

বীজগণিতীয় রাশির গসাণ্ড ও লসাণ্ড

১। $a+1/a=2$ হলে, a^2+1/a^2 এর মান নিচের কোনটি?

- (ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

উত্তর: ক

২। 52 - এর বর্গ নিচের কোনটি?

- (ক) 2704 (খ) 2504 (গ) 2496 (ঘ) 2284

উত্তর: ক

৩। $a^2 + 2a - 15$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?

- (ক) $(a + 5)(a - 3)$ (খ) $(a + 3)(a + 5)$ (গ) $(a - 3)(a - 5)$ (ঘ) $(a + 3)(a + 5)$

উত্তর: ক

৪। $x^2 - 64$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?

- (ক) $(x - 8)(x - 8)$ (খ) $(x + 8)(x + 8)$ (গ) $(x + 8)(x - 8)$ (ঘ) $(x + 4)(x - 4)$

উত্তর: গ

৫। $3a^2b^4c^3$, $12a^3b^2c$, $6a^4bc^2$ - এর গ.সা.গু. কোনটি?

- (ক) $3a^2bc$ (খ) $3a^2b^2c$ (গ) $12abc$ (ঘ) $3abc$

উত্তর: ক

৬। $a - b$, $a^2 - ab$, $a^2 - b^2$ - এর ল.সা.গু. কোনটি?

- (ক) $a(a - b)$ (খ) $(a - b)$ (গ) $a(a^2 - b^2)$ (ঘ) $(a^2 - b^2)$

উত্তর: গ

৭। $(x + 8)(x - 7)$ - এর গুনফল কোনটি?

- (ক) $x^2 + x - 56$ (খ) $x^2 - 15x + 56$ (গ) $x^2 + 15x - 36$ (ঘ) $x^2 - x + 56$

উত্তর: ক

৮।

(i) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

(ii) $ab = \{(a+b)/2\}^2 - \{(a-b)/2\}^2$

(iii) $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: ক

৯।

(i) $ab = \{(a+b)/2\}^2 - \{(a-b)/2\}^2$

(ii) $ab = \{(a+b)/2\}^2 + \{(a-b)/2\}^2$

(iii) $ab = (a+b)^2/4 - (a-b)^2/4$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

উত্তর: গ

১০। $x + y = 5$ ও $x - y = 3$ হলে,

(১) $x^2 + y^2$ এর মান কত?

- (ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18

উত্তর: গ

(২) xy এর মান কত?

(ক) 10 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 4

উত্তর: ঘ

(৩) $x^2 - y^2$ এর মান কত?

(ক) 13 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16

উত্তর: গ

১১। $x + 1/x = 2$ হলে,

(i) $x^2 + y^2$ এর মান কত?

(ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18

উত্তর: ক

(ii) $x^3 + 1/x^3$ এর মান কত?

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

উত্তর: খ

(iii) $x^4 + 1/x^4$ এর মান কত?

(ক) 8 (খ) 6 (গ) 4 (ঘ) 2

গ.সা.গু নির্ণয় কর (১২- ১৯) :

১২। $36a^2b^2c^4d^5$, $54a^5c^2d^4$ এবং $90a^4b^3c^2$

সমাধান :

36, 54, 90 - এর গ.সা.গু. = 18

এবং $a^2b^2c^4d^5$, $a^5c^2d^4$ ও $a^4b^3c^2$ - এর উৎপাদগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও c^2

নির্নেয় গ.সা.গু. = $18a^2c^2$

১৩। $20x^3y^2a^3b^4$, $15x^4y^3a^4b^3$ এবং $35x^2y^4a^3b^2$

সমাধান :

20, 15, 35 - এর গ.সা.গু. = 5

এবং $x^3y^2a^3b^4$, $x^4y^3a^4b^3$ এবং $x^2y^4a^3b^2$ - এর উৎপাদগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে x^2 , y^2 , a^3 , b^2

