

ত্রয়োদশ অধ্যায়

সসীম ধারা

অনুশীলনী ১৩.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ অনুক্রম

কতকগুলো রাশিকে একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে, প্রত্যেক রাশি তার পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম (Sequence) বলা হয়।

অনুক্রমের প্রথম রাশিকে প্রথম পদ, দ্বিতীয় রাশিকে দ্বিতীয় পদ, তৃতীয় রাশিকে তৃতীয় পদ ইত্যাদি বলা হয়। 1, 3, 5, 7, ... অনুক্রমের প্রথম পদ = 1, দ্বিতীয় পদ = 3, ইত্যাদি।

■ ধারা

কোনো অনুক্রমের পদগুলো পরপর ‘+’ চিহ্ন দ্বারা যুক্ত করলে একটি ধারা (Series) পাওয়া যায়। যেমন, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ একটি ধারা। ধারাটির পরপর দুইটি পদের পার্থক্য সমান। আবার $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ একটি ধারা। এর পরপর দুইটি পদের অনুপাত সমান। সুতরাং, যেকোনো ধারার পরপর দুইটি পদের মধ্যে সম্পর্কের ওপর নির্ভর করে ধারাটির বৈশিষ্ট্য। ধারাগুলোর মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ দুইটি ধারা হলো সমান্তর ধারা ও গুণোত্তর ধারা।

■ সমান্তর ধারা

কোনো ধারার যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ একটি ধারা।

এখানে, দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ = $3 - 1 = 2$, তৃতীয় পদ – দ্বিতীয় পদ = $5 - 3 = 2$

সুতরাং, ধারাটি একটি সমান্তর ধারা। উল্লিখিত ধারার সাধারণ অন্তর 2.

■ সমান্তর ধারার সাধারণ পদ নির্ণয়

মনে করি, যেকোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ = a ও সাধারণ অন্তর = d হলে ধারাটির n তম পদ = $a + (n - 1)d$

এই n তম পদকেই সমান্তর ধারার সাধারণ পদ বলা হয়। কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অন্তর d জানা থাকলে n তম পদে $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ বসিয়ে পর্যায়ক্রমে ধারাটির প্রত্যেকটি পদ নির্ণয় করা যায়।

■ সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি

মনে করি, যেকোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a , শেষ পদ p , সাধারণ অন্তর d , পদসংখ্যা n এবং ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n .

$$\therefore S_n = \frac{n}{2} (a + p)$$

$$n\text{-তম পদ} = p = a + (n - 1)d.$$

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি S_n

$$\text{অর্থাৎ, } S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n$$

$$\text{বা, } S_n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ১ ২ – 5 – 12 – 19 – ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং 12তম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 2$

$$\therefore \text{সাধারণ অন্তর, } d = -5 - 2 = -7$$

$$\therefore 12 \text{ তম পদ} = a + (12 - 1)d = 2 + 11 \times (-7) \\ = 2 - 77 = -75$$

নির্ণেয় ধারাটির সাধারণ অন্তর -7 এর 12 তম পদ -75.

প্রশ্ন ২ ২ 8 + 11 + 14 + 17 + ধারাটির কোন পদ 392 ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $8 + 11 + 14 + 17 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 8$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 11 - 8 = 3$$

মনে করি, n তম পদ = 392

$$n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d$$

$$\therefore a + (n - 1)d = 392$$

$$\text{বা, } 8 + (n - 1) \times 3 = 392$$

$$\text{বা, } (n - 1) \times 3 = 392 - 8$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{384}{3}$$

$$\text{বা, } n = 128 + 1$$

$$\therefore n = 129$$

$$\therefore \text{ধারাটির 129তম পদ 392.}$$

প্রশ্ন ৩ ৩ 4 + 7 + 10 + 13 + ধারাটির কোন পদ 301 ?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 4$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

মনে করি, n তম পদ = 301

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$\therefore a + (n - 1)d = 301$

বা, $4 + (n - 1) \times 3 = 301$

বা, $(n - 1) \times 3 = 301 - 4$

বা, $n - 1 = \frac{297}{3}$

বা, $n = 99 + 1$

$\therefore n = 100$

\therefore ধারাটির 100তম পদ 301.

প্রশ্ন ১৪ কোনো সমান্তর ধারার p তম পদ p^2 এবং q তম পদ q^2 হলে, ধারাটির $(p + q)$ তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$\therefore p$ তম পদ $= a + (p - 1)d$

q তম পদ $= a + (q - 1)d$

এবং $(p + q)$ তম পদ $= a + (p + q - 1)d$

প্রশ্নমতে, $a + (p - 1)d = p^2$ (i)

$a + (q - 1)d = q^2$ (ii)

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করি,

$(p - 1)d - (q - 1)d = p^2 - q^2$

বা, $d(p - 1 - q + 1) = (p + q)(p - q)$

বা, $d(p - q) = (p + q)(p - q)$

বা, $d = \frac{(p + q)(p - q)}{(p - q)}$

$\therefore d = p + q$

$\therefore (p + q)$ তম পদ $= a + (p + q - 1)d$

$= a + (p - 1)d + qd$

$= p^2 + q(p + q)$

$[\because a + (p - 1)d = p^2, d = p + q]$

$= p^2 + pq + q^2$

নির্ণেয় $(p + q)$ তম পদ $p^2 + pq + q^2$

প্রশ্ন ১৫ কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n ও n তম পদ m হলে, $(m + n)$ তম পদ কত?

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

\therefore ধারাটির m তম পদ $= a + (m - 1)d$

" n তম পদ $= a + (n - 1)d$

শর্তানুসারে, $a + (m - 1)d = n$ (i)

এবং $a + (n - 1)d = m$ (ii)

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$(m - 1 - n + 1)d = n - m$

বা, $(m - n)d = -(m - n)$

বা, $d = \frac{-(m - n)}{(m - n)}$

$\therefore d = -1$

\therefore ধারাটির $(m + n)$ তম পদ $= a + (m + n - 1)d$

$= a + \{(m - 1) + n\}d$

$= a + (m - 1)d + nd$

$= n + n(-1)$ [$\because a + (m - 1)d = n$
এবং $d = -1$]

$= n - n = 0$

নির্ণেয় $(m + n)$ তম পদ 0.

প্রশ্ন ১৬ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ ধারাটির n পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 1$

সাধারণ অন্তর, $d = 3 - 1 = 2$

এবং পদ সংখ্যা $= n$

\therefore প্রদত্ত ধারার সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

$= \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n - 1) \cdot 2\}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{n}{2} (2 + 2n - 2)$

$= \frac{n}{2} \times 2n$

$= n^2$

নির্ণেয় ধারাটির n পদের যোগফল n^2 .

প্রশ্ন ১৭ $8 + 16 + 24 + \dots$ ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $8 + 16 + 24 + \dots$

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ $a = 8$

এবং সাধারণ অন্তর $d = 16 - 8 = 8$

\therefore ধারাটির 9টি পদের সমষ্টি, $S_9 = \frac{9}{2} \{2a + (9 - 1)d\}$

$= \frac{9}{2} (2a + 8d)$

$= \frac{9}{2} (2 \times 8 + 8 \times 8)$

$= \frac{9}{2} (16 + 64)$

$= \frac{9}{2} \times 80$

$= 9 \times 40$

$= 360$

\therefore ধারাটির প্রথম 9টি পদের সমষ্টি 360.

প্রশ্ন ১৮ $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59 =$ কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 59$

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 11 - 5 = 17 - 11 = 6$

শেষ পদ, $p = 59$

ধরি, ধারাটির পদসংখ্যা $= n$

$\therefore n$ তম পদ $= a + (n - 1)d$

কিন্তু n তম পদ $=$ শেষ পদ $= 59$

অর্থাৎ, $5 + (n - 1)6 = 59$

বা, $5 + 6n - 6 = 59$

বা, $6n - 1 = 59$

বা, $6n = 59 + 1$

বা, $n = \frac{60}{6} = 10$

\therefore সমষ্টি, $S = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

$$= \frac{10}{2} \{2 \times 5 + (10 - 1) \cdot 6\} \quad [\text{এর মান বসিয়ে}]$$

$$= 5 (10 + 9 \times 6)$$

$$= 5 (10 + 54)$$

$$= 5 \times 64$$

$$= 320$$

নির্ণেয় সমষ্টি 320.

প্রশ্ন ৯১ 29 + 25 + 21 + ... - 23 = কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, 29 + 25 + 21 + ... - 23

এটি একটি সমান্তর ধারা, যার ১ম পদ, a = 29

সাধারণ অন্তর, d = 25 - 29 = -4

শেষ পদ, p = -23

ধরি, ধারাটির পদ সংখ্যা = n

∴ n তম পদ = a + (n - 1)d

কিন্তু n তম পদ = শেষ পদ = -23

অর্থাৎ, a + (n - 1)d = -23

বা, 29 + (n - 1)(-4) = -23

বা, 29 - 4n + 4 = -23

বা, 4n = 33 + 23

বা, n = $\frac{56}{4}$

∴ n = 14

∴ সমষ্টি, S = $\frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

$$= \frac{14}{2} \{2 \times 29 + (14 - 1)(-4)\} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 7\{58 + 13(-4)\}$$

$$= 7(58 - 52) = 7 \times 6 = 42$$

নির্ণেয় সমষ্টি 42.

প্রশ্ন ১০ কোনো সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 হলে, এর প্রথম 23টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : ধরি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ 12 তম পদ = a + (12 - 1)d

$$= a + 11d$$

প্রশ্নমতে, a + 11d = 77 ... (i)

মনে করি, প্রথম 23 পদের সমষ্টি = S

$$\therefore S = \frac{23}{2} \{2a + (23 - 1)d\} \quad [\because n = 23]$$

$$= \frac{23}{2} (2a + 22d) = \frac{23}{2} \times 2(a + 11d)$$

$$= 23(a + 11d) = 23 \times 77 = 1771$$

নির্ণেয় সমষ্টি 1771.

প্রশ্ন ১১ একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ - 20 হলে, এর প্রথম 31টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ = a

এবং সাধারণ অন্তর = d

∴ ধারাটির 16 তম পদ, a + (16 - 1)d = -20

$$\text{বা, } a + 15d = -20$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n-সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

তাহলে, ধারাটির প্রথম 31টি পদের সমষ্টি

$$S_{31} = \frac{31}{2} \{2a + (31 - 1)d\}$$

$$= \frac{31}{2} (2a + 30d) = \frac{31}{2} \times 2(a + 15d)$$

$$= \frac{31}{2} \times 2 \times (-20) \quad [\because a + 15d = -20]$$

$$= 31 \times (-20) = -620$$

নির্ণেয় সমষ্টি - 620.

প্রশ্ন ১২ 9 + 7 + 5 + ... ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের যোগফল - 144 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি হলো, 9 + 7 + 5 +

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি, $S = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

এখানে, প্রথম পদ, a = 9

সাধারণ অন্তর d = 7 - 9 = -2

$$\therefore S = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{(2 \times 9) + (n - 1)(-2)\} = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (18 - 2n + 2) = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (20 - 2n) = -144$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 2(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } n(10 - n) = -144$$

$$\text{বা, } 10n - n^2 + 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n - 18) + 8(n - 18) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 18)(n + 8) = 0$$

$$\text{হয় } n - 18 = 0 \quad \text{অথবা, } n + 8 = 0$$

$$\therefore n = 18 \quad \therefore n = -8$$

কিন্তু n = -8 গ্রহণযোগ্য নয়।

কেননা পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 18$$

নির্ণেয় পদসংখ্যা, n = 18.

প্রশ্ন ১৩ 2 + 4 + 6 + 8 + ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 2550 হলে, n এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি 2 + 4 + 6 + 8 +

এটি একটি সমান্তর ধারা যার প্রথম পদ, a = 2

এবং সাধারণ অন্তর, d = 4 - 2 = 2

শর্তানুসারে, n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 2550

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 2 + (n - 1)2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{4 + (n-1)2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2n+2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 2(n+1) = 2550$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+51) - 50(n+51) = 0$$

$$\text{বা, } (n+51)(n-50) = 0$$

$$\text{হয় } n+51=0 \quad \text{অথবা, } n-50=0$$

$$\therefore n = -51 \quad \therefore n = 50$$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

নির্ণয়ে n এর মান 50.

প্রশ্ন ১৪ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, কোনো ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = n(n+1)$

$$n = 1, 2, 3, 4 \dots \dots \dots \text{ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,}$$

$$S_1 = \text{প্রথম পদের সমষ্টি} = 1(1+1) = 1 \times 2 = 2$$

$$S_2 = \text{প্রথম দুইটি পদের সমষ্টি} = 2(2+1) = 2 \times 3 = 6$$

$$S_3 = \text{প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি} = 3(3+1) = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = 2$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

$$\text{নির্ণয়ে ধারাটি, } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots \dots \dots$$

প্রশ্ন ১৫ কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n+1)$ হলে, ধারাটির 10 টি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $= n(n+1)$.

$$n = 1, 2, 3 \dots \dots \dots \text{ ইত্যাদি বসিয়ে পাই,}$$

$$\text{প্রথম পদের সমষ্টি} = 1(1+1) = 1 \times 2 = 2$$

$$\text{দুইটি পদের সমষ্টি} = 2(2+1) = 3 \times 2 = 6$$

$$\text{তিনটি পদের সমষ্টি} = 3(3+1) = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = 2$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = 6 - 2 = 4$$

$$\text{এবং তৃতীয় পদ} = 12 - 6 = 6$$

$$\therefore \text{ধারাটি} = 2 + 4 + 6 + \dots \dots \dots$$

$$\text{এখানে, প্রথম পদ, } a = 2$$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = 4 - 2 = 2$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\begin{aligned} \text{তাহলে, 10 টি পদের সমষ্টি } S_{10} &= \frac{10}{2} \{2a + (10-1)d\} \\ &= \frac{10}{2} \{2 \times 2 + (10-1)2\} \end{aligned}$$

$$= 5(4+18)$$

$$= 5 \times 22 = 110$$

নির্ণয়ে সমষ্টি 110.

প্রশ্ন ১৬ একটি সমান্তর ধারার প্রথম 12 পদের সমষ্টি 144 এবং প্রথম 20 পদের সমষ্টি 560 হলে, এর প্রথম 6 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির 12 তম পদ} &= a + (12-1)d \\ &= a + 11d \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 12 পদের সমষ্টি } S_{12} = \frac{12}{2} \{2a + (12-1)d\}$$

$$\text{বা, } 144 = 6(2a + 11d)$$

$$\text{বা, } 2a + 11d = \frac{144}{6}$$

$$\therefore 2a + 11d = 24 \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{আবার, 20 পদের সমষ্টি } S_{20} = \frac{20}{2} \{2a + (20-1)d\}$$

$$\text{বা, } 560 = 10(2a + 19d)$$

$$\text{বা, } 2a + 19d = \frac{560}{10}$$

$$\therefore 2a + 19d = 56 \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) হতে (i) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2a + 19d - 2a - 11d = 56 - 24$$

$$\text{বা, } 8d = 32$$

$$\text{বা, } d = \frac{32}{8}$$

$$\therefore d = 4$$

d এর মান সমীকরণ (ii) এ বসিয়ে পাই,

$$2a + 19 \times 4 = 56$$

$$\text{বা, } 2a + 76 = 56$$

$$\text{বা, } 2a = 56 - 76$$

$$\text{বা, } a = \frac{-20}{2}$$

$$\therefore a = -10$$

$$\therefore \text{প্রথম 6 পদের সমষ্টি } S_6 = \frac{6}{2} \{2a + (6-1)d\}$$

$$= \frac{6}{2} \{2 \times (-10) + (6-1) \times 4\}$$

$$= 3(-20 + 20)$$

$$= 3 \times 0 = 0$$

নির্ণয়ে সমষ্টি 0.

প্রশ্ন ১৭ কোনো সমান্তর ধারার প্রথম m পদের সমষ্টি n এবং n পদের সমষ্টি m হলে, এর প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$

এবং সমান্তর অন্তর $= d$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম } m \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$\text{এবং ধারাটির প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\} = n \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = m \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$2a + (m-1)d = \frac{2n}{m} \dots\dots\dots(iii)$$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$2a + (n-1)d = \frac{2m}{n} \dots\dots\dots(iv)$$

সমীকরণ (iii) হতে (iv) বিয়োগ করে পাই,

$$(m-n)d = \frac{2n}{m} - \frac{2m}{n}$$

$$\text{বা, } (m-n)d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn}$$

$$\text{বা, } d = \frac{2n^2 - 2m^2}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{2(n^2 - m^2)}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{2(n+m)(n-m)}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{-2(m+n)(m-n)}{mn(m-n)}$$

$$= \frac{-2(m+n)}{mn}$$

এখন, ধারাটির প্রথম $(m+n)$ পদের সমষ্টি

$$= \frac{m+n}{2} \{2a + (m+n-1)d\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \{2a + (m-1)d + nd\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - 2n \left(\frac{m+n}{mn} \right) \right\} \text{ [iii নং ও d এর মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left\{ \frac{2n}{m} - \left(\frac{2(m+n)}{m} \right) \right\}$$

$$= \frac{m+n}{2} \left(\frac{2n - 2m - 2n}{m} \right)$$

$$= \frac{m+n}{2} \times \frac{-2m}{m}$$

$$= -(m+n)$$

নির্ণেয় সমষ্টি $-(m+n)$.

প্রশ্ন ১৮ ৥ কোনো সমান্তর ধারায় p তম, q তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c হলে, দেখাও যে, $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$.

সমাধান : মনে করি, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ = x

এবং সাধারণ অন্তর = d

$$\therefore \text{ ধারাটির } p \text{ তম পদ} = x + (p-1)d$$

$$" \quad q \text{ তম পদ} = x + (q-1)d$$

$$" \quad r \text{ তম পদ} = x + (r-1)d$$

$$\text{শর্তানুসারে, } x + (p-1)d = a \dots\dots\dots(i)$$

$$x + (q-1)d = b \dots\dots\dots(ii)$$

$$x + (r-1)d = c \dots\dots\dots(iii)$$

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$(p-1-q+1)d = a-b$$

$$\text{বা, } (p-q)d = a-b$$

$$\therefore d = \frac{a-b}{p-q}$$

d এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$x + (p-1) \left(\frac{a-b}{p-q} \right) = a$$

$$\text{বা, } x = a - \frac{(p-1)(a-b)}{p-q}$$

$$\therefore x = \frac{a(p-q) - (p-1)(a-b)}{p-q}$$

সমীকরণ (iii) এ x ও d এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{a(p-q) - (p-1)(a-b)}{p-q} + (r-1) \left(\frac{a-b}{p-q} \right) = c$$

$$\text{বা, } \frac{ap - aq - ap + bp + a - b + ar - br - a + b}{p-q} = c$$

$$\text{বা, } -aq + ar - br + bp = c(p-q)$$

$$\text{বা, } -a(q-r) - b(r-p) - c(p-q) = 0$$

$$\text{বা, } a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$$

$$\therefore a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ দেখাও যে, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125 = 169 + 171 + 173 + \dots + 209$

সমাধান : মনে করি, $S_1 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125$

$$\text{এবং } S_2 = 169 + 171 + 173 + \dots + 209$$

$$\text{দেখাতে হবে যে, } S_1 = S_2$$

$$\text{এখানে, বামপক্ষের ধারাটির প্রথম পদ, } a = 1$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 3 - 1 = 2$$

$$\text{ধরি, } S_1 \text{ ধারার পদ সংখ্যা} = n$$

$$\text{কিন্তু } n \text{ তম পদ} = \text{শেষ পদ} = 125$$

$$\therefore a + (n-1)d = 125$$

$$\text{বা, } 1 + (n-1)2 = 125$$

$$\text{বা, } 1 + 2n - 2 = 125$$

$$\text{বা, } 2n - 1 = 125$$

$$\text{বা, } 2n = 125 + 1$$

$$\therefore n = \frac{126}{2} = 63$$

$$\therefore S_1 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{63}{2} \{2 \times 1 + (63-1) \cdot 2\} \quad [n, a \text{ ও } d \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{63}{2} (2 + 62 \times 2)$$

$$= \frac{63}{2} \times 2 (1 + 62)$$

$$= 63 \times 63 = 3969$$

$$\text{আবার, ডানপক্ষের ধারার প্রথম পদ, } a = 169$$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 171 - 169 = 2$$

$$\text{ধরি, } S_2 \text{ ধারার পদ সংখ্যা} = m$$

$$\text{কিন্তু } m \text{ তম পদ} = \text{শেষ পদ} = 209$$

$$\therefore a + (m-1)d = 209$$

$$\text{বা, } 169 + (m-1)2 = 209$$

$$\text{বা, } 169 + 2m - 2 = 209$$

$$\text{বা, } 2m + 167 = 209$$

$$\text{বা, } 2m = 209 - 167$$

$$\therefore m = \frac{42}{2} = 21$$

$$\therefore S_2 = \frac{m}{2} \{2a + (m-1)d\}$$

$$= \frac{21}{2} \{2 \times 169 + (21 - 1) \cdot 2\} \quad [m, a \text{ ও } d \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{21}{2} (338 + 40) = \frac{21}{2} \times 378$$

$$= 21 \times 189 = 3969$$

$$\therefore S_1 = S_2$$

অর্থাৎ, $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125 = 169 + 171 + 173 + \dots + 209$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২০ ৥ এক ব্যক্তি ২৫০০ টাকার একটি ঋণ কিছু সংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তি থেকে ২ টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি ১ টাকা হয়, তবে কতগুলো কিস্তিতে ঐ ব্যক্তি তার ঋণ শোধ করতে পারবেন?

সমাধান : মনে করি, কিস্তির সংখ্যা = n

পরপর দুই কিস্তির পার্থক্য, $d = 2$; প্রথম কিস্তি, $a = 1$;

মোট ঋণের পরিমাণ, $S_n = 2500$

$$\text{সমান্তর ধারার সূত্রমতে, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 \times 1 + (n - 1) \cdot 2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \{2 + 2n - 2\}$$

$$\text{বা, } 2500 = \frac{n}{2} \times 2n$$

$$\text{বা, } 2500 = n^2$$

$$\text{বা, } n^2 = 2500$$

$$\text{বা, } n = \sqrt{2500}$$

$$\therefore n = \pm 50$$

কিন্তু কিস্তির সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

নির্ণয় কিস্তির সংখ্যা ৫০টি।

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. সমান্তর ধারার n তম পদ কোনটি?

ক) $an\pi^{n-1}$ ● $a + (n - 1)d$

গ) $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$ ঘ) $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

২. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 =$ কত?

ক) 4750 খ) 4950 ● 5050 ঘ) 5150

৩. $6 + 9 + 12 + \dots$ ধারাটির কততম পদ ৭৩?

● 30 খ) 29 গ) 28 ঘ) 27

৪. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$ অনুক্রমটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি?

ক) $\frac{1}{n}$ খ) $\frac{n-1}{n+1}$ গ) $\frac{1}{2^n}$ ● $\frac{n}{n+1}$

৫. $3 + 5 + 7 + \dots$ ধারাটির ১০ম পদ কত?

ক) 29 খ) 27 গ) 25 ● 21

৬. $4 + 8 + 12 + 16 + \dots$ ধারাটির কোন পদ ৪৮০?

ক) 110 খ) 115 ● 120 ঘ) 130

৭. $8 + 14 + 20 + 26 + \dots$ ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি কত?

ক) 200 ● 232 গ) 280 ঘ) 464

৮. একটি সমান্তর ধারার n তম পদ $5n + 3$ হলে এর সাধারণ অন্তর কত?

ক) -2 খ) $\frac{13}{8}$ ● 5 ঘ) 8

৯. স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার n তম পদ নিচের কোনটি?

● $2n$ খ) $2n + 1$ গ) $2n - 1$ ঘ) $2n + 4$

১০. $5 + 9 + 13 + \dots$ এর ৫ম পদ কোনটি? [দি. বো. ন. প্র. '১৫]

ক) 15 খ) 17 গ) 19 ● 21

অনুক্রম

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৯. নিচের কোনটি অনুক্রম?

(সহজ)

ক) 1, 3, 5, 7, 13 ● 1, 3, 5, 7,

গ) 1, 3, 6, 8, ঘ) 1, 3, 6, 8, 14

২০. ২, ৪, ৬, অনুক্রমটির সাধারণ পদ কোনটি?

(মধ্যম)

১১. $3 + 6 + 12 + 24 + \dots$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

● 381 খ) 281 গ) 138 ঘ) 127

নিচের তথ্যের আলোকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$4 + 6 + 8 + \dots$ একটি ধারা।

১২. ধারাটির ১২-তম পদ—

ক) 22 খ) 24 ● 26 ঘ) 28

১৩. ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি—

● 130 খ) 150 গ) 260 ঘ) 300

নিচের তথ্যের আলোকে ১৪ – ১৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$2 + 5 + 8 + 11 + \dots$ ধারাটি লব কর।

১৪. ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

ক) -3 ● 3 গ) 5 ঘ) 7

১৫. ধারাটির দশম পদ কত?

● 29 খ) 31 গ) 35 ঘ) 37

১৬. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত?

ক) 200 খ) 124 ● 100 ঘ) 92

নিচের তথ্যের আলোকে ১৭ ও ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো সমান্তর ধারার ১ম পদ ২ এবং সাধারণ অন্তর ৩.

১৭. ধারাটির n তম পদ কত?

ক) $3n + 1$ খ) $\frac{n(3n + 1)}{2}$ ● $3n - 1$ ঘ) $\frac{n(3n - 1)}{2}$

১৮. ধারাটির প্রথম ৪ পদের যোগফল কত?

ক) 23 খ) 25 ● 100 ঘ) 124

ক) $\frac{1}{2}n$ খ) n ● $2n$ ঘ) $3n$

ব্যাখ্যা : সাধারণ পদ $2n$ হলে, ১ম পদ = $2 \times 1 = 2$

২য় পদ = $2 \times 2 = 4$; ৩য় পদ = $2 \times 3 = 6$

তখন ২, ৪, ৬ অনুক্রম পাওয়া যাবে।

২১. ১, ৪, ৯, অনুক্রমের সাধারণ পদ কোনটি?

