পঞ্চদশ অধ্যায়

ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য ও সম্পাদ্য

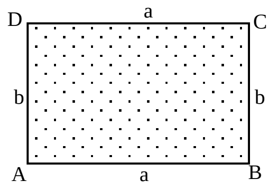
পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :** প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে। সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য জ্যামিতিক সূত্র ও উপপাদ্য ব্যবহার করা হয়। জটিল কোনো জ্যামিতিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য নিম্নলিখিত জ্যামিতিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের সূত্র মনে রাখা আবশ্যক। যথা : ১। আয়তক্ষেত্র; ২। বর্গক্ষেত্র; ৩। ত্রিভুজ; ৪। সামান্তরিক; ৫। ট্রাপিজিয়াম।
- **ক্ষেত্রফলের একক :** ৰেত্রফল পরিমাপের জন্য সাধারণত এক একক বাহুবিশিষ্ট বর্গৰেত্রের ৰেত্রফলকে বর্গ একক হিসেবে গ্রহণ করা হয়। যেমন, বর্গৰেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটার হলে, তার ৰেত্রফল হবে এক বর্গ সেন্টিমিটার।
- **আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল :**

  চিত্রে, ABCD আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, AB = a একক (যথা, মিটার)

  প্রস্থ, BC = b একক (যথা, মিটার) হলে,

  ∴ ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ab বর্গ একক। (যথা, বর্গমিটার)

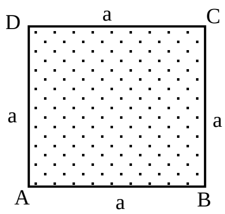


- **বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল**

  চিত্রে ABCD বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য

  AB = BC = CD = DA = a একক (যথা, মিটার) হলে,

  ∴ ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গ একক (যথা, বর্গমিটার)



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে; নিচের কোন ৰেত্রে সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন সম্ভব নয়?

ক. 3cm, 4cm, 5cm খ. 6 cm, 8cm, 10 cm

● 5 cm, 7 cm, 9 cm ঘ. 5cm, 12 cm, 13 cm

ব্যাখ্যা : $5^2 + 7^2 \neq 9^2$

প্রশ্ন ॥ ২ ॥ নিচের তথ্যগুলো লৰ কর :

i. প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ৰেত্রের নির্দিষ্ট ৰেত্রফল রয়েছে

ii. দুইটি ত্রিভুজ ৰেত্রের ৰেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম

iii. দুইটি ত্রিভুজ সর্বসম হলে তাদের ৰেত্রফল সমান

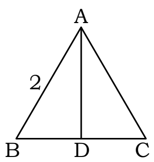
নিচের কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii ● i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : (ii) সঠিক নয়। কারণ– দুইটি ত্রিভুজের ৰেত্রফল সমান হলে সর্বসম নাও হতে পারে।

নিচের চিত্রে, ∆ABC সমবাহু, AD ⊥ BC এবং AB = 2

তথ্যের ভিত্তিতে (৩ ও ৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ BD = কত?

● 1 খ. $\sqrt{2}$ গ. 2 ঘ. 4

ব্যাখ্যা : AB = BC = AC = 2

$\therefore BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 2 = 1$

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ ত্রিভুজটির উচ্চতা কত?

ক. $\frac{4}{\sqrt{3}}$ একক ● $\sqrt{3}$ একক

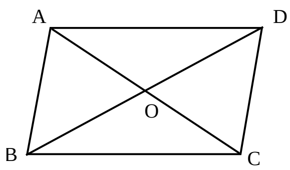
গ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ একক ঘ. $2\sqrt{3}$ একক

ব্যাখ্যা : ABC সমকোণী ত্রিভুজ হতে, $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{2^2 - 1^2}$

$= \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে চারটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র AOD

প্রমাণ :

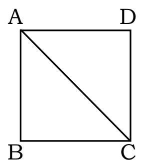
ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। $\therefore$ OB = OD এবং OA = OC	[সামান্তরিকের কর্ণ দুইটি পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ΔBDC এ OC, BD এর উপর মধ্যমা। $\therefore$ Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র BOC ....(i)	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে]
(৩) ΔABC এ OB, AC এর উপর মধ্যমা হওয়ায় Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র AOB ....(ii)	[একই]
(৪) AO, BD এর উপর ΔABD এর মধ্যমা হলে, Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র AOD ....(iii)	[একই]

(i), (ii) ও (iii) নং হতে পাই,

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র AOD

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গৰেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্রের অর্ধেক।



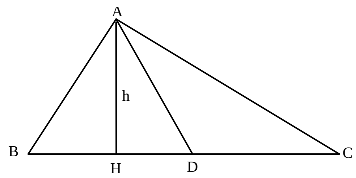
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গৰেত্র এবং AC এর কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle ABC$ = এক সমকোণ এবং AC অতিভুজ। বর্গৰেত্রের বাহুগুলো সমান এবং প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ বলে।	
(২) আমরা জানি, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্রদ্বয়ের সমষ্টি সমান।	
$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$	[$\because AB = BC = CD = AD$]
বা, $AC^2 = 2AB^2$	
বা, $2AB^2 = AC^2$	
$\therefore AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজৰেত্রটিকে সমান ৰেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজৰেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AD, BC এর উপর মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD।

অঙ্কন : A হতে BC এর উপর AH লম্ব টানি।

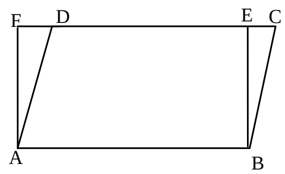
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) D, BC এর মধ্যবিন্দু। BD = CD	[AD, BC–এর উপর মধ্যমা]
(২) Δ ক্ষেত্র ABD = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা	[AH = h উচ্চতা]
$= \frac{1}{2} \times BD \times AH$	
$= \frac{1}{2} \times BD \times h$	
(৩) Δক্ষেত্র ACD = $\frac{1}{2} \times CD \times h$	[ধাপ (২) অনুসারে]
$= \frac{1}{2} \times BD \times h$	[$\because$ BD = CD]

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাও যে, সামান্তরিকক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।

সমাধান : সাধারণ নির্বচন : একটি সামান্তরিকক্ষেত্রের এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং এর একই পাশে অবস্থিত। দেখাতে হবে যে, সামান্তরিকক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABEF আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ABCD সামান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD সামান্তরিকের পরিসীমা > ABEF আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABCD সামান্তরিকক্ষেত্র ও ABEF আয়তক্ষেত্র একই ভূমি AB এর উপর এবং একই সমান্তরালযুগল AB ও CF এর মধ্যে অবস্থিত। আয়তক্ষেত্রের প্রত্যেকটি কোণ	[সামান্তরিকক্ষেত্রের

সমকোণ। ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল]

(২) BCE সমকোণী ত্রিভুজ। BC, BCE সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ হওয়ায় BC > BE [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজই বৃহত্তম বাহু]

(৩) এখন, ABEF আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা

$= 2\,(AB + BE)$

$= 2\,AB + 2\,BE$

(৪) ABCD সামান্তরিকের পরিসীমা

$= 2\,(AB + BC)$

$= 2\,AB + 2\,BC$

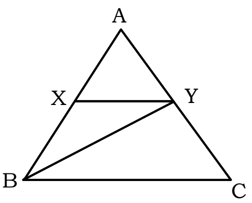
(৫) যেহেতু BC > BE

$\therefore 2\,AB + 2\,BC > 2\,AB + 2\,BE$

অর্থাৎ, ABCD সামান্তরিকের পরিসীমা > ABEF আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y । X ও Y যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)।

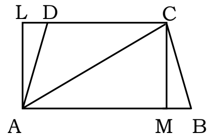
অঙ্কন : B, Y যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔABY-এ XY, AB–এর ওপর মধ্যমা।	[দেওয়া আছে]
∴ Δ ৰেত্র AXY–এর ৰেত্রফল $=\frac{1}{2}$(Δ ৰেত্র ABY–এর ৰেত্রফল)	[XY মধ্যমা, Δ ৰেত্র ABY কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ΔABC এ BY, AC–এর ওপর মধ্যমা। ∴ Δ ৰেত্র ABY এর ৰেত্রফল $=\frac{1}{2}$(Δ ৰেত্র ABC এর ৰেত্রফল)	[একই]
(৩) Δ ৰেত্র AXY এর ৰেত্রফল $=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\right.$(Δ ৰেত্র ABC এর ৰেত্রফল)$\left.\right\}$	[১নং ও ২নং হতে]
$=\frac{1}{4}$(Δ ৰেত্র ABC এর ৰেত্রফল) **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ চিত্রে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুইটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম। এর AB ও CD বাহু দুটি সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

অঙ্কন : A বিন্দু থেকে বর্ধিত CD এর উপর AL এবং C থেকে AB এর উপর CM লম্ব টানি। A ও C যোগ করি।

ক্ষেত্রফল নির্ণয় : ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্র ABCD, AC দ্বারা Δ ক্ষেত্র ABC ও Δ ক্ষেত্র ACD এ বিভক্ত হয়েছে।

CM লম্ব হওয়ায় Δ ক্ষেত্র ABC এর ভূমি AB এবং CM উচ্চতা।

Δ ক্ষেত্র ACD এর ভূমি CD এবং উচ্চতা AL, একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত হওয়ায়, CM = AL।

এখন, Δ ক্ষেত্র ABC $=\frac{1}{2}\times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা $=\frac{1}{2}\times AB\times CM$

Δ ক্ষেত্র ACD $=\frac{1}{2}\times CD\times AL=\frac{1}{2}\times CD\times CM$

[∵ AL = CM]

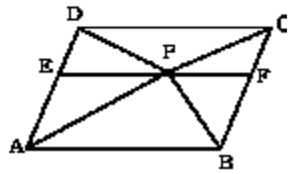
সুতরাং, ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র ABCD = (Δ ক্ষেত্র ABC) + (Δ ক্ষেত্র ACD)

$=\frac{1}{2}AB\times CM+\frac{1}{2}CD\times CM$

∴ ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}(AB+CD)\times CM$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ সামান্তরিক ABCD এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সামান্তরিক ABCD এর অভ্যন্তরে P যেকোনো একটি বিন্দু। P ও A, P ও B, P ও C এবং P ও D যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে,

Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল)

অঙ্কন : P বিন্দু দিয়ে AB অথবা CD এর সমান্তরাল EF টানি।

প্রমাণ :

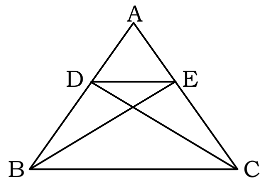
ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ সামান্তরিকক্ষেত্র ABFE এর ক্ষেত্রফল .... (i)	[Δ ক্ষেত্র PAB ও সামান্তরিকক্ষেত্র ABFE একই ভূমি AB এবং AB ও EF সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত।]
(২) Δ ক্ষেত্র PCD এর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}$ সামান্তরিকক্ষেত্র CDEF এর ক্ষেত্রফল .... (ii)	[Δ ক্ষেত্র PCD ও সামান্তরিকক্ষেত্র CDEF
(৩) Δ ক্ষেত্র PAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র	

PCD এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিক ক্ষেত্র ABFE এর ক্ষেত্রফল + সামান্তরিকক্ষেত্র CDEF এর ক্ষেত্রফল) = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল) **(প্রমাণিত)**

[একই ভূমি CD এবং CD ও EF সমান্তরাল যুগলের মধ্যে অবস্থিত।]

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ ΔABC এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে,
Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC এবং Δ ক্ষেত্র BDE = Δ ক্ষেত্র CDE

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC এ BC ভূমির সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC এবং Δ ক্ষেত্র BDE = Δ ক্ষেত্র CDE

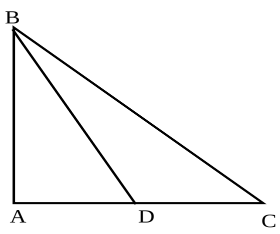
অঙ্কন : B, E; C, D এবং D, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) Δ ক্ষেত্র DBC ও Δ ক্ষেত্র EBC একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল যুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত।	
$\therefore$ Δ ক্ষেত্র DBC = Δ ক্ষেত্র EBC	[উপপাদ্য– ১৫.১]
(২) আবার, Δ ক্ষেত্র BDE ও Δ ক্ষেত্র CDE একই ভূমি DE এর উপর এবং একই সমান্তরাল যুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত।	[উপপাদ্য– ১৫.১]
$\therefore$ Δ ক্ষেত্র BDE = Δ ক্ষেত্র CDE	
$\therefore$ Δ ক্ষেত্র BDC = Δ ক্ষেত্র EBC	
সুতরাং, Δ ক্ষেত্র BDE = Δ ক্ষেত্র CDE **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ ABC ত্রিভুজের $\angle$A = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

সমাধান :



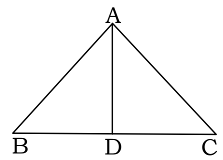
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle$A = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। B, D যোগ করা হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABC সমকোণী ত্রিভুজে BC অতিভুজ এবং $\angle$A = এক সমকোণ।	
$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$............(i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
(২) আবার, ABD সমকোণী ত্রিভুজে BD অতিভুজ	
$\therefore AB^2 + AD^2 = BD^2$	[একই]
বা, $AB^2 = BD^2 - AD^2$	
(৩) এখন, সমীকরণ (i)–এ $AB^2 = BD^2 - AD^2$ বসিয়ে পাই,	
$BC^2 = BD^2 - AD^2 + AC^2$	
$\therefore BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং AD, BC–এর ওপর লম্ব। দেখাও যে, $4AD^2 = 3AB^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমবাহু ত্রিভুজের AB = BC = CA এবং AD, BC–এর উপর লম্ব।

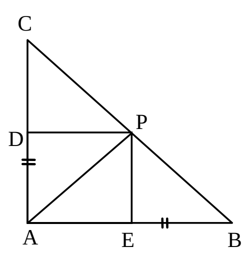
প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) $BD = \frac{1}{2}BC = \frac{AB}{2}$	[সমবাহু ত্রিভুজের শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব বাহুটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]
(২) এখন, ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $AD^2 + BD^2 = AB^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
বা, $AD^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = AB^2$	[$\because BD = \frac{AB}{2}$ বসিয়ে]
বা, $AD^2 + \frac{AB^2}{4} = AB^2$	
বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{AB^2}{4}$	
বা, $AD^2 = \frac{4AB^2 - AB^2}{4}$	
বা, $AD^2 = \frac{3AB^2}{4}$	
$\therefore 4AD^2 = 3AB^2$ **(দেখানো হলো)**	

