



অনুশীলনীর প্রশু ও সমাধান

সমাধান কর:

역 1 3 1 2 x + 3 y = 31

$$2^{x} - 3^{y} = -23$$

সমাধান: 2^x + 3^y = 31(i)

$$2^x - 3^y = -23$$
(ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2.2^{x} = 8$$

বা,
$$2^x = 2^2$$

$$[:: a^m = a^n$$
 ইলে $m = n$]

আবার, সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2.3^{y} = 54$$

বা,
$$3^y = 27$$

বা,
$$3^y = 3^3$$

$$\therefore$$
 y = 3

নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (2, 3)

$$5^{x+y+1} = 25^{xy}$$

$$5^{x+y+1} = 25^{xy}$$
(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$3^{x} = (3^{2})^{y}$$

বা,
$$3^x = 3^{2y}$$

$$\therefore$$
 x = 2y(iii)

আবার, সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$5^{x+y+1} = 5^{2xy}$$

$$[: a^m = a^n$$
 হলে $m = n$

বা,
$$x + y + 1 = 2xy$$

$$4$$
, $x + y + 1 - 2xy = 0$

$$\overline{1}$$
, $2y + y + 1 - 2y$. $2y = 0$

[(iii) **হতে**]

বা,
$$3y + 1 - 4y^2 = 0$$

$$4y^2 + 3y + 1 = 0$$

বা,
$$4y^2 - 3y - 1 = 0$$

[(-1) দ্বারা গুণ করে]

$$4y^2 - 4y + y - 1 = 0$$

$$4y(y-1) + 1(y-1) = 0$$

বা,
$$(y-1)(4y+1)=0$$

হয়,
$$y - 1 = 0$$
 অথবা, $4y + 1 = 0$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}$$

এখন, y এর মান সমীকরণ (iii) এ বসিয়ে পাই,

$$y = 1$$
 হলে, $x = 2.1$

এবং
$$y = -\frac{1}{4}$$
 হলে, $x = 2.\left(-\frac{1}{4}\right)$

বা,
$$x = -\frac{2}{4}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$(x, y) = (2, 1), \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

প্রশাত ॥ 3^x.9^y = 81

$$2x - y = 8$$

$$2x - y = 8$$
(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$3^{x}.9^{y} = 81$$

[::
$$3^4 = 81$$
]

বা,
$$3^x . 3^{2y} = 3^4$$

$$[::(a^m)^n=a^{mn}]$$

বা,
$$3^{x+2y} = 3^4$$

$$[:: a^m.a^n = a^{m+n}]$$

বা,
$$x + 2y = 4$$

$$[:: a^m = a^n$$
 হলে $m = n$

বা,
$$x + 2y - 4 = 0$$
(iii)

সমীকরণ (ii) থেকে পাই. 2x - y = 8বা, 2x - y - 8 = 0(iv) সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতিতে পাই $\frac{x}{2 \times (-8) - (-4) \times (-1)} = \frac{y}{(-4) \times 2 - (-8) \times 1} = \frac{1}{1 \times (-1) - 2 \times 2}$ $\sqrt{\frac{x}{-16-4}} = \frac{y}{-8+8} = \frac{1}{-1-4}$ \sqrt{x} = $\frac{y}{0}$ = $\frac{1}{-5}$ \therefore x = 4, y = 0 নির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (4, 0)외의 1 8 1 2^x.3^y = 18 2^{2x} , $3^y = 36$ সমাধান: 2^x.3^y = 18(i) 2^{2x} . $3^y = 36$ (ii) সমীকরণ (ii) থেকে (i) ভাগ করে পাই, $\frac{2^{2x}.3^{y}}{2^{x}.3^{y}} = \frac{36}{18}$ $\sqrt[3]{\frac{2^{2x}}{2^x}} = 2$ বা, $2^{2x-x}=2$ বা, $2^x = 2^1$ $\therefore x = 1$ এখন x এর মান সমীকরণ (i) –এ বসিয়ে পাই, $2^{1}.3^{y} = 18$ বা, 2.3^y = 18 বা, $3^{y} = 9$ [2 দারা ভাগ করে] বা, $3^y = 3^2$ \therefore y = 2 $[:: a^m = a^n$ **হলে** m = nনির্ণেয় সমাধান : (x, y) = (1, 2)ජනු \mathbf{l} අ \mathbf{l} $\mathbf{a}^{x}.\mathbf{a}^{y+1} = \mathbf{a}^{7}$ $a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$ সমাধান: $a^x.a^{y+1} = a^7$ (i) $a^{2y}.a^{3x+5} = a^{20}....$ (ii) সমীকরণ (i) থেকে পাই, $a^{x}.a^{y+1} = a^{7}$ বা, $a^{x+y+1} = a^7$ $[:: a^m.a^n = a^{m+n}]$ বা, x + y + 1 = 7 $[: a^m = a^n$ হলে m = nবা, x + y = 6x + y - 60 = 0(iii) সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$ \overline{A} , $a^{2y+3x+5} = a^{20}$ 4x + 2y + 5 = 20বা, 3x + 2y = 20 - 5বা, 3x + 2y = 15 $\therefore 3x + 2y - 15 = 0$ (iv) সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে বজ্রগুণন পদ্ধতি অনুসারে,

 $\frac{x}{1 \times (-15) - (-6) \times 2} = \frac{y}{(-6) \times 3 - (-15) \times 1} = \frac{1}{1 \times 2 - 3 \times 1}$

প্রসাদ $\mathbf{1} \mathbf{4}^{x} = \mathbf{2}^{y}$

$$(27)^{xy} = 9^{y+1}$$

সমাধান: 4^x = 2^y(i)

$$(27)^{xy} = 9^{y+1}$$
(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$(2^2)^x = 2^y$$

বা,
$$2^{2x} = 2^y$$
 [:: $(a^m)^n = a^{mn}$]

$$\therefore 2x = y \dots (iii)$$

$$[a^m = a^n$$
 হলে $m = n$ বা, $y^x - a$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই.

$$(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$$

বা,
$$3^{3xy} = 3^{2y+2}$$

বা,
$$3xy = 2y + 2$$

$$\sqrt{3}x.2x = 2.2x + 2$$

বা,
$$6x^2 = 4x + 2$$

$$4$$
 $6x^2 = 2(2x + 1)$

$$3x^2 = 2x + 1$$

$$4 \cdot 3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$4x^2 - 3x + x - 1 = 0$$

$$\overline{A}$$
, $(x-1)(3x+1)=0$

অথবা,
$$3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

বা,
$$3x = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3}$$

x এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x = 1$$
 হলে, $y = 2.1$

$$\therefore y = 2$$

এবং
$$x = \frac{-1}{3}$$
 হলে, $y = 2.\left(-\frac{1}{3}\right)$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

প্রশা ৯ ॥ 8y^x - y^{2x} = 16

$$2^x = v^2$$

৫.৬ : দুই চলকবিশিষ্ট সূচক সমীকরণ সেট

🔳 🗌 সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

- $8.2^{xy} = 4^y$ হলে নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
- 2y xy = 3
- ① 2y + xy = 3
- 3 + xy = 2y
- $9^{x}.3^{xy} = \frac{1}{27}$ হলে, নিচের কোন সম্পর্কটি সঠিক?
 - 2x + xy = 3
- ② 2x xy = -3
- 2x + xy = -3
- 2x + xy = 0
- $8.2^{xy} = 4^y$ এবং x = -1 হলে, y এর মান কত? **o.**
- (কঠিন)

- **(1)**
- 9 19 - 2
- $2^{x} + 3^{y} = 31, 2^{x} 3^{y} = -23$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কত?

(মধ্যম)

$$2^{x} = y^{2}$$
(ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই.

$$8y^x - y^{2x} - 16 = 0$$

$$4$$
, $-y^{2x} + 8y^x - 16 = 0$

বা,
$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$4 \cdot (y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + (4)^2 = 0$$

$$4$$
, $(y^x - 4)^2 = 0$

বা,
$$y^x - 4 = 0$$

বা,
$$y^x = 4$$

বা,
$$y^x = 2^2$$

$$\overline{A}, (y^{x})^{\frac{1}{x}} = (2^{2})^{\frac{1}{x}}$$

$$\therefore y = 2^{\frac{2}{x}} \dots (iii)$$

y এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$2^{x} = \begin{pmatrix} \frac{2}{x} \\ 2 \end{pmatrix}$$

বা,
$$2^{x} = 2^{x}$$

বা,
$$x = \frac{4}{x}$$

বা,
$$x^2 = 4$$

x এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$x = 2$$
 হলে, $2^2 = y^2$

বা,
$$\mathbf{4} = \mathbf{y}^2$$

বা,
$$y = \pm 2$$

এবং
$$x = -2$$
 হলে, $2^{-2} = y^2$

বা,
$$y^2 = \frac{1}{2^2}$$

বা,
$$y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, \pm 2), (-2, \pm \frac{1}{2})$

