

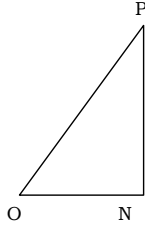
নবম অধ্যায়

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

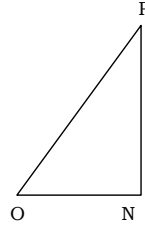
অনুশীলনী ৯.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **ত্রিকোণমিতি** : ‘ত্রিকোণ’ শব্দটি দ্বারা তিনটি কোণ বোঝায় আর ‘মিতি’ শব্দটির অর্থ পরিমাপ বোঝায়। ইংরেজিতে ত্রিকোণমিতিকে Trigonometry বলা হয় ‘Trigon’ গ্রিক শব্দটির অর্থ তিনটি কোণ বা ত্রিভুজ এবং ‘metry’ শব্দের অর্থ পরিমাপ।
অর্থাৎ, গণিতের যে শাখায় ত্রিভুজ সংক্রান্ত বিভিন্ন পরিমাপ সম্পর্কে বিশেষভাবে আলোচনা করা হয় তাকে ত্রিকোণমিতি বলে।
- **সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর নামকরণ** : সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলো অতিভুজ, ভূমি ও উন্নতি নামে অভিহিত হয়। আবার, সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষকোণদ্বয়ের একটির সাপেক্ষে অবস্থানের প্রেক্ষিতেও বাহুগুলোর নামকরণ করা হয়। যথা :
ক. ‘অতিভুজ’, সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু যা সমকোণের বিপরীত বাহু
খ. ‘বিপরীত বাহু’, যা হলো প্রদত্ত কোণের সরাসরি বিপরীত দিকের বাহু
গ. ‘সন্নিহিত বাহু’, যা প্রদত্ত কোণ সৃষ্টিকারী একটি রেখাংশ।



$\angle PON$ কোণের জন্য অতিভুজ OP, সন্নিহিত বাহু ON, বিপরীত বাহু PN



$\angle OPN$ কোণের জন্য অতিভুজ OP, সন্নিহিত বাহু PN, বিপরীত বাহু ON

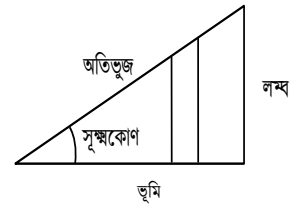
জ্যামিতিক চিত্রের শীর্ষবিন্দু চিহ্নিত করার জন্য বড় হাতের বর্ণ ও বাহু নির্দেশ করতে ছোট হাতের বর্ণ ব্যবহার করা হয়। কোণ নির্দেশের জন্য প্রায়শই গ্রিক বর্ণ ব্যবহৃত হয়। গ্রিক বর্ণমালার ছয়টি বহুল ব্যবহৃত বর্ণ হলো :

alpha α	beta β	gamma γ	theta θ	phi ϕ	omega ω
(আলফা)	(বিটা)	(গামা)	(থিটা)	(পাই)	(ওমেগা)

প্রাচীন গ্রিসের বিখ্যাত সব গণিতবিদদের হাত ধরেই জ্যামিতি ও ত্রিকোণমিতিতে গ্রিক বর্ণগুলো ব্যবহার হয়ে আসছে।

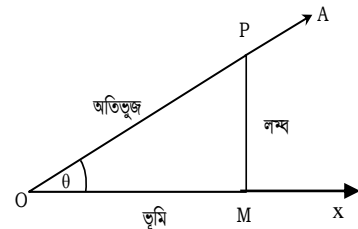
- **সূক্ষকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত** : সূক্ষকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নিম্নোক্তভাবে বর্ণনা করা হয় :

সূক্ষকোণের দুইটি বাহু থাকে এবং প্রত্যেকটি বাহুর মধ্যে অসংখ্য বিন্দু কল্পনা করা হয়। প্রতিটি বিন্দু থেকে অপর বাহুটির উপর লম্ব টানলে এক একটি সমকোণী ত্রিভুজের সৃষ্টি হয়। সমকোণী ত্রিভুজের বিপরীত বাহুটিকে অতিভুজ, নির্দিষ্ট সূক্ষকোণটির বিপরীত বাহুটিকে লম্ব এবং অপর একটি বাহুকে ভূমি বলা হয়।



- **সূক্ষকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিত্রগত ব্যাখ্যা** :

মনে করি, $\angle XO A$ একটি সূক্ষকোণ। OA বাহুতে যেকোনো একটি বিন্দু P নিই। P থেকে OX বাহু পর্যন্ত PM লম্ব টানি। তাতে সমকোণী ত্রিভুজ POM গঠিত হলো। এই $\triangle POM$ এর PM, OM ও OP বাহুগুলোর যে ছয়টি অনুপাত পাওয়া যায় তাদের $\angle XO A$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত বলা হয় এবং তাদের প্রত্যেকটিকে এক একটি সুনির্দিষ্ট নামে নামকরণ করা হয়।



$\angle XO A$ সাপেক্ষে সমকোণী ত্রিভুজ POM-এর PM বাহুকে লম্ব, OM বাহুকে ভূমি, OP বাহুকে অতিভুজ ধরা হয়। এখন, $\angle XO A = \theta$ ধরলে θ কোণের যে ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত পাওয়া যায় তা বর্ণনা করা হলো।

$$\frac{PM}{OP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \theta \text{ কোণের সাইন (sine) বা সংক্ষেপে } \sin\theta$$

$$\frac{OM}{OP} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \theta \text{ কোণের কোসাইন (cosine) বা সংক্ষেপে } \cos\theta.$$

$$\frac{PM}{OM} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \theta \text{ কোণের ট্যানজেন্ট (tangent) বা সংক্ষেপে } \tan\theta.$$

$$\frac{OM}{PM} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \theta \text{ কোণের কোট্যানজেন্ট (cotangent) বা সংক্ষেপে } \cot\theta.$$

$$\frac{OP}{OM} = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \theta \text{ কোণের সেকেন্ট (secant) বা সংক্ষেপে } \sec\theta.$$

$$\frac{OP}{PM} = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \theta \text{ কোণের কোসেকেন্ট (cosecant) বা সংক্ষেপে } \csc\theta.$$

[দ্রষ্টব্য : (θ) খেটা একটি গ্রিক অক্ষর, এখানে যা একটি কোণের পরিমাপ নির্দেশ করে]

■ সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মধ্যে সম্পর্ক :

মনে করি, $\theta = \angle XOA$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

পাশের চিত্র সাপেক্ষে, সংজ্ঞানুযায়ী,

$$\sin\theta = \frac{PM}{OP} \quad \csc\theta = \frac{OP}{PM}$$

$$\cos\theta = \frac{OM}{OP} \quad \sec\theta = \frac{OP}{OM}$$

$$\tan\theta = \frac{PM}{OM} \quad \cot\theta = \frac{OM}{PM}$$

সুতরাং দেখা যায় যে,

$$1. \sin\theta \cdot \csc\theta = \frac{PM}{OP} \cdot \frac{OP}{PM} = 1$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{1}{\csc\theta} \text{ এবং } \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$2. \cos\theta \cdot \sec\theta = \frac{OM}{OP} \cdot \frac{OP}{OM} = 1$$

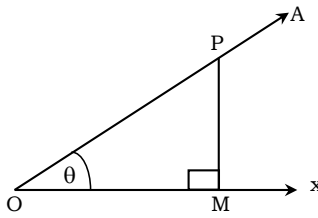
$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \text{ এবং } \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$3. \tan\theta \cdot \cot\theta = \frac{PM}{OM} \cdot \frac{OM}{PM} = 1$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} \text{ এবং } \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$4. \tan\theta = \frac{PM}{OM} = \frac{\frac{PM}{OP}}{\frac{OM}{OP}} \text{ [লব ও হরকে OP দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \text{ এবং একইভাবে, } \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$



■ ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি পিথাগোরাসের প্রতিজ্ঞা ব্যবহার করে যে সম্পর্ক পাওয়া যায় তা হলো :

$$1. \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$$2. 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

$$\text{বা, } \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$$

$$3. 1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$$

$$\text{বা, } \csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$$

■ sin এবং cos এর মধ্যে সম্পর্ক :

অথবা ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

প্রমাণ : মনে করি, $\theta = \angle XOA$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

$PM \perp OX$.

সুতরাং, $\triangle POM$ সমকোণী।

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

এখন, $\triangle OPM$ এ,

অতিভুজ = OP , লম্ব = PM এবং ভূমি = OM

$$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2$$

বা, $\frac{OP^2}{OP^2} = \frac{PM^2}{OP^2} + \frac{OM^2}{OP^2}$ [উভয়পক্ষকে OP^2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $1 = \left(\frac{PM}{OP}\right)^2 + \left(\frac{OM}{OP}\right)^2$

বা, $1 = (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2$

বা, $1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta$ [$\because \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ এবং $\cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$]

$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ [প্রমাণিত]

■ $\sec\theta$ এবং $\tan\theta$ এর মধ্যে সম্পর্ক : $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

প্রমাণ : মনে করি, $\theta = \angle XOA$, একটি সূক্ষ্মকোণ।

$PM \perp OX$.

সুতরাং, $\triangle POM$ সমকোণী।

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

এখন সমকোণী $\triangle POM$ এ,

অতিভুজ = OP , লম্ব = PM এবং ভূমি = OM

$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2$

বা, $OP^2 - PM^2 = OM^2$

বা, $\frac{OP^2}{OM^2} - \frac{PM^2}{OM^2} = \frac{OM^2}{OM^2}$ [উভয় পক্ষকে OM^2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(\frac{OP}{OM}\right)^2 - \left(\frac{PM}{OM}\right)^2 = 1$ [$\because \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}} = \sec\theta$ এবং $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \tan\theta$]

$\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ [প্রমাণিত]

■ $\operatorname{cosec}\theta$ এবং $\cot\theta$ এর মধ্যে সম্পর্ক : $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

প্রমাণ : মনে করি, $\theta = \angle XOA$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

$PM \perp OX$.

সুতরাং, $\triangle POM$ সমকোণী।

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, পিথাগোরাসের সূত্র হতে আমরা জানি,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

এখন, সমকোণী $\triangle POM$ এ,

অতিভুজ = OP , লম্ব = PM এবং ভূমি = OM

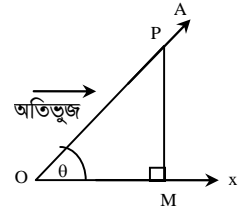
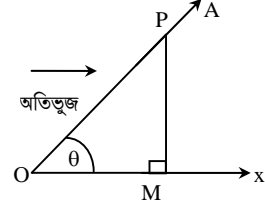
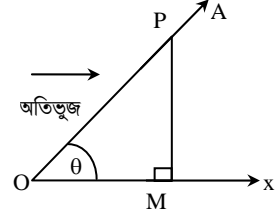
$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2$

বা, $OP^2 - OM^2 = PM^2$

বা, $\frac{OP^2}{PM^2} - \frac{OM^2}{PM^2} = \frac{PM^2}{PM^2}$ [উভয় পক্ষকে PM^2 দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\left(\frac{OP}{PM}\right)^2 - \left(\frac{OM}{PM}\right)^2 = 1$ [$\because \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \operatorname{cosec}\theta$ এবং $\frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \cot\theta$]

$\therefore \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ [প্রমাণিত]



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ নিচের গাণিতিক উক্তিগুলোর সত্য-মিথ্যা যাচাই কর। তোমার উত্তরের পবে যুক্তি দাও।

(ক) $\tan A$ এর মান সর্বদা 1 এর চেয়ে কম।

সমাধান : উক্তিটি মিথ্যা।

যুক্তি : যখন $A = 45^\circ$, তখন $\tan A$ এর মান $\tan 45^\circ = 1$ । আবার, যখন

$A = 60^\circ$ তখন $\tan A$ এর মান

$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = 1.732 > 1$

অর্থাৎ $\tan A$ এর মান 1 অথবা 1 অপেক্ষা বেশিও হতে পারে।

(খ) $\cot A$ হলো \cot ও A এর গুণফল।

সমাধান : উক্তিটি মিথ্যা।

যুক্তি : $\cot A$ দ্বারা একটি কোণের পরিমাপকে বুঝানো হয়।

A বাদে \cot এর আলাদা কোনো অর্থ বহন করে না।

(গ) A এর কোন মানের জন্য $\sec A = \frac{12}{5}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sec A = \frac{12}{5}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cos A} = \frac{12}{5}$$

$$\text{বা, } \cos A = \frac{5}{12} = \cos 65.37^\circ$$

[ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$$\therefore A = 65.37^\circ = 65.37^\circ$$

নির্ণেয় A এর মান 65.37°

(ঘ) \cos হলো \cotangent এর সর্ধবিশ্ত রূপ।

সমাধান : উক্তিটি মিথ্যা।

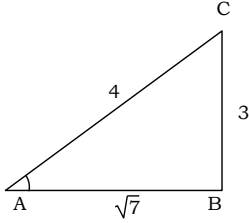
যুক্তি : \cotangent এর সর্ধবিশ্ত রূপ হলো \cot

এবং \cosine এর সর্ধবিশ্ত রূপ হলো \cos ।

প্রশ্ন ১২ ১ $\sin A = \frac{3}{4}$ হলে, A কোণের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sin A = \frac{3}{4}$

অতএব, A কোণের বিপরীত বাহু BC = 3 এবং অতিভুজ AC = 4



$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$$

$$= \sqrt{4^2 - 3^2}$$

$$= \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$$

$$\therefore \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\therefore \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{4}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{4}{3}$$

প্রশ্ন ১৩ ১ দেওয়া আছে, $15 \cot A = 8$, $\sin A$ ও $\sec A$ এর মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $15 \cot A = 8$

$$\therefore \cot A = \frac{8}{15}$$

অতএব, A কোণের বিপরীত বাহু BC = 15

সন্নিহিত বাহু AB = 8

$$\text{অতিভুজ } AC = \sqrt{(15)^2 + 8^2}$$

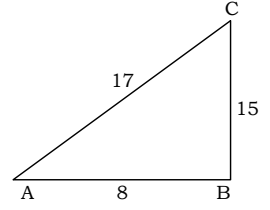
$$= \sqrt{225 + 64}$$

$$= \sqrt{289}$$

$$= 17$$

$$\therefore \sin A = \frac{15}{17} \text{ ও } \sec A = \frac{17}{8}$$

$$\text{নির্ণেয় মান, } \frac{15}{17} \text{ ও } \frac{17}{8}$$



প্রশ্ন ১৪ ১ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ, AB = 13 সে.মি., BC = 12 সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$ হলে, $\sin \theta$, $\cos \theta$ ও $\tan \theta$ এর মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ।

AB = 13 সে.মি., BC = 12 সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$

পিথাগোরাসের উপপাদ্য হতে পাই,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = (13)^2 - (12)^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 169 - 144$$

$$\text{বা, } AC^2 = 25$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{25}$$

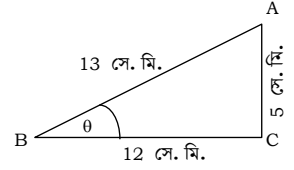
$$\therefore AC = 5$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{13}$$

$$\cos \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{13}$$

$$\text{এবং } \tan \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12}$$

$$\text{নির্ণেয় মান } \frac{5}{13}, \frac{12}{13}, \frac{5}{12}$$



প্রশ্ন ১৫ ১ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ কোণটি সমকোণ।

$\tan A = \sqrt{3}$ হলে, $\sqrt{3} \sin A \cos A = \frac{3}{4}$ এর সত্যতা যাচাই কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan A = \sqrt{3}$

অতএব, লম্ব = $\sqrt{3}$

এবং ভূমি = 1

$$\therefore \text{অতিভুজ} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{3 + 1}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

$$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{এবং } \cos A = \frac{1}{2}$$

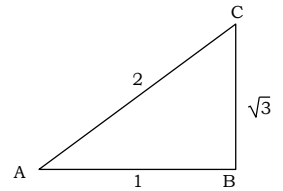
$$\text{বামপর্ব} = \sqrt{3} \sin A \cos A$$

$$= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= \frac{3}{4} = \text{ডানপর্ব}$$

সুতরাং $\sqrt{3} \sin A \cos A = \frac{3}{4}$ বাক্যটি সত্য।

■ প্রমাণ কর (৬ - ২০) :



প্রশ্ন ১৬ ১ (i) $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A}$
 $= \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos A}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{\sin A}\right)^2}$
 $= \frac{1}{\cos^2 A} + \frac{1}{\sin^2 A}$
 $= \cos^2 A + \sin^2 A$
 $= 1$
 $= \text{ডানপক্ষ} \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$

অর্থাৎ, $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

(ii) $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A}$
 $= \left(\frac{1}{\cos A}\right)^2 - \left(\frac{1}{\cot A}\right)^2$
 $= \sec^2 A - \tan^2 A$
 $\left[\because \frac{1}{\cos A} = \sec A \text{ এবং } \frac{1}{\cot A} = \tan A\right]$
 $= 1 + \tan^2 A - \tan^2 A \quad [\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A]$
 $= 1$
 $= \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

(iii) $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = 1$

সমাধান :
 বামপক্ষ = $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A}$
 $= \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}} = \frac{1}{\sin^2 A} - \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$
 $= \frac{1 - \cos^2 A}{\sin^2 A}$
 $= \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} \quad [\because 1 - \cos^2 A = \sin^2 A]$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৭ ১ (i) $\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A} + \frac{\cos A}{\sec A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A} + \frac{\cos A}{\sec A}$
 $= \frac{\sin A}{\frac{1}{\sin A}} + \frac{\cos A}{\frac{1}{\cos A}}$
 $= \sin A \cdot \sin A + \cos A \cdot \cos A$
 $= \sin^2 A + \cos^2 A$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\sin A}{\operatorname{cosec} A} + \frac{\cos A}{\sec A} = 1$ [প্রমাণিত]

(ii) $\frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A}$
 $= \sec A \times \frac{1}{\cos A} - \tan A \times \frac{1}{\cot A}$
 $= \sec A \cdot \sec A - \tan A \cdot \tan A$
 $\left[\because \sec A = \frac{1}{\cos A} \text{ এবং } \tan A = \frac{1}{\cot A}\right]$
 $= \sec^2 A - \tan^2 A$
 $= 1 + \tan^2 A - \tan^2 A$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\sec A}{\cos A} - \frac{\tan A}{\cot A} = 1$ [প্রমাণিত]

(iii) $\frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 A} = 1$

সমাধান :
 বামপক্ষ = $\frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 A}$
 $= \frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\sin^2 A}}$
 $= \frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{\sin^2 A}{1 + \sin^2 A}$
 $= \frac{1 + \sin^2 A}{1 + \sin^2 A}$
 $= 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৮ ১ (i) $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = \sec A \operatorname{cosec} A + 1$

সমাধান :

বামপক্ষ = $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A}$
 $= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}}$
 $= \frac{\frac{\sin A}{\cos A}}{\frac{\sin A - \cos A}{\sin A}} + \frac{\frac{\cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A - \sin A}{\cos A}}$
 $= \frac{\sin A}{\cos A} \times \left(\frac{\sin A}{\sin A - \cos A}\right) + \frac{\cos A}{\sin A} \times \left(\frac{\cos A}{\cos A - \sin A}\right)$
 $= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} + \frac{\cos^2 A}{\sin A (\cos A - \sin A)}$
 $= \frac{\sin^2 A}{\cos A (\sin A - \cos A)} - \frac{\cos^2 A}{\sin A (\sin A - \cos A)}$
 $= \frac{\sin^3 A - \cos^3 A}{\sin A \cdot \cos A (\sin A - \cos A)}$
 $= \frac{(\sin A - \cos A) (\sin^2 A + \sin A \cdot \cos A + \cos^2 A)}{\sin A \cdot \cos A (\sin A - \cos A)}$
 $\left[\because a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + ab + b^2)\right]$
 $= \frac{1 + \sin A \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos A}$
 $= \frac{1}{\sin A \cdot \cos A} + \frac{\sin A \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos A}$
 $= \left(\frac{1}{\cos A}\right) \left(\frac{1}{\sin A}\right) + 1$
 $= \sec A \cdot \operatorname{cosec} A + 1$
 $= \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = \sec A \operatorname{cosec} A + 1$ [প্রমাণিত]

(ii) $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A} = 1$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A}$
 $= \frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2 A}}$
 $= \frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{\tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$
 $= \frac{1 + \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} = 1 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{1 + \tan^2 A} + \frac{1}{1 + \cot^2 A} = 1$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ৯ ৥ $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \sin A + \cos A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}$
 $= \frac{\cos A}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}}$
 $= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A}$
 $= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A}$
 $= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos A - \sin A}$
 $= \cos A + \sin A = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \sin A + \cos A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১০ ৥ $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sin A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A}$
 $= \tan A \sqrt{\cos^2 A}$
 $= \frac{\sin A}{\cos A} \times \cos A = \sin A = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sin A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১১ ৥ $\frac{\sec A + \tan A}{\operatorname{cosec} A + \cot A} = \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$

সমাধান :

বামপক্ষ = $\frac{\sec A + \tan A}{\operatorname{cosec} A + \cot A}$
 $= \frac{(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)}{(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\sec A - \tan A)} \times \frac{(\operatorname{cosec} A - \cot A)}{(\operatorname{cosec} A - \cot A)}$
[হর ও লবকে একই রাশি দ্বারা গুণ করে]
 $= \frac{(\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)}{(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A)} \times \frac{(\operatorname{cosec} A - \cot A)}{(\sec A - \tan A)}$
 $= \frac{\sec^2 A - \tan^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A} \times \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$
 $= \frac{1 \cdot (\operatorname{cosec} A - \cot A)}{1 \cdot (\sec A - \tan A)}$
[$\because \sec^2 A - \tan^2 A = 1$; $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$]
 $= \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$
 $= \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\sec A + \tan A}{\operatorname{cosec} A + \cot A} = \frac{\operatorname{cosec} A - \cot A}{\sec A - \tan A}$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১২ ৥ $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \sec^2 A$

সমাধান :

বামপক্ষ = $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1}$
 $= \frac{\operatorname{cosec} A (\operatorname{cosec} A + 1) + \operatorname{cosec} A (\operatorname{cosec} A - 1)}{(\operatorname{cosec} A - 1)(\operatorname{cosec} A + 1)}$
 $= \frac{\operatorname{cosec}^2 A + \operatorname{cosec} A + \operatorname{cosec}^2 A - \operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$
 $= \frac{2 \operatorname{cosec}^2 A}{1 + \cot^2 A - 1} \quad [\because \operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A]$
 $= \frac{2 \operatorname{cosec}^2 A}{\cot^2 A} = \frac{2}{\cot^2 A} \cdot \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A}$
 $= \frac{2}{\sin^2 A} \times \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$
 $= 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 A}$
 $= 2 \cdot \left(\frac{1}{\cos A} \right)^2 = 2 \sec^2 A \quad \left[\because \sec A = \frac{1}{\cos A} \right]$
 $= \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A - 1} + \frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \sec^2 A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৩ ৥ $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A} = 2 \sec^2 A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A}$
 $= \frac{1 - \sin A + 1 + \sin A}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}$
 $= \frac{2}{1 - \sin^2 A}$
 $= \frac{2}{\cos^2 A} \quad [\because 1 - \sin^2 A = \cos^2 A]$
 $= 2 \sec^2 A$
 $= \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{1 + \sin A} + \frac{1}{1 - \sin A} = 2 \sec^2 A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৪ ৥ $\frac{1}{\operatorname{cosec} A - 1} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \tan^2 A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{1}{\operatorname{cosec} A - 1} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + 1}$
 $= \frac{\operatorname{cosec} A + 1 - \operatorname{cosec} A + 1}{(\operatorname{cosec} A - 1)(\operatorname{cosec} A + 1)}$
 $= \frac{2}{\operatorname{cosec}^2 A - 1}$
 $= \frac{2}{1 + \cot^2 A - 1} \quad [\because \operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A]$
 $= \frac{2}{\cot^2 A}$
 $= 2 \cdot \left(\frac{1}{\cot A} \right)^2 \quad \left[\because \tan A = \frac{1}{\cot A} \right]$
 $= 2 \cdot (\tan A)^2 = 2 \tan^2 A = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{1}{\operatorname{cosec} A - 1} - \frac{1}{\operatorname{cosec} A + 1} = 2 \tan^2 A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৫ ৥ $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$
 $= \frac{\sin^2 A + (1 - \cos A)^2}{(1 - \cos A) \sin A}$
 $= \frac{\sin^2 A + 1 - 2 \cos A + \cos^2 A}{\sin A (1 - \cos A)}$
 $= \frac{(\sin^2 A + \cos^2 A) + 1 - 2 \cos A}{\sin A (1 - \cos A)}$
 $= \frac{1 + 1 - 2 \cos A}{\sin A (1 - \cos A)} \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$
 $= \frac{2 - 2 \cos A}{\sin A (1 - \cos A)}$
 $= \frac{2(1 - \cos A)}{\sin A (1 - \cos A)}$
 $= 2 \cdot \frac{1}{\sin A}$
 $= 2 \operatorname{cosec} A \quad \left[\because \operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} \right]$
 = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৬ ৥ $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = 0$

সমাধান : বামপক্ষ = $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A}$
 $= \frac{\tan^2 A - (\sec A - 1)(\sec A + 1)}{\tan A (\sec A + 1)}$
 $= \frac{\tan^2 A - (\sec^2 A - 1)}{\tan A (\sec A + 1)}$
 $= \frac{\tan^2 A - (1 + \tan^2 A - 1)}{\tan A (\sec A + 1)} \quad [\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A]$
 $= \frac{\tan^2 A - \tan^2 A}{\tan A (\sec A + 1)}$
 $= \frac{0}{\tan A (\sec A + 1)}$
 $= 0 = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\tan A}{\sec A + 1} - \frac{\sec A - 1}{\tan A} = 0$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৭ ৥ $(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$

সমাধান : বামপক্ষ = $(\tan \theta + \sec \theta)^2$
 $= \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right)^2$
 $\left[\because \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \text{ এবং } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right]$
 $= \left(\frac{\sin \theta + 1}{\cos \theta} \right)^2$
 $= \frac{(1 + \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta}$
 $= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{1 - \sin^2 \theta}$
 $= \frac{(1 + \sin \theta)(1 + \sin \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}$
 $= \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$
 = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৮ ৥ $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \cdot \tan B$

সমাধান :

বামপক্ষ = $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$
 $= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\sin B}{\cos B}}{\frac{\cos B}{\sin B} + \frac{\sin A}{\cos A}}$
 $\left[\because \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} \text{ এবং } \tan B = \frac{\sin B}{\cos B} \right]$
 $= \frac{\frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\sin A \cdot \cos B}}{\frac{\cos B \cdot \cos A + \sin B \cdot \sin A}{\sin B \cdot \cos A}}$
 $= \frac{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}{\sin A \cdot \cos B} \times \frac{\sin B \cdot \cos A}{\cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B}$
 $= \frac{\cos A}{\sin A} \cdot \frac{\sin B}{\cos B} = \cot A \cdot \tan B = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \cdot \tan B$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ১৯ ৥ $\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}}$
 $= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}}$
 [লব ও হরকে $\sqrt{1 - \sin A}$ দ্বারা গুণ করে]
 $= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)^2}{1 - \sin^2 A}}$
 $= \sqrt{\frac{(1 - \sin A)^2}{\cos^2 A}}$
 $= \frac{1 - \sin A}{\cos A}$
 $= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A}$
 $= \sec A - \tan A \quad \left[\because \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \text{ এবং } \sec A = \frac{1}{\cos A} \right]$
 = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $\sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \sec A - \tan A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ২০ ৥ $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$

সমাধান : বামপক্ষ = $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$
 $= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)(\sec A + 1)}{(\sec A - 1)(\sec A + 1)}}$
 [লব ও হরকে $\sqrt{\sec A + 1}$ দ্বারা গুণ করে]
 $= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)^2}{\sec^2 A - 1}}$
 $= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)^2}{1 + \tan^2 A - 1}} \quad [\because \sec^2 A = 1 + \tan^2 A]$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{(\sec A + 1)^2}{\tan^2 A}} \\
 &= \frac{\sec A + 1}{\tan A} \\
 &= \frac{\sec A}{\tan A} + \frac{1}{\tan A} \\
 &= \frac{\cos A}{\sin A} + \cot A \\
 &= \frac{1}{\cos A} \cdot \frac{\cos A}{\sin A} + \cot A \\
 &= \frac{1}{\sin A} + \cot A \\
 &= \operatorname{cosec} A + \cot A \quad [\because \frac{1}{\sin A} = \operatorname{cosec} A] \\
 &= \text{ডানপক্ষ}
 \end{aligned}$$

অর্থাৎ, $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ২১ ৥ $\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$ হলে, প্রমাণ কর যে, $\cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos A + \sin A = \sqrt{2}\cos A$

বা, $\sin A = \sqrt{2}\cos A - \cos A$

বা, $\sin A = (\sqrt{2} - 1)\cos A$

বা, $\cos A = \frac{\sin A}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(\sqrt{2} + 1)\sin A}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$

[লব ও হরকে $\sqrt{2} + 1$ দ্বারা গুণ করে]

বা, $\cos A = \frac{(\sqrt{2} + 1)\sin A}{2 - 1}$

বা, $\cos A = (\sqrt{2} + 1)\sin A$

বা, $\cos A = \sqrt{2}\sin A + \sin A$

$\therefore \cos A - \sin A = \sqrt{2}\sin A$ [প্রমাণিত]

প্রশ্ন ২২ ৥ যদি $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হয়, তবে $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan^2 A = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

বা, $\tan^2 A = \frac{1}{3}$

বা, $\frac{1}{\cot^2 A} = \frac{1}{3} \therefore \cot^2 A = 3$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$

$\therefore \operatorname{cosec}^2 A = 1 + 3 = 4$ [$\because \cot^2 A = 3$]

এবং $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A$

$\therefore \sec^2 A = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

এখন, প্রদত্ত রাশি = $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} \\
 &= \frac{\frac{12 - 4}{3}}{\frac{12 + 4}{3}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৩ ৥ $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$ হলে, $\operatorname{cosec} A + \cot A$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

আমরা জানি, $\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = 1$

বা, $(\operatorname{cosec} A + \cot A) \cdot \frac{4}{3} = 1$ [মান বসিয়ে]

$\therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4}$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৪ ৥ $\cot A = \frac{b}{a}$ হলে, $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{b}{a}$

বা, $\cot^2 A = \frac{b^2}{a^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $1 + \cot^2 A = 1 + \frac{b^2}{a^2}$ [উভয়পক্ষে 1 যোগ করে]

বা, $\operatorname{cosec}^2 A = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$

বা, $\frac{1}{\sin^2 A} = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$

বা, $\sin^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$

বা, $\sin A = \sqrt{\frac{a^2}{a^2 + b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

আবার, $\sin^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$ হলে,

$1 - \cos^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$

বা, $1 - \frac{a^2}{a^2 + b^2} = \cos^2 A$

বা, $\frac{a^2 + b^2 - a^2}{a^2 + b^2} = \cos^2 A$

বা, $\cos^2 A = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$

বা, $\cos A = \sqrt{\frac{b^2}{a^2 + b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

প্রদত্ত রাশি = $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$

= $\frac{\frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{b \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{\frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$ [মান বসিয়ে]

= $\frac{\frac{a^2 - b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ (Ans.)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $\triangle ABC$ এর $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$ সে.মি., $BC = 4$ সে.মি. হলে, $\sin C$ এর মান কত?