(সহজ)

ক) n ● n^2 গ) $n + 1$ ঘ) $n^2 + 1$

ব্যাখ্যা : সাধারণ পদ n^2 হলে, ১ম পদ = $1^2 = 1$;

২য় পদ = $2^2 = 4$; ৩য় পদ = $3^2 = 9$

তাহলে অনুক্রমটি ১, ৪, ৯, হবে

২২. $\langle 2n \rangle_{n=1}^{+\infty}$ এর অনুক্রম নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 1, 2, 3, 4, খ) 1, 3, 5, 7,
গ) 2, 4, 6, 8, ঘ) 2, 4, 8, 16,

২৩. $\langle \frac{1}{n} \rangle_{n=1}^{+\infty}$ অনুক্রমটির জন্য নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 1, 2, 3, 4, গ) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$
খ) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ ঘ) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$

২৪. $\langle \frac{1}{n} \rangle$ অনুক্রমটির তৃতীয় ও দ্বিতীয় পদের অন্তর কত? (মধ্যম)

- ক) $\frac{1}{2}$ খ) $-\frac{1}{2}$ গ) $\frac{1}{3}$ ঘ) $-\frac{1}{6}$
ব্যাখ্যা : দ্বিতীয় পদ = $\frac{1}{2}$, তৃতীয় পদ = $\frac{1}{3}$ \therefore অন্তর = $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6}$

২৫. $\frac{n}{n+1}$ সাধারণ পদ বিশিষ্ট অনুক্রম কোনটি? (সহজ)

- ক) $1, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \dots$ গ) $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{20}{21}$
খ) $1, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots, \frac{21}{20}$ ঘ) $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৬. $\{2, 4, 6, 8, \dots\}$ অনুক্রম –

- i. এর সাধারণ অন্তর 2
ii. এর সাধারণ পদ $2n$
iii. $\{1, 2, 3, \dots\}$ অনুক্রমটির উপসেট
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৭. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. 2^n সাধারণ পদটির অনুক্রমটি $\langle 2^n \rangle_{n=1}^{+\infty}$
ii. $2n$ সাধারণ পদ হলে অনুক্রমটি হবে 2, 4, 6, 8
iii. অনুক্রমের প্রথম রাশিকে প্রথম পদ বলে
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

২৮. $\langle \frac{n-1}{n+1} \rangle$ একটি অনুক্রম হলে–

- i. সাধারণ পদ $\frac{n-1}{n+1}$
ii. দশম পদ $\frac{9}{10}$
iii. $\left\{0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\right\}$ সেটটিই প্রদত্ত অনুক্রম
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ – ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{1}{2^{n-1}}$ একটি অনুক্রম এর সাধারণ পদ।

২৯. অনুক্রমটির প্রথম পদ কত? (মধ্যম)

- ক) 1 খ) $\frac{1}{2}$ গ) $\frac{1}{4}$ ঘ) $\frac{1}{8}$

৩০. অনুক্রমটির প্রথম দুই পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

- ক) $\frac{1}{2}$ খ) $\frac{3}{4}$ গ) $\frac{3}{2}$ ঘ) 1

৩১. নিচের কোন অনুক্রমটির সাধারণ পদ প্রদত্ত অনুক্রম অনুসারে? (কঠিন)

- ক) 1, 2, 3, খ) 1, 3, 5,
গ) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ ঘ) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$

ব্যাখ্যা : অনুক্রমটির ১ম পদ = $\frac{1}{2^{1-1}} = \frac{1}{2^0} = \frac{1}{1} = 1$; ২য় পদ = $\frac{1}{2^{2-1}} = \frac{1}{2}$

৩য় পদ = $\frac{1}{2^{3-1}} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

ধারা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩২. $1 + 4 + 7 + 10 + \dots$ এর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) ধারা খ) অনুক্রম গ) ফাংশন ঘ) অভেদ

৩৩. নিচের কোনটি ধারা? (সহজ)

- ক) $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$ খ) 1, 3, 5, 7,
গ) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ ঘ) 2, 4, 6, 8,

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৪. $(2n - 1)$ একটি ধারার সাধারণ পদ হলে–

- i. ধারাটির ১ম পদ 1
ii. ধারাটির চতুর্থ পদ 7
iii. ধারাটি $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৫ – ৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$2 + 4 + 8 + 16 + \dots$ একটি ধারা।

৩৫. ধারাটির সাধারণ পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 2^n খ) 2^{n-1} গ) $\frac{1}{2^n}$ ঘ) $\frac{1}{2^{n-1}}$

ব্যাখ্যা : $2 + 4 + 8 + 16 + \dots = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots = 2 + 4 + \dots$

৩৬. সপ্তম ও অষ্টম পদের অনুপাত নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 2 খ) 4 গ) 6 ঘ) 12

ব্যাখ্যা : ধারাটির প্রতিটি পদদ্বয়ের অনুপাত সমান।

$$\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{16}{8} = 2 \therefore \frac{2^8}{2^7} = 2$$

৩৭. ধারাটির ষষ্ঠ পদের মান কত? (মধ্যম)

- ক) 60 খ) 64 গ) 128 ঘ) 256

ব্যাখ্যা : ধারাটির সাধারণ পদ = $2^n \therefore$ ধারাটির ষষ্ঠ পদ = $2^6 = 64$

সমান্তর ধারা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৮. নিচের কোন ধারাটি সমান্তর শ্রেণিভুক্ত নয়? (সহজ)

- ক) 1, 3, 5, 7, খ) 4, 1, -2, -5, ...
গ) 1, 4, 7, 10, .. ঘ) 2, 4, 8, 16,

৩৯. সমান্তর প্রগমন কোনটি? (সহজ)

- ক) 2, 4, 8, 16, খ) 1, 3, 6, 8, 12,
গ) 2, 5, 8, 11, ঘ) 18, 12, 6, -6, 0,

৪০. নিচের কোনটি সমান্তর ধারা? (সহজ)
- ক $a + d + 2d + \dots$
 খ $a + (a - d) + (a + 2d) + \dots$
 গ $a + (a + d) + (a + 2d) + \dots$
 ঘ $(a + d) + (2a + d) + (2a + 2d) + \dots$
৪১. $(a + d) + (2a + 2d) + (3a + 3d) + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)
- ক a খ d গ $a + d$ ঘ $a - d$
- ব্যাখ্যা : ২য় পদ - ১ম পদ = $(2a + 2d) - (a + d) = a + d$
 ৩য় পদ - ২য় পদ = $(3a + 3d) - (2a + 2d) = a + d$
 \therefore সাধারণ অন্তর = $a + d$
৪২. $100 + 98 + 96 + \dots + 2$ সমান্তর ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? (সহজ)
- ক -2 খ -1 গ 1 ঘ 2
৪৩. $a + b + c + d + \dots$ সমান্তর ধারার অন্তর্ভুক্ত হলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
- ক $a - b = b - c$ খ $d - b = a - b$
 গ $a + b = d + c$ ঘ $b - a = d - c$
৪৪. $6 + 10 + 14 + 18 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর নিচের কোনটি? (সহজ)
- ক -4 গ 4 ঘ 6 ঙ 8
- ব্যাখ্যা : $10 - 6 = 4$, $14 - 10 = 4$, $18 - 14 = 4$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৫. $a + (a + d) + (a + 2d) + \dots$
- i. ধারাটি একটি সমান্তর ধারা
 ii. ধারাটির সাধারণ অন্তর $2d$
 iii. ধারাটির প্রথম পদ a
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঙ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬ ও ৪৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

- $1 + 4 + k + 10 + \dots + 25$ একটি সমান্তর ধারা।
৪৬. ধারাটির সাধারণ অন্তর কত? (মধ্যম)
- ক 1 গ 3 ঘ 4 ঙ 7
৪৭. k এর মান কত? (মধ্যম)
- ক 3 গ 5 ঘ 7 ঙ 9
- ব্যাখ্যা : $4 - 1 = k - 4$ বা, $3 = k - 4 \therefore k = 4 + 3 = 7$

সমান্তর ধারার সাধারণ পদ নির্ণয়

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৮. সমান্তর ধারার n -তম পদ নিচের কোনটি? (সহজ)
- ক $a + (n - 1)d$ গ $a - (n - 1)d$
 ঘ $a - (n + 1)d$ ঙ $a(n - 1) + d$
৪৯. $a + (a + d) + (a + 2d) + \dots$ ধারাটির দশম পদ কোনটি? (সহজ)
- ক $a + 9d$ গ $a + 10d$ ঘ $10a + d$ ঙ $9a + d$
- ব্যাখ্যা : n তম পদ = $a + (n - 1)d$
 \therefore 10 তম পদ = $a + (10 - 1)d = a + 9d$

৫০. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে উক্ত ধারার n তম পদ কত? (মধ্যম)
- ক $3n + 5$ গ $3n + 2$ ঘ $3n - 3$ ঙ $2n - 2$
- ব্যাখ্যা : n -তম পদ = $a + (n - 1)d = 5 + (n - 1)3$
 $= 5 + 3n - 3 = 3n + 2$
৫১. সমান্তর ধারার প্রথম পদ 2, এবং সাধারণ অন্তর 4 হলে ধারাটির 12 তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
- ক 72 গ 46 ঘ 38 ঙ 25
৫২. $7 + 10 + 13 + \dots$ ধারার 20 তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
- ক 82 গ 78 ঘ 64 ঙ 56
৫৩. $27 + 22 + 17 + 12 + \dots$ ধারার দ্বাদশ পদ কত হবে? (মধ্যম)
- ক -28 গ -26 ঘ -24 ঙ 28
- ব্যাখ্যা : দ্বাদশ পদ = $27 + (12 - 1)(-5) = 27 - 55 = -28$
৫৪. স্বাভাবিক জোড় সংখ্যার সাধারণ পদ নিচের কোনটি? (সহজ)
- ক $2n - 1$ গ $2n + 1$ ঘ $2n$ ঙ n
৫৫. $2 + 4 + 6 + \dots + 20$ ধারাটির কত তম পদ শেষ পদ? (মধ্যম)
- ক 9 গ 10 ঘ 11 ঙ 20
- ব্যাখ্যা : এখানে $a = 2$, $d = 4 - 2 = 2$,
 যদি r -তম পদ 20 হয়,
 তবে $a + (r - 1)d = 20$ বা, $2 + (r - 1)2 = 20$
 বা, $r - 1 = \frac{20 - 2}{2} = 9$
 বা, $r = 9 + 1 = 10$ তম পদ
৫৬. $3 + 10 + 17 + 24 + \dots$ ধারার অষ্টম পদ কত হবে? (মধ্যম)
- ক 62 গ 52 ঘ 42 ঙ 35
- ব্যাখ্যা : অষ্টম পদ = $a + (r - 1)d = 3 + (8 - 1)7 = 52$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৭. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অন্তর d , পদসংখ্যা n হলে—
- i. ধারাটির n তম পদ $a + (n - 1)d$
 ii. ধারাটির 12 তম পদ $a + 2d$
 iii. ধারাটির 20 তম পদ $a + 19d$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঙ i, ii ও iii
৫৮. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
- i. সমান্তর ধারার বেত্রে পদ সংখ্যা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা
 ii. ১ম পদ a ও সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তর ধারার ৪র্থ পদ $(a + 3d)$
 iii. $3 + 7 + 11 + \dots$ ধারাটির ষষ্ঠ তম পদ 23
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঙ i, ii ও iii
৫৯. $3 + 13 + 23 + 33 + \dots$ একটি সমান্তর ধারা হলে—
- i. সাধারণ পদ = $10n - 7$
 ii. সাধারণ অন্তর 10
 iii. $(p + 1)$ তম পদ = $10p + 3$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- ক i ও ii গ i ও iii ঘ ii ও iii ঙ i, ii ও iii
৬০. সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে—

- i. ধারাটির ৩য় পদ 12
ii. ধারাটির ৫ম পদ 17
iii. ধারাটি হবে $5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \dots$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii গ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬১ – ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a + b + c + d + \dots + p$ একটি সমান্তর ধারা এবং সাধারণ অন্তর 5।

৬১. নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক? (মধ্যম)

- $b = \frac{a+c}{2}$ খ) $b = \frac{c-a}{2}$ গ) $b = \frac{a-c}{2}$ ঘ) $c = \frac{a+b}{2}$

ব্যাখ্যা : $b - a = c - b$ বা, $2b = c + a$ বা, $b = \frac{c+a}{2}$

৬২. d এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $a + 15d$ খ) $a - 15$ গ) $a - 15d$ ● $a + 15$

ব্যাখ্যা : d হল ৪র্থ পদ।

$$\therefore 4\text{তম পদ} = a + (4-1) \times 5 = a + 15$$

৬৩. ধারাটির পদ সংখ্যা কত? (কঠিন)

- ক) $\frac{p-a}{5}$ খ) $\frac{p-a}{5} - 1$ গ) $\frac{p+a}{5} - 1$ ● $\frac{p-a}{5} + 1$

ব্যাখ্যা : পদ সংখ্যা = $\frac{\text{শেষ পদ} - \text{প্রথম পদ}}{\text{সাধারণ অন্তর}} + 1 = \frac{p-a}{5} + 1$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$5 + 8 + 11 + \dots$ একটি নির্দিষ্ট সমান্তর ধারা।

৬৪. ধারাটির ২০ তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 45 ● 62 গ) 105 ঘ) 145

৬৫. ধারাটির কত তম পদ 383? (কঠিন)

- ক) 105 ● 127 গ) 132 ঘ) 142

সমান্তর ধারার n-সংখ্যক পদের সমষ্টি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৬. $5 + 11 + 17 + 23 + \dots$ ধারাটির প্রথম 10 পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)

- 320 খ) 315 গ) 310 ঘ) 302

ব্যাখ্যা : সমষ্টি $S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$
 $= \frac{10}{2} \{2 \times 5 + (10-1)6\}$
 $= 5\{10 + (9 \times 6)\} = 5(10 + 54)$
 $= 5 \times 64 = 320$

৬৭. $1 + 3 + 5 + \dots + 11$ ধারাটির সমষ্টি নিচের কোনটি? (কঠিন)

- ক) 121 খ) 59 গ) 49 ● 36

৬৮. $2 - 5 - 12 - 19 - \dots$ ধারাটির ৪টি পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

- ক) 180 খ) -188 ● -180 গ) 188

ব্যাখ্যা : $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{8}{2} \{2 \times 2 + (8-1)(-7)\}$
 $= 4(4 - 49) = 4 \times (-45) = -180$

৬৯. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ $a = 7$, সাধারণ অন্তর $d = 5$ এবং পদ

সংখ্যা $n = 25$ হলে সমষ্টি $S =$ কত? (কঠিন)

- ক) 1775 ● 1675 গ) 1575 ঘ) 1475

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭০. $3 + 5 + 7 + \dots + 13$

- i. ধারাটির সাধারণ অন্তর 2
ii. ধারাটিতে ছয়টি পদ রয়েছে
iii. ধারাটির সমষ্টি 36

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭১. $8 + 16 + 24 + \dots$ ধারাটির—

- i. সাধারণ অন্তর 8
ii. 9তম পদ = 72
iii. 9টি পদের সমষ্টি = 360

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : 9তম পদ = $8 + (n-1)8 = 8 + (9-1)8 = 72$.

$$S_9 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{9}{2} \{2 \times 8 + (9-1)8\} = 360.$$

৭২. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 1 এবং সাধারণ অন্তর 1 এবং সমষ্টি

$$S_n = \frac{n}{2} \{2 + n - 1\} \text{ হলে—}$$

- i. $S_0 = 0$ হলে, পদসংখ্যা 1
ii. $n = 2$ হলে, $S_2 = 3$
iii. প্রথম পাঁচটি পদের যোগফল 15

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭৩. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. $5 + 17 + 29 + 41 + \dots$ ধারার 20 টি পদের সমষ্টি 2380
ii. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ ধারার 25 টি পদের সমষ্টি 625
iii. $20 + 18 + 16 + \dots$ ধারার 12টি পদের সমষ্টি 108

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৪ – ৭৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি সমান্তর ধারা হলো $5 + 11 + 17 + \dots + 59$ ।

৭৪. ধারাটির পদসংখ্যা কয়টি? (মধ্যম)

- ক) 14 খ) 13 ● 10 ঘ) 8

৭৫. ধারার পদসমূহের সমষ্টি কত? (কঠিন)

- ক) 294 ● 320 গ) 342 ঘ) 360

৭৬. ধারাটির কোন পদ 41? (মধ্যম)

- ক) 6 ● 7 গ) 8 ঘ) 9

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৭ – ৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$1 + 5 + 9 + 13 + \dots$

৭৭. ধারাটির n-তম পদ কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $4n + 1$ খ) $4n - 1$ গ) $3n - 3$ ● $4n - 3$

ব্যাখ্যা : n-তম পদ = $a + (n-1)d = 1 + (n-1)4 = 4n - 3$

৭৮. ধারাটির কত তম পদ = 65? (মধ্যম)

- ক) 16 ● 17 গ) 18 ঘ) 19

ব্যাখ্যা : $4n - 3 = 65$ বা, $4n = 68 \therefore n = 17$.

৭৯. অষ্টম পদের মান কত? (মধ্যম)

- ক) 27 খ) 28 ● 29 ঘ) 32

ব্যাখ্যা : এখানে n তমপদ = $4n - 3$; অষ্টম পদ = $4 \times 8 - 3 = 32 - 3 = 29$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮০ ও ৮১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99$$

৮০. ধারাটির দশম পদ কত? (মধ্যম)

- ক 13 খ 12 গ 11 ● 10

৮১. নিচের কোন সংখ্যাটি ধারাটির যোগফল নির্দেশ করে? (মধ্যম)

- ক 4750 খ 4850 ● 4950 গ 5050

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

মিজান তার বেতন থেকে প্রথম মাসে 1200 টাকা সঞ্চয় করে এবং পরবর্তী প্রতিমাসে সে পূর্বের তুলনায় 100 টাকা করে বেশি সঞ্চয় করে।

৮২. মিজান n -তম মাসে কত টাকা সঞ্চয় করে? (মধ্যম)

- ক $100n - 1100$ ● $100n + 1100$
গ $1200n - 1100$ ঘ $1200n + 1100$

ব্যাখ্যা : n -তম মাসে সঞ্চয় = $a + (n - 1)d$
 $= 1200 + (n - 1)100$
 $= 1200 + 100n - 100$
 $= 100n + 1100$

৮৩. এক বছরে তার সঞ্চয়ের পরিমাণ কত? (মধ্যম)

- ক 12,000 ● 21,000 গ 24,000 ঘ 32,000

ব্যাখ্যা : $S_{12} = 50 \times 12(12 + 23) = 50 \times 12 \times 35 = 21,000$.

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়

□ □ সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৪. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র কোনটি? (সহজ)

- ক $\frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$ খ $\frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$
 ● $\frac{n(n + 1)}{2}$ ঘ $\left\{ \frac{n(n + 1)}{2} \right\}^2$

৮৫. $1 + 2 + 3 + \dots + 55 =$ কত? (মধ্যম)

- ক 1500 ● 1540 গ 1650 ঘ 1750

ব্যাখ্যা : $S_{55} = \frac{55(55 + 1)}{2} = \frac{55 \times 56}{2} = 1540$

৮৬. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29$ ধারাটির যোগফল 225 হলে, পদ সংখ্যা কত? (মধ্যম)

- ক 13 খ 14 ● 15 ঘ 16

ব্যাখ্যা : n সংখ্যক পদের যোগফল = n^2 বা, $n^2 = 225$ বা, $n = 15$

৮৭. প্রথম 50 টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল কত? (মধ্যম)

৯৩. $29 + 25 + 21 + \dots$ ধারাটির 10-তম পদ কত?

- ক 65 খ -11 গ 7 ● -7

৯৪. $5 + 10 + 15 + \dots$ ধারাটির সপ্তম পদ কত?

- ক 25 খ 30 ● 35 ঘ 40

৯৫. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 21$ এটি কোন ধরনের ধারা?

- ক গুণোত্তর ধারা খ অসীম ধারা
 ● সমান্তর ধারা ঘ কোনোটিই নয়

৯৬. $a - a + a - a \dots$ ধারাটির 61টি পদের যোগফল নিচের কোনটি?

- a খ $-a$ গ 0 ঘ 31a

৯৭. সমান্তর ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে, সপ্তম পদ কত?

- ক 18 ● 20 গ 22 ঘ 24

৯৮. $7 + 12 + 17 + \dots$ ধারাটির 25টি পদের সমষ্টি কত?

- ক 1075 ● 1675 গ 1225 ঘ 1600

৯৯. $104 + 100 + 96 + 92 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

- ক 1050 খ 1120 গ 1255 ● 1275

ব্যাখ্যা : $S_{50} = \frac{50(50 + 1)}{2} = \frac{50 \times 51}{2} = 1275$.

□ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৮. n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি S_n হলে—

i. $S_n = \frac{n(n + 1)}{2}$

ii. $S_{10} = 56$

iii. $S_{51} = 1326$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. সংজ্ঞানুসারে সঠিক।

ii. $S_{10} = \frac{10(10 + 1)}{2} = 5 \times 11 = 55$ সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক নয়

iii. $S_{51} = \frac{51(51 + 1)}{2} = \frac{51 \times 52}{2} = 1326$

সুতরাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক।

□ □ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮৯ ও ৯০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(n + 1)$

৮৯. ধারাটির তৃতীয় পদ কত? (সহজ)

- ক 4 খ 5 ● 6 ঘ 8

ব্যাখ্যা : $S_2 = 2(2 + 1) = 2 \times 3 = 6$

$S_3 = 3(3 + 1) = 3 \times 4 = 12$

\therefore তৃতীয় পদ = $S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$

৯০. ধারাটি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- $2 + 4 + 6 + \dots$ খ $1 + 2 + 3 + \dots$
 গ $2 + 3 + 4 + \dots$ ঘ $3 + 5 + 7 + \dots$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৯১ ও ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 4900.

৯১. প্রথম পদ কত? (মধ্যম)

- 1 খ 2 গ 3 ঘ 4

৯২. শেষ পদ 99 হলে, n এর মান কত? (মধ্যম)

- ক 60 খ 66 গ 88 ● 99

- -4 খ $-\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{4}$ ঘ 4

১০০. $2 + 4 + 6 + \dots$ ধারাটির কত তম পদ 14?

- ক 10 খ 9 গ 8 ● 7

১০১. $1 + 2 + 3 + \dots + 80 = ?$

- ক 3204 ● 3240 গ 420 ঘ 3640

১০২. $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$ ধারার কোন পদ 310?

- ক 100 তম খ 101 তম ● 103 তম ঘ 106 তম

১০৩. কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ n এবং n তম পদ m হলে ধারাটির $m + n$ তম পদ কত?

- 0 খ $m^2 + mn + n^2$
 গ $mn(m + n)$ ঘ $m^2(m + 1)$

১০৪. $3 - 3 + 3 - 3 + \dots$ ধারাটির ১ম 19টি পদের সমষ্টি কত?

- ক 0 ● 3 গ 57 ঘ 1083

১০৫. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 383?

- 127 তম খ 129 তম গ 128 তম ঘ 130 তম

১০৬. $1 + 3 + 5 + \dots + 15$ ধারাটির সমষ্টি নিচের কোনটি?

- ক 30 খ 31 গ 45 ঘ 64

১০৭. একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে উক্ত ধারার n তম পদ কত?

- ক $2n - 2$ খ $3n - 3$ গ $3n + 2$ ঘ $3n + 5$

১০৮. $10 + 8 + 6 + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর কত?

- ক -2 খ 2 গ -1 ঘ 1

১০৯. $3 + 10 + 17 + 24 + \dots$ ধারার অষ্টম পদ কত হবে?

- ক 35 খ 45 গ 52 ঘ 62

১১০. $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$ ধারাটির কোন পদ 302?

- ক 50 খ 200 গ 100 ঘ 120

১১১. একটি ধারার প্রথম পদ 2 এবং সাধারণ অন্তর 3 হলে—

- i. ধারাটির $2 + 5 + 8 + \dots$
ii. ধারাটির ষষ্ঠ পদ 17
iii. ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি 155

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক ii খ iii গ i ও ii ঘ i, ii ও iii

১১২. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) + \dots$

- i. গুণোত্তর ধারা
ii. অনন্ত ধারা
iii. সমান্তর ধারা

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১১৩. $-10 - 7 - 4 - 1 + \dots$ হলে—

- i. ধারাটি একটি সমান্তর ধারা
ii. ধারাটির ৭ম পদ 8
iii. ধারাটি একটি গুণোত্তর ধারা

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১১৪ ও ১১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ 4, সাধারণ অন্তর 2 এবং দশটি পদ বিদ্যমান।

১১৪. ধারাটি কোন ধরনের?

- ক সসীম খ অসীম গ জ্যামিতিক ঘ গুণোত্তর

১১৫. ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত?

- ক 8 খ 20 গ 40 ঘ 130

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১১৬ – ১১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$

১১৬. ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

- ক 2 খ 4 গ $\log 2$ ঘ $2 \log 2$

১১৭. ধারাটির ৭ম পদ কত?

- ক $\log 32$ খ $\log 64$ গ $\log 128$ ঘ $\log 256$

১১৮. ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত?

- ক $3 \log 2$ খ $5 \log 2$ গ $10 \log 2$ ঘ $15 \log 2$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $215 + 213 + 211 + \dots + 175 = S_1$ এবং $24 + 76 + 384 +$

\dots ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি $= S_2$ ।

- ক. S_1 এর দশম পদ নির্ণয় কর। ২
খ. S_1 এর মান নির্ণয় কর। 8
গ. S_1 এবং S_2 এর অনুপাত বের কর। 4

▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. মনে করি,

S_1 এর প্রথম পদ, $a = 215$

সাধারণ অন্তর, $d = 213 - 215 = -2$

আমরা জানি,

n তম পদ $= a + (n - 1)d$

10 " " $= 215 + (10 - 1) \times (-2)$

$= 215 + 9 \times (-2)$

$= 215 - 18 = 197$ (Ans.)