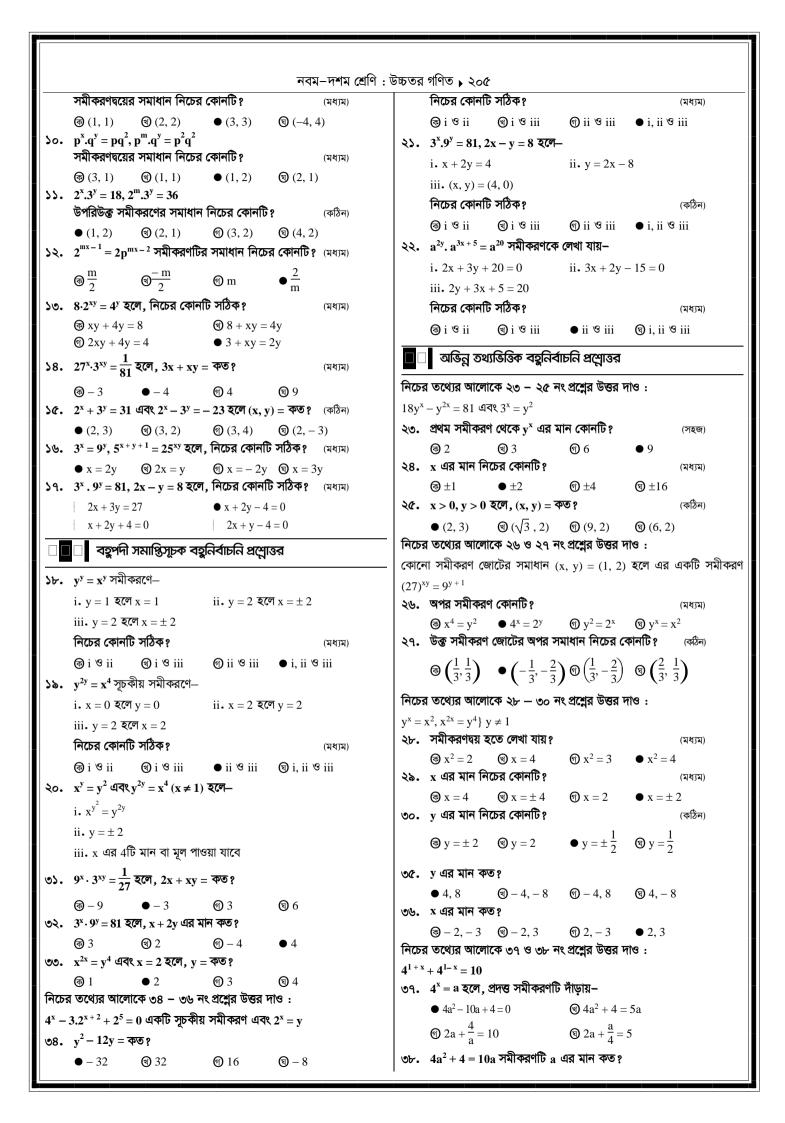
- (3, 2) \bigcirc (-2, 3) (3, -2)
- $2^{x}.3^{y} = 18.2^{2x}.3^{y} = 36$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান $(x, y) = \overline{\phi}$ ত? (কঠিন)
 - \bigcirc (1, -2) **③** (-1, -2) **●** (1, 2)**(0, 1)**
- ৬. $(27)^{xy} = 9^{y+1}$ এবং y = 2 হলে, x এর মান কত?
 - **3**
 - **(4)** (0)
 - (মধ্যম)

(সহজ)

(কঠিন)

- 9. $y^x = 4$ এবং $y^2 = 2^x$ হলে, x = ?♠ ± 1 ● ± 2
 - (1) ± 3 **1** ± 4
- \mathbf{y} . $\mathbf{x}^{y} = \mathbf{y}^{2}, \mathbf{y}^{2y} = \mathbf{x}^{4}$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান নিচের কোনটি?

 - \odot (2, 2), (4, 2)
- \bullet (-2, 2), $(\frac{1}{2}, -2)$
- **1** (4, 2), (2, -2)
- $(-\frac{1}{2}, 4), (-4, 12)$
- $p^{x}.p^{y+1} = p^{7}$; $p^{2y}.p^{3x+5} = p^{2}$



• 2, $-\frac{1}{2}$ ② 2, $\frac{1}{2}$ ③ $-2, \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}, 2$

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশু ও সমাধান

외국 - > (i)
$$4^p = 2^q$$
, $(27)^{pq} = 9^{q+1}$

(ii)
$$18^{qp} - q^{2p} = 81, 3^p = q^2$$

ক. i এর ২য় সমীকরণটির q কে p এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

- খ. i নং সমীকরণদ্বয় হতে p, q এর মান নির্ণয় কর।
- গ**়** ii নং সমীকরণকে সমাধান কর।

🕨 🕯 ১ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. ২য় সমীকরণটি হলো, $(27)^{pq} = 9^{q+1}$

বা,
$$3^{3pq} = 3^{2(q+1)}$$

বা,
$$3^{pq} = 2(q+1)$$

বা,
$$3^{pq} = 2q + 2$$

বা,
$$3^{pq} - 2q = 2$$

$$\therefore q = \frac{2}{3p-2}$$

খ. ক থেকে পাই, $q = \frac{2}{3p-2}$

উদ্দীপক অনুযায়ী (i) নং সমীকরণ, $4^p = 2^q$

বা,
$$2^{2p} = 2^q$$

বা,
$$q = 2p$$

বা,
$$\frac{2}{3p-2} = 2p$$
 [(i) নং হতে]

বা,
$$6p^2 - 4p = 2$$

বা,
$$2(3p^2 - 2p) = 2$$

বা,
$$3p^2 - 2p - 1 = 0$$

বা,
$$3p^2 - 3p + p - 1 = 0$$

বা,
$$3p(p-1) + 1(p-1) = 0$$

বা,
$$(p-1)(3p+1)=0$$

$$\therefore p = 1$$
 অথবা $p = -\frac{1}{3}$

(i) নং এ মান বসিয়ে

$$p = -\frac{1}{3}$$
 হলে, $q = 2(-\frac{1}{3}) = -\frac{2}{3}$

নির্ণেয় সমাধান : $(p, q) = (1, 2), \left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

গ. উদ্দীপক অনুসারে, (ii) নং সমীকরণ

$$18^{qp} - q^{2p} = 81$$

$$3^p = q^2$$

$$18q^p - q^{2p} = 81$$

বা,
$$18q^p - q^{2p} - 81 = 0$$

বা,
$$(q^p)^2 - 2 \cdot q^p \cdot 9 + (9)^2 = 0$$

বা,
$$(q^p - 9)^2 = 0$$

বা,
$$(q^p - 9)^2 = 0$$

$$\therefore q^p = 3^2$$

আবার,

$$3^p = q^2$$

বা,
$$(3^p)^p = (q^2)^p$$

বা,
$$3^{p^2} = q^{2p}$$

বা,
$$3^{p^2} = (q^p)^2$$

বা,
$$3^{p^2} = (3^2)^2$$

বা,
$$3^{p^2} = 3^4$$

বা,
$$p^2 = 4$$

$$\therefore p = \pm 2$$

$$p = 2$$
 হলে, $q^2 = 3^2 = 9$

$$\therefore q = \pm 3$$

$$p = -2$$
 হলে, $q^2 = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

$$\therefore q = \pm \frac{1}{3}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(p,q) = (2,3)(2,-3)(-2,\frac{1}{3}), (-2,-\frac{1}{3})$

$4^x = 2^y$ $(27)^{xy} = 9^{y+1}$ একটি সূচকীয় সমীকরণ।

ক. সূচকমুক্ত সমীকরণ জোট গঠন কর।

- খ. সরল সমীকরণ জোট থেকে দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর এবং উক্ত সমীকরণের মূলদ্বয় নির্ণয় কর।
- গ. সূচকীয় সমীকরণ জোটের সমাধানের শুদ্ধতা যাচাই কর।

🕨 🕯 ২ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

 $\overline{\Phi} \cdot \quad 4^{x} = 2^{y}$

বা,
$$(2^2)^x = 2^y$$

বা,
$$2^{2x} = 2^y$$

$$[::(a^m)^n=a^{mn}]$$

$$[::(a^m=a^n$$
 ইলে $m=n]$

$$\therefore 2x - y = 0$$

আবার, $(27)^{xy} = 9^{y+1}$

$$\overline{A}$$
, $(3^3)^{xy} = (3^2)^{y+1}$

বা,
$$3^{3xy} = 3^{2y+2}$$

বা,
$$3xy = 2y + 2$$

$$[::(a^m)^n=a^{mn}]$$

$$\therefore$$
 সূচকমুক্ত সমীকরণ জোট $2x-y=0$

$$3xy = 2y + 2$$

গ. সূচকীয় সমীকরণের জোটের বেত্রে,

$$x + 1$$
, **$\overline{2(7)}$** $2.x = 2.1 = 2$

$$x = \frac{1}{3} \sqrt[3]{9}$$
 $y = 2.\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$

আবার ,
$$(x,y) = \left(-\frac{1}{3},\frac{-2}{3}\right)$$
 এর জন্য $4^{\left(-\frac{1}{3}\right)} = 2^{\left(-\frac{2}{3}\right)}$

আবার, (27)
$$-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{-2}{3}\right) = 27^{\frac{2}{9}} = 3^{3\cdot\frac{2}{9}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

এবং
$$9^{y+1} = 9^{-\frac{2}{3}+1} = 9^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$$

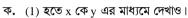
.: সমীকরণ জোটের শুষ্পতা যাচাই করা হলো।

প্রাম্বান্ত \triangleright (1) $3^x = 9^y$

$$(1) 3^{4} = 9^{3}$$

(2)
$$5^{x+y+1} = 25^{xy}$$

(3)
$$y^x = 4$$
, $y^2 = 2^x$



খ. (1) ও (2) হতে (x, y) এর মান নির্ণয় কর।

গ. (3) এর সমীকরণদ্বয়ের সমাধান কর।

🕨 🕯 ৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

$$\overline{\Phi}$$
. $3^{x} = 9^{y}$

বা,
$$3^x = 3^{2y}$$

খ. ক' হতে প্রাপত x = 2y(i)

আবার (2) নং হতে

$$5^{x+y+1} = 25^{xy}$$

$$5^{x+y+1} = 5^{2xy}$$

বা,
$$x + y + 1 = 2xy$$

বা,
$$2y + y + 1 = 2.2y.y$$

বা,
$$4y^2 - 3y - 1 = 0$$

বা,
$$4y^2 - 4y + y - 1 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $4y(y-1) + 1(y-1) = 0$

$$\overline{4}$$
, $(y-1)(4y+1)=0$

হয়,
$$y - 1 = 0$$

অথবা,
$$4y + 1 = 0$$

$$\therefore y = 1$$

$$\therefore y = -\frac{1}{4}$$

$$y = 1$$
 হলে, $x = 2 \times 1 = 2$

$$y = -\frac{1}{4} = 2$$
 $\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 1) \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

গ. দেওয়া আছে,

$$y^x = 4$$
(i)

(i) থেকে পাই,

$$y^x = 4$$

বা,
$$(y^x)^2 = 4^2$$

[বর্গ করে]

