

তৃতীয় অধ্যায়
বীজগাণিতিক রাশি

অনুশীলনী ৩.১

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **বীজগাণিতিক রাশি** : প্রক্রিয়া চিহ্ন এবং সংখ্যানির্দেশক অবর প্রতীক এর অর্থবোধক বিন্যাসকে বীজগাণিতিক রাশি বলা হয়।
যেমন, $2a + 3b - 4c$ একটি বীজগাণিতিক রাশি। বীজগাণিতিক রাশিতে $a, b, c, p, q, r, m, n, x, y, z, \dots$ ইত্যাদি বর্ণমালার মাধ্যমে বিভিন্ন তথ্য প্রকাশ করা হয়। বীজগাণিতিক রাশি সংবলিত বিভিন্ন সমস্যা সমাধানে এই সমস্ত বর্ণমালাকে ব্যবহার করা হয়। পাটিগণিতে শুধু ধনাত্মক সংখ্যা ব্যবহৃত হয়, অন্যদিকে বীজগণিতে শূন্যসহ ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সকল সংখ্যা ব্যবহার করা হয়। বীজগণিতকে পাটিগণিতের সর্বাঙ্গীনকৃত রূপ বলা হয়। বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত সংখ্যাগুলো ধ্রুবক (constant), এদের মান নির্দিষ্ট।
বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত অবর প্রতীকগুলো চলক (variables), এদের মান নির্দিষ্ট নয়, এরা বিভিন্ন মান ধারণ করতে পারে।
- **বীজগাণিতিক সূত্রাবলি** : বীজগাণিতিক প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত যেকোনো সাধারণ নিয়ম বা সিদ্ধান্তকে বীজগাণিতিক সূত্র বলা হয়।

সূত্র ১। $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$
সূত্র ২। $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
সূত্র ৩। $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	অনুসিদ্ধান্ত ৫। $a^2 + b^2 = \frac{(a + b)^2 + (a - b)^2}{2}$
সূত্র ৪। $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$	অনুসিদ্ধান্ত ৬। $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$
সূত্র ৫। $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$	অনুসিদ্ধান্ত ৭। $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ac)$
অনুসিদ্ধান্ত ১। $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$	অনুসিদ্ধান্ত ৮। $2(ab + bc + ac) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$
অনুসিদ্ধান্ত ২। $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$	

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১। সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর :

(ক) $2a + 3b$

সমাধান : $2a + 3b$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (2a + 3b)^2 \\ &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3b + (3b)^2 \\ &= 4a^2 + 12ab + 9b^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(খ) $2ab + 3bc$

সমাধান : $2ab + 3bc$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (2ab + 3bc)^2 \\ &= (2ab)^2 + 2 \times 2ab \times 3bc + (3bc)^2 \\ &= 4a^2b^2 + 12ab^2c + 9b^2c^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(গ) $x^2 + \frac{2}{y^2}$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } x^2 + \frac{2}{y^2} \text{ এর বর্গ} &= \left(x^2 + \frac{2}{y^2}\right)^2 \\ &= (x^2)^2 + 2 \times x^2 \times \frac{2}{y^2} + \left(\frac{2}{y^2}\right)^2 \end{aligned}$$

$$= x^4 + \frac{4x^2}{y^2} + \frac{4}{y^4} \text{ (Ans.)}$$

(ঘ) $a + \frac{1}{a}$

সমাধান : $a + \frac{1}{a}$ এর বর্গ $= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} + \left(\frac{1}{a}\right)^2$

$$= a^2 + 2 + \frac{1}{a^2} \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) $4y - 5x$