খ. আমরা জানি, n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

মনে করি, প্রথম ধারার প্রথম পদ $a = 215$

সাধারণ অন্তর $d = 213 - 215 = -2$

এখন, মনে করি, n তম পদ $= 175$

বা, $a + (n - 1)d = 175$

বা, $215 + (n - 1) \times (-2) = 175$

বা, $(n - 1) = \frac{175 - 215}{(-2)}$

বা, $(n - 1) = 20$

বা, $n = 20 + 1$

$\therefore n = 21$

$\therefore S_1 = \frac{21}{2} \{2 \times (215) + (21 - 1) \times (-2)\}$

$= \frac{21}{2} (430 + 20 \times (-2)) = \frac{21}{2} (430 - 40)$

$= \frac{21 \times 390}{2} = 21 \times 195 = 4095$. (Ans.)

গ. মনে করি, দ্বিতীয় ধারার প্রথম পদ $p = 24$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{96}{24} = 4 > 1$

প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি $= \frac{p(r^5 - 1)}{(r - 1)}$; $r > 1$

$\therefore S_2 = \frac{24 \times (4^5 - 1)}{(4 - 1)} = \frac{24 \times (1024 - 1)}{3}$

$= 8 \times 1023 = 8184$

এখন, S_1 ও S_2 এর অনুপাত $= 4095 : 8184$ [‘খ’ হতে প্রাপ্ত]

$= 1365 : 2728$ (Ans.)

প্রশ্ন-২ ▶ $\frac{n-1}{n+1}, (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$ দুইটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।



ক. অনুক্রম কাকে বলে?

২

খ. প্রথম অনুক্রমের ষষ্ঠ পদ, দ্বিতীয় অনুক্রমের পঞ্চম পদ নির্ণয় কর।

8

গ. অনুক্রম দুইটি লেখ।

8

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. কতকগুলো রাশিকে একটা বিশেষ নিয়মে ক্রমান্বয়ে এমনভাবে সাজানো হয় যে, প্রত্যেক রাশি এর পূর্বের পদ ও পরের পদের সাথে কীভাবে সম্পর্কিত তা জানা যায়। এভাবে সাজানো রাশিগুলোর সেটকে অনুক্রম বলা হয়।

খ. প্রথম অনুক্রমের সাধারণ পদ = $\frac{n-1}{n+1}$

$$\therefore \text{প্রথম অনুক্রমের ষষ্ঠ পদ} = \frac{6-1}{6+1} = \frac{5}{7} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{দ্বিতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ} = (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় অনুক্রমের পঞ্চম পদ} = (-1)^{5+1} \frac{5}{5+1} \\ = (-1)^6 \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রথম অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{n-1}{n+1}$ এর জন্য—

$$n=1 \text{ হলে অনুক্রমের প্রথম পদ} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$n=2 \text{ হলে অনুক্রমের দ্বিতীয় পদ} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$n=3 \text{ হলে অনুক্রমের তৃতীয় পদ} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4}$$

নির্ণেয় অনুক্রমটি হলো : $0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \dots$

দ্বিতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ $(-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$ এর জন্য—

$$n=1 \text{ হলে অনুক্রমের ১ম পদ} = (-1)^{1+1} \frac{1}{1+1} = (-1)^2 \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$n=2 \text{ হলে অনুক্রমের ২য় পদ} = (-1)^{2+1} \frac{2}{2+1} = (-1)^3 \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$n=3 \text{ হলে অনুক্রমের ৩য় পদ} = (-1)^{3+1} \frac{3}{3+1} = (-1)^4 \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

নির্ণেয় অনুক্রমটি হলো : $\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

প্রশ্ন-৩ ▶ একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ 5 এবং সাধারণ অন্তর 7।

? ক. সমান্তর ধারার সাধারণ পদ কত? ২
খ. ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ, r তম পদ ও 22 তম পদ নির্ণয় কর। 8

প্রশ্ন-৪ ▶ একটি সমান্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d ।

? ক. ধারাটির শেষ পদ। হলে ধারাটি নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির n তম পদ নির্ণয় কর। 8
গ. ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম পদ = a

$$\text{সাধারণ অন্তর} = d$$

$$\text{এবং শেষ পদ} = l$$

$$\therefore \text{ধারাটি} = a + (a+d) + (a+2d) \dots + (l-2d) + (l-d) + l$$

খ. 'ক' হতে পাই,

$$\text{ধারাটি, } a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (l-2d) + (l-d) + l$$

$$\text{এখানে, ধারাটির প্রথম পদ} = a = a + (1-1)d.$$

গ. ধারাটির $(2r+1)$ -তম পদ এবং 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অন্তর d হলে, ধারাটির সাধারণ পদ (n তম পদ) = $a + (n-1)d$. (Ans.)

খ. এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 7$$

আমরা জানি,

$$\text{ধারাটির } n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ} = a + (1-1)d = 5 + 0 \times 7 = 5$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = a + (2-1)d = 5 + 1 \times 7 = 12$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = a + (3-1)d = 5 + 2 \times 7 = 19$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = a + (4-1)d = 5 + 3 \times 7 = 26$$

$$\text{পঞ্চম পদ} = a + (5-1)d = 5 + 4 \times 7 = 33$$

$$\text{ষষ্ঠ পদ} = a + (6-1)d = 5 + 5 \times 7 = 40$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম ছয়টি পদ যথাক্রমে } 5, 12, 19, 26, 33, 40 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, } r \text{ তম পদ} = a + (r-1)d = 5 + (r-1) \cdot 7$$

$$= 5 + 7r - 7$$

$$= 7r - 2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, 22 তম পদ} = a + (22-1)d$$

$$= 5 + (22-1) \cdot 7$$

$$= 5 + 21 \times 7 = 152 \text{ (Ans.)}$$

গ. এখানে, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 7$$

$$\therefore \text{ধারাটির } (2r+1)\text{-তম পদ} = a + (2r+1-1)d$$

$$= 5 + 2r \times 7 = 5 + 14r \text{ (Ans.)}$$

আবার, আমরা জানি, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 20 পদের সমষ্টি,}$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} \{2 \times 5 + (20-1) \times 7\}$$

$$= 10 (10 + 19 \times 7) = 10(10 + 133)$$

$$= 10 \times 143 = 1430 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{ধারাটির দ্বিতীয় পদ} = a + d = a + (2-1)d.$$

$$\text{ধারাটির তৃতীয় পদ} = a + 2d = a + (3-1)d.$$

$$\text{অনুরূপ পভাবে, ধারাটির } n\text{-তম পদ} = a + (n-1)d. \text{ (Ans.)}$$

গ. মনে করি, ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি = S

$$\therefore S = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (l-2d) + (l-d) + l \dots (i)$$

(i) নং সমীকরণকে বিপরীতক্রমে সাজিয়ে পাই,

$$S = l + (l-d) + (l-2d) + \dots + (a+2d) + (a+d) + a \dots (ii)$$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2S = (a+l) + (a+l) + \dots + (a+l) + (a+l) + (a+l)$$

$$\text{বা, } 2S = n(a+l) \quad [\because n \text{ সংখ্যক পদ আছে}]$$

$$\text{বা, } S = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$\text{বা, } S = \frac{n}{2} \{a + a + (n-1)d\} [\because \text{শেষপদ} = n\text{-তম পদ}]$$

$$\therefore S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

\therefore ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ $5 + 8 + 11 + \dots$ একটি ধারা।

- ?** ক. ধারাটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির কত তম পদ ৩৮৩? ৪
গ. ধারাটির প্রথম ২০ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. এখানে, ধারাটির যেকোনো পদ – পূর্ববর্তী পদ = $(8-5)$

বা, $(11-8) = 3$ এবং শেষ পদ অনুপস্থিত

\therefore প্রদত্ত ধারাটি একটি অনন্ত সমান্তর ধারা (Ans.)

খ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 3$

মনে করি, ধারাটির r তম পদ = ৩৮৩

আমরা জানি, r তম পদ = $a + (r-1)d$

$$\therefore a + (r-1)d = 383$$

$$\text{বা, } 5 + (r-1) \times 3 = 383$$

$$\text{বা, } 5 + 3r - 3 = 383$$

$$\text{বা, } 3r = 383 - 5 + 3$$

$$\text{বা, } r = \frac{381}{3}$$

$$\therefore r = 127$$

\therefore প্রদত্ত ধারাটির ১২৭ তম পদ ৩৮৩ (Ans.)

গ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 5$

সাধারণ অন্তর, $d = 3$

পদ সংখ্যা, $n = 20$

$$\therefore \text{সমষ্টি } S = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{20}{2} \{2 \times 5 + (20-1) \times 3\} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 10(10 + 19 \times 3)$$

$$= 10(10 + 57)$$

$$= 10 \times 67 = 670$$

\therefore ধারাটির প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি ৬৭০. (Ans.)

প্রশ্ন-৬ ▶ $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$ একটি সমান্তর ধারা।

- ?** ক. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির কত তম পদ ৩০১? ৪
গ. ‘খ’ হতে প্রাপ্ত পদ পর্যন্ত ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. উদ্দীপকের ধারাটি $4 + 7 + 10 + 13 + \dots$

\therefore ধারাটির প্রথম পদ, $a = 4$

সাধারণ অন্তর, $d = 7 - 4 = 3$

\therefore ধারাটির প্রথম পদ ৪, সাধারণ অন্তর ৩. (Ans.)

খ. ‘ক’ হতে পাই,

ধারাটির প্রথম পদ $a = 4$, সাধারণ অন্তর $d = 3$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ = ৩০১

$$\therefore a + (n-1)d = 301 \quad [\because n \text{ তম পদ} = a + (n-1)d]$$

$$\text{বা, } 4 + (n-1) \times 3 = 301$$

$$\text{বা, } (n-1) \times 3 = 301 - 4$$

$$\text{বা, } 3n - 3 = 297$$

$$\text{বা, } 3n = 297 + 3$$

$$\text{বা, } 3n = 300$$

$$\text{বা, } n = \frac{300}{3}$$

$$\therefore n = 100$$

অতএব, ধারাটির ১০০ তম পদ ৩০১. (Ans.)

গ. ‘খ’ হতে পাই,

ধারাটির প্রথম পদ $a = 4$

সাধারণ অন্তর $d = 3$

পদ সংখ্যা $n = 100$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার যোগফল = $\frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি, } S = \frac{100}{2} \{(2 \times 4) + (100-1) \times 3\}$$

$$= \frac{100}{2} \{8 + 99 \times 3\} = \frac{100}{2} \{8 + 297\}$$

$$= \frac{100}{2} \times 305 = 15250 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ কোনো সমান্তর ধারার m তম পদ m^2 এবং n তম পদ n^2 .

- ?** ক. সমস্যাটিকে সমীকরণ আকারে লেখ। ২
খ. ১ম পদ এবং সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ৪
গ. $(m+n)$ তম পদ এবং $(m+n)$ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, সমান্তর ধারার ১ম পদ = a এবং সাধারণ অন্তর = d .

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ = $a + (n-1)d$

$$1\text{ম শর্তানুসারে, } a + (m-1)d = m^2 \dots\dots\dots (i)$$

$$2\text{য় শর্তানুসারে, } a + (n-1)d = n^2 \dots\dots\dots (ii)$$

খ. ‘ক’ হতে প্রদত্ত, সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$a + (m-1)d = m^2$$

$$a + (n-1)d = n^2$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad \quad \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$(m-1)d - (n-1)d = m^2 - n^2$$

$$\text{বা, } (m-1-n+1)d = (m^2 - n^2)$$

$$\text{বা, } (m-n)d = (m+n)(m-n)$$

$$\text{বা, } d = \frac{(m+n)(m-n)}{(m-n)}$$

$$\therefore d = m+n$$

d এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$a + (m-1)(m+n) = m^2$$

$$\text{বা, } a + m^2 + mn - m - n = m^2$$

$$\text{বা, } a = m^2 - m^2 - mn + m + n$$

$$\text{বা, } a = -mn + m + n$$

$$\therefore a = m - mn + n$$

নির্ণয় ধারাটির ১ম পদ $m - mn + n$ এবং সাধারণ অন্তর $m+n$

গ. সমান্তর ধারার $(m+n)$ তম পদ

$$\begin{aligned}
 &= a + (m + n - 1) d \\
 &= (m - mn + n) + (m + n - 1) \cdot (m + n) \text{ [‘খ’ থেকে মান বসিয়ে]} \\
 &= m - mn + n + m^2 + mn - m + mn + n^2 - n \\
 &= m^2 + mn + n^2 \text{ (Ans.)} \\
 &\text{আমরা জানি,} \\
 &\text{সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} \\
 &\text{সমান্তর ধারার } (m + n) \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} \\
 &= \frac{m + n}{2} \{2a + (m + n - 1) d\} \\
 &= \frac{m + n}{2} \{2(m - mn + n) + (m + n - 1)(m + n)\} \\
 &= \frac{m + n}{2} (2m - 2mn + 2n + m^2 + mn + mn + n^2 - m - n) \\
 &= \frac{m + n}{2} (m + n + m^2 + n^2) \\
 &= \frac{(m + n)(m^2 + n^2 + m + n)}{2} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৮ ▶ $8 + 16 + 24 + \dots$ একটি সমান্তর ধারা।

- ক. ধারাটির সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২
- খ. ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, ‘খ’ থেকে প্রাপ্ত যোগফলের সাথে 1 যোগ করলে তা পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়। ৪

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. উদ্দীপকের ধারাটি, $8 + 16 + 24 + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 8$

এবং সাধারণ অন্তর, $d = 16 - 8 = 8$

নির্ণেয় ধারাটির সাধারণ অন্তর ৪.

খ. ‘ক’ হতে পাই, সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 8$

সাধারণ অন্তর, $d = 8$

আমরা জানি, ধারার n পদের যোগফল $= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$

\therefore ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল,

$$S = \frac{n}{2} \{(2 \times 8) + (n - 1)8\} = \frac{n}{2} \{16 + 8n - 8\}$$

$$= \frac{n}{2} \{8n + 8\} = \frac{n}{2} \times 2(4n + 4)$$

$$= 4n^2 + 4n \text{ (Ans.)}$$

গ. ‘খ’ হতে পাই, ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল $4n^2 + 4n$

এখন, n সংখ্যক পদের যোগফলের সাথে 1 যোগ করে পাই,

$$= 4n^2 + 4n + 1$$

$$= (2n)^2 + 2 \cdot 2n \cdot 1 + (1)^2$$

$$= (2n + 1)^2 \text{ যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।}$$

এখানে, n যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।

\therefore ধারাটির প্রথম যেকোনো n সংখ্যক পদের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হয়। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-৯ ▶ একটি সমান্তর ধারার 12 তম পদ 77 এবং 16 তম পদ 85.

- ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুটি সমীকরণ গঠন কর। ২
- খ. ধারাটির প্রথম 23 পদের সমষ্টি কত? ৪
- গ. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর এবং ধারাটির কোন পদ 107 তা নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, ধারাটির প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অন্তর $= d$

$$\therefore \text{ ধারাটির 12 তম পদ} = a + (12 - 1)d = a + 11d$$

$$\text{এবং " 16 " } = a + (16 - 1)d = a + 15d$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + 11d = 77$$

$$\text{এবং } a + 15d = 85$$

খ. আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{ প্রথম 23 পদের সমষ্টি, } S_{23} = \frac{23}{2} \{2a + (23 - 1)d\}$$

$$= \frac{23}{2} \{2a + 22d\} = \frac{23}{2} \times 2(a + 11d)$$

$$= 23 \times (a + 11d)$$

$$= 23 \times 77$$

[‘ক’ থেকে $a + 11d = 77$]

$$= 1771 \text{ (Ans.)}$$

গ. ‘ক’ থেকে পাই, $a + 11d = 77 \dots\dots\dots (i)$

$$a + 15d = 85 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) থেকে (i) বিয়োগ করে পাই,

$$4d = 8$$

$$\text{বা, } d = \frac{8}{4} = 2$$

d -এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$a + 11d = 77$$

$$\text{বা, } a + 11 \times 2 = 77$$

$$\text{বা, } a + 22 = 77$$

$$\text{বা, } a = 77 - 22$$

$$\therefore a = 55$$

$$\therefore \text{ ধারাটির প্রথম পদ 55 এবং সাধারণ অন্তর 2}$$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 107$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 107$$

$$\text{বা, } 55 + (n - 1)2 = 107$$

$$\text{বা, } (n - 1)2 = 107 - 55$$

$$\text{বা, } (n - 1)2 = 52$$

$$\text{বা, } n - 1 = \frac{52}{2}$$

$$\text{বা, } n - 1 = 26$$

$$\text{বা, } n = 26 + 1$$

$$\therefore n = 27$$

$$\therefore \text{ ধারাটির 27 তম পদ 107}$$

নির্ণেয় প্রথম পদ 55, সাধারণ অন্তর 2 এবং 27 তম পদ 107.

প্রশ্ন-১০ ▶ $3 + x + y + 18 + \dots\dots\dots + 83$.

- ক. ধারাটি সমান্তর ধারা হলে, x ও y এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর। ২
- খ. x ও y এর মান নির্ণয় করে 7ম পদ নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ, $a = 3$

ধারাটি সমান্তর ধারা হলে,

সাধারণ অন্তর, $d = x - 3 = y - x = 18 - y$ হবে।

এখন, $x - 3 = y - x$

$$\therefore 2x - y = 3 \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $x - 3 = 18 - y$

$$\therefore x + y = 21 \dots\dots\dots (ii)$$

এবং $y - x = 18 - y$

$$\therefore 2y - x = 18 \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (i), (ii) ও (iii) ই নির্ণেয় সম্পর্ক।

খ. $2x - y = 3 \dots\dots\dots (i)$

$$x + y = 21 \dots\dots\dots (ii)$$

$$2y - x = 18 \dots\dots\dots (iii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$3x = 24$$

$$\therefore x = 8$$

সমীকরণ (ii) থেকে পাই,

$$8 + y = 21$$

$$\text{বা, } y = 21 - 8$$

$$\therefore y = 13$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারায় প্রথমপদ, } a = 3$$

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = 8$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = 13$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = 18$$

$$\therefore \text{সাধারণ অন্তর } d = 8 - 3 = 5$$

সমান্তর ধারার n তম $= a + (n - 1) d$

$$\therefore 7\text{ম পদ} = 3 + (7 - 1)5$$

$$= 3 + 6 \times 5$$

$$= 3 + 30 = 33$$

নির্ণেয় $x = 8, y = 13$ এবং 7ম পদ 33 (Ans.)

গ. প্রদত্ত ধারায় n তম পদ $= 83$

$$\therefore a + (n - 1) d = 83$$

$$\text{বা, } 3 + (n - 1) 5 = 83$$

$$\text{বা, } 3 + 5n - 5 = 83$$

$$\text{বা, } 5n - 2 = 83$$

$$\text{বা, } 5n = 83 + 2$$

$$\text{বা, } 5n = 85$$

$$\therefore n = 17$$

$$\therefore 17\text{তম পদ} = 83$$

এখন, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি $= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1) d\}$

$$\therefore 17\text{টি পদের সমষ্টি} = \frac{17}{2} \{2 \times 3 + (17 - 1) \times 5\}$$

$$= \frac{17}{2} \{6 + 16 \times 5\}$$

$$= \frac{17}{2} \{6 + 80\}$$

$$= \frac{17}{2} \times 86 = 17 \times 43 = 731$$

\therefore ধারাটির সমষ্টি 731 (Ans.)

প্রশ্ন-১১ ▶ কোনো ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি $n(n + 1)$

ক. সমান্তর ধারা কাকে বলে? ২

খ. ধারাটি নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটির 16 তম পদ কত? ধারাটির কত পদের সমষ্টি 2550? 8

▶◀ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সব সময় সমান হলে, সেই ধারাটিকে সমান্তর ধারা বলে।

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots\dots\dots$ একটি সমান্তর ধারা।

$$\text{এখানে, } 3 - 1 = 2$$

$$5 - 3 = 2$$

$$7 - 5 = 2$$

সাধারণ অন্তর 2।

খ. দেওয়া আছে, ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি, $S = n(n + 1) = n^2 + n$

$n = 1, 2, 3, 4, \dots\dots\dots$ বসিয়ে পাই,

$$n = 1 \text{ হলে, প্রথম পদ, } S_1 = 1^2 + 1 = 2$$

$$n = 2 \text{ হলে, প্রথম দুই পদের সমষ্টি, } S_2 = 2^2 + 2 = 6$$

$$n = 3 \text{ হলে, প্রথম তিন পদের সমষ্টি, } S_3 = 3^2 + 3 = 12$$

$$n = 4 \text{ হলে, প্রথম চারটি পদের সমষ্টি, } S_4 = 4^2 + 4 = 20$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম পদ} = 2$$

$$" \text{ দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 6 - 2 = 4$$

$$" \text{ তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 12 - 6 = 6$$

$$" \text{ চতুর্থ পদ} = S_4 - S_3 = 20 - 12 = 8$$

নির্ণেয় ধারাটি $2 + 4 + 6 + 8 + \dots\dots\dots$

গ. ক' হতে পাই, ধারার প্রথম পদ, $a = 2$

$$\text{সাধারণ অন্তর, } d = 4 - 2 = 2$$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1) d$

$$\therefore \text{ধারাটির 16 তম পদ} = 2 + (16 - 1) \times 2$$

$$= 2 + 15 \times 2 = 2 + 30 = 32$$

আবার, সমান্তর ধারার n পদের সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1) d\}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{n}{2} \{2a + (n - 1) d\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 2 + (n - 1) \times 2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (4 + 2n - 2) = 2550$$

$$\text{বা, } 2n + n^2 - n = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 51) - 50(n + 51) = 0$$

$$\text{বা, } (n + 51)(n - 50) = 0$$

$$\text{হয় } n + 51 = 0 \text{ অথবা, } n - 50 = 0$$

$$\therefore n = -51 \quad \therefore n = 50$$

কিন্তু $n = -51$ গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 50$$

∴ ধারাটির 16তম পদ 32 এবং 50 পদের সমষ্টি 2550.

প্রশ্ন-১২ কোনো সমান্তর ধারার 1ম পদ m , সাধারণ অন্তর n এবং p তম, q -তম ও r তম পদ যথাক্রমে a, b, c ।

- ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে লেখ। ২
- খ. দেখাও যে, $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$ 8
- গ. ধারাটির m ও n এর মান বের করে দেখাও যে, 8
- $$m - n = \frac{bp - aq}{p - q}$$

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. সমান্তর ধারার 1ম পদ m , সাধারণ অন্তর n হলে,
ধারাটির p -তম পদ, $m + (p-1)n = a$ (i)
" q -তম পদ, $m + (q-1)n = b$ (ii)
" r -তম পদ, $m + (r-1)n = c$ (iii)
- খ. বামপাশ = $a(q-r) + b(r-p) + r(p-q)$

$$= \{m + (p-1)n\}(q-r) + \{m + (q-1)n\}(r-p)$$

$$+ \{m + (r-1)n\}(p-q) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= m(q-r+r-p+p-q) + n\{(p-1)(q-r) + (q-1)(r-p) + (r-1)(p-q)\}$$

$$= m \times 0 + n\{pq - pr - q + r + qr - pq - r + p + rp - rq - p + q\}$$

$$= 0 + n \times 0 = 0 = \text{ডানপাশ}$$

∴ $a(q-r) + b(r-p) + c(p-q) = 0$ (দেখানো হলো)

- গ. 'ক' হতে পাই, $m + (p-1)n = a$ (i)
 $m + (q-1)n = b$ (ii)
 $m + (r-1)n = c$ (iii)

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$n(p-1-q+1) = a-b$$

$$\text{বা, } n(p-a) = a-b$$

$$\therefore n = \frac{a-b}{p-q}$$

সমীকরণ (i) এ n এর মান বসিয়ে পাই,

$$m + (p-1) \frac{a-b}{p-q} = a$$

$$\text{বা, } m = a - \frac{(p-1)(a-b)}{(p-q)}$$

$$\text{বা, } m = \frac{ap - aq - ap + bp + a - b}{p - q}$$

$$\therefore m = \frac{a-b + bp - aq}{p-q}$$

$$\text{অতএব, } m - n = \frac{a-b + bp - aq}{p-q} - \frac{a-b}{p-q}$$

$$= \frac{a-b + bp - aq - a + b}{p-q}$$

$$= \frac{bp - aq}{p-q} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন-১৩ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 125$ যেকোনো ধারা।

- ক. ধারাটির প্রকৃতি কি? ২
- খ. ধারাটির সমষ্টি কত? 8
- গ. দেখাও যে, প্রদত্ত ধারাটির সমষ্টি $169 + 171 + 173$
 $\dots + 209$ ধারাটির সমষ্টির সমান। 8

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. এখানে, ধারাটির যেকোনো পদ - পূর্ববর্তী পদ
 $= (3-1)$ বা $(5-3) = 2$ এবং শেষ পদ বিদ্যমান।
 ∴ ধারাটি একটি সসীম সমান্তর ধারা।
- খ. এখানে, ধারাটির 1ম পদ, $a = 1$
 এবং সাধারণ অন্তর, $d = 2$
 মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 125$
 $\therefore a + (n-1)d = 125$
 বা, $1 + (n-1) \times 2 = 125$
 বা, $1 + 2n - 2 = 125$
 বা, $-1 + 2n = 125$
 বা, $2n = 125 + 1$
 বা, $2n = 126$
 $\therefore n = 63$
 \therefore ধারাটির সমষ্টি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

$$= \frac{63}{2} \{2 \times 1 + (63-1) \times 2\}$$

$$= \frac{63}{2} (2 + 62 \times 2) = \frac{63}{2} (2 + 124)$$

$$= \frac{63}{2} \times 126 = 63 \times 63 = 3969$$

∴ ধারাটির সমষ্টি 3969.