বা,
$$y^{2x} = (2^2)^2$$

বা,
$$(y^2)^x = 2^4$$

বা,
$$(2^x)^x = 2^4$$

[(iii) এর মান বসিয়ে]

বা,
$$2x^2 = 2^4$$

বা,
$$x^2 = 4$$

বা,
$$x = \pm 2$$

x এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই.

$$x = 2$$
 $\overline{2}$ (9), $y^2 = 2^2 = 4$

$$\therefore$$
 y = ± 2

$$x = -2$$
 $\overline{ }$ $\mathbf{v}^2 = 2^{-2} = \frac{1}{4}$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, \pm 2), (-2, \pm \frac{1}{2})$

প্রমূ-8 \Rightarrow $\begin{cases} y^x = x^2 \\ x^{2x} = y^4 \end{cases}$ এবং $\begin{cases} y^x = 4 \\ y^2 = 2^x \end{cases}$ $y \neq 1$ দুইটি দুই চলকবিশিফ সূচকীয়

সমীকরণ।

ক. প্রথম সমীকরণ জোট থেকে x এর মান বের কর।



গ. দেখাও যে. দিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান।

🕨 🕯 ৪ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে,

প্রথম সমীকরণ জোট.

$$y^x = x^2$$
(i)

$$x^{2x} = y^4$$
(ii)

$$x^{2x} = y^4$$

বা,
$$(x^2)^x = y^4$$

বা,
$$(y^{x})^{x} = y^{4}$$

(i) এর মান বসিয়ে।

বা,
$$y^{x^2} = y^4$$

বা,
$$x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$
 (Ans.)

খ. 'ক' হতে x এর মান (i) এ বসিয়ে পাই.

তখন,
$$y^2 = 2^2$$

বা,
$$y^2 = 4$$

$$\therefore$$
 y = ± 2

আবার, যখন,
$$x = -2$$

তখন,
$$y^{-2} = (-2)^2$$

$$\sqrt[4]{v^2} = 4$$

বা,
$$y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (2,2), (2,-2), (-2,\frac{1}{2}), (-2,\frac{-1}{2})$

গ. দেওয়া আছে.

$$y^{x} = 4$$
(iii)

$$y^2 = 2^x$$
(iv)

$$y^2 = 2^x$$

বা,
$$(y^2)^x = (2^x)^x$$

বা,
$$y^{2x} = 2^{x^2}$$

[(iii) এর মান বসিয়ে]

4 $\sqrt{(2^2)^2} = 2^{x^2}$

বা,
$$2^{x^2} = 2^4$$

বা,
$$x^2 = 4$$

(iii) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

যখন,
$$x = 2$$
 তখন, $y^2 = 4$

বা,
$$y = \pm 2$$

আবার যখন, x = -2 তখন $v^{-2} = 4$

বা,
$$\frac{1}{v^2} = 4$$

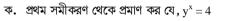
বা,
$$y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান : $(x,y) = (2,2), (2-2), (-2,\frac{1}{2}), (-2,\frac{-1}{2})$

সুতরাং দিতীয় সমীকরণ জোটের সমাধান প্রথম সমীকরণ জোটের সমাধানের সমান। (দেখানো হলো)

 $2^x = v^2$ একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট।



🕨 ५ ৫ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 ५

ক. দেওয়া আছে,

$$8y^{x} - y^{2x} = 16$$
(i)

 $2 = 3 \cdot 9^{x} - 9^{x} = 81 \cdot (2) \cdot a^{3x+y} \cdot a^{2y} = a^{20} \cdot (3) \cdot 8y^{x} - y^{2x} = 16; \cdot 2^{x} = y^{2}.$



ক. (2) হতে x ও y এর সম্পর্ক নির্ণয় কর।

🌬 ৬ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨

ক. 2 নং থেকে পাই

$$a^{3x+y} \cdot a^{2y} = a^{20}$$

বা,
$$a^{3x+y+2y} = a^{20}$$

বা,
$$3x + 3y = 20$$

বা,
$$3x = 20 - 3y$$

∴
$$x = \frac{1}{3}(20 - 3y)$$
 এটাই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ. 1 নং থেকে পাই,

$$3^{x} \cdot 9^{y} = 81$$

বা,
$$3^x \cdot 3^{2y} = 81$$

বা,
$$3^{x+2y} = 3^4$$

বা,
$$x + 2y = 4$$

$$x = 4 - 2y$$
(i)

$$2^{x} = y^{2}$$
(ii)

(i) নং থেকে পাই,

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

$$4$$
, $(y^x)^2 - 2.y^x.4 + (4)^2 = 0$

বা,
$$(y^x - 4)^2 = 0$$

খ. 'ক' এর (ii) থেকে পাই,

$$2^x = v^2$$

$$\overline{A}$$
, $(2^x)^x = (y^2)^x$

$$\sqrt{3}$$
, $2^{x^2} = v^{2x}$

$$\sqrt[3]{2} = (y^x)^2$$

বা,
$$2^x = (y^x)^2$$

বা.
$$2^{x^2} = 4^2$$

['ক' এর সমাধান বসিয়ে]

বা.
$$2^{x^2} = 2^4$$

বা,
$$x^2 = 4$$

বা,
$$x = \pm 2$$
 (Ans.)

গ. 'খ' থেকে প্রাপত মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

যখন,
$$x=2$$

তখন,
$$2^2 = v^2$$

বা,
$$y^2 = 4$$

তখন,
$$2^{-2} = y^2$$

বা,
$$y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore$$
 y = $\pm \frac{1}{2}$

নির্ণেয় সমাধান : $(x, y) = (2, 2), (2, -2), (-2, \frac{1}{2}), (-2, \frac{-1}{2})$

'ক' থেকে পাই, x = $\frac{1}{3}$ (20 – 3y)(ii)

(i) ও (ii) থেকে পাই,

$$4-2y=\frac{1}{3}(20-3y)$$

বা,
$$12 - 6y = 20 - 3y$$

$$\boxed{4}, -6y + 3y = 20 - 12$$

বা,
$$-3y = 8$$

$$\therefore y = -\frac{8}{3}$$

(i) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই.

$$x = 4 - 2\left(-\frac{8}{3}\right)$$

বা,
$$x = \frac{12 + 16}{3}$$

$$\therefore x = \frac{28}{3}$$

$$(x, y) = \left(\frac{28}{3}, -\frac{8}{3}\right)$$
 (Ans.)

গ. 3 নংথেকে পাই,

$$8y^2 - y^x = 16$$
(i)

$$2^{x} = y^{2}$$
(ii)

এখন . (i) নং সমীকরণ থেকে পাই .

$$y^{2x} - 8y^x + 16 = 0$$

বা,
$$(y^x)^2 - 2 \cdot y^x \cdot 4 + 4^2 = 0$$

বা,
$$(y^x - 4)^2 = 0$$

:.
$$y^x = 4$$
(iii)

আবার, (ii) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$2^x = v^2$$

বা, $(2^x)^x = (y^2)^x$ [উভয় পৰের ঘাত x-এ উন্নীত করে]

বা,
$$2^{x^2} = v^{2x}$$

$$[::(a^m)^n=a^{mn}]$$

বা,
$$2^{x^2} = (y^x)^2$$

$$[:: a^{mn} = (a^m)^n]$$

বা.
$$2^{x^2} = 4^2$$

[(iii) নং থেকে y^x এর মান বসিয়ে]

বা,
$$2^{x^2} = 16$$

বা,
$$2^{x^2} = 2^4$$

বা,
$$x^2 = 4$$

$$[:: a^m = a^n$$
 হলে $m = n$

$$\therefore x = \pm 2$$

এখন, (ii) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই.

যখন
$$x = 2$$
 তখন $2^2 = y^2$

বা,
$$y^2 = 4$$

$$\therefore$$
 y = ± 2

যখন
$$x = -2$$
 তখন $2^{-2} = y^2$

বা,
$$y^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \pm \frac{1}{2}$$

নির্ণেয় সমাধান :
$$(x, y) = (2, 2), (2, -2), \left(-2, \frac{1}{2}\right)\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$$



সৃজনশীল প্রশ্বব্যাংক উত্তরসহ







$$a^{x} \cdot a^{y+1} = a^{7}$$

 $a^{2y} \cdot a^{3x+5} = a^{20}$ } वर्ष $a^{x+2} \cdot a^{2y+1} = a^{10}$
 $a^{2x} \cdot a^{y+1} = a^{9}$

দুইটি দুই

চলকবিশিষ্ট সূচকীয় সমীকরণ জোট।

- ক. ১ম সমীকরণ জোট থেকে দুই চলকবিশিফ্ট সমীকরণ গঠন কর। ২
- খ. ১ম সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।
- গ. ২য় সমীকরণ জোটের সমাধান নির্ণয় কর।
- **উত্তর :** ক. x + y 6 = 0 এবং 3x + 2y 15 = 0
- \forall . $(x, y) = (3, 3); \forall$. (x, y) = (3, 2)

প্রশ্ন–৮ > নিচের সমীকরণগুলো লৰ কর:

- $5^{x+y+1} = 25^{xy}$(ii)
- ক. (i) হতে x কে y এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।
- খ. (i) ও (ii) নং হতে (x, y) নির্ণয় কর।
- গ. (iii) নং সমীকরণদ্বয়কে সমাধান কর।

উন্তর: ক.
$$x = 2y$$
; খ. $(x, y) = (2, 1)$, $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$; গ. $(x, y) = (2, \pm 2)$, $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$

অরুশীলনী ଓ .৭

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর সমাধান

মনে করি, $y=ax^2+bx+c$, তাহলে, x এর যে সকল মানের জন্য y=0 হবে অর্থাৎ লেখচিত্রটি x-অক্ষকে ছেদ করবে, x-এর ঐ সকল মানই $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণটির সমাধান।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

১. $x^2 - x - 12 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে b এর মান কোনটি?

a 0

@ 1

 \bullet -1

a 3

২. $16^x = 4^{x+1}$ সমীকরণটির সমাধান কোনটি?

♠ 2

1

1 1 1 1

ତ୍ତ 3

৩. $x^2 - x - 13 = 0$ হলে সমীকরণটির একটি মূল কোনটি?