সমাধান : $4y - 5x$ এর বর্গ $= (4y - 5x)^2$

$$= (4y)^2 - 2 \times 4y \times 5x + (5x)^2$$

$$= 16y^2 - 40xy + 25x^2 \text{ (Ans.)}$$

(চ) $ab - c$

সমাধান : $ab - c$ এর বর্গ $= (ab - c)^2$

$$= (ab)^2 - 2 \times ab \times c + (c)^2$$

$$= a^2b^2 - 2abc + c^2 \text{ (Ans.)}$$

(ছ) $5x^2 - y$

সমাধান : $5x^2 - y$ এর বর্গ $= (5x^2 - y)^2$

$$= (5x^2)^2 - 2 \times 5x^2 \times y + (y)^2$$

$$= 25x^4 - 10x^2y + y^2 \text{ (Ans.)}$$

(জ) $x + 2y + 4z$

সমাধান : $x + 2y + 4z$ এর বর্গ $= (x + 2y + 4z)^2 = \{(x + 2y) + 4z\}^2$

$$= (x + 2y)^2 + 2 \times (x + 2y) \times 4z + (4z)^2$$

$$= x^2 + 2 \times x \times 2y + (2y)^2 + 8zx + 16yz + 16z^2$$

$$= x^2 + 4xy + 4y^2 + 8zx + 16yz + 16z^2$$

$$= x^2 + 4y^2 + 16z^2 + 4xy + 16yz + 8zx \text{ (Ans.)}$$

(ঝ) $3p + 4q - 5r$

সমাধান : $3p + 4q - 5r$ এর বর্গ $= (3p + 4q - 5r)^2$

$$= \{(3p + 4q) - 5r\}^2$$

$$= (3p + 4q)^2 - 2 \times (3p + 4q) \times 5r + (5r)^2$$

$$= (3p)^2 + 2 \times 3p \times 4q + (4q)^2 - 10r(3p + 4q) + 25r^2$$

$$= 9p^2 + 24pq + 16q^2 - 30pr - 40qr + 25r^2$$

$$= 9p^2 + 16q^2 + 25r^2 + 24pq - 40qr - 30pr \text{ (Ans.)}$$

(ঞ) $3b - 5c - 2a$

সমাধান : $3b - 5c - 2a$ এর বর্গ $= (3b - 5c - 2a)^2$

$$= \{(3b - 5c) - 2a\}^2$$

$$= (3b - 5c)^2 - 2 \times (3b - 5c) \times 2a + (2a)^2$$

$$= (3b)^2 - 2 \times 3b \times 5c + (5c)^2 - (3b - 5c) \times 4a + 4a^2$$

$$= 9b^2 - 30bc + 25c^2 - 12ab + 20ca + 4a^2$$

$$= 4a^2 + 9b^2 + 25c^2 - 12ab - 30bc + 20ca \text{ (Ans.)}$$

(ট) $ax - by - cz$

সমাধান : $ax - by - cz$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (ax - by - cz)^2 \\ &= \{(ax - by) - cz\}^2 \\ &= (ax - by)^2 - 2 \times (ax - by) \times cz + (cz)^2 \\ &= (ax)^2 - 2 \times ax \times by + (by)^2 - (ax - by) \times 2cz + c^2z^2 \\ &= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 - 2cazx + 2bcyz + c^2z^2 \\ &= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 - 2abxy + 2bcyz - 2cazx \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(ঠ) $a - b + c - d$

সমাধান : $a - b + c - d$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (a - b + c - d)^2 \\ &= \{(a - b) + (c - d)\}^2 \\ &= (a - b)^2 + 2 \times (a - b) \times (c - d) + (c - d)^2 \\ &= a^2 - 2 \times a \times b + b^2 + 2(a - b)(c - d) + c^2 - 2 \times c \times d + d^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2ad - 2bc + 2bd + c^2 - 2cd + d^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 2ab + 2ac - 2ad - 2bc + 2bd - 2cd \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(ড) $2a + 3x - 2y - 5z$

সমাধান : $2a + 3x - 2y - 5z$ এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (2a + 3x - 2y - 5z)^2 \\ &= \{(2a + 3x) - (2y + 5z)\}^2 \\ &= (2a + 3x)^2 - 2 \times (2a + 3x) \times (2y + 5z) + (2y + 5z)^2 \\ &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3x + (3x)^2 - 2(2a + 3x)(2y + 5z) + (2y)^2 + 2 \times 2y \times 5z + (5z)^2 \\ &= 4a^2 + 12ax + 9x^2 - 2(4ay + 10az + 6xy + 15xz) + 4y^2 + 20yz + 25z^2 \\ &= 4a^2 + 12ax + 9x^2 - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 4y^2 + 20yz + 25z^2 \\ &= 4a^2 + 9x^2 + 4y^2 + 25z^2 + 12ax - 8ay - 20az - 12xy - 30xz + 20yz \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(ঢ) 101

সমাধান : 101 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (101)^2 \\ &= (100 + 1)^2 \\ &= (100)^2 + 2 \times 100 \times 1 + (1)^2 \\ &= 10000 + 200 + 1 = 10201 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(ণ) 997