- গ. 'খ' হতে পাই, প্রদত্ত ধারাটির সমষ্টি, $S_n = 3969$
 ধারাটির প্রথম পদ, $a = 169$
 এবং সাধারণ অন্তর, $d = 2$
 মনে করি, ধারাটির n -তম পদ $= 209$
 অর্থাৎ, $a + (n-1)d = 209$
 বা, $169 + (n-1) \times 2 = 209$
 বা, $169 + 2n - 2 = 209$
 বা, $2n = 209 - 167$
 বা, $2n = 42$
 বা, $n = \frac{42}{2}$
 $\therefore n = 21$

$$\therefore \text{ধারাটির সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{21}{2} \{2 \times 169 + (21-1) \times 2\}$$

$$= \frac{21}{2} (338 + 20 \times 2)$$

$$= \frac{21}{2} (338 + 40) = \frac{21}{2} \times 378$$

$$= 21 \times 189 = 3969$$

যা উদ্দীপকের ধারাটির সমষ্টির সমান।

প্রশ্ন-১৪ নিচে চারটি অনুক্রমের সাধারণ পদ দেওয়া হলো :

$$\frac{1}{n}, (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}, \frac{n-1}{n+1}$$

- ক. দ্বিতীয় অনুক্রমের ষষ্ঠ পদ লেখ। ২
- খ. দ্বিতীয় ও তৃতীয় অনুক্রম দুইটি লেখ। 8
- গ. প্রথম ও তৃতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ যোগ করলে যে

নতুন একটি অনুক্রম পাওয়া যায় সেটির প্রথম ৪ পদের যোগফল বের কর।

৪

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দ্বিতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ $= (-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$

$$\therefore \text{দ্বিতীয় অনুক্রমটির ষষ্ঠতম পদ} = (-1)^{6+1} \frac{6}{6+1} \\ = (-1)^8 \frac{6}{8} = \frac{6}{8} \text{ (Ans.)}$$

খ. দ্বিতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ $(-1)^{n+1} \frac{n}{n+1}$ এর জন্য -

$$n=1 \text{ হলে অনুক্রমের প্রথম পদ} = (-1)^{1+1} \frac{1}{1+1} = (-1)^2 \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$n=2 \text{ হলে অনুক্রমের দ্বিতীয় পদ} = (-1)^{2+1} \frac{2}{2+1} = (-1)^3 \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$n=3 \text{ হলে অনুক্রমের তৃতীয় পদ} = (-1)^{3+1} \frac{3}{3+1} = (-1)^4 \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{দ্বিতীয় অনুক্রমটি হলো : } \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{4},$$

তৃতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদ $\frac{n-1}{n+1}$ এর জন্য -

$$n=1 \text{ হলে অনুক্রমের প্রথম পদ} = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$n=2 \text{ হলে অনুক্রমের দ্বিতীয় পদ} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$$

$$n=3 \text{ হলে অনুক্রমের তৃতীয় পদ} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{2}{4}$$

$$\text{তৃতীয় অনুক্রমটি হলো : } 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{4},$$

গ. প্রথম ও তৃতীয় অনুক্রমের সাধারণ পদের যোগফল

$$= \frac{1}{n} + \frac{n-1}{n+1} \\ = \frac{n+1+n(n-1)}{n(n+1)} \\ = \frac{n+1+n^2-n}{n^2-n} = \frac{n^2+1}{n^2+n}$$

$$\therefore \text{নতুন অনুক্রমের সাধারণ পদ} = \frac{n^2+1}{n^2+n}$$

$$n=1 \text{ হলে অনুক্রমের প্রথম পদ} = \frac{1^2+1}{1^2+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$n=2 \text{ হলে অনুক্রমের দ্বিতীয় পদ} = \frac{2^2+1}{2^2+2} = \frac{4+1}{4+2} = \frac{5}{6}$$

$$n=3 \text{ হলে অনুক্রমের তৃতীয় পদ} = \frac{3^2+1}{3^2+3} = \frac{9+1}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$n=4 \text{ হলে অনুক্রমের চতুর্থ পদ} = \frac{4^2+1}{4^2+4} = \frac{16+1}{16+4} = \frac{17}{20}$$

\therefore নতুন অনুক্রমটির প্রথম চার পদের যোগফল

$$= 1 + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{17}{20} \\ = \frac{60+50+50+51}{60} \\ = \frac{211}{60} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৫ ▶ (i) $1+2+3+4+\dots$ (ii) $2+4+6+8+\dots$

$$(iii) \frac{1+2+3+4+\dots+n}{2+3+4+5+\dots+(n+1)} = S_3$$



ক. (i) ও (ii) নং ধারার সাধারণ পদ নির্ণয় কর।

২

খ. (i) ও (ii) নং ধারার প্রথম n -সংখ্যক পদের সমষ্টি যথাক্রমে S_1 ও S_2 হলে দেখাও যে, $S_2 = 2S_1$.

৪

গ. S_3 এর মান নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. (i) নং ধারার প্রথম পদ $a=1$, সাধারণ অন্তর $d=1$

$$\therefore n\text{-তম পদ} = a + (n-1)d \\ = 1 + (n-1)1 \\ = 1 + n - 1 = n$$

(ii) নং ধারার প্রথম পদ $a=2$, সাধারণ অন্তর $d=2$

$$\therefore n\text{-তম পদ} = a + (n-1)d \\ = 2 + (n-1)2 \\ = 2 + 2n - 2 = 2n$$

খ. (i) নং ধারার প্রথম পদ $a=1$, সাধারণ অন্তর $d=1$

\therefore ধারাটির প্রথম n -সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_1 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{n}{2} \{2 \cdot 1 + (n-1)1\} \\ = \frac{n}{2} \{2 + n - 1\}$$

$$\therefore S_1 = \frac{n}{2} (n+1)$$

(ii) নং ধারার প্রথম পদ $a=2$, সাধারণ অন্তর $d=2$

\therefore ধারাটির প্রথম n -সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_2 = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} = \frac{n}{2} \{2 \cdot 2 + (n-1)2\} \\ = \frac{n}{2} \{4 + 2n - 2\} = \frac{n}{2} (2n+2) \\ = \frac{n}{2} \cdot 2(n+1)$$

$$\therefore S_2 = n(n+1)$$

$$\text{এখন, } 2S_1 = 2 \cdot \frac{n}{2} (n+1) = n(n+1) = S_2$$

$$\therefore S_2 = 2S_1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. এখানে, $2+3+4+5+\dots+(n+1)$ ধারাটির

১ম পদ $a=2$, সাধারণ অন্তর $d=3-2=1$.

$$\therefore \text{ধারাটির } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\} \\ = \frac{n}{2} \{2 \cdot 2 + (n-1)1\} \\ = \frac{n}{2} \{4 + n - 1\} \\ = \frac{n}{2} (n+3)$$

$$\text{এখন, } S_3 = \frac{1+2+3+4+\dots+n}{2+3+4+5+\dots+(n+1)} \\ = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n(n+3)}{2}} \quad [\text{'খ' হতে মান বসিয়ে}] \\ = \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{2}{n(n+3)} = \frac{n+1}{n+3} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৬ ▶ ২০১৩ সালের জানুয়ারি মাসে একজন চাকরিজীবী ৯০০০ টাকা বেতন পান। প্রতি বছর মাসিক বেতন ২০০ টাকা করে বৃদ্ধি পায়।

?

- ক. তার মাসিক বেতন একটি সমান্তর ধারায় প্রকাশ কর। ২
- খ. ২০১৮ সালের জানুয়ারি মাসে তার মূলবেতন কত হবে নির্ণয় কর। ৪
- গ. মূলবেতন থেকে প্রতি মাসে ১০% হারে ভবিষ্যৎ তহবিলে কর্তন করলে ২০ বছরে ভবিষ্যৎ তহবিল মোট কর্তনের পরিমাণ নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. দেওয়া আছে, মূলবেতন, $a = 9000$ টাকা
বাৎসরিক বেতন বৃদ্ধি, $d = 200$ টাকা
দ্বিতীয় বছরে বেতন $= (a + d) = (9000 + 200)$ টাকা
 $= 9200$ টাকা
৩য় বছরে বেতন $= (a + 2d)$
 $= (9000 + 2 \times 200)$ টাকা
 $= 9400$ টাকা
 \therefore সমান্তর ধারাটি $9000 + 9200 + 9400 + \dots$
- খ. পদ সংখ্যা, $n = 6$
আমরা জানি, n -তম পদ $= a + (n - 1)d$
 $\therefore 6$ -তম পদ $= a + (6 - 1)d$
 $= 9000 + 5 \times 200$ ['ক' থেকে]
 $= 10000$
 $\therefore 2018$ সালের জানুয়ারি মাসে তার মূল বেতন হবে 10000 টাকা।
- গ. ২০১৩ সালে তার মোট বেতন $= (9000 \times 12) = 108000$ টাকা
২০১৩ " " " " $= (9200 \times 12) = 110400$ টাকা
২০১৪ " " " " $= (9400 \times 12) = 112800$ টাকা
তাহলে, বৎসরভিত্তিক ধারাটি দাঁড়ায়,
 $108000 + 110400 + 112800 + \dots$
যা একটি সমান্তর ধারা।
প্রথম পদ, $a = 108000$ টাকা।
সাধারণ অন্তর, $d = 110400 - 108000 = 2400$ টাকা
এবং পদ সংখ্যা, $n = 20$
আমরা জানি, $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$
 $= \frac{20}{2} \{2 \times 108000 + (20 - 1) \times 2400\}$
 $= 10(216000 + 45600)$
 $= 10 \times 261600$
 $= 2616000$
২০ বছরে তার মোট বেতন হবে 2616000 টাকা
তার সঞ্চয় তহবিলে বাৎসরিক জমার পরিমাণ ১০%।
মোট কর্তনের পরিমাণ $= 2616000$ এর ১০%
 $= 2616000$ এর $\frac{10}{100}$
 $= 261600$ টাকা (Ans.)

প্রশ্ন-১৭▶ কোনো সমান্তর ধারার p তম পদ p^2 এবং q তম পদ q^2 ।

?

- ক. দুইটি সমীকরণের সাহায্যে প্রদত্ত তথ্য প্রকাশ কর। ২
- খ. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর কত? ৪
- গ. $p + q$ তম পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. মনে করি, সমান্তর ধারার প্রথম পদ $= a$ এবং সাধারণ অন্তর $= d$
আমরা জানি, ধারার n -তম পদ $= a + (n - 1)d$
এখানে, ধারাটির p -তম পদ $= p^2$

$$\text{বা, } a + (p - 1)d = p^2$$

$$\therefore a + pd - d = p^2 \dots\dots\dots (i)$$

- আবার, ধারাটির q -তম পদ $= q^2$

$$\text{বা, } a + (q - 1)d = q^2$$

$$\therefore a + qd - d = q^2 \dots\dots\dots (ii)$$

- খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত, সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$a + pd - d = p^2$$

$$a + qd - d = q^2$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (+) \quad (-) \\ pd - qd \quad \quad \quad = p^2 - q^2 \end{array}$$

$$\text{বা, } d(p - q) = (p + q)(p - q)$$

$$\text{বা, } d = \frac{(p + q)(p - q)}{(p - q)}$$

$$\therefore d = p + q$$

- 'ক' হতে প্রাপ্ত, সমীকরণ (i) এ d এর মান বসিয়ে পাই

$$a + p(p + q) - (p + q) = p^2$$

$$\text{বা, } a + p^2 + pq - p - q = p^2$$

$$\text{বা, } a = -p^2 - pq + p + q + p^2$$

$$\therefore a = p + q - pq$$

$$\therefore \text{প্রথম পদ } a = -p + q - pq \text{ এবং সাধারণ অন্তর } d = p + q$$

- গ. 'খ' হতে পাই, ধারাটির প্রথম পদ $a = p + q - pq$

$$\text{সাধারণ অন্তর } d = p + q$$

$$\text{এখানে, পদ সংখ্যা } n = p + q$$

- আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n পদের যোগফল

$$= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম } (p + q) \text{ পদের যোগফল}$$

$$S = \frac{p + q}{2} \{2(p + q - pq) + (p + q - 1)(p + q)\}$$

$$= \frac{p + q}{2} \{2p + 2q - 2pq + p^2 + pq - p + pq + q^2 - q\}$$

$$= \frac{p + q}{2} (p^2 + p + q + q^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৮▶ একটি সমান্তর ধারার প্রথম m সংখ্যক পদের সমষ্টি $m(m + 3)$ ।

?

- ক. প্রথম পদ কত? ২
- খ. ধারাটি নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটির $(x + 1)$ পদের সমষ্টি ৩০৪ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. দেওয়া আছে, সমান্তর ধারার প্রথম m সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$$S_m = m(m + 3)$$

$$= m^2 + 3m$$

$$m = 1 \text{ হলে } S_1 = 1^2 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম পদ } 4$$

- খ. 'ক' থেকে, $S_m = m^2 + 3m$

$$m = 1 \text{ হলে, } S_1 = 1^2 + 3 \times 1 = 1 + 3 = 4$$

$$\begin{aligned} m=2 \text{ হলে, } S_2 &= 2^2 + 3 \times 2 = 4 + 6 = 10 \\ m=3 \text{ হলে, } S_3 &= 3^2 + 3 \times 3 = 9 + 9 = 18 \\ m=4 \text{ হলে, } S_4 &= 4^2 + 3 \times 4 = 16 + 12 = 28 \\ m=5 \text{ হলে, } S_5 &= 5^2 + 3 \times 5 = 25 + 15 = 40 \end{aligned}$$

ধারাটির প্রথম পদ = 4

$$\text{দ্বিতীয় পদ} = S_2 - S_1 = 10 - 4 = 6$$

$$\text{তৃতীয় পদ} = S_3 - S_2 = 18 - 10 = 8$$

$$\text{চতুর্থ পদ} = S_4 - S_3 = 28 - 18 = 10$$

$$\text{পঞ্চম পদ} = S_5 - S_4 = 40 - 28 = 12$$

নির্ণেয় ধারাটি $4 + 6 + 8 + 10 + 12 +$

গ. 'খ' থেকে পাই,

ধারাটি, $4 + 6 + 8 + 10 + 12 + \dots$

প্রথম পদ, $a = 4$

সাধারণ অন্তর, $d = 6 - 4 = 2$

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$\begin{aligned} (x+1) \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি} &= \frac{x+1}{2} \{2a + (x+1-1)d\} \\ &= \frac{x+1}{2} (2a + xd) \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১৯ ▶ $9 + 7 + 5 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল -144.

- ?** ক. ধারাটির প্রকৃতি কিরূপ এবং সাধারণ অন্তর কত? ২
খ. ধারাটির কত তম পদ 11? 8
গ. n এর মান নির্ণয় কর। 8

▶◀ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $9 + 7 + 5 + \dots$

এখন, সাধারণ অন্তর = ধারাটির যেকোনো পদ - তার পূর্ববর্তী পদ
 $= (7 - 9) \text{ বা } (5 - 7) = -2$.

এবং শেষ পদ অনুপস্থিত।

∴ প্রদত্ত ধারাটি একটি অনন্ত সমান্তর ধারা এবং সাধারণ অন্তর -2. (Ans.)

খ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 9$

সাধারণ অন্তর, $d = -2$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ = -11

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n-1)d$

$$\therefore a + (n-1)d = -11$$

$$\text{বা, } 9 + (n-1)(-2) = -11$$

$$\text{বা, } (n-1)(-2) = -11 - 9$$

$$\text{বা, } (n-1)(-2) = -20$$

$$\text{বা, } n-1 = 10 \text{ [উভয়পক্ষে } -2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } n = 10 + 1$$

$$\therefore n = 11$$

অর্থাৎ ধারাটির 11তম পদ 11.

গ. আমরা জানি, কোনো সমান্তর ধারার পদসংখ্যা n হলে,

$$n \text{ সংখ্যক পদের যোগফল, } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

∴ প্রদত্ত সমান্তর ধারার n -সংখ্যক পদের যোগফল,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{x+1}{2} (2 \times 4 + x \times 2)$$

$$= \frac{x+1}{2} (8 + 2x)$$

$$= \frac{x+1}{2} \times 2(x+4)$$

$$= (x+1)(x+4)$$

$$= x^2 + x + 4x + 4$$

$$= x^2 + 5x + 4$$

প্রশ্নমতে, $x^2 + 5x + 4 = 304$

$$\text{বা, } x^2 + 5x + 4 - 304 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 20x - 15x - 300 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+20) - 15(x+20) = 0$$

$$\therefore (x+20)(x-15) = 0$$

$$\text{হয়, } x+20 = 0$$

$$\text{অথবা, } x-15 = 0$$

$$\text{বা, } x = -20$$

$$\therefore x = 15$$

কিন্তু পদ সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। অর্থাৎ $x \neq -20$

নির্ণেয় মান $x = 15$.

$$= \frac{n}{2} \{2 \times 9 + (n-1) \times (-2)\} [\because a = 9 \text{ এবং } d = -2]$$

$$= \frac{n}{2} (18 - 2n + 2) = \frac{n}{2} (20 - 2n)$$

$$= n(10 - n)$$

প্রশ্নমতে, $n(10 - n) = -144$

$$\text{বা, } -n^2 + 10n + 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 10n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 - 18n + 8n - 144 = 0$$

$$\text{বা, } n(n-18) + 8(n-18) = 0$$

$$\text{বা, } (n+8)(n-18) = 0$$

$$\text{হয়, } n+8 = 0$$

$$\text{অথবা, } n-18 = 0$$

$$\therefore n = -8$$

$$\therefore n = 18$$

কিন্তু কোনো ধারার পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং, $n = -8$ গ্রহণযোগ্য নয়।

নির্ণেয় মান $n = 18$

প্রশ্ন-২০ ▶ $10 + 13 + 16 + \dots + 289$ একটি ধারা।

- ?** ক. ধারাটির দশম পদ কত? ২
খ. ধারাটির কোন পদ 199? 8
গ. প্রদত্ত ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি 578 হলে, n এর মান নির্ণয় কর। 8

▶◀ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$

সাধারণ অন্তর, $d = 13 - 10 = 3$

$$\therefore \text{ধারাটির } 10\text{ম পদ} = a + (10-1)d$$

$$= 10 + 9 \times 3 = 10 + 27 = 37$$

$$\therefore \text{ধারাটির দশম পদ } 37$$

খ. সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$

সাধারণ অন্তর $= 13 - 10 = 3$

মনে করি, ধারাটির n -তম পদ 199

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n -তম পদ $= a + (n - 1)d$

$$\therefore a + (n - 1)d = 199$$

$$\text{বা, } 10 + (n - 1)3 = 199$$

$$\text{বা, } 10 + 3n - 3 = 199$$

$$\text{বা, } 3n + 7 = 199$$

$$\text{বা, } 3n = 199 - 7$$

$$\text{বা, } 3n = 192$$

$$\text{বা, } n = \frac{192}{3}$$

$$\text{বা, } n = 64$$

\therefore ধারাটির 64-তম পদ 199

গ. সমান্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 10$

সাধারণ অন্তর, $d = 13 - 10 = 3$

আমরা জানি, সমান্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\text{শর্তমতে, } \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = 578$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 10 + (n - 1) \times 3\} = 578$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (20 + 3n - 3) = 578$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} (17 + 3n) = 578$$

$$\text{বা, } 17n + 3n^2 = 1156$$

$$\text{বা, } 3n^2 + 17n - 1156 = 0$$

$$\text{বা, } 3n^2 - 51n + 68n - 1156 = 0$$

$$\text{বা, } 3n(n - 17) + 68(n - 17) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 17)(3n + 68) = 0$$

$$\text{হয়, } n - 17 = 0 \quad \text{অথবা, } 3n + 68 = 0$$

$$\therefore n = 17 \quad \text{বা, } 3n = -68$$

$$\therefore n = \frac{-68}{3}$$

[কিন্তু কোনো ধারার পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\text{সুতরাং } n = \frac{-68}{3} \text{ গ্রহণযোগ্য নয়।}$$

নির্ণেয় মান $n = 17$.

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-২১ ▶ $3 - 5 - 13 - 21 \dots\dots\dots -149$ একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. কত তম পদ -149 ? 8

গ. ধারাটির সমষ্টি কত? 8

উত্তর : ক. 3, -8; খ. 20; গ. -1460

প্রশ্ন-২২ ▶ $5 + 11 + 17 + 23 + \dots\dots\dots + 59 + \dots\dots\dots$ একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির n -তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির n তম পদ 59 হলে n সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

গ. $(2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. $(6n - 1)$; খ. 320; গ. 1496

প্রশ্ন-২৩ ▶ কোনো সমান্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অন্তর d , প্রথম 12

পদের সমষ্টি 474 এবং প্রথম 18 পদের সমষ্টি 981।

ক. প্রদত্ত তথ্যকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটির 20তম পদ কত? 8

$$\text{উত্তর : ক. } \frac{12}{2} \{2a + (12 - 1)d\} = 474, \frac{18}{2} \{2a + (18 - 1)d\} = 981;$$

$$\text{খ. } a = 12, d = 5; \text{ গ. } 107$$

প্রশ্ন-২৪ ▶ একটি সমান্তর ধারার 16 তম পদ -20 এবং সাধারণ অন্তর 4।

ক. ধারাটির প্রথম পদ কত? ২

খ. কত তম পদ 0? 8

গ. n সংখ্যক পদের যোগফল 0 হলে n এর মান কত? 8

উত্তর : ক. -80 ; খ. 21; গ. 41

$$\text{প্রশ্ন-২৫} \text{ ▶ } S_1 = 1 + 3 + 5 + \dots\dots\dots + 125;$$

$$S_2 = 169 + 171 + 173 + \dots\dots\dots + 209 \text{ দুইটি সমান্তর ধারা।}$$

ক. ধারাগুলোর সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. প্রথম ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

গ. দেখাও যে, ধারা দুইটির সমষ্টি সমান। 8

উত্তর : ক. 2, 2; খ. 3969

প্রশ্ন-২৬ ▶ $1 + 3 + 5 + 7 + \dots\dots\dots$ একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির সাধারণ অন্তর এবং p তম পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির কোন পদ 99? 8

গ. ধারাটির প্রথম 100 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. $2, 2p - 1$; খ. 50; গ. 10000

প্রশ্ন-২৭ ▶ $7 + 10 + 13 + \dots\dots\dots$ একটি সমান্তর ধারা।

ক. ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির কত তম পদ 304? 8

গ. 100তম পদ পর্যন্ত ধারাটির যোগফল নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. 7, 3; খ. 100তম; গ. 15550

প্রশ্ন-২৮ ▶ কামাল 10000 টাকার একটি ঋণ কিছু সংখ্যক কিস্তিতে পরিশোধ করতে রাজী হন। প্রত্যেক কিস্তি পূর্বের কিস্তির চেয়ে 8 টাকা বেশি। যদি প্রথম কিস্তি 4 টাকা হয় –

ক. কামালের ঋণ পরিশোধের ধারাটি নির্ণয় কর। ২

খ. কতগুলো কিস্তিতে কামাল তার ঋণ পরিশোধ করতে পারবেন? 8

গ. যদি কামালকে মূল টাকার সাথে অতিরিক্ত 25% সুদ দিতে হত তাহলে প্রদেয় সুদকে ধারার সাহায্যে প্রকাশ করে মোট সুদের পরিমাণ নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. $4 + 12 + 20 + \dots\dots\dots$; খ. 50; গ. $1 + 3 + 5 + \dots\dots\dots = 2500$

প্রশ্ন-২৯ ▶ কোনো সমান্তর ধারার 6 তম পদ 36 এবং 8 তম পদ 64, প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d .

ক. সমস্যাটিকে সমীকরণ আকারে লেখ। ২

খ. a এবং d এর মান কত? 8

গ. ধারাটির প্রথম এগারোটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. $a + 7d = 64$; খ. $-34, 14$; গ. 396

প্রশ্ন-৩০ ▶ একটি সমান্তর ধারার প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি ৫৬ এবং প্রথম ২০টি পদের সমষ্টি ২৬।

- ক. উপরিউক্ত তথ্যের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তর বের কর। ৪
গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রথম ৩০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $2a + 19d = 26$; খ. $\frac{7}{2}, 1$; গ. $\frac{7}{2} + \frac{9}{2} + \frac{11}{2} + \dots, 540$

প্রশ্ন-৩১ ▶ $29 + 25 + 21 + \dots - 23 - \dots$

- ক. ধারাটির n -তম পদ কত ২
খ. ধারাটির n -তম পদ -23 হলে, n সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? ৪
গ. $2n$ সংখ্যক পদের সমষ্টি বের কর। ৪

উত্তর : ক. $33 - 4n$; খ. 42 ; গ. -700

প্রশ্ন-৩২ ▶ একটি ব্যাটারী চালিত খেলনা গাড়ি প্রথম মিনিটে ২১ মিটার পথ অতিক্রম করে। পরবর্তী প্রতি মিনিটে ৩ মিটার হারে কম পথ অতিক্রম করে।

- ক. গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব ধারায় প্রকাশ করলে ধারাটির প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তর কত হবে? ২
খ. গাড়িটি কততম মিনিটে থেমে যাবে? ৪

গ. গাড়িটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. ২১, -3 ; খ. ৪; গ. ৪৪ মিটার

প্রশ্ন-৩৩ ▶ $-128 - 120 - 112 - \dots - 0$ একটি সমান্তর ধারা।

- ক. ধারাটির সাধারণ অন্তর ও চতুর্থ পদ নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির কততম পদ ০? ৪
গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. ৪, ১০৪; খ. ১৭তম; গ. -1088

প্রশ্ন-৩৪ ▶ $U_n = \frac{n-1}{n+1}$ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ।

- ক. অনুক্রমটির সপ্তম পদ কত? ২
খ. প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪
গ. $V_n = (-1)^{n-1} U_n$ হলে V_n কে সেটের তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক. $\frac{3}{4}$; খ. $\frac{499}{140}$; গ. $\{0, -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \dots\}$

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি S_n

অর্থাৎ, $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

$$\therefore S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

■ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি S_n

অর্থাৎ, $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

$$\therefore S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

■ প্রয়োজনীয় সূত্র

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

■ গুণোত্তর ধারা

কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে অর্থাৎ, যেকোনো পদকে এর পূর্ববর্তী পদ দ্বারা ভাগ করে ভাগফল সর্বদা সমান পাওয়া গেলে, সে ধারাটিকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন, $2 + 4 + 8 + 16 + 32$ ধারাটির প্রথম পদ 2, দ্বিতীয় পদ 4, তৃতীয় পদ 8, চতুর্থ পদ 16, পঞ্চম পদ 32.