- ক) $\frac{5}{3}$ খ) $\frac{4}{5}$ গ) $\frac{3}{5}$ ঘ) $\frac{3}{5}$

২. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ হলে $\cos^2 \theta$ এর মান কত?

- ক) $\frac{16}{9}$ খ) $\frac{25}{16}$ গ) $\frac{9}{16}$ ঘ) $\frac{16}{25}$

৩. $\sec \theta + \tan \theta = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec \theta - \tan \theta$ এর মান কত?

- ক) $\frac{2}{5}$ খ) $\frac{3}{5}$ গ) $\frac{5}{6}$ ঘ) $\frac{4}{5}$

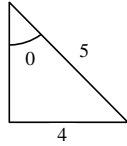
৪. $\operatorname{cosec} \theta + \cot \theta = \frac{5}{6}$ হলে, $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta =$ কত?

- ক) $\frac{1}{6}$ খ) $\frac{5}{6}$ গ) 1 ঘ) $\frac{6}{5}$

৫. $\cos \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\tan \theta$ এর মান কত?

- ক) 2 ঘ) $\sqrt{3}$ গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ) $\frac{1}{2}$

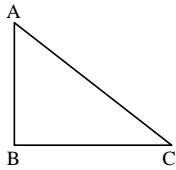
৬.



চিত্রের আলোকে $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান কত?

- ক) $\frac{5}{4}$ খ) $\frac{4}{5}$ গ) $\frac{3}{4}$ ঘ) $\frac{3}{5}$

৭. চিত্রে $AB = 5$ সে.মি. $BC = 12$ এবং $\angle ACB = \theta$ হলে, $\sin \theta + \cos \theta$ এর মান কত?



- ক) $\frac{5}{12}$ খ) $\frac{5}{12}$ গ) $\frac{12}{13}$ ঘ) $\frac{17}{13}$

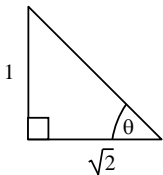
৮. $\sin \theta = \frac{4}{5}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, $\tan \theta = ?$

- ক) $\frac{5}{\sqrt{21}}$ খ) $\frac{\sqrt{41}}{5}$ গ) $\frac{3}{4}$ ঘ) $\frac{4}{5}$

৯. $\cos \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cot \theta$ এর মান কত?

- ক) 1 ঘ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ) 2

১০.



$\sin \theta$ এর মান কত?

- ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ঘ) $\sqrt{2}$

১১. $5 \sin A = 3$ হলে, $\tan A$ এর মান কত?

- ক) $\frac{4}{5}$ খ) $\frac{5}{4}$ ঘ) $\frac{3}{4}$ ঘ) $\frac{4}{3}$

১২. ত্রিকোণমিতিক সম্পর্কের বেট্রে—

- i. $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$
ii. $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$
iii. $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 - \cot^2 \theta$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

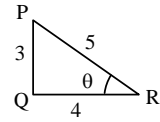
১৩. ত্রিকোণমিতিক সম্পর্কের বেট্রে—

- i. $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$
ii. $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$
iii. $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 - \tan^2 \theta$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



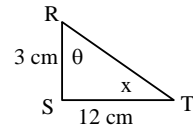
১৪. $\cos \theta$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক) $\frac{3}{5}$ খ) $\frac{3}{4}$ ঘ) $\frac{4}{5}$ ঘ) $\frac{5}{4}$

১৫. $\frac{\tan^2 \theta + 1}{\sin^2 \theta - 1}$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক) $-\frac{35}{8}$ ঘ) -2.44 গ) -1 ঘ) 1.56

নিচের তথ্যের আলোকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



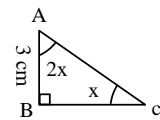
১৬. RT বাহুর মান নির্ণয় কর।

- ক) ৪ সে.মি. খ) 10.91 সে.মি. ঘ) 13 সে.মি. ঘ) 7 সে.মি.

১৭. $\sqrt{1 + \tan^2 \theta}$ এর মান কত?

- ক) $\frac{13}{5}$ খ) $\frac{13}{12}$ গ) $\frac{12}{13}$ ঘ) $\frac{5}{13}$

নিচের তথ্যের আলোকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৮. x এর মান কত?

- ক) 30° খ) 45° গ) 60° ঘ) 90°

১৯. BC = কত?

- ক) 6 cm খ) $2\sqrt{3}$ cm ঘ) $3\sqrt{3}$ cm ঘ) $4\sqrt{3}$ cm

২০. Trigon শব্দটি কোন ভাষা থেকে এসেছে?

(সহজ)

- ক) ইংরেজি ● গ্রিক
গ) উর্দু ঙ) বাংলা

২১. ত্রিকোণমিতিতে নিচের কোনটির পরিমাপ নিয়ে আলোচনা করা হয়?

(সহজ)

- ক) বৃত্ত ঙ) আয়তক্ষেত্র
● ত্রিভুজ ঙ) সামান্তরিক

২২. সমকোণী ত্রিভুজে সমকোণের বিপরীত বাহু কোণটি?

(সহজ)

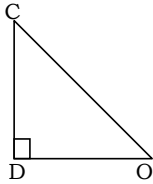
- ক) ভূমি ● অতিভুজ গ) উন্নতি ঙ) লম্ব

২৩. কোণের সরাসরি বিপরীত দিকের বাহুকে কী বলে?

(সহজ)

- বিপরীত বাহু ঙ) অতিভুজ
গ) সন্নিহিত বাহু ঙ) কর্ণ

২৪.



চিত্রে $\angle OCD$ এর সন্নিহিত বাহু নিচের কোনটি?

(সহজ)

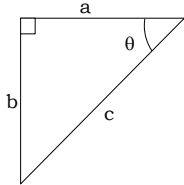
- CD ঙ) OC গ) DO ঙ) CD + CD

২৫. $\triangle OPN$ এ $\angle N = 90^\circ$ হলে $\angle OPN$ এর বিপরীত বাহু নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ক) PN ● ON গ) PO ঙ) OP + PN

২৬.



চিত্রে θ কোণের সাপেবে অতিভুজ কত একক?

(সহজ)

- ক) a ঙ) b ● c ঙ) $\sqrt{a^2 + c^2}$

২৭. ১৭ সে.মি., ৮ সে.মি. ও ১৫ সে.মি. বাহুত্রয় দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ গঠন করলে এর অতিভুজ কত সে.মি. হবে?

(সহজ)

- ক) ৮ ঙ) ১৫ ● ১৭ ঙ) ২৩

ব্যাখ্যা : সমকোণী ত্রিভুজের বেধে বৃহত্তম বাহু সবসময়ই অতিভুজ হবে।

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৮. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলো অতিভুজ, ভূমি ও লম্ব নামে অভিহিত হয়
 - ‘অতিভুজ’, সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু যা সমকোণের বিপরীত বাহু
 - ‘সন্নিহিত বাহু’, যা প্রদত্ত কোণ সৃষ্টিকারী একটি রেখাংশ
- নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
- ক) i ও ii ঙ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

২৯. $\angle OPN$ কোণের জন্য—

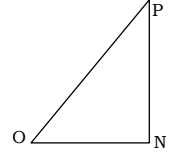
i. অতিভুজ OP

ii. সন্নিহিত বাহু ON

iii. বিপরীত বাহু ON

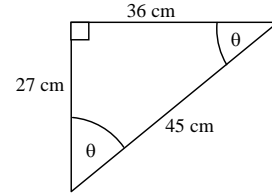
নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)



- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঙ) i, ii ও iii

৩০.



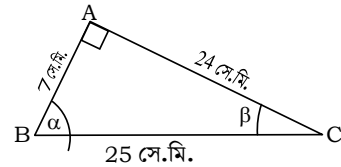
চিত্রে θ কোণের সাপেবে—

- এর অতিভুজ ৪৫ সে.মি
 - অতিভুজের বিপরীত দুই বাহুর যোগফল ৬৩ সে.মি
 - সন্নিহিত বাহু ও বিপরীত বাহুর যোগফল অতিভুজের সমান
- নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
- i ও ii ঙ) i ও iii গ) ii ও iii ঙ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

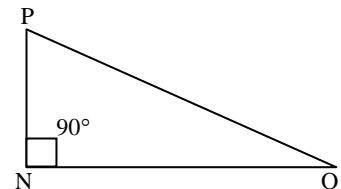
■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩১ – ৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C = \beta$, $\angle B = \alpha$ এবং AB = ৭ সে.মি.; BC = ২৫ সে.মি.; AC = ২৪ সে.মি.।



- β কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)
● ৭ ঙ) ২৪ গ) ২৫ ঙ) ৬
- নিচের কোন কোণটির জন্য সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ২৪ সে.মি.? (সহজ)
ক) α ● β গ) $\alpha + \beta$ ঙ) $\alpha - \beta$
- α কোণের অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? (সহজ)
ক) ৭ ঙ) ২৪ ● ২৫ ঙ) ৫

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ – ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

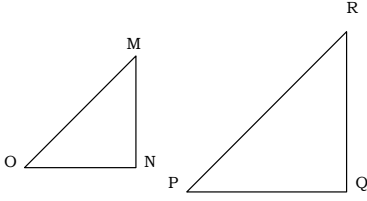


- $\angle PON$ এর জন্য অতিভুজ নিচের কোনটি? (সহজ)
● PO ঙ) PN গ) ON ঙ) PO + ON
- $\angle PON$ এর সন্নিহিত বাহু নিচের কোনটি? (সহজ)
● ON ঙ) NP গ) PO ঙ) PO + ON
- $\angle PON$ এর জন্য বিপরীত বাহু নিচের কোনটি? (সহজ)
ক) ON ● NP গ) PO ঙ) PO + ON

৯.২ : সদৃশ সমকোণী ত্রিভুজের বাহুগুলোর অনুপাত সমূহের ধ্রুবতা

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৭.



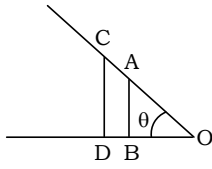
$\angle OMN$ ও $\angle PRQ$ কোণের বেত্রে কোন শর্তে এরা সদৃশ সমকোণী?

(মধ্যম)

• $\frac{OM}{PR} = \frac{ON}{PQ}$ | $\frac{MO}{PR} = \frac{MN}{PQ}$ | $\frac{OM}{PR} = \frac{NO}{QR}$ | $\frac{MN}{PQ} = \frac{MO}{RQ}$

৩৮. $\triangle AOB$ ও $\triangle COD$ -এর কোন বেত্রে এদের বাহুগুলোর অনুপাত প্রবব?

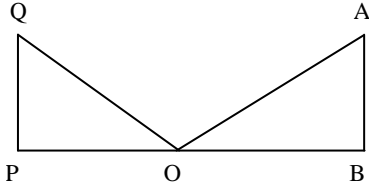
(মধ্যম)



• $\frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD}$ | $\frac{AB}{OA} = \frac{CD}{DO}$ | $\frac{OA}{OB} = \frac{AD}{BC}$ | $\frac{CD}{AB} = \frac{DO}{OA}$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৯.



এবং $\frac{PQ}{PO} = \frac{AB}{AO}$ হলে—

i. $\triangle POQ$ ও $\triangle OAB$ সদৃশ ii. $PQ \cdot OB = AB \cdot OQ$

iii. $\frac{PO}{QO} = \frac{AO}{BO}$

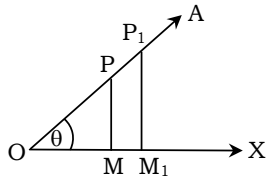
নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii • i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪০ – ৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



চিত্রে $\triangle POM$ ও $\triangle P1OM1$ সদৃশ।

৪০. $\frac{PM}{P1M1} = \frac{OP}{OP1}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

• $\frac{PM}{OP} = \frac{P1M1}{OP1}$ খ $\frac{PM}{OP1} = \frac{P1M1}{OP}$

গ $\frac{P1M1}{OP} = \frac{OP}{PM}$ ঘ $\frac{P1M1}{MP} = \frac{OP}{OP1}$

৪১. $\triangle POM$ ও $\triangle P1OM1$ সদৃশ হওয়ায় নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক $OM = OP$ খ $P1M1 = PM$

গ $\frac{OM}{OP} = P1M1$

• $\frac{OM}{OM1} = \frac{OP}{OP1}$

৪২. $\frac{PM}{P1M1} = \frac{OM}{OM1}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

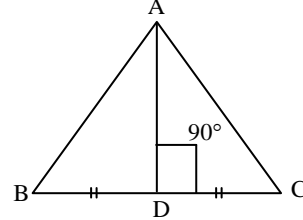
ক $\frac{P1M1}{OM1} = \frac{OM}{PM}$

• $\frac{PM}{OM} = \frac{P1M1}{OM1}$

গ $\frac{PM}{OM} = \frac{OM1}{P1M1}$

খ $P1M1 = OM1$

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৪৩ ও ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৪৩. $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

ক $\triangle ABD = \triangle ACD$

• $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ সদৃশ

গ $\triangle ABD < \triangle ACD$

খ $\triangle ABD > \triangle ACD$

৪৪. $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ সদৃশ হলে নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

• $AB = AC$

খ $AB \cdot AC = AD^2$

গ $AD^2 = \frac{AB}{AC}$

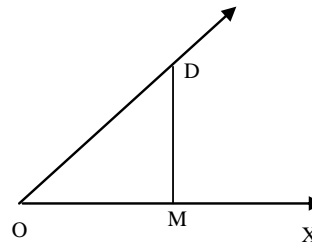
খ $AD^2 = \frac{AC}{AB}$

৯.৩ : সূক্ষ্মকোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৫. পাশের চিত্রে সমকোণী $\triangle POM$ -এ $\angle XO A = \theta$ ধরলে কোন Q এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সংখ্যা কয়টি হবে?

(সহজ)



• 6 খ 5 গ 4 ঘ 3

৪৬. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণ θ -এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সংখ্যা কয়টি?

(সহজ)

ক 3 খ 4 গ 5 • 6

৪৭. θ কোণের \cos এর অনুপাত নিচের কোনটি?

(সহজ)

• $\frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

খ $\frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

গ $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$

খ $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

৪৮. θ কোণের \tan এর অনুপাত নিচের কোনটি?

(সহজ)

ক $\frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

খ $\frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

গ $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$

• $\frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$

৪৯. $\sin \theta$ ও $\csc \theta$ এর মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোনটি?

(মধ্যম)

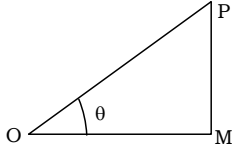
ক $\sin \theta = \csc \theta$

খ $\sin \theta + \csc \theta = 1$

● $\sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = 1$ ৩. $\frac{1}{\sin\theta} + \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} = 1$

ব্যাখ্যা : $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta} \therefore \sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = 1$

৫০. ΔPOM এ θ কোণের প্রেক্ষিতে লম্ব PM এর মান কত? (মধ্যম)

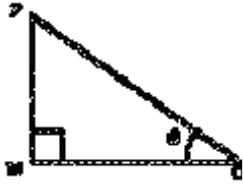


● $OP\sin\theta$ ৩. $OP\cos\theta$ ৭. $OM\cot\theta$ ৩. $OM\sec\theta$

৫১. $\sec\theta$ এর বিপরীত অনুপাত নিচের কোনটি? (সহজ)

৩. $\operatorname{cosec}\theta$ ৩. $\sin\theta$ ৭. $\frac{1}{\sin\theta}$ ● $\frac{1}{\cos\theta}$

৫২. নিচের চিত্রটি লব কর :



চিত্রে ΔPOM একটি সমকোণী ত্রিভুজ। তাহলে $\frac{OP}{PM}$ শর্তসাপেক্ষে

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

৩. $\cot\theta$ ৩. $\sec\theta$ ● $\operatorname{cosec}\theta$ ৩. $\tan\theta$

৫৩. $\operatorname{cosecant}$ এর সর্বাধিক বৃদ্ধি প নিচের কোনটি? (সহজ)

৩. \cot ৩. \sec ৭. \tan ● cosec

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৪. সমকোণী ত্রিভুজ PMO এর PM বিপরীত বাহু, OM সন্নিহিত বাহু ও OP অতিভুজ হলে—

i. $\sin = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PM}{OP}$

ii. $\cos\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{OM}{OP}$

iii. $\tan\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{PM}{OM}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

৩. i ও ii ৩. i ও iii ৭. ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৫. $\sin\theta$ প্রতীকটি—

i. θ কোণের সাইন-এর অনুপাতকে বোঝায়

ii. \sin ও θ এর গুণফল

iii. θ বাদে \sin আলাদা কোনো অর্থ বহন করে না

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

৩. i ও ii ● i ও iii ৭. ii ও iii ৩. i, ii ও iii

৫৬. θ কোণের \cotangent অনুপাত সমান—

i. $\frac{1}{\tan\theta}$ ii. $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

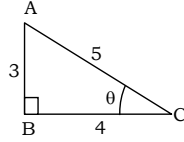
iii. $\operatorname{cosec}\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii ৩. i ও iii ৭. ii ও iii ৩. i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৫৭ – ৬০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৫৭. $\sin\theta$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

৩. $\frac{3}{4}$ ● $\frac{3}{5}$ ৭. $\frac{4}{3}$ ৩. $\frac{5}{4}$

ব্যাখ্যা : $\sin\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

৫৮. $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

● $\frac{5}{3}$ ৩. $\frac{4}{3}$ ৭. $\frac{3}{4}$ ৩. $\frac{4}{5}$

ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$

৫৯. $\cos\theta$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

৩. $\frac{5}{4}$ ● $\frac{4}{5}$ ৭. $\frac{3}{5}$ ৩. $\frac{5}{3}$

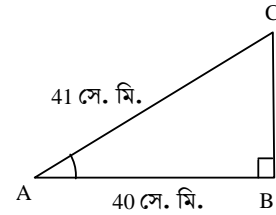
ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$

৬০. $\sec\theta$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

● $\frac{5}{4}$ ৩. $\frac{4}{5}$ ৭. $\frac{3}{5}$ ৩. $\frac{3}{5}$

ব্যাখ্যা : $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$

■ নিচের তথ্যর আলোকে ৬১ – ৬৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬১. BC এর মান কত? (মধ্যম)

● 9 সে.মি. ৩. 29 সে. মি. ৭. 39 সে. মি. ৩. 49 সে.মি.

৬২. $\sin\angle BAC$ -এর মান কত? (সহজ)

৩. $\frac{9}{40}$ ৩. $\frac{9}{41}$ ● $\frac{40}{41}$ ৩. $\frac{81}{41}$

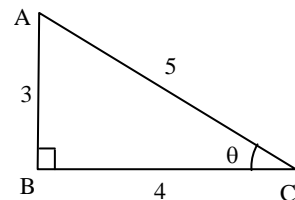
ব্যাখ্যা : $\sin\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{9}{41}$

৬৩. $\tan\angle BAC$ -এর মান কত? (সহজ)

● $\frac{9}{40}$ ৩. $\frac{9}{41}$ ৭. $\frac{40}{41}$ ৩. $\frac{41}{40}$

ব্যাখ্যা : $\tan\angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{9}{40}$

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৬৪ ও ৬৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৬৪. $\sec\theta =$ কত? (সহজ)

- $\frac{5}{4}$ ৩ $\frac{4}{5}$ ৪ $\frac{3}{5}$ ৫ $\frac{5}{3}$

৬৫. $\operatorname{cosec} \theta =$ কত? (সহজ)

- $\frac{5}{3}$ ৩ $\frac{4}{3}$ ৪ $\frac{3}{4}$ ৫ $\frac{4}{5}$

৯.৪ : ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর সম্পর্ক

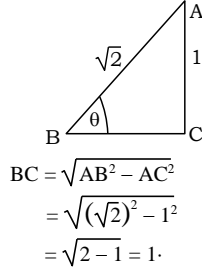
সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৬. $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\sec \theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক 1 ৩ 2 ● $\sqrt{2}$ ৫ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা : $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sec \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$



$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$
 $= \sqrt{(\sqrt{2})^2 - 1^2}$
 $= \sqrt{2 - 1} = 1$

৬৭. $\operatorname{cosec} \theta = 2\sqrt{2}$ ও $\cos \theta = \frac{1}{4\sqrt{2}}$ হলে $\cot \theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক 2 ৩ $\sqrt{2}$ ৪ 1 ● $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $\sin \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1/4\sqrt{2}}{1/2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

৬৮. $\sin \theta = \frac{1}{2}$ এবং $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\tan \theta =$ কত? (মধ্যম)

- ক $\sqrt{3}$ ৩ $\sqrt{2}$ ৪ 1 ● $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ব্যাখ্যা : $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

৬৯. $\cot \theta = \frac{5}{13}$ হলে $\tan \theta$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক $\frac{5}{13}$ ৩ $\frac{12}{5}$
 ৪ $\frac{5}{12}$ ● $\frac{13}{5}$

ব্যাখ্যা : $\cot \theta = \frac{5}{13}$, $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta} = \frac{1}{\frac{5}{13}} = \frac{13}{5}$

৭০. $\sec A \cdot \sin A =$ কত? (সহজ)

- $\tan A$ ৩ $\cot A$ ৪ $\cos A$ ৫ $\sin A$

৭১. $\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$ হলে, $\tan A =$ কত? (মধ্যম)

- $\frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$ ৩ $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$ ৪ $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b}$ ৫ $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

৭২. $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ও $\sec \theta = 2$ হলে $\tan \theta =$ কত? (মধ্যম)

- ক $3\sqrt{3}$ ৩ $6\sqrt{2}$ ৪ $9\sqrt{2}$ ● $\sqrt{3}$

ব্যাখ্যা : $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\frac{1}{\sec \theta}} = \sin \theta \cdot \sec \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$

৭৩. $\tan \theta$ ও $\cot \theta$ এর মধ্যে সম্পর্ক নিচের কোনটি? (মধ্যম)

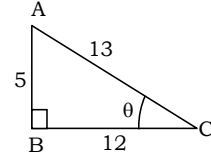
- ক $\tan \theta + \cot \theta = 1$ ● $\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$

- ৬ $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 1$ ৫ $\frac{1}{\tan \theta} + \frac{1}{\cot \theta} = 1$

৭৪. $\sin \theta = \frac{5}{13}$ হলে, $\cos \theta =$ কত? (মধ্যম)

- $\frac{12}{13}$ ৩ $-\frac{12}{13}$ ৪ $\pm \frac{12}{13}$ ৫ $\pm \frac{13}{12}$

৭৫. $\sin \theta + \cos \theta = ?$ (মধ্যম)



- $\frac{17}{13}$ ৩ $\frac{13}{17}$ ৪ $\frac{229}{160}$ ৫ $\frac{169}{229}$

ব্যাখ্যা : $\sin \theta = \frac{5}{13}$, $\cos \theta = \frac{12}{13}$

$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{5+12}{13} = \frac{17}{13}$

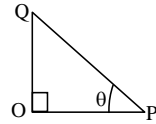
৭৬. $\tan^2 4^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 A$ সমান কত? (মধ্যম)

- ক $\sin^2 A$ ৩ $\cos^2 A$ ৪ $\sin^2 \theta$ ● $\sec^2 \theta$

বহুপদী সমাস্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭৭. চিত্রে $\cot \theta$ এর সমান হবে—

- i. $\frac{OP}{OQ}$
 ii. $\frac{\sec \theta}{\tan \theta}$
 iii. $\frac{\cos \theta}{\sin \theta}$



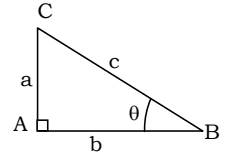
নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- ক i ও ii ● i ও iii ৩ ii ও iii ৫ i, ii ও iii

৭৮. চিত্রে—

- i. $\sin B = \frac{a}{c}$
 ii. $\cos B = \frac{b}{c}$
 iii. $\tan B = \frac{a}{a+c}$



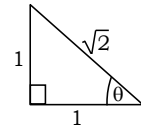
নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- i ও ii ৩ i ও iii ৪ ii ও iii ৫ i, ii ও iii

৭৯. চিত্রে—

- i. $\tan \theta = 1$
 ii. $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 iii. $\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{1}{2}$



নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক i ও ii ৩ i ও iii ৪ ii ও iii ● i, ii ও iii

৮০. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. $\operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$
 ii. $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
 iii. $\sec \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

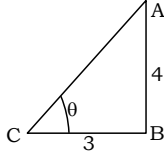
নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- i ও ii ☒ i ও iii ☐ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮১ – ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৮১. $\sin\theta$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

- $\frac{4}{5}$ ☒ $\frac{5}{4}$ ☐ $\frac{3}{5}$ ☒ $\frac{3}{4}$

৮২. $\cot\theta$ এর মান কোনটি? (সহজ)

- ☐ $\frac{4}{5}$ ● $\frac{3}{4}$ ☐ $\frac{4}{3}$ ☒ $\frac{5}{3}$

৮৩. $\cos\theta \cdot \sec\theta + \tan\theta \cdot \cot\theta$ এর মান কোনটি? (কঠিন)

- ☐ 3 ● 2 ☐ 1 ☒ 0

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮৪ – ৮৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\cot A = \frac{b}{a}$ হলে

৮৪. $\tan A =$ কত? (সহজ)

- ☐ $\frac{b}{a}$ ● $\frac{a}{b}$ ☐ $\frac{b^2}{a^2}$ ☒ $\sqrt{\frac{b}{a}}$

৮৫. $\operatorname{cosec} A =$ কত? (মধ্যম)

- ☐ $\sqrt{\frac{a+b}{a}}$ ☒ $\sqrt{a^2 - b^2}$ ● $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}}$ ☒ $\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b}}$

৮৬. $\sec A =$ কত? (মধ্যম)

- $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{b^2}}$ ☒ $\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a}}$ ☐ $\sqrt{\frac{a - b}{b}}$ ☒ $\sqrt{\frac{a + b}{a}}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮৭ – ৮৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$3\sin A - 2\cos A = 0$.

৮৭. $\cot A$ এর মান কত? (সহজ)

- ☐ $\frac{2}{3}$ ● $\frac{3}{2}$ ☐ $\frac{5}{3}$ ☒ $\frac{3}{5}$

ব্যাখ্যা : $2\cos A = 3\sin A$ বা $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{3}{2} = \cot A$.

৮৮. $\operatorname{cosec} A \cdot \cos A =$? (সহজ)

- $\frac{3}{2}$ ☒ $\frac{2}{3}$ ☐ $\frac{5}{3}$ ☒ $\frac{3}{5}$

ব্যাখ্যা : $2\cos A = 3\sin A$

বা $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{3}{2}$

বা, $\frac{3}{2} = \operatorname{cosec} A \cdot \cos A$.