প্রশ্ন ॥ ১৫ ॥ ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। BC এর অতিভুজ এবং P, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। প্রমাণ কর যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। এর $\angle A = 90°$, AB = AC এবং BC অতিভুজ।

P, BC এর উপর যেকোনো বিন্দু। P, A যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

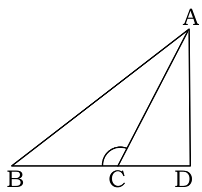
অঙ্কন : P হতে AB এর উপর PE এবং AC এর উপর PD লম্ব টানি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC এর $\angle A = 90°$ এবং AB = AC হওয়ায় $\angle B = \angle C = 45°$ হবে।	[দেওয়া আছে]
(২) এখন, ΔPDC এর $\angle D = 90°$। সুতরাং, $\angle DPC = \angle DCP = 45°$ $\therefore$ PD = CD	[$\because PD \perp AC$] [একই]
(৩) PBE সমকোণী ত্রিভুজে, PE = BE PDC সমকোণী ত্রিভুজে PC অতিভুজ হওয়ায়, $PC^2 = PD^2 + CD^2 = PD^2 + PD^2 = 2PD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য] [$\because$ PD = CD]
(৪) আবার, PBE সমকোণী ত্রিভুজে PB অতিভুজ হওয়ায়, $PB^2 = BE^2 + PE^2 = PE^2 + PE^2 = 2PE^2$ $\therefore PB^2 + PC^2 = 2PD^2 + 2PE^2 = 2(PD^2 + PE^2)$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য] [$\because$ BE = PE]
(৫) এখন, $\angle E = \angle A = \angle D$ = এক সমকোণ হওয়ায় ADPE একটি আয়ত। $\therefore$ PE = AD $\therefore PB^2 + PC^2 = 2(PD^2 + AD^2)$	
(৬) ADP সমকোণী ত্রিভুজে PA অতিভুজ হওয়ায়, $PA^2 = AD^2 + PD^2$ অতএব, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$. **(প্রমাণিত)**	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

প্রশ্ন ॥ ১৬ ॥ ΔABC এর $\angle C$ স্থূলকোণ; AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.CD$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $\angle C$ স্থূলকোণ; AD, BC এর বর্ধিতাংশের উপর লম্ব।

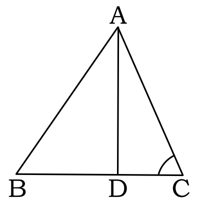
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.\ CD$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔADB এ, AD লম্ব হওয়ায় $\angle D$ = এক সমকোণ এবং AB অতিভুজ।	[দেওয়া আছে]
$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= AD^2 + (BC + CD)^2$	[$\because$ BD = BC + CD]
$= AD^2 + BC^2 + CD^2 + 2BC.\ CD$ $= AD^2 + CD^2 + BC^2 + 2BC.\ CD$...........(i)	
(২) আবার, ADC সমকোণী ত্রিভুজে AC অতিভুজ। $\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
(৩) এখন, সমীকরণ (i) এ $AD^2 + CD^2 = AC^2$ বসিয়ে পাই, $AB^2 = AC^2 + BC^2 + 2BC.\ CD$ **(দেখানো হলো)**	

প্রশ্ন ॥ ১৭ ॥ ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ; AD, BC এর ওপর লম্ব। দেখাও যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.\ CD$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $\angle C$ সূক্ষ্মকোণ; AD, BC এর উপর লম্ব।

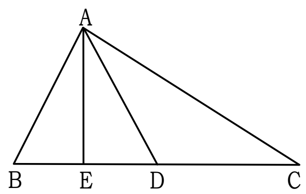
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.\ CD$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু $AD \perp BC$, তাই ADB একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং AB অতিভুজ।	[দেওয়া আছে]
$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= AD^2 + (BC - CD)^2$	[$\because$ BD = BC – CD]
$= AD^2 + BC^2 + CD^2 - 2BC.\ CD$.......(i)	
(২) আবার, ADC সমকোণী ত্রিভুজে AC অতিভুজ। $\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য]
(৩) এখন সমীকরণ (i) এ, $AD^2 + CD^2 = AC^2$ বসিয়ে পাই, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CD$ **(দেখানো হলো)**	

প্রশ্ন ॥ ১৮ ॥ ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। দেখাও যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর AD একটি মধ্যমা। অর্থাৎ AD, BC কে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

অঙ্কন : BC এর উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু AE, BC এর উপর লম্ব, সুতরাং AEB এবং AEC দুটি সমকোণী ত্রিভুজ। এখন, AEB সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ।	

$\therefore AB^2 = AE^2 + BE^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$= AE^2 + (BD - DE)^2$ [$\because BE = BD - DE$]

$= AE^2 + BD^2 + DE^2 - 2BD.DE$........ (i)

(২) ADE সমকোণী ত্রিভুজে AD অতিভুজ। [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$\therefore AD^2 = AE^2 + DE^2$

সমীকরণ (i) এ $AE^2 + DE^2 = AD^2$ বসিয়ে পাই,

$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE$ ....(ii)

(৩) আবার, AEC সমকোণী ত্রিভুজে AC অতিভুজ। [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$\therefore AC^2 = AE^2 + CE^2$ [$\because CE = CD + DE$]

$= AE^2 + (CD + DE)^2$ [$\because BD = CD$]

$= AE^2 + (BD + DE)^2$

$= AE^2 + BD^2 + DE^2 + 2BD.DE$ [$\because AE^2 + DE^2 = AD^2$]

$= AD^2 + BD^2 + 2BD.DE$...... (iii)

(৪) সমীকরণ (ii) ও (iii) যোগ করে পাই,

$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD.DE + AD^2 + BD^2 + 2BD.DE = 2AD^2 + 2BD^2$

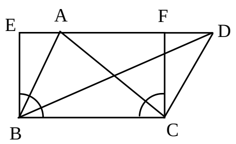
$\therefore AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ **(দেখানো হলো)**

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. Δ PQR এ $\angle Q = 90°$, PQ = 5 সে.মি., QR = 12 সে.মি. হলে PR এর মান কত সে.মি.?

ⓚ 7 ● 13 ⓖ 17 ⓘ 25

২. চিত্রে–



BC || DE এবং AB || CD

i. Δ–ক্ষেত্র ABC = Δ-ক্ষেত্র BDC

ii. Δ–ক্ষেত্র BDC = আয়তক্ষেত্র BCEF

iii. সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD = আয়তক্ষেত্র BCEF

নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ● i ও iii

ⓖ ii ও iii ⓘ i, ii ও iii

অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৫·১ : সমতল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩. একটি বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য a মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (সহজ)

ⓚ 2a ● a^2 ⓖ $2a^2$ ⓘ 4a

৪. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 180 বর্গমিটার। এর দৈর্ঘ্য 20 মিটার হলে প্রস্থ কত মিটার? (মধ্যম)

ⓚ 8 ● 9 ⓖ 10 ⓘ 12

ব্যাখ্যা : আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$\therefore$ প্রস্থ = $\frac{180}{20}$ মি. = 9 মি.

৫. একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 8 মিটার এবং প্রস্থ 4 মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

ⓚ 12 বর্গমিটার ⓘ 24 বর্গমিটার

ⓖ 30 বর্গমিটার ● 32 বর্গমিটার

ব্যাখ্যা : আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ = $8 \times 4 = 32$ বর্গ মি.

৬. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 400 বর্গমিটার হলে এর দৈর্ঘ্য কত? (মধ্যম)

● 20 মিটার ⓘ 10 মিটার ⓖ 30 মিটার ⓘ 40 মিটার

ব্যাখ্যা : বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য)২

$\therefore$ দৈর্ঘ্য = $\sqrt{400}$ = 20 মি.

৭. বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা 28 মিটার হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)

ⓚ 14 ● 7 ⓖ 4 ⓘ 2

ব্যাখ্যা : বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{28}{4}$ = 7 মি.

৮. কোনো আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য এর প্রস্থের দ্বিগুণ। দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 128 ⓘ 48 ● 32 ⓘ 16

ব্যাখ্যা : প্রস্থ = $\frac{8}{2}$ সে.মি. = 4 সে.মি.

ক্ষেত্রফল = (4×8) বর্গ সে.মি. = 32 বর্গ সে.মি.

৯. বর্গের ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার যখন পরিসীমা 20 মিটার? (কঠিন)

ⓚ 36 ● 25 ⓖ 16 ⓘ 9

ব্যাখ্যা : বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{\text{পরিসীমা}}{4} = \frac{20}{4}$ = 5 মিটার

সুতরাং বর্গের ক্ষেত্রফল = $(5)^2$ = 25 বর্গমিটার।

১০. কোনো বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

● 1 বর্গ সে.মি. ⓘ 2 বর্গ সে.মি.

ⓖ 3 বর্গ সে.মি. ⓘ 4 বর্গ সে.মি.

১১. দুইটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলে তাদের মধ্যে নিচের কোন চিহ্ন ব্যবহৃত হয়? (সহজ)

ⓚ $\approx$ ● = ⓖ $\cong$ ⓘ $\times$

১২. ত্রিভুজের ভূমি $\frac{2}{3}$ মিটার ও উচ্চতা 3 মিটার হলে তার ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (মধ্যম)

● 1 ⓘ 2 ⓖ 3 ⓘ 9

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 3$ = 1 বর্গমিটার।

১৩. একটি ত্রিভুজের ভূমি $\frac{4}{5}$ মিটার এবং উচ্চতা 5 মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (মধ্যম)

(ক) 1 ● 2 (গ) 3 (ঘ) 4

ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times 5$ বর্গমিটার $= 2$ বর্গমিটার

১৪. একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কেমন? (সহজ)

● সমান (খ) অসমান (গ) ঋণাত্মক (ঘ) ভগ্নাংশ

১৫. একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল কিরূ প? (সহজ)

(ক) ভগ্নাংশ (খ) বিপরীত ● সমান (ঘ) অসমান

১৬. ABC ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$ হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

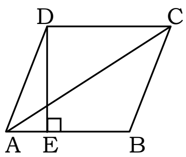
● $\frac{1}{2} \times AB \times BC$ (খ) $\frac{1}{2} \times AB \times AC$

(গ) $\frac{1}{2} \times BC \times AC$ (ঘ) $AB \times BC$

১৭. দুইটি সামান্তরিক ক্ষেত্র 5 মিটার ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 25 বর্গমিটার হলে, অপরটির ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (কঠিন)

● 25 (খ) 50 (গ) 100 (ঘ) 125

১৮.

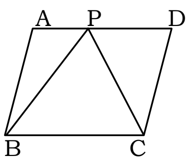


ABCD সামান্তরিকের ΔABC-এর ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি? (মধ্যম)

(ক) $\frac{1}{2} \times BE \times DE$ ● $\frac{1}{2} \times AB \times DE$

(গ) $\frac{1}{2} \times AB \times AC$ (ঘ) $\frac{1}{2} \times AE \times DE$

১৯.



ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 450 বর্গ সে.মি. হলে ΔPBC –এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (মধ্যম)

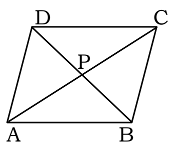
(ক) 50 (খ) 100 (গ) 150 ● 225

ব্যাখ্যা : ABCD সামান্তরিক ও BPC ত্রিভুজ একই ভূমির উপর অবস্থিত তাই ΔPBC এর ক্ষেত্রফল ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক হবে।

২০. ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে P যেকোনো বিন্দু। PAB ও PCD ত্রিভুজ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি 50 বর্গমিটার হলে ABCD এর ক্ষেত্রফল কত বর্গমিটার? (কঠিন)

(ক) 50 ● 100 (গ) 150 (ঘ) 225

ব্যাখ্যা :



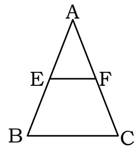
$\Delta PAB + \Delta PCD = \frac{1}{2}$ (সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD)।

২১. একটি সামান্তরিকের ভূমি 8 সে.মি. ও উচ্চতা 5 সে.মি.। এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

(ক) 20 বর্গ সে.মি. (খ) 30 বর্গ সে.মি.

● 40 বর্গ সে.মি. (ঘ) 60 বর্গ সে.মি.

২২.



ΔABC–এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F। ΔAEF-এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গ সে.মি. হলে ΔABC–এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 32 ● 16 (গ) 8 (ঘ) 4

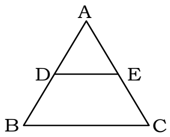
ব্যাখ্যা : Δ ক্ষেত্র AEF $= \frac{1}{4}$ Δ ক্ষেত্র ABC

বা, Δ ক্ষেত্র ABC $= 4 \times 4$ বর্গ সে.মি. $= 16$ বর্গ সে.মি.।

২৩. একটি সরলরেখার উপর অঙ্কিত বর্গ ঐ সরলরেখার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গের কতগুণ? (মধ্যম)

(ক) দ্বিগুণ (খ) তিনগুণ ● চারগুণ (ঘ) পাঁচগুণ

২৪.



ΔABC–এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। এক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● Δ ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

(খ) Δ ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{3}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

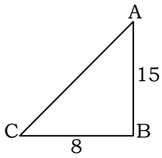
(গ) Δ ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

(ঘ) Δ ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{5}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

২৫. 20 ব.মি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু X ও Y হলে ΔAXY এর ক্ষেত্রফল কত? (মধ্যম)

● 5 ব.মি. (খ) 10 ব.মি. (গ) 20 ব.মি. (ঘ) 40 ব.মি.

২৬. প্রদত্ত চিত্রে AC এর দৈর্ঘ্য কত হবে? (সহজ)



(ক) 7 ● 17 (গ) 23 (ঘ) 64

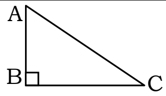
ব্যাখ্যা : যেহেতু, $AC^2 = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} \therefore AC = 17$

২৭. ABC সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $\angle A = 90^\circ$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) $AB = BC$ (খ) $AC = BC$ ● $AB = AC$ (ঘ) $AB > BC$

২৮. ΔABC–এ $\angle B = 90^\circ$, AB = 3 সে.মি., AC = 5 সে.মি., হলে BC কত? (মধ্যম)



(ক) 3 ● 4 (গ) 5 (ঘ) 6

ব্যাখ্যা : পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

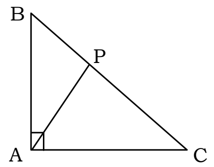
বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

বা, $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ সে.মি.