নির্নেয় গ.সা.গু. = $5x^2y^2a^3b^2$

১৪। $15x^2y^3z^4a^3$, $12x^3y^2z^3a^4$ এবং $27x^3y^4z^5a^7$

সমাধান :

15, 12, 27 - এর গ.সা.গু. = 3

এবং $x^2y^3z^4a^3$, $x^3y^2z^3a^4$ এবং $x^3y^4z^5a^7$ - এর উৎপাদগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে x^2 , y^2 , z^3 , a^3

নির্নেয় গ.সা.গু. = $3x^2y^2z^3a^3$

১৫। $18a^3b^4c^5$, $42a^4c^3d^4$, $60b^3c^4d^5$ এবং $78a^2b^4c^4d^3$

সমাধান :

18, 42, 60, ও 78 - এর গ.সা.গু. = 6

এবং $a^3b^4c^5$, $a^4c^3d^4$, $b^3c^4d^5$ ও $a^2b^4c^4d^3$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত নাই।

নির্নেয় গ.সা.গু. = 6

১৬। $x^2 + 3x$, $x^2 - 9$ এবং $x^2 - 4x + 3$

সমাধান :

এখানে,

প্রথম রাশি = $x^2 - 3x$

= $x(x - 3)$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = x^2 - 9$$

$$= (x)^2 - (3)^2$$

$$= (x - 3)(x + 3)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = x^2 - 4x + 3$$

$$= x^2 - 3x - x + 3$$

$$= x(x - 3) - 2(x - 3)$$

$$= (x - 2)(x - 3)$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উত্পাদক $x-3$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $x-3$

সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু= $x-3$

$$\mathbf{১৭। 18(x + y)^3, 24(x + y)^2 \text{ এবং } 32(x^2 - y^2)}$$

সমাধানঃ

এখানে,

$$\text{প্রথম রাশি} = 18(x + y)^3$$

$$= 2.3.3(x+y)(x+y)(x+y)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 24(x + y)^2$$

$$= 2.2.2.3(x+y)(x+y)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 32(x^2 - y^2)$$

$$= 2.2.2.2.2(x+y)(x+y)$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $2(x+y)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $2(x+y)$

সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = $2(x+y)$

$$\mathbf{১৮। a^2b(a^3 - b^3), a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4) \text{ এবং } a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4}$$

সমাধান : এখানে,

$$\text{প্রথম রাশি} = a^2b(a^3 - b^3)$$

$$= a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$$

$$= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - (ab)^2\}$$

$$= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\}$$

$$= a^2b^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4$$

$$= ab^2(a^2 + ab + b^2)$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $ab(a^2 + ab + b^2)$

এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $ab(a^2 + ab + b^2)$ ।

সুতরাং নির্ণেয় গ.সা.গু = $ab(a^2 + ab + b^2)$

$$\mathbf{১৯। a^3 - 3a^2 - 10a, a^3 + 6a^2 + 8a \text{ এবং } a^4 - 5a^3 - 14a^2}$$

সমাধান :

এখানে

$$\text{প্রথম রাশি} = a^3 - 3a^2 - 10a$$

$$= a(a^2 - 3a - 10)$$

$$= a(a^2 - 5a + 2a - 10)$$

$$= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\}$$

$$= a(a - 5)(a + 2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = a^3 + 6a^2 + 8a$$

$$= a(a^2 + 6a + 8)$$

$$= a(a^2 + 4a + 2a + 8)$$

$$= a\{a(a + 4) + 2(a + 4)\}$$

$$= a(a + 4)(a + 2)$$

$$\begin{aligned}
\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 - 5a^3 - 14a^2 \\
&= a^2(a^2 - 5a - 14) \\
&= a^2\{(a^2 - 7a + 2a - 14)\} \\
&= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)\} \\
&= a^2(a - 7)(a + 2)
\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $a(a+2)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $a(a+2)$

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু = $a(a+2)$

লসাগু নির্ণয় কর (২০- ২৭) :