৮৯. $\sin A \operatorname{cosec} A =$? (সহজ)

- 1 ☒ 2 ☐ 3 ☒ $\frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা : $\sin, \operatorname{cosec}$ এর বিপরীত হওয়ায় $\sin A$ এর সাথে $\operatorname{cosec} A$ এর গুণফল 1 হবে।

৯.৫ : ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৯০. $\sin\theta \sqrt{\operatorname{cosec}^2\theta - 1} =$ কত? (সহজ)

- ☐ 1 ☒ $\sin\theta$ ● $\cos\theta$ ☒ $\sin\theta \tan\theta$

৯১. $\tan\theta \sqrt{1 - \sin^2\theta} =$ কত? (মধ্যম)

- ☐ $\cos\theta$ ☒ $\sec\theta$ ☐ $\operatorname{cosec}\theta$ ● $\sin\theta$

ব্যাখ্যা : $\tan\theta \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \tan\theta \sqrt{\cos^2\theta} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cos\theta = \sin\theta$

৯২. নিচের কোন ত্রিকোণমিতিক সমীকরণটি সঠিক? (সহজ)

- $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$ ☒ $\sec^2\theta + \tan^2\theta = 1$
☐ $\sin^2\theta - \cos^2\theta = 1$ ☒ $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 1$

৯৩. $\operatorname{cosec}^2\theta - 1 =$ কত? (সহজ)

- ☐ $\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta$ ☒ $\tan^2\theta$
☐ $\operatorname{cosec}^2\theta \cdot \sin^2\theta$ ● $\cos^2\theta \cdot \operatorname{cosec}^2\theta$

৯৪. $\sec\theta = \frac{x}{y}$ হলে, $\cot\theta =$ কত? (মধ্যম)

- ☐ $\frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{y}$ ☒ $\frac{\sqrt{y^2 - x^2}}{y}$ ● $\frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$ ☒ $\frac{y}{\sqrt{y^2 - x^2}}$

৯৫. $\cot\theta = \frac{x}{y}$ হলে, $\operatorname{cosec}\theta =$ কত? (মধ্যম)

- ☐ $\frac{\sqrt{x^2 - y^2}}{y}$ ☒ $\frac{y}{\sqrt{x^2 - y^2}}$ ● $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y}$ ☒ $\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

৯৬. $\sec\theta = \sqrt{x^2 + 1}$ হলে, $\tan\theta$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- x ☒ $x^2 - 1$ ☐ $\frac{1}{x}$ ☒ $\sqrt{1 - x^2}$

ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \sqrt{\sec^2\theta - 1} = \sqrt{x^2 + 1 - 1} = x$

৯৭. $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$ হলে $\sec\theta - \tan\theta$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ☐ $\frac{5}{2}$ ● $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{5}{3}$ ☒ $\frac{3}{5}$

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

বা, $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $\frac{5}{2}(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

বা, $\sec\theta - \tan\theta = 1 \times \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

৯৮. $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{3}$ হলে $\cos^4\theta - \sin^4\theta =$ কত? (মধ্যম)

- ☐ 3 ● $\frac{1}{3}$ ☐ 1 ☒ 2

ব্যাখ্যা : $\cos^4\theta - \sin^4\theta = (\cos^2\theta)^2 - (\sin^2\theta)^2$

$= (\cos^2\theta + \sin^2\theta)(\cos^2\theta - \sin^2\theta) = 1 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

৯৯. $\operatorname{cosec}^2\theta - 1$ সমান কত? (মধ্যম)

- ☐ $\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta$ ☒ $\tan^2\theta$
☐ $\operatorname{cosec}^2\theta \cdot \sin^2\theta$ ● $\cos^2 \cdot \operatorname{cosec}^2\theta$

ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \cot^2\theta = \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = \cos^2 \cdot \operatorname{cosec}^2\theta$

১০০. $\sec A = \frac{3}{2}$ হলে, $\cot A =$ কত? (মধ্যম)

- ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ☐ $\frac{3}{2}$ ☒ $\frac{2}{3}$

ব্যাখ্যা : $\tan A = \sqrt{\sec^2 A - 1} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 1} = \sqrt{\frac{9}{4} - 1}$

$= \sqrt{\frac{9-4}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \therefore \cot A = \frac{2}{\sqrt{5}}$

১০১. $\tan\theta = \sqrt{3}$ হলে, $\sec\theta =$ কত? (সহজ)

- ☐ $\sqrt{2}$ ☒ $\sqrt{10}$ ☐ 10 ● 2

ব্যাখ্যা : $\sec\theta = \sqrt{1 + \tan^2\theta} = \sqrt{1 + (\sqrt{3})^2}$

$$= \sqrt{1+3} = 2$$

১০২. $\sin\theta = \frac{x}{y}$ হলে $\cos\theta = ?$ (সহজ)

ক) $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$ খ) $\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{x}$ গ) $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$ ঘ) $\frac{\sqrt{y^2-x^2}}{x}$

ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \sqrt{1+\sin^2\theta} = \sqrt{1+\frac{x^2}{y^2}} = \frac{\sqrt{y^2-x^2}}{y}$
 $= \sqrt{1+3} = 2$

১০৩. $\cos\theta + \cos^2\theta = 1$ হলে $\tan\theta = ?$ (কঠিন)

ক) $\sin\theta$ খ) $\cos\theta$ গ) $\sec\theta$ ঘ) $\csc\theta$

ব্যাখ্যা : $\cos\theta + \cos^2\theta = 1$ বা $\cos\theta = 1 - \cos^2\theta = \sin^2\theta$

বা, $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\sin\theta}$ বা, $\tan\theta = \csc\theta$

১০৪. $\tan\theta + \cos\theta = 2$ হলে, $\tan\theta - \cos\theta =$ কত? (মধ্যম)

ক) ০ খ) ১ গ) ৪ ঘ) $\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা : $(\tan\theta - \cos\theta)^2 = (\tan\theta + \cos\theta)^2 - 4\tan\theta \cdot \cos\theta = (2)^2 - 4 \cdot \tan\theta \cdot \cos\theta$

$\frac{1}{\tan\theta} = 4 - 4 = 0$

১০৫. $\sin\theta + \cos\theta = 1$ হলে, $\sin\theta \cdot \cos\theta =$ কত? (মধ্যম)

ক) ০ খ) -১ গ) $\frac{1}{2}$ ঘ) ১

ব্যাখ্যা : $\sin\theta + \cos\theta = 1$

বা, $\sin^2\theta + 2\sin\theta \cdot \cos\theta + \cos^2\theta = 1$

বা, $1 + 2\sin\theta \cdot \cos\theta = 1$

বা, $2\sin\theta \cdot \cos\theta = 0$

$\therefore \sin\theta \cdot \cos\theta = 0$

১০৬. $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = ?$ (মধ্যম)

ক) $\sec^2 A$ খ) $\csc^2 A$ গ) ১ ঘ) $\tan A$

ব্যাখ্যা : $\frac{1}{\sin^2 A} - \frac{1}{\tan^2 A} = \csc^2 A - \cot^2 A = 1$

১০৭. $\frac{\tan\theta}{\sec\theta + 1} - \frac{\sec\theta - 1}{\tan\theta}$ এর মান কত? (মধ্যম)

ক) ০ খ) ১ গ) $\frac{1}{2}$ ঘ) ২

ব্যাখ্যা : $\frac{(\tan^2\theta - \sec^2\theta - 1)(\sec\theta + 1)}{(\sec\theta - 1)\tan\theta} = \frac{\tan^2 - (\sec^2 - 1)}{\tan\theta(1 + \sec\theta)}$
 $= \frac{\tan^2\theta - \sec^2\theta}{\tan\theta(1 + \sec\theta)} = \frac{0}{\tan\theta(1 + \sec\theta)}$

১০৮. $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} =$ কত? (সহজ)

ক) $\tan A$ খ) $\cot A$ গ) ১ ঘ) -১

১০৯. $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\cot^2 A$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ) $\frac{1}{3}$ গ) $\sqrt{3}$ ঘ) ৩

১১০. $\frac{1}{\csc^2\theta - 1} =$ কত? (মধ্যম)

ক) $\cot^2\theta$ খ) $\sec^2\theta$ গ) $\csc^2\theta$ ঘ) $\tan^2\theta$

১১১. $\frac{1 - \sin^2\theta}{\sin^2\theta} =$ কত? (সহজ)

ক) $\cot^2\theta$ খ) $\tan^2\theta$ গ) ১ ঘ) $\sec^2\theta$

১১২. $\frac{\sin\theta}{\sqrt{\sin^2\theta + \cos^2\theta}}$ এর মান কত? (সহজ)

ক) $\sin\theta$ খ) $\cos\theta$ গ) $\tan\theta$ ঘ) $\cot\theta$

১১৩. $\tan^2\theta - \sec^2\theta + \frac{4}{3} = ?$ (মধ্যম)

ক) $\frac{1}{3}$ খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ) ৩ ঘ) ২

ব্যাখ্যা : $\tan^2\theta - \sec^2\theta + \frac{4}{3} = -(\sec^2\theta - \tan^2\theta) + \frac{4}{3}$
 $= -1 + \frac{4}{3} = \frac{-3+4}{3} = \frac{1}{3}$

১১৪. $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\csc^2 A} =$ কত? (সহজ)

ক) ০ খ) ১ গ) -১ ঘ) ২

ব্যাখ্যা : $\frac{1}{\sec^2 A} + \frac{1}{\csc^2 A} = \cos^2 A + \sin^2 A = 1$

বহুপদী সমান্তরীক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১১৫. θ কোণের সাপেক্ষে—

i. $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ ii. $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

iii. $\cot^2\theta = \csc^2\theta - 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১১৬. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ ii. $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

iii. $\cot^2\theta = 1 + \csc^2\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

১১৭. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\sin^2 A + \sin A = 1$ হলে $\sin A - \cos^2 A = 0$

ii. $\sin A = \frac{1}{3}$ হলে $\sin A + \csc A = \frac{8}{3}$

iii. $\sec\theta$ এর মান ১ অপেক্ষা বৃহত্তর হতে পারে

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i খ) i ও ii গ) i ও iii ঘ) ii ও iii

১১৮. $\sin\theta = \frac{3}{5}$ হলে—

i. $\csc\theta = \frac{5}{3}$ ii. $\tan\theta = \frac{3}{4}$

iii. $\cos\theta = \frac{5}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : iii সঠিক নয়; কারণ, $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta}$

$= \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$

১১৯. $\sin^4 A + \sin^2 A = 1$ হলে—

i. $\sin^2 A = \cos A$ ii. $\tan A = \csc A$

iii. $\tan A \cdot \csc A = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $\sin^4 A + \sin^2 A = 1$ বা, $\sin^4 A = 1 - \sin^2 A = \cos^2 A$

বা, $\sin^2 A = \cos A$ বা, $\tan A = \frac{1}{\sin A} = \csc A$

১২০. $\tan\theta = \frac{3}{4}$ হলে—

i. $4\sin\theta = 3\cos\theta$ ii. $\sin\theta = \frac{3}{5}$

iii. $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(কঠিন)

- i ও ii ☒ i ও iii ☐ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $\tan \theta = \frac{3}{4}$ বা, $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$ বা, $4 \sin \theta = 3 \cos \theta$

বা, $16 \sin^2 \theta = 9 \cos^2 \theta$ বা, $16 \sin^2 \theta = 9 (1 - \sin^2 \theta)$

বা, $25 \sin^2 \theta = 9$ বা, $\sin \theta = \frac{3}{5}$ বা, $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$

১২১. $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2}$ হলে –

i. $\sin \theta - \cos \theta = 0$

ii. $\sin \theta \cdot \cos \theta = 1$

iii. $\tan \theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ☐ i ও ii ● i ও iii ☐ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

১২২. $\sin^4 A + \sin^2 A = 1$ হলে –

i. $\sin^2 A = \cos A$

ii. $\tan A = \operatorname{cosec} A$

iii. $\tan A \cdot \operatorname{cosec} A = 2$

নিচের কোনটি সঠিক?

(কঠিন)

- i ও ii ☒ i ও iii ☐ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

১২৩. $\theta = 45^\circ$ এর বেত্রে –

i. $\sin^2 \theta + \tan^2 \theta = \frac{3}{2}$

ii. $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{2}{3}$

iii. $1 - \sin^2 \theta = \frac{1}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(কঠিন)

- ☐ i ও ii ● i ও iii ☐ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১২৪ – ১২৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

১২৪. $\operatorname{cosec} A + \cot A$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ☐ $-\frac{1}{4}$ ☒ $\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{3}{4}$ ● $\frac{3}{4}$

ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

বা $(\operatorname{cosec} A + \cot A)(\operatorname{cosec} A - \cot A) = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$

বা $(\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A) = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$

বা $1 = \frac{4}{3}(\operatorname{cosec} A + \cot A)$

$\therefore \operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4}$

১২৫. $\cot A$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ☐ $-\frac{3}{24}$ ☒ $-\frac{3}{24}$ ● $-\frac{7}{24}$ ☒ $-\frac{9}{24}$

১২৬. $\operatorname{cosec} A$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ☐ $\frac{23}{24}$ ● $\frac{25}{24}$ ☐ $\frac{27}{24}$ ☒ $\frac{29}{24}$

ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec} A - \cot A = \frac{4}{3}$

$\operatorname{cosec} A + \cot A = \frac{3}{4}$

$2 \operatorname{cosec} A = \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$

বা, $2 \operatorname{cosec} A = \frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$

$\therefore \operatorname{cosec} A = \frac{25}{24}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১২৭ – ১২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

১২৭. $\sec \theta$ এর মান কত?

(সহজ)

- ☐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ☐ 2 ☒ $\frac{1}{2}$

১২৮. $\cos \theta$ এর মান কত?

(সহজ)

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☒ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☒ 2

১২৯. $\sin \theta$ ও $\cos \theta$ এর অনুপাত কত?

(সহজ)

- ☐ 0 ☒ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☒ 1

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৩০ – ১৩২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

মনে করি, $\theta = \angle XOY$ একটি সূক্ষ্মকোণ।



১৩০. $OP \div PM$ প্রকাশক মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- $\operatorname{cosec} \theta$ ☒ $\sec \theta$
☐ $\tan \theta$ ☒ $\sin \theta$

১৩১. নিচের কোনটি $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান প্রকাশ করে?

(সহজ)

- ☐ $1 + \tan \theta$ ● $\sqrt{1 + \cot^2 \theta}$
☐ $1 + \cos^2 \theta$ ☒ $\cot^2 \theta - 1$

১৩২. $OP = 2a$ এবং $PM = a$ হলে $\cos \theta$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ☐ $\frac{1}{2}$ ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ☐ $\sqrt{3}$ ☒ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৩৩ ও ১৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\cot^4 \theta - \cot^2 \theta = 1$

১৩৩. $\cot^2 \theta$ এর সমান কত?

(মধ্যম)

- ☐ $\sin \theta$ ☒ $\cos \theta$ ● $\operatorname{cosec} \theta$ ☒ $\sec \theta$
ব্যাখ্যা : $\cot^4 \theta = 1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$ বা, $\cot^2 \theta = \operatorname{cosec} \theta$

১৩৪. $\cos^2 \theta$ এর সমান কত?

(সহজ)

- ☐ $\sec \theta$ ☒ $\operatorname{cosec} \theta$ ● $\sin \theta$ ☒ $\tan \theta$
ব্যাখ্যা : $\cot^2 \theta = \operatorname{cosec} \theta$ বা, $\frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$ বা, $\cos^2 \theta = \sin \theta$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৩৫ – ১৩৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ এবং $\frac{\tan^2 \theta}{1 + \cot^2 \theta}$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক রাশি।

১৩৫. $\frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ এর মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ☐ $\cot^2 \theta$ ● $\sin^2 \theta$ ☐ $\sec^2 \theta$ ☒ $\cos^2 \theta + 1$

ব্যাখ্যা : $\frac{\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{\tan^2 \theta}{\sec^2 \theta} = \tan^2 \theta \times \cos^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$

১৩৬. $\tan^2 \theta$ এর মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ☐ $\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$ ☒ $\operatorname{cosec}^2 \theta$ ● $\sin^2 \theta \cdot \sec^2 \theta$ ☒ $\cot^2 \theta + 1$

ব্যাখ্যা : $\tan^2 \theta = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \sin^2 \theta \sec^2 \theta$

১৩৭. $\frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ এবং $\frac{\tan^2\theta}{1+\cot^2\theta}$ এর সমষ্টি নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $\cot^2\theta$ ঘ $\tan^2\theta$ গ $\operatorname{cosec}^2\theta$ ঘ $\cot^2\theta$

ব্যাখ্যা : $\frac{\tan^2\theta}{1+\cot^2\theta} = \frac{\tan^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta + \cot^2\theta} = \frac{\tan^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta}$
 $= \tan^2\theta \times \sin^2\theta.$

$$\therefore \frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} + \frac{\tan^2\theta}{1+\cot^2\theta} = \tan^2\theta \times \cos^2\theta + \tan^2\theta \times \sin^2\theta$$

$$= \tan^2\theta (\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

$$= \tan^2\theta \cdot 1 = \tan^2\theta.$$



নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৩৮. $\tan A = \frac{3}{4}$ হলে $\sin A = ?$

- ক $\frac{4}{5}$ ঘ $\frac{3}{5}$ গ $\frac{5}{4}$ ঘ $\frac{5}{3}$

১৩৯. $\sin A = \frac{3}{4}$ হলে $\tan A$ এর মান কত?

- ক $\frac{4}{\sqrt{7}}$ ঘ $\frac{3}{\sqrt{7}}$ গ $\frac{7}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{7}{\sqrt{4}}$

সঠিক উত্তর : $\frac{3}{5}$

১৪০. $\cos A = \frac{12}{13}$ হলে $\sin A =$ কত?

- ক $\frac{25}{169}$ ঘ $\frac{144}{169}$ গ $\frac{5}{12}$ ঘ $\frac{5}{13}$

১৪১. $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে $\cot \theta$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক $\sqrt{2}$ ঘ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ গ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ঘ $\frac{2}{\sqrt{2}}$

১৪২. যদি $\cot \theta = \frac{5}{12}$ হয়, তবে $\sin \theta$ এর মান কত?

- ক $\frac{12}{13}$ ঘ $\frac{12}{5}$ গ $\frac{13}{12}$ ঘ $\frac{5}{12}$

১৪৩. $\tan \theta, \cot \theta, \cos \theta$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক $\frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$ ঘ $\frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$ গ $\frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$ ঘ $\frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$

১৪৪. $\sin A = \frac{3}{4}$ হলে, $\operatorname{cosec} A$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত কত?

- ক $\frac{4}{3}$ ঘ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{3}{4}$

১৪৫. $\frac{1}{\sqrt{1+\tan 2\theta}} =$ কত?

- ক $\sec \theta$ ঘ $\cos \theta$ গ $\sin \theta$ ঘ $\operatorname{cosec} \theta$

বহুপদী সমান্তরীক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৪৬. ত্রিকোণমিতিক সম্পর্কের বেধে—

- i. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ii. $\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$
 iii. $\cot^2\theta = 1 + \operatorname{cosec}^2\theta$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৪৭. θ কোণের সাপেক্ষে—

- i. $\sin^2\theta - \tan^2\theta = 1$
 ii. $\cot^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta = 1$
 iii. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii ঘ ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

১৪৮. $\sin \theta = \frac{3}{5}$ হলে—

- i. $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$ ii. $\tan \theta = \frac{3}{4}$ iii. $\cos \theta = \frac{5}{4}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i, ii ও iii ঘ ii ও iii
 গ i ও iii ঘ i ও ii

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $p = 1 + \sin A$ এবং $q = 1 - \sin A$ হলে—

- ক. pq এর মান কত? ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{p}{q}} = \sec A + \tan A$. 8
- গ. প্রমাণ কর যে, $(\sec A - \tan A)^2 = \frac{p}{q}$. 8

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $p = 1 + \sin A$

$$q = 1 - \sin A$$

প্রদত্ত রাশি, $pq = (1 + \sin A)(1 - \sin A)$

$$= (1^2 - \sin^2 A)$$

$$= \cos^2 A \text{ (Ans.)}$$

খ. বামপর্ব = $\sqrt{\frac{p}{q}}$

$$= \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin A)(1 + \sin A)}{(1 - \sin A)(1 + \sin A)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin A)^2}{(1^2 - \sin^2 A)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 + \sin A)^2}{\cos^2 A}}$$

$$= \frac{1 + \sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \sec A + \tan A = \text{ডানপর্ব}$$

$$\text{অর্থাৎ } \sqrt{\frac{p}{q}} = \sec A + \tan A \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. বামপর্ব = $(\sec A - \tan A)^2$

$$= \left(\frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A} \right)^2$$

$$= \left(\frac{1 - \sin A}{\cos A} \right)^2 = \frac{(1 - \sin A)^2}{(1 - \sin^2 A)}$$

$$= \frac{(1 - \sin A)^2}{(1 + \sin A)(1 - \sin A)}$$

$$= \frac{(1 - \sin A)}{(1 + \sin A)} = \frac{q}{p}$$

$$= \text{ডানপর্ব}$$

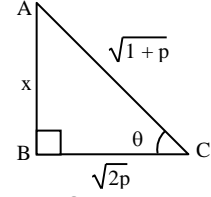
$$\text{অর্থাৎ } (\sec A - \tan A)^2 = \frac{q}{p} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-২ ▶ কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ $\sqrt{1+p}$ এবং θ কোণের সন্নিহিত বাহু $\sqrt{2p}$ ।

- ক. তথ্যগুলো জ্যামিতিক চিত্রে উপস্থাপন করে অপর বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২
- খ. $\sec^2 \theta + \tan^2 \theta$ এর মান নির্ণয় কর। 8
- গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1 + \operatorname{cosec}^2 \theta}{1 - \operatorname{cosec}^2 \theta} = -\frac{1}{p}$ 8

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত তথ্যানুসারে, নিচে জ্যামিতিক চিত্রটি আঁকা হলো,



চিত্রে, ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle B =$ সমকোণ। অতিভুজ $\sqrt{1+p}$ এবং $\angle ACB = \theta$ কোণের সন্নিহিত বাহু $\sqrt{2p}$ । মনে করি, $AB = x$ ।

এখন, সমকোণী ABC ত্রিভুজের বেধে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad [\text{পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে}]$$

$$\text{বা, } (\sqrt{1+p})^2 = x^2 + (\sqrt{2p})^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } 1 + p = x^2 + 2p$$

$$\text{বা, } x^2 = 1 + p - 2p$$

$$\text{বা, } x^2 = 1 - p \therefore x = \sqrt{1-p}$$

$$\therefore \text{অপর বাহুর দৈর্ঘ্য } \sqrt{1-p} \text{ (Ans.)}$$

খ. আমরা জানি,

$$\sec \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{ভূমি}}$$

$$= \frac{AC}{BC} \quad [\text{'ক' এর চিত্র অনুসারে}]$$

$$= \frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{2p}} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore \sec^2 \theta = \frac{1+p}{2p} \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

$$= \frac{AB}{BC} \quad [\text{'ক' এর চিত্র অনুসারে}]$$

$$= \frac{\sqrt{1-p}}{\sqrt{2p}} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\tan^2 \theta = \frac{\sqrt{1-p}}{\sqrt{2p}} \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} \sec^2 \theta + \tan^2 \theta &= \frac{1+p}{2p} + \frac{1-p}{2p} \\ &= \frac{1+p+1-p}{2p} = \frac{2}{2p} = \frac{1}{p} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. আমরা জানি, $\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{\sqrt{1+p}}{\sqrt{1-p}}$

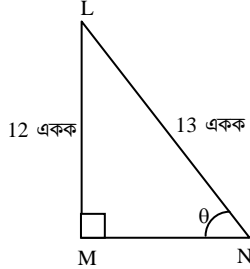
$$\therefore \operatorname{cosec}^2 \theta = \frac{(1+p)}{(1-p)}$$

$$\text{এখন বামপর্ব} = \frac{1 + \operatorname{cosec}^2 \theta}{1 - \operatorname{cosec}^2 \theta}$$

$$= \frac{1 + \frac{1+p}{1-p}}{1 - \frac{1+p}{1-p}}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1-p+1+p}{1-p} \\ &= \frac{1-p-1+p}{1-p} \\ &= \frac{2}{(1-p)} \times \frac{(1-p)}{-2p} = -\frac{1}{p} = \text{ডানপর্ব।} \\ \therefore \frac{1+\operatorname{cosec}^2\theta}{1-\operatorname{cosec}^2\theta} &= -\frac{1}{p} \quad (\text{প্রমাণিত}) \end{aligned}$$

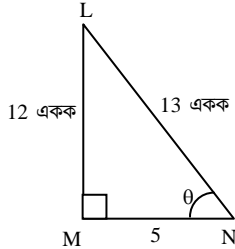
প্রশ্ন-৬ ▶



- ক. $\cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে,
 $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$. 8
- গ. জ্যামিতিক পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে, $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ 8

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



প্রদত্ত চিত্র হতে পাই, বিপরীত বাহু $LM = 12$ একক, অতিভুজ $LN = 13$ একক, $\angle LNM = \theta$ এবং $\angle LMN = 90^\circ$.

প্রশ্ন-৮ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ, $AB = 29$ সে.মি. $BC = 21$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$ ।

- ক. $AC =$ কত সে.মি.? ২
- খ. $\cos^2\theta - \sin^2\theta$ এর মান বের কর। 8
- গ. $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta$ এর মান নির্ণয় কর। 8

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. দেওয়া আছে, $\angle C =$ সমকোণ এবং $\angle ABC = \theta$
 অতএব, সন্নিহিত বাহু, $BC = 21$ সে.মি.
 অতিভুজ, $AB = 29$ সে.মি.

$$\begin{aligned} \therefore \text{ভূমি } MN &= \sqrt{LN^2 - LM^2} \\ &= \sqrt{(13)^2 - (12)^2} \\ &= \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5 \text{ একক।} \end{aligned}$$

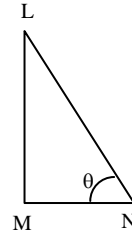
$$\cot\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}} = \frac{MN}{LM} = \frac{5}{12} \quad (\text{Ans.})$$

খ. 'ক' হতে পাই, $\tan\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{12}{5}$ $\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{12}{13}$

$$\begin{aligned} \text{এখন, বামপর্ব} &= \tan^2\theta - \sin^2\theta \\ &= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta \\ &= \frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta \sin^2\theta}{\cos^2\theta} \\ &= \frac{\sin^2\theta (1 - \cos^2\theta)}{\cos^2\theta} \\ &= \frac{\sin^2\theta \cdot \sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta = \text{ডানপর্ব} \end{aligned}$$

অর্থাৎ, $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$. (প্রমাণিত)

গ.



দেওয়া আছে, $\angle LNM = \theta$ একটি সূক্ষ্মকোণ। $ML \perp LM$

সুতরাং $\angle MN$ সমকোণী ত্রিভুজের বেধে অতিভুজ $= LN$, লম্ব $= LM$ এবং ভূমি $= MN$.

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

$$\text{বা, } LN^2 + LM^2 + MN^2$$

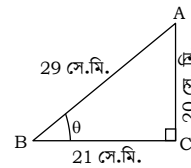
$$\text{বা, } \frac{LN^2}{LN^2} = \frac{LM^2}{LN^2} + \frac{MN^2}{LN^2} \quad [\text{উভয়পর্বকে } LN^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 1 = \left(\frac{LM}{LN}\right)^2 + \left(\frac{MN}{LN}\right)^2$$

$$\text{বা, } 1 = (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 \quad [\because \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}, \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}]$$

$$\text{বা, } 1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta.$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad (\text{প্রমাণিত})$$



$$\begin{aligned} \therefore \text{বিপরীত বাহু, } AC &= \sqrt{(29)^2 - (21)^2} \text{ সে.মি.} \\ &= \sqrt{400} \text{ সে.মি.} \\ &= 20 \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

খ. $\sin\theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AC}{AB} = \frac{20}{29}$

$$\cos\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AB} = \frac{21}{29}$$

$$\begin{aligned}\therefore \cos^2\theta - \sin^2\theta &= \left(\frac{21}{29}\right)^2 - \left(\frac{20}{29}\right)^2 \\ &= \frac{441}{841} - \frac{400}{841} = \frac{41}{841} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. 'খ' হতে পাই, $\sin\theta = \frac{20}{29}$ এবং $\cos\theta = \frac{21}{29}$

$$\therefore \operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{1}{\frac{20}{29}} = \frac{29}{20}$$

$$\therefore \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{21}{29}}{\frac{20}{29}} = \frac{21}{29} \times \frac{29}{20} = \frac{21}{20}$$

$$\begin{aligned}\therefore \operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta &= \left(\frac{29}{20}\right)^2 - \left(\frac{21}{20}\right)^2 \\ &= \frac{841}{400} - \frac{441}{400} \\ &= \frac{841 - 441}{400} = \frac{400}{400} = 1 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$ একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।

- ক. উদ্দীপক হতে $\operatorname{cosec}^2 A$ এবং $\cot^4 A$ এর মধ্যে সম্পর্ক দেখাও। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\cos^4 A + \cos^2 A = 1$ 8
- গ. 'খ' এর প্রাপ্ত মান ব্যবহার করে দেখাও যে, $\sin^2 A + \tan^2 A = 1$ 8

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\cot^4 A - \cot^2 A = 1$

$$\text{বা, } \cot^4 A = 1 + \cot^2 A$$

প্রশ্ন-৬ ▶ $\triangle ABC$ এর $\angle B = 90^\circ$, $AB = \sqrt{2}$ সে.মি., $AC = 2$ সে.মি.