২৯. একটি মই–এর এক প্রান্ত ভূমি থেকে 8 মিটার উঁচু দালানের ছাদ বরাবর পৌঁছায় এবং অপর প্রান্ত 6 মিটার দূরে থাকে। মই–এর দৈর্ঘ্য কত মিটার? (কঠিন)

(ক) 18 (খ) 16 ● 10 (ঘ) 8

৩০.



চিত্রে ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। AP = 4 একক হলে $PB^2 + PC^2$ = কত বর্গ একক? (কঠিন)

(ক) 64 ● 32 (গ) 16 (ঘ) 8

ব্যাখ্যা : প্রদত্ত শর্তমতে, $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$ [অনু–১৫ এর ১৫ নং প্রশ্ন দ্রষ্টব্য] $= 2 \times 4^2 = 32$.

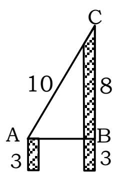
৩১. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয় 3 সে.মি. এবং 4 সে.মি. হলে, তার অতিভুজের মান কত? (কঠিন)

● 5 সে.মি. (খ) 6 সে.মি. (গ) 7 সে.মি. (ঘ) 8 সে.মি.

৩২. 3 মি. ও 11 মি. উঁচু দুইটি খুঁটির শীর্ষদ্বয়ের দূরত্ব 10 মিটার হলে, খুঁটিদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব কত মি.? (কঠিন)

(ক) 3 ● 6 (গ) 8 (ঘ) 10

ব্যাখ্যা :



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা, $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

$\therefore AB = 6$.

৩৩. কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের– (মধ্যম)

● অর্ধেক (খ) দ্বিগুণ (গ) চারগুণ (ঘ) সমান

৩৪. সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে কয়টি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে? (মধ্যম)

(ক) দুইটি (খ) তিনটি ● চারটি (ঘ) আটটি

৩৫. 20 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা হলে, ADC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত? (সহজ)

(ক) 5 ব. একক ● 10 ব. একক (গ) 15 ব. একক (ঘ) 20 ব. একক

ব্যাখ্যা : মধ্যমা ত্রিভুজ ক্ষেত্রকে সমান দুই ভাগে বিভক্ত করে।

৩৬. একটি বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য a একক হলে, এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত একক? (সহজ)

● $a\sqrt{2}$ (খ) 2a (গ) $\frac{1}{2}a$ (ঘ) $2\sqrt{a}$

৩৭. নিচের কোন সম্পর্কটি পিথাগোরাসের উপপাদ্যের রূ প? (সহজ)

● $3^2 + 4^2 = 5^2$ (খ) $4^2 + 5^2 = 6^2$

(গ) $5^2 + 6^2 = 7^2$ (ঘ) $6^2 + 7^2 = 8^2$

৩৮. ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার এক বাহু 4 সে.মি. হলে, A থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য কত? (কঠিন)

(ক) $\sqrt{3}$ সে.মি. ● $2\sqrt{3}$ সে.মি. (গ) $3\sqrt{2}$ সে.মি. (ঘ) $4\sqrt{3}$ সে.মি.

ব্যাখ্যা : সমবাহু ত্রিভুজের যেকোনো শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব আঁকলে তা তাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

অতএব, ΔABD এ

$AB^2 = BD^2 + AD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 4^2 - 2^2$

বা, $AD^2 = 12$

$\therefore AD = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

৩৯. নিচের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে কোন ক্ষেত্রে একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব? (সহজ)

(ক) 2cm, 3cm, 5cm ● 3cm, 4cm, 5cm

(গ) 4cm, 5cm, 7cm (ঘ) 6cm, 7cm, 9cm

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪০. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. প্রত্যেক সীমাবদ্ধ সমতল ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফল রয়েছে

ii. দুইটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেও তারা সর্বসম নাও হতে পারে

iii. বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 মিটার হলে এর ক্ষেত্রফল 4 বর্গমিটার

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪১. একই ভূমি ও একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত–

i. সকল ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান

ii. বর্গক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান

iii. সামান্তরিক ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪২. 24 বর্গমিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ক্ষেত্রটি–

i. বর্গ হলে এর বাহুর দৈর্ঘ্য 6 মি.

ii. আয়তক্ষেত্র হলে এর দৈর্ঘ্য 6 মি. ও প্রস্থ 4 মি.

iii. ত্রিভুজ হলে ভূমি 6 মি. ও উচ্চতা 8 মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৩. সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কিত হয় যখন বাহুদ্বয় যথাক্রমে–

i. 5 সে.মি., 12 সে.মি. ও 13 সে.মি.

ii. 6 সে.মি., 8 সে.মি. ও 10 সে.মি.

iii. 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 7 সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৪. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. কোনো বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল 1 বর্গ সে.মি.

ii. ΔABC ও ΔXYZ সর্বসম হলে ΔABC ≅ ΔDEF লেখা হয়

iii. দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হলেই ত্রিভুজ দুইটি সর্বসম হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i (খ) i ও ii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪৫. ΔABC-এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু X ও Y হলে–

i. BC ও XY সমান্তরাল

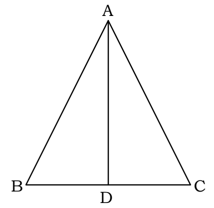
ii. Δ ৰেত্র AXY-এর ৰেত্রফল = $\frac{1}{4}\Delta$ ৰেত্র ABC-এর ৰেত্রফল

iii. Δ ৰেত্র XBC-এর ৰেত্রফল = Δ ৰেত্র YBC-এর ৰেত্রফল

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৬. চিত্রটি লৰ কর :



i. $\angle$C হচ্ছে সূক্ষ্মকোণ

ii. ΔADB ও ΔADC উভয় স্থূলকোণী ত্রিভুজ

iii. $AD^2 = AC^2 - CD^2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : যে কোণের পরিমাপ ৯০° থেকে ছোট তাকে সূক্ষ্মকোণ বলা হয় এবং $AC^2 = AD^2 + CD^2$ বা $AD^2 = AC^2 - CD^2$.

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৪৭ – ৪৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

একটি আয়তৰেত্রের ৰেত্রফল একটি বর্গৰেত্রের ৰেত্রফলের দ্বিগুণ এবং বর্গৰেত্রের ৰেত্রফল 16 বর্গমিটার।

৪৭. বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)

(ক) 2 ● 4 (গ) 8 (ঘ) 12

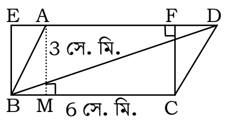
৪৮. বর্গৰেত্রের পরিসীমা কত মিটার? (মধ্যম)

● 16 (খ) 18 (গ) 20 (ঘ) 24

৪৯. আয়তৰেত্রের প্রস্থ 4 মি. হলে, দৈর্ঘ্য কত মিটার? (মধ্যম)

(ক) 5 (খ) 6 (গ) 7 ● 8

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৫০ – ৫২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে একই ভূমি BC ও সমান্তরাল রেখা AD ও BC এর মধ্যে ABCD একটি সামান্তরিক, EBCF একটি আয়তৰেত্র। BC = 6 সে.মি. ও AM = 3 সে. মি.।

৫০. ABCD সামান্তরিক এর ৰেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

● 18 (খ) 16 (গ) 14 (ঘ) 9

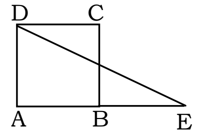
৫১. ΔBCD এর ৰেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

● 9 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 3

৫২. ABCD সামান্তরিকের পরিসীমা a সে.মি. ও EBCF আয়তৰেত্রের পরিসীমা b সে.মি. হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

● a > b (খ) a < b (গ) a = b (ঘ) a = 2b

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৫৩ – ৫৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে AE = 2AB এবং AE = 4 সে.মি., DE = 5 সে.মি.।

৫৩. AD সমান কত সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 2 ● 3 (গ) 4 (ঘ) 8

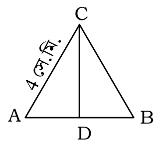
৫৪. ABCD আয়তৰেত্রের ৰেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

(ক) 4 ● 6 (গ) 16 (ঘ) 24

৫৫. ত্রিভুজ AED এর ৰেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (সহজ)

● 6 (খ) 8 (গ) 16 (ঘ) 18

■ **নিচের চিত্রের আলোকে ৫৬ – ৫৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



চিত্রে ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, CD $\perp$ AB.

৫৬. প্রদত্ত চিত্রে AD = কত? (সহজ)

(ক) 1 সে.মি. ● 2 সে.মি. (গ) 6 সে.মি. (ঘ) 14 সে.মি.

ব্যাখ্যা : সমবাহু ত্রিভুজের যেকোনো শীর্ষ হতে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব আঁকলে তা তাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

৫৭. ΔABC এর উচ্চতা কত? (মধ্যম)

(ক) $\sqrt{3}$ সে.মি. ● $2\sqrt{3}$ সে.মি.

(গ) 4 সে.মি. (ঘ) 8 সে.মি.

ব্যাখ্যা : AD = 2 সে.মি., AC = 4 সে.মি., উচ্চতা CD = কত?

$CD^2 = AC^2 - AD^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$

$\therefore CD = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

৫৮. ΔABC এর ৰেত্রফল নিচের কোনটি? (কঠিন)

(ক) $2\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. ● $4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

(গ) $8\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি. (ঘ) 16 বর্গ সে.মি.

ব্যাখ্যা : ΔABC এর ৰেত্রফল = $\frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৫৯ – ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

কোনো বর্গৰেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি.।

৫৯. বর্গৰেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) $\sqrt{2}$ (খ) $2\sqrt{2}$ (গ) 4 ● $4\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা : বর্গের কর্ণ = $\sqrt{2}\,a = \sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}$.

৬০. বর্গৰেত্রটির কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্রের ৰেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

(ক) 16 (খ) $16\sqrt{2}$ ● 32 (ঘ) 64

ব্যাখ্যা : ৰেত্রফল = $(4\sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32$

৬১. বর্গৰেত্রটির ৰেত্রফল এর কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্রের ৰেত্রফলের কত গুণ? (মধ্যম)

(ক) 2 (খ) 1 ● $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{3}$

নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬২. সমবাহু ত্রিভুজের দৈর্ঘ্য 2 সে.মি. হলে, তার ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.?

ⓚ $9\sqrt{3}$ ⓛ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ⓖ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ● $\sqrt{3}$

৬৩. একটি আয়তের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি. ও 3 সে.মি.। এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

● 5 সে.মি. ⓛ 6 সে.মি. ⓖ 12 সে.মি. ⓘ 25 সে.মি.

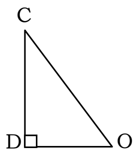
৬৪. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সে.মি ও 12 সে.মি. হলে, এর ক্ষেত্রফল কত?

ⓚ 22 বর্গ সে.মি. ⓛ 44 বর্গ সে.মি.
● 60 বর্গ সে.মি. ⓘ 120 বর্গ সে.মি.

৬৫. কোনো একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার সমান হলে, ত্রিভুজটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

ⓚ $2\sqrt{3}$ ⓛ $3\sqrt{3}$ ● $4\sqrt{3}$ ⓘ $5\sqrt{3}$

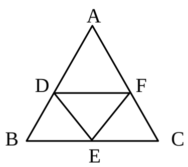
৬৬.



চিত্রে $\angle ODC$ এর সন্নিহিত বাহু নিচের কোনটি?

● OD ⓛ OC ⓖ CD ⓘ OC + OD

৬৭.



চিত্রে ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু হলে–

i. ΔADF একটি সমবাহু ত্রিভুজ
ii. $\angle DEF = \angle DAF$
iii. A, D, E, F বিন্দু চারটি সমবৃত্ত হবে

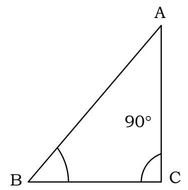
নিচের কোনটি সঠিক?

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ⓖ i ও iii ● i, ii ও iii

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৬৮ – ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**

ভূমি, BC = x সে.মি.

লম্ব, AC = $\left(\frac{7x}{8} - 1\right)$সে.মি.



৬৮. ভূমি 8 সে.মি. হলে, লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

ⓚ 7 সে. মি. ⓛ $\frac{1}{8}$ সে. মি. ● 6 সে. মি. ⓘ $\frac{55}{8}$ সে. মি.

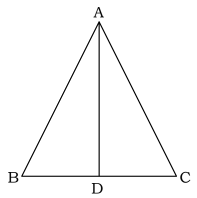
৬৯. অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত?

8 সে. মি. $\sqrt{8}$ সে. মি. $\sqrt{10}$ সে. মি. ● 10 সে. মি.

৭০. ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত হবে?

ⓚ 48 বর্গ সে. মি. ● 24 বর্গ সে. মি.
ⓖ 42 বর্গ সে. মি. ⓘ 84 বর্গ সে. মি.

■ **নিচের তথ্যের আলোকে ৭১ – ৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :**



ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে AB = AC = 10 সেন্টিমিটার এবং BC = 12 সেন্টিমিটার।

৭১. AD = কত সেন্টিমিটার?

ⓚ 5 ⓛ 6 ⓖ 7 ● 8

৭২. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সেন্টিমিটার?

ⓚ 80 ⓛ 40 ● 48 ⓘ 96

৭৩. ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা কত সেন্টিমিটার?