এখানে, দ্বিতীয় পদের সাথে প্রথম পদের অনুপাত $= \frac{4}{2} = 2$, তৃতীয় পদের সাথে দ্বিতীয় পদের অনুপাত $= \frac{8}{4} = 2$, চতুর্থ পদের সাথে তৃতীয় পদের অনুপাত $= \frac{16}{8} = 2$, পঞ্চম পদের সাথে চতুর্থ পদের অনুপাত $= \frac{32}{16} = 2$.

■ অনন্ত গুণোত্তর ধারা

গুণোত্তর ধারার পদসংখ্যা নির্দিষ্ট না থাকলে সেই ধারাকে অনন্ত গুণোত্তর ধারা বলে। গুণোত্তর ধারার প্রথম পদকে সাধারণত a দ্বারা এবং সাধারণ অনুপাতকে r দ্বারা প্রকাশ করা হয়। তাহলে সংজ্ঞানুসারে, প্রথম পদ a হলে, দ্বিতীয় পদ ar , তৃতীয় পদ ar^2 ইত্যাদি।

সুতরাং, ধারাটি হবে $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$

■ গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ

যেকোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত r , তাহলে ধারাটির n তম পদ $= ar^{n-1}$

■ গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়

মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত r এবং পদ সংখ্যা n । যদি n সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n হয়, তাহলে

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, \text{ যখন } r < 1$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{(r-1)}, \text{ যখন } r > 1$$

অনুশীলনের প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ১ a, b, c ও d সমান্তর ধারার চারটি ক্রমিক পদ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

ক. $b = \frac{c+d}{2}$ খ. $a = \frac{b+c}{2}$ ● $c = \frac{b+d}{2}$ ঘ. $d = \frac{a+c}{2}$

প্রশ্ন ২ ২ $i. a + (a+d) + (a+2d) + \dots$ ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের

সমষ্টি $= \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$

ii. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

iii. $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

উপরের বাক্যগুলোর কোনটি সঠিক?

ক. i ও ii ● i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

নিচের ধারাটির ভিত্তিতে ৩ ও ৪ নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots$

প্রশ্ন ৩ ৩ ধারাটির সাধারণ অন্তর কোনটি?

ক. 2 খ. 4 ● $\log 2$ ঘ. $2\log 2$

প্রশ্ন ৪ ৪ ধারাটির 7ম পদ কত?

ক. $\log 32$ খ. $\log 64$ ● $\log 128$ ঘ. $\log 256$

ব্যাখ্যা : n তম পদ $= a + (n-1)d$

যেহেতু, ১ম পদ, $a = \log 2$

সাধারণ অন্তর, $d = \log 2$

$$\therefore 7 \text{ তম পদ} = \log 2 + (7-1) \log 2 = \log 2 + 6 \log 2 = 7 \log 2 \\ = \log 2^7 = \log 128.$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$ ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 64$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ধারাটির অষ্টম পদ} = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 \\ = 64 \times \frac{1}{128} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $3 + 9 + 27 + \dots$ ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $3 + 9 + 27 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 3$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত } r = \frac{9}{3} = 3; \text{ পদ সংখ্যা } n = 14$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, \text{ যেখানে } r > 1.$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম চৌদ্দটি পদের সমষ্টি, } S_{14} = \frac{3 \{(3)^{14} - 1\}}{3 - 1} \\ = \frac{3(3^{14} - 1)}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{2}$?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $128 + 64 + 32 + \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 128$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2} < 1$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $\frac{1}{2}$

$$\therefore ar^{n-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } 128 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2 \times 128}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\text{বা, } n - 1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8 + 1$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির নবম পদ } \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$ হলে,

ধারাটির তৃতীয় পদ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $= a$

এবং সাধারণ অনুপাত $= r$

$$\therefore 5 \text{ তম পদ} = ar^{5-1} = ar^4$$

$$\text{এবং } 10 \text{ তম পদ} = ar^{10-1} = ar^9$$

প্রশ্নমতে,

$$ar^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \dots \dots \dots (i)$$

$$\text{এবং } ar^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \dots \dots \dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করি,

$$\frac{ar^9}{ar^4} = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}}$$

$$\text{বা, } r^{9-4} = \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } r^5 = \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

সমীকরণ (i) এ r এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \left\{ \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 \right\}^2 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \times \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a = \frac{2\sqrt{3}}{9} \times \frac{9}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{তৃতীয় পদ} = ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{নির্ণেয় তৃতীয় পদ } \frac{1}{\sqrt{3}}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots$ ধারাটির কোন পদ $8\sqrt{2}$?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}, \dots$

ধারাটির যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের অনুপাত $= -\sqrt{2}$

\therefore এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

$$\text{ধারার প্রথম পদ, } a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= 8\sqrt{2}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times 2$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 16$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$$

$$\text{বা } n-1=8$$

$$\therefore n=9$$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির ৯ম পদ $8\sqrt{2}$ (Ans.)

প্রশ্ন ১০ ৥ $5+x+y+135$ গুণোত্তর ধারাত্ত্বক হলে, x এবং y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $5+x+y+135$ একটি গুণোত্তর ধারা

এখানে, প্রথম পদ, $a=5$

ধরি, সাধারণ অনুপাত = r

\therefore চতুর্থ পদ, $ar^{4-1} = 135$ [প্রশ্নানুসারে]

$$\text{বা, } 5.r^3 = 135$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{135}{5} = 27$$

$$\text{বা, } r^3 = (3)^3$$

$$\therefore r=3$$

দ্বিতীয় পদ, $ar^{2-1} = x$

$$\text{বা, } ar = x$$

$$\text{বা, } 5 \times 3 = x \quad [\because a=5 \text{ এবং } r=3]$$

$$\therefore x=15$$

তৃতীয় পদ, $ar^{3-1} = y$

$$\text{বা, } ar^2 = y$$

$$\text{বা, } 5 \times 3^2 = y \quad [\because a=5 \text{ এবং } r=3]$$

$$\text{বা, } 5 \times 9 = y$$

$$\therefore y=45$$

নির্ণেয় x ও y এর মান যথাক্রমে 15 ও 45

প্রশ্ন ১১ ৥ $3+x+y+z+243$ গুণোত্তর ধারাত্ত্বক হলে x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $3+x+y+z+243$ একটি গুণোত্তর ধারা

এখানে, প্রথম পদ $a=3$

ধরি, সাধারণ অনুপাত = r

\therefore পঞ্চম পদ, $ar^{5-1} = 243$ [প্রশ্নানুসারে]

$$\text{বা, } 3.r^4 = 243$$

$$\text{বা, } r^4 = \frac{243}{3} = 81$$

$$\text{বা, } r^4 = (3)^4$$

$$\therefore r=3$$

দ্বিতীয় পদ, $ar^{2-1} = x$

$$\text{বা, } 3.r = x \quad [\because a=3]$$

$$\text{বা, } 3.3 = x \quad [\because r=3]$$

$$\therefore x=9$$

তৃতীয় পদ, $ar^{3-1} = y$

$$\text{বা, } 3.3^2 = y \quad [\because a=3, r=3]$$

$$\text{বা, } 27 = y$$

$$\therefore y=27$$

চতুর্থ পদ, $ar^{4-1} = z$

$$\text{বা, } 3.3^4 = z \quad [\because a=3, r=3]$$

$$\text{বা, } 3.3^3 = z$$

$$\text{বা, } 3.27 = z$$

$$\therefore z=81$$

নির্ণেয় x, y ও z এর মান যথাক্রমে 9, 27 ও 81

প্রশ্ন ১২ ৥ $2-4+8-16+\dots\dots\dots$ ধারাটির প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $2-4+8-16+\dots\dots\dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ, $a=2$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-4}{2} = -2 < 1$$

পদ সংখ্যা, $n=7$

$$\text{গুণোত্তর ধারার প্রথম } n \text{ পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$\therefore \text{সাতটি পদের সমষ্টি, } S_7 = \frac{2\{1-(-2)^7\}}{1-(-2)}; r < 1$$

$$= \frac{2(1+128)}{1+2} = \frac{2 \times 129}{3}$$

$$= 2 \times 43 = 86 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $1-1+1-1+\dots\dots\dots$ ধারাটির $(2n+1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : প্রদত্ত ধারা, $1-1+1-1+\dots\dots\dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ, $a=1$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{-1}{1} = -1 < 1$$

পদ সংখ্যা = $2n+1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}; r < 1$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত ধারার } 1ম \text{ } (2n+1) \text{ পদের সমষ্টি} = a \times \frac{(1-r^{2n+1})}{1-r}$$

$$= \frac{1\{1-(-1)^{2n+1}\}}{1-(-1)} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1-(-1)^{2n} \cdot (-1)}{1+1} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

নির্ণেয় সমষ্টি 1.

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots\dots\dots$ ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : মনে করি, ধারাটির সমষ্টি = S_{10}

$$\therefore S_{10} = \log 2 + \log 4 + \log 8 + \dots\dots\dots \text{দশম পদ পর্যন্ত}$$

$$= \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots\dots\dots \text{দশম পদ পর্যন্ত}$$

\therefore প্রদত্ত ধারাটি নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায়,

$$S_{10} = \log 2 + \log 2^2 + \log 2^3 + \dots\dots\dots + \log 2^{10}$$

$$= \log 2 + 2 \log 2 + 3 \log 2 + \dots\dots\dots + 10 \log 2$$

$$= (1+2+3+\dots\dots\dots+10) \log 2$$

$$= \frac{10(10+1)}{2} \log 2 \quad \left[\because 1+2+3+\dots\dots\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \right]$$

$$= \frac{10 \times 11}{2} \times \log 2 = 55 \log 2$$

নির্ণেয় সমষ্টি $55 \log 2$.

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots\dots\dots$ ধারাটির প্রথম বারোটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, ধারাটির সমষ্টি = S_{12}

$$\therefore S_{12} = \log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots \dots \dots \text{দ্বাদশ পদ পর্যন্ত}$$

$$= \log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots \dots \dots \text{দ্বাদশ পদ পর্যন্ত}$$

$$= \log 2 + 4 \log 2 + 9 \log 2 + \dots \dots \dots \text{দ্বাদশ পদ পর্যন্ত}$$

$$= (1 + 4 + 9 + \dots \dots + 12) \log 2$$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + 12^2) \log 2$$

$$= \left\{ \frac{12(12+1)(2 \cdot 12 + 1)}{6} \right\} \log 2$$

$$\left[\because 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right]$$

$$= (2 \times 13 \times 25) \log 2 = 650 \log 2$$

নির্ণেয় সমষ্টি $650 \log 2$

প্রশ্ন ১৬ ২ + ৪ + ৮ + ১৬ + ধারাটির n -সংখ্যক পদের সমষ্টি ২৫৪ হলে, n এর মান কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি, $2 + 4 + 8 + 16 + \dots \dots \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{4}{2} = 2$

এবং n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = 254$

আমরা জানি, একটি গুণোত্তর ধারার n তম পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\text{যখন } r > 1]$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 254$$

$$\text{বা, } 2 \times \frac{(2^n - 1)}{2 - 1} = 254 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = \frac{254}{2}$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 127$$

$$\text{বা, } 2^n = 127 + 1 = 128$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^7$$

$$\therefore n = 7$$

নির্ণেয় n এর মান ৭

প্রশ্ন ১৭ ২ - ২ + ২ - ২ + ধারাটির $(2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত?

সমাধান : প্রদত্ত ধারাটি $2 - 2 + 2 - 2 + \dots \dots \dots$

এটি একটি গুণোত্তর ধারা যার প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-2}{2} = -1 < 1 \quad [\because r < 1]$

এবং পদ সংখ্যা = $2n + 2$

\therefore প্রদত্ত ধারার $(2n + 2)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1 - r^{2n+2})}{1 - r} = \frac{2\{1 - (-1)^{2n+2}\}}{1 - (-1)}$$

$$= \frac{2(1 - 1)}{1 + 1} = \frac{2 \times 0}{2} = 0 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন ১৮ ১ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি ৪৪১ হলে, n এর মান নির্ণয় কর এবং ঐ সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি =

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 441$$

$$\text{বা, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (21)^2$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 21 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 42$$

$$\text{বা, } n^2 + n = 42$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 42 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 7n - 6n - 42 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+7) - 6(n+7) = 0$$

$$\text{বা, } (n+7)(n-6) = 0$$

$$\text{হয়, } n+7 = 0 \quad \text{অথবা, } n-6 = 0$$

$$\therefore n = -7 \quad \therefore n = 6$$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 6$$

$$\therefore n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\therefore S_6 = \frac{6(6+1)}{2} \quad [\because n = 6]$$

$$= \frac{6 \times 7}{2} = 3 \times 7 = 21$$

$$\therefore n \text{ এর মান ৬ এবং সমষ্টি ২১}$$

প্রশ্ন ১৯ ১ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি ২২৫ হলে, n এর মান কত? ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত?

সমাধান : আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি =

$$\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$$

$$\text{বা, } \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = (15)^2$$

$$\text{বা, } \frac{n(n+1)}{2} = 15 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

$$\text{বা, } n(n+1) = 30$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$$

$$\text{বা, } n(n+6) - 5(n+6) = 0$$

$$\text{বা, } (n+6)(n-5) = 0$$

$$\text{হয়, } n+6 = 0 \quad \text{অথবা, } n-5 = 0$$

$$\therefore n = -6 \quad \therefore n = 5$$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore n = 5$$

আমরা জানি, n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি

$$S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$S_5 = \frac{5(5+1)(2 \times 5 + 1)}{6} \quad [\because n = 5]$$

$$= \frac{5 \times 6 \times 11}{6}$$

$$= 5 \times 11 = 55$$

সূত্রাং n এর মান 5 এবং বর্গের সমষ্টি 55 (Ans.)

প্রশ্ন ২০ ৥ দেখাও যে, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3$
 $= (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)^2$

সমাধান :

বামপক্ষ $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3$

যেহেতু $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$
 $= \left(\frac{10 \times 11}{2} \right)^2$
 $= (5 \times 11)^2$
 $= (55)^2$
 $= 3025$

ডানপক্ষ $= (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)^2$

যেহেতু $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

$\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 = \frac{10(10+1)}{2}$
 $= \frac{10 \times 11}{2}$
 $= 5 \times 11$
 $= 55$

$\therefore (1 + 2 + 3 + \dots + 10)^2 = (55)^2 = 3025$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10)^2$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২১ ৥ $\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n} = 210$ হলে, n এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,

$\frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n} = 210$

বা, $\frac{\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2}{\frac{n(n+1)}{2}} = 210$ [সূত্র প্রয়োগ করে]

বা, $\frac{n^2(n+1)^2}{4} \times \frac{2}{n(n+1)} = 210$

বা, $n(n+1) = 420$

বা, $n^2 + n - 420 = 0$

বা, $n^2 + 21n - 20n - 420 = 0$

বা, $n(n+21) - 20(n+21) = 0$

বা, $(n+21)(n-20) = 0$

হয়, $n+21 = 0$ অথবা, $n-20 = 0$

$\therefore n = -21$ $\therefore n = 20$

কিন্তু, $n = -21$ গ্রহণযোগ্য নয়। কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

$\therefore n = 20$

নির্ণয়ে n এর মান 20.

প্রশ্ন ২২ ৥ 1 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি লৌহদণ্ডকে 10টি টুকরায় বিভক্ত করা

হলো যাতে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য গুণোত্তর ধারা গঠন করে। যদি বৃহত্তম টুকরাটি ক্ষুদ্রতম টুকরার 10 গুণ হয়, তবে ক্ষুদ্রতম টুকরাটির দৈর্ঘ্যের মান আসন্ন মিলিমিটারে নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, প্রথম টুকরার দৈর্ঘ্য = a মিলিমিটার

সাধারণ অনুপাত = r

\therefore বৃহত্তম টুকরার দৈর্ঘ্য = $ar^{10-1} = ar^9$

শর্তমতে, $ar^9 = 10a$

বা, $r^9 = 10$

বা, $r = 10^{\frac{1}{9}}$

$\therefore r = 1.29$

অর্থাৎ, $r > 1$

\therefore ধারার সমষ্টি, $S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

বা, $1000 = \frac{a\{(1.29)^{10} - 1\}}{1.29 - 1}$ [$\because 1 \text{ মি.} = 1000 \text{ মি.মি.}$]

বা, $1000 = \frac{a\{(1.29)^{10} - 1\}}{0.29}$

বা, $a\{(1.29)^{10} - 1\} = 290$

বা, $a(12.76 - 1) = 290$

বা, $a \times 11.76 = 290$

বা, $a = \frac{290}{11.76} = 24.66$

$\therefore a = 24.66$ মিলিমিটার (প্রায়)

নির্ণয়ে ক্ষুদ্রতম টুকরার দৈর্ঘ্য 24.66 মিলিমিটার (প্রায়)।

প্রশ্ন ২৩ ৥ একটি গুণোত্তর ধারার 1ম পদ a , সাধারণ অনুপাত r , ধারাটির 8র্থ পদ - 2 এবং 9ম পদ $8\sqrt{2}$

ক. উপরোক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ধারাটির 12 তম পদ নির্ণয় কর।

গ. ধারাটি নির্ণয় করে প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, একটি গুণোত্তর ধারার 1ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = r

আমরা জানি, ধারাটির n তম পদ = ar^{n-1}

প্রশ্নানুসারে, চতুর্থ পদ, $a^{4-1} = -2$ বা, $ar^3 = -2$ (i)

9ম পদ, $ar^{9-1} = 8\sqrt{2}$, বা, $ar^8 = 8\sqrt{2}$, (ii)

খ. সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$

বা, $r^{8-3} = -4\sqrt{2}$

বা, $r^5 = -4\sqrt{2}$

বা, $r^5 = -\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}$

বা, $r^5 = (-\sqrt{2})^5$

$\therefore r = -\sqrt{2}$

r এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$a(-\sqrt{2})^3 = -2$

বা, $-2\sqrt{2}a = -2$

বা, $a = \frac{-2}{-2\sqrt{2}}$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{ধারাটির 12 তম পদ} = ar^{12-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^{11} \\ = \frac{-32\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -32 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' থেকে পাই, ১ম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $r = -\sqrt{2}$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^2 + \dots \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \sqrt{2} \dots \dots \dots$$

প্রথম 7 টি পদের সমষ্টি, $S = \frac{a(1-r^7)}{1-r}$ [$\because r = -1 < 1$]

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^7\}}{1 - (-\sqrt{2})} = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} \\ = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2} = \frac{1 + 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} \\ = \frac{\sqrt{2} + 8.2 - 1 - 8\sqrt{2}}{\sqrt{2}(2 - 1)} = \frac{15 - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ = \frac{15\sqrt{2} - 14}{2} = \frac{1}{2}(15\sqrt{2} - 14) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৪ ৥ কোন ধারার n তম পদ $2n - 4$

ক. ধারাটি নির্ণয় কর।

খ. ধারাটির 10তম পদ এবং প্রথম 20টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

গ. প্রাপ্ত ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে একটি নতুন ধারা তৈরি কর এবং সূত্র প্রয়োগ করে ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, কোনো ধারার n তম পদ $= 2n - 4$

$n = 1, 2, 3, 4, \dots$ বসিয়ে পাই,

এখন, $n = 1$ হলে, ১ম পদ $= 2.1 - 4 = -2$

$n = 2$ হলে, ২য় পদ $= 2.2 - 4 = 0$

$$n = 3 \text{ হলে, } 3\text{য় পদ} = 2.3 - 4 = 2$$

$$n = 4 \text{ হলে, } 4\text{র্থ পদ} = 2.4 - 4 = 4$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি} -2 + 0 + 2 + 4 + \dots + (2n - 4)$$

খ. এখানে, ধারাটির ১ম পদ $= -2$

$$\text{সাধারণ অন্তর} = 0 - (-2) = 0 + 2 = 2$$

$$\therefore 10\text{ম পদ} = -2 + (10 - 1)2 = -2 + 9 \times 2 = -2 + 18 = 16$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম 20টি পদের সমষ্টি, } S_{20} = \frac{20}{2} \{2(-2) + (20 - 1)2\} \\ = 10(-4 + 38) \\ = 10 \times 34 \\ = 340 \text{ (Ans.)}$$

গ. ধরি, ধারাটির, ১ম পদ, $a = -2$

$$\text{এবং সাধারণ অনুপাত, } r = 2$$

তাহলে ধারাটি হবে একটি গুণোত্তর ধারা যার

$$n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore 2\text{য় পদ} = (-2)2^{2-1}$$

$$= (-2) \times 2$$

$$= -4$$

$$3\text{য় পদ} = (-2)2^{3-1}$$

$$= (-2) \times 2^2$$

$$= -8$$

$$4\text{র্থ পদ} = (-2)2^{4-1}$$

$$= (-2) \times 2^3$$

$$= -16$$

$$\text{নির্ণেয় নতুন ধারাটি} = -2 - 4 - 8 - 16 - \dots$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম 8 পদের সমষ্টি } S_8 = \frac{-2(2^8 - 1)}{2 - 1}$$

$$[\because r = 2 > 1]$$

$$= \frac{-2(256 - 1)}{1}$$

$$= -2 \times 255$$

$$= -510$$

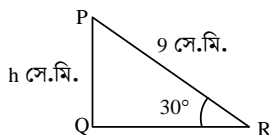
$$\text{সুতরাং ধারাটি, } -2 - 4 - 8 - 16 - \dots \text{ এবং সমষ্টি } -510$$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. গুণোত্তর ধারার ১ম পদ 2 এবং সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{2}$ হলে ধারাটির চতুর্থ পদ—

- ক $\frac{1}{16}$ খ $\frac{1}{4}$ গ 1 ঘ 4

২.



উপরের চিত্রে h এর মান নিচের কোনটি?

- ক 4.5 সে.মি. খ 6.3 সে.মি.
গ 7.8 সে.মি. ঘ 9.5 সে.মি.

৩. $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2}$ ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

- ক $-\sqrt{2}$ খ -1 গ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ $\sqrt{2}$

৪. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নিচের কোনটি?

- ক $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ খ $S_n = \frac{(n+1)^3}{8}$
গ $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ঘ $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

৫. $3 + a + b + 81$ গুণোত্তর ধারাত্ত্বক হলে, b এর মান কত?

- ক 9 খ 12 গ 18 ঘ 27

নিচের তথ্যের আলোকে ৬ ও ৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$6 + m + n + 162 \text{ গুণোত্তর ধারাত্ত্বক।}$$

৬. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?
 ● 3 ☐ 6 ☐ 12 ☐ 27
৭. $(n - m)$ এর মান কোনটি?
 ☐ 18 ● 36 ☐ 12 ☐ 27
৮. $2 + 4 + 8 + \dots$ ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল 126 এর মান কত?
 ☐ 2 ● 6 ☐ 14 ☐ 42
৯. $4 + 8 + 16 + \dots$ ধারাটির সাধারণ পদ কত?
 ☐ $2^n - 1$ ● 2^{n+1} ☐ 8^{n-1} ☐ 8^{n+1}

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয়

□ □ সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২. প্রথম n -সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?
 (সহজ)

☐ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ● $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
 ☐ $S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ ☐ $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$

১৩. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2 =$ কত? (মধ্যম)

☐ 55 ☐ 120 ● 285 ☐ 325
 ব্যাখ্যা : $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
 বা, $S_9 = \frac{9(9+1)(2 \times 9 + 1)}{6} = \frac{9 \times 10 \times 19}{6} = 285$

১৪. $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = \frac{390}{30}$ হলে n এর মান কত? (কঠিন)

☐ 17 ☐ 18 ● 19 ☐ 21
 ব্যাখ্যা : $\frac{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{390}{30}$ বা, $2n+1 = 39$ বা, $n = 19$

□ □ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৫. $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = 11$ হলে—

i. $\frac{n(n+1)(2n+1)}{3n(n+1)} = 11$

ii. $2n+1 = 33$

iii. $n = 17$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii ☐ i ও iii ☐ ii ও iii ☐ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $\frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = 11$

$\frac{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)}{\frac{n(n+1)}{2}} = 11$ বা, $2n+1 = 33$ বা, $n = 16$

□ □ □ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

- নিচের তথ্যের আলোকে ১৬ – ১৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\log 2 + \log 16 + \log 512 + \dots$ একটি ধারা।

১৬. ধারাটি থেকে নিচের কোন ধারাটি পাওয়া যায়? (মধ্যম)

☐ $1 + 4 + 7 + \dots$ ☐ $1 + 4 + 6 + \dots$

☐ $1 + 4 + 5 + \dots$ ● $1 + 2^2 + 3^2 + \dots$

ব্যাখ্যা : $\log 2 + \log 2^4 + \log 2^9 + \dots$

নিচের তথ্যের আলোকে ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$

১০. ধারাটির ৭ম পদ কত?

● $\frac{1}{729}$ ☐ $\frac{1}{243}$ ☐ $\frac{1}{81}$ ☐ -3

১১. ধারাটির ১ম ৮টি পদের সমষ্টি কত?