সমাধান : 997 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (997)^2 \\ &= (1000 - 3)^2 \\ &= (1000)^2 - 2 \times 1000 \times 3 + (3)^2 \\ &= 1000000 - 6000 + 9 = 994009 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(ত) 1007

সমাধান : 1007 এর বর্গ

$$\begin{aligned} &= (1007)^2 \\ &= (1000 + 7)^2 \\ &= (1000)^2 + 2 \times 1000 \times 7 + (7)^2 \\ &= 1000000 + 14000 + 49 = 1014049 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ সরল কর :

(ক) $(2a + 7)^2 + 2(2a + 7)(2a - 7) + (2a - 7)^2$

সমাধান : ধরি, $2a + 7 = x$ এবং $2a - 7 = y$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + 2.x.y + y^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \\ &= \{(2a + 7) + (2a - 7)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (2a + 7 + 2a - 7)^2 = (4a)^2 = 16a^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(খ) $(3x + 2y)^2 + 2(3x + 2y)(3x - 2y) + (3x - 2y)^2$

সমাধান : ধরি, $3x + 2y = a$ এবং $3x - 2y = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + 2.a.b + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ &= \{(3x + 2y) + (3x - 2y)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (3x + 2y + 3x - 2y)^2 \\ &= (6x)^2 = 36x^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(গ) $(7p + 3r - 5x)^2 - 2(7p + 3r - 5x)(8p - 4r - 5x) + (8p - 4r - 5x)^2$

সমাধান : ধরি, $7p + 3r - 5x = a$ এবং $8p - 4r - 5x = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= \{(7p + 3r - 5x) - (8p - 4r - 5x)\}^2 \\ &= (7p + 3r - 5x - 8p + 4r + 5x)^2 \\ &= (-p + 7r)^2 \\ &= (-p)^2 + 2 \times (-p) \times (7r) + (7r)^2 \\ &= p^2 - 14pr + 49r^2 \\ &= p^2 + 49r^2 - 14pr \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

(ঘ) $(2m + 3n - p)^2 + (2m - 3n + p)^2 - 2(2m + 3n - p)(2m - 3n + p)$

সমাধান : ধরি, $2m + 3n - p = a$ এবং $2m - 3n + p = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + b^2 - 2.a.b = (a - b)^2 \\ &= \{(2m + 3n - p) - (2m - 3n + p)\}^2 \\ &= (2m + 3n - p - 2m + 3n - p)^2 \\ &= (6n - 2p)^2 \\ &= (6n)^2 - 2 \times 6n \times 2p + (2p)^2 \\ &= 36n^2 - 24np + 4p^2 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

(ঙ) $6 \cdot 35 \times 6 \cdot 35 + 2 \times 6 \cdot 35 \times 3 \cdot 65 + 3 \cdot 65 \times 3 \cdot 65$

সমাধান : ধরি, $6 \cdot 35 = a$ এবং $3 \cdot 65 = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a \times a + 2 \times a \times b + b \times b \\ &= a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ &= (6 \cdot 35 + 3 \cdot 65)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (10)^2 = 100 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(চ) $5874 \times 5874 + 3774 \times 3774 - 7548 \times 5874$

সমাধান : $5874 \times 5874 + 3774 \times 3774 - 7548 \times 5874$

$$= (5874)^2 + (3774)^2 - 2 \times 5874 \times 3774$$

ধরি, $5874 = a$ এবং $3774 = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \\ &= (5874 - 3774)^2 \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]} \\ &= (2100)^2 = 4410000 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(ছ)
$$\frac{7529 \times 7529 - 7519 \times 7519}{7529 + 7519}$$

সমাধান : ধরি, $7529 = a$ এবং $7519 = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{a \times a - b \times b}{a + b} = \frac{a^2 - b^2}{a + b} \\ &= \frac{(a + b)(a - b)}{(a + b)} = (a - b) \\ &= (7529 - 7519) \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]} \\ &= 10 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