 $\frac{-1 + \sqrt{+51}}{2}$

 $\odot \frac{-1 - \sqrt{51}}{2}$

 $\odot \frac{1 + \sqrt{-51}}{2}$

 $\bullet \frac{1+\sqrt{53}}{2}$

8. $y^x = 9, y^2 = 3^x$ সমীকরণ জোটের একটি সমাধান

⊕ (-3, -3)

 $\Theta\left(2,\frac{1}{3}\right)$

 $\bullet \left(-2,\frac{1}{3}\right)$

᠍ (−2, 3)

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫ ও ৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দুইটি ধনাতা্রক পূর্ণ সংখ্যার বর্গের অন্তর 11 এবং গুণফল 30।

৫. সংখ্যা দুইটি কী কী?

⊕ 1 এবং 30

📵 2 এবং 15

5 এবং 6

ন্ত 5 এবং – 6

৬. সংখ্যা দুইটির বর্গের সমষ্টি কত?

সমীকরণটি গঠন করলে হয়—

⊕ 1

@ 5

61

 $\sqrt{41}$

[বি.দ্র. পাঠ্যবইয়ে 41 এর পরিবর্তে 61 হবে] ৭. একটি সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 6। সম্ভাব্য

i. $x + \frac{1}{x} = 6$

ii. $x^2 + 1 = 6x$

iii. $x^2 - 6x - 1 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ଓ ii
- ⊚ i ଓ iii
- gii giii
- g i, ii g iii
- ৮. $2^{px-1} = 2q^{px-2}$ এর সমাধান কোনটি?

a P

1 p

 $\mathfrak{g} - \frac{p}{2}$

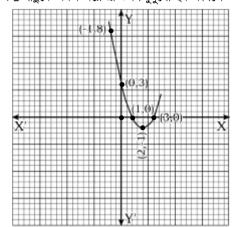
 $\bullet \frac{2}{n}$

লেখচিত্রের সাহায্যে নিচের সমীকরণগুলোর সমাধান কর:

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 - 4x + 3$

সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূ প y এর মান নির্ণয় করি :

X	-1	0	1	2	3
у	8	3	0	-1	0



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অবের উপর (1,0) ও (3,0) বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x=1 বা x=3

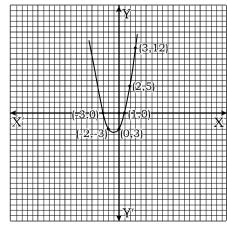
의 1 30 $1 x^2 + 2x - 3 = 0$

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 2x - 3$

সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে অনুরূ প y এর মান নির্ণয় করি :

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
У	0	-3	-4	-3	0	5	12

বর্গের ক্ষুদ্রতম বাহুকে একক ধরে প্রাপত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি।



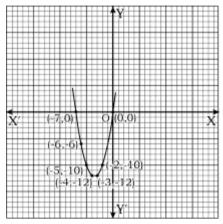
দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অবের উপর (1,0),(-3,0) বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x=1 বা x=-3

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + 7x$

সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্ঞানের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূ প v এর মান নির্ণয় করি :

X	-7	-6	-5	-4	-3	-2	0
у	0	-6	-10	-12	-12	-10	0

বর্গের ক্ষুদ্রতম বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যায় , লেখচিত্রটি x অবের উপর (0,0) ও (-7,0) বিন্দু দিয়ে যায়। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x=0,-7

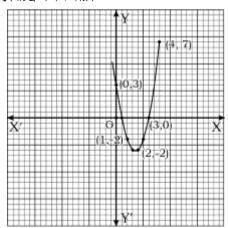
역 1 3 1 2 x² - 7x + 3 = 0

সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 7x + 3$

সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূ প v এর মান নির্ণয় করি :

X	0	1	2	3	4
у	3	-2	-3	0	7

বর্গের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুকে একক ধরে প্রাণত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি x অবের উপর (0.5,0) ও (3,0) বিন্দু দিয়ে যায়। সূতরাং সমীকরণটির সমাধান x=0.5,3

역학 1 > 0 $1 2x^2 - 5x + 2 = 0$

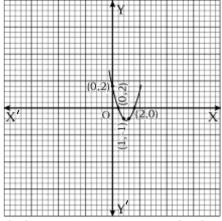
সমাধান : মনে করি, $y = 2x^2 - 5x + 2$

সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূ প y এর মান নির্ণয় করি :

X	0	0.5	1	2

у	2	0	-1	0

বর্গের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুকে একক ধরে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করি।



দেখা যায় , লেখচিত্রটি $_{\mathrm{X}}$ অবের উপর $\left(0.5\;,0
ight)$, $\left(2,0
ight)$ বিন্দু দিয়ে যায়।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x=0.5 \cdot 2$

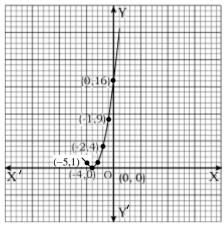
সমাধান: মনে করি,

$$y = x^2 + 8x + 16$$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূ প v এর মান নির্ণয় করি :

X	-5	-4	-3	-2	-1	0
У	1	0	1	4	9	16

সারণিতে স্থাপিত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে লেখচিত্র অজ্জন করি।



দেখা যায় লেখচিত্রটি x অবকে ($-4,\,0$) বিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণে দুটি মূল থাকে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান : x=-4, x=-4

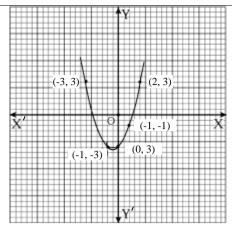
নির্ণেয় সমাধান : x = -4, x = -4

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 + x - 3$

সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুরূ প y এর মান নির্ণয় করি :

X	-1	2	0	- 3	1
у	-3	3	-3	3	-1

বর্গের ক্ষুদ্রতম দুই বাহুকে একক ধরে প্রাণ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করি।



দেখা যায়, লেখচিত্রটি $\mathbf x$ অবের উপর (-2.3 , 0) এবং (1.3 , 0) বিন্দু দিয়ে যায়। সূতরাং সমীকরণটির সমাধান x=-2.3 (প্রায়) বা , x=1.3 (প্রায়)

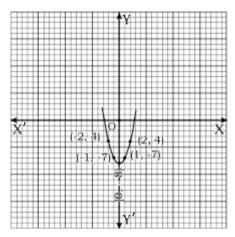
প্রা 1 ১৬ 1 x² = 8

সমাধান : মনে করি, $y = x^2 - 8$

সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য x এর কয়েকটি মান দিয়ে তাদের অনুরু প v এর মান নির্ণয় করি :

X	-2	-1	0	1	2
у	-4	-7	-8	-7	-4

সারণিতে স্থাপিত বিন্দুগুলো ছক কাগজে x অৰ বরাবর ৰুদ্রতম 1 বর্গকে 1 একক এবং v অৰ বরাবর ৰুদ্রতম 1 বর্গকে 1 একক ধরে স্থাপন করে লেখচিত্র অজ্জন করি।



দেখা যায় লেখচিত্ৰটি x-অৰকে মোটামুটি (-2.83, 0) ও (2.83, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।

সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x = -2.83 বা x = 2.83

নির্ণেয় সমাধান : x = -2.83 (প্রায়) বা, x = 2.83 (প্রায়)

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ একটি সংখ্যার বর্গের দিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যাটির বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর।
- খ. সূত্র প্রয়োগ করে ১ম সমীকরণটি সমাধান কর।
- গ. ২য় সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর।

সমাধান:

ক. মনে করি, সংখ্যাটি = xশর্তমতে, $2x^2 = 5x - 3$ 4, $2x^2 - 5x + 3 = 0$ (i)

আবার,
$$3x^2 = 5x + 3$$

$$4i$$
, $3x^2 - 5x - 3 = 0$(ii)

খ. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণটিকে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাওয়া যায়।

a = 2, b = -5, c = 3
∴ x =
$$\frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.3}}{2.2}$$

= $\frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4}$

$$=\frac{5\pm1}{4}$$

হয়,
$$x = \frac{5+1}{4}$$
 অথবা, $x = \frac{5-1}{4}$
$$= \frac{6}{4}$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = 1$$

অর্থাৎ
$$x_1 = \frac{3}{2}$$
 এবং $x_2 = 1$

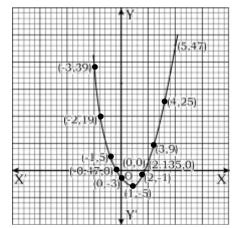
গ. মনে করি, $y = 3x^2 - 5x - 3$

x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ্ক নির্ণয় করি।

x	-3	-2	1	-0.47	0	1	2	2.135	3	4	5
у	39	19	5	0	-3	-5	-1	-7	9	2.5	47

উপরের সমীকরণটিতে প্রাপত বিন্দুগুলো স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র

X–অৰে প্ৰতি 2 বৰ্গকে = 1 একক ধরে Y-অৰে প্ৰতি বৰ্গকে = 2 একক ধরে



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, প্রদত্ত সমীকরণটি একটি পরাবৃত্ত। পরাবৃত্তটি (−0.47,0) এবং (2.13,0) বিন্দুতে ছেদ করে। সমীকরণটির সমাধান x = -0.47, 2.13 (প্রায়)

প্রশ্ন 🏿 ১৮ 🗓 জনাব আশফাক আলীর আয়তাকার এক খণ্ড জমির বেত্রফল 0.12 হেক্টর। জমিটির অর্ধপরিসীমা এর একটি কর্ণ অপেৰা 20 মিটার বেশি। তিনি তার জমি থেকে শ্যামবাবুর নিকট এক আয়তাকার তৃতীয়াংশ বিক্রি করেন। শ্যামবাবুর জমির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ অপেৰা 5 মিটার বেশি। া১ হেক্টর 000,06 বর্গমিটার।

- ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর।
- খ. আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।
- গ. শ্যামবাবুর জমিটির কর্ণের দৈর্ঘ্য ও পরিসীমা নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য = x মিটার

ৰেত্ৰফল = xy বৰ্গমিটার

প্রশ্নতে,
$$xy = 0.12 \times 10,000$$

= 1200 বর্গমিটার



$$20 + \sqrt{x^2 + y^2} = (x + y)$$
(ii)

খ. (ii) হতে পাই,

$$\sqrt{x^2 + y^2} + 20 = x + y$$

বা,
$$(\sqrt{x^2 + y^2})^2 = \{(x + y) - 20\}^2$$

$$\boxed{\textbf{1}, \ x^2+y^2=x^2+y^2+2xy-40x-40y+400}$$

$$40(x + y) + 400 = 0$$

বা,
$$40(x + y) = 2800$$

বা,
$$x + y = 70$$

$$\therefore y = 70 - x$$

(i) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই,

$$x(70 - x) = 1200$$

$$\boxed{3}, 70x - x^2 - 1200 = 0$$

$$\boxed{4}, x^2 - 70x + 1200 = 0$$

$$40x - 30x + 1200 = 0$$

$$\overline{4}$$
, $(x - 40)(x - 30) = 0$

x = 40, 30

(i) নং এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$x = 40$$
 হলে, $y = 30$

$$x=30$$
 হলে, $y=40$

কিন্তু দৈৰ্ঘ্য > প্ৰস্থ

∴ x = 40 এবং y = 30

আশফাক আলীর জমির দৈর্ঘ্য 40 মি. এবং প্রস্থ 30 মি. (Ans.)