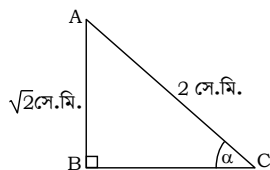
- ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্র অঙ্কন কর। ২
- খ. $\angle C = \alpha$ হলে, $\sec \alpha - \tan \alpha$ এর মান নির্ণয় কর। 8
- গ. দেখাও যে, $\operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1$. 8

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. এখানে, $\triangle ABC$ এর $\angle B = 90^\circ$,

$$AB = \sqrt{2} \text{ সে.মি.}, AC = 2 \text{ সে.মি.}$$

তথ্যমতে,



খ. এখানে, $\angle C = \alpha$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha \text{ কোণের সন্নিহিত বাহু, } BC &= \sqrt{AC^2 - AB^2} \\ &= \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} \text{ সে.মি.} \\ &= \sqrt{4 - 2} \text{ সে.মি.} = \sqrt{2} \text{ সে.মি.}\end{aligned}$$

$$\text{'ক' হতে পাই, } \sin \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{বা, } \cot^4 A = \operatorname{cosec}^2 A \quad [\because \operatorname{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A]$$

$$\therefore \operatorname{cosec}^2 A = \cot^4 A$$

খ. 'ক' হতে পাই, $\operatorname{cosec}^2 A = \cot^4 A$

$$\text{বা, } \frac{\cos^4 A}{\sin^4 A} = \frac{1}{\sin^2 A}$$

$$\text{বা, } \cos^4 A = \frac{\sin^4 A}{\sin^2 A}$$

$$\text{বা, } \cos^4 A = \sin^2 A$$

$$\text{বা, } \cos^4 A = 1 - \cos^2 A$$

$$\therefore \cos^4 A + \cos^2 A = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. 'খ' হতে পাই, $\cos^4 A + \cos^2 A = 1$

$$\text{বা, } \cos^4 A + \cos^2 A = \sin^2 A + \cos^2 A$$

$$\text{বা, } \cos^4 A + \cos^2 A - \sin^2 A - \cos^2 A = 0$$

$$\text{বা, } \cos^4 A - \sin^2 A = 0$$

$$\text{বা, } \frac{\cos^4 A}{\sin^2 A} - \frac{\sin^2 A}{\sin^2 A} = 0$$

$$\text{বা, } \cos^2 A \cdot \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A} - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos^2 A \cot^2 A - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos^2 A \cot^2 A = 1$$

$$\text{বা, } (1 - \sin^2 A) \cot^2 A = 1$$

$$\text{বা, } 1 - \sin^2 A = \frac{1}{\cot^2 A}$$

$$\text{বা, } 1 - \sin^2 A = \tan^2 A$$

$$\text{বা, } 1 = \sin^2 A + \tan^2 A$$

$$\therefore \sin^2 A + \tan^2 A = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\cos \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{তাহলে, } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{1} = 1$$

$$\text{এবং } \cos \alpha = \frac{1}{\sec \alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} \therefore \sec \alpha = \sqrt{2}$$

$$\text{সুতরাং } \sec \alpha - \tan \alpha = \sqrt{2} - 1 \text{ (Ans.)}$$

গ. 'খ' হতে পাই, $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\operatorname{cosec} \alpha} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad [\sin \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = 1]$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{2}$$

আবার, $\tan \alpha = 1$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{1} \quad [\because \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1]$$

$$\therefore \cot \alpha = 1$$

$$\text{সুতরাং, বামপদ} = \operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha$$

$$= (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1 = \text{ডানপদ}$$

$$\text{অতএব, } \operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ $\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ সমকোণ এবং $\tan A = \sqrt{3}$

?

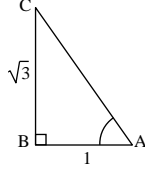
- ক. প্রদত্ত তথ্য অনুযায়ী চিত্রটি অঙ্কন কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $4\cot A \sin^2 A = \sqrt{3}$ 8
- গ. $\left(\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। 8

▶▶ এনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ সমকোণ এবং $\tan A = \sqrt{3}$

$$\therefore \tan A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$



খ. উদ্দীপক হতে, $\tan A = \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \frac{1}{\cot A} = \sqrt{3} \therefore \cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

‘ক’ হতে পাই, ত্রিভুজের লম্ব = $\sqrt{3}$, ভূমি = 1

$$\text{এবং অতিভুজ} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\text{সুতরাং } \sin A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{এখন, } 4\cot A \sin^2 A = 4\cot A (\sin A)^2$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore 4\cot A \sin^2 A = \sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. $\cos A = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$

$$\text{এখন, } \left(\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A}\right)$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \sqrt{3}} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{1 - \sqrt{3}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1}\right)$$

$$= \frac{1}{2(1 - \sqrt{3})} + \frac{3}{2(\sqrt{3} - 1)}$$

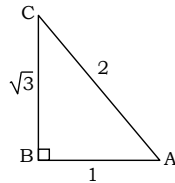
$$= -\frac{1}{2(\sqrt{3} - 1)} + \frac{3}{2(\sqrt{3} - 1)}$$

$$= \frac{-1 + 3}{2(\sqrt{3} - 1)}$$

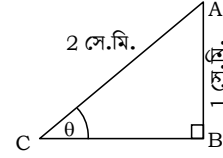
$$= \frac{2}{2(\sqrt{3} - 1)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{\sqrt{3} + 1}{3 - 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \text{ (Ans.)}$$



▶▶ ১-৭ ▶▶



ক. চিত্র হতে সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

?

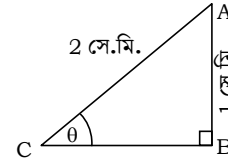
খ. দেখাও যে, $\frac{\sec \theta}{\cos \theta} - \frac{\tan \theta}{\cot \theta} = 1$ 8

গ. $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

▶▶ চনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. সমকোণী ত্রিভুজ ABC হতে পাই,

অতিভুজ, AC = 2 সে.মি., θ কোণের বিপরীত বাহু, AB = 1 সে.মি.



$$\therefore \theta \text{ কোণের সন্নিহিত বাহু, } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$$

$$= \sqrt{2^2 - 1^2} \text{ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{4 - 1} \text{ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{3} \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

খ. এখানে, $\cos \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ [(ক) হতে প্রাপ্ত]

$$\text{আবার, } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{এবং } \tan \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{[(ক) হতে প্রাপ্ত]}$$

$$\text{আবার, } \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \text{বামপাশ} = \frac{\sec \theta}{\cos \theta} - \frac{\tan \theta}{\cot \theta}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{4-1}{3} = \frac{3}{3} = 1 = \text{ডানপাশ}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\sec \theta}{\cos \theta} - \frac{\tan \theta}{\cot \theta} = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. এখানে, $\sin \theta = \frac{AB}{AC}$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2} \quad \text{[‘ক’ হতে প্রাপ্ত]}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta} = \frac{1}{2} \quad [\because \sin \theta = \frac{1}{\operatorname{cosec} \theta}]$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = 2$$

$$\text{এখানে, } \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$$

$$= \frac{(2)^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} = \frac{\frac{12-4}{3}}{\frac{12+4}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৯ ▶ নিচের রাশিগুলো লব কর :

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}, \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

আবার, $(1 + \tan^2\theta)$ এবং $(1 + \cot^2\theta)$ এর বিপরীত রাশি $\frac{1}{(1 + \tan^2\theta)}$ এবং

$$\frac{1}{(1 + \cot^2\theta)}$$

ক. $\frac{1}{1 + \tan^2\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{1 + \tan^2\theta} + \frac{1}{1 + \cot^2\theta} = 1$ ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{1}{1 + \tan^2\theta}$ এবং $\frac{1}{1 + \cot^2\theta}$ এর সমষ্টিতে $\tan^2\theta$ দ্বারা গুণ করলে প্রাপ্ত গুণফল $\sin^2\theta \cdot \sec^2\theta$ এর সমান। ৪

▶◀ ৯০ং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\begin{aligned} \text{ক. প্রদত্ত রাশি} &= \frac{1}{1 + \tan^2\theta} \\ &= \frac{1}{\sec^2\theta - \tan^2\theta + \tan^2\theta} \quad [\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1] \\ &= \frac{1}{\sec^2\theta} \\ &= \cos^2\theta \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{খ. বামপদ} &= \frac{1}{1 + \tan^2\theta} + \frac{1}{1 + \cot^2\theta} \\ &= \frac{1}{1 + \tan^2\theta} + \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2\theta}} \\ &= \frac{1}{1 + \tan^2\theta} + \frac{\tan^2\theta + 1}{\tan^2\theta} \\ &= \frac{1}{1 + \tan^2\theta} + \frac{\tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} \\ &= \frac{1 + \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = 1 = \text{ডানপদ} \end{aligned}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{1}{1 + \tan^2\theta} + \frac{1}{1 + \cot^2\theta} = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. $\frac{1}{1 + \tan^2\theta}$ এবং $\frac{1}{1 + \cot^2\theta}$ এর সমষ্টিতে $\tan^2\theta$ দ্বারা গুণ করলে প্রাপ্ত

$$\begin{aligned} \text{গুণফল} &= \left(\frac{1}{1 + \tan^2\theta} + \frac{1}{1 + \cot^2\theta} \right) \tan^2\theta \\ &= \frac{\tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} + \frac{\tan^2\theta}{1 + \cot^2\theta} \\ &= \frac{\tan^2\theta}{\sec^2\theta} + \frac{\tan^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta} \quad [\because \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta \\ &\quad \operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta] \\ &= \frac{\tan^2\theta}{1} + \frac{\tan^2\theta}{1} \\ &= \tan^2\theta \cdot \cos^2\theta + \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta \\ &= \tan^2\theta (\cos^2\theta + \sin^2\theta) \\ &= \tan^2\theta \cdot 1 \quad [\text{যেহেতু } \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1] \\ &= \tan^2\theta \\ &= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \sin^2\theta \times \frac{1}{\cos^2\theta} = \sin^2\theta \cdot \sec^2\theta \end{aligned}$$

নির্ণয়ে গুণফল $\sin^2\theta \cdot \sec^2\theta$ এর সমান। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১০ ▶ আমরা জানি, $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$ এবং $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ । মনে করি,

$$\cot\theta = \frac{b}{a} \text{ এবং যেকোনো একটি রাশি } \frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}.$$

ক. $\sin\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\sin\theta = \frac{1}{2}$, $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $a = b$ হয় তবে,

$$\text{দেখাও যে, } \frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta} = \sqrt{3} - 2 \quad ৪$$

▶◀ ১০০ং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $\cot\theta = \frac{b}{a}$

$$\text{বা, } \cot^2\theta = \frac{b^2}{a^2} \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } 1 + \cot^2\theta = 1 + \frac{b^2}{a^2} \quad [\text{উভয়পক্ষে 1 যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec}^2\theta = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin^2\theta} = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{a^2}{a^2 + b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' হতে পাই, $\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\text{বা, } \sin^2\theta = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2\theta = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

$$\text{বা, } 1 - \frac{a^2}{a^2 + b^2} = \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{a^2 + b^2 - a^2}{a^2 + b^2} = \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } \cos^2\theta = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\therefore \cos\theta = \sqrt{\frac{b^2}{a^2 + b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}$$

$$= \frac{\frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{b \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{\frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b \cdot b}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{\frac{a^2 - b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \times \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. বামপক্ষ} = \frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}$$

$$= \frac{a \cdot \frac{1}{2} - b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{a \cdot \frac{1}{2} + b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(a - \sqrt{3}b)}{\frac{1}{2}(a + \sqrt{3}b)}$$

$$= \frac{(a - \sqrt{3}b)}{(a + \sqrt{3}b)} \times \frac{(a - \sqrt{3}b)}{(a - \sqrt{3}b)}$$

[লব ও হরকে $(a - \sqrt{3}b)$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{(a - \sqrt{3}b)^2}{(a^2 - 3b^2)}$$

$$= \frac{(b - \sqrt{3}b)^2}{(b^2 - 3b^2)} \quad [\text{যেহেতু } a = b]$$

$$= \frac{b^2(1 - \sqrt{3})^2}{-2b^2}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{3})^2}{-2}$$

$$= \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3}{-2}$$

$$= \frac{4 - 2\sqrt{3}}{-2}$$

$$= \frac{-2(\sqrt{3} - 2)}{-2} = \sqrt{3} - 2 = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ $\frac{a \sin \theta - b \cos \theta}{a \sin \theta + b \cos \theta} = \sqrt{3} - 2$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১১ ▶ $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ক. $\tan A + \cot A =$ কত? ২

খ. $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\cos^2 A - \sin^2 A = \frac{1}{2}$ ৪

প্রশ্ন-১২ ▶ $\cot A = \frac{b}{a}$

ক. $\cot A + \tan A = ?$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin A = \pm \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ৪

গ. $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{b}{a}$

$$\therefore \cot A + \tan A = \cot A + \frac{1}{\cot A}$$

$$= \frac{b}{a} + \frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} \quad (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে, $\cot A = \frac{b}{a}$

বা, $\cot^2 A = \frac{b^2}{a^2}$

বা, $\operatorname{cosec}^2 A - 1 = \frac{b^2}{a^2}$

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{1}{\cot A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \cot A = \sqrt{3}$

$\therefore \tan A + \cot A = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \frac{1+3}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad (\text{Ans.})$

খ. দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sec A}{\operatorname{cosec} A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\frac{\sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A} = \frac{1}{3} \quad [\text{বর্গ করে}]$

বা, $\frac{\operatorname{cosec}^2 A}{\sec^2 A} = 3$

$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} = \frac{3-1}{3+1} = \frac{1}{2} \quad (\text{Ans.})$

গ. আমরা জানি, $\sec^2 A - \tan^2 A = 1$

বা, $\sec^2 A = 1 + \tan^2 A = 1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

$\therefore \sec^2 A = \frac{4}{3}$

বা, $\frac{1}{\cos^2 A} = \frac{4}{3} \therefore \cos^2 A = \frac{3}{4}$

আমরা জানি, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\therefore \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

বামপক্ষ = $\cos^2 A - \sin^2 A$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \text{ডানপক্ষ}$

অর্থাৎ, $\cos^2 A - \sin^2 A = \frac{1}{2}$ (দেখানো হলো)

বা, $\operatorname{cosec}^2 A = \frac{b^2}{a^2} + 1$

বা, $\frac{1}{\sin^2 A} = \frac{b^2 + a^2}{a^2}$

বা, $\sin^2 A = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$

$\therefore \sin A = \pm \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (\text{প্রমাণিত})$

গ. অনুশীলনী ৯.১ এর ২৪ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন-১৩ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ, $AB = 13$ সে.মি., $BC = 12$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$ ।

ক. $\sin \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\cos \theta$ এবং $\tan \theta$ এর মান কত? ৪

গ. θ সূক্ষ্মকোণ হলে প্রমাণ কর যে,

$(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$ ৪

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ, $AB = 13$ সে.মি., $BC = 12$ সে.মি. এবং $\angle ABC = \theta$ ।

আমরা জানি, $\sin \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}}$

$\triangle ABC$ হতে পাই,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad [\text{পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে}]$$

$$\text{বা, } AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = (13)^2 - (12)^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 25 \therefore AC = 5 \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{AC}{AB}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{5}{13} \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

খ. 'ক' হতে পাই $AC = 5$ সে.মি.

$$\therefore \cos \theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{BC}{AB}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{12}{13} \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, } \tan \theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{12} \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{12}{13} \text{ সে.মি. এবং } \tan \theta = \frac{5}{12} \text{ সে.মি. (Ans.)}$$

গ. অনুশীলনী ৯.১ এর ১৭ নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন-১৪ ▶ $\triangle PQR$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ। $\angle PQR = \theta$ (সূক্ষ্মকোণ)

$\angle PQR = 1$ সমকোণ।

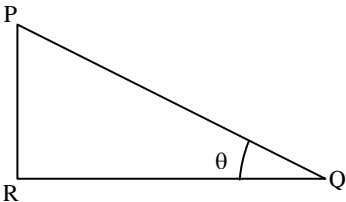
ক. $\sin \theta$ ও $\csc \theta$ এর মধ্যে সম্পর্ক বের কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 8

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$ 8

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



উদ্দীপক অনুসারে চিত্র, $\triangle PQR$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ। $\angle PQR = 1$

সমকোণ এবং $\angle PQR = \theta$ (সূক্ষ্মকোণ)

এখানে, অতিভুজ = PQ

বিপরীত বাহু = PR

সন্নিহিত বাহু = RQ

$$\text{আমরা জানি, } \sin \theta = \frac{\text{বিপরীতবাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{PR}{PQ} \dots\dots\dots (i)$$

$$\csc \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}} = \frac{PQ}{PR} \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$$\sin \theta \cdot \csc \theta = \frac{PR}{PQ} \cdot \frac{PQ}{PR}$$

$$\text{বা, } \sin \theta \cdot \csc \theta = 1$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{1}{\csc \theta} : \text{ইহাই নির্ণেয় সম্পর্ক।}$$

খ. 'ক' এর চিত্রানুসারে, অতিভুজ = PQ

বিপরীতবাহু = PR

সন্নিহিত বাহু = RQ

$$\text{ক থেকে পাই, } \sin \theta = \frac{PR}{PQ}$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = \frac{PR^2}{PQ^2} \dots\dots\dots (iii)$$

$$\text{আমরা জানি, } \cos \theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{RQ}{PQ}$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta = \frac{RQ^2}{PQ^2} \dots\dots\dots (iv)$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) যোগ করে পাই,

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{PR^2}{PQ^2} + \frac{RQ^2}{PQ^2}$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \frac{PR^2 + RQ^2}{PQ^2}$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\therefore \sin^2 + \cos^2 \theta = 1 \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$\text{গ. বামপদ} = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}$$

$$= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\therefore \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-১৫ ▶ $\tan A = \frac{2}{3}$

ক. $\tan A + \cot A =$ কত? ২

খ. $\frac{\csc^2 A - \sec^2 A}{\csc^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. দেখাও যে, $\cos^2 A - \sin^2 A = \frac{5}{13}$ 8

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } \tan A = \frac{2}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{\tan A} = \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } \cot A = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি, } \tan A + \cot A$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{3}{2} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{4+3}{6} = \frac{13}{6} \quad (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে, $\tan A = \frac{2}{3}$

বা, $\tan^2 A = \frac{4}{9}$

বা, $1 + \tan^2 A = 1 + \frac{4}{9}$

বা, $\sec^2 A = \frac{9+4}{9} \therefore \sec^2 A = \frac{13}{9}$

আবার, ক থেকে পাই, $\cot A = \frac{3}{2}$

বা, $\cot^2 A = \frac{9}{4}$

বা, $1 + \cot^2 A = 1 + \frac{9}{4}$

$\therefore \operatorname{cosec}^2 A = \frac{13}{4}$

প্রদত্ত রাশি, $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$

$$= \frac{\frac{13}{4} - \frac{13}{9}}{\frac{13}{4} + \frac{13}{9}}$$

$$\frac{13 \times 9 - 13 \times 4}{36}$$

$$= \frac{13 \times 9 + 13 \times 4}{36}$$

$$\frac{117-52}{36} = \frac{65}{36} \times \frac{36}{189} = \frac{5}{13} \quad (\text{Ans.})$$

গ. 'খ' থেকে পাই, $\sec^2 A = \frac{13}{9}$

$\cos^2 A = \frac{9}{13}$

এবং $\operatorname{cosec}^2 A = \frac{13}{4}$

বা, $\sin^2 A = \frac{4}{13}$

প্রদত্ত রাশি, $\cos^2 A - \sin^2 A$

$$= \frac{9}{13} - \frac{4}{13}$$

$$= \frac{9-4}{13}$$

$$= \frac{5}{13} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৬ ▶ $\triangle ABC$ এর $\angle B = 90^\circ$, $\angle BAC = \theta$ এবং $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ওপরের

তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও।

ক. চিত্র ঐকে $\operatorname{cosec} \theta$ নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $4 \sin \theta \cos \theta = \sqrt{3}$ এর সত্যতা যাচাই কর। ৪

উত্তর : ক. ২; খ. $\frac{1}{2}$

প্রশ্ন-১৭ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C$ সমকোণ। $AB = 13$ একক, $BC = 12$ একক এবং $\angle ABC = \theta$.

ক. চিত্র ঐকে উপরের তথ্যটি উপস্থাপন কর এবং বিপরীত বাহুর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $2 \sin \theta \cos \theta$ এর মান বের কর এবং দেখাও যে, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}} = \sec \theta - \tan \theta$. ৪

উত্তর : ক. ৫

প্রশ্ন-১৮ ▶ $\triangle ABC$ এর $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm

ক. AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. $\angle C = \theta$ হলে, $\sin \theta + \cos \theta$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\cot^2 \theta - \cos^2 \theta = \cot^2 \theta \cos^2 \theta$. ৪

উত্তর : ক. ৫; খ. $\frac{7}{5}$

প্রশ্ন-১৯ ▶ $\cos A + \sin A = \sqrt{2} \cos A$ একটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।

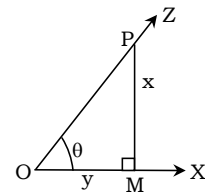
ক. $\sin^2 A + \cos^2 A$ এর মান কত? ২

খ. প্রমাণ কর যে, $\cos A - \sin A = \sqrt{2} \sin A$. ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(\tan \theta + \sec \theta)^2 = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$ ৪

উত্তর : ক. ১

প্রশ্ন-২০ ▶



ওপরের তথ্যের আলোকে নিচের প্রশ্নের উত্তর দাও:

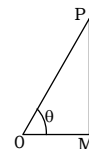
ক. ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $\cot \theta$ ও $\sec \theta$ নির্ণয় কর। ২

খ. জ্যামিতিক উপায়ে প্রমাণ কর যে, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ৪

গ. $\frac{x \sin \theta - y \cos \theta}{x \sin \theta + y \cos \theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $\cot \theta = \frac{y}{x}$, $\sec \theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{y}$; গ. $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

প্রশ্ন-২১ ▶

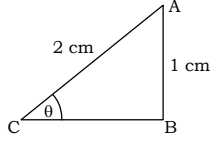


ক. ত্রিকোণমিতি কী? ২

খ. প্রদত্ত চিত্রের আলোকে \sin , \cos , \tan এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত বর্ণনা কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ 8

প্রশ্ন-২২ ▶



ক. চিত্র হতে BC এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\frac{\sec\theta}{\cos\theta} - \frac{\tan\theta}{\cot\theta} = 1$ 8

গ. $\frac{\operatorname{cosec}^2\theta - \sec^2\theta}{\operatorname{cosec}^2\theta + \sec^2\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. $\sqrt{3}$; গ. $\frac{1}{2}$

প্রশ্ন-২৩ ▶ $\sin A = \frac{3}{4}$ হলে

ক. A কোণের অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক অনুপাতসমূহ নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর, $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = \sec A \cdot \operatorname{cosec} A + 1$. 8

গ. যদি $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হয় তবে $\frac{\cos^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান কত? 8

উত্তর : ক. $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan A = \frac{3}{\sqrt{7}}$, $\operatorname{cosec} A = \frac{4}{3}$, $\sec A = \frac{4}{\sqrt{7}}$, $\cot A = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

প্রশ্ন-২৪ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle B$ সমকোণ। $\tan A = \frac{4}{3}$ হলে,

ক. AC = কত? ২

খ. $2\sin A \cdot \cos A$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1 - \sin C}{1 + \sin C}} = \sec C - \tan C$ 8

উত্তর : ক. 5; খ. $\frac{24}{25}$

প্রশ্ন-২৫ ▶ $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$, $\sin A + \cos A = m$ এবং $\sec A + \operatorname{cosec} A = n$ হলে—

ক. দেখাও যে, $\tan A \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sin A$. ২

খ. দেখাও যে, $\frac{\tan^2 A}{1 + \tan^2 A} + \frac{\tan^2 A}{1 + \cot^2 A} = \sin^2 A \cdot \sec^2 A$. 8

গ. প্রমাণ কর যে, $n(m^2 - 1) = 2m$. 8

প্রশ্ন-২৬ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B$ সমকোণ এবং $AB = BC = 1$ একক।

ক. চিত্র ঐকে উপরের তথ্যটি উপস্থাপন কর এবং অতিভুজের মান নির্ণয় কর। ২

খ. $2 \sin A \cos A$ এর মান নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 8

গ. চিত্র হতে প্রমাণ কর, $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}}$ এর মান $\cot A + \operatorname{cosec} A$ এর মানের সমান। 8

উত্তর : ক. $\sqrt{2}$ একক।

প্রশ্ন-২৭ ▶ বরকত সাহেব তাঁর বাসা A থেকে 120 মিটার পূর্বদিকে B তে যাওয়ার পর সোজা উত্তর দিকে 50 মিটার গিয়ে আফরোজার বাসা C তে পৌঁছালো।

ক. আনুপাতিক চিত্র অঙ্কন করে বাসা থেকে স্কুল যাওয়ার দূরত্ব নির্ণয় কর। ২

খ. $\sin(\sec A + \cot A)$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $\tan A \sqrt{\frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}} = \frac{5}{18}$ 8

উত্তর : ক. 130 মিটার; খ. $3 \frac{14}{65}$

অনুশীলনী ৯.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ বিভিন্ন কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

অধ্যায়ের পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়গুলো নিচে তুলে ধরা হলো, যা প্রত্যেকটি অঙ্কের সমাধানে বিশেষভাবে সহায়তা করবে। এ বিষয়গুলো ছাত্রছাত্রীদের জানা আবশ্যিক।

ব্যবহারের সুবিধার্থে 0° , 30° , 45° , 60° ও 90° কোণগুলোর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলোর মান (যেগুলো সংজ্ঞায়িত) নিচের ছকে দেখানো হলো :

কোণ অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sine	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosine	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tangent	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cotangent	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
secant	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
cosecant	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

■ লক্ষ করি : নির্ধারিত কয়েকটি কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক মানসমূহ মনে রাখার সহজ উপায় :

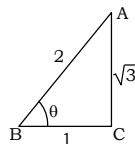
- $0, 1, 2, 3$ এবং 4 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\sin 0^\circ$, $\sin 30^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 60^\circ$ এবং $\sin 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়; যেমন, $\sin 30^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$
- $4, 3, 2, 1$ এবং 0 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 4 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\cos 0^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\cos 60^\circ$ এবং $\cos 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়; যেমন, $\cos 45^\circ = \sqrt{\frac{2}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $0, 1, 3$ এবং 9 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 3 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\tan 0^\circ$, $\tan 30^\circ$, $\tan 45^\circ$ এবং $\tan 60^\circ$ এর মান পাওয়া যায়। (উল্লেখ যে $\tan 90^\circ$ সংজ্ঞায়িত নয়)
- $9, 3, 1$ এবং 0 সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটিকে 3 দ্বারা ভাগ করে ভাগফলগুলোর বর্গমূল নিলে যথাক্রমে $\cot 30^\circ$, $\cot 45^\circ$, $\cot 60^\circ$, $\cot 90^\circ$ এর মান পাওয়া যায়। (উল্লেখ যে, $\cot 0^\circ$ সংজ্ঞায়িত নয়)।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১ $\cos \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cot \theta$ এর মান কোনটি?

- $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (খ) 1 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) 2

ব্যাখ্যা : $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$
 $= \sqrt{2^2 - 1^2}$
 $= \sqrt{4 - 1}$
 $= \sqrt{3}$
 $\therefore \cot \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$



(ii) $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$

(iii) $\cot^2 \theta = 1 - \tan^2 \theta$

উপরের তথ্যের আলোকে নিম্নের কোনটি সঠিক?

- i ও ii খ. i ও iii গ. ii ও iii ঘ. i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : $\sin^2 + \cos^2 = 1$

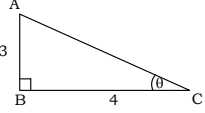
$\therefore \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1$

$\therefore \sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$

\therefore তথ্যানুসারে i ও ii সঠিক।

প্রশ্ন ১২ (i) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$



চিত্র অনুযায়ী ৩ ও ৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

প্রশ্ন ৩ ১ $\sin \theta$ এর মান কোনটি?

- ক. $\frac{3}{4}$ খ. $\frac{4}{3}$ গ. $\frac{3}{5}$ ঘ. $\frac{4}{5}$

ব্যাখ্যা : $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

$\therefore \sin \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$

প্রশ্ন ৪ ১ $\cot \theta$ এর মান কোনটি?

- ক. $\frac{3}{4}$ খ. $\frac{3}{5}$ গ. $\frac{4}{5}$ ঘ. $\frac{4}{3}$

ব্যাখ্যা : $\cot \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3}$

■ মান নির্ণয় কর (৫ – ৮)

প্রশ্ন ৫ ১ $\frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{1 - \cot^2 60^\circ}{1 + \cot^2 60^\circ}$

$$= \frac{1 - (\cot 60^\circ)^2}{1 + (\cot 60^\circ)^2} = \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৬ ১ $\tan 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\tan 45^\circ \cdot \sin^2 60^\circ \cdot \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ$

$$= 1 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 1 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = \frac{3}{4} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৭ ১ $\frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\frac{1 - \cos^2 60^\circ}{1 + \cos^2 60^\circ} + \sec^2 60^\circ$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + (2)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{4}}{1 + \frac{1}{4}} + 4 = \frac{\frac{4-1}{4}}{\frac{4+1}{4}} + 4 = \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\right) + 4$$

$$= \frac{3}{5} + 4 = \frac{3+20}{5} = \frac{23}{5} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৮ ১ $\cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $\cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \times (2)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{3} \times 4 = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 2}{\sqrt{2} \times 3} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ (Ans.)}$$

■ দেখাও যে, (৯ – ১৫)

প্রশ্ন ৯ ১ $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$.

