বীজগনিতীয় সুত্রাবলি ও প্রয়োগঃ

প্রশ্ন ১। সুত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর বর্গ নির্নয় করঃ (খ) 6x + 3 (গ) 7 p + 2q (**本**) 5a + 7b (ঘ) ax - by (영) x + xy 3 (F) 11a -12b (ছ) 6x2 y -5xy 2 (জ) - x - y (ঝ) - xyz - abc (郅) a2x3 - b2 y4 (ট) 108 (ঠ) 606 (ট) a - b + c (৭) ax + b + 2(ড) 597 ($\overline{9}$) xy + yz -zx ($\sqrt{9}$) 3 p + 2q - 5r ($\overline{7}$) x² - y² - z² (**本**) 5a + 7b সমাধান: 5a + 7b এর বর্গ $=(5a+7b)^2$ $=(5a)^2+2*(5a)*(7b)+(7b)^2$ $=25a^2+70ab+49b^2$ (킥) 6x + 3 সমাধান: 6x + 3 এর বর্গ $= (6x + 3)^2$ $= (6x)^2 + 2 * (6x) * (3) + (3)^2$ $= 36 \times 2 + 36 \times + 9$ (গ) 7 p + 2q সমাধান: 7p + 2a এর বর্গ $= (7p + 2q)^2$ $= (7p)^2 + 2 * (7 p) * (2q) + (2q)^2$ $= 49p^2 + 28pq + 4q^2$ (ঘ) ax - by সমাধান: ax + by এর বর্গ $= (ax -by)^2$ $= (ax)^2 - 2 * (ax) * (by) + (by)^2$ $= a^2 x^2 - 2abxy + b^2 y^2$ (영) x³ + xy সমাধান: x³ + xy এর বর্গ $= (x^3 + xy)^2$ $= (x^3)^2 + 2 * (x^3) * (xy) + (xy)^2$ $= x^{6} + 2x^{4}y + x^{2}y^{2}$ (চ) 11a -12b

সমাধান:

11a -12b এর বর্গ = (11a -12b)²

 $= (11a)^2 - 2* (11a) * (12b) + (12b)^2$

```
= 121a^2 + 264 ab + 144 b^2
(ছ) 6x<sup>2</sup> y - 5xy<sup>2</sup>
সমাধান:
6x² y - 5xy² এর বর্গ
= (6x^2 y - 5xy^2)^2
= (6x^2 y)^2 - 2*(6x^2 y)*(5xy^2) + (5xy^2)^2
= 36 \times 4 y^2 - 60 \times 3 y^3 + 25 \times 2 y^4
(জ) - x - y
সমাধান:
-x - y এর বর্গ
= (-x - y)^2
= \{-(x + y)\}^2
= (x + y)^2
= y^2 + 2xy + y^2
(작) -xyz- acb
সমাধান:
-xyz- abc এর বর্গ
= (-xyz - abc)^2
= \{-(xyz + abc)\}^2
= (xyz + abc)^2
= (xyz)^2 + 2* (xyz)* (abc) + (abc)^2
= x^2 y^2 z^2 + 2xyzabc + a^2b^2c^2
(43) a^2x^3 - b^2y^4
সমাধান:
a²x³ - b² y⁴ এর বর্গ
= (a2 x^3 - b2 y^4)^2
= (a^2x^3)^2 - 2*(a^2x^3)*(b^2y^4) + (b^2y^4)^2
= a^4 x^6 - 2a^2b^2 x^3 y^4 + b^4 y^8
(ট) 108
সমাধান:
108 এর বর্গ
= (108)^2
= (100 + 8)^2
= (100)^2 + 2 \times (100) \times (8) + (8)^2
= 10000 + 1600 + 64
= 11664
(ঠ) 606
সমাধান:
606 এর বর্গ
= (606)^2
= (600 + 6)^2
= (600)^2 + 2*(600)*(6) + (6)^2
= 360000 + 7200 + 36
= 367236
```

(ড) 597 সমাধান: 597 এর বর্গ = (597)² = (600 -3)² = (600)² - 2* (600) * (3) + (3)² = 360000 - 36000 + 9 = 360009 - 3600 = 356409 (চ) a - b + c সমাধান: a - b +c এর বর্গ = (a - b + c)² = {(a - b) + c}² = (a - b)² + 2*(a - b)* (c) + (c)²

= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac

(৭) ax + b + 2

সমাধান: ax + b + 2 এর বর্গ $= (ax + b + 2)^2$ $= \{(ax + b) + 2\}^2$ $= (ax + b)^2 + 2* (ax + b)* (2) + (2)^2$ $= a^2x^2 + 2abx + b^2 + 4ax + 4b + 4$

 $= a^2 x^2 + b^2 + 2abx + 4b + 4ax + 4$

(ত) xy + yz + zx

সমাধান:

$$xy + yz - zx$$
 এর বর্গ
= $(xy + yz + zx)^2$
= $\{xy + (yz - zx)\}^2$
= $(xy)^2 + 2*(xy)*(yz-zx)+(yz-zx)^2$
= $x^2 y^2 + 2xy2 z - 2x^2 yz + (yz)^2 - 2(yz)(zx) - (zx)^2$
= $x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 - 2x^2yz + 2xy^2z - 2xyz^2$

(থ) 3 p + 2q - 5r

সমাধান:

3p + 2q - 5r এর বর্গ
=
$$(3 p + 2q - 5r)^2$$

= $\{3 p + (2q - 5r)\}^2$
= $(3p)^2 + 2*(3p)*(2q-5r) + (2q-5r)^2$
= $9p^2 + 12pq - 30qr + (2q)^2 - 2(2q)(5r) + (5r)^2$
= $9p^2 + 12pq - 30qr + 4q^2 - 20qr + 5r^2$
= $9p^2 + 4q^2 + 5r^2 + 12pq - 30qr - 20qr$