☐ $\frac{364}{243}$ ☐ $\frac{1093}{729}$ ● $\frac{3280}{2187}$ ☐ $\frac{6560}{6561}$

$= \log 2 + 4\log 2 + 9\log 2 + \dots = (1 + 4 + 9 + \dots) \log 2$

১৭. ধারাটির 12 তম পদ কোনটি? (মধ্যম)

☐ 121 ☐ 144 ● $144\log 2$ ☐ $121\log 2$

১৮. ধারাটির 10 পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

☐ $3900\log 2$ ☐ $651\log 2$ ● $385\log 2$ ☐ $380\log 2$

ব্যাখ্যা : $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2)\log 2$

$= \left\{ \frac{1}{6} \cdot 10(10+1)(2 \times 10 + 1) \right\} \log 2 = 385 \log 2$

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়

□ □ সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৯. প্রথম n -সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র কোনটি?
 (সহজ)

☐ $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$ ☐ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$
 ☐ $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ● $S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

২০. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 =$ কত? (মধ্যম)

☐ 3015 ● 3025 ☐ 3035 ☐ 3045

ব্যাখ্যা : $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = \left\{ \frac{10(10+1)}{2} \right\}^2$
 $= (5 \times 11)^2 = 3025$

২১. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots$ ধারাটির n তম পদ কত? (সহজ)

☐ $2n+1$ ☐ n^2 ● n^3 ☐ $2n(n^2+1)$

২২. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 30^3$ ধারাটির দশম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

☐ 100 ● 1000 ☐ 1100 ☐ 1200

□ □ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৩. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি S_n হলে—

i. $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

ii. $S_n = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^3$

iii. $S_n = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

☐ i ও ii ● i ও iii ☐ ii ও iii ☐ i, ii ও iii

২৪. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 441 হলে—

i. $1 + 2 + 3 + \dots + n = 21$

ii. $n(n+1) = 42$

iii. $\frac{n^2 + n}{2} = 21$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ২৫ ও ২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি ২২৫।

২৫. n এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● 5 ☐ 6 গ 7 ☑ 8

ব্যাখ্যা : $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$, বা, $\frac{n(n+1)}{2} = 15$ বা, $n(n+1) = 30$

বা, $n^2 + n - 30 = 0$ বা, $(n-5)(n+6) = 0 \therefore n = 5, -6$.

২৬. সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

ক 45 ● 55 গ 60 ☑ 146

ব্যাখ্যা : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$
 $= \frac{1}{6} \times 5 \times 6 \times 11 = 55$

গুণোত্তর ধারা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৭. কোনো গুণোত্তর ধারার পদগুলোর ক্ষেত্রে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● অনুপাত সমান ☐ বিয়োগফল সমান
 গ স্বাভাবিক সংখ্যা ☑ ঘন অনুপাত

২৮. $a + 2ar + 4ar^2 + \dots$ ধারাটি সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ক r ● $2r$ গ $4r$ ☑ $2r^2$

২৯. $-2, 4, -8, 16, \dots$ গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

ক 7 ☑ 4 গ 3 ● -2

ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $= \frac{4}{-2} = -2$.

৩০. $128 + 64 + 32 + \dots$ ধারাটির পরবর্তী পদ কত? (সহজ)

ক 18 ● 16 গ 14 ☑ 12

ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $= \frac{1}{2} \therefore$ পরবর্তী পদ $= 32 \times \frac{1}{2} = 16$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩১. একটি গুণোত্তর ধারার—

i. সাধারণ অনুপাত সমান
 ii. পদসংখ্যা নির্দিষ্ট না থাকলে একে অনন্ত গুণোত্তর ধারা বলে
 iii. প্রথম পদকে সাধারণত a দ্বারা প্রকাশ করা হয়

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii ☑ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

৩২. $a + a^2 + ar^2 + ar^3$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে—

i. a গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ
 ii. r ধারাটির সাধারণ অনুপাত
 iii. ধারাটির পঞ্চম পদ ar^5

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ☑ i ও iii গ ii ও iii ☑ i, ii ও iii

৩৩. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $\sqrt{3} - 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$.. একটি গুণোত্তর ধারা

ii. $1 + 3 + 5 + 7$ একটি গুণোত্তর ধারা

iii. $6 + 12 + 24 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ☑ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ – ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$6 + 18 + x + y + 486$ গুণোত্তর ধারাভুক্ত।

৩৪. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (সহজ)

ক $\frac{1}{2}$ ☑ 2 ● 3 ☑ 4

ব্যাখ্যা : সাধারণ অনুপাত $r = \frac{18}{6} = 3$.

৩৫. x এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক 48 ● 54 গ 64 ☑ 184

ব্যাখ্যা : $x =$ ধারাটির ৩য় পদ $= ar^{3-1} = 6 \times 3^{3-1} = 6 \times 3^2 = 54$

৩৬. y এর মান কত? (মধ্যম)

● 162 ☑ 184 গ 354 ☑ 481

ব্যাখ্যা : $y =$ ধারাটির ৪র্থ পদ $= ar^{4-1} = 6 \times 3^3 = 162$

গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৭. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত r হলে, ধারাটির n তম পদ কত? (সহজ)

ক ar^n ☑ ar^2 ● ar^{n-1} ☑ ar^{n+1}

৩৮. গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ নিচের কোনটি? (সহজ)

ক প্রথম পদ ☑ সাধারণ অনুপাত
 ● n তম পদ ☑ শেষ পদ

৩৯. $4 + 12 + 36 + \dots$ ধারার অষ্টম পদ কত? (মধ্যম)

● 8748 ☑ 5392 গ 4537 ☑ 3257

ব্যাখ্যা : ১ম পদ $a = 4$.

সাধারণ অনুপাত $r = \frac{12}{4} = 3$

\therefore ধারাটির ৮তম পদ $= 4 \times 3^{8-1} = 4 \times 3^7 = 8748$

৪০. $6 + 12 + 24 + \dots + 384$ গুণোত্তর ধারাটিতে কয়টি পদ রয়েছে? (মধ্যম)

● 7 ☑ 8 গ 10 ☑ 12

ব্যাখ্যা : $ar^{n-1} = 384$ বা, $6 \cdot (2)^{n-1} = 384$

বা, $2^{n-1} = 64$ বা, $2^{n-1} = 2^6$

বা, $n-1 = 6 \therefore n = 7$

৪১. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত 2, তৃতীয় পদের মান কত? (কঠিন)

● 4 ☑ 1 গ $\frac{1}{2}$ ☑ $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা : $ar^2 = 1 \cdot (2)^2 = 4$

৪২. $16 - 8 + 4 - 2 + \dots$ ধারাটির ৭ম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $\frac{1}{4}$ ☑ $-\frac{1}{4}$ গ $-\frac{1}{2}$ ☑ $\frac{1}{2}$

৪৩. $-\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \dots$ ধারাটির ১১তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $-\sqrt{2}$ ☑ $\sqrt{2}$ গ 0 ☑ 2

৪৪. $-12 + 4 - \frac{4}{3} + \dots$ ধারাটির ৬ষ্ঠ পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● $\frac{4}{81}$ ☐ $-\frac{1}{81}$ ☐ $\frac{1}{81}$ ☐ $-\frac{2}{81}$

৪৫. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$ ধারাটির পঞ্চম পদ কত? (মধ্যম)

☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ● $\frac{1}{16}$ ☐ $\frac{1}{32}$

ব্যাখ্যা : ৫ম পদ = $ar^{5-1} = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

৪৬. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a ও সাধারণ অনুপাত q হলে পঞ্চম পদ কত? (সহজ)

☐ ar^3 ● ar^4 ☐ ar^5 ☐ ar^6

৪৭. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং সাধারণ অনুপাত $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ হলে, ধারাটির তৃতীয় পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

☐ $\sqrt{3}$ ● $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☐ $\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা : ধারাটির তৃতীয় পদ = $ar^{3-1} = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৮. $a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা হলে—

i. a গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ
 ii. r গুণোত্তর ধারার সাধারণ পদ
 iii. গুণোত্তর ধারার n তম পদ ar^{n-1}

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

☐ i ও ii ● i ও iii ☐ ii ও iii ☐ i, ii ও iii

৪৯. একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত $\frac{1}{3}$ হলে—

i. ধারার তৃতীয় পদ $\frac{1}{9}$ ii. ধারাটির পঞ্চম পদ $\frac{1}{81}$

iii. ধারাটি হবে $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

☐ i ও ii ☐ i ও iii ☐ ii ও iii ● i, ii ও iii

৫০. গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1 হলে—

i. সাধারণ পদ r^{n-1} ii. পঞ্চম পদ r^4

iii. দশম পদ $2r^{10}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ☐ i ও iii ☐ ii ও iii ☐ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫১ – ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত r

৫১. ধারাটির চতুর্থ পদ -2 হলে, নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $ar^3 = -2$ ☐ $\frac{a(r^{n-1} - 1)}{r - 1} = -2$

☐ $ar^4 - 2$ ☐ $\frac{a(1 - r^{n-1})}{1 - r} = -2$

৫২. নবম পদ $8\sqrt{2}$ হলে $r = ?$ (কঠিন)

☐ $\sqrt{2}$ ● $-\sqrt{2}$ ☐ 2 ☐ -2

ব্যাখ্যা : $ar^{9-1} = 8\sqrt{2}$ বা, $ar^8 = 8\sqrt{2}$

$\therefore \frac{ar^8}{ar^3} = \frac{8\sqrt{2}}{-2}$ বা, $r^5 = -4\sqrt{2} = (-\sqrt{2})^5$ বা, $r = -\sqrt{2}$

৫৩. 14 তম পদ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

☐ -2^7 ☐ 2^7 ☐ -2^6 ● 2^6

ব্যাখ্যা : 14 তম পদ = $ar^{n-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^{13} = 2^6$

গুণোত্তর ধারার সমষ্টি নির্ণয়

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৪. গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত $r > 1$ হলে, সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (সহজ)

☐ $\frac{a(r^n - 1)}{1 - r}$ ☐ $\frac{a(r^n - 1)}{1 + r}$ ● $\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ ☐ $\frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

৫৫. গুণোত্তর ধারার সাধারণ অনুপাত $r < 1$ হলে, সমষ্টি নির্ণয়ের সূত্র নিচের কোনটি? (সহজ)

☐ $\frac{a(r^n - 1)}{1 - r}$ ☐ $\frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$

☐ $\frac{a(r^n + 1)}{1 + r}$ ● $\frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

৫৬. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ ধারাটির দশটি পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

☐ -1 ● 0 ☐ 1 ☐ 2

৫৭. একটি ধারার প্রথম পদ $\sqrt{3}$ এবং সাধারণ অনুপাত -1 হলে $2n$ সংখ্যক পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

☐ $\sqrt{3}$ ☐ 1 ● 0 ☐ $-\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা : ধারাটি $\sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \dots$

জোড় সংখ্যক পদের যোগফল = 0, বিজোড় সংখ্যক পদের যোগফল = $\sqrt{3}$.

৫৮. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$ ধারার প্রথম তিনটি পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

● $\frac{7}{8}$ ☐ $\frac{6}{8}$ ☐ $\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{1}{8}$

৫৯. $3 - 3 + 3 - 3 + \dots$ ধারাটির $(2n + 1)$ তম পদের সমষ্টি কত?

☐ -3 ● 3 ☐ 2 ☐ 0

৬০. প্রথম পদ = 5 এবং সাধারণ অনুপাত = 1 হলে 10টি পদের যোগফল নিচের কোনটি? (সহজ)

☐ 5 ☐ 15 ☐ 45 ● 50

ব্যাখ্যা : $S = 5 \times 10 = 50$ [$\because r = 1$]

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬১. কোনো ধারার ৪টি পদের সমষ্টি $5 \times (16 - 1)$ হলে—

i. ধারাটির প্রথম পদ 16
 ii. ধারাটির সাধারণ অনুপাত $\sqrt{2}$
 iii. ধারাটির 10টি পদের সমষ্টি 155

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

☐ i ও ii ☐ i ও iii ● ii ও iii ☐ i, ii ও iii

৬২. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. গুণোত্তর ধারার n পদের সমষ্টি $\frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $[r > 1]$

ii. গুণোত্তর ধারার n পদের সমষ্টি $\frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$; $[r < 1]$

iii. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ গুণোত্তর ধারার $(2n + 1)$ পদের সমষ্টি -1
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii ☐ ii ও iii ☑ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৩ ও ৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$$

৬৩. ধারাটির ষষ্ঠ ও সপ্তম পদের যোগফল কত? (কঠিন)

- ☐ $\frac{2}{729}$ ● $\frac{4}{729}$ ☑ $\frac{3}{243}$ ☒ $\frac{7}{729}$

ব্যাখ্যা : ষষ্ঠ পদ $= ar^{6-1} = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \frac{1}{3^5}$

$$\therefore \text{সপ্তম পদ} = ar^{7-1} = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{1}{3^6}$$

$$\therefore \text{যোগফল} = \frac{1}{3^5} + \frac{1}{3^6} = \frac{1}{3^5} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3 \cdot 3^5} = \frac{4}{729}$$

৬৪. ধারাটির প্রথম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত? (কঠিন)

- ☐ $\frac{1}{121}$ ☑ $\frac{81}{121}$ ☑ $\frac{119}{81}$ ● $\frac{121}{81}$

ব্যাখ্যা : এখানে, $a = 1$, $r = \frac{1}{3} < 1$, $n = 5$

$$\therefore \text{সমষ্টি} = S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = \frac{1 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^5 \right\}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{1}{243}}{\frac{2}{3}} = \frac{242}{243}$$

$$= \frac{\frac{242}{243}}{\frac{2}{3}} = \frac{242}{243} \times \frac{3}{2} = \frac{121}{81}$$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৫ – ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^7} \text{ একটি ধারা।}$$

৬৫. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (মধ্যম)

- $\frac{1}{2}$ ☑ $\frac{1}{3}$
☑ $\frac{1}{4}$ ☒ 2

৬৬. ধারাটির ষষ্ঠ পদ কত? (মধ্যম)

- ☐ $\frac{1}{10}$ ● $\frac{1}{32}$
☑ $\frac{1}{20}$ ☒ $\frac{2}{7}$

৬৭. ধারাটির ৩টি পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

- ☐ $\frac{7}{3}$ ☑ $\frac{3}{2}$ ● $\frac{7}{4}$ ☒ 1

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৮ – ৭০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$4 - 4 + 4 - 4 + \dots \text{একটি গুণোত্তর ধারা।}$$

৬৮. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? (মধ্যম)

- ☐ 0 ● -1 ☑ 1 ☒ 2

৬৯. ধারাটির $2n$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

- 0 ☑ 2 ☑ 3 ☒ 4

৭০. ধারাটির $(2n + 1)$ সংখ্যক পদের সমষ্টি কত? (মধ্যম)

- ☐ 2 ☑ 3 ● 4 ☒ 6

নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭১. $\frac{1}{\sqrt{3}}, -1, \sqrt{3}, \dots$ এর পরবর্তী পদটি কী হবে?

- ☐ $-3\sqrt{3}$ ☑ $3\sqrt{3}$ ☑ $\sqrt{3}$ ● -3

৭২. গুণোত্তর ধারার ১ম পদ 2, সাধারণ অনুপাত 2 হলে, ১ম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত?

- 62 ☑ 30 ☑ -30 ☒ -62

৭৩. $x + y + z + w + \dots$ ধারাটি গুণোত্তর ধারাত্মক হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- $\frac{y}{x} = \frac{w}{z}$ ☑ $y - x = w - z$
☑ $\frac{x}{y} = \frac{w}{z}$ ☒ $x - y = z - w$

৭৪. $x + y + z + \dots$ গুণোত্তর ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত?

- ☐ x ☑ y ☑ z ● $\frac{z}{y}$

৭৫. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ 1, সাধারণ অনুপাত 2, তৃতীয় পদের মান কত?

- ☐ $\frac{1}{4}$ ☑ $\frac{1}{2}$ ☑ 1 ● 4

৭৬. $3 + x + y + 24$ গুণোত্তর ধারা হলে $(x, y) = ?$

- ☐ (4, 8) ☑ (10, 15) ● (6, 12) ☒ (9, 18)

৭৭. $2, -4, 8, -16, \dots$ অনুক্রমটির পরের পদটি কত?

- ☐ -32 ☑ 16 ☑ 24 ● 32

৭৮. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 =$ কত?

- ☐ 55 ☑ 110 ● 385 ☒ 3025

৭৯. n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার—

i. সমষ্টি $= \frac{n(n+1)}{2}$

ii. বর্গের সমষ্টি $= \frac{n(n+1)}{6}$

iii. ঘনের সমষ্টি $= \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ☐ i ও ii ● i ও iii ☑ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

৮০. $1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ ধারাটির—

i. $2n$ সংখ্যক পদের সমষ্টি 1

ii. $2n + 1$ সংখ্যক পদের সমষ্টি 1

iii. পদসংখ্যা অসীম

নিচের কোনটি সঠিক?

- ☐ i ও ii ☑ i ও iii ● ii ও iii ☒ i, ii ও iii

৮১. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ [$q > 1$]

ii. $S_n = \frac{a(1 - q^n)}{q - 1}$ [$q = 1$]

iii. $S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$ [$q < 1$]

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii
- নিচের তথ্যের আলোকে ৮২ ও ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$$

৮২. ধারাটির সাধারণ অন্তর নিচের কোনটি?

- $\log 3$ গ $\log 9$ ঘ $2 \log 3$ ঙ $3 \log 3$
৮৩. ধারাটির ১০ তম পদ কত?
- ক $\log 1000$ গ $\log 900$ ঘ $\log 72900$ ঙ $\log 59049$

এ অধ্যায়ের পাঠ সমন্বিত অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

বহুপদী সমান্তরিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৪. i. $2a + d + (2a + 2d) + (3a + 3d) + \dots$ ধারাটির সাধারণ অন্তর d
ii. সমান্তর ধারার ১৫টি পদের সমষ্টি ২২৫ হলে অষ্টম পদটি ১৫
iii. সমান্তর ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{n}{2}$ (১ম পদ + শেষ পদ)

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ● ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৮৫. i. ১ম n সংখ্যক বিজোড় সংখ্যক পদের সমষ্টি n^2
ii. $2(1 + 2 + 3 + \dots + n)$ সংখ্যক পদ $= n^2 + n$
iii. ১ম n সংখ্যক পদের সমষ্টি ১০ হলে $n^2 + n - 20 = 0$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii গ ii ও iii ঘ i ও iii ঙ i, ii ও iii

৮৬. i. সমান্তর ধারার বেত্রে পদ সংখ্যা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা
ii. ১ম পদ a ও সাধারণ অন্তর d হলে সমান্তর ধারার ৪র্থ পদ $(a + 3d)$
iii. $3 + 7 + 11 = \dots$ ধারাটির ৫ম পদ ১৯

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii গ ii ও iii ঘ i ও iii ঙ i, ii ও iii

৮৭. i. সমান্তর ধারার বেত্রে সাধারণ অন্তর ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে
ii. $2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3} + \dots$ একটি সমান্তর ধারা $= n^2 + n$

- iii. কোনো ধারার n সংখ্যক পদের সমষ্টি $n(2n + 1)$ হলে ১ম ২টি পদের সমষ্টি ১০

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii গ ii ও iii ঘ i ও iii ঙ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮৮ – ৯০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি সমান্তর ধারার ১২ তম পদ ৭৭

৮৮. প্রদত্ত পদ a ও সাধারণ অন্তর d হলে নিচের কোনটি সঠিক?

- $a + 11d = 77$ গ $11d + a = 77$
ঘ $a + 10d = 77$ ঙ $10d + a = 77$

৮৯. ধারাটির প্রথম ২৩টি পদের যোগফল কত? (মধ্যম)

- ক ১৩৭২ ● ১৭৭১ গ ২১২৯ ঘ ২৩৭৯

৯০. ধারাটির প্রথম পদ ১১ হলে সাধারণ অন্তর কত? (মধ্যম)

- ক ৪ গ ৫ ঘ ৬ ঙ ৭

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৯১ ও ৯২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত

r ধারাটির n তম পদ $= a + 12r - 12$

৯১. ধারাটির n তম পদ কত?

- ক ar^3 ● ar^4 গ ar^5 ঘ ar^6

৯২. ধারাটির ১ম ৪টি পদের সমষ্টি কত?

- $\frac{a(r^4 - 1)}{r - 1}$ গ $\frac{a(r^4 - 1)}{r^2 - 1}$ ঘ $\frac{a(r^5 - 1)}{r - 1}$ ঙ $\frac{a(r^4 - 1)}{r + 1}$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$

- ক. ইহা কোন ধরনের ধারা? ২
খ. ধারার পঞ্চম ও দশম পদ নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারার প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots$
 $= \log 3 + \log 3^2 + \log 3^3 + \dots$
 $= \log 3 + 2 \log 3 + 3 \log 3 + \dots$

এখানে, প্রথম পদ $= \log 3$

দ্বিতীয় পদ $= 2 \log 3$

তৃতীয় পদ $= 3 \log 3$

এখানে, দ্বিতীয় পদ – প্রথম পদ $= 2 \log 3 - \log 3 = \log 3$

তৃতীয় পদ – দ্বিতীয় পদ $= 3 \log 3 - 2 \log 3 = \log 3$

∴ ধারাটি সমান্তর ধারা. (Ans.)

খ. প্রদত্ত ধারার প্রথম পদ, $a = \log 3$

সাধারণ অন্তর, $d = \log 3$

আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার } n \text{ তম পদ} = a + (n - 1)d.$$

$$\therefore \text{ধারাটির পঞ্চম (} n = 5 \text{) পদ} = \log 3 + (5 - 1) \log 3$$

$$= \log 3 + 4 \log 3$$

$$= 5 \log 3. \text{ (Ans.)}$$

$$\text{আবার, ধারাটির দশম (} n = 10 \text{) পদ} = \log 3 + (10 - 1) \log 3$$

$$= \log 3 + 9 \log 3$$

$$= 10 \log 3. \text{ (Ans.)}$$

গ. আমরা জানি,

$$\text{সমান্তর ধারার প্রথম } n \text{ তম পদের সমষ্টি } S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

$$\therefore \text{ধারাটির প্রথম বারোটি (} n = 12 \text{) পদের সমষ্টি}$$

$$S_{12} = \frac{12}{2} \{2 \log 3 + (12 - 1) \log 3\}$$

$$= 6 \{2 \log 3 + 11 \log 3\}$$

$$= 6 \times 13 \log 3$$

$$= 78 \log 3. \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-২ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ -27 এবং একাদশ পদ $81\sqrt{3}$

- ক. প্রদত্ত তথ্যগুলো সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২
খ. ধারাটির 14 তম পদ নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. মনে করি, গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ $= a$
সাধারণ অনুপাত $= r$
আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$
শর্তানুসারে, গুণোত্তর ধারার অষ্টম পদ $= ar^{8-1}$
 $\therefore ar^7 = -27$ (i)
এবং গুণোত্তর ধারার একাদশ পদ $= ar^{10} = 81\sqrt{3}$ (ii)
খ. ক অংশ থেকে প্রাপ্ত সমীকরণের (ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{ar^{10}}{ar^7} = \frac{81\sqrt{3}}{-27}$$

$$\text{বা, } r^3 = -3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = -3\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } r^3 = (-\sqrt{3})^3$$

$$\therefore r = -\sqrt{3}$$

এখন r এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$a(-\sqrt{3})^{10} = 81\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a(\sqrt{3})^{10} = 81\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } a = \frac{81\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^{10}} = \frac{(\sqrt{3})^9}{(\sqrt{3})^{10}}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ধারাটির 14 তম পদ $= ar^{14-1} = ar^{13}$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} (-\sqrt{3})^{13} = \frac{\sqrt{(-3)^{13}}}{\sqrt{3}}$$

$$= -729 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' অংশ হতে প্রাপ্ত, $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ এবং $r = -\sqrt{3} < 1$

$$\therefore \text{ধারাটির } 1\text{ম } 10\text{টি পদের সমষ্টি, } S_{10} = \frac{a(1-r^{10})}{1-r}$$

$$= \frac{\sqrt{3} \{1 - (-\sqrt{3})^{10}\}}{1 - (-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{\sqrt{3} (1 - (\sqrt{3})^{10})}{1 + \sqrt{3}}$$

$$= -153.421$$

প্রশ্ন-৩ ▶ $6 + x + y + z + 96 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা

- ক. সমান্তর ধারা ও অনুক্রম এর মধ্যে দুইটি পার্থক্য লিখ। ২
খ. x, y এবং z এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. উদ্দীপকের ধারাটি লেখ। ধারাটির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি 3066 হলে, n এর মান কত? ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. নিম্নে সমান্তর ধারা ও অনুক্রম এর মধ্যে দুইটি পার্থক্য উল্লেখ করা হলো :

সমান্তর ধারা	অনুক্রম
১। কোনো ধারার যেকোনো	১। কতকগুলো রাশিকে যদি

পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের পার্থক্য সবসময় সমান হয়, তাকে সমান্তর ধারা বলে।

বিশেষ নিয়মে সাজানো হয় যেন তাদের পূর্বপদ ও পরের পদের মধ্যকার সম্পর্ক জানা যায় তাহলে তাকে অনুক্রম বলে।

২। সমান্তর ধারার পদগুলো পরস্পর গাণিতিক যোগ বা বিয়োগ চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে।

২। অনুক্রমের পদগুলো কোনো প গাণিতিক চিহ্ন দ্বারা যুক্ত থাকে না।

খ. দেওয়া আছে, $6 + x + y + z + 96 + \dots$

মনে করি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = k$

এখন, গুণোত্তর ধারা শর্তানুসারে

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \frac{96}{z} = k$$

$$\therefore x = 6k$$

$$y = xk$$

$$z = yk$$

$$96 = zk$$

$$\text{বা, } 96 = yk \cdot k = yk^2$$

$$\text{বা, } 96 = xk \cdot k^2 = xk^3$$

$$\text{বা, } 96 = 6k \cdot k^3$$

$$\text{বা, } 96 = 6k^4$$

$$\text{বা, } k^4 = 16$$

$$\text{বা, } k = 2$$

$$\therefore x = 6 \times 2 = 12$$

$$y = 12 \times 2 = 24$$

$$z = 24 \times 2 = 48$$

x, y ও z এর মান যথাক্রমে 12, 24 ও 48 (Ans.)