সমাধান : আমরা জানি, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{এবং } \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১০ ১ $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$

সমাধান : আমরা জানি, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{এবং } \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

এখন, বামপক্ষ = $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \sin 90^\circ = 1$$

অর্থাৎ, $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১১ ১ $\cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ = \cos 30^\circ$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = \cos 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ = \text{ডানপক্ষ}$$

অর্থাৎ, $\cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \cos 30^\circ$ [দেখানো হলো]

প্রশ্ন ১২ ১ $\sin 3A = \cos 3A$ যদি $A = 15^\circ$ হয়।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 15^\circ$

$$\text{বামপক্ষ} = \sin 3A$$

$$= \sin (3 \times 15^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \cos 3A$$

$$= \cos (3 \times 15^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

অর্থাৎ, $\sin 3A = \cos 3A$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৩ ১ $\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$ যদি $A = 45^\circ$ হয়।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 45^\circ$

$$\text{বামপর্ব} = \sin 2A = \sin(2 \times 45^\circ) = \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$$

$$= \frac{2 \tan 45^\circ}{1 + \tan^2 45^\circ} = \frac{2 \times 1}{1 + 1^2} = \frac{2}{1 + 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{অর্থাৎ, } \sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{প্রশ্ন ১৪} \parallel \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \text{ যদি } A = 30^\circ \text{ হয়।}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 30^\circ$

$$\text{বামপর্ব} = \tan 2A$$

$$= \tan(2 \times 30^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

$$= \frac{2 \tan 30^\circ}{1 - \tan^2 30^\circ}$$

$$= \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{প্রশ্ন ১৫} \parallel \cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} \text{ যদি } A = 60^\circ \text{ হয়।}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = 60^\circ$

$$\text{বামপর্ব} = \cos 2A$$

$$= \cos(2 \times 60^\circ)$$

$$= \cos 120^\circ$$

$$= \cos(90^\circ + 30^\circ)$$

$$= -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 60^\circ}{1 + \tan^2 60^\circ}$$

$$= \frac{1 - (\sqrt{3})^2}{1 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{1 - 3}{1 + 3} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{প্রশ্ন ১৬} \parallel 2 \cos(A + B) = 1 = 2 \sin(A - B) \text{ এবং } A, B \text{ সূক্ষ্মকোণ হলে দেখাও যে, } A = 45^\circ, B = 15^\circ \mid$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2 \cos(A + B) = 1$

$$\text{বা, } \cos(A + B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(A + B) = \cos 60^\circ \quad \left[\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{বা, } A + B = 60^\circ \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, } 2 \sin(A - B) = 1$$

$$\text{বা, } \sin(A - B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A - B) = \sin 30^\circ \quad \left[\because \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$\text{বা, } A - B = 30^\circ \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2A = 90^\circ \quad \therefore A = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

A এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$B = 60^\circ - A = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ \text{ এবং } B = 15^\circ \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{প্রশ্ন ১৭} \parallel \cos(A - B) = 1, 2 \sin(A + B) = \sqrt{3} \text{ এবং } A, B \text{ সূক্ষ্মকোণ হলে, } A \text{ ও } B \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos(A - B) = 1$

$$\text{বা, } \cos(A - B) = \cos 0^\circ$$

$$\therefore A - B = 0^\circ \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, } 2 \sin(A + B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A + B) = \sin 60^\circ$$

$$\therefore A + B = 60^\circ \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$A - B = 0^\circ$$

$$A + B = 60^\circ$$

$$2A = 60^\circ$$

$$\text{বা, } A = \frac{60^\circ}{2} \therefore A = 30^\circ$$

A-এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$$30^\circ + B = 60^\circ$$

$$\text{বা, } B = 60^\circ - 30^\circ \quad \therefore B = 30^\circ$$

নির্ণেয় মান $A = 30^\circ$ এবং $B = 30^\circ$.

$$\text{প্রশ্ন ১৮} \parallel \text{সমাধান কর : } \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\text{সমাধান : } \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$$

[যোজন ও বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2 \cos A}{-2 \sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos A}{-\sin A} = -\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot A = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot A = \cot 30^\circ \therefore A = 30^\circ \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{প্রশ্ন ১৯} \parallel A \text{ ও } B \text{ সূক্ষ্মকোণ এবং } \cot(A + B) = 1, \cot(A - B) = \sqrt{3} \text{ হলে, } A \text{ ও } B \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

সমাধান : ১ম শর্তানুযায়ী

$$\cot(A + B) = 1$$

$$\text{বা, } \cot(A + B) = \cot 45^\circ \quad [\because \cot 45^\circ = 1]$$

$$\therefore A + B = 45^\circ \dots\dots\dots(i)$$

আবার, ২য় শর্তানুযায়ী

$$\cot(A - B) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot(A - B) = \cot 30^\circ [\because \cot 30^\circ = \sqrt{3}]$$

$$\therefore A - B = 30^\circ \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2A = 75^\circ$$

$$\text{বা, } A = \frac{75^\circ}{2} = 37 \frac{1}{2}^\circ$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$B = 45^\circ - A$$

$$= 45^\circ - \frac{75^\circ}{2}$$

$$= \frac{90^\circ - 75^\circ}{2} = \frac{15^\circ}{2} = 7 \frac{1}{2}^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় মান } A = 37 \frac{1}{2}^\circ; B = 7 \frac{1}{2}^\circ$$

প্রশ্ন ১২০ ৥ দেখাও যে, $\cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$ যদি $A = 30^\circ$ হয়।

সমাধান :

$$\text{বামপদ} = \cos 3A$$

$$= \cos (3 \times 30^\circ)$$

$$= \cos 90^\circ = 0 [\because \cos 90^\circ = 0]$$

$$\text{ডানপদ} = 4 \cos^3 A - 3 \cos A$$

$$= 4 \cos^3 30^\circ - 3 \cos 30^\circ$$

$$= 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$\text{অর্থাৎ, } \cos 3A = 4 \cos^3 A - 3 \cos A \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১২১ ৥ সমাধান কর : $\sin \theta + \cos \theta = 1$, যখন $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$

সমাধান : দেওয়া আছে, $\sin \theta + \cos \theta = 1$

$$\text{বা, } \sin \theta = 1 - \cos \theta$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = (1 - \cos \theta)^2 \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } \sin^2 \theta = 1 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 \theta = 1 - 2 \cos \theta + \cos^2 \theta [\because \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta]$$

$$\text{বা, } 1 - \cos^2 \theta - 1 + 2 \cos \theta - \cos^2 \theta = 0$$

$$\text{বা, } -2 \cos^2 \theta + 2 \cos \theta = 0$$

$$\text{বা, } -2 \cos \theta (\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } -2 \cos \theta = 0$$

$$\text{অথবা, } \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{0}{-2} = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 90^\circ [\because \cos 90^\circ = 0]$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 0^\circ$$

$$\therefore \theta = 90^\circ$$

$$\therefore \theta = 0^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } \theta = 0^\circ \text{ অথবা } 90^\circ$$

প্রশ্ন ১২২ ৥ সমাধান কর : $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5 \cos \theta$, যখন θ সূক্ষ্মকোণ।

সমাধান : দেওয়া আছে, $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5 \cos \theta$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta - \sin^2 \theta - 2 + 5 \cos \theta = 0$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) - 2 + 5 \cos \theta = 0$$

$$[\because \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta]$$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta - 2 + 5 \cos \theta = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2 \theta + 5 \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2 \theta + 6 \cos \theta - \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta (\cos \theta + 3) - 1 (\cos \theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta + 3) (2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos \theta + 3 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = -3$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2}$$

যেহেতু, $\cos \theta$ এর মান সর্বদা -1 ও $+1$ এর মধ্যবর্তী সুতরাং $\cos \theta = -3$ গ্রহণযোগ্য নয়।

$$\text{অতএব, } \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 60^\circ \quad \left[\because \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \right]$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান } \theta = 60^\circ$$

প্রশ্ন ১২৩ ৥ সমাধান কর : $2 \sin^2 \theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$, θ সূক্ষ্মকোণ।

সমাধান : $2 \sin^2 \theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$

$$\text{বা, } 2(1 - \cos^2 \theta) + 3 \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2 - 2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } -2 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta + 1 = 0 \text{ [-1 দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } 2 \cos^2 \theta - 2 \cos \theta - \cos \theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta (\cos \theta - 1) - 1 (\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta - 1) (2 \cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } 2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = 1 = \cos 0^\circ$$

$$\text{বা, } 2 \cos \theta = 1$$

$$\therefore \theta = 0^\circ$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } \theta = 60^\circ$$

$$[\text{যেহেতু } \theta \text{ সূক্ষ্মকোণ}]$$

প্রশ্ন ১২৪ ৥ সমাধান কর : $\tan^2 \theta - (1 + \sqrt{3}) \tan \theta + \sqrt{3} = 0$

সমাধান : $\tan^2 \theta - (1 + \sqrt{3}) \tan \theta + \sqrt{3} = 0$

$$\text{বা, } \tan^2 \theta - \tan \theta - \sqrt{3} \tan \theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan \theta (\tan \theta - 1) - \sqrt{3} (\tan \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (\tan \theta - 1) (\tan \theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয় } \tan \theta - 1 = 0$$

$$\text{অথবা, } \tan \theta - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } \tan \theta = 1 = \tan 45^\circ$$

$$\text{বা, } \tan \theta = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান, } \theta = 45^\circ \text{ এবং } 60^\circ$$

[বি. দ্র. : পাঠ্যবইয়ে উত্তর ভুল আছে]

প্রশ্ন ১২৫ ৥ মান নির্ণয় কর : $3 \cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ + 5 \sin^2 45^\circ - 4 \cos^2 60^\circ$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $3\cot^2 60^\circ + \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ$

$$+ 5\sin^2 45^\circ - 4\cos^2 60^\circ$$

$$= 3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{1}{4} \times (2)^2 + 5 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 3 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times 4 + 5 \times \frac{1}{2} - 4 \times \frac{1}{4}$$

$$= 1 + 1 + \frac{5}{2} - 1 = 1 + \frac{5}{2} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$

নির্ণেয় মান $\frac{7}{2}$.

প্রশ্ন ১২৬ ৥ $\triangle ABC$ এর $\angle B = 90^\circ$, $AB = 5$ cm, $BC = 12$ cm

(ক) AC এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(খ) $\angle C = \theta$ হলে $\sin\theta + \cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) দেখাও যে, $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = \sec^2\theta \operatorname{cosec}^2\theta$

সমাধান :

(ক) যেহেতু $\angle B = 90^\circ$, সেহেতু ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। AC এর অতিভুজ।

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = (5)^2 + (12)^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 25 + 144$$

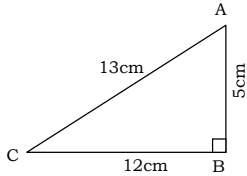
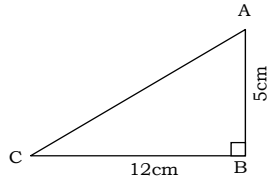
$$\text{বা, } AC^2 = 169$$

$$\text{বা, } AC = \sqrt{169}$$

$$\therefore AC = 13\text{cm (Ans.)}$$

(খ) চিত্র হতে পাই,

$$\sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{13}$$



$$\text{এবং } \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC} = \frac{12}{13}$$

$$\therefore \sin\theta + \cos\theta = \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{5+12}{13} = \frac{17}{13}$$

$$\text{নির্ণেয় মান } \frac{17}{13}$$

(গ) বামপদ = $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta$

$$= \frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta \cos^2\theta}$$

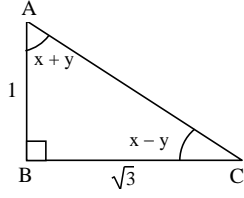
$$= \frac{1}{\sin^2\theta \cos^2\theta} \quad [\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$$

$$= \frac{1}{\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{\sin^2\theta}$$

$$= \sec^2\theta \operatorname{cosec}^2\theta = \text{ডানপদ}$$

অর্থাৎ, $\sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = \sec^2\theta \operatorname{cosec}^2\theta$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১২৭ ৥



(ক) AC এর পরিমাপ কত?

(খ) $\tan A + \tan C$ এর মান নির্ণয় কর।

(গ) x ও y এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) প্রদত্ত $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

\therefore পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$$

$$\text{বা, } AC^2 = 1 + 3$$

$$\text{বা, } AC^2 = 4 \text{ বা, } AC = \sqrt{4} \therefore AC = 2 \text{ (Ans.)}$$

$$(খ) \tan A = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\text{এবং } \tan C = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan A + \tan C = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\text{নির্ণেয় মান } \frac{4}{\sqrt{3}}$$

(গ) 'খ' হতে পাই, $\tan A = \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 60^\circ$$

$$\text{বা, } A = 60^\circ$$

$$\text{বা, } x + y = 60^\circ \quad [\because \angle A = x + y]$$

$$\therefore x + y = 60^\circ \quad \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan C = \tan 30^\circ$$

$$\text{বা, } C = 30^\circ$$

$$\text{বা, } x - y = 30^\circ \quad [\because \angle C = x - y]$$

$$\therefore x - y = 30^\circ \quad \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$x + y + x - y = 60^\circ + 30^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 90^\circ$$

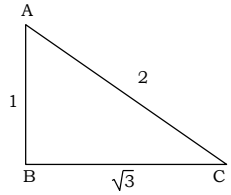
$$\therefore x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

x এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$45^\circ + y = 60^\circ$$

$$\text{বা, } y = 60^\circ - 45^\circ \therefore y = 15^\circ$$

$$\text{নির্ণেয় মান } x = 45^\circ \text{ এবং } y = 15^\circ$$



গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $A = 30^\circ$ হলে, $\tan A \tan 2A$ এর মান কত?

- ক ০ খ $\frac{1}{3}$ গ ১ ঘ ৩

২. $\sec^2 30^\circ - \operatorname{cosec}^2 90^\circ$ এর মান কত?

- ক $\frac{4}{3}$ খ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{3}$

৩. $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে, θ এর মান কত?

- ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

৪. $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$ এবং θ ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ হলে, $\cos \theta$ এর মান কত?

- ক $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{3}{4}$

৫. $A = 30^\circ$ হলে $\frac{2 \sin A}{1 - \sin^2 A}$ এর মান কত?

- ক $\frac{4}{3}$ খ $2\sqrt{2}$ গ $4\sqrt{3}$ ঘ $6\sqrt{3}$

৬. $\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ}$ এর মান কত?

- ক ১ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{4}$

৭. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের বেট্রে—

i. $\sin 60^\circ = \frac{1}{\cos \operatorname{ec} 60^\circ}$ ii. $\tan 45^\circ = \frac{1}{\sin 90^\circ}$

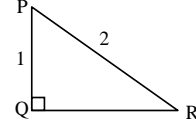
iii. $\cos \operatorname{ec} 30^\circ = \frac{1}{\cos 60^\circ}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i খ ii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৭ ও ৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৯.৬ : 30° , 45° ও 60° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত



৮. $2\angle R$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

৯. ΔPQR এর বেট্রে—

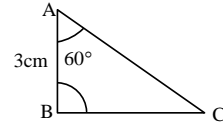
i. $\sec P = \operatorname{cosec} R$ ii. $\cos P + \sec P = \frac{5}{2}$

iii. $\tan R = \frac{1}{\sqrt{3}}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১০ ও ১১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১০. BC এর দৈর্ঘ্য কত?

- ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ মি. খ $\sqrt{3}$ মি.
গ $2\sqrt{3}$ মি. ঘ $3\sqrt{3}$ মি.

১১. AC এর দৈর্ঘ্য কত?

- ক $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ মি. খ $3\sqrt{3}$ মি. গ $6\sqrt{3}$ মি. ঘ $\sqrt{36}$ মি.

- ক $\sqrt{3}$ খ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ ১ ঘ ০

১৮. $\sin \theta = \frac{1}{2}$ হলে, $\cos \theta =$ কত?

(মধ্যম)

- ক ১ খ $\frac{1}{2}$ গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ ০

ব্যাখ্যা : $\sin \theta = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$ বা, $\theta = 30^\circ \therefore \cos \theta = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

১৯. $\operatorname{cosec} \theta = 2$ হলে $\theta =$?

(সহজ)

- ক 30° খ 45° গ 60° ঘ 90°

ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec} \theta = 2$ বা, $\sin \theta = \frac{1}{2} \therefore \theta = 30^\circ$

২০. $\frac{1}{4} \sec^2 60^\circ =$ কত?

(মধ্যম)

- ক ১ খ ২ গ $\frac{1}{4}$ ঘ $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $\frac{1}{4} \sec^2 60^\circ = \frac{1}{4} (2)^2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$

২১. $\sec \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ হলে $\tan \theta =$?

(মধ্যম)

- ক ১ খ $\sqrt{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{2}$

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১২. $\sin 30^\circ$ এর মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ক $\frac{1}{2}$ খ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$

১৩. $\cos 30^\circ$ এর মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ক $\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ ২ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

১৪. $\tan 30^\circ$ এর মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ ২ গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{2}$

১৫. $\cot \theta = \sqrt{3}$ হলে $\theta =$ কত?

(সহজ)

- ক ০ খ 30° গ 45° ঘ 60°

১৬. $\cos 60^\circ \sec 60^\circ =$ কত?

(মধ্যম)

- ক $\frac{1}{2}$ খ ২ গ ১ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

১৭. $\theta = 30^\circ$ হলে, $\tan 2\theta =$ কত?

(মধ্যম)

ব্যাখ্যা : $\sec\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} = \sec 30^\circ$ বা, $\theta = 30^\circ \therefore \tan\theta = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

২২. $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, A এর মান কত? (মধ্যম)

- ক) 30° খ) 45° ● 60° গ) 90°

২৩. $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin\theta = ?$ (মধ্যম)

- ক) 0 ● $\frac{1}{2}$ গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ) 1

ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$ বা, $\theta = 30^\circ \therefore \sin\theta = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

২৪. $\sin\theta = \cos\theta$ হলে $\theta = ?$ (সহজ)

- ক) 30° খ) 60° ● 45° গ) 90°

২৫. $\cot\theta = 1$ হলে, $\cos\theta = ?$ (মধ্যম)

- ক) 0 খ) $\frac{1}{2}$ ● $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গ) 1

ব্যাখ্যা : $\cot\theta = 1 = \cot 45^\circ$ বা, $\theta = 45^\circ \therefore \cos\theta = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

২৬. $\tan\theta = \cot\theta$ হলে, $\sec\theta = ?$ (কঠিন)

- ক) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ খ) 2 ● $\sqrt{2}$ গ) $\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $\tan\theta = \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$ বা, $\tan^2\theta = 1$ বা, $\theta = 45^\circ$
 $\therefore \sec\theta = \sec 45^\circ = \sqrt{2}$.

২৭. $\tan 30^\circ \cdot \cot 30^\circ = ?$ (মধ্যম)

- ক) $\sqrt{3}$ খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ) $\frac{1}{3}$ ● 1

২৮. $\cos 3A$ এর মান 0 (শূন্য) হবে যখন? (সহজ)

- $A = 30^\circ$ খ) $A = 45^\circ$ গ) $A = 60^\circ$ গ) $A = 90^\circ$

ব্যাখ্যা : $\cos 3A = 0$ বা, $\cos 3A = \cos 90^\circ \therefore A = 30^\circ$

২৯. $\sin 3A = \cos 3A$ হবে যখন A = কত? (সহজ)

- ক) 10° ● 15° গ) 20° গ) 45°

ব্যাখ্যা : $\sin 3A = \cos 3A$ বা, $\frac{\sin 3A}{\cos 3A} = 1$ বা, $\tan 3A = \tan 45^\circ \therefore A = 15^\circ$

৩০. $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\theta = ?$ (মধ্যম)

- 30° খ) 60° গ) 45° গ) 90°

৩১. $5\sin A = 3$ হলে $\tan A$ এর মান কত? (মধ্যম)

- ক) $\frac{4}{5}$ খ) $\frac{5}{4}$ ● $\frac{3}{4}$ গ) $\frac{4}{3}$

■ ■ ■ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩২. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ii. $\tan 30^\circ \cot 30^\circ = 1$

iii. $\theta = 30^\circ$ হলে, $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৩. $A = 20^\circ$ হলে—

i. $\tan 3A = 2\sin 3A$

ii. $\cot 3A = \sqrt{3}$

iii. $\tan 3A = 3\cot 3A$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii গ) i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. $\tan 3A = \tan 3 \times 20^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$2 \sin 3A = 2 \sin 3 \times 20^\circ = 2 \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

ii. $\cot 3A = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ সুতরাং উক্তিটি সঠিক নয়।

iii. $\tan 3A = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$, $3\cot 3A = 3\cot 60^\circ = 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$;

সুতরাং উক্তিটি সঠিক।

৩৪. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\cos 0^\circ$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত 0

ii. $A = 30^\circ$ হলে, $\cos 2A = \frac{1}{2}$

iii. $\frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 30^\circ = 1$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii গ) i, ii ও iii

৩৫. নিচের ত্রিকোণমিতিক সূত্রসমূহ লক্ষ কর :

i. $\sin 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ii. $\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$

iii. $\sec 45^\circ = \sqrt{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii গ) i, ii ও iii

৩৬. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\operatorname{cosec} 30^\circ = 2$

ii. $\tan 30^\circ \cdot \sec 30^\circ = \frac{2}{3}$

iii. $\sec 45^\circ = \sqrt{2}$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৭. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\operatorname{cosec} 45^\circ \sin 45^\circ = 2$

ii. $\cos 45^\circ \tan 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

iii. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

৩৮. $\theta = 30^\circ$ এর বেধে—

i. $4\sin\theta = \frac{1}{\cos 2\theta}$

ii. $\tan 2\theta = \sec 2\theta$

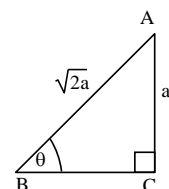
iii. $\tan 2\theta = 2\sin 2\theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii গ) i, ii ও iii

■ ■ ■ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৯-৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৩৯. $BC =$ কত একক?

(মধ্যম)

- ক $\sqrt{2}a$ ● a গ $\frac{a}{2}$ ঘ $\frac{a}{3}$

৪০. $\theta =$ কত ডিগ্রী?

(সহজ)

- ক 60° ● 45° গ 30° ঘ $22\frac{1}{2}^\circ$

ব্যাখ্যা : সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণগুলো সমান।

$$\theta = \angle A \text{ এবং } \theta + \angle A = 90^\circ \text{ বা, } 2\theta = 90^\circ$$

৪১. $\sin\theta \tan\theta =$ কত?

(মধ্যম)

- ক $\sqrt{3}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\sqrt{2}$ ● $\frac{1}{\sqrt{2}}$

৪২. $\sec\theta \cos(90^\circ - \theta) =$ কত?

(মধ্যম)

- ক $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ● 1 গ $\sqrt{2}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ব্যাখ্যা : $\sec 45^\circ \cdot \cos(90^\circ - \theta)$

$$= \sec 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = \sec 45^\circ \cdot \frac{1}{\sec 45^\circ} = 1$$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩ – ৪৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\sin 60^\circ, \tan 30^\circ, \tan 45^\circ, \tan 60^\circ$$

৪৩. $\tan^2 45^\circ =$ কত?

(মধ্যম)

- 1 ঘ $\frac{1}{3}$ গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$

৪৪. $\tan 30^\circ \tan 60^\circ =$ কত?

(মধ্যম)

- ক 0 ● 1 গ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

৪৫. $\tan^2 45^\circ \sin 60^\circ =$ কত?

(কঠিন)

- ক $\frac{3}{2}$ ● $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৬ – ৪৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\triangle ABC$ একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ। $\angle C = 90^\circ$ এবং $\angle B = \theta$. $AC = BC = a$.

৪৬. AB এর মান কত?

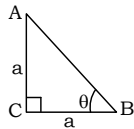
(মধ্যম)

- ক $2a$ ● $a\sqrt{2}$ গ a ঘ $\frac{a}{2}$

ব্যাখ্যা :

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{2}a = a\sqrt{2}$$



৪৭. $\sin\theta$ এর মান কত?

(সহজ)

- ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ $\frac{1}{2}$ গ 1 ● $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \sin\theta = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

৪৮. $\angle BAC$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ক 15° ঘ 30° ● 45° ঘ 60°

$$\text{ব্যাখ্যা : } \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ বা, } \theta = 45^\circ \therefore \angle BAC = 45^\circ$$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৪৯ – ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\sin A = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos A \text{ এবং } 2\sin B - 1 = 0$$

৪৯. A এর মান কত?

(মধ্যম)

- 30° ঘ 45° গ 60° ঘ 90°

৫০. B এর মান কত?

(মধ্যম)

- 30° ঘ 45° গ 60° ঘ 90°

৫১. $\sin A + \cos 2B$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ক 2 ● 1 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{3}$

৯.৭ : পূরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫২. $\sin(90^\circ - \theta) =$ কত?

(সহজ)

- ক $\sin\theta$ ● $\cos\theta$ গ $\sec\theta$ ঘ $\operatorname{cosec}\theta$

৫৩. $\cos(90^\circ - \theta)$ এর সমান কত?

(সহজ)

- ক $\cos\theta$ ● $\sin\theta$ গ $\operatorname{cosec}\theta$ ঘ $\sec\theta$

৫৪. $\tan(90^\circ - 30^\circ)$ নিচের কোনটির সমান?

(সহজ)

- ক $\sin 30^\circ$ ঘ $\cos 30^\circ$ ● $\cot 30^\circ$ ঘ $\sec 30^\circ$

৫৫. $\sec(90^\circ - \phi) =$ কত?

(সহজ)

- $\operatorname{cosec}\phi$ ঘ $\sin\phi$ গ $\cos\phi$ ঘ $\tan\phi$

৫৬. $\cos(90^\circ - \theta) \tan(90^\circ - \theta) = ?$

(মধ্যম)

- ক $\sin\theta$ ● $\cos\theta$ গ $\sec\theta$ ঘ $\operatorname{cosec}\theta$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \cos(90^\circ - \theta) \cdot \tan(90^\circ - \theta) = \sin\theta \cdot \cot\theta$$

$$= \sin\theta \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cos\theta$$

৫৭. $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = 2$ হলে $\cos\theta =$ কত?

(মধ্যম)

- ক 2 ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ● $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec\theta = 2$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$$

৫৮. θ পূরক কোণের $\sec =$ কত?

(সহজ)

- $\sec(90^\circ - \theta)$ ঘ $\sec(\theta + 90^\circ)$
গ $\sec\theta$ ঘ $\sec 90^\circ$

৫৯. $\sec(90^\circ - \theta) \cdot \cot(90^\circ - \theta) = ?$

(মধ্যম)

- ক $\sin\theta$ ঘ $\cos\theta$
● $\sec\theta$ ঘ $\operatorname{cosec}\theta$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \sec(90^\circ - \theta) \cdot \cot(90^\circ - \theta) = \operatorname{cosec}\theta \cdot \tan\theta$$

$$\frac{1}{\sin\theta} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} = \sec\theta$$

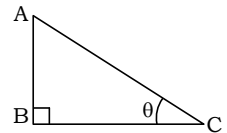
বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬০. চিত্রে—

i. $\angle BAC = 90^\circ - \theta$

ii. $\tan(90^\circ - \theta) = \frac{BC}{AB}$

iii. $\cot(90^\circ - \theta) = \frac{BC}{AC}$



নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

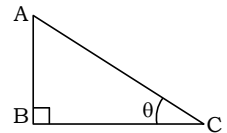
- ক i ও ii ঘ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৬১. চিত্রে—

i. $\angle BAC = 90^\circ - \theta$

ii. $\cot(90^\circ - \theta) = \frac{BC}{AB}$

iii. $\sin(90^\circ - \theta) = \frac{BC}{AC}$



নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৬২. θ পূরক কোণের \tan এর সমান—

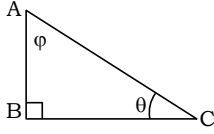
- i. $\tan(90^\circ - \theta)$
ii. $\cot\theta$
iii. $\sec\theta$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- i ও ii ☒ i ও iii ☒ ii ও iii ☒ i, ii ও iii

৬৩. চিত্রে—



- i. $\theta + \phi = 90^\circ$
ii. $\sec(90^\circ - \phi) = \frac{AC}{BC}$
iii. $\operatorname{cosec}(90^\circ - \phi) = \frac{AC}{AB}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- ☒ i ও ii ☒ i ও iii ☒ ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৪ – ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$$

৬৪. $\sec(90^\circ - \theta)$ এর সমান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ☒ $\cos\theta$ ☒ $\sin\theta$ ☒ $\tan\theta$ ● $\operatorname{cosec}\theta$

৬৫. $\cot\theta = ?$

(কঠিন)

- ☒ $\frac{5}{4}$ ☒ $\frac{4}{5}$ ● $\frac{4}{3}$ ☒ $\frac{3}{4}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \frac{25}{9} - 1 = \frac{16}{9} \text{ বা, } \cot\theta = \frac{4}{3}$$

৬৬. $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = ?$

(সহজ)

- ☒ $\frac{5}{4}$ ☒ $\frac{4}{3}$ ● $\frac{1}{3}$ ☒ 3

$$\text{ব্যাখ্যা : } \operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

৬৭. $\sec\theta = ?$

(কঠিন)

- $\frac{5}{4}$ ☒ $\frac{3}{4}$ ☒ $\frac{4}{5}$ ☒ $\frac{4}{3}$

$$\text{ব্যাখ্যা : } \cot\theta = \frac{4}{3} \text{ বা, } \tan\theta = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \text{ বা, } \sec\theta = \frac{5}{4}$$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৮ – ৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{2}{3}$$

৬৮. $\sin(90^\circ - \theta) =$ কত?

(সহজ)

- ☒ $\sin\theta$ ● $\cos\theta$ ☒ $\sec\theta$ ☒ $\cot\theta$

৬৯. $\tan\theta$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ☒ $\frac{5}{4}$ ☒ $\frac{5}{2}$ ● $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ☒ $\frac{\sqrt{5}}{4}$

৭০. $\sec^2\theta - \sin^2\theta$ এর মান কত?

(কঠিন)

- ☒ $\frac{25}{16}$ ☒ $\frac{36}{61}$ ● $\frac{61}{36}$ ☒ $\frac{72}{36}$

৭১. $\operatorname{cosec}^2\theta + \tan^2\theta$ এর মান কত?