গ. ধরি, শ্যামবাবুর জমির প্রস্থ = x মি.

$$\therefore$$
 জমির বেত্রফল = $x(x + 5)$ বর্গ মি.

প্রশ্নতে,
$$x(x+5) = \frac{1}{3} \times 1200$$

বা,
$$x^2 + 5x = 400$$

$$400 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4.1(-400)}}{2.1}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 1600}}{2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{1625}}{2}$$

$$= \frac{-5 + 40.31}{2}$$
 [ধনাত্মক মান নিয়ে]
$$= \frac{35.31}{2}$$

∴ জমির প্রস্থ = 17.655 মি.

∴ জমির কর্ণ
$$= \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$= \sqrt{513.1493 + 311.5226}$$
$$= \sqrt{824.6718}$$
$$= 28.7170$$

∴ কর্ণের পরিমাণ = 28.7170 মি.

পরিসীমা = 2(x + y)

জমির = 2(22.5656 + 17.6556) মি. = 80.6224 মি.

কর্ণের দৈর্ঘ্য 28.72 মিটার প্রোয়) এবং পরিসীমা 80.63 মিটার প্রোয়) (Ans.)

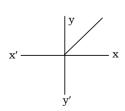
অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

 $\alpha\cdot \mathbf{Q}$: লেখচিত্রের সাহায্যে দ্বিঘাত সমীকরণ $\mathbf{a} \mathbf{x}^2 + \mathbf{b} \mathbf{x} + \mathbf{c} = \mathbf{0} \,\, \text{এর সমাধান}$



সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

١.



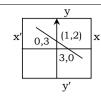
উপরের লেখচিত্রটি কোন সমীকরণ নির্দেশ করে?

(সহজ)

$$\bullet$$
 y = x

$$3x = y$$

$$y = 2x$$



উপরের লেখচিত্রটির সঠিক সমীকরণ কোনটি?

 $x^2 + y^2 - 3 = 0$

x + y - 3 = 0

ax + by + c = 0 এর লেখচিত্র কী ধরনের হবে? **o.**

(সহজ)

(মধ্যম)

সরলরেখা

থা বৃত্ত

পরাবৃত্ত

ত্ব উপবৃত্ত

ঘনকের মাত্রা কয়টি? 8.

(সহজ)

ক্ব 2টি

3₺

প্র 4টি

থ্য 1টি

 $y = 2x^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি? Œ.

(সহজ)









শেখচিত্ৰের অৰ কয়টি? ৬.

(সহজ)

⊕ 0টি

থ 1টি 2₺ ত্ব 3টি

লেখচিত্রের দুই অবের উপরের ডান অংশে কিরু প মান বসে?

(মধ্যম)

- দুইটি ধনাত্মক মান
- ৩) ১টি ধনাতাক ১টি ঋণাতাক মান
- পুইটি ঋণাত্মক মান
- 🕲 x এর ধনাত্মক ও x এর ঋণাত্মক মান
- $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্র x অব স্পর্শ করলে এর মূলগুলো

কিরু প?

(মধ্যম)

📵 অবাস্তব

- (a) বিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট
- **ම** 1

সমান

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

- $x^2 5x + 4 = 0$ দিঘাত সমীকরণের মূলদ্বয় 1এবং 4 হলে
 - i. সমীকরণটির লেখচিত্র x-অৰকে (1, 0) এবং (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করে
 - ii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান ± 3
 - iii. সমীকরণটির নিশ্চায়কের মান 9

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

ii Vi

- i ७ iii
- gii giii
- g i, ii g iii
- ১০. নিচের তথ্যগুলো লৰ কর:

- (কঠিন)
- i. যে মানগুলোর জন্য সমীকরণের উভয়পৰ সমান হয় তা হলো ওই সমীকরণের মূল
- ii. $y = (x 1)^2$ সমীকরণের লেখচিত্র _
- x লেখচিত্রটি x অবের ধনাত্মক অংশে বিস্তৃত

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

● i ଓ ii

(1) i (1)

1ii 🕏 iii

g i, ii g iii

অভিনু তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্রোত্তর

নিচের তথ্যের আলোকে ১৫ ও ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

 $y = x^2 - 2x$

১১. y = 0 হলে, x এর মান নিচের কোনটি?

(মধ্যম)

2, 0

(a) 1, 2

1 3, 4

1 5, 2

১২. সমীকরণটির লেখচিত্র কোন প্রকৃতির হবে?

উপবৃত্ত

থ পরাবৃত্ত

গ্ৰ বৃত্ত

থ্য বৰ্গ

নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি সংখ্যা এবং তার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 2।

১৩. দ্বিঘাত সমীকরণ নিচের কোনটি?

(সহজ)

(সহজ)

(সহজ)

 $\bullet \ x^2 - 2x + 1 = 0$

১৪. সমীকরণটির মূল কয়টি?

2 2.

1 9 3 থ 4

নিচের তথ্যের আলোকে ১৯ – ২১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $y = 2x^2$

১৫. x = 0 হলে, y এর মান কত?

1 y = 1 \bullet y = 0

(সহজ)

(সহজ)

(সহজ)

ⓐ y = 4

১৬. সমীকরণটির লেখচিত্র কোন প্রকৃতির? ● উপবৃত্তাকার 🔞 সরলরেখা ক্তাকার

ত্ত্ব বক্ররেখা

১৭. সমীকরণটির মূল কয়টি?

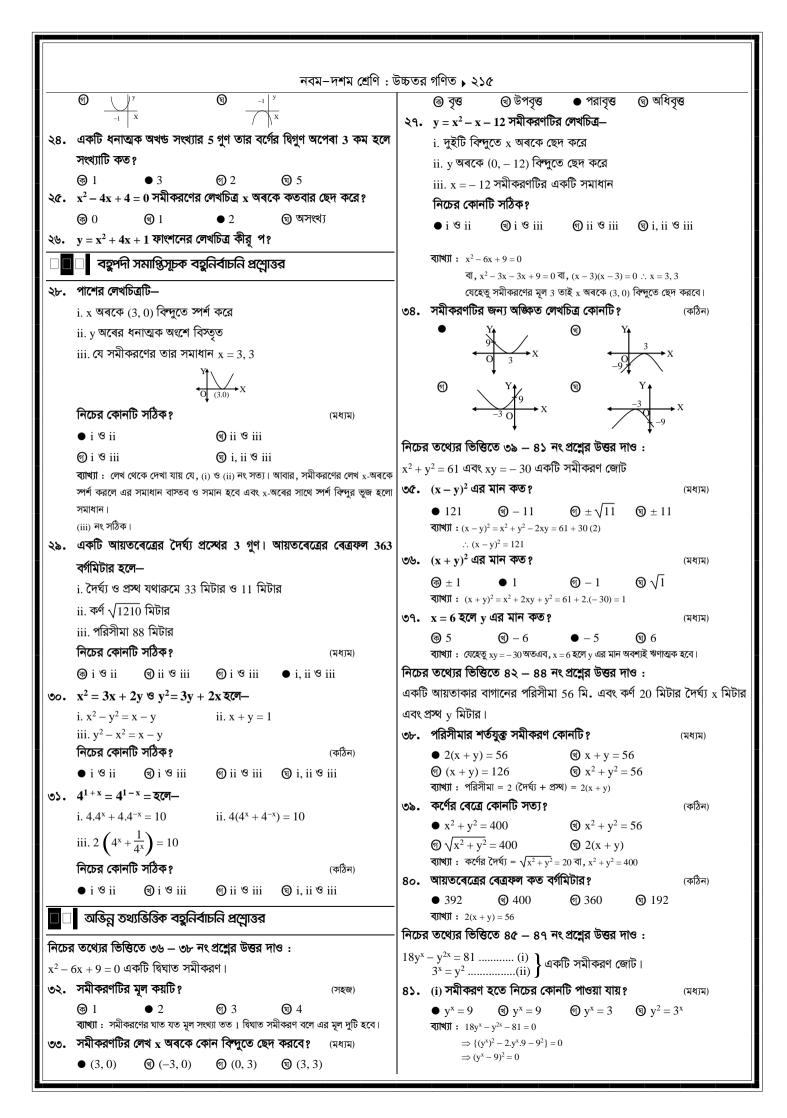
- ক্ত 1টি
 - 2₺
- **1** প্রটি
- ত্ব 4টি

- ১৮. $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটির লেখচিত্র x-অবকে স্পর্শ করলে এর মূলগুলো কিরু প?
 - 📵 অবাস্তব
- সমান
- নিপরীত চিহ্নবিশিষ্ট
- **(1)**
- ১৯. $ax^2 + bx + c = 0$ দিঘাত সমীকরণের লেখচিত্র x- অবকে সর্বাধিক কত বার ছেদ করতে পারে?
- 2
- **1 9 3**
- গ্বি অসংখ্য
- ২০. $y = ax^2 + bx + c$ সমীকরণটি x-অবকে ছেদ বা স্পর্শ না করলে এর মূল

- 雨 অমূলদ
- থ্য বাস্তব ২১. $y^2 + 25x = 0$ সমীকরণের লেখচিত্র কোনটি?
- অবাস্তব
 - ত্ব নেই
 - ত্ব অধিবৃত্ত পরাবৃত্ত
- ২২. y = (x 2)² সমীকরণটির লেখচিত্র y- অবকে কোন বিন্দুতে ছেদ করে?
 - \bigcirc (4, 0)
- \bullet (0, 4) ২৩. $y = 2x^2$ সমীকরণের লেখচিত্র নিচের কোনটি?