(জ)
$$\frac{2345 \times 2345 - 759 \times 759}{2345 - 759}$$

সমাধান : ধরি, $2345 = a$ এবং $759 = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{a \times a - b \times b}{a - b} = \frac{a^2 - b^2}{a - b} \\ &= \frac{(a + b)(a - b)}{(a - b)} = (a + b) \\ &= (2345 + 759) \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]} \\ &= 3104 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩। $a - b = 4$ এবং $ab = 60$ হলে, $a + b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 4$ এবং $ab = 60$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (a + b)^2 &= (a - b)^2 + 4ab \\ &= (4)^2 + 4 \times 60 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 16 + 240 = 256 \\ \therefore a + b &= \pm \sqrt{256} \\ &= \pm 16 \\ \text{নির্ণেয় মান } \pm 16\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪। $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে $a - b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 7$ এবং $ab = 12$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= (7)^2 - 4 \times 12 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 49 - 48 \\ &= 1 \\ \therefore a - b &= \pm \sqrt{1} = \pm 1 \\ \text{নির্ণেয় মান } \pm 1\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫। $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$ হলে, $a - b$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = 9m$ এবং $ab = 18m^2$

আমরা জানি, $(a - b)^2$ $= (a + b)^2$ $- 4ab$

$$= (9m)^2 - 4 \times 18m^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 81m^2 - 72m^2 = 9m^2$$

$$\therefore a - b = \pm \sqrt{9m^2} = \pm 3m$$

নির্ণেয় মান $\pm 3m$ প্রশ্ন ১৬ ১ $x - y = 2$ এবং $xy = 63$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান কত?সমাধান : দেওয়া আছে, $x - y = 2$ এবং $xy = 63$

$$\text{আমরা জানি, } x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$= (2)^2 + 2 \times 63 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 4 + 126 = 130$$

প্রশ্ন ১৭ ১ $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$ সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$

$$\text{বামপদ} = x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2$$

$$= \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(4)^2 + 2\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (16 + 2)^2 - 2 = (18)^2 - 2 = 324 - 2$$

$$= 322 = \text{ডানপদ}$$

$$\therefore \text{বামপদ} = \text{ডানপদ}$$

$$\text{অর্থাৎ, } x^4 + \frac{1}{x^4} = 322 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন ১৮ ১ $2x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?সমাধান : দেওয়া আছে, $2x + \frac{2}{x} = 3$

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি, } x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$- 2 \times x \times \frac{1}{x}$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{9}{4} - 2 = \frac{9 - 8}{4} = \frac{1}{4}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, দেখাও যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\begin{aligned}\text{বামপর্ব} &= a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \\ &= (2)^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 4 - 2 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ডানপর্ব} &= a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 \\ &= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \\ &= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4 - 2)^2 - 2 \\ &= (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2\end{aligned}$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2}$$

(দেখানো হলো)

$$= a^4 + \frac{1}{a^4}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $8ab(a^2 + b^2) = 24$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{5}$

$$\begin{aligned}\text{বামপর্ব} &= 8ab(a^2 + b^2) \\ &= 4ab \times 2(a^2 + b^2) = 4ab(2a^2 + 2b^2) \\ &= \{(a+b)^2 - (a-b)^2\} \{(a+b)^2 + (a-b)^2\} \\ &= \{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2\} \{(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{5})^2\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (7 - 5)(7 + 5) \\ &= 2 \times 12 = 24 \\ &= \text{ডানপর্ব}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{বামপর্ব} = \text{ডানপর্ব}$$

অর্থাৎ, $8ab(a^2 + b^2) = 24$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১১ ৥ $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$ হলে, $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b + c = 9$ এবং $ab + bc + ca = 31$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \\ \text{বা, } (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ \text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 &= (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) \\ \text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 &= (9)^2 - 2 \times 31 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ \text{বা, } a^2 + b^2 + c^2 &= 81 - 62 \\ \therefore a^2 + b^2 + c^2 &= 19 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ ৥ $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ এবং $ab + bc + ca = 8$ হলে, $(a + b + c)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ এবং $ab + bc + ca = 8$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 2 \times 8 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 9 + 16 = 25 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $a + b + c = 6$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 14$ হলে,