(কঠিন)

- ☒ $\frac{25}{16}$ ● $\frac{61}{20}$ ☒ $\frac{61}{36}$ ☒ $\frac{61}{42}$

৯.৮ : 0° ও 90° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৭২. $\cos\theta = 0$ হলে $\theta = ?$

(সহজ)

- ☒ 30° ☒ 45° ☒ 60° ● 90°

৭৩. θ এর কোন মানের জন্য $\sec\theta$ অসংজ্ঞায়িত?

(সহজ)

- ☒ 0° ☒ 30° ☒ 60° ● 90°

৭৪. নিচের কোনটির মান সংজ্ঞায়িত?

(সহজ)

- ☒ $\tan 90^\circ$ ☒ $\sec 90^\circ$ ● $\cos 90^\circ$ ☒ $\operatorname{cosec} 0^\circ$

৭৫. $\cos\theta = 1$ হলে $\theta = ?$

(সহজ)

- 0° ☒ 30° ☒ 60° ☒ 90°

৭৬. $\sin\theta = 1$ হলে $\theta = ?$

(সহজ)

- ☒ 30° ☒ 45° ☒ 60° ● 90°

৭৭. θ এর কোন মানের জন্য $\tan\theta$ অসংজ্ঞায়িত?

(সহজ)

- ☒ 0° ☒ 30° ☒ 60° ● 90°

৭৮. $\frac{\cos 0^\circ}{\sin 90^\circ} =$ কত?

(সহজ)

- ☒ -1 ☒ 0 ☒ α ● 1

$$\text{ব্যাখ্যা : } \frac{\cos 0^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1} = 1$$

৭৯. $\sec\theta = \sqrt{2}$ হলে $\operatorname{cosec}(\theta + 45^\circ)$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- 1 ☒ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ☒ $\sqrt{2}$ ☒ 2

$$\text{ব্যাখ্যা : } \sec\theta = \sqrt{2} = \sec 45^\circ \text{ বা, } \theta = 45^\circ$$

$$\operatorname{cosec}(\theta + 45^\circ) = \operatorname{cosec}(45^\circ + 45^\circ) = \operatorname{cosec} 90^\circ = 1$$

৮০. $\theta + \phi = 90^\circ$ এবং $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে $\phi = ?$

(মধ্যম)

- ☒ 30° ☒ 45° ● 60° ☒ 90°

$$\text{ব্যাখ্যা : } \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ \text{ বা, } \theta = 30^\circ$$

$$\therefore \phi = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

৮১. $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ হলে $\sec\theta$ এর সর্বনিম্ন মান কত?

(মধ্যম)

- 1 ☒ $\sqrt{2}$ ☒ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ☒ 0

৮২. $\operatorname{cosec}^2 90^\circ - \cot^2 90^\circ - 2 = ?$

(সহজ)

- -1 ☒ 0 ☒ 1 ☒ 2

$$\text{ব্যাখ্যা : } \operatorname{cosec}^2 90^\circ - \cot^2 90^\circ - 2 = 1 - 2 = -1$$

৮৩. $\sin A = \tan A$ হলে $A = ?$

(মধ্যম)

- 0° ☒ 30° ☒ 45° ☒ 90°

$$\text{ব্যাখ্যা : } \sin A = \tan A \text{ বা, } \sin A = \frac{\sin A}{\cos A} \text{ বা, } \cos A = 1 = \cos 0^\circ \text{ বা, } A = 0^\circ$$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৮৪. নিচের ত্রিকোণমিতিক সূত্রসমূহ লক্ষ্য কর :

$$\text{i. } \operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec\theta$$

$$\text{ii. } \tan\theta \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sin\theta$$

$$\text{iii. } \tan 45^\circ \sin 60^\circ \tan 30^\circ \operatorname{cosec}^2 45^\circ = 1$$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ☒ i ও ii ☒ i ও iii ☒ ii ও iii ● i, ii ও iii

৮৫. 0° কোণের বেত্রে—

- i. $\operatorname{cosec} 0^\circ$ ও $\cot 0^\circ$ এর মান অসংজ্ঞায়িত

- ii. $\sec 0^\circ$ ও $\tan 0^\circ$ এর মান সংজ্ঞায়িত
iii. প্রান্তীয় বাহু ও আদি বাহু একই রশ্মি

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮৬. $\theta = 90^\circ$ হলে—

- i. $\sin \theta$ ও $\cos \theta$ এর মান সমান
ii. $\tan \theta$ এর মান অসংজ্ঞায়িত
iii. $\cos \theta$ ও $\cot \theta$ এর মান 0

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮৭. $\theta = 30^\circ$ হলে—

- i. $\sin 3\theta = 1$ ii. $\sec 3\theta = 0$
iii. $\cot 3\theta = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii গ) i ও iii ঘ) ii ও iii ঙ) i, ii ও iii

৮৮. $\theta = 30^\circ$ হলে—

- i. $\sin 3\theta = 1$ ii. $\operatorname{cosec} \theta = 2$
iii. $\cot 3\theta = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৮৯. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ii. $\cot 45^\circ = 1$
iii. $\sec 90^\circ = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

■ অল্প তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৯০ ও ৯১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

0, 3, 9 তিনটি সংখ্যা।

৯০. ১ম সংখ্যাকে ২য় সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফলের মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ক) $\tan 90^\circ$ খ) $\cot 0^\circ$ গ) $\sin 0^\circ$ ঘ) $\cos 0^\circ$

৯১. ২য় সংখ্যাকে ২য় সংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) $\sec 90^\circ$ খ) $\operatorname{cosec} 0^\circ$ গ) $\cos 90^\circ$ ঘ) $\sin 90^\circ$

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৯২ – ৯৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\sqrt{2} \cos(A-B) = 1, 2\sin(A+B) = \sqrt{3}$$

৯২. $A - B =$ কত?

(মধ্যম)

- ক) 15° খ) 30° গ) 45° ঘ) 60°

ব্যাখ্যা : $\sqrt{2} \cos(A-B) = 1$ বা, $\cos(A-B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ \therefore A - B = 45^\circ$$

৯৩. $A + B =$ কত?

(মধ্যম)

- ক) 15° খ) 30° গ) 45° ঘ) 60°

ব্যাখ্যা : $2\sin(A+B) = \sqrt{3}$ বা, $\sin(A+B) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$

$$\therefore A + B = 60^\circ$$

১০৪. $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = 2$ হলে $\cos \theta =$ কত?

- ক) 2 খ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ) $\frac{1}{2}$ ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

৯৪. A এর মান কত?

(মধ্যম)

- ক) $7\frac{1}{2}$ গ) $52\frac{1}{2}$ ঘ) $23\frac{1}{2}$ ঙ) $17\frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা : $2A = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$ বা, $A = 52\frac{1}{2}$

৯৫. B এর মান কত?

(মধ্যম)

- ক) $7\frac{1}{2}$ গ) $52\frac{1}{2}$ ঘ) $23\frac{1}{2}$ ঙ) $17\frac{1}{2}$

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৯৬ – ৯৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

0, 1, 2, 4 চারটি সংখ্যা।

৯৬. প্রথম সংখ্যাকে ৩য় সংখ্যা দ্বারা কোনটির মান পাওয়া যায়? (সহজ)

- ক) $\tan 0^\circ$ খ) $\cot 60^\circ$ গ) $\cos 30^\circ$ ঘ) $\tan 90^\circ$

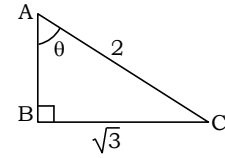
৯৭. ২য় সংখ্যাকে ৪র্থ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের বর্গমূল নিলে কোনটির মান পাওয়া যায়? (মধ্যম)

- ক) $\tan 60^\circ$ খ) $\cot 60^\circ$ গ) $\cos 60^\circ$ ঘ) $\sin 0^\circ$

৯৮. ৩য় সংখ্যাকে ৪র্থ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের বর্গমূল করলে কোনটির মান পাওয়া যায়? (মধ্যম)

- ক) $\tan 45^\circ$ খ) $\cot 45^\circ$ গ) $\cos 45^\circ$ ঘ) $\sin 60^\circ$

■ নিচের চিত্রের আলোকে ৯৯ – ১০১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



৯৯. চিত্রে θ এর মান কত?

(সহজ)

- ক) 30° খ) 45° গ) 60° ঘ) 90°

ব্যাখ্যা : চিত্রে $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ \therefore \theta = 60^\circ$

১০০. $\sec \angle ACB$ এর মান কত?

(সহজ)

- ক) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ গ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ) $\sqrt{3}$

১০১. $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta =$?

(মধ্যম)

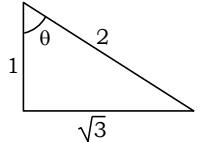
- ক) $\frac{1}{2}$ গ) 1 ঘ) $\sqrt{2}$ ঙ) 2

ব্যাখ্যা : $\therefore \sec^2 \theta - \tan^2 \theta$

$$= 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$$

$$\sec \theta = \frac{2}{1} = 2$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



■ নিচের তথ্যের আলোকে ১০২ ও ১০৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$2\tan^2 \theta + 3\cos \theta - 3 = 0$$

১০২. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নিচের কোন সমীকরণটি সঠিক? (কঠিন)

- ক) $2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 1 = 0$ খ) $3\cos^2 \theta - 2\cos \theta + 1 = 0$
গ) $2\cos^2 \theta - 3\cos \theta + 1 = 0$ ঘ) $3\sin^2 \theta - 2\sin \theta + 1 = 0$

ব্যাখ্যা : $2\tan^2 \theta + 3\cos \theta - 3 = 0$ বা, $2(1 - \cos^2 \theta) + 3\cos \theta - 3 = 0$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta - 3\cos \theta + 3 - 2 = 0 \text{ বা, } 2\cos^2 \theta - 3\cos \theta + 1 = 0$$

১০৩. $\cos \theta$ সমান কত?

(কঠিন)

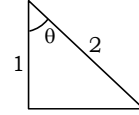
- ক) $1, \frac{1}{2}$ খ) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{4}$ ঘ) $1, \frac{1}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sec \theta = 2 \therefore \cos \theta = \frac{1}{2}$

১০৫. $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে, $\sin \theta =$?

১০৬. $\tan^2 45^\circ \sin^2 90^\circ \cos^2 90^\circ$ এর মান কত?
 (ক) 45 (খ) 0.5 (গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) 1
১০৭. $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ =$ কত?
 (ক) 0 (খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (গ) 1 (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
১০৮. $A = 45^\circ$ হলে $\cos^2 A$ এর মান নিচের কোনটি?
 (ক) 0 (খ) 1 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
১০৯. $\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ =$ কত?
 (ক) 5 (খ) 4 (গ) 3.5 (ঘ) 1
১১০. π এর মান নিচের কোনটি?
 (ক) 360° (খ) 180° (গ) 90° (ঘ) 0°
১১১. $\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ}$ এর মান কত?
 (ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (খ) 2 (গ) $\frac{1}{3}$ (ঘ) 3
১১২. $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ =$?
 (ক) $\cos 60^\circ$ (খ) $\sin 90^\circ$ (গ) $\cos 30^\circ$ (ঘ) $\cos 45^\circ$
১১৩. $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$ হলে, $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান কত?
 (ক) $\frac{5}{3}$ (খ) $\frac{3}{5}$ (গ) $\frac{25}{5}$ (ঘ) 1
১১৪. $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে নিচের কোনটি $(A + B)$ এর মান?
 (ক) $A + B = 30^\circ$ (খ) $A + B = 45^\circ$
 (গ) $A + B = 60^\circ$ (ঘ) $A + B = 90^\circ$
১১৫. $\frac{\cos A}{\sin A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ হলে নিচের কোনটি A এর মান?
 (ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 0°
১১৬. $\cos A$ এর মান 0 (শূন্য) হলে, $A =$ কত?
 (ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 90°
১১৭. $\tan 45^\circ \cdot \cot 45^\circ$ এর মান কত?
 (ক) $\frac{1}{2}$ (খ) 0 (গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) 1
১১৮. $\cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ =$ কত?
 (ক) $\frac{1}{4}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) 1 (ঘ) 0
১১৯. $\tan(90^\circ - 30^\circ)$ নিচের কোনটির সমান?
 (ক) $\sin 30^\circ$ (খ) $\cos 30^\circ$ (গ) $\cot 30^\circ$ (ঘ) $\sec 30^\circ$
১২০. $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ হলে $\cot \theta$ এর মান কোনটি?
 (ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (খ) $\sqrt{3}$ (গ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (ঘ) $2\sqrt{3}$
১২১. $\cos 3A$ এর মান 0 (শূন্য) হবে কখন?
 (ক) $A = 90^\circ$ (খ) $A = 60^\circ$ (গ) $A = 45^\circ$ (ঘ) $A = 30^\circ$
১২২. $\frac{\cos 0^\circ}{\sin 90^\circ} =$ কত?
 (ক) 1 (খ) 0 (গ) α (ঘ) -1
১২৩. $\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ =$?
 (ক) 1 (খ) 2 (গ) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ (ঘ) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

১২৪. $\frac{\sin 45^\circ}{\sec 45^\circ} =$ কত?
 (ক) $\sqrt{2}$ (খ) $\frac{1}{2}$ (গ) 2 (ঘ) 1
১২৫. $4 \cos^3 A - 3 \cos A$ যদি $A = 30^\circ$ হয় তবে এর মান কত?
 (ক) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (খ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (গ) $\frac{3\sqrt{3}}{3}$ (ঘ) 0
১২৬. $\cos 45^\circ \cdot \cot^2 60^\circ \cdot \operatorname{cosec}^2 30^\circ =$ কত?
 (ক) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (খ) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (গ) $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ (ঘ) 1
১২৭. $\sin \theta = \frac{1}{2}$ হলে $\operatorname{cosec} \theta$ এর মান কত?
 (ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (গ) 2 (ঘ) 1
১২৮. $\sin \theta + \cos \theta = 1$ হলে $\sin \theta \cdot \cos \theta =$ কত?
 (ক) 0 (খ) -1 (গ) $\frac{1}{2}$ (ঘ) 1
১২৯. $\operatorname{cosec}(90^\circ - \theta) = \sqrt{2}$ হলে $\cos \theta =$ কত?
 (ক) 2 (খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (গ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
১৩০. $\sec(90^\circ - \theta) = 2$ হলে θ এর মান কত?
 (ক) 45° (খ) 60° (গ) 70° (ঘ) 30°
- ১৩১.



- চিত্রে $\sin \theta =$ কত?
 (ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 70°
১৩২. $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} =$ কত?
 (ক) 0 (খ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ঘ) 1
১৩৩. i. $\sec(90^\circ - \theta) = \cos \theta$
 ii. পূরক কোণের sine = কোণের cosine
 iii. $\tan 0^\circ = 0$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১৩৪. 90° কোণের বেঞ্জে—
 i. $\tan 90^\circ$ এবং $\sec 90^\circ$ অসংজ্ঞায়িত
 ii. $\sin 90^\circ$ এবং $\operatorname{cosec} 90^\circ$ এর মান সমান
 iii. $\cos 90^\circ$ এবং $\cot 90^\circ$ এর মান অসমান
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১৩৫. i. $\tan 0^\circ = 0$
 ii. $\cot 0^\circ = 0$
 iii. $\sec 0^\circ = 1$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
১৩৬. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
 i. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = 1$
 ii. $\sec^2 60^\circ - \tan^2 60^\circ = 0$
 iii. $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক i ও ii ● i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

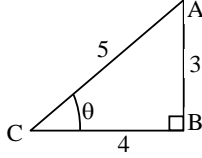
১৩৭. নিচের তথ্যগুলো পড়—

- i. $\cos 0^\circ = \sin 90^\circ$ ii. $\sin (90 - \theta) = \cos \theta$
iii. $A = 30^\circ$ হলে $\cos 3A = \sin 3A$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii ঙ i ও iii
গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

■ নিচের চিত্রের আলোকে ১৩৮ ও ১৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৩৮. $\sin \theta + \cos \theta$ এর মান কত?

- ক $\frac{5}{7}$ ● $\frac{7}{5}$ গ $\frac{3}{4}$ ঘ $\frac{4}{3}$

১৩৯. $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} =$ কত?

- $\frac{7}{25}$ ঙ $\frac{25}{7}$ গ $\frac{7}{5}$ ঘ $\frac{4}{7}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৪০ ও ১৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$2 \cos(A + B) = 1 = 2 \sin(A - B)$$

১৪০. $\sin(A - B)$ এর মান নিচের কোনটি?

- ক -1 ঙ 2 ● $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

১৪১. $A - B$ এর মান কোনটি?

□ □ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১৪৭. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. $\sin^2 A = \cos A$
ii. $\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}}$
iii. $\tan \theta \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \tan \theta \sin \theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক i ও ii ঙ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৪৮. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের বিপরীত বাহুই অতিভুজ
ii. $\tan \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$
iii. $\tan \theta = \frac{4}{3}$ হলে $\sec \theta = \frac{5}{3}$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

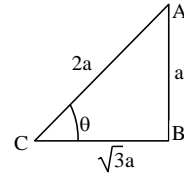
১৪৯. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. $\frac{1}{1 + \sin^2 A} + \frac{1}{1 + \operatorname{cosec}^2 A} = 1$
ii. $\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$
iii. gon অর্থ ধার

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- 30° ঙ 45° গ 60° ঘ 90°

■ নিচের চিত্রের আলোকে ১৪২ – ১৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৪২. $\sin \theta =$ কত?

- $\frac{1}{2}$ ঙ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ 2 ঘ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

১৪৩. $\tan \theta =$ কত?

- ক $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঙ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ গ $\sqrt{3}$ ● $\frac{1}{\sqrt{3}}$

১৪৪. $\sin \theta = \cos \theta$ হলে, $\theta =$ কত?

- ক 30° ● 45° গ 60° ঘ 90°

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৪৫ ও ১৪৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$0^\circ \leq \theta < 60^\circ$$

১৪৫. $\theta < 60^\circ$ হলে, $x = \sin \theta$ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

- $0 \leq x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ঙ $0 \leq x > \frac{\sqrt{3}}{2}$
গ $0 \leq x < \frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $0 \leq x < \frac{1}{3}$

১৪৬. $\theta = 30^\circ$ হলে, $\sec \theta - \tan \theta$ এর কোনটি?

- ক $\sec 30^\circ$ ● $\cot 30^\circ$
গ $\cot 60^\circ$ ঘ $\tan 60^\circ$

- ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫০. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. Trigonometry গ্রীক শব্দ
ii. $\operatorname{cosec}^2 \theta - \cot^2 \theta = 1$
iii. $\tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- ক i ও ii ঙ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫১. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. সমকোণী ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহুই হলো অতিভুজ
ii. $\sin \theta = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

$$\text{iii. } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক i ও ii ঙ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

১৫২. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. $\tan^2 \theta = \sec^2 \theta - 1$
ii. নেভিগেশনে ত্রিকোণমিতি ব্যবহার করা হয়
iii. $\sec \theta$ এর অর্থ \sec ও θ এর গুণফল

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii ঙ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

১৫৩. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. ত্রিকোণমিতিতে ত্রিভুজের পরিমাপ নিয়ে আলোচনা করা হয়

ii. $\cos\theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}}$

iii. $\sec A \cdot \sin A = \tan A$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৫৪. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\sin A = \frac{3}{4}$ হলে $\operatorname{cosec} A = \frac{4}{3}$

ii. $\frac{1}{\cos^2 A} - \frac{1}{\cot^2 A} = 1$

iii. $\sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = 1$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৫৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. cosecant এর সংবিপ্লবিত বৃ প cosec

ii. $\sin\theta = \frac{5}{13}$ হলে, $\cos\theta = \frac{12}{13}$

iii. $\sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ হলে, $\sec\theta = \sqrt{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৫৬. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\operatorname{cosec} A = \frac{a}{b}$ হলে $\tan A = \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}}$

ii. $\sec\theta + \tan\theta = \frac{5}{2}$ হলে, $\sec\theta - \tan\theta = \frac{2}{5}$

iii. গ্রীক শব্দ metron এর অর্থ পরিমাপ

নিচের কোনটি সঠিক?

(মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৫৭. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\tan A = \frac{3}{4}$ হলে $\sin A = \frac{3}{5}$

ii. $\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$

iii. $1 + \frac{\sin^2 A}{1 - \sin^2 A} = \sec^2 A$

নিচের কোনটি সঠিক?

(কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৫৮. $\tan(\theta - 30^\circ) = \sqrt{3}$ হলে—

i. $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

ii. $\theta - 30^\circ = 60^\circ$

iii. $\theta = 90^\circ$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii ● ii ও iii গ) i, ii ও iii

১৫৯. $\sec(\theta - 60^\circ) = \frac{2}{\sqrt{3}}$ হলে—

i. $\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$

ii. $\theta - 60^\circ = 30^\circ$

iii. $\theta = 30^\circ$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii গ) i, ii ও iii

১৬০. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\frac{1 - \sin^2 45^\circ}{1 + \sin^2 45^\circ} + \tan^2 45^\circ = \frac{4}{3}$

ii. $\tan 45^\circ = 1$

iii. $\cot(90^\circ - \theta) = \tan\theta$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

১৬১. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$

ii. $\operatorname{cosec} 45^\circ \cdot \sin 45^\circ = 2$

iii. $\cot 90^\circ \cdot \tan 0^\circ \cdot \sec 30^\circ \cdot \operatorname{cosec} 60^\circ = 0$

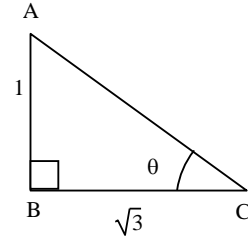
নিচের কোনটি সঠিক?

(কঠিন)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

■ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৬২ – ১৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৬২. AC এর সমান কত?

(সহজ)

- ক) 1 খ) $\sqrt{3}$ ● 2 গ) 3

১৬৩. $\tan\theta =$ কত?

(সহজ)

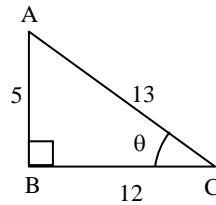
- $\frac{AB}{BC}$ খ) $\frac{AB}{AC}$ গ) $\frac{BC}{AB}$ গ) $\frac{BC}{AC}$

১৬৪. $\sin\theta$ এর সমান কত?

(মধ্যম)

- ক) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ খ) 1 ● $\frac{1}{2}$ গ) $\frac{1}{3}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৬৫ – ১৬৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৬৫. $\sin\theta =$ কত?

(সহজ)

- ক) $\frac{5}{12}$ ● $\frac{5}{13}$ গ) $\frac{12}{5}$ গ) $\frac{13}{5}$

১৬৬. $\sec\theta =$ কত?

(সহজ)

- ক) $\frac{AB}{BC}$ খ) $\frac{AB}{AC}$ গ) $\frac{BC}{AC}$ ● $\frac{AC}{BC}$

১৬৭. $\sin\theta + \cos\theta =$ কত?

(কঠিন)

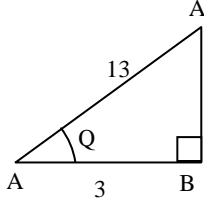
- ক) $\frac{5}{12}$ খ) $\frac{13}{17}$ ● $\frac{17}{13}$ গ) $\frac{169}{229}$

১৬৮. $\cot^2\theta - \sec\theta =$ কত?

(কঠিন)

- ক) $\frac{1204}{300}$ খ) $\frac{1309}{329}$ ● $\frac{1403}{300}$ গ) $\frac{1428}{450}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৬৯ – ১৭১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৬৯. AB এর মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ক ৩ ● ৪ গ ৫ ঘ ৮

১৭০. $\sec^2\theta + \tan^2\theta =$ কত?

(মধ্যম)

- ক ১ ● $\frac{41}{9}$ গ $\frac{9}{41}$ ঘ ২

১৭১. $\sin^2\theta - \cos^2\theta =$ কত?

(মধ্যম)

- $\frac{7}{25}$ ক $\frac{25}{7}$ গ $\frac{10}{25}$ ঘ $\frac{25}{16}$

■ নিচের তথ্যের ভিত্তিতে ১৭২ ও ১৭৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$\sqrt{3} \tan(A-B) = 1$, $\sqrt{3} \tan(A+B) = 3$ যেখানে A ও B সূক্ষ্মকোণ।

১৭২. A এর মান কত?

(কঠিন)

- ক 30° ● 45° গ 60° ঘ 90°

১৭৩. B এর মান কত?

(কঠিন)

- 15° ক 30° গ 45° ঘ 90°

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৭৪ ও ১৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$0 \leq \theta < 60^\circ$

১৭৪. $\theta < 60^\circ$ হলে $x = \sin\theta$ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

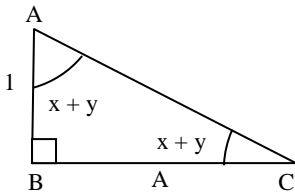
- $0 \leq x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ ক $0 \geq x > \frac{\sqrt{3}}{2}$
গ $x > 1$ ঘ $x > 2$

১৭৫. $\tan\theta$ এর সর্বোচ্চ মান কত?

(মধ্যম)

- ক -1 ● 1 গ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ 2

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৭৬ – ১৭৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৭৬. x এর মান কত?

(সহজ)

- ক 15° ক 30° ● 45° ঘ 60°

ব্যাখ্যা : $(\angle A + \angle C) = 90^\circ$ বা, $x + y + x - y = 90^\circ$

বা, $2x = 90^\circ$ বা, $x = 45^\circ$

১৭৭. $x-y$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ক 15° ● 30° গ 45° ঘ 60°

ব্যাখ্যা : $\tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$ বা, $x-y = 30^\circ$

বা, $2x = 90^\circ$ বা, $x = 45^\circ$

১৭৮. y এর মান কত?

(মধ্যম)

- 15° ক 30° গ 45° ঘ 60°

ব্যাখ্যা : $x-y = 30^\circ$ বা, $y = x-30^\circ = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$

১৭৯. $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2(x+y)} = ?$

(কঠিন)

- 0 ক $\frac{1}{4}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 2

ব্যাখ্যা : $\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2(x+y)} = \frac{1 - (\tan 45^\circ)^2}{1 + (\tan 60^\circ)^2} = \frac{1-1}{1+3} = 0$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৮০ – ১৮২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

θ এর মান 60°

১৮০. $\cos\theta$ এর মান নিচের কোনটি?

(মধ্যম)

- $\frac{\sec\theta}{4}$ ক $\frac{1}{\sin\theta}$ গ $2\sin\theta$ ঘ $\operatorname{cosec}\theta$

ব্যাখ্যা : $\cos\theta = \frac{1}{2}$, $\frac{\sec 60^\circ}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

১৮১. $\tan\theta =$ কত?

(সহজ)

- ক $\frac{\sin(\theta/2)}{\cos(\theta/2)}$ ক $\cot\theta$ ● $\sin\theta\sec\theta$ ঘ $\cos\theta.\sec\theta$

ব্যাখ্যা : $\sin\theta.\sec\theta = \sin\theta.\frac{1}{\cos\theta} = \tan\theta$

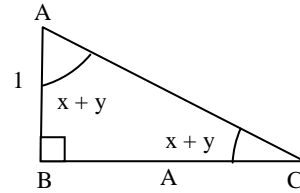
১৮২. $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত?

(মধ্যম)

- ক $\sec\theta$ ● $2\tan\frac{\theta}{2}$ গ $\frac{\sin(\theta/2)}{\sqrt{3}}$ ঘ $\cos\theta.\sin\theta$

ব্যাখ্যা : $\operatorname{cosec} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $2\tan\frac{60^\circ}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৮৩ – ১৮৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১৮৩. চিত্রে θ এর মান কত?

(সহজ)

- ক 30° ক 45° ● 60° ঘ 90°

ব্যাখ্যা : চিত্রে $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\theta \therefore \theta = 60^\circ$

১৮৪. $\sec\angle ACB$ এর মান কত?

(সহজ)

- ক $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ক $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ● $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ঘ $\sqrt{3}$

১৮৫. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = ?$

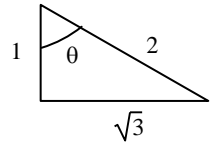
(মধ্যম)

- 1 ক $\sqrt{2}$ গ $\frac{1}{2}$ ঘ 2

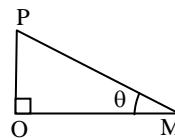
ব্যাখ্যা : চিত্র হতে

$\sec^2\theta - \tan^2\theta$

$= 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$



■ নিচের তথ্যের আলোকে ১৮৬ – ১৮৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



$\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ হলে

১৮৬. $\angle OPM$ কোণের মান নিচের কোনটি?

(সহজ)

- ক $90^\circ - \theta$ ক $\theta - 90^\circ$ গ $90^\circ + \theta$ ঘ $180^\circ - \theta$

১৮৭. $\cot\theta = ?$

(সহজ)

- ক $\sqrt{3}$ ক 1 গ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ঘ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ব্যাখ্যা : $\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

$$\text{বা, } \frac{2\cos\theta}{-2\sin\theta} = \frac{2}{-2\sqrt{3}} \text{ বা, } \cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

১৮৮. θ এর মান কত?

(সহজ)

- ক) 30° খ) 45° গ) 60° ঘ) 90°

ব্যাখ্যা : $\cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot 60^\circ$ বা, $\theta = 60^\circ$

১৮৯. $\sin\angle OPM = ?$

(সহজ)

- ক) ০ খ) $\frac{1}{2}$ গ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ব্যাখ্যা : $\sin\angle OPM = \sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}, \angle B = 60^\circ$.