● 16 ⓛ 18 ⓖ 14 ⓘ 12

এ অধ্যায়ের পাঠ সমন্বিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭৪. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয় তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে
ii. একটি ত্রিভুজক্ষেত্র ও একটি সামান্তরিক ক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের সমান হবে
iii. কোনো সমতল ক্ষেত্রের পরিমাপকে ক্ষেত্রফল বলা হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i, ii ও iii ⓛ i ও ii ⓖ ii ও iii ● i ও iii

৭৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. একটি ত্রিভুজক্ষেত্র ও একটি আয়তক্ষেত্র একই ভূমির উপর ও একই সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত হলে ত্রিভুজক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।
ii. ΔABC এর $\angle C = 90°$ এক্ষেত্রে ইউক্লিডীয় উপপাদ্যটি হল $AB^2 = AC^2 + BC^2$
iii. ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল $\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓛ ii ও iii ● i ও iii ⓘ i, ii ও iii

৭৬. i. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত বাকি কোণদ্বয় পরস্পর সম্পূরক।
ii. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ এর বিপরীত বাহু হলো অতিভুজ।

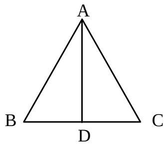
iii. পিথাগোরাসের উপপাদ্য শুধুমাত্র সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ● ii ও iii ⓖ i ও iii ⓖh i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

নিচের চিত্রে, ΔABC সমবাহু $AD \perp BC$ এবং $AB = 2$ একক



তথ্যের ভিত্তিতে ৭৭ ও ৭৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

৭৭. AD = কত একক? (মধ্যম)

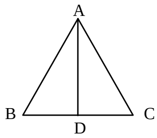
ⓚ 1 ⓚh $\sqrt{2}$ ● $\sqrt{3}$ ⓖh 4

৭৮. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ একক? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⓚh $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ⓖ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\sqrt{3}$

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৭৯ও ৮০ নংপ্রশ্নের উত্তর দাও :

নিচের চিত্রে ΔABC সমবাহু $AD \perp BC$ এবং $AB = 2$ একক।



৭৯. BD = কত? (মধ্যম)

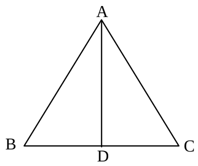
● 1 একক ⓚh $\sqrt{2}$ একক ⓖ 2 একক ⓖh 4 একক

৮০. ত্রিভুজটির উচ্চতা কত? (মধ্যম)

ⓚ $\frac{4}{\sqrt{3}}$ একক ● $\sqrt{3}$ একক ⓖ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ একক ⓖh $2\sqrt{3}$ একক

নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ৮১ – ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে $AB = AC = 10$ সে.মি. এবং $BC = 16$ সে.মি.।



৮১. AD = কত সে.মি? (সহজ)

ⓚ 5 ●6 ⓖ 7 ⓖh 8

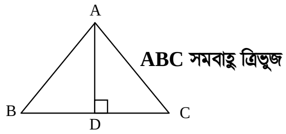
৮২. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 40 ⓚh 80 ● 48 ⓖh 96

৮৩. ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা কত? (মধ্যম)

●18 সে.মি. | 13 বর্গ সে.মি. | 23 সে.মি. | 24 বর্গ সে.মি.

নিচের চিত্রের আলোকে ৮৪ ও ৮৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



৮৪. $AB = 6$ সে.মি. হলে BD এর মান কত সে.মি.? (মধ্যম)

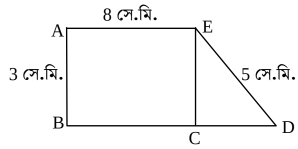
ⓚ 2 ● 3 ⓖ 4 ⓖh 6

৮৫. ΔABD এ কোন সম্পর্কটি সঠিক? (মধ্যম)

● $4AD^2 = 3AB^2$ ⓚh $4AB^2 = 3AD^2$

ⓖ $4BD^2 = 3AB^2$ ⓖh $4AB^2 = 3BD^2$

নিচের চিত্রের আলোকে ৮৬ – ৮৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



ABDE চতুর্ভুজে AE = 8 সে.মি., DE = 5 সে.মি., DE = 5 সে.মি. এবং AB = 3 সে.মি.

৮৬. ABCE ক্ষেত্রের পরিসীমা কত সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 11 ⓚh 14 ● 22 ⓖh 24

৮৭. ΔBDE এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে.মি.? (মধ্যম)

ⓚ 12 ⓚh 15 ● 18 ⓖh 36

৮৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. একটি ট্রাপিজিয়াম

ii. এর পরিসীমা 28 সে.মি.

iii. এর ক্ষেত্রফল 30 বর্গ সে.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ⓚ i ও ii ⓚh i ও iii ⓖ ii ও iii ● i, iiও iii

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▸ ΔPQR-এ $\angle P$ = এক সমকোণ এবং QR–এর মধ্যবিন্দু S।

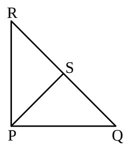
ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$ ৪

গ. দেখাও যে, PS এর দৈর্ঘ্য QR এর অর্ধেক। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. নিম্নে প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি আঁক হলো।

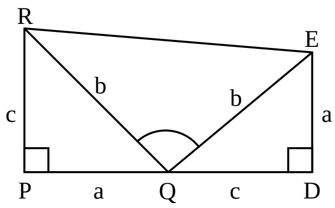


এখানে, PQR একটি ত্রিভুজ, যার $\angle P$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ QR এর মধ্যবিন্দু S.

খ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, PQR সমকোণী ত্রিভুজের $\angle P = 90°$ অতিভুজ $QR = b$, $PR = c$ এবং $PQ = a$.

প্রমাণ করতে হবে যে, $QR^2 = PQ^2 + PR^2$,

অর্থাৎ $b^2 = c^2 + a^2$



অঙ্কন : PQ কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি, যেন $QD = PR = c$ হয়। D বিন্দুতে বর্ধিত PQ এর উপর DE লম্ব আঁকি, যেন $DE = PQ = a$ হয়। Q, E ও R, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔPQR ও ΔQDE এ

$PQ = QD = c$, $PQ = DE = a$

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle RPQ$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle QDE$ [প্রত্যেকে সমকোণ]

সুতরাং, $\Delta PQR \cong \Delta QDE$ [বাহু–কোণ–বাহু উপপাদ্য]

$\therefore RQ = QE = b$ এবং $\angle PRQ = \angle EQD$

(২) আবার, $PR \perp PD$ এবং $ED \perp PD$ এবং $PR \parallel ED$.

সুতরাং RPDE একটি ট্রাপিজিয়াম।

(৩) তদুপরি, $\angle RQP + \angle PRQ = \angle RQP + \angle EQD$

[$\because \angle PRQ = \angle EQD$]

= এক সমকোণ।

$\therefore \angle RQE$ = এক সমকোণ।

$\therefore \Delta RQE$ সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন RPDE ট্রাপিজিয়াম ৰেত্রের ৰেত্রফল

= (Δ ৰেত্র PQR + Δ ৰেত্র QDE + Δ ৰেত্র RQE)

বা, $\frac{1}{2}(PDRP + DE) = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2$ [ট্রাপিজিয়াম ৰেত্রের

বা, $\frac{1}{2}(PQ + QD)(RP + DE) = \frac{1}{2}(2ac + b^2)$ ৰেত্রফল = $\frac{1}{2}$ সমান্তরাল

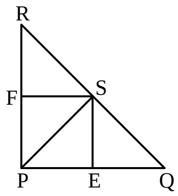
বা, $(a + c)(a + c) = 2ac + b^2$ বাহুদ্বয়ের যোগফল ×

বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের

বা, $b^2 = c^2 + a^2$ মধ্যবর্তী দূরত্ব]

অর্থাৎ $QR^2 = PQ^2 + PR^2$ **(প্রমাণিত)**

গ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔPQR এর $\angle P$ = এক সমকোণ এবং অতিভুজ QR এর মধ্যবিন্দু S.

প্রমাণ করতে হবে যে, PS এর দৈর্ঘ্য QR এর অর্ধেক। $PS = \frac{1}{2}RQ$.

অঙ্কন : F, PR এর এবং E, PQ এর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করি।

F, S ও E, S যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) FS, RQ এবং RP এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ

$\therefore FS \parallel PE$

(২) আবার, SE, PQ এবং RQ এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ

$\therefore SE \parallel RP$

এখন, $\angle RFS = \angle P$ [অনুরূ প কোণ]

তাহলে, $\angle SEP$ = এক সমকোণ

(৩) ΔRFS ও ΔPFS ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে [অঙ্কনানুসারে]

$RF = PF$

FS সাধারণ বাহু

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle RFS$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle PFS$ [সমকোণ বলে]

$\therefore \Delta RFS = \Delta PFS$

অতএব, $\angle FRS = \angle FPS$

(৪) ΔRPS-এ

$\angle SRP = \angle RPS$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ]

$RS = PS$

(৫) এরূ পে, ΔPSE ও ΔQSE নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে,

$PS = QS$

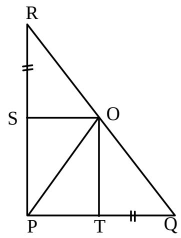
$\therefore PS + PS = RS + QS$

বা, $2PS = RQ$

বা, $PS = \frac{1}{2}QR$

$\therefore$ PS এর দৈর্ঘ্য QR এর অর্ধেক। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–২ ▸



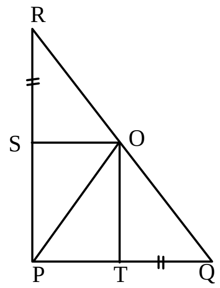
ক. উপরোক্ত চিত্রের জ্যামিতিক বর্ণনা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$ ৪

গ. $PR = 4{\cdot}4$ সে.মি. হলে দেখাও যে, Δ –ৰেত্র PQR = $2 \times \Delta$ ৰেত্র POQ. ৪

▸◂ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



এখানে, PQR একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ যার $PQ = PR$ এবং RQ অতিভুজ। O, RQ এর ওপর যেকোনো বিন্দু $OT \perp PQ$ এবং $OS \perp PR$.

খ. মনে করি, PQR একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ যার $PQ = PR$ এবং RQ অতিভুজ। O, RQ এর ওপর যেকোনো বিন্দু। $OT \perp PQ$ এবং $OS \perp PR$. প্রমাণ করতে হবে যে, $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔPRQ-এর, $\angle P = 90°$

এবং $\angle R = \angle Q = 45°$ [$\because PQ = PR$]

এখন, ΔOTQ-এর, $\angle T = 90°$ [$\because OT \perp PQ$]

সুতরাং $\angle TOQ = \angle TQO = 45°$

$\therefore QT = OT$

অনুরূ পভাবে প্রমাণ করা যায়, ΔORS

সমকোণী ত্রিভুজে, $OS = RS$

(২) ΔOTQ সমকোণী ত্রিভুজে OQ অতিভুজ হওয়ায়

$OQ^2 = OT^2 + QT^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

$= OT^2 + OT^2$ [$\because OT = OT$]

$\therefore OQ^2 = 2OT^2$ ....(i)

(৩) ΔORS সমকোণী ত্রিভুজে OQ অতিভুজ হওয়ায়,

$OR^2 = RS^2 + OS^2$

$= OS^2 + OS^2$ [$\because RS = OS$]

$\therefore OR^2 = 2OS^2$ ....(ii)

(৪) (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$OQ^2 + OR^2 = 2OT^2 + 2OS^2 = 2(OT^2 + OS^2)$

আবার, PTOS একটি আয়ত। [$\angle S = \angle P = \angle T$ = এক সমকোণ]

$\therefore OS = PT$ [$\because$ আয়তক্ষেত্রের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান]

$\therefore OQ^2 + OR^2 = 2(OT^2 + PT^2)$ ....(iii)

(৫) ΔPTO সমকোণী ত্রিভুজে OP অতিভুজ হওয়ায়, $OP^2 = OT^2 + PT^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য]

(৬) (iii) নং হতে পাই, $OQ^2 + OR^2 = 2OP^2$

$\therefore OR^2 + OQ^2 = 2OP^2$. **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে, $PR = 4.4$ সে. মি.

$\therefore PQ = PR = 4.4$ সে. মি.

এখন, যেহেতু $OS \perp PR$ এবং $OT \perp PQ$ এবং O, RQ এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore OT = SP = \frac{1}{2} PR = \frac{1}{2} \times 4.4$ সে. মি. $= 2.2$ সে. মি.

$\therefore \Delta POQ$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PQ \times OT$

$= \frac{1}{2} \times 4.4 \times 2.2$

$= 4.84$ বর্গ সে. মি.

ΔPQR এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PQ \times PR$

$= \frac{1}{2} \times 4.4 \times 4.4 = 9.68$

$= 2 \times 4.84$ সে. মি.

ক্ষেত্র $\Delta PQR = 2 \times \Delta$ ক্ষেত্র POQ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–৩ ▸ PQR সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ QR এর উপর M যেকোনো বিন্দু। D, PQ –এর উপর একটি বিন্দু।

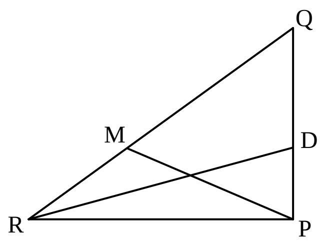
ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + RD^2$। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $MR^2 + MQ^2 = 2PM^2$। ৪

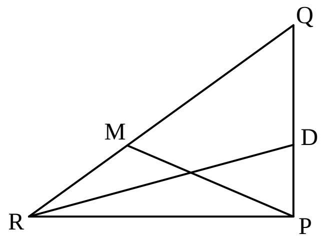
৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



উদ্দীপকের তথ্যানুসারে উপরিউক্ত চিত্রটি আঁকা হলো। এখানে, PQR সমকোণী ত্রিভুজ যার $PQ = PR$। PQ এর একটি বিন্দু D এবং RQ এর একটি বিন্দু M।

খ.

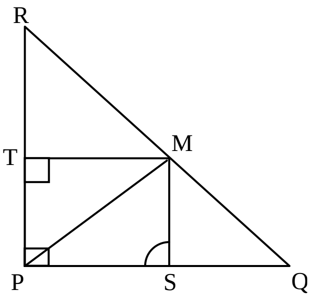


বিশেষ নির্বচন : PQR সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার $PQ = PR$। M, QR এর একটি বিন্দু এবং D, PQ এর একটি বিন্দু। দেখাতে হবে যে, $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + RD^2$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
১। PQR সমকোণী ত্রিভুজে $RQ^2 = PQ^2 + PR^2$ ———(i)	[RQ অতিভুজ]
২। PDR সমকোণী ত্রিভুজে, $RD^2 = PR^2 + PD^2$ বা, $PD^2 = RD^2 - PR^2$——(ii)	
৩। (i) + (ii) থেকে পাই, $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + PR^2 + RD^2 - PR^2$ বা, $RQ^2 + PD^2 = PQ^2 + RD^2$ **(প্রমাণিত)**	

গ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, PQR একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। এর $\angle P = 90°$, $PQ = PR$ এবং QR অতিভুজ।

M, QR এর উপর যেকোনো বিন্দু। P, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $MR^2 + MQ^2 = 2MP^2$.