২০। a^5bc , ab^3c^2 এবং $a^7b^4c^3$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশিগুলোর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত a^7, b^4, c^3

নির্ণেয় লসাগু = $a^7b^4c^3$

২১। $5a^2b^3c^2$, $10ab^2c^3$ এবং $15ab^3c$

সমাধান :

5, 10 ও 15 - এর লসাগু = 30

এবং $a^2b^3c^2$, ab^2c^3 ও ab^3c - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 , b^3 ও c^3 ।

সুতরাং নির্ণেয় লসাগু = $30a^2b^3c^3$

২২। $3x^3y^2$, $4xy^2z$, $5x^4y^2z^2$ এবং $12xy^4z^2$

সমাধান :

3, 4 ও 5 এর লসাগু = 60

এবং x^3y^2 , xy^2z ও $x^4y^2z^2$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে x^4 , y^2 ও z^2 ।

তরাং নির্ণেয় লসাগু = $60x^4y^2z^2$

২৩। $3a^2d^3$, $9d^2b^2$, $12c^3d^2$, $24a^3b^2$ এবং $36c^3d^2$

সমাধান :

3, 9, 12, 24 ও 36 - এর লসাগু = 72

এবং a^2d^3 , d^2b^2 , c^3d^2 , a^3b^2 ও c^3d^2 - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^3 , b^2 , c^3 ও d^3 ।

সুতরাং নির্ণেয় লসাগু = $72a^3b^2c^3d^3$

২৪। $x^2 + 3x + 2$, $x^2 - 1$, এবং $x^2 + x - 2$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি = $x^2 + 3x + 2$

$$= x^2 + 2x + x + 2$$

$$= x(x + 2) + 1(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x + 1)$$

দ্বিতীয় রাশি = $x^2 - 1$

$$= x^2 - 1^2$$

$$= (x + 1)(x - 1)$$

তৃতীয় রাশি = $x^2 + x - 2$

$$= x^2 + 2x - 1x - 2$$

$$= x(x + 2) - 1(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x - 1)$$

সুতরাং নির্ণেয় লসাগু = $(x + 2)(x + 1)(x - 1)$

$$= (x^2 - 1)(x + 2)$$

২৫। $x^2 - 4$, $x^2 + 4x + 4$ এবং $x^3 - 8$

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি = $x^2 - 4$

$$= x^2 - 2^2$$

$$= (x - 2)(x + 2)$$

২য় রাশি = $x^2 + 4x + 4$

$$= x^2 + 2x + 2x + 4$$

$$= x(x + 2) + 2(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x + 2)$$

তৃতীয় রাশি = $x^3 - 8$

$$= x^3 - 2^3$$

$$= (x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2)$$

$$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

সুতরাং নির্ণেয় লসাগু = $(x + 2)(x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$$= (x + 2)^2 (x^3 - 2^3) = (x + 2)^2 (x^3 - 8)$$