ক. $\operatorname{cosec}^2 B + \cot^2 B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $4 \sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta + \sqrt{3} = 0$ সমীকরণটি

সমাধান করে দেখাও যে, $\theta = 2A$ অথবা, $\theta = A$ । ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\angle B = 60^\circ$

প্রদত্ত রাশি, $\operatorname{cosec}^2 B + \cot^2 B$

$$= \operatorname{cosec}^2 60^\circ + \cot^2 60^\circ$$

$$= (\operatorname{cosec} 60^\circ)^2 + (\cot 60^\circ)^2$$

$$= \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{\cos A + \sin A - \cos A + \sin A}{\cos A + \sin A + \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1}$$

$$\text{বা, } \frac{2\sin A}{2\cos A} = \frac{2}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan A = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ বা, } \tan A = \tan 30^\circ \therefore A = 30^\circ \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে,

$$4\sin^2 \theta - (2 + 2\sqrt{3}) \sin \theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 4\sin^2 \theta - 2\sin \theta - 2\sqrt{3} \sin \theta + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin \theta (2\sin \theta - 1) - \sqrt{3} (2\sin \theta - 1) = 0$$

$$\text{বা, } (2\sin \theta - 1) (2\sin \theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{হয়, } 2\sin \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin \theta = 1$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 30^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 30^\circ \text{ [খ থেকে } A = 30^\circ]$$

$$\therefore \theta = A$$

$$\text{অথবা, } (2\sin \theta - \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{বা, } 2\sin \theta = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

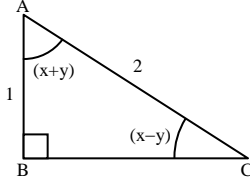
$$\text{বা, } \sin \theta = \sin 60^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 60^\circ$$

$$\text{বা, } \theta = 2 \times 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 2A \text{ [‘ক’ থেকে]}$$

$$\therefore \theta = 2A \text{ অথবা } \theta = A \text{ (দেখানো হলো)}$$



ক. BC এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে,

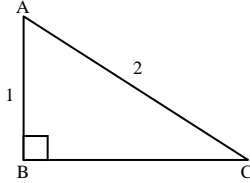
$$\frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A.$$

৪

গ. x, y এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



$$\text{এখানে, } AB = 1, AC = 2$$

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\text{বা, } BC^2 = AC^2 - AB^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3$$

$$\therefore BC = \sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. এখানে, $\sin A = \frac{BC}{AC}$

$$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{আবার, } \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{cosec} A = \frac{AC}{BC} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বামপাশ} = \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

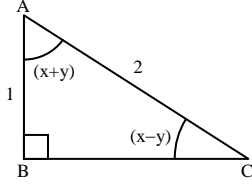
$$= \frac{3 + 1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ডানপাশ} = 2 \operatorname{cosec} A$$

$$= 2 \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \frac{\sin A}{1 - \cos A} + \frac{1 - \cos A}{\sin A} = 2 \operatorname{cosec} A \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ.



‘ক’ থেকে প্রাপ্ত $BC = \sqrt{3}$

এখন, $\triangle ABC$ হতে,

$$\tan(x+y) = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

বা, $\tan(x+y) = \tan 60^\circ$

$$\therefore x+y = 60^\circ \dots\dots\dots (i)$$

আবার, $\triangle ABC$ হতে,

$$\tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

বা, $\tan(x-y) = \tan 30^\circ$

$$\therefore x-y = 30^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

এখন, $x+y = 60^\circ$

$$x-y = 30^\circ$$

$$2x = 90^\circ \quad [\text{যোগ করে}]$$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে,

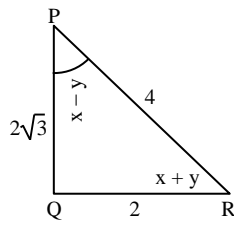
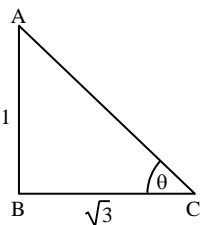
$$45^\circ + y = 60^\circ$$

বা, $y = 60^\circ - 45^\circ$

$$\therefore y = 15^\circ$$

নির্ণেয় মান $x = 45^\circ, y = 15^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন-৩ ▶



ক. $\cos \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 \theta - \sin \theta$

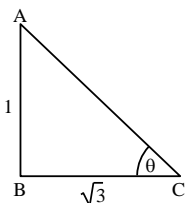
৪

গ. x ও y এর মান নির্ণয় কর।

৪

▶▶ তনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক.



প্রদত্ত চিত্র হতে পাই, বিপরীত বাহু $AB = 1$,

সন্নিহিত বাহু $BC = \sqrt{3}, \angle ACB = \theta$

এখানে, $\angle B =$ এক সমকোণ।

$$\therefore \text{অতিভুজ, } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{Ans.})$$

খ. ‘ক’ এর চিত্র হতে পাই,

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{লম্ব}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বামপর্ব} = \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$$

$$= \frac{2^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{2^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} = \frac{\frac{12-4}{3}}{\frac{12+4}{3}} = \frac{8}{16} = \frac{8}{16} \times \frac{3}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 \theta - \sin \theta$$

$$= \frac{1}{4} \times (2)^2 - \frac{1}{2} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{1}{4} \times 4 - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{1}{4} \operatorname{cosec}^2 \theta - \sin \theta \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. প্রদত্ত চিত্র থেকে পাই,

$$PQ = 2\sqrt{3}, QR = 2 \text{ এবং } PR = 4$$

$$\angle PRQ = x+y$$

$$\text{এবং } \angle RPQ = x-y$$

$$\text{এখন, } \tan \angle PRQ = \frac{PQ}{QR}$$

$$\text{বা, } \tan(x+y) = \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \tan(x+y) = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \tan(x+y) = \tan 60^\circ$$

$$\therefore x+y = 60^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, } \tan \angle RPQ = \frac{RQ}{PQ}$$

$$\text{বা, } \tan(x-y) = \frac{2}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(x-y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বা, } \tan(x-y) = \tan 30^\circ$$

$$\therefore x-y = 30^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) নং যোগ করে পাই,

$$2x = 90^\circ$$

$$\text{বা, } x = \frac{90^\circ}{2}$$

$$\therefore x = 45^\circ$$

সমীকরণ (i) নং থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

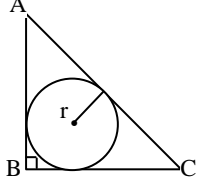
$$2y = 30^\circ$$

$$\text{বা, } y = \frac{30^\circ}{2}$$

$$\therefore y = 15^\circ$$

নির্ণয়ে মান $x = 45^\circ, y = 15^\circ$ (Ans.)

প্রশ্ন-৪ ▶



চিত্রে $AC = 5\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$ এবং ব্যাসার্ধ $r = 1\text{cm}$

উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

ক. $\cot C$ এর মান নির্ণয় কর।

২

?

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \frac{\cos A}{1 - \sin A}$

৪

গ. উদ্দীপকে উল্লিখিত বৃত্তের বাইরের বেষ্ট্রফল নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. এখানে, $AC = 5\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$

আমরা জানি, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } 5^2 = AB^2 + 4^2$$

$$\text{বা, } 5^2 - 4^2 = AB^2$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{25 - 16}$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{9}$$

$$\therefore AB = 3$$

$$\therefore \cot C = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. এখানে, $AC = 5\text{cm}$

$$\text{প্রশ্ন-৫} \rightarrow \sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$$

ক. $\operatorname{cosec} \theta =$ কত?

২

?

খ. দেখাও যে, $\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{3}$

৪

গ. $\sin \theta + \cos \theta$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\sec(90^\circ - \theta) = \frac{5}{3}$

$$\text{বা, } \operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$

আমরা জানি, $\cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta - 1$

$$\text{বা, } \cot^2 \theta = \left(\frac{5}{3}\right)^2 - 1$$

$$\text{বা, } \cot^2 \theta = \frac{25}{9} - 1$$

$$BC = 4\text{cm}$$

$$AB = 3\text{cm} \text{ ['ক' থেকে]}$$

প্রাপ্ত]

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\text{বামপর্ব} = \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 + \frac{4}{5}}{1 - \frac{4}{5}}} = \sqrt{\frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}}} = \sqrt{9 \times \frac{5}{1}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{\cos A}{1 - \sin A}$$

$$= \frac{\frac{3}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{5}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{1} = 3$$

$$\therefore \sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \frac{\cos A}{1 - \sin A} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. এখানে, দেওয়া আছে, $AC = 5\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$

$$AB = 3\text{cm} \text{ ['ক' থেকে প্রাপ্ত]}$$

$$\text{আমরা জানি, } \triangle ABC \text{ এর বেষ্ট্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AB$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) \text{cm}^2 = 6 \text{cm}^2$$

$$\text{আবার, বৃত্তের বেষ্ট্রফল} = \pi r^2$$

$$= 3.1416 \times (1)^2 \text{cm}^2$$

$$= 3.1416 \text{cm}^2$$

$$\therefore \text{বৃত্তের বাইরের বেষ্ট্রফল} = \triangle ABC \text{ এর বেষ্ট্রফল} - \text{বৃত্তের বেষ্ট্রফল}$$

$$= (6 - 3.1416) \text{cm}^2$$

$$= 2.8584 \text{cm}^2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{বা, } \cot^2 \theta = \frac{25 - 9}{9} = \frac{16}{9} \therefore \cot \theta = \frac{4}{3}$$

$$\text{বামপর্ব} = \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta$$

$$= \frac{5}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5 - 4}{3} = \frac{1}{3} = \text{ডানপর্ব}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{3} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. 'ক' হতে পাই, $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$

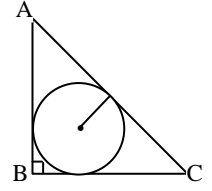
$$\text{বা, } \frac{1}{\sin \theta} = \frac{5}{3}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$\text{'খ' হতে পাই, } \cot \theta = \frac{4}{3}$$

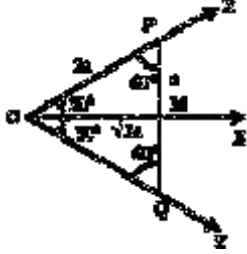
$$\text{বা, } \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{4}{3}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{4}{3} \times \sin \theta = \frac{4}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$$



$$\begin{aligned}\therefore \sin\theta + \cos\theta &= \frac{3}{5} + \frac{4}{5} [\cos\theta \text{ ও } \sin\theta \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5}\end{aligned}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ নিচের চিত্রে দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের সমন্বয়ে একটি সমবাহু ত্রিভুজের সৃষ্টি দেখানো হলো, যার সাহায্যে 30° এবং 60° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের প্রকৃত মান জ্যামিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়।



ক. দেখাও যে, $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$ ২

? খ. যদি $\theta = 30^\circ$ হয় তবে দেখাও যে, $\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta} = \cos\theta$.

$$\cos 2\theta + \sin 2\theta \sin \theta \quad 8$$

গ. $\tan 60^\circ$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। 8

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. বামপক্ষ = $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$

$$\begin{aligned}&= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ, $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ = \cos 60^\circ$ (দেখানো হলো)

খ. বামপক্ষ = $\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$

$$= \frac{2\tan 30^\circ}{\sec^2 30^\circ} = \frac{2 \times \frac{1}{\sqrt{3}}}{(\sec 30^\circ)^2} \quad [\text{যেহেতু } \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}]$$

$$= \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad [\text{যেহেতু } \sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}}]$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ডানপক্ষ} = \cos\theta \cdot \cos 2\theta + \sin 2\theta \cdot \sin\theta$$

$$= \cos 30^\circ \cdot \cos 2 \times 30^\circ + \sin 2 \cdot 30^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

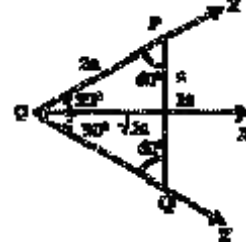
$$= \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta} = \cos\theta \cdot \cos 2\theta + \sin 2\theta \cdot \sin\theta \quad (\text{দেখানো হলো})$$

গ.

$$\text{নির্ণয় } \sin\theta + \cos\theta = \frac{7}{5}$$



মনে করি, $\angle XOZ = 30^\circ$ এবং OZ বাহুতে P একটি বিন্দু।

PM \perp OX টানি এবং PM কে Q পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, MQ = PM হয়। O, Q যোগ করি।

$$\triangle OPM \text{ এর } \angle POM + \angle OPM + \angle PMO = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle OPM = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$$

$$\therefore \angle OPM = 60^\circ$$

এখন, $\triangle OPM$ এবং $\triangle OQM$ -এ

$$PM = QM \quad [\text{অঙ্কন অনুসারে}]$$

OM সাধারণ বাহু

$$\text{এবং অন্তর্ভুক্ত } \angle PMO = \angle QMO \quad [\because \text{উভয়ই } 90^\circ \text{ এর সমান}]$$

$$\therefore \triangle OPM \cong \triangle OQM$$

$$\text{সুতরাং } \angle QOM = \angle OPM = 30^\circ$$

$$\angle OQM = \angle OPM = 60^\circ$$

$$\text{এবং } PM = QM$$

$$\text{অর্থাৎ } \triangle OPQ \text{ এর, } \angle OPQ = \angle OQP = \angle POQ = 60^\circ$$

$$\therefore \triangle OPQ \text{ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।}$$

$$\text{সুতরাং } OP = PQ = OQ$$

$$\text{ধরি, } OP = 2a \therefore PM = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} OP = \frac{1}{2} 2a = a$$

সমকোণী $\triangle OPM$ -এর, অতিভুজ = OP

$$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2 \quad [\text{পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে}]$$

$$\text{বা, } 4a^2 = a^2 + OM^2$$

$$\text{বা, } OM^2 = 3a^2$$

$$\therefore OM = \sqrt{3}a$$

অতএব, সমকোণী $\triangle OPM$ -এর $\angle OPM = 60^\circ$ বিবেচনা করলে,

$$\text{লম্ব, } OM = \sqrt{3}a \quad [\because \text{বিবেচ্য কোণের বিপরীত বাহু}]$$

$$\text{ভূমি, } PM = a \text{ এবং অতিভুজ, } OP = 2a$$

$$\text{কাজেই, } \tan 60^\circ = \frac{OM}{PM} = \frac{\sqrt{3}a}{a} = \sqrt{3}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ ত্রিকোণমিতিতে পিথাগোরাসের প্রতিজ্ঞা গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। পিথাগোরাসের প্রতিজ্ঞা ব্যবহার করে θ কোণের ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত পাওয়া যায় এবং অনুপাতগুলোর মধ্যে সম্পর্ক প্রতিপাদন করা যায়।

ক. $\theta = 30^\circ$ হলে $4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

?

খ. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad 8$$

গ. $\sin 30^\circ$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। 8

▶▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

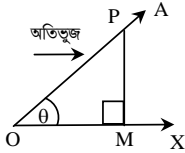
ক. দেওয়া আছে, $\theta = 30^\circ$

$$\begin{aligned}\text{সূত্রাং প্রদত্ত রাশি} &= 4\cos^3\theta - 3\cos\theta \\ &= 4(\cos 30^\circ)^3 - 3\cos 30^\circ \\ &= 4 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) = 0\end{aligned}$$

 নির্ণেয় $4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ এর মান ০।

 খ. মনে করি, $\theta = \angle XO A$ একটি সূক্ষ্মকোণ।

 $PM \perp OX$

 সূত্রাং $\triangle POM$


সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

 এখন, $\triangle OPM$ এ,

 অতিভুজ = OP , লম্ব = PM এবং ভূমি = OM

$$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2$$

$$\text{বা, } \frac{OP^2}{OP^2} = \frac{PM^2}{OP^2} + \frac{OM^2}{OP^2} \text{ [উভয়পক্ষকে } OP^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

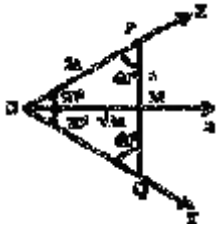
$$\text{বা, } 1 = \left(\frac{PM}{OP}\right)^2 + \left(\frac{OM}{OP}\right)^2$$

$$\text{বা, } 1 = (\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 \left[\because \sin\theta = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভুজ}} \text{ এবং } \cos\theta = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভুজ}} \right]$$

$$\text{বা, } 1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta$$

$$\therefore \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \text{ [প্রমাণিত]}$$

গ.



মনে করি, $\angle XOZ = 30^\circ$ এবং OZ বাহুতে P একটি বিন্দু। $PM \perp OX$ টানি এবং PM কে Q পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন, $MQ = PM$ হয়। O, Q যোগ করি।

 এখন $\triangle OPM$ এবং $\triangle OQM$ এ

 $PM = QM$ [অঙ্কন অনুসারে]

 OM সাধারণ বাহু

 এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle PMO = \angle QMO$

 [\therefore উভয়ই 90° এর সমান]

$$\therefore \triangle OPM \cong \triangle OQM$$

$$\text{সূত্রাং } \angle QOM = \angle POM = 30^\circ$$

$$\angle OQM = \angle OPM = 60^\circ \text{ এবং } PM = QM$$

 অর্থাৎ $\triangle OPQ$ এর, $\angle OPQ = \angle OQP = \angle POQ = 60^\circ$
 $\therefore \triangle OPQ$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

 সূত্রাং $OP = PQ = OQ$

 ধরি, $OP = 2a$

$$\therefore PM = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} OP = \frac{1}{2} 2a = a$$

 সমকোণী $\triangle OPM$ -এর, অতিভুজ = OP ।

$$\therefore OP^2 = PM^2 + OM^2 \text{ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]}$$

$$\text{বা, } 4a^2 = a^2 + OM^2$$

$$\text{বা, } OM^2 = 3a^2$$

$$\therefore OM = \sqrt{3}a$$

 অতএব, সমকোণী $\triangle OPM$ -এর $\angle POM = 30^\circ$ বিবেচনা করলে, লম্ব

 $PM = a$ [\therefore বিবেচ্য কোণের বিপরীত বাহু]

 ভূমি, $OM = \sqrt{3}a$ এবং অতিভুজ, $OP = 2a$

$$\therefore \sin 30^\circ = \frac{PM}{OP} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

 প্রশ্ন-৮ ▶ $\operatorname{cosec}\theta = 2\cot\theta$

 ক. θ এর মান নির্ণয় কর। [$0^\circ < \theta < 90^\circ$]

২



$$\text{খ. দেখাও যে, } \cos\theta = \frac{1 - \tan^2\frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2\frac{\theta}{2}}$$

৪

 গ. প্রমাণ কর যে, $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$ যেখানে $A = \frac{\theta}{2}$

৪

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

 ক. দেওয়া আছে, $\operatorname{cosec}\theta = 2\cot\theta$

$$\text{বা, } \frac{1}{\sin\theta} = 2\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\text{বা, } 1 = 2\cos\theta$$

$$\text{বা, } \cos\theta = \frac{1}{2} \text{ বা, } \cos\theta = \cos 60^\circ \therefore \theta = 60^\circ$$

 খ. 'ক' থেকে পাই, $\theta = 60^\circ$

$$\text{বামপর্ব} = \cos\theta = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{1 - \tan^2\frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2\frac{\theta}{2}}$$

$$= \frac{1 - \tan^2\frac{60^\circ}{2}}{1 + \tan^2\frac{60^\circ}{2}}$$

$$= \frac{1 - \tan^2 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ}$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{অর্থাৎ } \cos\theta = \frac{1 - \tan^2\frac{\theta}{2}}{1 + \tan^2\frac{\theta}{2}} \text{ [দেখানো হলো]}$$

 গ. এখন, $A = \frac{\theta}{2}$

$$= \frac{60^\circ}{2}$$

$$= 30^\circ$$

$$\text{বামপর্ব} = \cos 3A = \cos(3 \times 30^\circ)$$

$$= \cos 90^\circ$$

$$= 0$$

$$\text{ডানপর্ব} = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

$$= 4\cos^3 30^\circ - 3\cos 30^\circ$$

$$\text{প্রশ্ন-৯} \rightarrow 2\cos(A+B) = 1 = 2\sin(A-B)$$

ক. উপরিউক্ত উদ্দীপকটিকে $A+B$ ও $A-B$ এর দুইটি সমীকরণ আকারে প্রকাশ কর।

২

খ. A ও B এর মান বের কর এবং দেখাও যে,

$$\sin 2A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A} \quad 8$$

গ. মান নির্ণয় কর : $3\cot^2(B+45^\circ) - \frac{1}{4}\operatorname{cosec}^2(B+15^\circ) + 5\sin^2(B+30^\circ) - 4\cos^2(B+45^\circ)$

8

▶◀ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $2\cos(A+B) = 1 = 2\sin(A-B)$

$$\therefore 2\cos(A+B) = 1$$

$$\text{বা, } \cos(A+B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos(A+B) = \cos 60^\circ$$

$$\therefore A+B = 60^\circ \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, } 2\sin(A-B) = 1$$

$$\text{বা, } \sin(A-B) = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin(A-B) = \sin 30^\circ$$

$$\therefore A-B = 30^\circ \dots\dots\dots(ii)$$

খ. সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2A = 90^\circ$$

$$\text{বা, } A = \frac{90^\circ}{2} \therefore A = 45^\circ$$

(i) থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই,

$$2B = 30^\circ$$

$$\text{বা, } B = \frac{30^\circ}{2} \therefore B = 15^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ \text{ ও } B = 15^\circ \text{ (Ans.)}$$

এখন $\sin 2A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$ দেখানোর জন্য $A = 45^\circ$ এর মান ব্যবহার করে পাই,

$$\text{বামপর্ব} = \sin 2A = \sin 2 \times 45^\circ = \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{ডানপর্ব} = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A} = \frac{2\tan 45^\circ}{1+\tan^2 45^\circ}$$

$$= \frac{2 \cdot 1}{1+(1)^2} = \frac{2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{অর্থাৎ } \sin 2A = \frac{2\tan A}{1+\tan^2 A} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. 'খ' থেকে পাই $B = 15^\circ$ ব্যবহার করে,

$$\begin{aligned} & 3\cot^2(15^\circ + 45^\circ) - \frac{1}{4}\operatorname{cosec}^2(15^\circ + 15^\circ) \\ & \quad + 5\sin^2(15^\circ + 30^\circ) - 4\cos^2(15^\circ + 45^\circ) \\ & = 3\cot^2 60^\circ - \frac{1}{4}\operatorname{cosec}^2 30^\circ + 5\sin^2 45^\circ - 4\cos^2 60^\circ \end{aligned}$$

$$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = 0$$

অর্থাৎ $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$ (প্রমাণিত)

$$= 3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \frac{1}{4}(2)^2 + 5\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \cdot 4 + 5 \cdot \frac{1}{2} - 4 \cdot \frac{1}{4} = 1 - 1 + \frac{5}{2} - 1 = \frac{5}{2} - 1$$

$$= \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{প্রশ্ন-১০} \rightarrow \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

ক. A এর মান বের কর।

২

খ. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5\cos \theta$ এর সমাধান করে দেখাও

যে, $\theta = 2A$ যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।

8

গ. দেখাও যে, $\tan \theta = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

8

▶◀ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $\frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$

$$\text{বা, } \frac{\cos A - \sin A + \cos A + \sin A}{\cos A - \sin A - \cos A - \sin A} = \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} - 1}$$

[যোজন - বিয়োজন করে]

$$\text{বা, } \frac{2\cos A}{-2\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{-2}$$

$$\text{বা, } \cot A = \sqrt{3}$$

$$\text{বা, } \cot A = \cot 30^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ$$

খ. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5\cos \theta$

$$\text{বা, } \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) + 5\cos \theta - 2 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta + 5\cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos^2 \theta + 6\cos \theta - \cos \theta - 3 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos \theta (\cos \theta + 3) - 1(\cos \theta + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (\cos \theta + 3)(2\cos \theta - 1) = 0$$

$$\text{হয়, } \cos \theta + 3 = 0$$

$$\text{বা, } \cos \theta = -3$$

$$\text{কিন্তু } \cos \theta \neq -3$$

$$\text{কারণ, } -1 \leq \cos \theta \leq 1$$

$$\text{অথবা, } 2\cos \theta - 1 = 0$$

$$\text{বা, } 2\cos \theta = 1$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \cos \theta = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \theta = 60^\circ$$

'ক' থেকে পাই, $A = 30^\circ$

$$\therefore \theta = 60^\circ = 2 \times 30^\circ = 2A \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. বামপর্ব = $\tan \theta$

$$= \tan 60^\circ \text{ ['খ' থেকে পাই]}$$

$$= \sqrt{3}$$

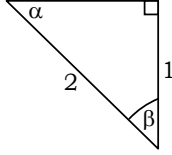
$$\text{ডানপর্ব} = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A} = \frac{2\tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ}$$

['ক' থেকে পাই]

$$= \frac{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \sqrt{3}$$

অর্থাৎ $\tan \theta = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১১ ▶

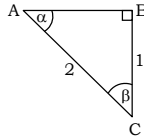


- ক. $\tan \alpha$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ সম্পর্কটির সত্যতা যাচাই কর। ৪
- গ. $\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta = 2$ এর সমাধান করে দেখাও যে, $\theta = \alpha$. ৪

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, $BC = 1, AC = 2$

তাহলে, $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$
 $= \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$
 $\therefore \tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}}$



খ. 'ক' থেকে প্রাই, $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan \alpha = \tan 30^\circ \therefore \alpha = 30^\circ$

আবার, $\sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ \therefore \beta = 60^\circ$

এখন, বামপর্ব = $\sin(\alpha + \beta)$
 $= \sin(30^\circ + 60^\circ) = \sin 90^\circ = 1$
 ডানপর্ব = $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 $= \sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= \frac{1}{4} + \frac{(\sqrt{3})^2}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$

অর্থাৎ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

সত্যতা যাচাই করা হলো।

গ. $\sqrt{3} \cos \theta + \sin^2 \theta = 2$

বা, $\sqrt{3} \cos \theta = 2 - \sin \theta$

বা, $(\sqrt{3} \cos \theta)^2 = (2 - \sin \theta)^2$

বা, $3 \cos^2 \theta = 4 - 4 \sin \theta + \sin^2 \theta$

বা, $3(1 - \sin^2 \theta) - \sin^2 \theta + 4 \sin \theta - 4 = 0$

বা, $3 - 3 \sin^2 \theta - \sin^2 \theta + 4 \sin \theta - 4 = 0$

বা, $-4 \sin^2 \theta + 4 \sin \theta - 1 = 0$

বা, $4 \sin^2 \theta - 4 \sin \theta + 1 = 0$

বা, $(2 \sin \theta)^2 - 2 \cdot 2 \sin \theta \cdot 1 + 1^2 = 0$

বা, $(2 \sin \theta - 1)^2 = 0$

বা, $2 \sin \theta - 1 = 0$

বা, $2 \sin \theta = 1$

বা, $\sin \theta = \frac{1}{2}$

বা, $\sin \theta = \sin 30^\circ$

বা, $\theta = 30^\circ \therefore \theta = \alpha [\alpha = 30^\circ]$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-১২ ▶ $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5 \cos \theta$

ক. $\theta = 30^\circ$ হলে, উদ্দীপকের বামপর্বের মান নির্ণয় কর। ২

খ. উদ্দীপকটি সত্য হলে θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. উদ্দীপক $\theta = x^\circ$ হলে জ্যামিতিক উপায়ে $\tan x^\circ$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $\theta = 30^\circ$ হলে, বামপর্ব = $\cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

খ. $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 - 5 \cos \theta$

বা, $\cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) = 2 - 5 \cos \theta$

বা, $\cos^2 \theta - 1 + \cos^2 \theta = 2 - 5 \cos \theta$

বা, $2 \cos^2 \theta + 5 \cos \theta - 1 - 2 = 0$

বা, $2 \cos^2 \theta + 5 \cos \theta - 3 = 0$

বা, $2 \cos^2 \theta + 6 \cos \theta - \cos \theta - 3 = 0$

বা, $2 \cos \theta (\cos \theta + 3) - 1(\cos \theta + 3) = 0$

বা, $(\cos \theta + 3)(2 \cos \theta - 1) = 0$

হয়, $\cos \theta + 3 = 0$

বা, $\cos \theta = -3$ কিন্তু ইহা

গ্রহণযোগ্য নয়।

$1 \leq \cos \theta \leq 1$

অথবা, $2 \cos \theta - 1 = 0$

বা, $2 \cos \theta - 1 = 0$

বা, $\cos \theta = \frac{1}{2}$

বা, $\cos \theta = \cos 60^\circ$

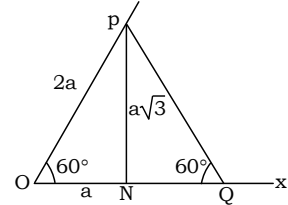
$\therefore \theta = 60^\circ$

নির্ণয়ে $\theta = 60^\circ$

গ. এখানে, $\theta = x^\circ$

$\therefore \theta = 60^\circ$

$\therefore \tan x^\circ = \tan 60^\circ$



মনে করি, $\angle XOP = 60^\circ$ এবং OX এর উপর PN লম্ব। OX এর উপর একটি বিন্দু Q এমনভাবে নেওয়া হলো যেন $ON = NQ$ হয়। PQ যোগ করি। তাহলে, এটি স্পষ্ট যে, OPN এবং PQN সমকোণী ত্রিভুজদ্বয় সর্বতোভাবে সমান বলে $\angle PON = \angle PQN = 60^\circ$; সুতরাং, OPQ একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং এর OP বাহু = OQ বাহু।

এখন যদি $ON = a$ ধরা হয়, তবে $OP = OQ = 2ON = 2a$ এবং $PN = \sqrt{OP^2 - ON^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

$\tan 60^\circ = \frac{PN}{ON} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$

নির্ণয়ে মান $\sqrt{3}$ ।

প্রশ্ন-১৩ ▶ $\sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3} = 2 \sin(A + B)$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ।

- ক. $A - B$ এর মান কত? ২
- খ. A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$ হলে প্রমাণ কর যে $\cos 3\theta = 4\cos 3\theta - 3\cos \theta$ ৪

▶◀ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. দেওয়া আছে, $\sqrt{6} \cos(A - B) = \sqrt{3}$
 বা, $\cos(A - B) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}$
 বা, $\cos(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 বা, $\cos(A - B) = \cos 45^\circ \therefore A - B = 45^\circ$ (Ans.)
- খ. দেওয়া আছে, $2 \sin(A + B) = \sqrt{3}$
 বা, $\sin(A + B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 বা, $\sin(A + B) = \sin 60^\circ$
 বা, $A + B = 60^\circ$ (i)
- ‘ক’ হতে পাই, $A - B = 45^\circ$ (ii)
- (i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে,
 $A + B + A - B = 60^\circ + 45^\circ$
 বা, $2A = 105^\circ$ বা, $A = \frac{105^\circ}{2}$
 বা, $A = 52\frac{1}{2}^\circ$
- সমীকরণ (i) ও (ii) বিয়োগ করে,
 $A + B - A + B = 60^\circ - 45^\circ$
 বা, $2B = 15^\circ$
 বা, $B = \frac{15^\circ}{2} \therefore B = 7\frac{1}{2}^\circ$
 \therefore নির্ণেয় মান $A = 52\frac{1}{2}^\circ$ এবং $B = 7\frac{1}{2}^\circ$ (Ans.)