অঙ্কন : M হতে PQ ও PR এর উপর যথাক্রমে MS ও MT লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔPQR এর $\angle P = 90°$ এবং $AB = AC$ হওয়ায় $\angle R = \angle Q = 45°$ হবে।	[দেওয়া আছে]
(২) এখন, ΔMTR এর $\angle T = 90°$ সুতরাং, $\angle TRM = \angle RMT = 45°$ $\therefore MT = RT$	[$MT \perp RT$]
(৩) ΔMQS সমকোণী ত্রিভুজে, $MS = QS$	[একই]
ΔMTR সমকোণী ত্রিভুজ MR অতিভুজ হওয়ায় $MR^2 = MT^2 + RT^2 = 2MT^2$	[$\therefore MT = RT$]
(৪) আবার, MSQ সমকোণী ত্রিভুজে MQ অতিভুজ হওয়ায় $MQ^2 = MS^2 + QS^2$	

$= MS^2 + MS^2$

$= 2MS^2$

$\therefore MR^2 + MQ^2 = 2MT^2 + 2QS^2$

$= 2(MT^2 + MS^2)$

(৫) এখন, $\angle S = \angle P = \angle T$ = এক সমকোণ হওয়ায় PSMT একটি আয়ত।

$\therefore MS = PT$

$\therefore MR^2 + MQ^2 = 2(MT^2 + PT^2)$

(৬) ΔPTM সমকোণী ত্রিভুজে PM অতিভুজ হওয়ায়,

$PM^2 = MT^2 + PT^2$

অতএব, $MR^2 + MQ^2 = 2MP^2$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৪ ▸ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle C = 1$ সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$। AC ও BC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D এবং E।

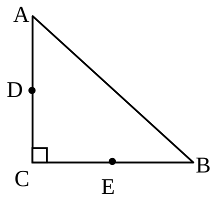
ক. উপরের তথ্য অনুযায়ী ত্রিভুজটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB = 2BC. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5(AC^2 + BC^2) = 4(BD^2 + AE^2)$। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

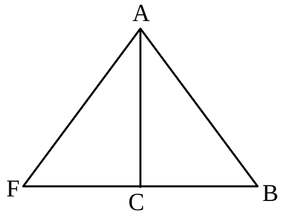
ক.



খ. **বিশেষ নির্বচন :** ΔACB এ $\angle C$ = এক সমকোণ এবং $\angle B = 2\angle A$।

প্রমাণ করতে হবে যে, AB = 2BC

অঙ্কন : BC কে F পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন CF = BC হয়। A, F যোগ করি।



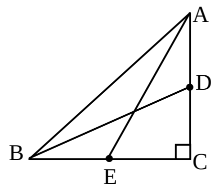
প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $\angle C = 90°$	[দেওয়া আছে]
$\therefore \angle B + \angle A = 90°$	
বা, $2\angle A + \angle A = 90°$	[$\because \angle B = 2\angle A$]
বা, $3\angle A = 90°$	
$\therefore \angle A = 30°$	
অর্থাৎ $\angle BAC = 30°$	
$\therefore \angle B = 2\angle A = 2 \times 30° = 60°$	
$\therefore \angle ABF = 60°$	
(২) ΔABC ও ΔACF এ	
BC = CF	[অঙ্কন অনুসারে]
AC = AC	[সাধারণ বাহু]
$\angle ACB = \angle ACF$ = এক সমকোণ	
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ACF$	
(৩) $\angle BAC = \angle CAF = 30°$	
বা, $\angle BAF = \angle BAC + \angle CAF = 30° + 30° = 60°$	
(৪) এখন, ΔABF এ	
$\angle ABF + \angle BAF + \angle AFB = 180°$	
বা, $60° + 60° + \angle AFB = 180°$	
$\therefore \angle AFB = 60°$	
সুতরাং ΔABF সমবাহু ত্রিভুজ।	
(৫) AB = BF	
AB = BC + CF	
বা, AB = BC + BC	[BC = CF]
$\therefore$ AB = 2BC **(প্রমাণিত)**	

গ. **বিশেষ নির্বচন :** দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C$ = এক সমকোণ। অর্থাৎ $\angle ACB = 90°$। AC বাহুর উপর মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$5(AC^2 + BC^2) = 4(BD^2 + AE^2)$



প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔACE-এ $AE^2 = CE^2 + AC^2$	[ACE সমকোণী ত্রিভুজ]
এবং ΔBCD-এ $BD^2 = BC^2 + CD^2$	[BCD সমকোণী ত্রিভুজ]

(২) $AC^2 + CE^2 + BC^2 + CD^2 = BD^2 + AE^2$

বা, $4(AC^2 + CE^2 + BC^2 + CD^2) = 4(BD^2 + AE^2)$

বা, $4\left\{AC^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 + BC^2 + \left(\frac{1}{2}AC\right)^2\right\} = 4(BD^2 + AE^2)$

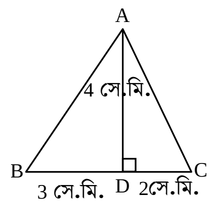
বা, $4\left(AC^2 + \frac{1}{4}BC^2 + BC^2 + \frac{1}{4}AC^2\right) = 4(BD^2 + AE^2)$

বা, $4AC^2 + BC^2 + 4BC^2 + AC^2 = 4(BD^2 + AE^2)$

বা, $5AC^2 + 5BC^2 = 4(BD^2 + AE^2)$

$\therefore 5(AC^2 + BC^2) = 4(BD^2 + AE^2)$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৫ ▸



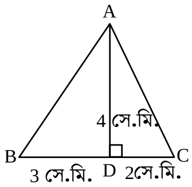
ক. (Δ ক্ষেত্র ABD : Δ ক্ষেত্র ACD) এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. AB ও AC এর মধ্য বিন্দু P, Q হলে প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র APQ $= \frac{1}{4}\Delta$ ক্ষেত্র ABC. ৪

গ. এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ 70° এবং ক্ষেত্রফল Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফলের সমান হয়। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



চিত্রে, Δ ক্ষেত্র ABD $= \frac{1}{2} \times BD \times AD = \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 4\right)$ বর্গ সে.মি.

$= 6$ বর্গ সে.মি.

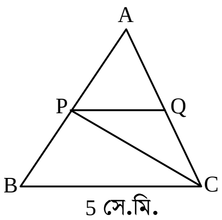
আবার, Δ ক্ষেত্র ACD $= \frac{1}{2} \times CD \times AD$

$= \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 4\right)$ বর্গ সে.মি.

$= 4$ বর্গ সে.মি.

Δ ক্ষেত্র ABD : Δ ক্ষেত্র ACD $= 6 : 4 = 3 : 2$ **(Ans.)**

খ.



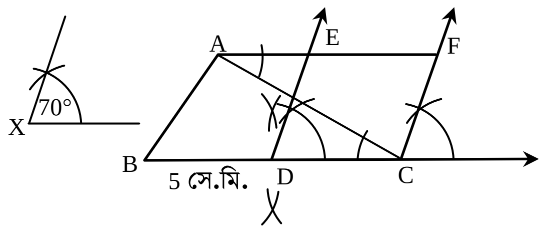
মনে করি, ΔABC এ AB ও AC এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q। প্রমাণ করতে হবে Δ ক্ষেত্র APQ $= \frac{1}{4} \Delta$ ক্ষেত্র ABC।

অঙ্কন : P, Q, P, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC এ CP মধ্যমা।	[$\because$ P, AB এর মধ্যবিন্দু]
$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র APC $= \Delta$ ক্ষেত্র BPC $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র APC $= \frac{1}{2} \Delta$ ক্ষেত্র ABC	[মধ্যমা ত্রিভুজকে দুইটি সমানক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে বিভক্ত করে]
(২) Δ ক্ষেত্র APC এ PQ মধ্যমা $\therefore \Delta APQ = \Delta PCQ$ $\therefore \Delta APQ = \frac{1}{2} \Delta$ ক্ষেত্র APC $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Delta$ ক্ষেত্র ABC $= \frac{1}{4} \Delta$ ক্ষেত্র ABC **(প্রমাণিত)**	[$\because$ Q, AC এর মধ্যবিন্দু]

গ.



মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ। $\angle X = 70°$ একটি কোণ। এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যেন এর ক্ষেত্রফল, Δ ক্ষেত্র ABC এর সমান হয় এবং একটি কোণ $\angle X = 70°$ হয়।

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) BC এর মধ্যবিন্দু D নিই।

(২) D বিন্দুতে প্রদত্ত $\angle X = \angle CDE$ আঁকি।

(৩) C বিন্দু দিয়ে $DE \parallel CF$ আঁকি এবং A বিন্দু দিয়ে $BC \parallel AF$ আঁকি।

(৪) উহা DE ও CF কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ CDEF ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–৬ ▸ ABCD একটি সামান্তরিক এবং এর কর্ণদ্বয় যথাক্রমে AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

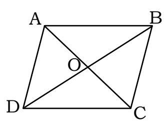
ক. উপরের তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AO = CO এবং BO = OD. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র AOB $=$ Δ ক্ষেত্র BOC $=$ Δ ক্ষেত্র COD $=$ Δ ক্ষেত্র AOD. ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

খ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অর্থাৎ AO = CO এবং BO = DO.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $AB \parallel CD$ এবং AC তাদের ছেদক।	[$\because$ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]
$\therefore \angle BAC = \angle DCA$. অর্থাৎ $\angle OAB = \angle OCD$	[একান্তর কোণ]
(২) আবার, $AB \parallel CD$ এবং BD তাদের ছেদক।	
$\therefore \angle ABD = \angle CDB$ অর্থাৎ $\angle OBA = \angle ODC$	[একান্তর কোণ বলে]
(৩) এখন, ΔOAB এবং ΔOCD-এ $\angle OAB = \angle OCD$ $\angle OBA = \angle ODC$ এবং AB = CD	[$\because$ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু]
$\therefore \Delta OAB \cong \Delta OCD$ সুতরাং AO = CO এবং BO = DO. **(দেখানো হলো)**	[কোণ বাহু–কোণ উপপাদ্য]

গ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। যার AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BOC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র AOD এর ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। সুতরাং, AO = OC এবং BO = OD.	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন, ΔABC এর মধ্যমা BO ∴ Δ ক্ষেত্র AOB এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BOC এর ক্ষেত্রফল	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে।] [∵ BO = OD]
আবার, ΔBCD এর মধ্যমা CO ∴ Δ ক্ষেত্র BOC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল।	
(৩) আবার, ΔCAD এর মধ্যমা DO ∴ Δ ক্ষেত্র COD এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র AOD এর ক্ষেত্রফল	
সুতরাং Δ ক্ষেত্র AOB = Δ ক্ষেত্র BOC = Δ ক্ষেত্র COD = Δ ক্ষেত্র AOD. **(প্রমাণিত)**	[(১), (২) ও (৩) থেকে]

প্রশ্ন–৭ ▸ ABCD এবং ABEF সামান্তরিক দুইটি একই ভূমি AB-এর উপর এবং AB ও DE সমান্তরাল রেখাযুগল এর মধ্যে অবস্থিত।

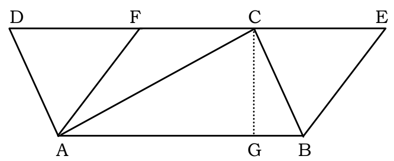
ক. উপরের তথ্যানুসারে সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিক ABCD এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ABEF. ৪

গ. ΔABC-এর ক্ষেত্রফল 81 বর্গ একক এবং ভূমি 27 একক হলে, 'খ' এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ABCD ও ABEF সামান্তরিকদ্বয় একই ভূমি AB-এর উপর এবং AB ও DE সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।

খ. প্রমাণ করতে হবে যে, সামান্তরিক ABCD-এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ABEF-এর ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	যথার্থতা
(১) ΔADF এবং ΔBCE-এর মধ্যে, AD = BC.	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু বলে]
∠ADF = অনুরূপ ∠BCE	[∵ AD ∥ BC, DE ছেদক]
এবং ∠AFD = অনুরূপ ∠BEC	[∵ AF ∥ BE, DE ছেদক]
∴ ΔADF ≅ ΔBCE অর্থাৎ Δ-ক্ষেত্র ADF = Δ-ক্ষেত্র BCE	
(২) এখন, ABED চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল – ΔBCE-এর ক্ষেত্রফল = ABED চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল – ΔADF-এর ক্ষেত্রফল।	
∴ ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ABEF সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল।	**(প্রমাণিত)**

গ. **অঙ্কন :** A ও C যোগ করি এবং CG লম্ব টানি যা AB কে G বিন্দুতে ছেদ করে।

ΔABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times AB \times CG = \frac{1}{2} \times 27 \times CG$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2} \times 27 \times CG = 81$

বা, $CG = \frac{81 \times 2}{27}$

$\therefore CG = 6$ একক

এখন, ABCD সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= AB \times CG$

$= (27 \times 6)$ বর্গ একক

$= 162$ বর্গ একক

এবং ABEF সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= AB \times CG$

$= (27 \times 6)$ বর্গ একক

$= 162$ বর্গ একক।

∴ সামান্তরিক ABCD-এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ABEF-এর ক্ষেত্রফল = 162 বর্গ একক। **(সত্যতা যাচাই করা হলো)**

প্রশ্ন–৮ ▸ ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যার অতিভুজ AB এবং ∠C = এক সমকোণ।

ক. সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি বিবৃত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = BC^2 + AC^2$. ৪

গ. একজন লোক একটি নির্দিষ্ট স্থান A থেকে যাত্রা শুরু করে ঠিক উত্তর দিকে 4 কি.মি. গেল এবং সেখান থেকে ঠিক পূর্ব দিকে 3 কি.মি. গেল। যাত্রা শেষে সে A থেকে কত দূরে থাকবে? ৪

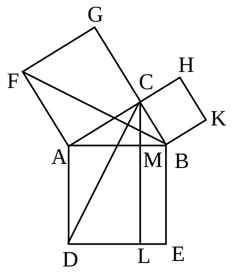
৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

খ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের ∠ACB সমকোণ এবং AB অতিভুজ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

অঙ্কন : AB, AC এবং BC বাহুর উপর যথাক্রমে ABED, ACGF এবং BCHK বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। C বিন্দু দিয়ে AD বা BE রেখার সমান্তরাল CL রেখা আঁকি।

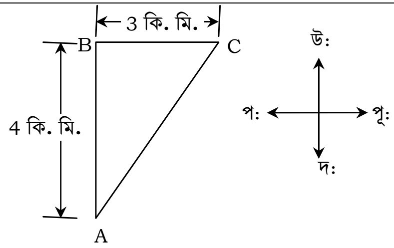
মনে করি, তা AB কে M বিন্দুতে এবং DE কে L বিন্দুতে ছেদ করে। C ও D এবং B ও F যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔCAD ও ΔFAB এ $CA = AF, AD = AB$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD$	[$\angle BAD = \angle CAF$ = 1 সমকোণ]
$= \angle CAB + \angle CAF$ $=$ অন্তর্ভুক্ত $\angle BAF$	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
অতএব, $\Delta CAD \cong \Delta FAB$	
(২) ত্রিভুজক্ষেত্র CAD এবং আয়তক্ষেত্র ADLM একই ভূমি AD এর উপর এবং AD ও CL সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং, আয়তক্ষেত্র ADLM = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র CAD)	[উপপাদ্য ১]
(৩) ত্রিভুজক্ষেত্র BAF এবং বর্গক্ষেত্র ACGF একই ভূমি AF এর উপর এবং AF ও BG সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যে অবস্থিত।	(উপপাদ্য ১)
সুতরাং, বর্গক্ষেত্র ACGF = 2 (ত্রিভুজক্ষেত্র FAB) = 2(ত্রিভুজক্ষেত্র CAD)	
(৪) আয়তক্ষেত্র ADLM = বর্গক্ষেত্র ACGF	[(২) এবং (৩) থেকে]
(৫) অনুরূপভাবে C, E ও A, K যোগ করে প্রমাণ করা যায় যে, আয়তক্ষেত্র BELM = বর্গক্ষেত্র BCHK	
(৬) আয়তক্ষেত্র (ADLM + BELM) = বর্গক্ষেত্র ACGF + বর্গক্ষেত্র BCHK বা, বর্গক্ষেত্র ABED = বর্গক্ষেত্র ACGF + বর্গক্ষেত্র BCHK অর্থাৎ, $AB^2 = AC^2 + BC^2$ **(প্রমাণিত)**	[(৪) এবং (৫) থেকে]

গ.