$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b + c = 6$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 14$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 \\ &= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca) \\ &= 2(a^2 + b^2 + c^2) - \{(a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)\} \\ &= 2 \times 14 - \{(6)^2 - 14\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 28 - (36 - 14) = 28 - 22 = 6 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $x + y + z = 10$ এবং $xy + yz + zx = 31$ হলে, $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y + z = 10$ এবং $xy + yz + zx = 31$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= (x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 + y^2 + 2yz + z^2 + z^2 + 2zx + x^2 \\ &= (x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx) + (x^2 + y^2 + z^2) \\ &= (x + y + z)^2 + \{(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)\} \\ &= (10)^2 + \{(10)^2 - 2 \times 31\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 100 + (100 - 62) = 100 + 38 = 138 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $x = 3$, $y = 4$ এবং $z = 5$ হলে, $9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 3$, $y = 4$ এবং $z = 5$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 9x^2 + 16y^2 + 4z^2 - 24xy - 16yz + 12zx \\ &= (3x)^2 + (-4y)^2 + (2z)^2 + 2 \times 3x \times (-4y) + \\ &\quad 2 \times (-4y) \times 2z + 2 \times 2z \times 3x \\ &= (3x - 4y + 2z)^2 \\ &= (3 \times 3 - 4 \times 4 + 2 \times 5)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (9 - 16 + 10)^2 = (19 - 16)^2 = (3)^2 = 9 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ প্রমাণ কর যে, $\left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : বামপদ} &= \left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 \\ &= \left(\frac{x^2 + 2xy + y^2}{4} - \frac{x^2 - 2xy + y^2}{4}\right)^2 \\ &= \left(\frac{x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2}{4}\right)^2 \\ &= \left(\frac{4xy}{4}\right)^2 = x^2y^2 \\ \text{ডানপদ} &= \left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2 - y^2}{2}\right)^2 \\ &= \frac{(x^2)^2 + 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4} - \frac{(x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2}{4} \\ &= \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^4 + 2x^2y^2 - y^4}{4} \\ &= \frac{4x^2y^2}{4} = x^2y^2\end{aligned}$$

∴ বামপদ = ডানপদ

$$\text{অর্থাৎ, } \left\{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-y^2}{2}\right)^2$$

(প্রমাণিত)

প্রশ্ন ১৭ ৥ $(a + 2b)(3a + 2c)$ কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned} \therefore (a + 2b)(3a + 2c) &= \left\{ \frac{(a + 2b) + (3a + 2c)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(a + 2b) - (3a + 2c)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{a + 2b + 3a + 2c}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{a + 2b - 3a - 2c}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{4a + 2b + 2c}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2b - 2a - 2c}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{2(2a + b + c)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2(b - a - c)}{2} \right\}^2 \\ &= (2a + b + c)^2 - (b - a - c)^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $(x + 7)(x - 9)$ কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned} \therefore (x + 7)(x - 9) &= \left\{ \frac{(x + 7) + (x - 9)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(x + 7) - (x - 9)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{x + 7 + x - 9}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{x + 7 - x + 9}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{2x - 2}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{16}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{2(x - 1)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2 \times 8}{2} \right\}^2 = (x - 1)^2 - 8^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $x^2 + 10x + 24$ কে দুইটি বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর।

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $x^2 + 10x + 24$

$$10x + 25 - 1$$

$$\times x \times 5 + (5)^2 - (1)^2$$

$$- 1^2 \text{ (Ans.)}$$

$$= x^2 +$$

$$= (x)^2 + 2$$

$$= (x + 5)^2$$

প্রশ্ন ২০ ৥ $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ এবং $a^2 + ab + b^2 = 4$ হলে,

(i) $a^2 + b^2$, (ii) ab -এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$ এবং $a^2 + ab + b^2 = 4$

$$(i) \text{ এখানে, } a^4 + a^2b^2 + b^4$$

$$2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$$

$$= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2$$

$$= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)$$

$$= (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\therefore 8 = 4(a^2 - ab + b^2) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } a^2 - ab + b^2 = \frac{8}{4} = 2$$

এখন, $a^2 + ab + b^2 = 4$ এবং $a^2 - ab + b^2 = 2$ যোগ করে পাই,

$$= (a^2)^2 +$$

$$\begin{array}{rcl} a^2 + ab & + & b^2 \\ \hline a^2 - ab & + & b^2 \\ \hline 2a^2 & + & 2b^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} = 4 \\ = 2 \\ = 6 \end{array}$$

বা, $2(a^2 + b^2) = 6$

বা, $a^2 + b^2 = \frac{6}{2} \therefore a^2 + b^2 = 3$ (Ans.)