ভিপবৃত্ত

- $\mathfrak{g}(0,-4)$ $\mathfrak{g}(4,4)$



 $\therefore \mathbf{v}^{\mathbf{x}} = 9$

8২. x = 2 এর জন্য সমীকরণজোটে y এর মান কত? (মধ্যম)

⊕ 3

- **③** − 3

8৩. x = -2 হলে $(x, y) = \overline{4}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৪৮ – ৫০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

 $x^2 + xy + y^2 = 3$ 8 $x^2 - xy + y^2 = 7$

88.
$$x^2 + y^2 = \overline{\Phi}$$
 ?

(মধ্যম)

10

- **②** 7
- **ସ** −5

ব্যাখ্যা: x² + xy + y² = 3(1) $x^2 - xy + y^2 = 7$ (2) $(1) + (2) \Rightarrow 2(x^2 + y^2) = 10$

 $\therefore x^2 + y^2 = 5$

(মধ্যম)

৪৫. xy = কত? ① ± 2

- **1** 2
- 9 4

ব্যাখ্যা: (1) – (2) \Rightarrow 2xy = –4 : xy = – 2

8৬. $x + y = \overline{\Phi}$?

(মধ্যম)

1 (**1** • ± 1

旬 ± 3 $\odot \pm 2$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $egin{aligned} y^x &= 4 \(i) \ y^2 &= 2^x \(ii) \end{aligned} egin{aligned}$ একটি সমীকরণ জোট।

89. (ii) সমীকরণকে নিম্নোক্ত কোন উপায়ে প্রকাশ করা যায়?

- $(y^x)^2 = 2x$
- ⓐ $y^2 = 2^2$
- $(y^x)^2 = 2^{x^2}$
- $(y^x)^2 = 2^x$

ব্যাখ্যা : y² = 2^x

 $\Rightarrow (y^2)^x = (2^x)^x$ \Rightarrow $(y^x)^2 = 2^{x^2}$

৪৮. x এর মান কত?

(মধ্যম)

- **③** 2 **③** − 2
- ± 2 $\sqrt{2}$
- ৪৯. y এর মান কত?

ব্যাখ্যা: x = 2 হলে পাই,

$$y^2 = 4$$

$$\therefore y = \pm 2$$

আবার x = -2 হলে পাই,

$$y^2 = 2^{-2}$$

$$\Rightarrow$$
 y² = $\frac{1}{4}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫৪ – ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

- 64 729 একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

৫০. ভগ্নাংশটিকে $\frac{3}{2}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যায়? (মধ্যম)

৫১. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে ভগ্নাংশটি কিরু প হবে?

৫২. $\sqrt[3]{rac{3}{2}}$ এর সূচকে প্রকাশ করলে কোনটি পাওয়া যাবে?

•
$$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-18}$$
 3 $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-12}$ **6** $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{-6}$ **7** $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^{18}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৫৭ – ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

 $2^{3x-5} \cdot a^{x-2} = 2^{x-3}$; $2a^{1-x}$; (a > 0) এবং $a \neq \frac{1}{2}$) একটি সূচক সমীকরণ।

তে. প্রদত্ত সূচক সমীকরণের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- $\bullet \ a^{2x-3} = 2^{-2x+3}$
- $2^{2x+3} = a^{2x-3}$
- $2^{2x+3} = a^{-2x-3}$
- $\mathfrak{D} 2^{-2x-3} = a^{-2x-3}$

বাধা : 2^{3x-5}.a^{x-2} = 2^{x-3}.2a^{1-x}

বা ,
$$\frac{a^{x-2}}{a^{1-x}}=\frac{2^{x-2}}{2^{3x-5}}$$
 বা , $a^{2x-3}=2^{-2x+3}$

∴ 'ক' নং সত্য।

- ৫৪. নিচের কোনটি সঠিক?

- \bullet (2a)^{2x-3} = 1
- $(2a)^{2x+3} = 1$

ব্যাখ্যা : a^{2x-3} = 2^{-2x+3}

বা,
$$\frac{a^{2x-3}}{2^{-2x+3}} = 1$$

- বা, $a^{2x-3} \times 2^{-(-2x+3)} = 1$
- বা, $a^{2x-3} \times 2^{2x-3} = 1$
- বা, $(2a)^{2x-3} = 1$

৫৫. সমীকরণটির সমাধান কত?

(মধ্যম)

- (a) $x = \frac{2}{3}$ (b) $x = -\frac{3}{2}$ (c) $x = -\frac{2}{3}$

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রমু<mark>–১ ></mark> একটি সংখ্যার বর্গ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 4 কম।

- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর।
- খ. সূত্র প্রয়োগ করে সমীকরণটি সমাধান কর।
- গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধন কর।
 - 🕨 🕯 ১ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

- ক. মনে করি, সংখ্যাটি x
 - ∴ সমীকরণটি $x^2 = 5x 4$
 - বা, $x^2 5x + 4 = 0$
- খ. 'ক' থেকে পাই,
 - $x^2 5x + 4 = 0$

∴ আমরা জানি,
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.1.4}}{2.1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$= \frac{5 \pm 3}{2}$$

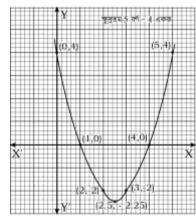
$$= \frac{5 \pm 3}{2} + \frac{5 - 3}{2}$$

$$= \frac{8}{2} \cdot \frac{2}{2} = 4, 1 \therefore x = 4, 1$$

গ. মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$ সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জনের জন্য x এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুর প v এর মান নির্ণয় করি।

~~	,						
X	0	1	2	2.5	3	4	5
у	4	0	-2	-2.25	-2	0	4

প্রাপত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



দেখা যাচ্ছে লেখটি x অবের উপর (1,0) ও (4,0) বিন্দু দিয়ে যায়। সমীকরণের সমাধান x = 1 বা x = 4

প্রমু—২ > y = ax² + bx + c একটি দ্বিঘাত সমীকরণ x-এর যে সকল মানের জন্য $\mathbf{y} = \mathbf{0}$ অর্থাৎ লেখচিত্র \mathbf{x} অবকে ছেদ করবে।



ক.
$$b = c = 0$$
 হলে, $y =$ কী হবে?

খ
$$oldsymbol{.}$$
 লেখচিত্রে ${f x}^2+2{f x}-3=0$ সমাধান কর।

মাধ্যমে সমাধান কর।

🕨 🕯 ২ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. উদ্দীপক হতে,

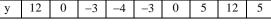
$$y = ax^2 + bx + c$$

সুতরাং,
$$y = ax^2 + 0.x + 0$$

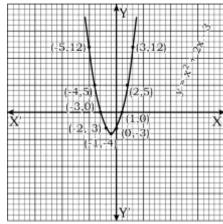
$$\therefore y = ax^2$$

খ. মনে করি, $y = x^2 + 2x - 3$

X	-5	-3	-2	-1	0	1	-4	3	2
---	----	----	----	----	---	---	----	---	---



বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে লেখচিত্র অজ্জন করি।



দেখা যায় লেখাচিত্রটি x অবকে (-3,0) ও (1,0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান x=-3 বা x=1

নির্ণেয় সমাধান : x = -3, 1

গ. উদ্দীপক হতে $y = ax^2 + bx + c$

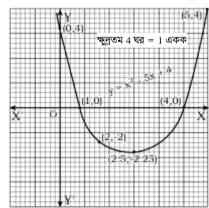
যেহেতু a = 1, b = -5, c = 4 এর জন্য

$$y = x^2 - 5x + 4$$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে এই সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

X	0	1	2	2.5	4	5
y	4	0	-2	-2.25	0	4

উপরের সারণি থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে x অৰ ও y অৰ বরাবর ক্ষ্দ্রতম বর্গের 4 ঘর একক ধরে সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করি।



লেখচিত্রে x অবকে (1,0) ও (4,0) বিন্দুতে ছেদ করেছে। সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, x=1 বা 4।

প্রমূলত $f(x) = 3^x.9^y$ এবং f(y) = 2x - y

এবং $g(x) = -x^2 + 3x - 2$

ক. x = 2 এবং f(x) = 81 **হলে**, y এর মান কত? খ. f(x) = 81 এবং f(y) = 8 হলে, সমীকরণ জোটের

গ. g(x) = 0 হলে, লেখাচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির

সমাধান কর।

🕨 🕯 ৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = 3^x \cdot 9^y$

বা, $3^{2+2y}=3^4$

বা, 2 + 2y = 4

বা, 2y = 2

 \therefore y = 1

f(x) = 81

 3^{x} . $9^{y} = 81$

বা, 3^x . $3^{2y} = 3^4$

বা, $3^{x+2^y} = 3^4$

বা, x + 2y = 4

x = 4 - 2y(i)

আবার, দেওয়া আছে,

f(y) = 8

 $\therefore (2x - y) = 8$

বা, 2(4-2y) - y = 8 [i এর মান বসিয়ে]

বা, 8 - 4y - y = 8

বা, 5y = 8 - 8

 $\therefore \mathbf{v} = 0$

y এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

x = 4 - 2.0

বা, x = 4

∴ x = 4

নির্ণেয় সমাধান : (4, 0)