$(\overline{n}) x^2 - y^2 - z^2$

সমাধান:

```
x² -y² -z² এর বর্গ
= (x^2 - y^2 - z^2)^2
= \{(x^2 - y^2) - z^2\}2
= (x^2 - y^2)^2 - 2*(x^2 - y^2)*(z^2) + (z^2)^2
= x^4 - 2x^2 y^2 + y^4 - 2x^2 z^2 + 2x^2 z^2 + z^4
= x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2 y^2 + 2y^2z^2 - 2x^2z^2
(원) 7a<sup>2</sup> + 8b<sup>2</sup> - 5c<sup>2</sup>
সমাধান:
7a<sup>2</sup> + 8b<sup>2</sup> - 5c<sup>2</sup> এর বগ⊓
= (7a^2 + 8b^2 - 5c^2)^2
= {7a^2 + (8b^2 - 5c^2)}^2
= (7a^2)^2 + 2(7a^2)(8b^2 - 5c^2) + (8b^2 - 5c^2)^2
= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + (8b^2)^2 - 2(8b^2)(5c^2) - (5c^2)^2
= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + 64b^4 - 80b^2c^2 + 25c^4
= 49a^4 + 64b^4 + 25c^4 + 112a^2b^2 - 80b^2c^2 - 70a^2c^2
প্রশ্ন ২। সরল করঃ
\Phi. (x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2
(\forall) (2a+3b)^2 - 2(2a+3b)(3b-a) + (3b-a)^2
(গ) (3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2
(\forall) (8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2
(\%) (5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)
\Phi. (x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)2
সমাধান:
ধরি, x + y = a
এবং x - y = b
∴ প্রদন্ত রাশি= a²+2ab+b²
                    =(x+y+x-y)<sup>2</sup> [a ও b এর মান বসিয়ে পাই]
                    =(2x)^2
                    =4x^{2}
(킥) (2a+3b)² -2(2a +3b)(3b-a) +(3b-a)²
সমাধানঃ
ধরি, 2a+3b=x
এবং, 3b-a=y
∴ প্রদত্ত রাশি=x²-2xy+y²
                     ={(2a+3b)-(3b-a)}² [x,y এর মান বসাই]
                    =(2a+3b-3b+a)^2
                     =(3a)^2
                    =9a^{2}
(\Re) (3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 + 7y^2)^2
সমাধানঃ
(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2
=\{(3x^2+7y^2)+(3x^2-7y^2)\}^2
=(3x^2 +7y^2 + 3x^2 -7y^2)^2
```

```
=(6x^2)^2
=36x^{4}
(\forall) (8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2
সমাধানঃ
(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2
=(8x + y)^2 - 2(8x + y)(5x + y) + (5x + y)^2
=\{(8x+y)-(5x+y)\}^2
=(8x+y-5x-y)^2
=(3x)^2
=9x^2
(\$) (5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)
সমাধানঃ
(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)
=\{(5x^2-3x-2)-(2+5x^2-3x)\}^2
=(5x^2 - 3x - 2 - 2 - 5x^2 + 3x)^2
=(-4)^2
=16
প্রশ্ন ৩। সুত্র প্রয়োগ করে গুনফল নির্নয় করঃ
(\Phi)(x + 7)(x - 7)
                                   (킥) (5x +13)(5x -13)
(\mathfrak{I}) (xy + yz)(xy - yz)
                                  (되) (ax + b)(ax - b)
(\%) (a + 3)(a + 4)
                                  (\nabla) (ax + 3)(ax + 4)
(夏) (6x +17)(6x -13)
                                  (\mathfrak{G})(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)
(3) (ax - by + cz)(ax + by - cz) (3a -10)(3a - 5)
(\overline{b}) (5a + 2b - 3c)(5a + 2b +3c) (\overline{b}) (ax + by + 5)(ax + by + 3)
(本) (x + 7)(x - 7)
সমাধানঃ
(x + 7)(x - 7)
=x^2-7^2
=x^2-49
(킥) (5x +13)(5x -13)
সমাধানঃ
(5x +13)(5x -13)
=(5x)^2-(13)^2
=25x^2-169
(\mathfrak{I}) (xy + yz)(xy - yz)
সমাধানঃ
(xy + yz)(xy - yz)
=(xy)^2 - (yz)^2
= x^2 y^2 - y^2 z^2
(되) (ax + b)(ax - b)
সমাধানঃ
(ax + b)(ax - b)
=(ax)^2 - (b)^2
```

```
=a^2 x^2-b^2
(3) (a + 3)(a - 4)
সমাধানঃ
(a + 3)(a + 4)
আমরা জানি, (x+a)(x+b)=x²+(a+b)x+ab
(a + 3)(a + 4)
=a^2+(3+4)a+(3)(4)
=a^2+7a+12
(\overline{b})(ax + 3)(ax + 4)
সমাধানঃ
(ax + 3)(ax + 4)
আমরা জানি, (x+a)(x+b)=x²+(a+b)x+ab
(ax + 3)(ax + 4)
=(ax)^2+(3+4)ax+(3)(4)
=a^2x^2+7ax+12
(句) (6x +17)(6x -13)
সমাধানঃ
(6x + 17)(6x - 13)
আমরা জানি,
(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab
\therefore (6x + 17)(6x - 13)
= (6x)^2 + (17 - 13)6x - (17)(13)
= 36x^2 + 4x - 221
(জ) (a² + b² )(a² - b² )(a⁴ + b⁴ )
সমাধানঃ
(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)
=\{(a^2)^2-(b^2)^2\}(a^4+b^4)
=(a^4 - b^4)(a^4 + b^4)
=(a^4)^2 - (b^4)^2
=a^{8}-b^{8}
(작) (ax - by + cz)(ax + by - cz)
সমাধানঃ
(ax - by + cz)(ax + by - cz)
=\{(ax - (by - cz))\}\{(ax) + (by - cz)\}
= (ax)^2 - (by - cz)^2
=a^2x^2-\{(by)^2-2(by)(cz)+(cz)^2\}
=a^2x^2-b^2y^2+2bcyz-c^2z^2
(의) (3a -10)(3a - 5)
সমাধানঃ
(3a - 10)(3a - 5)
আমরা জানি,
(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab
∴(3a -10)(3a - 5)
=(3a)^2-(10+5)3a+(10)(5)
```