(ii) এখানে, $a^4 + a^2b^2 + b^4 = 8$

বা, $(a^2)^2 + 2a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2 = 8$

বা, $(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 = 8$

বা, $(a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab) = 8$

বা, $4(a^2 + b^2 - ab) = 8$

বা, $a^2 + b^2 - ab = \frac{8}{4}$

বা, $a^2 + b^2 - ab = 2$

বা, $(a^2 + b^2) - ab = 2$

বা, $3 - ab = 2$

বা, $-ab = 2 - 3$

বা, $-ab = -1 \therefore ab = 1$ (Ans.)

বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

- কি 11 খি 8 ● 7 ঘি 4

২. $x^2 + \frac{1}{y^2} = 6$ হলে, $\left(y + \frac{1}{y}\right)$ এর মান কত?

- $\pm 2\sqrt{2}$ খি $2\sqrt{2}$ গি ± 2 ঘি $\pm \sqrt{2}$

৩. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ হলে, $a + \frac{1}{a}$ = কত?

- কি 0 খি 1 ● 2 ঘি 4

৪. $p - \frac{1}{p} = 3$ হলে, $p^2 + \frac{1}{p^2}$ এর মান কত?

- কি 5 খি 7 ● 11 ঘি 13

৫. সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যা কত?

- কি 0 খি 1 ● 2 ঘি 3

৬. $a + b = 1$, $ab = 4$ হলে $(a - b)^2$ এর মান কত?

- -15 খি -7 গি 9 ঘি 17

৭. $m + n = 8$ এবং $mn = 15$ হলে, $(m - n)^2$ এর মান কত?

- কি 2 ● 4 গি 34 ঘি 94

৮. $(a + b - c)^2 =$ কত?

- কি $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

- $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

গি $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab - 2bc + 2ca$

ঘি $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

৯. $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে, $a^2 - ab + b^2$ এর মান কত?

- 3 খি 5 গি 9 ঘি 13

১০. $x = 2 + \sqrt{3}$ হলে, x^2 এর মান কত?

- কি $7 - 4\sqrt{3}$ ● $7 + 4\sqrt{3}$ গি $7 - 2\sqrt{3}$ ঘি $7 + 3\sqrt{3}$

১১. $25x^2 + 36y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে?

- কি $30xy$ খি $45xy$ ● $60xy$ ঘি $70xy$

১২. $a + \frac{1}{a} = \sqrt{2}$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

- কি -2 ● 0 গি 4 ঘি 6

১৩. $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{3}$ হলে, $ab =$ কত?

- কি 10 খি 5 গি 3 ● 1

১৪. $2a + \frac{2}{a} = 2\sqrt{3}$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?