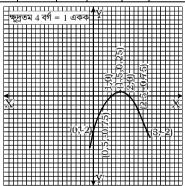
দেওয়া আছে, g (x) = 0

$$\therefore -x^2 + 3x - 2 = 0$$

মনে করি, $y = -x^2 + 3x - 2$

х এর কয়েকটি মানের জন্য у এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ্ক নির্ণয় করি :

X	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
у	-2	-0.75	0	0.25	0	-0.75	-2



ছক কাগজের XOX' বরাবর x অৰ এবং YOY' বরাবর y অৰ এবং ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে প্রাপত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি, সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অবের উপর (1,0) ও (2,0) বিন্দু দিয়ে গেছে।

 \therefore সমীকরণটি সমাধান, x = 1, বা 2

নির্ণেয় সমাধান : x = 1, 2

প্রশ্ন – 8 \Rightarrow রাশিদ্বয় লব কর : (x-1) এবং (x-4)

- ক. রাশিদ্বয়ের গণফল নির্ণয় কর।
- খ. প্রাপ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে সমীকরণ গঠন কর এবং প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে x এর কয়েকটি মানের জন্য
 - সমীকরণের লেখের কয়েকটি কিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।
- গ. প্রাপত মানসমূহ ব্যবহার করে লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর।

🕨 🕯 ৪ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. রাশিদ্বয়ের গুণফল (x-1)(x-4)

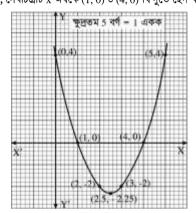
$$= x^{2} - 4x - x + 4$$
$$= x^{2} - 5x + 4$$

খ. প্রাশ্ত গুণফল শূন্যের সমান হলে প্রাশ্ত সমীকরণ, $x^2 - 5x + 4 = 0$ মনে করি, $y = x^2 - 5x + 4$

x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করি:

X	0	1	2	2.5	3	4	5
y	4	0	-2	-2.25	-2	0	4

ছক কাগজের ক্ষ্দুতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে 'খ' এ প্রাশ্ত বিন্দুগুলা স্থাপন করি এবং সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অবকে (1, 0) ও (4, 0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সমীকরণের সমাধান : x = 1 বা x = 4

প্ৰশ্ন–৫ > দিঘাত সমীকরণটি লৰ কর : ax² + bc + c = 0

- ক. প্রদত্ত সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর কোন সকল মান সমীকরণটির সমাধান নির্দেশ করবে?
- খ. a=-1, b=3 এবং c=-2 হলে সমীকরণটি কিরূ প দাঁড়ায় ? প্রাপত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ্ক নির্ণয় কর।
- গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটি সমাধান কর।

১ ব ৫ নং প্রশ্রের সমাধান ১ ব

8

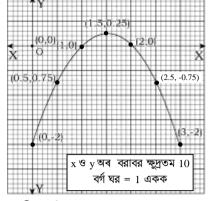
- ক. প্রদত্ত সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করলে x এর যে সকল মানের জন্য লেখচিত্রটি x অবকে ছেদ করবে x এর ঐ সকল মানই $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণটির সমাধান।
- খ. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণে a = -1, b = 3 এবং c = -2 বসিয়ে পাই, $x^2 + 3x - 2 = 0$ মনে করি $y = -x^2 + 3x - 2$

এখন, x এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ্ক নির্ণয় করি:

x 0 0.5 1 1.5 2 2.5 3

у	-2	-1,75	0	0.25	0	-0.75	-2	

গ. ছক কাগজের উভয় অৰ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাশ্ত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অজ্জন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x–অৰকে (1,0) ও (2,0) বিন্দুতে ছেদ করেছে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান $x=1,\;x=2$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$
ধরি,

 $y = 2x^2 - 5x + 3$ (i)

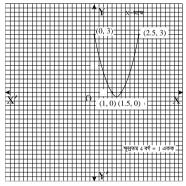
x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে (i) নং সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ্ক নির্ণয় করি।

Ī	X	2.5	1	1.5	0	3	4
	у	3	0	0	3	6	15

ছক থেকে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো হলো:

(1,0), (3,6), (4,15), (0,3) (1.5,0) (2.5,3) |

এখন, XOX' বরাবর X–অৰ, YOY' বরাবর Y অব ও O মূলবিন্দু। ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং পরস্পর যোগ করি।



লেখচিত্ৰ থেকে দেখা যায়, বক্ৰরেখাটি x অৰকে x=1 এবং $x=rac{3}{2}$ বিন্দুতে ছেদ করেছে।

নির্ণেয় সমাধান : $x = 1, \frac{3}{2}$

উত্তর : ক. x = 3 বা 1

설계 - ৬ > একটি সংখ্যার বর্গের দ্বিগুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 কম। কিন্তু ঐ সংখ্যার বর্গের 3 গুণ সংখ্যাটির 5 গুণ থেকে 3 বেশি।

- ?
- ক. উদ্দীপকের তথ্যগুলোর সাহায্যে সমীকরণ গঠন কর।
- খ. সূত্র প্রয়োগ করে ২য় সমীকরণটির সমাধান কর। 8
- গ. ১ম সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর। 8

১ ৬ নং প্রশ্রের সমাধান ১ ব

ক. ধরি, সংখ্যাটি = X

প্রশ্নমতে,

$$2x^2 = 5x - 3$$

$$\therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

এবং
$$3x^2 = 5x + 3$$

$$3x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$
 $3x^2 - 5x - 3 = 0$ (Ans.)

খ. 'ক' হতে পাই, ২য় সমীকরণটি,

$$3x^2 - 5x - 3 = 0$$

উপরিউক্ত সমীকরণকে দ্বিঘাত সমীকরণের সাধারণ রূপ

$$ax^2 + bx + c = 0$$
 এর সাথে তুলনা করে পাই,

আমরা জানি.

দিঘাত সমীকরণের মূলদয়,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3(-3)}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 36}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{61}}{6}$$

সমীকরণটির একটি মূল $\dfrac{5+\sqrt{61}}{6}$ এবং অপরটির $\dfrac{5-\sqrt{61}}{6}$ (Ans.)

গ. 'ক' হতে পাই, ১ম সমীকরণটি,

সৃজনশীল প্রশ্বব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-৭ ightarrow $x^2-4x+3=0$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

- ক. সমীকরণের মূল কয়টি ও কী কী নির্ণয় কর।
- ২
- খ. সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্জ নির্ণয় কর।
- গ. সমীকরণটির লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর।
- 8

2 가 \Rightarrow $x^2 + 8x + 16 = 0$

ক. সমীকরণটির সমাধান কর।

٥

খ. লেখচিত্র অজ্জনের জন্য লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ্ক নির্ণয় কর।

গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করে লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. x = 4

খ.	X	- 5	-4	- 3	-2	- 1
	у	1	0	1	4	9

গ. x = -4

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশু ও সমাধান

প্রশ্ন–৯ > x একটি সংখ্যা যার বর্গ 8.

ক. উদ্দীপকের আলোকে একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. প্রাপ্ত সমীকরণের নিশ্চায়কের সাহায্যে সমীকরণটির মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং সূত্রের সাহায্যে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় কর।

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটির মূলদ্বয় নির্ণয় করে এর সত্যতা যাচাই কর।

🕨 🕯 ৯ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. দেওয়া আছে, x সংখ্যাটির বর্গ ৪

$$\therefore x^2 = 8$$

বা, $x^2 - 8 = 0$

এটিই নির্ণেয় দ্বিঘাত সমীকরণ।

খ. প্রদন্ত সমীকরণ $x^2 - 8 = 0$ (i)

 $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 1, b = 0, c = -8$$

∴ সমীকরণিটর নিশ্চায়ক = $b^2 - 4ac$

$$=0^2-4.1(-8)=32$$

এখানে, প্রদন্ত সমীকরণটির নিশ্চায়ক 32, যা শূন্য অপেৰা বড় কিন্তু পূর্ণবর্গ নয়।

∴ সমীকরণটির মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান ও অমূলদ হবে।

আবার , সমীকরণটির সমাধান $x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $=rac{0\pm\sqrt{32}}{2\cdot 1}$ $=rac{\pm\sqrt{32}}{2}=\pmrac{2\sqrt{8}}{2}$ $=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$

এখানে, $\mathbf{x}^2-8=0$ সমীকরণটির মূলদ্বয় $\mathbf{x}=2\sqrt{2}$ ও — $2\sqrt{2}$ যারা, বাস্তব, অসমান ও অমূলদ।

গ. এখানে, $x^2 = 8$

$$\therefore x^2 - 8 = 0$$

মনে করি, $y = x^2 - 8$ (i)

সর্বনিমু বিন্দুর জন্য $y = x^2 - 8$

$$(x-0)^2 - 8$$

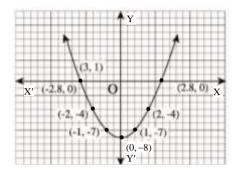
 $\therefore x = 0$ **হলে** y = -8

∴ মোচড় বিন্দু (0, – 8)

(i) নং সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্ঞানের জন্য ${\bf x}$ এর কয়েকটি মান নিয়ে তাদের অনুর প ${\bf y}$ এর মান নির্ণয় করি :

	. ~	-					
X	-3	-2	-1	0	1	2	3
у	1	-4	-7	-8	-7	-4	1

সারণিতে প্রাশত বিন্দুগুলো ছক কাগজের স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্জন করি।



দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x-অৰকে $(-2.8,\,0)$ ও (2.8,0) বিন্দুতে ছেদ করে।

নির্ণেয় সমাধান : x = -2.8 (প্রায়), 2.8 (প্রায়) (Ans.)