 $=9a^2-(15)3a+50$

```
=9a^2-45a+50
(\overline{b}) (5a + 2b - 3c)(5a + 2b +3c)
সমাধানঃ
(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)
=\{(5a + 2b) - (3c)\}\{(5a + 2b) + (3c)\}
=(5a + 2b)^2 - (3c)^2
= (5a)^2 + 2(5a)(2b) + (2b)^2 - (3c)^2
=25a^2 + 20ab + 4b^2 - 9c^2
(\delta) (ax + by + 5)(ax + by + 3)
সমাধানঃ
(ax + by + 5)(ax + by + 3)
আমরা জানি,
(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab
(ax + by + 5)(ax + by + 3)
=(ax + by)^2 + (5 + 3)(ax + by) + (5)(3)
=(ax)^2 + 2(ax)(by) + (by)^2 + 8(ax + by) + 15
=a^2 x^2 + 2abxy + b^2 y^2 + 8ax + 8by) + 15
প্রশ্ন ৪। a=4, b=6 এবং c=3 হলে 4a²b²-16ab²c+16b²c² এর মান নির্নয় কর।
সমাধানঃ
দেওয়া আছে,
a=4, b=6 এবং c=3
প্রদত্ত রাশি=4a²b²-16ab²c+16b²c²
         = (2ab)^2 - 2*2ab*4bc+(4bc)^2
      =(2ab - 4bc)^2
      = (2 * 4* 6 - 4 * 6* 3)<sup>2</sup> [a, b ও c এর মান বসিয়ে]
      =(48 - 72)^2
      = (-24)^2
      =576
নির্নেয় মান 576
প্রশ্ন ৫। x-1/x=3 হলে, x²+1/x² এর মান নির্নয় কর।
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, x-1/x=3
প্রদত্ত রাশি= x<sup>2</sup>+1/x<sup>2</sup>
        =(x-1/x)^2+2*x*1/x
        =3<sup>2</sup>+2 (মান বসিয়ে)
        =9+2
         =11
নির্নেয় মান 11
প্রশ্ন ৬। a+1/a=4 হলে, a⁴+1/a⁴ এর মান কত?
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, a+1/a=4
প্রদত্ত রাশি= a4+1/a4
```

 $=(a^2)^2+(1/a^2)^2$

 $= (a^2+1/a^2)^2-2*a^2*1/a^2$ $= \{(a+1/a)^2-2*a*1/a\}-2$

```
={(4)<sup>2</sup>-2}<sup>2</sup>-2 [মান বসিয়ে]
        =(16-2)^2-2
       =(14)^2-2
      =196-2
      =194
প্রম ৭। m = 6, n = 7 হলে, 16(m² + n²)² + 56(m² + n²)(3m² - 2n²) + 49(3m² -
2n ²)² এর মান নির্নয় কর।
সমাধানঃ
ধরি, m<sup>2</sup>+n<sup>2</sup>=a
এবং 3m²-2n²=b
প্রদন্ত রাশি=16(m² + n²)² + 56(m² + n²)(3m² - 2n²) + 49(3m² - 2n²)²
             = 16(a)^{2} + 56(a)(b) + 49(b)^{2}
            = (4a)^2 + 2(4a)(7b) + (7b)^2
            = (4a + 7b)^2
            = {4(m² + n²) + 7(3m² - 2n²)}² মান বিসেয়]
            = \{4m^2 + 4n^2 + 21m^2 - 14 n^2\}^2
            = \{25m^2 - 10 n^2\}^2
            = {25 * (6)<sup>2</sup> - 10 * (7)<sup>2</sup> )}<sup>2</sup> [ m ও n এর মান বসিয়ে]
            = \{25 * 36 - 10 * 49\}^2
            = \{900 - 490\}^2
            = \{410\}^2
            = 168100
প্রশ্ন ৮। a-1/a=mহলে, দেখাও যে, a4+1/a4=m4+4m2+2
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, a-1/a=m
দেখাতে হবে যে, a4+1/a4=m4+4m2+2
বাম্পক্ষ= a⁴+1/a⁴
           =(a^2)^2+(1/a^2)^2
        =(a^2+1/a^2)^2-2*a^2*1/a^2
        =\{(a-1/a)^2+2*a*1/a\}^2-2
        ={(m)²+2}²-2 মান বসিয়ে]
        =(m^2)^2+2*m^2*2+2^2-2
        =m^4+4m^2+4-2
        =m^4+4m^2+2
      =ডানপক্ষ (দেখানো হলো)
পুশ ৯। x-1/x=4 হলে, প্রমান কর যে, x2+(1/x)2=18
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, x-1/x=4
প্রমান করতে হবে যে, x^2+(1/x)^2=18
বামপক্ষ= x²+(1/x)²
           =(x-1/x)^2+2*x*1/x
         =(4)<sup>2</sup>+2 মান বসিয়ে]
        =16+2
        =18
      =ডানপক্ষ (প্রমানিত)।
```