- কি -1 ● 1 গি 2 ঘি 3

১৫. $x^2 - 5x + 1 = 0$ হলে, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

- $5\sqrt{21}$ খি $5\sqrt{23}$ গি $5\sqrt{27}$ ঘি $5\sqrt{29}$

১৬. $x^2 - 2\sqrt{6} - 5 = 0$ হলে $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ এর মান কোনটি?
 (ক) 10 (খ) $2\sqrt{3}$ (গ) $2\sqrt{2}$ (ঘ) 1
১৭. $a^2 - b^2 = 4$ এবং $ab = 2$ হলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?
 (ক) $6\sqrt{2}$ (খ) $8\sqrt{2}$ (গ) $4\sqrt{2}$ (ঘ) $2\sqrt{6}$
১৮. $a + b = 5$ এবং $a - b = 3$ হলে $a^2 + b^2$ এর মান কত?
 (ক) 2 (খ) 8 (গ) 16 (ঘ) 17
১৯. $a - b = 4$ এবং $ab = 3$ হলে $(a + b)^2 =$ কত?
 (ক) 18 (খ) 22 (গ) 28 (ঘ) 32
২০. নিম্নের কোন সূত্রটি সঠিক?
 (ক) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ (খ) $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 2ab$
 (গ) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (ঘ) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
২১. i. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ii. $(a + b)^4 - (a - b)^4 = 8ab(a^2 + b^2)$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i (খ) i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
২২. $x + y = 6$, $x^2 - y^2 = 12$ হলে—
 i. $(x - y)^2 = 4$ ii. $x = 4$
 iii. $xy = 8$
 নিচের কোনটি সঠিক?
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
২৩. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ হলে—
 i. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ ii. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4$ iii. $x^4 + \frac{1}{x^4} = 47$
 নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
 $a^2 - 3a + 1 = 0$; যেখানে $a > 1$
 উপরের তথ্যের আলোকে ২৪ ও ২৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
২৪. $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নিচের কোনটি?
 (ক) 6 (খ) 7 (গ) 9 (ঘ) 10
২৫. $a^2 - \frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে?
 (ক) 45 (খ) 40 (গ) $3\sqrt{5}$ (ঘ) $-3\sqrt{5}$
 নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ ও ২৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $p^2 = 3p + 1$ হলে—
২৬. $p^2 - \frac{1}{p^2}$ এর মান কোনটি?
 (ক) 39 (খ) 13 (গ) $\sqrt{117}$ (ঘ) $\sqrt[3]{13}(a + b)^2 = (a - b)^2$
২৭. $p^4 - \frac{1}{p^4}$ এর মান কোনটি?
 (ক) $33\sqrt{13}$ (খ) 119 (গ) 429 (ঘ) 27887
 নিচের তথ্যের আলোকে ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $p + q = \sqrt{5}$, $p - q = \sqrt{3}$
২৮. pq এর মান কত?
 (ক) $\frac{1}{2}$ (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 8
২৯. $10pq(p^2 + q^2)$ এর মান কত?
 (ক) 15 (খ) $5\sqrt{15}$ (গ) 20 (ঘ) 25



অতিরিক্ত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



৩.১ : বীজগাণিতিক রাশি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩০. প্রক্রিয়া চিহ্ন এবং সংখ্যা নির্দেশক অবর প্রতীকের অর্থবোধক বিন্যাসকে কী বলা হয়? (সহজ)
 (ক) সমীকরণ (খ) বীজগাণিতিক রাশি
 (গ) বাস্তব সংখ্যা (ঘ) ধারা
৩১. নিচের কোনটি বীজগাণিতিক রাশি? (সহজ)
 (ক) $2a + 3b - 4c$ (খ) $2^5 \times 3 + 2$
 (গ) (a, b) (ঘ) (b, a)
৩২. বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত সংখ্যাগুলো— (সহজ)
 (ক) চলক (খ) ধ্রুবক
 (গ) সূচক (ঘ) মূল
৩৩. বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত অবর প্রতীকগুলো— (সহজ)
 (ক) চলক (খ) ধ্রুবক (গ) সূচক (ঘ) উৎপাদক
৩৪. $3x + 2y + 5$ রাশিতে ধ্রুবক কয়টি? (সহজ)

- (ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

বহুপদী সমাস্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
 i. $a + 3b$ একটি বীজগাণিতিক রাশি
 ii. বীজগাণিতিক রাশিতে ব্যবহৃত চলকের মান নির্দিষ্ট
 iii. বীজগাণিতে শূন্যসহ ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সকল সংখ্যা ব্যবহার করা হয়
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৩৬. $4a - 3b + 2c$ বীজগাণিতিক রাশিটিতে—
 i. ধ্রুবক আছে ৩টি
 ii. চলক আছে ৩টি
 iii. প্রক্রিয়া চিহ্ন ১টি
 নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩.২ : বীজগাণিতিক সূত্রাবলি

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৭. বীজগাণিতিক প্রতীক দ্বারা প্রকাশিত যেকোনো সাধারণ নিয়ম বা সিদ্ধান্তকে কী বলে? (সহজ)

- (ক) সমীকরণ (খ) বীজগাণিতিক সূত্র
(গ) বীজগাণিতিক রাশি (ঘ) অভেদ

৩৮. $a^2 + 2ab + b^2$ -এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- (ক) $(a + b)^2$ (খ) $(a - b)^2$ (গ) $(a^2 + b^2)$ (ঘ) $(a^2 - b^2)$

৩৯. $(a + b + c)^2$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- (ক) $a^2 + b^2 + c^2$
(খ) $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc$
(গ) $a + b + c + 2ab + 2bc + 2ca$
(ঘ) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

৪০. $3x - 2y$ এর বর্গ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- (ক) $9x^2 - 6xy + 4y^2$ (খ) $3x^2 - 12xy + 2y^2$
(গ) $9x^2 - 18xy + 4y^2$ (ঘ) $\frac{1}{4}\left(\frac{9}{4}x^2 - 3xy + y^2\right)$