মনে করি, লোকটি A বিন্দু থেকে যাত্রা শুরব করে উত্তর দিকে AB দূরত্ব যায় এবং B বিন্দু থেকে ঠিক পূর্বদিকে BC দূরত্ব অতিক্রম করে যাত্রা শেষ করে।

দেওয়া আছে, AB = 4 কি.মি. এবং BC = 3 কি.মি.

যাত্রা শেষে A থেকে লোকটির দূরত্ব (AC) নির্ণয় করতে হবে।

AC দূরত্ব নির্ণয় :

ঠিক উত্তর এবং ঠিক পূর্বদিকের মাঝে 90° কোণ বিদ্যমান।

$\therefore$ ΔABC সমকোণী এবং $\angle ABC = 90°$ এবং অতিভুজ = AC

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

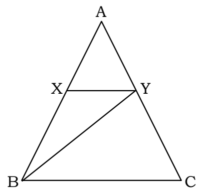
$= (4)^2 + (3)^2$ [$\because$ AB = 4 এবং BC = 3]

$= 25$

$\therefore AC = \sqrt{25} = 5$

নির্ণেয় দূরত্ব 5 কি.মি.।

প্রশ্ন–৯ ▸ Δ ABC এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y.



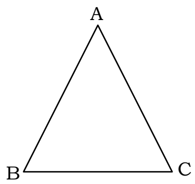
ক. ত্রিভুজের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, ΔAXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$(Δ- ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)। ৪

গ. ΔAXY এর ক্ষেত্রফল = 60 বর্গ সে.মি. হলে, ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

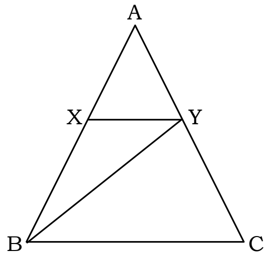
ক. **ত্রিভুজ :** তিনটি বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলা হয়।



চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ।

খ. **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, ΔABC-এর AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X ও Y। প্রমাণ করতে হবে যে,

Δ–ক্ষেত্র AXY-এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4} \times \Delta$–ক্ষেত্র ABC–এর ক্ষেত্রফল।



অঙ্কন : B, Y যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC-এ Y, AC-এর মধ্যবিন্দু। $\therefore$ BY মধ্যমা। BY মধ্যমা হওয়ায় Δ-ক্ষেত্র ABY-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \Delta$–ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল।	[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান দুইটি অংশে ভাগ করে]
(২) X, AB-এর মধ্যবিন্দু। অতএব XY মধ্যমা। $\therefore$ XY মধ্যমা হওয়ায় Δ-ক্ষেত্র AXY-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \Delta$- ক্ষেত্র ABY-এর ক্ষেত্রফল।	[যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান দুইটি অংশে ভাগ করে]
(৩) এখন, Δ– AXY-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times \Delta$-ক্ষেত্র ABY-এর ক্ষেত্রফল। $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC) $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC) $\therefore$ Δ AXY-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) **(প্রমাণিত)**	[(২) থেকে] [ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা]

গ. এখানে, ΔAXY এর ক্ষেত্রফল = 60 বর্গ সে.মি.

'খ'–হতে প্রাপ্ত, Δ–ক্ষেত্র AXY-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δ-ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল)

বা, 60 বর্গ সে.মি. $= \frac{1}{4} \times \Delta$ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$\therefore$ Δ–ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = 240 বর্গ সে.মি.।

প্রশ্ন–১০ ▸ ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ।

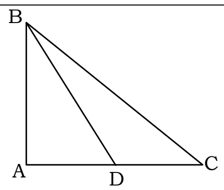
ক. উদ্দীপক অনুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. D, AC এর উপর যেকোনো বিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. ৪

গ. D, E যথাক্রমে AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$. ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ।

খ. D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। B, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$.

প্রমাণ : যেহেতু ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ এবং BC এর অতিভুজ।

$\therefore$ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ....(i)

অনুরূপভাবে, ABD সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 + AD^2 = BD^2$

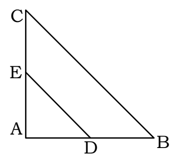
বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$ ....(ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $BC^2 + AD^2 = AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$.

$\therefore$ $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$ **(প্রমাণিত)**

গ. দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু। D, E যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$



প্রমাণ : AC এর মধ্যবিন্দু E হওয়ায় AE = CE

আবার, D, AB এর মধ্যবিন্দু।

$\therefore$ AD = BD

এখন, $\angle A$ = এক সমকোণ।

অর্থাৎ ADE সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ DE.

$\therefore$ $DE^2 = AE^2 + AD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$\therefore$ $DE^2 = CE^2 + BD^2$ [$\because$ AE = CE এবং AD = BD] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১১ ▸ একটি নির্দিষ্ট কোণ x এবং নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ ABCD দেওয়া আছে।

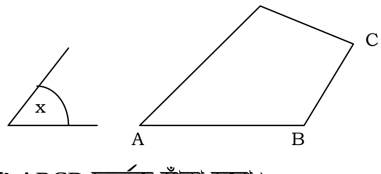
ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে চিত্রটি আঁক। ২

খ. একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর, যার একটি কোণ প্রদত্ত $\angle x$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র ABCD চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

গ. অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

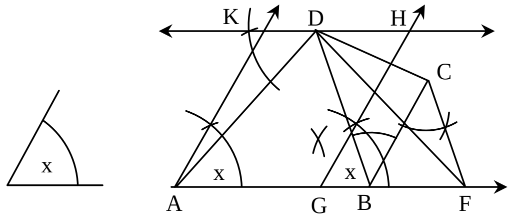
১১নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



x কোণ এবং ABCD চতুর্ভুজ আঁকা হলো।

খ.



মনে করি, ABCD একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্র এবং $\angle x$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূ প একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ প্রদত্ত $\angle x$ এর সমান এবং সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

গ. **অঙ্কন :**

(১) B, D যোগ করি।

(২) C বিন্দু দিয়ে CF || DB টানি এবং মনে করি, CE, AB বাহুর বর্ধিতাংশকে F বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) AF রেখাংশের মধ্যবিন্দু G নির্ণয় করি। AG রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle GAK$ আঁকি এবং G বিন্দু দিয়ে GH || AK টানি। D বিন্দু দিয়ে KDH || AG টানি এবং মনে করি, তা AK ও GH কে যথাক্রমে K ও H বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, AGHK ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন–১২ ▸ রাজ্জাক ও আকরাম সাহেবের ত্রিভুজাকৃতি জমির সীমানার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3x মিটার, 4x মিটার ও 5x মিটার এবং এর পরিসীমা 72 মিটার। বৃহত্তম সীমানার বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে অঙ্কিত লম্ব জমিটিকে বিভক্ত করে। রাজ্জাক সাহেবের জমির পরিমাণ রহিম সাহেবের জমির চেয়ে কম।

ক. x এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. তাদের জমির সাধারণ সীমানার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রতি বর্গমিটার জমির মূল্য 2000 টাকা হলে রাজ্জাক সাহেবের জমির মূল্য কত? ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে,

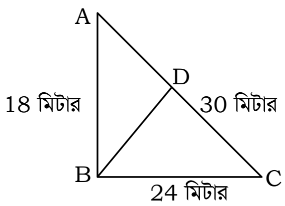
জমিটির সীমানার দৈর্ঘ্যগুলো যথাক্রমে 3x, 4x এবং 5x মিটার এবং জমিটির পরিসীমা 72 মিটার।

$\therefore 3x + 4x + 5x = 72$

বা, $12x = 72$

$\therefore x = 6$ মিটার **(Ans.)**

খ.



'ক' হতে পাই, $x = 6$ মিটার

$\therefore$ জমিটির সীমানার দৈর্ঘ্যগুলো যথাক্রমে

$3 \times 6 = 18$ মিটার, $4 \times 6 = 24$ মিটার এবং $5 \times 6 = 30$ মিটার।

মনে করি, AB = 18 মিটার, BC = 24 মিটার এবং CA = 30 মিটার।

এখন বৃহত্তর সীমানার বিপরীত শীর্ষ বিন্দু B হতে AC এর উপর অঙ্কিত BD লম্ব জমিটিকে বিভক্ত করেছে।

এখন $AD = CD = \frac{30}{2} = 15$ মিটার।

সুতরাং ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে BD মধ্যমা।

$\therefore AB^2 + BC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

বা, $18^2 + 24^2 = 2(BD^2 + 15^2)$

বা, $900 = 2(BD^2 + 225)$

বা, $900 - 450 = 2BD^2$

বা, $2BD^2 = 450$

বা, $BD^2 = 225$

$\therefore BD = 15$

$\therefore$ তাদের জমির সাধারণ সীমানার দৈর্ঘ্য = 15 মিটার **(Ans.)**

গ. 'খ' হতে পাই, AB = 18 মিটার, BC = 24 মিটার,

AC = 30 মিটার, AD = 15 মিটার এবং BD = 15 মিটার

$\therefore$ 'খ' এর চিত্র হতে প্রশ্নমতে,

রাজ্জাক সাহেবের জমির ক্ষেত্র = ΔABD

$\therefore$ আকরাম সাহেবের জমির ক্ষেত্র ΔBCD

ΔABD হতে অর্ধপরিসীমা $S = \frac{AB + BD + AD}{2}$ একক

$= \frac{18 + 15 + 15}{2}$ মিটার

$= 24$ মিটার

ΔABD এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{S(S - AB)(S - BD)(S - AD)}$ বর্গএকক

$= \sqrt{24(24 - 18)(24 - 15)(24 - 15)}$ বর্গএকক

$= \sqrt{24 \times 6 \times 9 \times 9}$ বর্গমিটার

$= \sqrt{11664}$

$= 108$ বর্গমিটার

দেওয়া আছে,

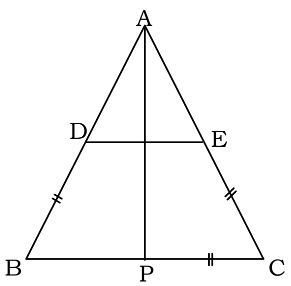
প্রতি বর্গমিটার জমির মূল্য 2000 টাকা

$\therefore$ রাজ্জাক সাহেবের জমির মূল্য (2000×108) টাকা

$= 2,16,000$ টাকা

নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১৩ ▸



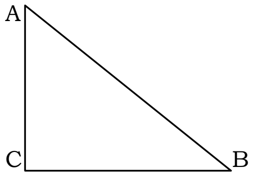
ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন কর। ২

খ. D ও E, AB এবং AC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র $ADE = \frac{1}{4} \times (\Delta$ ক্ষেত্র $ABC)$. ৪

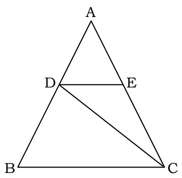
গ. P, BC এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ কর যে, $4AP^2 = 3AB^2$. ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।
চিত্রে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle ACB$ সমকোণ এবং AB অতিভুজ।
$\therefore AB^2 = BC^2 + AC^2$



খ. দেওয়া আছে, ΔABC–এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E. প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

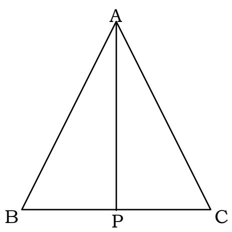


অঙ্কন : C, D এবং D, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) যেহেতু, D, AB-এর মধ্যবিন্দু। সেহেতু, CD, ΔABC-এর মধ্যমা। $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ACD $= \frac{1}{2}$(Δ ক্ষেত্র ABC)	[ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইটি অংশে বিভক্ত করে]
(২) আবার, যেহেতু ΔACD-এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E. সুতরাং DE, ΔACD-এর মধ্যমা $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ADE $= \frac{1}{2}$(Δ ক্ষেত্র ACD)	[ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইটি অংশে বিভক্ত করে]
$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)	[(১) থেকে]
$= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) অর্থাৎ Δ ক্ষেত্র ADE এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) **(প্রমাণিত)**	

গ. দেওয়া আছে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। BC এর মধ্যবিন্দু P অর্থাৎ AP, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AP^2 = 3AB^2$.