외제 - > 0 > (2x + 3) (y - 1) = 14

এবং (x-3)(y-2) = -1 একটি দুই চলকবিশিষফ্ট সমীকরণ জোট।

ক. প্রথম সমীকরণ থেকে y এর মানকে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. প্রাপ্ত y কে দিতীয় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করে দেখাও যে, $2x^2 - 19x + 30 = 0$

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে 'খ' এ প্রাপ্ত সমীকরণটিকে সমাধান কর।

🄰 🕯 ১০ নং প্রশ্রের সমাধান 🌬

ক. দেওয়া আছে.

$$(2x + 3) (y - 1) = 14$$
(i)

$$(x-3)(y-2) = -1$$
....(ii)

(i) নং থেকে পাই.

$$(2x + 3)(y - 1) = 14$$

বা,
$$y - 1 = \frac{14}{2x + 3}$$

$$\therefore y = \frac{14}{2x+3} + 1$$

খ. 'ক' থেকে পাই.

$$y = \frac{14}{2x + 3} + 1$$
(iii)

(iii) নং থেকে প্রাশ্ত y এর মান (ii) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(x-3)$$
 $\left(\frac{14}{2x+3}+1-2\right)=-1$

$$\overline{4}$$
, $(x-3)\left(\frac{14}{2x+3}-1\right)=-1$

$$\overline{4}$$
, $(x-3)\left(\frac{14-2x-3}{2x+3}\right)=-1$

$$\boxed{\text{1}, \frac{(x-3)(11-2x)}{(2x+3)} = -1}$$

$$\overline{4}$$
, $(x-3)(11-2x) = -(2x+3)$

$$\boxed{4}, 11x - 2x^2 - 33 + 6x = -2x - 3$$

$$4$$
, $-2x^2 + 17x - 33 + 2x + 3 = 0$

$$\boxed{4}, -2x^2 + 19x - 30 = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 19x + 30 = 0$$
 (দেখানো হলো)

'খ' থেকে পাই. গ্ৰ

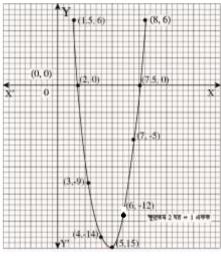
$$2x^2 - 19x + 30 = 0$$

মনে করি,
$$y = 2x^2 - 19x + 30$$

তখন x-এর কয়েকটি মানের জন্য y এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ নির্ণয় করি।

X	1.5	2	3	4	5	6	7	7.5	8
у	6	0	-9	-14	-15	-12	-5	0	6

ছক কাগজে ক্ষ্দুতম 2 ঘর সমান 1 একক ধরে বিন্দুগলো স্থাপন করি। দেখা যায় যে, লেখচিত্রটি x অৰকে (2,0) ও (7.5,0) বিন্দুতে ছেদ করে।



সুতরাং সমীকরণটির সমাধান, x=2 বা, x=7.5.

প্রমু−১১১ x² – 4x + 4 = 0 একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।

- ক. সমীকরণটির নিশ্চায়ক কত?
- খ. নিশ্চায়কের মান থেকে মূলের প্রকৃতি নির্ণয় কর এবং সমীকরণটি সমাধান করে এর সত্যতা যাচাই কর।
- গ. প্রদত্ত সমীকরণটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে গৃহীত সিদ্ধান্তের সত্যতা যাচাই কর।

🕨 🕯 ১১ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

- ক. প্রদত্ত সমীকরণ $x^2 4x + 4 = 0$ (i)
 - (i) নং সমীকরণকে দিঘাত সমীকরণের আদর্শরু প $ax^2 + bx + c = 0$ এর সাথে তুলনা করে পাই,

$$a = 1, b = -4, c = 4$$

$$=(-4)^2-4\cdot 4\cdot 1$$

$$= 16 - 16 = 0$$
 (Ans.)

খ. $x^2 - 4x + 4 = 0$ সমীকরণের নিশ্চায়ক = 0

আমরা জানি, কোনো দ্বিঘাত সমীকরণের নিশ্চায়কের মান শূন্য (0) হলে এর মূলদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে।

এখন , সমীকরণটির সমাধান
$$x=rac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$\overline{4}$$
, = $x = \frac{4+0}{2}$, $\frac{4-0}{2}$

$$\therefore x = 2, 2$$

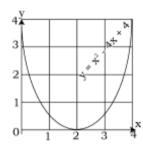
অর্থাৎ মূলদ্বয় সমান। : সত্যতা যাচাই হলো।

গ. মনে করি, $y = x^2 - 4x + 4$

x এর কয়েকটি মানের জন্য v এর মান নির্ণয় করে লেখচিত্রের জন্য কয়েকটি বিন্দুর স্থানাজ্ঞ্ক করি:

X	0	1	1.5	2	2.5	3	4
у	4	1	0.25	0	0.25	1	4

উপরের সারণি হতে প্রাশ্ত বিন্দুগলো ছক কাগজে স্থাপন করে সমীকরণটির লেখচিত্র অঙ্কন করি। লেখচিত্রে দেখা যায় যে এটি x অৰকে (2,0)বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। যেহেতু দিঘাত সমীকরণের দুইটি মূল থাকে, সেহেতু সমীকরণটির সমাধান হবে x=2, x=2



প্রমূ–১২ > একটি সংখ্যার বর্গের থেকে সংখ্যাটির চার গুণ বিয়োগ করে 3 যোগ করলে সংখ্যাটির মান শূন্য হয়।

- ক. উদ্দীপকের আলোকে x চলক ধরে সমীকরণ গঠন কর।
- খ. সমীকরণটি সমাধান কর (সূত্র প্রয়োগ করে)।
- গ. সমীকরণটির লেখচিত্র অজ্ঞ্জন করে সমাধানের সত্যতা যাচাই কর।

🕨 🕯 ১২ নং প্রশ্রের সমাধান 🕨 🕯

ক. ধরি, সংখ্যাটি x

প্রশ্নতে,
$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

খ. 'ক' থেকে প্রাপত সমীকরণটি,

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$4$$
, $1.x^2 + (-4)x + 3 = 0$

এখানে,
$$a = 1$$
, $b = -4$ ও $c = 3$

আমরা জানি,

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.1.3}}{2.1}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}$$

$$4\pm2$$

$$=\frac{4\pm2}{2}$$

$$=\frac{4+2}{2} \, \overline{a}, \, \frac{4-2}{2}$$

$$=\frac{6}{2}$$
 বা, $\frac{2}{2}$

= 3 বা, 1

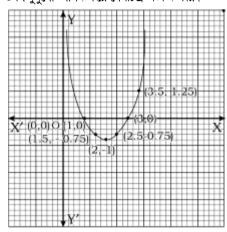
নির্ণেয় সমাধান : x = 1 বা, 3

গ. ধরি, $y = x^2 - 4x + 3$

এখন x-এর কয়েকটি মানের জন্য y-এর মান নির্ণয় করে প্রদ**ত** সমীকরণের লেখের কয়েকটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করি :

X	1	1.5	2	2.5	3	3.5
У	0	-0.75	-1	-0.75	0	1.25

ছক কাগজের উভয় অৰ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 4 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 1 একক ধরে প্রাপত বিন্দুগুলো স্থাপন করে লেখচিত্র অজ্ঞকন করি।



লেখচিত্র থেকে দেখা যায় যে, x-অৰকে (1, 0) ও (3, 0) কিন্দুতে ছেদ করেছে। যেহেতু দ্বিঘাত সমীকরণের 2টি সমাধান থাকে।

নির্ণেয় সমাধান : x = 1 বা, 3

'খ' থেকে প্রাশ্ত মূল ও 'গ' এর লেখচিত্র থেকে প্রাশ্ত মূল সমান। অতএব, সমীকরণটির সমাধানের সত্যতা যাচাই করা হলো।

역제
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

$$P(x) = x^2 - 9x - 6$$

$$Q(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x}$$

- ক. $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ এবং } f(x) = 0\}$ হলে $n(A) = \overline{\Phi}$?
- খ. $\frac{\mathrm{P}(\mathrm{x})}{f(\mathrm{x})}$ কে আংশিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

গ. $Q(x) = \sqrt[3]{2}$ হলে সমাধান সেট নির্ণয় কর।

🕨 🕯 ১৩ নং প্রশ্রের সমাধান 🌬

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x : x \in \mathbb{N} \ \text{এবং} f(x) = 0\}$

এবং
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

এখন , f(x) = 0

এখন,
$$f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 6 = 0$$

$$f(2) = 2^3 - 6 \cdot 2^2 + 11 \cdot 2 - 6 = 0$$

$$f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 11 \cdot 3 - 6 = 0$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$\therefore A = \{1, 2, 3\}$$

সুতরাং n(A) = 3 (Ans.)

$$\forall . \quad \frac{P(x)}{f(x)} = \frac{x^2 - 9x - 6}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)}$$

ধরি,
$$\frac{x^2-9x-6}{(x-1)(x-2)(x-3)} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x-3}$$
......(i)

এখন, x = 1, (ii) এ বসাই,

$$1^2 - 9.1 - 6 = A(1 - 2)(1 - 3) + B.0 + C.0$$

বা,
$$2A = -14$$

$$\therefore A = -7$$

আবার, x = 2 হলে (ii) হতে পাই,

$$2^2 - 9.2 - 6 = A.0 + B(2 - 1)(2 - 3) + C.0$$

বা,
$$4 - 18 - 6 = B(1) \cdot (-1)$$

বা,
$$-B = -20$$

এবং x = 3 হলে (ii) হতে পাই,

$$3^2 - 9.3 - 6 = A.0 + B.0 + C(3 - 1)(3 - 2)$$

$$4$$
, $9 - 27 - 6 = 2.1.C$

$$\therefore$$
 C = -12

এখন, A, B ও C এর মান (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x^2 - 9x - 6}{(x - 1)(x - 2)(x - 3)} = \frac{-7}{x - 1} + \frac{20}{x - 2} + \frac{-12}{x - 3}$$

$$\therefore \frac{P(x)}{f(x)} = \frac{-7}{x-1} + \frac{20}{x-2} - \frac{12}{x-3}$$

ইহাই নির্ণেয় আর্থশিক ভগ্নাংশরূ পে প্রকাশ। (Ans.)

গ. দেওয়া আছে.

$$Q(x) = \sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x}$$
 এবং $Q(x) = \sqrt[3]{2}$

তাহলে,
$$\sqrt[3]{1+x} + \sqrt[3]{1-x} = \sqrt[3]{2}$$

$$\overline{4}, (1+x)^{\frac{1}{3}} + (1-x)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

এরপর অনুশীলনী ৫.২ এর উদাহরণ-৬ এর সমাধান দেখ।