২৬। $6x^2 - x - 1$, $3x^2 + 7x + 2$ এবং $2x^2 + 3x - 2$

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি = $6x^2 - x - 1$

$$= 6x^2 - 3x + 2x - 1$$

$$= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1)$$

$$= (2x + 1)(3x - 1)$$

২য় রাশি = $3x^2 + 7x + 2$

$$= 3x^2 + 6x + x + 2$$

$$= 3x(x + 2) + 1(x + 2)$$

$$= (x + 2)(3x + 1)$$

৩য় রাশি = $2x^2 + 3x - 2$

$$= 2x^2 + 4x - x - 2$$

$$= 2x(x + 2) - 1(x + 2)$$

$$= (x + 2)(2x - 1)$$

সুতরাং, নির্ণেয় লসাগু = $(2x - 1)(3x + 1)(x + 2) = (x^2 - 1)(x + 2)$

২৭। $a^3 + b^3$, $(a + b)^3$, $(a^2 - b^2)^2$ এবং $(a^2 - ab + b^2)^2$

সমাধান : এখানে,

১ম রাশি = $a^3 + b^3$

$$= (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

২য় রাশি = $(a + b)^3$

$$= (a + b)(a + b)(a + b)$$

৩য় রাশি = $(a^2 - b^2)^2$

$$= (a^2 - b^2)^2$$

$$= (a^2 - b^2)(a^2 - b^2)$$

$$= (a + b)(a - b)(a + b)(a - b)$$

৪র্থ রাশি = $(a^2 - ab + b^2)^2$

$$= (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

সুতরাং, নির্ণেয় লসাগু = $(a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

২৮। $x^2 + 1/x^2 = 3$ হলে,

ক. $(x + 1/x)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$$\begin{aligned}\text{দেওয়া আছে, } x^2 + 1/x^2 &= 3 \\ (x + 1/x)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot 1/x + 1/x^2 \\ &= x^2 + 1/x^2 + 2 \\ &= 3 + 2 \\ &= 5\end{aligned}$$

খ. $x^2 + 1/x^2$ এর মান কত?

সমাধানঃ

$$\text{ক হতে পাই, } (x + 1/x)^2 = 5$$

$$\text{বা, } (x + 1/x) = \sqrt{5}$$

এখন,

$$\begin{aligned}& \frac{x^6 + 1}{x^3} \\ & \text{-----} \\ & x^3 \\ & = x^6/x^3 + 1/x^3 \\ & = x^3 + 1/x^3 \\ & = (x + 1/x)^3 - 3 \cdot x \cdot 1/x (x + 1/x) \\ & = 5 \cdot \sqrt{5} - 3 \cdot \sqrt{5} \\ & = 2 \cdot \sqrt{5}\end{aligned}$$

সুতরাং নির্ণেয় মান $2 \cdot \sqrt{5}$

গ. $x^2 + 1/x^2$ এর ঘন নির্ণয় করে মান বের কর।

সমাধানঃ

$$\text{দেওয়া আছে, } x^2 + 1/x^2 = 3$$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } (x^2 + 1/x^2)^3 &= (x^2)^3 + (1/x^2)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1/x^2 (x^2 + 1/x^2) \\ &= \{(x^2)^3 + (1/x^2)^3\} + 3 \cdot 3 \\ &= (x^2 + 1/x^2)^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 1/x^2 (x^2 + 1/x^2) + 9 \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 + 9 \\ &= 27 - 9 + 9 \\ &= 27\end{aligned}$$

২৯। $a - b + c$ একটি বীজগণিতীয় রাশি হলে,

(ক) প্রদত্ত রাশির ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশির ঘন} &= (a - b + c)^3 \\ &= \{(a - b) + (c)\}^3 \\ &= (a - b)^3 + 3 \cdot (a - b)^2 \cdot c + 3 \cdot (a - b) \cdot c^2 + c^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3c(a^2 - 2ab + b^2) + 3c^2(a - b) + c^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3\end{aligned}$$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= (a - b + c)^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ডানপক্ষ} &= (a - b)^3 + c^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + c^3\end{aligned}$$

সুতরাং, $(a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3$ (প্রমাণিত)

(গ) প্রমাণ কর যে প্রদত্ত রাশির বর্গ ও $(a + c)^2 - b^2$ সমান নয়।

সমাধান :

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশির বর্গ} = (a - b + c)^2$$

$$= \{(a - b) + (c)\}^2$$

$$= (a - b)^2 + 2.(a - b)(c) + c^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$$

$$\text{এবং } (a + c)^2 - b^2 = a^2 + 2ac + c^2 - b^2$$

$$= a^2 - b^2 + c^2 + 2ac$$

দেখা যাচ্ছে $(a - b + c)$ এর বর্গ এবং $(a + c)^2 - b^2$ এর মান একই নয়।

সুতরাং প্রদত্ত রাশির বর্গ ও $(a + c)^2 - b^2$ সমান নয় (প্রমাণিত)