গ. উদ্দীপকের ধারাটি হলো $6 + x + y + z + 96 + \dots$

ধারাটিতে 'খ' থেকে প্রাপ্ত x, y ও z এর মান বসিয়ে পাই,

$$6 + 12 + 24 + 48 + 96 + \dots$$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = 2 > 1$

প্রথম অনুপাত, $a = 6$

$$\therefore n \text{ তম পদের সমষ্টি, } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}, r > 1$$

$$\text{বা, } 3066 = \frac{6(2^n - 1)}{2 - 1}$$

$$\text{বা, } 3066 = 6(2^n - 1)$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 511$$

$$\text{বা, } 2^n = 512$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^9$$

$$\therefore n = 9 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ একটি সমান্তর ধারার 7-তম পদ 34 এবং 13-তম পদ 64, প্রথম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d বিবেচনা করা হলো।

- ক. প্রদত্ত তথ্যের ভিত্তিতে সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. ধারাটি নির্ণয় কর। ৪
গ. প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত বিবেচনা করে, প্রথম 7টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

সমান্তর ধারার 7-তম পদ 34 এবং 13-তম পদ 64

ধারাটির 1ম পদ a এবং সাধারণ অন্তর d

আমরা জানি, সমান্তর ধারার n তম পদ $= a + (n - 1)d$

∴ প্রশ্নানুসারে, $a + (7 - 1)d = 34$

$$\therefore a + 6d = 34 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এবং } a + (13 - 1)d = 64$$

$$\therefore a + 12d = 64 \dots\dots\dots (ii)$$

খ. 'ক' হতে পাই, $a + 6d = 34 \dots\dots\dots (i)$

$$\text{এবং } a + 12d = 64 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$a + 12d = 64$$

$$a + 6d = 34$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad \quad (-) \\ \hline 6d = 30 \end{array}$$

$$\text{বা, } d = \frac{30}{6} \therefore d = 5$$

d -এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$a + 6 \cdot 5 = 34$$

$$\text{বা, } a + 30 = 34$$

$$\text{বা, } a = 34 - 30 \therefore a = 4$$

∴ ধারাটির প্রথম পদ 4 এবং সাধারণ অন্তর 5.

$$\therefore \text{ধারাটির দ্বিতীয় পদ} = 4 + (2 - 1)5 = 4 + 5 = 9$$

$$\text{" তৃতীয় " } = 4 + (3 - 1)5 = 4 + 10 = 14$$

$$\text{" চতুর্থ " } = 4 + (4 - 1)5 = 4 + 15 = 19$$

.....
.....

$$\therefore \text{ধারাটি } 4 + 9 + 14 + 19 + \dots\dots\dots (\text{Ans.})$$

গ. 'খ' হতে পাই, ধারাটির সাধারণ অন্তর 5

এখন, সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত বিবেচনা করলে,

আমরা পাই, $r = 5 > 1$

$$\therefore \text{প্রথম 7টি পদের সমষ্টি } S_7 = \frac{a(r^7 - 1)}{(r - 1)} = \frac{4(5^7 - 1)}{5 - 1}$$

$$= \frac{4(78425 - 1)}{4}$$

$$= 78124 (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-৫ ▶ $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2} \dots \dots \dots$

? ক. গুণোত্তর ধারা কাকে বলে উদাহরণসহ লিখ। ২

খ. ধারাটির কোন পদ $16\sqrt{2}$? নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটির প্রথম বারটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

▶◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. কোনো ধারার যেকোনো পদ ও এর পূর্ববর্তী পদের অনুপাত সব সময় সমান হলে অর্থাৎ যেকোনো পদকে এর পূর্ববর্তী পদ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল সর্বদা সমান পাওয়া গেলে সে ধারাটিকে গুণোত্তর ধারা বলে। যেমন : $2 + 4 + 8 + 16 + \dots\dots\dots$

খ. $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2} \dots \dots \dots$

এখানে,

$$\text{ধারাটির 1ম পদ, } a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = -1 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = -1 \times \sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

$$\text{আমরা জানি, } n\text{-তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\text{মনে করি, } n\text{-তম পদ} = 16\sqrt{2}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } ar^{n-1} = 16\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sqrt{2}} \times (-\sqrt{2})^{n-1} = 16\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = 32$$

$$\text{বা, } (-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^{10}$$

$$\text{বা, } n - 1 = 10$$

$$\therefore n = 11$$

$$\therefore \text{ধারাটির 11-তম পদের মান } 16\sqrt{2}$$

গ. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}, r = -\sqrt{2} [\because r < 1]$

আমরা জানি, ধারাটির প্রথম n পদের সমষ্টি

$$= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^{12}\}}{1 - (-\sqrt{2})} [\because n = 12]$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 64)}{1 + \sqrt{2}} = \frac{-63}{\sqrt{2} (1 + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{-63}{2 + \sqrt{2}} = \frac{-63 (2 - \sqrt{2})}{4 - 2} = \frac{63(\sqrt{2} - 2)}{2} (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-৬ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার ৬ষ্ঠ পদ 96 এবং দশম পদ 1536.



ক. 1ম পদ a , সাধারণ অনুপাত q ধরে তথ্যটিকে ২

সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. ধারাটির অষ্টম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটির n সংখ্যক পদের যোগফল 3069 হলে n এর মান নির্ণয় কর। 8

▶◀ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. ধরি, ধারাটির 1ম পদ a , সাধারণ অনুপাত q

$$৬\text{ষ্ঠ পদ} = aq^{6-1} = aq^5$$

$$১০\text{ম পদ} = aq^{10-1} = aq^9$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } aq^5 = 96 \dots\dots\dots (i)$$

$$aq^9 = 1536 \dots\dots\dots (ii)$$

খ. (ii) নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{aq^9}{aq^5} = \frac{1536}{96}$$

$$\text{বা, } q^{9-5} = 16$$

$$\text{বা, } q^4 = 2^4$$

$$\therefore q = 2$$

(i) নং এ q এর মান বসিয়ে পাই,

$$a \cdot 2^5 = 96$$

$$\text{বা, } a = \frac{96}{32}$$

$$\therefore a = 3$$

এখন, ধারাটির অষ্টম পদ $= aq^{8-1} = 3 \times 2^7 = 3 \times 128 = 384$ (Ans.)

গ. ১ম পদ $a = 3$

সাধারণ অনুপাত $q = 2$

n সংখ্যক পদের যোগফল $S_n = 3069$

এখন, $S_n = a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

$$\text{বা, } 3069 = 3 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1}$$

$$\text{বা, } 1023 = 2^n - 1$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 1023$$

$$\text{বা, } 2^n = 1023 + 1$$

$$\text{বা, } 2^n = 1024$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^{10}$$

$$\therefore n = 10 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ রনি সাহেব একটি বাগান করার জন্য কিছু গাছ লাগাবে। সে ঠিক করল যে প্রথম দিনে ২টি, দ্বিতীয় দিনে ৪টি এভাবে পরবর্তী দিনগুলোতে পূর্বের দিনের দ্বিগুণ হারে গাছ লাগাবে।

- ?** ক. রনি সাহেবের গাছ লাগানো ধারায় প্রকাশ কর। ২
খ. রনি সাহেব কোন দিনে ১২৮টি গাছ লাগাবে? ৪
গ. কত দিনে রনি সাহেব মোট ১০২৪টি গাছ লাগাবে? ৪

▶◀ **৭নং প্রশ্নের সমাধান** ▶◀

ক. ১ম দিন গাছ লাগান ২টি

২য় দিন গাছ লাগান ৪টি

৩য় দিন গাছ লাগান ৮টি

$$\therefore \text{নির্ণেয় ধারা } 2 + 4 + 8 + \dots$$

খ. ‘ক’ হতে প্রাপ্ত $2 + 4 + 8 + \dots$

ধারাটি গুণোত্তর ধারা

ধারাটির ১ম পদ, $a = 2$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত, $r = 2$

মনে করি, n তম পদ $= 128$

আমরা জানি,

$$n \text{ তম পদ} = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{শর্তমতে, } ar^{n-1} = 128$$

$$\text{বা, } 2 \cdot 2^{n-1} = 128$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 64$$

$$\text{বা, } 2^{n-1} = 2^6$$

$$\text{বা, } n - 1 = 6$$

$$\therefore n = 6 + 1 = 7$$

৭ম দিন। (Ans.)

গ. ‘খ’ হতে প্রাপ্ত

ধারাটির ১ম পদ $a = 2$

ধারাটির সাধারণ অনুপাত $r = 2$

মনে করি, n তম পদের সমষ্টি $= 1022$

আমরা জানি, n তম পদের সমষ্টি $= \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = 1022$$

$$\text{বা, } 2(2^n - 1) = 1022$$

$$\text{বা, } 2^n - 1 = 511$$

$$\text{বা, } 2^n = 512$$

$$\text{বা, } 2^n = 2^9$$

$$\therefore n = 9$$

\therefore রনি সাহেব ৯ দিনে ১০২২টি গাছ লাগাবেন। (Ans.)

প্রশ্ন-৮ ▶ $3 + 5 + 7 + 9 + \dots$

- ক. প্রদত্ত ধারাটির কোন পদ ৩০৩? ২
খ. প্রদত্ত ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি ৩২৩ হলে n এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটি গুণোত্তর ধারাভুক্ত হলে এর ৪র্থ পদের মান হয় ১৯২। গুণোত্তর ধারার ২য় ও ৩য় পদের মান নির্ণয় করে এর প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶◀ **৮নং প্রশ্নের সমাধান** ▶◀

ক. এখানে, প্রথম পদ, $a = 3$

সাধারণ অন্তর, $d =$ দ্বিতীয় পদ $-$ প্রথম পদ $= 5 - 3 = 2$

ইহা একটি সমান্তর ধারা।

মনে করি, ধারাটির n -তম পদ $= 303$

$$\text{বা, } a + (n - 1)d = 303$$

$$\text{বা, } 3 + (n - 1) \times 2 = 303$$

$$\text{বা, } 3 + 2n - 2 = 303$$

$$\text{বা, } 1 + 2n = 303$$

$$\text{বা, } 2n = 303 - 1$$

$$\text{বা, } 2n = 302$$

$$\therefore n = 151$$

\therefore ধারাটির ১৫১তম পদ ৩০৩। (Ans.)

খ. ‘ক’ হতে পাই, প্রথম পদ $a = 3$ এবং সাধারণ অন্তর, $d = 2$

এখানে, n সংখ্যক পদের সমষ্টি, $S_n = 323$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = 323$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 + 3 + (n - 1) \times 2\} = 323$$

$$\text{বা, } n(6 + 2n - 2) = 646$$

$$\text{বা, } n(4 + 2n) = 646$$

$$\text{বা, } 4n + 2n^2 = 646$$

$$\text{বা, } 2n + n^2 = 323 \text{ [উভয় পক্ষে ২ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } n^2 + 2n - 323 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 19n - 17n - 323 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 19) - 17(n + 19) = 0$$

$$\text{বা, } (n + 19)(n - 17) = 0$$

$$\text{হয়, } n + 19 = 0 \quad \text{অথবা, } n - 17 = 0$$

$$\text{বা, } n = -19$$

$$\text{বা, } n = 17$$

[ইহা গ্রহণযোগ্য নয়, কারণ পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না]

নির্ণেয় মান : $n = 17$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, ৪র্থ পদ $= 192$

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 3$ এবং পদ সংখ্যা, $n = 4$

ধরি, সাধারণ অনুপাত $= r$

আমরা জানি, n তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\therefore ar^{n-1} = 192$$

$$\text{বা, } 3 \times r^{4-1} = 192$$

$$\text{বা, } 3r^3 = 192$$

$$\text{বা, } r^3 = 64$$

$$\text{বা, } r = \sqrt[3]{64} \text{ [ঘনমূল করে]}$$

$$\therefore r = 4$$

$$\therefore \text{ ধারাটির ২য় পদ} = ar^{n-1} = 3 \times (4)^{2-1} = 3 \times 4 = 12$$

$$\text{এবং ধারাটির ৩য় পদ} = ar^{n-1}$$

$$= 3 \times (4)^{3-1}$$

$$= 3 \times 4^2$$

$$= 3 \times 16$$

$$= 48$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = \frac{12}{3} = 4 > 1$$

$$\text{আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার } n \text{ সংখ্যক পদের সমষ্টি } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি } S_7 &= \frac{3(4^7 - 1)}{4 - 1} \\ &= \frac{3(16384 - 1)}{3} \\ &= 16383 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৯ ▶ একটি অনুক্রমের সাধারণ পদ $4n - 2$, ($n \in \mathbb{N}$)

ক. অনুক্রমটি লেখ।

২

খ. ধারাটি গঠন করে ধারাটির কত তম পদ ১৮৬।

৪

গ. অনুক্রমের প্রথম সংখ্যাটিকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, অনুক্রমের সাধারণ পদ $4n - 2$

$$\therefore n \in \mathbb{N}$$

$$\therefore n = 1, 2, 3, 4, \dots \text{ বসিয়ে পাই।}$$

$$n = 1 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 1 - 2 = 2$$

$$n = 2 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 2 - 2 = 6$$

$$n = 3 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 10$$

$$n = 4 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 4 - 2 = 14$$

$$n = n \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot n - 2 = 4n - 2$$

$$\text{অনুক্রমটি হলো } 2, 6, 10, 14, \dots, 4n - 2$$

খ. দেওয়া আছে, অনুক্রমের সাধারণ পদ $4n - 2$

$$\therefore n \in \mathbb{N}$$

$$\therefore n = 1, 2, 3, 4, \dots \text{ বসিয়ে পাই।}$$

$$n = 1 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 1 - 2 = 2$$

$$n = 2 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 2 - 2 = 6$$

$$n = 3 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 3 - 2 = 10$$

$$n = 4 \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot 4 - 2 = 14$$

$$n = n \text{ হলে } 4n - 2 = 4 \cdot n - 2 = 4n - 2$$

$$\text{ধারাটি হলো } 2 + 6 + 10 + 14 + \dots + (4n - 2)$$

$$\text{মনে করি, ধারাটির } n \text{তম পদ } 186$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } a + (n - 1)d = 186$$

$$\text{বা, } 2 + (n - 1)4 = 186$$

$$\text{এখানে, } a = 2$$

$$d = 6 - 2 = 4$$

$$\text{বা, } 2 + 4n - 4 = 186$$

$$n = ?$$

$$\text{বা, } 4n - 2 = 186$$

$$\text{বা, } 4n = 186 + 2$$

$$\text{বা, } n = \frac{188}{4}$$

$$\therefore n = 47$$

$$\therefore \text{ ধারাটির ৪৭তম পদ } 186 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, প্রথম পদ, $a = 2$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = 4$$

$$\text{এবং পদ সংখ্যা, } n = 10$$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n পদের সমষ্টি

$$\begin{aligned} &\frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ [যখন } r > 1] \\ &= \frac{2(4^{10} - 1)}{4 - 1} = \frac{2(1048576 - 1)}{3} \\ &= \frac{2 \times 1048575}{3} = 69,950 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১০ ▶ প্রতীক ও প্রতীম মার্বেল নিয়ে খেলতে বসল। তারা প্রথমে একটি পাত্রে ৬টি মার্বেল রাখল। ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পাত্রে মার্বেল সংখ্যা হলো m , n এবং ১৬২টি।

ক. তথ্যানুসারে ধারাটি লিখে সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর।

২

খ. উপযুক্ত সূত্র প্রয়োগ করে ২য় ও ৩য় পাত্রের মার্বেল সংখ্যা নির্ণয় কর এবং ধারাটির পূর্ণরূপ লিখ।

৪

গ. ১৬২ কে প্রথম পদ ধরে ধারাটি বিপরীত ক্রমে লিখে একটি নতুন ধারা তৈরি করা হলে যার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি ২৪২। n এর মান বের কর। [উপযুক্ত সমষ্টির সূত্র প্রয়োগ আবশ্যিক।]

৪

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে প্রথম পাত্রের মার্বেল সংখ্যা ৬টি এবং ২য়, ৩য় ও ৪র্থ পাত্রের মার্বেল সংখ্যা যথাক্রমে m , n এবং ১৬২টি।

$$\therefore \text{ ধারাটি, } 6 + m + n + 162 + \dots$$

$$\text{এখানে, ১ম পদ, } a = 6$$

$$\text{ধরি, সাধারণ অনুপাত } = r$$

$$\text{আমরা জানি, } n \text{ তম } = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ ৪র্থ পদ } = ar^{4-1}$$

$$\text{বা, } 162 = 6 \cdot r^3$$

$$\text{বা, } r^3 = \frac{162}{6}$$

$$\text{বা, } r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3$$

$$\therefore \text{ সাধারণ অনুপাত } 3 \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' হতে পাই, ধারাটি, $6 + m + n + 162 + \dots$

$$\text{এখানে, ১ম পদ, } a = 6$$

$$\text{সাধারণ অনুপাত, } r = 3 \text{ ['ক' হতে]}$$

$$\text{আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার } n \text{ তম পদ } = ar^{n-1}$$

$$\therefore \text{ ধারাটির ২য় পদ } = 6 \cdot 3^{2-1}$$

$$\text{বা, } m = 6 \cdot 3$$

$$\therefore m = 18$$

এবং ধারাটির ৩য় পদ = 6.3^{3-1}

বা, $n = 6.3^2$

বা, $n = 6.9$

∴ $n = 54$

∴ ২য় ও ৩য় পাতের মার্বেল সংখ্যা যথাক্রমে ১৮টি ও ৫৪টি

এবং ধারাটির পূর্ণরূপ $6 + 18 + 54 + 162 + \dots$ (Ans.)

গ. 'খ' হতে পাই, ধারাটির পূর্ণরূপ $6 + 18 + 54 + 162 + \dots$ ধারাটিকে বিপরীতক্রমে লিখলে পাই,

$162 + 54 + 18 + 6 + \dots$

এখানে, ১ম পদ, $a = 162$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{54}{162} = \frac{1}{3} < 1$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r < 1$$

এখানে, ধারাটির n সংখ্যক পদের সমষ্টি = 242

$$\text{বা, } \frac{a(1-r^n)}{1-r} = 242$$

$$\text{বা, } \frac{162\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{3}} = 242$$

$$\text{বা, } \frac{162\left(1-\frac{1}{3^n}\right)}{\frac{2}{3}} = 242$$

$$\text{বা, } 162\left(1-\frac{1}{3^n}\right) \times \frac{3}{2} = 242$$

$$\text{বা, } \left(1-\frac{1}{3^n}\right) \times 243 = 242$$

$$\text{বা, } 1-\frac{1}{3^n} = \frac{242}{243}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3^n} = 1 - \frac{242}{243}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{3^n} = \frac{1}{243}$$

$$\text{বা, } 3^n = 3^5$$

$$\therefore n = 5 \text{ (Ans.)}$$

অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১১ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ ২ এবং সাধারণ অনুপাত - 1.

- ?** ক. গুণোত্তর ধারার n -তম পদ নির্ণয়ের সূত্র লেখ। ২
খ. গুণোত্তর ধারাটি নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির ৩০ পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r হলে, গুণোত্তর ধারার n -তম পদ = ar^{n-1} .

খ. এখানে, প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = -1$

অতএব, দ্বিতীয় পদ = $ar^{2-1} = ar = 2(-1) = -2$

তৃতীয় পদ = $ar^{3-1} = ar^2 = 2(-1)^2 = 2$

চতুর্থ পদ = $ar^{4-1} = ar^3 = 2(-1)^3 = -2$

.....

.....

নির্ণয়ে ধারাটি $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$

গ. 'খ' হতে প্রাপ্ত, গুণোত্তর ধারা, $2 - 2 + 2 - 2 + \dots$

ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = -1 < 1$

পদসংখ্যা, $n = 30$

$$\therefore \text{প্রথম 30 পদের সমষ্টি, } S_{30} = \frac{a(1-r^{30})}{1-r}$$

$$= \frac{3\{1-(-1)^{30}\}}{1-(-1)} = \frac{3(1-1)}{1+1} = \frac{3 \times 0}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

∴ ধারাটির ৩০ পদের সমষ্টি ০.

প্রশ্ন-১২ ▶ 'ক' তাঁর ছেলেকে স্কুলে নেয়া-আনার জন্য এক ব্যক্তিকে ১লা এপ্রিল থেকে এক মাসের জন্য নিয়োগ করলেন। তার পারিশ্রমিক ঠিক করা হলো ১ম দিন এক পয়সা, দ্বিতীয় দিন ১ম দিনের দ্বিগুণ, ৩য় দিন ২য় দিনের দ্বিগুণ এভাবে বাড়তে থাকবে।

ক. ঐ ব্যক্তি দ্বিতীয় ও তৃতীয় দিনে মোট কত টাকা পাবে? ২

খ. প্রথম পাঁচ দিনের টাকার পরিমাণ থেকে দেখাও যে, প্রাপ্ত টাকার পরিমাণ গুণোত্তর সসীম ধারা। ৪

গ. ধারাটি লেখ এবং সাপ্তাহিক ছুটির দিনসহ ঐ ব্যক্তি এক মাস পর কত টাকা পাবে? ৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ১ম দিনে পায় = ০.০১ টাকা

২য় দিনে পায় = (0.01×2) টাকা = ০.০২ টাকা

৩য় দিনে পায় = (0.02×2) টাকা = ০.০৪ টাকা

দ্বিতীয় ও তৃতীয় দিনে মোট পায় = $(0.02 + 0.04)$ টাকা
= ০.০৬ টাকা

∴ সে মোট ০.০৬ টাকা পাবে।

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত,

১ম দিনে পায় = ০.০১ টাকা

২য় দিনে পায় = ০.০২ টাকা

৩য় দিনে পায় = ০.০৪ টাকা

এখন, চতুর্থ দিনে পায় = (0.04×2) টাকা = ০.০৮ টাকা

এবং পঞ্চম দিনে পায় = (0.08×2) টাকা = ০.১৬ টাকা

$$\text{সাধারণ অনুপাত } r = \frac{0.02}{0.01} = \frac{0.04}{0.02} = \frac{0.16}{0.08} = 2$$

এখানে, যেকোনো দিনের টাকাকে তার পূর্ববর্তী দিনের টাকার পরিমাণ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল সর্বদা সমান।

আবার ধারাটির পদসংখ্যা নির্দিষ্ট সুতরাং এটি একটি গুণোত্তর সসীম ধারা।

(দেখানো হলো)

গ. ঐ ব্যক্তি প্রথম দিন পায় = ০.০১ টাকা

২য় দিন পায় = ০.০২ টাকা

৩য় দিন পায় = ০.০৪ টাকা

চতুর্থ দিন পায় = ০.০৮ টাকা

এপ্রিল মাস = ৩০ দিন

তাহলে, ধারাটি হবে, $0.01 + 0.02 + 0.04 + 0.08 + \dots$
এখানে ধারাটির প্রথম পদ, $a = 0.01$
সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{0.02}{0.01} = 2$ [$r > 1$]
পদসংখ্যা, $n = 30$
এক মাস পর ঐ ব্যক্তি পাবেন $= S_n$ টাকা

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } S_n &= \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad [\because r > 1] \\ &= \frac{0.01(2^{30} - 1)}{2 - 1} = \frac{0.01(2^{30} - 1)}{1} \\ &= \frac{2^{30} - 1}{100} = 10737418.23 \\ \therefore \text{ঐ ব্যক্তি এক মাস পর পাবেন } 10737418.23 \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১৩ ▶ $5 + x + y + z + 405$ এটি একটি গুণোত্তর ধারা।

- ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
খ. উদ্দীপকটি হতে x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. $5 + x + y + z + 405$ একটি গুণোত্তর ধারা।
ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$, সাধারণ অনুপাত $= r$
 \therefore ধারাটির পঞ্চম পদ $= ar^{5-1} = 5.r^4$
প্রশ্নমতে, $5r^4 = 405$
বা, $r^4 = 81$
বা, $r^4 = 3^4$
 $\therefore r = \pm 3$
 \therefore ধারাটির সাধারণ অনুপাত $r = \pm 3$

খ. যেহেতু ধারাটি গুণোত্তর শ্রেণিভুক্ত

$$\therefore r = 3 \text{ হলে, } \frac{x}{5} \text{ বা, } x = 15$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{15} = 3 \text{ বা, } y = 45$$

$$\frac{z}{y} = \frac{z}{45} = 3 \text{ বা, } z = 135$$

আবার, $r = -3$ হলে,

$$\frac{x}{5} = -3 \text{ বা, } x = -15$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{-15} = -3 \text{ বা, } y = 45$$

$$\frac{z}{y} = \frac{z}{45} = -3 \text{ বা, } z = -135$$

$$\therefore x = 15, y = 45 \text{ ও } z = 135$$

অথবা, $x = -15, y = 45$ এবং $z = -135$ (Ans.)