প্রশ্ন ১০। m+1/m=2 হলে, প্রমান কর যে, m⁴+1/m⁴=2

```
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, m+1/m=2
প্রমান করতে হবে যে, m4+1/m4=2
বামপক্ষ= m⁴+1/m⁴
      =(m^2)^2+(1/m^2)
      =(m^2+1/m^2)^2-2*m^2*1/m^2
      =\{(m+1/m)^2-2*m*1/m\}^2-2
      =\{(2)^2-2\}^2-2 [মান বসিয়ে]
      =2^{2}-2
      =4-2
      =2
      =ডানপক্ষ (প্রমাণিত)
প্রশ্ন ১১। x+y=12 এবং xy=27 হলে, (x-y)2 ও x2+y2 এর মান নির্নয় কর।
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, x+y=12 এবং xy=27
প্রথম রাশি=(x-y)2
                 =(x+y)^2-4xy
                 =(12)^2-4*27
                 =144-108
                 =36
এবং দ্বিতীয় রাশি= x²+y²
                 =(x+y)^2-2xy
                 =(12)^2-2*27
                 =144-54
                 =90
প্রশ্ন ১২। a+b=13 এবং a-b=3 হলে, 2a²+2b² ও ab এর মান নির্নয় কর।
সমাধানঃ
দেওয়া আছে, a+b=13 এবং a-b=3
প্রথম রাশ=2a<sup>2</sup>+2b<sup>2</sup>
         =2(a^2+b^2)
         =(a+b)^2+(a-b)^2
        =(13)^2+3^2
           =169+9
         =178
দ্বিতীয় রাশ= ab
         =\{(a+b)/2\}^2-\{(a-b)/2\}^2
         =(13/2)^2-(3/2)^2
        =169/4-9/4
        =160/4
        =40
প্রশ্ন ১৩। দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রুপে প্রকাশ করঃ
(\overline{\Phi}) (5 p - 3q)( p + 7q)
                               (킥) (6a + 9b)(7b - 8a)
(গ) (3x + 5y)(7x - 5y) (된) (5x + 13)(5x - 13)
(\Phi) (5 p - 3q)( p + 7q)
সমাধানঃ
আমরা জানি, ab={(a+b)/2}<sup>2</sup>-{(a-b)/2}<sup>2</sup>
```

```
\therefore (5 p - 3q)(p + 7q) = [\{(5 p - 3q) + (p + 7q)\}/2]^2 - [\{(5 p - 3q) - (p + 7q)\}/2]^2
                           =[{5 p - 3 + p + 7q}/2]^2 - [{5 p - 3q - p - 7q}/2]^2
                           =[{6p + 4q}/2]^2 - [{4p - 10q}/2]^2
                           =[2{3p + 2q}/2]^2 - [2{2p - 5q}/2]^2
                           ={3p + 2q}^2 - {2p - 5q}^2
(킥) (6a + 9b)(7b - 8a)
আমরা জানি, ab={(a+b)/2}²-{(a-b)/2}²
(6a + 9b)(7b - 8a) = [{(6a + 9b) + (7b - 8a)}/2]^2 - [{(6a + 9b) - (7b - 8a)}/2]^2
                   =[{6a +9b+7b - 8a}/2]^2-[{6a +9b-7b +8a}/2]^2
                   =[\{16a - 2a\}/2]^2 - [\{14a + 2b\}/2]^2
                   =[2{8a - a}/2]^2 - [2{7a + b}/2]^2
                   ={8a - a}<sup>2</sup>- {7a +b}<sup>2</sup>
(\mathfrak{I}) (3x + 5y)(7x - 5y)
আমরা জানি, ab={(a+b)/2}²-{(a-b)/2}²
(3x +5y)(7x -5y) = [{(3x +5y)+(7x -5y)}/2]^2 - [{(3x +5y)-(7x -5y)}/2]^2
                   =[{3x +5y+7x - 5y}/2]^2 - [{3x +5y-7x +5y}/2]^2
                   =[\{10x\}/2]^2-[\{-4x+10y\}/2]^2
                   ={5x}^2-[-2{2x -5y}/2]^2
                   ={5x}^2-{2x-5y}^2
(V) (5x +13)(5x -13)
সমাধানঃ
আমরা জানি, ab={(a+b)/2}<sup>2</sup>-{(a-b)/2}<sup>2</sup>
```

```
(5x +13)(5x -13) = [\{(5x +13)+(5x -13)\}/2]^2 - [\{(5x +13)-(5x -13)\}/2]^2
=[{5x +13+5x - 13}/2]^2 - [{5x +13-5x +13}/2]^2
=[\{10x\}/2]^2-(26/2)^2
=(5x)^2-(13)^2
```