প্রমাণ :

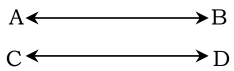
ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC এ AB = BC = CA এবং PB = PC $= \frac{1}{2}$BC	[$\because \Delta ABC$ সমবাহু ত্রিভুজ] [AP লম্বের পাদ বিন্দু P, BC কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔABP এ $\angle APB = 90°$ এবং AB = অতিভুজ $\therefore \Delta ABP$ সমকোণী ত্রিভুজ।	[$\because$ AP, BC এর উপর লম্ব]
(৩) APB সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AB^2 = AP^2 + BP^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $AB^2 - BP^2 = AP^2$ বা, $AP^2 = AB^2 - \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$	[(১) হতে]
বা, $AP^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$ বা, $AP^2 = \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$	[(১) হতে]
বা, $4AP^2 = 4AB^2 - AB^2$ $\therefore 4AP^2 = 3AB^2$. **(প্রমাণিত)**	

প্রশ্ন–১৪ ▸ ΔABC ও ΔDBC ত্রিভুজদ্বয় একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত।

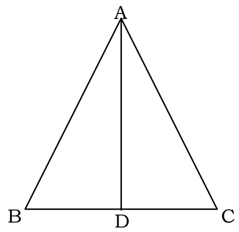
ক. সমান্তরাল রেখা ও ত্রিভুজের মধ্যমার সংজ্ঞা লেখ। ২
খ. প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BCD এর ক্ষেত্রফল। ৪
গ. উদ্দীপকের ABC ত্রিভুজটি যদি সমবাহু হয় এবং AD, BC-এর উপর লম্ব হয় তবে প্রমাণ কর যে, $4AD^2 = 3AB^2$. ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

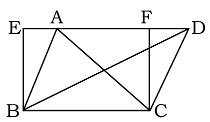
ক. **সমান্তরাল রেখা :** একই সমতলস্থ দুইটি ভিন্ন সরলরেখাকে সমান্তরাল রেখা বলা হয়, যদি তাদের কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে।
চিত্রে AB ও CD দুইটি সমান্তরাল রেখা।



ত্রিভুজের মধ্যমা : কোনো ত্রিভুজের শীর্ষ হতে এর বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত যে রেখা ঐ ত্রিভুজটিকে সমান দুই ভাগে বিভক্ত করে তাকে ত্রিভুজটির মধ্যমা বলে।
চিত্রে, AD, ABC ত্রিভুজের মধ্যমা।



খ. মনে করি, ABC ও BCD ত্রিভুজক্ষেত্রদ্বয় একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও AD এর মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র BCD এর ক্ষেত্রফল।



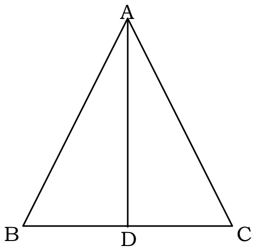
অঙ্কন : BC রেখাংশের B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে BE ও CF লম্ব অঙ্কন করি। এরা AD রেখার বর্ধিত অংশকে E বিন্দুতে এবং AD রেখাকে F বিন্দুতে ছেদ করে। ফলে EBCF একটি আয়তক্ষেত্র তৈরি হয়।

প্রমাণ : EBCF একটি আয়তৰেত্র। এখন Δ ৰেত্র ABC এবং আয়তৰেত্র EBCF একই ভূমি BC এর উপর এবং BC ও ED সমান্তরাল রেখাংশের মধ্যে অবস্থিত। সুতরাং Δ ৰেত্র ABC = $\frac{1}{2}$ (আয়তৰেত্র EBCF)

অনুরূ পভাবে, Δ ৰেত্র BCD ৰেত্রের ৰেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (আয়তৰেত্র EBCF)

∴ Δ ৰেত্র ABC = Δ ৰেত্র BCD **(প্রমাণিত)**

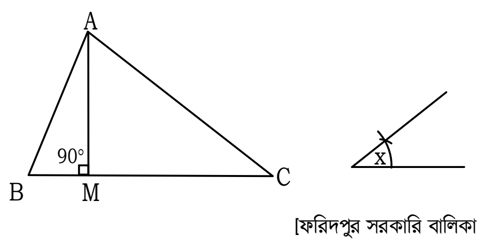
গ. দেওয়া আছে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$.



প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABC এ AB = BC = CA	[∵ΔABC সমবাহু ত্রিভুজ]
এবং $BD = DC = \frac{1}{2}BC$	[AD লম্বের পাদ বিন্দু D, BC কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔABD এ ∠ADB = 90° এবং AB = অতিভুজ	[∵ AD, BC এর উপর লম্ব]
∴ ΔABD সমকোণী ত্রিভুজ।	
(৩) ABD সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AB^2 = AD^2 + BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
বা, $AB^2 - BD^2 = AD^2$	
বা, $AD^2 = AB^2 - \left(\frac{1}{2}BC\right)^2$	[(১) হতে]
বা, $AD^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$	
বা, $AD^2 = \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$	[(১) হতে]
বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$	
∴ $4AD^2 = 3AB^2$.**(দেখানো হলো)**	

প্রশ্ন–১৫ ▸



[ফরিদপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়]

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যটি লেখ। ২

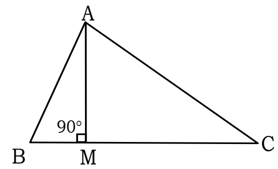
খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CM$. ৪

গ. এমন একটি সামান্তরিক আঁক, যার একটি কোণ ∠x এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ৰেত্র ΔABC এর ৰেত্রফলের সমান। ৪

▸◂ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্রের ৰেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্রদ্বয়ের ৰেত্রফলের সমষ্টির সমান।

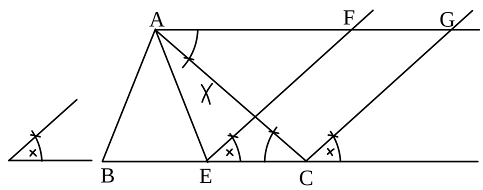
খ. দেওয়া আছে, ΔABC এর ∠C সূক্ষ্মকোণ; AM, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CM$.



প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABM ও ΔAMC উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	[∵ AM, BC এর উপর লম্ব]
(২) ΔAMC সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই, $AC^2 = AM^2 + CM^2$	
বা, $AC^2 - CM^2 = AM^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
∴ $AM^2 = AC^2 - CM^2$	
(৩) আবার, ABM সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$AB^2 = AM^2 + BM^2$	
$= AC^2 - CM^2 + BM^2$	
$= AC^2 - CM^2 + (BC - CM)^2$	[(২) হতে]
$= AC^2 - CM^2 + BC^2 + CM^2 - 2BC.CM$	[∵ BM = BC − CM]
∴ $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2BC.CM$	**(প্রমাণিত)**

গ. মনে করি, ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজৰেত্র এবং ∠x একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূ প সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ ∠x এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ৰেত্রের ৰেত্রফল Δ ৰেত্র ABC এর ৰেত্রফলের সমান।



অঙ্কন : BC বাহুকে E বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করি। EC রেখাংশের E বিন্দুতে ∠x এর সমান ∠CEF আঁকি। A বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল AG রশ্মি টানি এবং মনে করি তা EF রশ্মিকে F বিন্দুতে ছেদ করে। C বিন্দু দিয়ে EF রেখাংশের সমান্তরাল CG রশ্মি টানি এবং মনে করি তা AG রশ্মিকে G বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ECGF ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রশ্ন–১৬ ▸ তথ্যটি পড় এবং নিচের প্রশ্নগুলোর সমাধান কর।

ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। যার ∠A = এক সমকোণ। BE ও CF মধ্যমা।

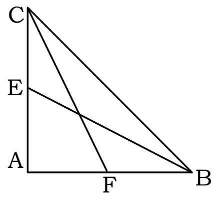
ক. উপরের তথ্য মতে সমকোণী ত্রিভুজটির মধ্যমা চিত্রে চিহ্নিত কর। ২

খ. উলিরখিত চিত্র হতে প্রমাণ কর যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গৰেত্রদ্বয়ের ৰেত্রফলের সমষ্টির সমান। ৪

▸◂ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. উপরের তথ্যমতে সমকোণী ত্রিভুজটি হবে,



ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ। BE ও CF ত্রিভুজের মধ্যমা।

খ. 'ক' এর চিত্র হতে, $BE^2 = AB^2 + AE^2$

এবং $CF^2 = AC^2 + AF^2$

$\therefore 4(BE^2 + CF^2) = 4(AB^2 + AE^2 + AC^2 + AF^2)$

$= 4(AB^2 + AC^2) + 4AE^2 + 4AF^2$

$= 4BC^2 + (2AE)^2 + (2AF)^2$

$= 4BC^2 + AC^2 + AB^2$

$= 4BC^2 + BC^2$

$\therefore 4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$ **(প্রমাণিত)**

গ. অনুশীলনী ১৫ এর ৩নং উপপাদ্য দেখ।

প্রশ্ন–১৭ ▸ ΔABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ $AD \perp BC$.

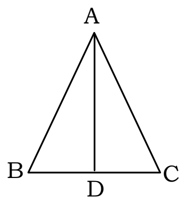
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি অংকন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $3AB^2 = 4AD^2$ ৪

গ. যদি উক্ত ত্রিভুজের AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে x ও y হয় তবে প্রমাণ কর যে, $\Delta AXY = \frac{1}{4}\Delta ABC$. ৪

▸◂ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক.



চিত্রে ABC সমবাহু ত্রিভুজ যার AB = BC = CA এবং $AD \perp BC$.

খ. দেওয়া আছে, ΔABC সমবাহু

অর্থাৎ AB = BC = CA এবং AD, BC এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$

প্রমাণ :

ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) $AD \perp BC$	[দেওয়া আছে]
$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90°$	
(২) এখন, সমকোণী ΔABD এবং সমকোণী ΔACD-এ	
অতিভুজ AB = অতিভুজ AC	[$\because$ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]
এবং AD = AD	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$	[$\because$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের অতিভুজ এবং অপর একটি বাহু সমান]
সুতরাং BD = CD	
$\therefore$ BC = 2BD	
(৩) আবার, সমকোণী ΔABD-এ $\angle ADB = 90°$	
এবং অতিভুজ = AB.	

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - 4BD^2$ [উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]

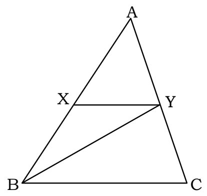
বা, $4AD^2 = 4AB^2 - (2BD)^2$

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - BC^2$ [$\because$ BC = 2BD]

বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$ [$\because$ AB = BC]

$\therefore 3AB^2 = 4AD^2$ **(প্রমাণিত)**

গ.



মনে করি, ΔABC-এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে X এবং Y। এখন X, Y যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে,

Δ–ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$(Δ- ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

অঙ্কন : B, Y যোগ করি।

প্রমাণ :

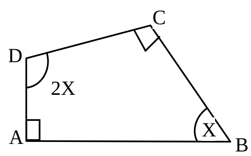
ধাপসমূহ	**যথার্থতা**
(১) ΔABY-এ XY, AB এর ওপর মধ্যমা।	
Δ–ক্ষেত্র AXY = $\frac{1}{2}$(Δ-ক্ষেত্র ABY)	
	($\because$ XY মধ্যমা Δ– ক্ষেত্র ABY- কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) আবার, ΔABC-এ BY, AC-এর ওপর মধ্যমা।	
Δ-ক্ষেত্র ABY = $\frac{1}{2}$(Δ–ক্ষেত্র ABC) [একই কারণে]	

$\therefore \Delta$- ক্ষেত্র AXY = $\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}(\Delta\text{–ক্ষেত্র ABC})\right\} = \frac{1}{4}$($\Delta$- ক্ষেত্র ABC)

অর্থাৎ, Δ–ক্ষেত্র AXY এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{4}$ (Δ- ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

$\therefore \Delta AXY = \frac{1}{4}\Delta ABC$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১৮ ▸



ক. চিত্র হতে $\angle x$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন কর যার একটি কোণ $\angle x$ এবং ক্ষেত্রফল ABCD চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ABCD চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্ত। ৪

▸◂ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▸◂

ক. আমরা জানি,

চতুর্ভুজের বিপরীত কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ।

সুতরাং, $2x + x = 180°$

বা, $3x = 180°$

বা, $x = 60°$

$\therefore \angle x = 60°$ **(Ans.)**

খ. অনুশীলনী ১৫ এর ৩নং সম্পাদ্য দেখ।

[বি: দ্র: $\angle x = 60°$ ধরে চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।]

গ. অনুশীলনী–৮.৩ এর –৮ নং উপপাদ্য দ্রষ্টব্য।

প্রশ্ন–১৯ ▸ ΔABC এর $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

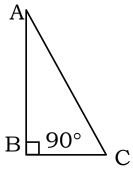
ক. তথ্যানুসারে চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\angle B$ = এক সমকোণ। ৪

গ. CE ও AF ত্রিভুজটির মধ্যমা হলে দেখাও যে, $4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$. ৪

১৯নং প্রশ্নের সমাধান

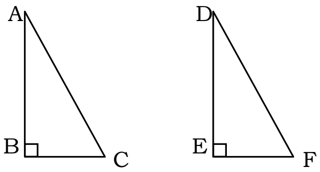
ক.



ΔABC-এ

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ এবং $\angle ABC = 90°$

খ.



মনে করি, ΔABC–এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle B$ = এক সমকোণ

অঙ্কন : DEF একটি ত্রিভুজ আঁকি, যার $\angle E$ = এক সমকোণ

$DE = AB$ এবং $EF = BC$

প্রমাণ : যেহেতু $\angle E$ = এক সমকোণ

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের সাহায্যে পাই,

$DF^2 = DE^2 + EF^2$

বা, $DF^2 = AB^2 + BC^2$ [$\because$ অঙ্কন অনুসারে $DE = AB$

বা, $DF^2 = AC^2$ এবং $EF = BC$]

$\therefore DF = AC$

এখন ΔABC এবং ΔDEF-এ

$AB = DE$ [অঙ্কন অনুসারে]

$BC = EF$ [একই কারণে]

এবং $AC = DF$

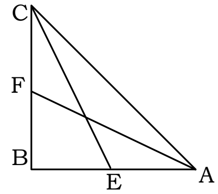
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$

$\therefore \angle B = \angle E$ [অঙ্কন অনুসারে]

কিন্তু $\angle E$ = এক সমকোণ

$\therefore \angle B$ = এক সমকোণ। **(প্রমাণিত)**

গ.



দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ = এক সমকোণ।

অর্থাৎ $\angle ABC = 90°$. AF এবং CE যথাক্রমে BC ও AB বাহুর ওপর মধ্যমা।

দেখাতে হবে যে, $4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$

প্রমাণ : ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) AF, BC বাহুর মধ্যমা [দেওয়া আছে]

$\therefore BF = CF = \frac{1}{2} BC$

(২) CE, AB বাহুর মধ্যমা [দেওয়া আছে]

$\therefore BE = AE = \frac{1}{2} AB$

(৩) সমকোণী ত্রিভুজ ΔABC এ, $\angle ABC = 90°$

এবং অতিভুজ = AC [দেওয়া আছে]

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ ....(i)

(৪) সমকোণী ত্রিভুজ ΔABF-এ, অতিভুজ AF

$\therefore AF^2 = AB^2 + BF^2$ ....(ii)

(৫) সমকোণী ত্রিভুজ ΔBCE-এ, অতিভুজ CE

$\therefore$ পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$CE^2 = BC^2 + BE^2$ ....(iii)

(৬) (ii) + (iii) নং যোগ করে পাই,

$AF^2 + CE^2 = AB^2 + BF^2 + BC^2 + BE^2$

বা, $AF^2 + CE^2 = BF^2 + BE^2 + AC^2$ [(i) নং থেকে]

বা, $4(AF^2 + CE^2) = 4(BF^2 + BE^2 + AC^2)$

বা, $4(AF^2 + CE^2) = 4BF^2 + 4BE^2 + 4AC^2$ [4 দ্বারা গুণ করে]

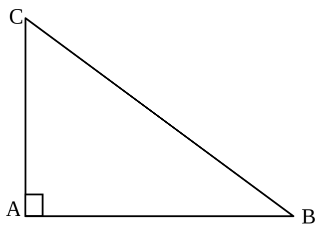
$= (2BF)^2 + (2BE)^2 + 4AC^2$ [$\because 2BF = BC$ ও

$= BC^2 + AB^2 + 4AC^2$ $2BE = AB$]

$= AC^2 + 4AC^2$ [(i) নং থেকে]

$\therefore 4(CE^2 + AF^2) = 5AC^2$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–২০ ▸



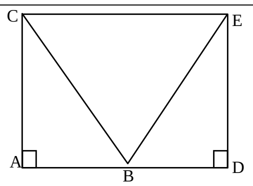
ক. চিত্রটি সম্পূর্ণ কর। ২

খ. উপরের চিত্রের জন্য পিথাগোরাসের উপপাদ্য প্রমাণ কর। ৪

গ. D, AB এর উপরস্থ যেকোনো বিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $BC^2 + AD^2 = CD^2 + AB^2$ ৪

২০নং প্রশ্নের সমাধান

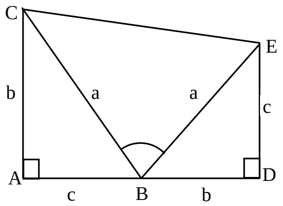
ক.



খ. মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ, BC = a, AB = c ও AC = b.

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = AC^2 + AB^2$

অর্থাৎ, $a^2 = b^2 + c^2$



অঙ্কন : AB বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন BD = AC = b হয়। D বিন্দুতে AD রেখাংশের ওপর লম্বভাবে DE রেখাংশ আঁকি যেন DE = AB = c হয়। C, E ও B, E যোগ করি।

প্রমাণ :

এখন, ΔABC ও ΔDEB এ

AB = DE = c, AC = DB = b. [অঙ্কন অনুসারে]

এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle BAC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle EDB$.[প্রত্যেকে এক সমকোণ]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEB$

$\therefore$ BC = EB = a এবং $\angle BCA = \angle EBD$

এখন যেহেতু $CA \perp AD$ এবং $ED \perp AD$, সুতরাং $CA \parallel ED$.

অতএব, CADE একটি ট্রাপিজিয়াম।

আবার, $\angle ABC + \angle BCA$ = এক সমকোণ।

$\therefore \angle ABC + \angle EBD$ = এক সমকোণ।

কিন্তু $\angle ABC + \angle EBD$ = এক সমকোণ।

কিন্তু $\angle ABC + \angle CBE + \angle EBD$ = দুই সমকোণ

$\therefore \angle CBE$ = এক সমকোণ।

এখন, CADE ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র CAB এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র CBE এর ক্ষেত্রফল + Δ ক্ষেত্র EBD এর ক্ষেত্রফল।

$\therefore \frac{1}{2}AD\,(AC + DE) = \frac{1}{2}.\,bc + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}\,bc$

বা, $\frac{1}{2}(c + b)\,(b + c) = bc + \frac{1}{2}a^2$ [$\because$ AD = AB + BD]

বা, $\frac{1}{2}(b + c)^2 = bc + \frac{1}{2}a^2$

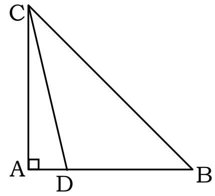
বা, $\frac{1}{2}(b^2 + 2bc + c^2) = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}.\,b^2 + bc + \frac{1}{2}c^2 = bc + \frac{1}{2}a^2$

বা, $\frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}a^2$

$\therefore b^2 + c^2 = a^2$ **(প্রমাণিত)**

গ.



ΔACB-এর $\angle A$ = এক সমকোণ এবং D, AB এর উপরস্থ একটি বিন্দু। C, D যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = CD^2 + AB^2$

প্রমাণ : ΔABC সমকোণী। যার অতিভুজ BC

$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$ ....(i) [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

আবার, ΔACD সমকোণী যার অতিভুজ CD

$CD^2 = AC^2 + AD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

বা, $AD^2 = CD^2 - AC^2$ ....(ii)

(i) নং ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$\therefore BC^2 + AD^2 = AB^2 + AC^2 + CD^2 - AC^2$

বা, $BC^2 + AD^2 = AB^2 + CD^2$

$\therefore BC^2 + AD^2 = CD^2 + AB^2$ **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন–২১ ▸ PQRS সামান্তরিক ক্ষেত্র এবং সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট MQRN আয়তক্ষেত্রটি একই ভূমি QR এর উপর এবং একই পাশে অবস্থিত।

ক. উপযুক্ত বর্ণনাসহ চিত্রটি অঙ্কন কর। ২

খ. দেখাও যে, সামান্তরিক ক্ষেত্রটির পরিসীমা আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা অপেক্ষা বৃহত্তর। ৪

গ. যদি QR = 8 সে.মি. এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব 5 সে.মি. হয় তবে দেখাও যে, Δ ক্ষেত্র QRS = $\frac{1}{2}$ (আয়তক্ষেত্র MQRN). ৪

প্রশ্ন–২২ ▸ ABCD ও EBCF সামান্তরিক দুইটি একই ভূমি BC এর ওপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল AF ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে উপযুক্ত সামান্তরিক দুইটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ক্ষেত্র EBCF এর ক্ষেত্রফল। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, ABCD সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিক ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে। ৪

প্রশ্ন–২৩ ▸ সমকোণী ত্রিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

ক. উপরের তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AB^2 = BC^2 + CA^2$. ৪

গ. একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান প্রমাণ কর। ৪

সমাধান :

ক. পঞ্চদশ অধ্যায়ের উপপাদ্য ৩ দেখ।

খ. পঞ্চদশ অধ্যায়ের উপপাদ্য ৩ দেখ।

গ. পঞ্চদশ অধ্যায়ের উপপাদ্য–১ দেখ।

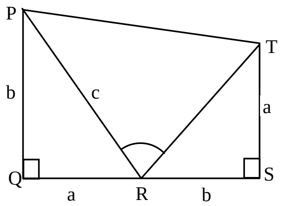
প্রশ্ন–২৪ ▸ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ এবং BC অতিভুজ হলে–

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ ত্রিভুজটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. ৪

গ. ত্রিভুজটির BE ও CF দুইটি মধ্যমা হলে, প্রমাণ কর যে, $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$. ৪

প্রশ্ন–২৫ ▸



ক. POST কী ধরনের চতুর্ভুজ? স্বপক্ষে যুক্তি দাও। ২

খ. দেখাও যে, ΔPRT সমকোণী। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ৪

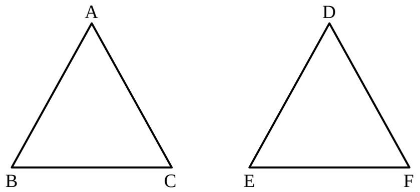
প্রশ্ন–২৬ ▸ **ΔPQR সমবাহু, $MP \perp QR$ এবং N, PR এর মধ্যবিন্দু।**

ক. ত্রিভুজটি আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন করে চিহ্নিত কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $4PM^2 = 3PQ^2$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $MN = \frac{1}{2}PR$. ৪

প্রশ্ন–২৭ ▸



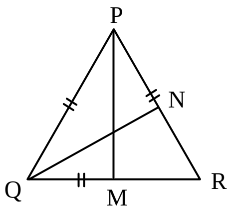
ক. দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হওয়ার শর্তগুলো লিখ। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ৪

গ. যদি ΔABC সমবাহু এবং $AD \perp BC$ হয় তবে দেখাও যে, $4AD^2 = 3AB^2$। ৪

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–২৮ ▸



PQR সমবাহু ত্রিভুজের PM ও QN মধ্যমা।

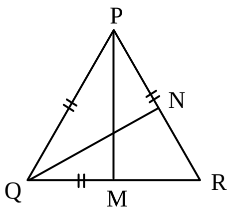
ক. প্রমাণ কর যে, PM = QN ২

খ. প্রমাণ কর যে, PQ + PR > 2PM ৪

গ. $PQ^2 = PM^2 + QM^2$ হলে প্রমাণ কর যে, $\angle PMQ = 1$ সমকোণ। ৪

২৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক.



ΔPQM ও ΔPQN এ

PQ = PQ [∵ সাধারণ বাহু]

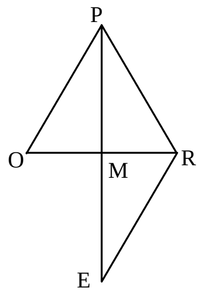
QM = PN [∴ PM ও QN মধ্যমা]

এবং $\angle Q = \angle P$

$\therefore \Delta PQM \cong PQN$

সুতরাং PM = QN **(প্রমাণিত)**

খ.



অঙ্কন : PM কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন PM = ME হয়। E, R যোগ করি।

প্রমাণ : ΔPQM ও ΔEMR–এ

PM = EM [অঙ্কন অনুসারে]

QM = MR [∵ PM মধ্যমা]

এবং $\angle PMQ = \angle EMR$ [বিপ্রতীপ কোণ]

$\therefore \Delta PQM \cong \Delta EMR$

সুতরাং PQ = ER

এখন ΔPRE হতে পাই,

PR + RE > PE [ত্রিভুজের যেকোনো দুইটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

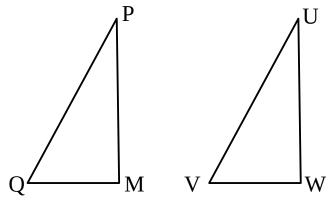
বা, PR + PQ > PE [∵ PQ = ER]

বা, PQ + PR > PM + EM

বা, PQ + PR > PM + PM [∵ EM = PM]

$\therefore$ PQ + PR > 2PM **(প্রমানিত)**

গ.



অঙ্কন : ΔUVW আঁকি যেন

$PM = UW$, $QM = VW$ এবং $\angle W = 1$ সমকোণ হয়

প্রমাণ : ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) $\angle W = 1$ সমকোণ।

$\therefore$ ΔUVW এর $UV^2 = UW^2 + VW^2$

$= PM^2 + QM^2$ [$\therefore PM = UM, QM = VW$]

বা, $UV^2 = PQ^2$ [$\because PM^2 + QM^2 = PQ^2$]

$\therefore$ $UV = PQ$

(২) এখন ΔPQM ও ΔUVW এ

$PQ = UV$

$PM = UW$

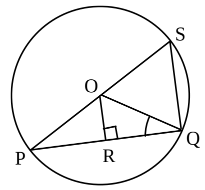
$QM = VW$

$\therefore$ $\Delta PQM \cong \Delta UVW$

সুতরাং $\angle UWV = \angle PMQ$

অর্থাৎ $\angle PMQ = 1$ সমকোণ [$\because \angle W = 1$ সমকোণ] **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–২৯ ▸



ক. $\angle QOS$ কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর। ২

খ. জ্যামিতিক উপায়ে প্রমাণ কর যে, $PQ = QR$। ৪

গ. দেখাও যে, QOS ত্রিভুজক্ষেত্র ও QOS বৃত্তকলার ক্ষেত্রফলের অনুপাত $= 3\sqrt{3} : 2\pi$। ৪

২৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যেহেতু $OP = OQ$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore$ $\angle OPR = 30°$ [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণদ্বয় সমান]

আবার, $OR \perp PQ$ তাই,

$\angle POR = \angle QOR = 60°$

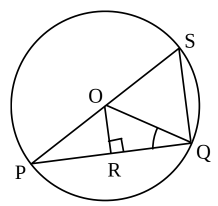
তাই, $\angle QOS = 180° - (\angle POR + \angle QOR)$

[$\because \angle POS$ এক সরলকোণ]

$= 180° - 60° - 60°$

$= 60°$ **(Ans.)**

খ.



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQS বৃত্তে PQ ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং কেন্দ্র O থেকে এই জ্যা এর উপর OR লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $PR = QR$.

প্রমাণ :

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) $OR \perp PQ$ হওয়ায়,

$\angle ORP = \angle ORQ =$ এক সমকোণ

অতএব, ΔOPR ও ΔOQR সমকোণী ত্রিভুজ।

(২) ΔOPR ও ΔOQR সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে

অতিভুজ $OP =$ অতিভুজ OQ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এবং $OR = OR$ [সাধারণ বাহু]

$\therefore$ $\Delta OPR \cong \Delta OQR$

অতএব, $PR = QR$. **(প্রমাণিত)**

গ. **প্রমাণ :**

ধাপসমূহ **যথার্থতা**

(১) ΔQOS-এ

$\angle QOS = 60°$ ['ক' হতে প্রাপ্ত]

এবং $OQ = OS$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

মনে করি, $\angle OQS = \angle OSQ = x$ [সমান বাহুর বিপরীত কোণ বলে]

তাই, $\angle OQS + \angle OSQ + \angle QOS = 180°$

বা, $x + x + 60° = 180°$

বা, $x = \dfrac{120°}{2} = 60°$

$\therefore$ ΔQOS-এর প্রত্যেকে কোণ $60°$ তাই ΔQOS সমবাহু ত্রিভুজ।

(২) ΔQOS এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\sqrt{3}}{4} r^2$ বর্গ একক

আবার, QS চাপ দ্বারা উৎপন্ন কোণ $\angle QOS = 60°$ হলে,

QOS বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \dfrac{60°}{360°} \pi r^2$ বর্গ একক

$= \dfrac{1}{6} \pi r^2$ বর্গ একক

(৩) Δ–ক্ষেত্র QOS : QOS বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{4} r^2}{\frac{1}{6} \pi r^2} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \dfrac{6}{\pi}\right)$

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{2\pi} = 3\sqrt{3} : 2\pi$

(দেখানো হলো)