গ. ধারাটির ১ম পদ, $a = 5$

সাধারণ অনুপাত, $r = 3$

$$\begin{aligned} \text{ধারাটির প্রথম দশটি পদের সমষ্টি, } S_{10} &= \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} \quad [r > 1] \\ &= \frac{5(3^{10} - 1)}{3 - 1} \\ &= \frac{5 \times 59048}{2} \\ &= 147620 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

আবার, সাধারণ অনুপাত, $r = -3$ হলে

$$\begin{aligned} \text{ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি, } S_{10} &= \frac{a(1 - r^{10})}{1 - r} \quad [r < 1] \\ &= \frac{5(1 - (-3)^{10})}{1 - (-3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{5 \times (-59048)}{4} \\ &= -73810 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১৪ ▶ একটি 2550 মিটার লম্বা ফিতা কেটে এমনভাবে টুকরা করা হল যেন প্রথম টুকরাটির দৈর্ঘ্য 2 মিটার এবং পরবর্তী প্রতিটি টুকরার দৈর্ঘ্য তার পূর্ববর্তী টুকরা থেকে 2 মিটার বেশি হয়। ফলে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য সমান্তর ধারা গঠন করে।

- ক. ধারার সূত্রের সাহায্যে 19তম টুকরার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
খ. মোট টুকরার সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪
গ. যদি ফিতাটির দৈর্ঘ্য 504 মিটার কম হত এবং প্রতিটি টুকরার দৈর্ঘ্য তার পূর্ববর্তী টুকরার দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ হত তাহলে কয়টি টুকরা করা যেত? ৪

▶◀ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. এখানে প্রথম টুকরার দৈর্ঘ্য, $a = 2$ মিটার
প্রতিটি টুকরার দৈর্ঘ্যের পার্থক্য (সাধারণ অন্তর), $d = 2$ মিটার
 \therefore 19তম টুকরার দৈর্ঘ্য $= a + (19 - 1)d$
 $= (2 + 18 \times 2)$ মিটার
 $= (2 + 36)$ মিটার
 $= 38$ মিটার (Ans.)

- খ. এখানে, প্রথম টুকরার দৈর্ঘ্য, $a = 2$ মিটার
সাধারণ অন্তর, $d = 2$ মিটার
মনে করি, মোট টুকরার সংখ্যা $= n$
তাহলে n সংখ্যক টুকরার দৈর্ঘ্যের সমষ্টি 2550 মিটার

$$\text{সুতরাং, } \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2 \times 2 + (n - 1) \times 2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{4 + 2n - 2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \{2n + 2\} = 2550$$

$$\text{বা, } \frac{n}{2} \times 2(n + 1) = 2550$$

$$\text{বা, } n(n + 1) = 2550$$

$$\text{বা, } n^2 + n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n^2 + 51n - 50n - 2550 = 0$$

$$\text{বা, } n(n + 51) - 50(n + 51) = 0$$

$$\text{বা, } (n - 50)(n + 51) = 0$$

$$\text{হয়, } n - 50 = 0 \quad \text{অথবা, } n + 51 = 0$$

$$\therefore n = 50$$

$$\therefore n = -51$$

যেহেতু টুকরার সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং $n = -51$ গ্রহণযোগ্য নয়।

অতএব, মোট টুকরার সংখ্যা 50.

গ. ফিতাটির দৈর্ঘ্য 504 মিটার কম হলে এর দৈর্ঘ্য হবে

$$(2550 - 504) \text{ মিটার} = 2046 \text{ মিটার।}$$

প্রতিটি টুকরার দৈর্ঘ্য তার পূর্ববর্তী টুকরার দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ হলে টুকরাগুলোর দৈর্ঘ্য একটি গুণোত্তর ধারা গঠন করবে,

যার প্রথম পদ, $a = 2$ মিটার

সাধারণ অনুপাত, $r = 2 > 1$

মনে করি, এবেত্রে টুকরার সংখ্যা হত m

তাহলে m সংখ্যক টুকরার দৈর্ঘ্যকে সমষ্টি 2046 মিটার

$$\text{সুতরাং } \frac{a(r^m - 1)}{(r - 1)} = 2046$$

$$\text{বা, } \frac{2(2^m - 1)}{2 - 1} = 2046$$

$$\text{বা, } 2(2^m - 1) = 2046$$

$$\text{বা, } 2^m - 1 = \frac{2046}{2}$$

$$\text{বা, } 2^m - 1 = 1023$$

$$\text{বা, } 2^m = 1023 + 1$$

$$\text{বা, } 2^m = 1024$$

$$\text{বা, } 2^m = 2^{10}$$

$$\therefore m = 10$$

সুতরাং, মোট টুকরার সংখ্যা 10

প্রশ্ন-১৫ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$.

- ?** ক. সমস্যাটিকে সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর। ২
- খ. ধারাটির ১ম পদ এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪
- গ. ধারাটির তৃতীয় পদ এবং প্রথম তিনটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, গুণোত্তর ধারার ১ম পদ = a

সাধারণ অনুপাত = q

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ = aq^{n-1}

শর্তানুসারে, গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ = aq^{5-1}

$$\therefore aq^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9} \dots\dots\dots (i)$$

এবং গুণোত্তর ধারার দশম পদ = aq^{10-1}

$$\therefore aq^9 = \frac{8\sqrt{2}}{81} \dots\dots\dots (ii)$$

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{\frac{8\sqrt{2}}{81}}{\frac{2\sqrt{3}}{9}} = \frac{aq^9}{aq^4}$$

$$\text{বা, } \frac{8\sqrt{2}}{81} \times \frac{9}{2\sqrt{3}} = q^{9-4}$$

$$\text{বা, } \frac{4\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} = q^5$$

$$\text{বা, } q^5 = \frac{(\sqrt{2})^4 \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^4 \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2})^5}{(\sqrt{3})^5} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^5$$

$$\therefore q = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

q এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$a \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } a \cdot \frac{4}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\text{বা, } 4a = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{ধারাটির ১ম পদ } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ এবং সাধারণ অনুপাত } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{গ. প্রদত্ত ধারার তৃতীয় পদ} = aq^{3-1} = aq^2 \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

আমরা জানি,

$$\text{গুণোত্তর ধারার } n \text{ পদের সমষ্টি} = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} \text{ [যখন } q < 1]$$

\therefore প্রদত্ত ধারার ১ম তিনটি পদের সমষ্টি

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 \right\}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \right)}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{6}}{\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

$$\therefore \text{ধারাটির তৃতীয় পদ } \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ এবং}$$

$$\text{তিনটি পদের সমষ্টি } \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৬ ▶ $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2} - \dots\dots\dots$ একটি ধারা।

- ?** ক. ধারাটির প্রকৃতি নির্ণয় কর। ২
- খ. ধারাটির কত তম পদ $8\sqrt{2}$? ৪
- গ. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি কত? ৪

▶▶ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত ধারা, $\frac{1}{\sqrt{2}}, -1, \sqrt{2} - \dots\dots\dots$

ধারাটির যেকোনো পদ ও তার পূর্ববর্তী পদের অনুপাত

$$= \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \text{ বা, } \frac{\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{2}$$

এবং এর শেষ পদ নেই।

\therefore এটি একটি অনন্ত গুণোত্তর ধারা।

খ. মনে করি, ধারাটির n তম পদ = $8\sqrt{2}$

প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং সাধারণ অনুপাত, $q = -\sqrt{2}$

একটি গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= aq^{n-1}$

∴ প্রদত্ত ধারাটির n তম পদ $= \frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1}$.

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{\sqrt{2}} (-\sqrt{2})^{n-1} = 8\sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = 8 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = 16$

বা, $(-\sqrt{2})^{n-1} = (-\sqrt{2})^8$

বা, $n-1 = 8$

বা, $n = 8 + 1$

∴ $n = 9$

অতএব, প্রদত্ত ধারাটির ৯ম পদ $8\sqrt{2}$

গ. এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

সাধারণ অনুপাত, $q = -\sqrt{2} < 1$

∴ এখানে, পদ সংখ্যা, $n = 8$

∴ সমষ্টি, $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$

$$\begin{aligned} S_8 &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \{1 - (-\sqrt{2})^8\}}{1 - (-\sqrt{2})} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 2^4)}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 16)}{1 + \sqrt{2}} = \frac{-15}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)} \\ &= \frac{-15}{2 + \sqrt{2}} = \frac{-15(2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{-15(2 - \sqrt{2})}{4 - 2} \\ &= \frac{-15(2 - \sqrt{2})}{2} \end{aligned}$$

∴ ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি $\frac{-15(2 - \sqrt{2})}{2}$

প্রশ্ন-১৭ ▶ $5 + x + y + 135$ একটি গুণোত্তর ধারা ভুক্ত।

- ক. ধারা থেকে একটি সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. x এবং y এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. নির্ণীত x কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ এবং y দ্বিতীয় পদ হলে ধারাটির প্রথম ১০ পদের সমষ্টি কত? ৪

▶▶ ১৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. এখানে ধারাটির প্রথমপদ, $a = 5$

মনে করি, ধারাটির সাধারণ অনুপাত $= q$

∴ ধারাটির চতুর্থ পদ $= aq^{4-1} = aq^3 = 5q^3$

প্রশ্নমতে, $5q^3 = 135$

নির্ণয় সমীকরণ $aq^3 = 135$

খ. 'ক' হতে পাই, $5q^3 = 135$

$$\text{বা, } q^3 = \frac{135}{5}$$

$$\text{বা, } q^3 = 27$$

$$\text{বা, } q^3 = 3^3$$

$$\therefore q = 3$$

∴ ধারাটির দ্বিতীয় পদ, $x = aq^{2-1} = aq = 5.3 = 15$

এবং ধারাটির তৃতীয় পদ, $y = aq^{3-1} = aq^2 = 5.3^2 = 45$

গ. 'খ' হতে পাই, $x = 15$ এবং $y = 45$

∴ ধারাটির প্রথম পদ, $a = 15$ এবং সাধারণ অনুপাত, $q = \frac{45}{15} = 3 > 1$

পদ সংখ্যা, $n = 10$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সমষ্টি, } S &= \frac{a(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{15(3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{15(59049 - 1)}{2} \\ &= \frac{15 \times 59048}{2} = 442860 \end{aligned}$$

∴ ধারাটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি ৪৪২৮৬০

প্রশ্ন-১৮ ▶ $2 - 4 + 8 - \dots - 1024$ একটি গুণোত্তর ধারা।

- ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত কত? ২
খ. ধারাটির কত তম পদ -1024 ? ৪
গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, গুণোত্তর ধারাটি $2 - 4 + 8 - \dots - 1024$

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{-4}{2} = -2$

খ. 'ক' হতে পাই, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = -2$

মনে করি, ধারাটির n তম পদ $= -1024$

বা, $ar^{n-1} = -1024$ [$\because n$ তম পদ $= ar^{n-1}$]

বা, $2(-2)^{n-1} = -1024$

বা, $(-2)^{n-1} = \frac{-1024}{2}$

বা, $(-2)^{n-1} = -512$

বা, $(-2)^{n-1} = (-2)^9$

বা, $n-1 = 9$

বা, $n = 9 + 1$

∴ $n = 10$

∴ ধারাটির ১০ম পদ -1024

গ. 'খ' হতে পাই, ধারাটির প্রথম পদ, $a = 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = -2 < 1$

পদ সংখ্যা, $n = 10$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার সমষ্টি, $S_n = a \left(\frac{1-r^n}{1-r} \right)$, $r < 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ধারাটির সমষ্টি } S_{10} &= \frac{2\{1 - (-2)^{10}\}}{1 - (-2)} \quad [\because n = 10] \\ &= \frac{2\{1 - 1024\}}{1 + 2} \\ &= \frac{2 \times (-1023)}{3} \\ &= -682 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১৯ ▶ $\log 2 + \log 8 + \log 512 + \dots$ একটি ধারা।

- ক. ধারাটিকে গুণোত্তর ধারায় রূপান্তর কর। ২
খ. ধারাটির ৭ম পদ কত? ৪
গ. ধারাটির প্রথম ৭টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, ধারাটি = $\log 2 + \log 8 + \log 512 + \dots$
 $= \log 2 + \log 2^3 + \log 2^9 + \dots$
 $= \log 2 + 3\log 2 + 9\log 2 + \dots$

যা একটি গুণোত্তর ধারা।

খ. 'ক' অংশ হতে পাই, $\log 2 + 3\log 2 + 9\log 2 + \dots$

এখানে, ধারাটির প্রথম পদ, $a = \log 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{3\log 2}{\log 2} = 3$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ = ar^{n-1}

\therefore ধারাটির 7ম পদ = ar^{7-1}
 $= (\log 2) \times 3^{7-1}$
 $= (\log 2) \times 3^6$
 $= 729 \log 2$

\therefore ধারাটির 7ম পদ $729 \log 2$

গ. 'খ' হতে পাই, গুণোত্তর ধারাটির প্রথম পদ, $a = \log 2$

সাধারণ অনুপাত, $r = 3 > 1$

এবং পদসংখ্যা, $n = 7$

আমরা জানি,

গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি,

$S_n = a \left(\frac{r^n - 1}{r - 1} \right), r > 1$

\therefore ধারাটির 7টি পদের সমষ্টি, $S_7 = \log 2 \left(\frac{3^7 - 1}{3 - 1} \right)$
 $= \log 2 \times \frac{2187 - 1}{2}$
 $= \log 2 \times \frac{2186}{2}$
 $= 1093 \log 2$

\therefore ধারাটির প্রথম 7টি পদের সমষ্টি $1093 \log 2$

প্রশ্ন-২০ ▶ প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি 225.

ক. প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি নির্ণয় কর। ২
 খ. ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি কত? 8
 গ. দেখাও যে প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গের সমষ্টি $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 8

▶◀ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. আমরা জানি, প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার ঘনের সমষ্টি = $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$

প্রশ্নমতে, $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 = 225$

বা, $\frac{n(n+1)}{2} = \sqrt{225}$

$\therefore \frac{n(n+1)}{2} = 15$

\therefore প্রথম n সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 15 (Ans.)

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত, $\frac{n(n+1)}{2} = 15$

প্রশ্ন-২১ ▶ $64 + 32 + 16 + 8 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা।

বা, $n(n+1) = 30$

বা, $n^2 + n = 30$

বা, $n^2 + n - 30 = 0$

বা, $n^2 + 6n - 5n - 30 = 0$

বা, $n(n+6) - 5(n+6) = 0$

বা, $(n+6)(n-5) = 0$

হয়, $n+6 = 0$ অথবা, $n-5 = 0$

$\therefore n = -6$

$\therefore n = 5$

কিন্তু পদসংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না। অর্থাৎ $n = -6$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$\therefore n = 5$

ঐ সংখ্যাগুলোর বর্গের সমষ্টি = $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
 $= \frac{5(5+1)(2 \times 5 + 1)}{6}$
 $= \frac{5 \times 6 \times 11}{6} = 55$ (Ans.)

গ. মনে করি, $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

আমরা জানি, $r^3 - (r-1)^3 = r^2 - (r^3 - 3r^2 + 3r - 1)$
 $= 3r^2 - 3r + 1$

এখানে, $r = 1, 2, 3, \dots$ বসিয়ে পাই,

$1^3 - 0^3 = 3 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1$

$2^3 - 1^3 = 3 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1$

$3^3 - 2^3 = 3 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1$

$\dots \dots \dots$

$\dots \dots \dots$

$n^3 - (n-1)^3 = 3n^2 - 3n + 1$

যোগ করে,

$n^3 = 3(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) - 3(1 + 2 + 3 + \dots + n) + (1 + 1 + \dots + 1)$
 $= 3S - 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + n$

বা, $-3S = -n^3 - \frac{3n(n+1)}{2} + n$

বা, $-3S = - \left\{ n^3 + \frac{3n(n+1)}{2} - n \right\}$

বা, $3S = n^3 + \frac{3n(n+1)}{2} - n$

বা, $3S = \frac{2n^3 + 3n^2 + 3n - 2n}{2}$

বা, $3S = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{2}$

বা, $3S = \frac{n(2n^2 + 3n + 1)}{2}$

বা, $3S = \frac{n\{2n^2 + 2n + n + 1\}}{2}$

বা, $S = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$

$\therefore S = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (দেখানো হলো)

ক. ধারাটির 10ম পদ কোনটি? ২

খ. ধারাটির কোন পদ $\frac{1}{4}$? 8

গ. ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর।

8

▶▶ ২১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধারাটির প্রথম পদ, $a = 64$

সাধারণ অনুপাত, $r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$

আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার n তম পদ $= ar^{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং ধারাটির 10ম পদ} &= ar^{10-1} = 64\left(\frac{1}{2}\right)^9 \\ &= 2^6\left(\frac{1}{2}\right)^9 = 2^{6-9} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ধারাটির 10ম পদ $\frac{1}{8}$

খ. মনে করি, ধারাটির n তম পদ $\frac{1}{4}$

$$\therefore ar^{n-1} = \frac{1}{4}$$

$$\text{বা, } 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2+6}$$

$$\text{বা, } \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$$

$$\text{বা, } n-1 = 8$$

$$\text{বা, } n = 8 + 1$$

$$\therefore n = 9$$

$$\therefore \text{ধারাটির নবম পদ } \frac{1}{4}$$

গ. আমরা জানি, গুণোত্তর ধারার প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি $\frac{a(1-r^n)}{1-r}$; যখন $r < 1$.

সুতরাং ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি,

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{64\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8\right\}}{1 - \frac{1}{2}} \quad [\text{'ক' হতে প্রাপ্ত}]$$

$$= \frac{64\left(1 - \frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{64\left(\frac{256-1}{256}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{255 \times 64}{256} \times 2 = \frac{255}{2} = 127.5$$

অতএব, ধারাটির প্রথম ৪টি পদের সমষ্টি 127.5

প্রশ্ন-২২ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার ১ম পদ a , সাধারণ অনুপাত q , ধারাটির পঞ্চম পদ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ এবং দশম পদ $\frac{8\sqrt{2}}{81}$.

ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে লেখ। ২

খ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাত বের কর। 8

গ. ধারাটি নির্ণয় কর এবং এর নবম পদ বের কর। 8

▶▶ ২২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫(ক) সমাধান দেখ।

খ. সৃজনশীল প্রশ্ন ১৫(খ) সমাধান দেখ।

গ. 'খ' থেকে পাই, $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$$\therefore \text{১ম পদ } a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{২য় পদ } = ar = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{৩য় পদ } = ar^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{নির্ণেয় ধারাটি } \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, ধারাটির নবম পদ} &= ar^{9-1} = ar^8 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^8 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2^4}{3^4} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{16}{81} = \frac{8\sqrt{3}}{81} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ধারাটির নবম পদ } \frac{8\sqrt{3}}{81}$$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-২৩ ▶ $7 + x + y + 189 + \dots$ একটি গুণোত্তর ধারা

ক. ধারাটির চতুর্থ পদকে সমীকরণের সাপেক্ষে প্রকাশ কর। ২

খ. x এবং y এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. নির্ণীত y কোনো গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ এবং x দ্বিতীয় পদ হলে ধারাটির প্রথম 4টি পদের সমষ্টি কত? 8

$$\text{উত্তর : ক. } 7r^3 = 189; \text{ খ. } 21, 63; \text{ গ. } \frac{280}{3}$$

প্রশ্ন-২৪ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার প্রথম পদ a , সাধারণ অনুপাত r , ধারাটির পঞ্চম পদ $3\sqrt{3}$ এবং অষ্টম পদ -27 .

ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে দুইটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. ধারাটির 15তম পদ নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটি বের কর এবং প্রথম 11টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

$$\text{উত্তর : ক. } ar^4 = 3\sqrt{3}, ar^7 = -27; \text{ খ. } 729\sqrt{3};$$

$$\text{গ. } \frac{728\sqrt{3} - 726}{6}$$

প্রশ্ন-২৫ ▶ $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots$

ক. ধারাটির সাধারণ পদ নির্ণয় কর। ২

খ. ধারাটির প্রথম আটটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। 8

গ. ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে নতুন ধারাটির পঞ্চম পদের সাথে প্রদত্ত ধারাটির চতুর্থ পদের যোগফল নির্ণয় কর। 8

$$\text{উত্তর : ক. } 3^n; \text{ খ. } 9840; \text{ গ. } 96$$

প্রশ্ন-২৬ ▶ একটি জাম গাছে প্রতি বছর জামের ফলন পূর্ববর্তী বছরের ফলনের প্রায় $\frac{5}{2}$

গুণ। ২০১০ সালে ঐ লিচু গাছে 512টি লিচুর ফলন হল।

ক. লিচুর ফলনকে ধারার আকারে প্রকাশ কর। ২

খ. 2013 সালে ঐ গাছে কয়টি লিচুর ফলন হতে পারে? 8

গ. 2009 থেকে 2013 এই পাঁচ বছরে মোট কয়টি লিচুর ফলন হতে পারে? 8

$$\text{উত্তর : ক. } 512 + 640 + 800 + \dots; \text{ খ. } 1250; \text{ গ. } 4202$$

প্রশ্ন-২৭ ▶ $\log 2 + \log 8 + \log 512 + \dots$ একটি ধারা।

- ক. ধারাটিকে গুণোত্তর ধারায় রূপান্তর কর। ২
খ. ধারাটির ৭তম পদ কত হবে? ৪
গ. প্রথম সাতটি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $\log 2 + 3 \log 2 + 9 \log 2 + \dots$;

খ. $729 \log 2$; গ. $10931 \log 2$

প্রশ্ন-২৮ ▶ $1 + 2 + 3 + \dots + 45$ একটি ধারা।

- ক. ধারাটিতে কয়টি পদ রয়েছে? ২
খ. পদগুলোর বর্গের সমষ্টি কত হবে? ৪
গ. কত সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার সমষ্টি 'খ' এর প্রাপ্ত মানের চেয়ে 15 বেশি? ৪

উত্তর : ক. 9; খ. 285; গ. 24

প্রশ্ন-২৯ ▶ $\frac{1}{3}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, 1, \dots$ একটি অনুক্রম।

- ক. অনুক্রমটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
খ. অনুক্রমটির কত তম পদ $-9\sqrt{3}$? ৪
গ. অনুক্রমটির $-9\sqrt{3}$ পদ পর্যন্ত যোগফল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; খ. 8; গ. 0.209 (প্রায়)।

প্রশ্ন-৩০ ▶ $12 + 24 + 48 + \dots + 768$ একটি গুণোত্তর ধারা।

- ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির কত তম পদ 768? ৪
গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 2; খ. 7; গ. 1524.

প্রশ্ন-৩১ ▶ $64 + 32\sqrt{5} + \dots + 125$ একটি গুণোত্তর ধারা।

- ক. ধারাটির সাধারণ অনুপাত বের কর। ২

- খ. ধারাটির কত তম পদ 125? ৪
গ. ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $\frac{\sqrt{5}}{2}$; খ. 7; গ. $369 + 122\sqrt{5}$

প্রশ্ন-৩২ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ -9 এবং অষ্টম পদ $-27\sqrt{3}$.

- ক. প্রথম পদ a এবং সাধারণ অনুপাত r ধরে প্রদত্ত তথ্যকে সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

- খ. ধারাটির কত তম পদ $-81\sqrt{3}$? ৪
গ. 'খ' তে প্রাপ্ত পদ পর্যন্ত ধারাটির সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $ar^{5-1} = -9$, $ar^{8-1} = -27\sqrt{3}$; খ. 10; গ. -330.58 (প্রায়)

প্রশ্ন-৩৩ ▶ $3 + x + y + z + 243$ একটি গুণোত্তর ধারা যেখানে $x > 0$ ।

- ক. x, y ও z এর মান নির্ণয় কর। ২
খ. y কোনো গুণোত্তর ধারার ১ম পদ এবং z দ্বিতীয় পদ হলে ধারাটির ১ম পাঁচটি পদের সমষ্টি কত? ৪
গ. ধারাটির ষষ্ঠ পদের মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $x = 9$; $y = 27$, $z = 81$ খ. $S_5 = 3267$ গ. 729.

প্রশ্ন-৩৪ ▶ একটি গুণোত্তর ধারার পঞ্চম পদ $\frac{1}{16}$ এবং সপ্তম পদ $\frac{1}{64}$ ।

- ক. উপরিউক্ত তথ্যগুলোকে সমীকরণ আকারে লেখ। ২
খ. ধারাটির প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাত নির্ণয় কর। ৪
গ. ধারাটির প্রথম পদকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অনুপাতকে সাধারণ অন্তর ধরে প্রাপ্ত ধারাটি নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $ar^4 = \frac{1}{16}$ এবং $ar^6 = \frac{1}{64}$; খ. $a = 1$ এবং $r = \frac{1}{2}$; গ.

ধারাটি $1 + \frac{3}{2} + 2 + \frac{5}{2} + \dots$



অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-৩৫ ▶ একটি ধারার সাধারণ পদ $2n + 1$, ($n \in \mathbb{N}$)

- ক. ধারাটি নির্ণয় কর। ২
খ. ধারাটির কততম পদ 169? ৪
গ. ধারাটির প্রথম সংখ্যাকে প্রথম পদ এবং সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে নতুন ধারাটির প্রথম 10টি পদের সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৩৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, ধারার সাধারণ পদ বা n তম পদ $2n + 1$

এখন, $n = 1$ হলে প্রথম পদ $= 2 \cdot 1 + 1 = 3$

$n = 2$ হলে দ্বিতীয় পদ $= 2 \cdot 2 + 1 = 5$

$n = 3$ হলে তৃতীয় পদ $= 2 \cdot 3 + 1 = 7$

নির্ণয়ে ধারাটি হলো $3 + 5 + 7 +$

খ. মনে করি, ধারাটির r তম পদ 169.

দেওয়া আছে, n তম পদ $= 2n + 1$

r তম পদ $= 2r + 1$

প্রশ্নানুসারে, $2r + 1 = 169$

বা, $2r = 168$

$\therefore r = 84$

\therefore ধারাটির 84 তম পদ 169 (Ans.)

গ. ক থেকে পাই, ধারাটির প্রথম পদ $a = 3$.

আবার সাধারণ অন্তর $= (5 - 3) = 2$.

এখন, প্রথম সংখ্যাকে প্রথম পদ ও সাধারণ অন্তরকে সাধারণ অনুপাত ধরে গুণোত্তর ধারা তৈরী করলে তার n তম পদ হবে $= ar^{n-1}$.

আমরা জানি, n তম পদের সমষ্টি $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$ [$\therefore r > 1$]

10 তম পদের সমষ্টি $S_{10} = \frac{3(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 3 \times 1023$
 $= 3069$. (Ans.)