- গ. ‘খ’ থেকে পাই, $A = 52\frac{1}{2}^\circ$ এবং $B = 7\frac{1}{2}^\circ$
- দেওয়া আছে, $\theta = \frac{1}{2}(A + B)$
 $= \frac{1}{2}(52\frac{1}{2}^\circ + 7\frac{1}{2}^\circ)$
 $= \frac{1}{2}(\frac{150^\circ}{2} + \frac{15^\circ}{2})$
 $= \frac{1}{2}(\frac{105^\circ + 15^\circ}{2})$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{120^\circ}{2} = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
- বামপর্ব = $\cos 3\theta = \cos(3 \times 30^\circ) = \cos 90^\circ = 0$
- ডানপর্ব = $4\cos 3\theta - 3\cos \theta$
 $= 4\cos 3(30^\circ) - 3\cos 30^\circ$
 $= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
 $\therefore \cos 3\theta = 4\cos 3\theta - 3\cos \theta$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১৪ ▶ $\sin \theta \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

- ক. $\cos \theta$ এর মান বের কর। ২
- খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta} = \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x}$ ৪
- গ. $\frac{2\tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ এবং $\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$ এর মান নির্ণয় করে তাদের যোগফল বের কর। ৪

▶◀ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

- ক. দেওয়া আছে, $\sin \theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
 বা, $\sin^2 \theta = \frac{1-x}{1+x}$
 বা, $1 - \cos^2 \theta = \frac{1-x}{1+x}$
 বা, $\cos^2 \theta = 1 - \frac{1-x}{1+x}$
 বা, $\cos^2 \theta = \frac{1+x-1+x}{1+x}$
 বা, $\cos^2 \theta = \frac{2x}{1+x} \therefore \cos \theta = \pm \sqrt{\frac{2x}{1+x}}$ (Ans.)
- খ. $\sin \theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
- ‘ক’ থেকে পাই, $\cos \theta = \sqrt{\frac{2x}{1+x}}$ [ধনাত্মক মান দিয়ে]
- $\therefore \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \sqrt{\frac{1+x}{2x}}$
- এবং $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
 $= \frac{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}}{\sqrt{\frac{2x}{1+x}}} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}$
 $= \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} \times \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{2x}} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}$
- এখন, বামপর্ব = $\frac{\sec \theta + \tan \theta}{\sec \theta - \tan \theta}$
 $= \frac{\sqrt{\frac{1+x}{2x}} + \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}}{\sqrt{\frac{1+x}{2x}} - \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}}$
 $= \frac{\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}}{\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}}$
 $= \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$
 $= \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})^2}{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}$
 $= \frac{1+x+1-x+2\sqrt{(1+x)(1-x)}}{1+x-1-x}$
 $= \frac{2(1+\sqrt{1-x^2})}{2x}$

$$= \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x} = \text{ডানপর্ব}$$

$$\therefore \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. 'খ' থেকে পাই, $\tan\theta = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}$

$$\therefore \frac{2\tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{2 \cdot \left(\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}\right)^2}$$

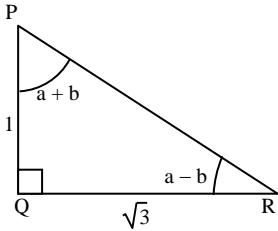
$$= \frac{2 \cdot \frac{1-x}{2x}}{1 + \frac{1-x}{2x}} = \frac{(2(1-x), 2x)}{2x + 1 - x} = 2 \cdot \left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

$$\text{এবং } \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{2x}}\right)^2}$$

$$= \frac{1 - \frac{1-x}{2x}}{1 + \frac{1-x}{2x}} = \frac{\frac{2x - 1 + x}{2x}}{\frac{2x + 1 - x}{2x}} = \frac{3x - 1}{x + 1}$$

$$\therefore \frac{2\tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} + \frac{1 - \tan^2\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{2 - 2x + 3x - 1}{1 + x} = \frac{1 + x}{1 + x} = 1 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-১৫ ▶



- ক. চিত্র থেকে PR এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $\tan P$ এবং $\tan R$ এর মান নির্ণয় কর এবং $\tan P - \tan R =$ কত? ৪
- গ. a ও b এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

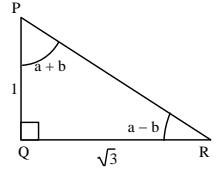
ক. চিত্র থেকে, $PR = \sqrt{PQ^2 + QR^2}$

$$= \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{1 + 3}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2 \quad (\text{Ans.})$$



খ. 'ক' এর চিত্র থেকে পাই, $\tan P = \frac{QR}{PQ} = \frac{\sqrt{3}}{1}$

$$\therefore \tan P = \sqrt{3} \quad (\text{Ans.})$$

আবার, $\tan R = \frac{PQ}{QR} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{Ans.})$

$$\therefore \tan P - \tan R = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3-1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (\text{Ans.})$$

গ. 'খ' থেকে পাই, $\tan P = \sqrt{3}$

বা, $\tan(a+b) = \tan 60^\circ$ [চিত্র থেকে]

$$\therefore a + b = 60^\circ \quad \dots\dots\dots (i)$$

এবং $\tan R = \frac{1}{\sqrt{3}}$

বা, $\tan R = \tan 30^\circ$

বা, $\tan(a-b) = \tan 30^\circ$

$$\therefore (a-b) = 30^\circ \quad \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$a + b = 60^\circ$$

$$a - b = 30^\circ$$

$$2a = 90^\circ$$

বা, $a = 45^\circ$

a এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই,

$$45^\circ + b = 60^\circ$$

বা, $b = 60^\circ - 45^\circ \therefore b = 15^\circ$

নির্ণেয় মান, $a = 45^\circ$ এবং $b = 15^\circ \quad (\text{Ans.})$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৬ ▶ $2\cos^2\theta = 3(1 - \sin\theta)$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ।

ক. সমীকরণটিকে $\sin\theta$ এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. θ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\alpha = \theta + 30^\circ$ হলে প্রমাণ কর যে,

$$\sqrt{\frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha}} (\sec\alpha + \tan\alpha) = 1 \quad ৪$$

উত্তর : ক. $2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1 = 0$; খ. 30°

প্রশ্ন-১৭ ▶ $\sqrt{2} \cos(A - B) = 1$, $2\sin(A + B) = \sqrt{3}$ এবং A, B সূক্ষ্মকোণ।

ক. $A - B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B এর মান বের কর। ৪

গ. A ও B এর মান ব্যবহার করে দেখাও যে,

$$\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A \tan B \quad ৪$$

উত্তর : ক. 45° ; খ. $52\frac{1}{2}^\circ$; $7\frac{1}{2}^\circ$

প্রশ্ন-১৮ ▶ $\sqrt{3} \sin(A + B) = \sqrt{3}$ এবং $2\sqrt{3} \sec(A - B) = 4$.

ক. $(A + B)$ এবং $(A - B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

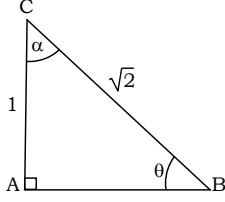
খ. A, B এর মান বের করে দেখাও যে,

$$2\sin A \cos B = \sin(A + B) + \sin(A - B) \quad ৪$$

গ. $\frac{\tan A + \cot B}{\tan A \cot B} - \frac{\tan A - \cot B}{\cot A \tan B}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $90^\circ, 30^\circ$; খ. $60^\circ, 30^\circ$; গ. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

প্রশ্ন-১৯ ▶



- ক. AB বাহুর দৈর্ঘ্য বের কর। ২
 খ. $(\tan\theta \tan\alpha + \sin\theta \cos\alpha)$ এর মান নির্ণয়। ৪
 গ. θ ও α এর মান বের কর এবং দেখাও যে,
 $3\tan^2(\theta - 15^\circ) + \frac{1}{4}\sec(\theta + 15^\circ) = \frac{3}{2}$ ৪

উত্তর : ক. 1; খ. $\frac{3}{2}$; গ. $45^\circ, 45^\circ$

প্রশ্ন-২০ ▶ $\cos(A + B) = x$, $\sin(A - B) = y$ দুইটি ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ।

- ক. $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ এবং $y = \frac{1}{2}$ হলে, $A + B$ ও $A - B$ এর মান কত? ২
 খ. A ও B এর মান বের করে দেখাও যে, $\sin 3A = \cos B$ ৪
 গ. $3x = 0$ এবং $2y = \sqrt{2}$ হলে A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $A + B = 30^\circ$, $A - B = 30^\circ$; গ. $A = 67.5^\circ$, $B = 22.5^\circ$.

প্রশ্ন-২১ ▶ (i) $\sqrt{3} \tan(A - B) = 1$

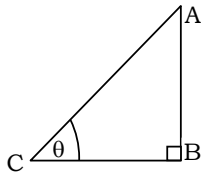
(ii) $\sqrt{3} \tan(A + B) = 3$

- ক. $A = 75^\circ$ এবং $B = 15^\circ$ হলে $\tan(A - B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২
 খ. (i) ও (ii) নং হতে A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. (খ) হতে প্রাপ্ত A ও B এর মান ব্যবহার করে দেখাও যে, (i) ও (ii) সত্য। ৪

উত্তর : ক. $\sqrt{3}$; খ. $A = 45^\circ$, $B = 15^\circ$

প্রশ্ন-২২ ▶ চিত্রে $\angle ACB$ সাপেক্ষে সমকোণী ত্রিভুজটি θ কোণের বিভিন্ন

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত: $\frac{AB}{BC}, \frac{AB}{AC}, \frac{AC}{BC}, \frac{BC}{AC}$



প্রশ্ন-২৬ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C$ সমকোণ, $\tan B = \sqrt{3}$.

- ক. AB এর মান কত? ২
 খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, $\frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A} = \cot A$.
 $\tan B$. ৪
 গ. $\angle B = p + q$ এবং $\angle A = p - q$ হলে, p ও q এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ২৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. উদ্দীপক অনুসারে, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C =$ এক সমকোণ

এবং $\tan B = \sqrt{3}$

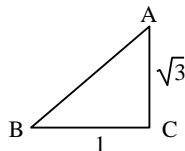
এখন, পিথাগোরাসের সূত্র প্রয়োগ করে,

$$AB^2 = AC^2 + 3C^2$$

$$\text{বা, } AB^2 = (\sqrt{3})^2 + (1)^2$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{3 + 1}$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{4}$$



ক. $AB = 1$ এবং $BC = \sqrt{3}$ হলে, AC এর দৈর্ঘ্য ও θ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{AB}{BC} + \frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{1 + \sin\theta}{1 - \sin\theta}$ ৪

গ. সমাধান কর : $\frac{AB}{AC} + \frac{BC}{AC} = \sqrt{2}$ যেখানে, $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ৪

উত্তর : ক. 2 এবং 30° ; গ. 45°

প্রশ্ন-২৩ ▶ $\sin\theta = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

ক. $\cos\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta} = \frac{1 + \sqrt{1-x^2}}{x}$. ৪

উত্তর : ক. $\sqrt{\frac{2x}{1+x}}$; খ. $\frac{3x-1}{x+1}$.

প্রশ্ন-২৪ ▶ $\sqrt{3} \tan(A-B) = 1$, $\sqrt{3} \tan(A+B) = 3$ এবং $\operatorname{cosec}\theta \cdot \cot\theta = 2\sqrt{3}$ (যেখানে θ সূক্ষ্মকোণ।)

ক. $A + B$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A ও B সূক্ষ্মকোণ হলে A ও B এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. θ এর মান নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ ৪

উত্তর : ক. $A + B = 60^\circ$; খ. $A = 45^\circ$, $B = 15^\circ$

প্রশ্ন-২৫ ▶ $\cot(A+B) = 1$ এবং $\cot(A-B) = \sqrt{3}$

ক. $(A+B)$ ও $(A-B)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. A ও $B = \theta$ হলে, দেখাও যে, $\cos 2\theta \cos \theta + \sin 2\theta \sin \theta = \cos \theta$ এবং
 $\sin 2\theta + \sqrt{3} \cos 4\theta = 0$ যেখানে, $c = A - \frac{1}{2}$ ৪

গ. $3\tan 2\theta - 5\sec D + 1 = 0$ হলে $3A + 2B + D$ এর মান নির্ণয় কর।
 এখানে D সূক্ষ্মকোণ ৪

উত্তর : ক. $A + B = 45^\circ$, $A - B = 30^\circ$; গ. $187\frac{1}{2}$

$\therefore AB = 2$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $\tan B = \sqrt{3}$

$$\text{বা, } \tan B = \tan 60^\circ \therefore B = 60^\circ$$

আমরা জানি, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\text{বা, } \angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C$$

$$\text{বা, } \angle A = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ$$

$$\text{এখন, } \tan A = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot A = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\tan B = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\cot B = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{বামপদ} = \frac{\cot A + \tan B}{\cot B + \tan A}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

$$\text{ডানপর্ব} = \cot A \tan B = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$$

$$\therefore \text{বামপর্ব} = \text{ডানপর্ব} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

গ. খ থেকে পাই, $\angle B = 60^\circ$ এবং $\angle A = 30^\circ$

$$\therefore p + q = 60^\circ \dots\dots\dots (i)$$

$$p - q = 30^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

এখন, (i) + (ii) থেকে পাই,

$$2p = 90^\circ$$

$$\text{বা, } p = 45^\circ$$

আবার, (i) - (ii) থেকে পাই,

$$2q = 30^\circ$$

$$\text{বা, } q = 15^\circ$$

$\therefore p$ ও q এর মান যথাক্রমে 45° ও 15° (Ans.)

প্রশ্ন-২৭ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $\cot A = \frac{b}{a}$

ক. চিত্র ঐকে অতিভুজের মান বের কর। ২

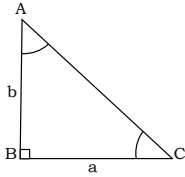
খ. $\frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A}$ এর মান বের কর। ৪

গ. $a = 1$ সে.মি. এবং $b = \sqrt{3}$ সে.মি. হলে A ও C কোণের পরিমাণ বের কর এবং দেখাও যে, $\frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin C} = \frac{2}{3}(3 + \sqrt{3})$ ৪

▶▶ ২৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{b}{a}$

$$\therefore AB = b, BC = a$$



$$\text{অতিভুজ, } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{b^2 + a^2} \text{ একক}$$

$$\text{নির্ণেয় অতিভুজ } \sqrt{a^2 + b^2} \text{ একক}$$

খ. ABC সমকোণী ত্রিভুজ বলে আমরা পাই,

$$\sin A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ একক}$$

$$\cos A = \frac{\text{সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ একক}$$

$$\text{এখন, } \frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A} = \frac{a \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - b \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{a \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + b \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

$$= \frac{\frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}}{\frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}} = \frac{a^2 - b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \times \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

$$\therefore \frac{a \sin A - b \cos A}{a \sin A + b \cos A} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

গ. $a = 1$ সে.মি., $b = \sqrt{3}$ সে.মি. হলে 'খ' থেকে পাই,

$$\sin A = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 3}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{বা, } \sin A = \sin 30^\circ$$

$$\therefore A = 30^\circ$$

$$\text{আবার, } \sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{1 + 3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{বা, } \sin C = \sin 60^\circ \therefore C = 60^\circ$$

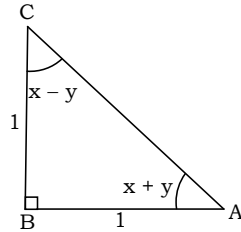
$$\text{আবার, } \frac{1}{\sin A} + \frac{1}{\sin C} = \frac{1}{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= 2 + \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2}{3}(3 + \sqrt{3}) \quad (\text{দেখানো হলো})$$

▶▶ ২৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶



ক. AC এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{\sec A + \tan C}{\sec C - \tan A}$ এর মান বের কর। ৪

গ. x এবং y এর মান বের কর। ৪

▶▶ ২৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ABC সমকোণী ত্রিভুজে,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$$

$$\therefore AC = \sqrt{2} \text{ একক (Ans.)}$$

খ. 'A' কোণের বেত্রে, অতিভুজ $\sqrt{2}$ একক, সন্নিহিত বাহু 1 একক, বিপরীত বাহু 1 একক

'C' কোণের বেত্রে, অতিভুজ $\sqrt{2}$ একক, সন্নিহিত বাহু 1 একক, বিপরীত বাহু 1 একক।

$$\text{অতএব, } \sec A = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

$$\text{এবং } \tan C = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\text{এবং } \sec C = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

$$\text{এবং } \tan A = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}} = \frac{1}{1} = 1$$

এখন, $\frac{\sec A + \tan C}{\sec C - \tan A}$

$$= \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{2-1}$$

$$= (\sqrt{2}+1)^2 = 2+2\sqrt{2}+1 = 3+2\sqrt{2}$$

$$\text{নির্ণয়ে } \frac{\sec A + \tan C}{\sec C - \tan A} = 3 + 2\sqrt{2}$$

গ. 'খ' থেকে পাই, $\tan A = 1$

$$\text{বা, } \tan A = \tan 45^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ$$

$$\text{এবং } \tan C = 1$$

$$\text{বা, } \tan C = \tan 45^\circ \therefore C = 45^\circ$$

$\triangle ABC$ একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হলে,

$$\text{প্রদত্ত চিত্র থেকে পাই, } x + y = 45^\circ$$

$$x - y = 45^\circ$$

$$\text{[যোগ করে]} 2x = 90^\circ$$

$$\therefore x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\text{অতএব, } y = 45^\circ - x$$

$$= 45^\circ - 45^\circ = 0^\circ$$

$$\text{অতএব, } x = 45^\circ \text{ এবং } y = 0^\circ \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-২৯ ▶ $2\cos\theta \sin\theta = \sin^2\theta + \cos^2\theta$ এবং $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

$$\text{ক. } \tan\theta + \cot\theta = \text{কত?}$$

২

$$\text{খ. সমাধান কর : } \tan\theta + \cot\theta = 2$$

৪

$$\text{গ. 'খ' এর প্রাপ্ত } \theta \text{ এর মান ব্যবহার কর এবং } x = 15^\circ$$

$$\text{হলে প্রমাণ কর } \cot(\theta + x) \operatorname{cosec}^2(\theta - x) =$$

$$2\operatorname{cosec}(\theta + x)$$

৪

▶▶ ২৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } 2\cos\theta \sin\theta = \sin^2\theta + \cos^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{2\cos\theta \sin\theta}{\cos\theta \sin\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\sin\theta \cos\theta} + \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta \cos\theta}$$

$$\text{বা, } 2 = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\text{বা, } 2 = \tan\theta + \cot\theta$$

$$\therefore \tan\theta + \cot\theta = 2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ. প্রদত্ত সমীকরণ, } \tan\theta + \cot\theta = 2$$

$$\text{বা, } \tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{\tan^2\theta + 1}{\tan\theta} = 2$$

$$\text{বা, } \tan^2\theta + 1 = 2\tan\theta$$

$$\text{বা, } \tan^2\theta - 2\tan\theta + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (\tan\theta - 1)^2 = 0$$

$$\text{বা, } \tan\theta = 1$$

$$\text{বা, } \tan\theta = \tan 45^\circ \therefore \theta = 45^\circ$$

$$\text{নির্ণয়ে সমাধান, } \theta = 45^\circ$$

$$\text{গ. 'খ' থেকে প্রাপ্ত } \theta = 45^\circ$$

$$\text{দেওয়া আছে, } x = 15^\circ$$

$$\cot(\theta + x) \operatorname{cosec}^2(\theta - x)$$

$$= \cot(45^\circ + 15^\circ) \{\operatorname{cosec}(45^\circ - 15^\circ)\}^2$$

$$= \cot 60^\circ (\operatorname{cosec} 30^\circ)^2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (2)^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, } 2\operatorname{cosec}(\theta + x)$$

$$= 2\operatorname{cosec}(45^\circ + 15^\circ)$$

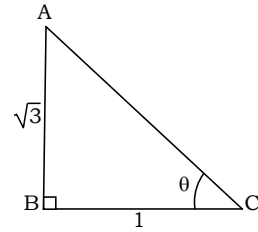
$$= 2\operatorname{cosec} 60^\circ$$

$$= 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\cot(\theta + x) \operatorname{cosec}^2(\theta - x) = 2\operatorname{cosec}(\theta + x) \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-৩০ ▶



ক. চিত্র হতে θ কোণের জন্য বিপরীত বাহু ও অতিভুজের

অনুপাত এবং সন্নিহিত বাহু ও অতিভুজের অনুপাত বের কর। ২

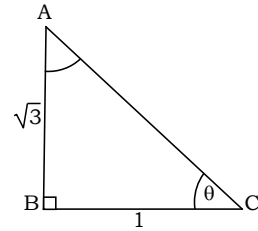
খ. $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3}) \tan\theta + \sqrt{3} = p$ হলে p এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সমাধান কর : $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3}) \tan\theta + \sqrt{3} = p$ ৪

▶▶ ৩০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. চিত্রে, $\triangle ABC$ ত্রিভুজে $\angle B = 90^\circ$

$\triangle ABC$ সমকোণী ত্রিভুজে ভূমি, $BC = 1$ এবং $\angle ACB = \theta$



$$\text{অতিভুজ, } AC = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\theta \text{ এর বিপরীত বাহু ও অতিভুজের অনুপাত, } \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta \text{ এর সন্নিহিত বাহু ও অতিভুজের অনুপাত, } \frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{খ. এখন, } \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\text{প্রদত্ত সমীকরণ, } \tan^2\theta - (1 + \sqrt{3}) \tan\theta + \sqrt{3} = p$$

$$\text{বা, } (\tan\theta)^2 - (1 + \sqrt{3}) \tan\theta + \sqrt{3} = p$$

$$\text{বা, } (\sqrt{3})^2 - (1 + \sqrt{3})\sqrt{3} + \sqrt{3} = p$$

$$\text{বা, } 3 - \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3} = p$$

$$\therefore p = 0$$

অতএব, p এর মান ০ (Ans.)

গ. এখন, $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = p$

বা, $\tan^2\theta - (1 + \sqrt{3})\tan\theta + \sqrt{3} = 0$ ['খ' হতে $p = 0$]

বা, $\tan^2\theta - \tan\theta - \sqrt{3}\tan\theta + \sqrt{3} = 0$

বা, $\tan\theta(\tan\theta - 1) - \sqrt{3}(\tan\theta - 1) = 0$

বা, $(\tan\theta - 1)(\tan\theta - \sqrt{3}) = 0$

হয় $\tan\theta - 1 = 0$ অথবা, $\tan\theta - \sqrt{3} = 0$

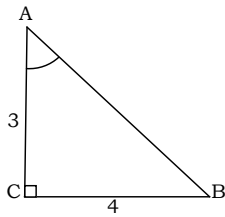
বা, $\tan\theta = 1$ বা, $\tan\theta = \sqrt{3}$

বা, $\tan\theta = \tan 45^\circ$ বা, $\tan\theta = \tan 60^\circ$

$\therefore \theta = 45^\circ$ $\therefore \theta = 60^\circ$

নির্ণেয় সমাধান, $\theta = 45^\circ$ অথবা, 60°

প্রশ্ন-৩১ ▶



ক. AB এর মান কত? ২

খ. $\frac{\operatorname{cosec} A + \tan B}{\operatorname{cosec} A - \tan B}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\tan B = \sin^2\theta$ হলে, $\frac{2\tan\theta}{1 + \tan^2\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶ ৩১নং প্রশ্নের সমাধান ◀

ক. ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C =$ এক সমকোণ

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$\text{বা, } AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore AB = 5 \text{ একক}$$

খ. এখন, 'A' কোণের বেত্রে, সন্নিহিত বাহু ৩ একক, বিপরীত বাহু ৪ একক, অতিভুজ ৫ একক।

এবং 'B' কোণের বেত্রে, সন্নিহিত বাহু ৪ একক, বিপরীত বাহু ৩ একক এবং অতিভুজ ৫ একক

$$\text{এখন, } \tan B = \frac{\text{বিপরীত বাহু}}{\text{সন্নিহিত বাহু}}$$

$$\text{বা, } \tan B = \frac{3}{4}$$

$$\text{এবং } \operatorname{cosec} A = \frac{\text{অতিভুজ}}{\text{বিপরীত বাহু}} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} A + \tan B$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\text{এবং } \operatorname{cosec} A - \tan B$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{অতএব, নির্ণেয় } \frac{\operatorname{cosec} A + \tan B}{\operatorname{cosec} A - \tan B} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \times \frac{2}{1} = 4$$

গ. 'খ' থেকে পাই, $\tan B = \frac{3}{4}$

$$\text{আবার, } \tan B = \sin^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{3}{4} = \sin^2\theta$$

$$\text{বা, } \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\theta \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } \sin\theta = \sin 60^\circ$$

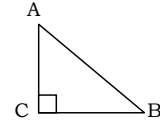
$$\therefore \theta = 60^\circ$$

$$\text{এখন, } \frac{2\tan\theta}{1 + \tan^2\theta} = \frac{2\tan 60^\circ}{1 + \tan^2 60^\circ}$$

$$= \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{1 + (\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{3}}{1 + 3}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৩২ ▶ $AB = a, AC = \sqrt{a^2 + b^2}, \angle C = \theta$



ক. $\tan\theta$ এর ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয় কর। ২

খ. $\tan\theta$ এর মান ব্যবহার করে $\frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি $\tan A + \sin A = m, \tan A - \sin A = n$ হয়, তবে প্রমাণ কর যে, $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ ৪

▶ ৩২নং প্রশ্নের সমাধান ◀

ক. $\triangle ABC$ -এ $\angle B = 90^\circ$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ [পিথাগোরাসের সূত্র]}$$

$$\text{বা, } BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$\text{বা, } BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$$

$$= \sqrt{\sqrt{(a^2 + b^2)^2} - a^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2 - a^2}$$

$$= \sqrt{b^2} = b$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{a}{b} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $\tan\theta = \frac{a}{b}$

$$\text{বা, } \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{a}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{a\sin\theta}{b\cos\theta} = \frac{a^2}{b^2} \text{ [উভয়পক্ষে } \frac{a}{b} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{a\sin\theta + b\cos\theta}{a\sin\theta - b\cos\theta} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$$

[যোজন-বিয়োজন করে]

$$\therefore \frac{a\sin\theta - b\cos\theta}{a\sin\theta + b\cos\theta} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \text{ (Ans.)}$$

গ. অনুশীলনীর ৯.১ এর উদাহরণ চ দেখ। [বি. দ্র. a ও b এর স্থলে যথাক্রমে m ও n হবে।]

প্রশ্ন-৩৩ ▶ ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle C = 90^\circ, AB = 2$ সে. মি. এবং $BC = 1$ সে. মি.

ক. AC এবং $\tan A$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A}$ এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A$ 8

◀▶ ৩৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

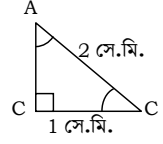
ক. দেওয়া আছে,

$AB = 2$ সে. মি.

$BC = 1$ সে. মি.

$$\begin{aligned}\therefore AC &= \sqrt{AB^2 - BC^2} \\ &= \sqrt{2^2 - 1^2} \\ &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (Ans.)}$$



খ. ABC ত্রিভুজ থেকে,

$$\operatorname{cosec} A = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{এবং } \sec A = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 A - \sec^2 A}{\operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A} &= \frac{(2)^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{(2)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} \\ &= \frac{4 - \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} \\ &= \frac{\frac{12 - 4}{3}}{\frac{12 + 4}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{16} = \frac{1}{2} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

$$\text{গ. } \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\text{বামপাশ} &= \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \sqrt{\frac{\frac{2}{\sqrt{3}} + 1}{\frac{2}{\sqrt{3}} - 1}} \\ &= \sqrt{\frac{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{\frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{\frac{2 + (\sqrt{3})^2}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2}} \\ &= 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\text{ডানপাশ} = \cot A + \operatorname{cosec} A$$

$$= \sqrt{3} + 2$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{\sec A + 1}{\sec A - 1}} = \cot A + \operatorname{cosec} A \text{ (প্রমাণিত)}$$