৪১. $a + b = 7p$ এবং $ab = 12p^2$ হলে, $a - b$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) p^2 (খ) $2p$ (গ) $\pm p$ (ঘ) $7p + 2$

ব্যাখ্যা : $(a - b)^2$
 $= 49p^2 - 48p^2 = p^2$

$\therefore (a - b)$

৪২. $a + b = 12$ এবং $a - b = 4$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- (ক) 37 (খ) 38 (গ) 54 (ঘ) 80

ব্যাখ্যা : $2(a^2 + b^2)$
 $= (12)^2 + (4)^2 = 144 + 16 = 160$
 $\therefore a^2 + b^2$

৪৩. $(2x + 7)^2 + 2(2x + 7)(2x - 7) + (2x - 7)^2$ এর সরলীকৃত মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- (ক) $16x^2$ (খ) $12x^2 + 5$ (গ) $9x^2$ (ঘ) $28x^2 + 3$

৪৪. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) 0 (খ) 2 (গ) 15 (ঘ) 21

ব্যাখ্যা : $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0$

৪৫. $x + y = 5$ এবং $xy = 4$ হলে, $(x - y)$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) ± 4 (খ) ± 3 (গ) ± 2 (ঘ) ± 1

ব্যাখ্যা : $(x - y)^2$
 $= (5)^2 - 4 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$
 $\therefore (x - y)$

৪৬. $x + y = 9$ এবং $x - y = 3$ হলে, xy এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) 21 (খ) 18 (গ) 15 (ঘ) 12

ব্যাখ্যা : xy

$= \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{81}{4} - \frac{9}{4} = \frac{81-9}{4} = \frac{72}{4} = 18$

৪৭. $x - \frac{1}{x} = 9$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) 56 (খ) 74 (গ) 83 (ঘ) 92

৪৮. $a - b = 3$ এবং $ab = 4$ হলে, $a + b$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) ± 3 (খ) ± 4 (গ) ± 5 (ঘ) ± 7

৪৯. $p + \frac{1}{p} = 3$ হলে, $p^4 + \frac{1}{p^4}$ এর মান কত? (কঠিন)

- (ক) 38 (খ) 47 (গ) 50 (ঘ) 52

৫০. $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = a$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

- (ক) $a^2 - 2$ (খ) $a^4 - 2a^2 + 5$
(গ) $a^4 - 5$ (ঘ) $a^4 - 4a^2 + 2$

৫১. $x = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

- (ক) 12 (খ) 18 (গ) 25 (ঘ) 22

৫২. $m + n = \sqrt{3}$ এবং $m - n = \sqrt{2}$ হলে, $8mn(m^2 + n^2)$ এর মান কত?

- (ক) 7 (খ) 5 (গ) 9 (ঘ) 12

৫৩. $\frac{1}{2}\{(a + b)^2 + (a - b)^2\} =$ কত? (সহজ)

- (ক) $2(a^2 - b^2)$ (খ) $a^2 + b^2$ (গ) ab (ঘ) $4ab = \pm P$

৫৪. 25 কে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) $11^2 - 10^2$ (খ) $12^2 - 11^2$ (গ) $13^2 - 12^2$

৫৫. $x - y = 1$ এবং $xy = 12$ হলে $x + y$ এর মান কত? (মধ্যম)

- (ক) -48 (খ) ± 48 (গ) ± 7 (ঘ) ± 15

৫৬. যদি $mx^2 + 12x + 9$ রাশিটি পূর্ণবর্গ হয় তবে m এর মান কত হবে? (মধ্যম)

- (ক) 3 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6

৫৭. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে x = কত? (মধ্যম)

- (ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 3

ব্যাখ্যা : এখানে, $x + \frac{1}{x} = 2$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = 2$ বা, $x^2 + 1 = 2x$

বা, $x^2 - 2x + 1 = 0$ বা, $(x - 1)^2 = 0$

বা, $x - 1 = 0 \therefore x = 1$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৫৮. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর : $= (x + y)^2 - 4xy$

i. $ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$
 $= \pm 3$

iii. $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৬৯. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. $a + b = 9$ এবং $a - b = 3$ হলে, $4ab = 72$

ii. $x + \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

iii. $a + b = \sqrt{6}$ এবং $a - b = \sqrt{2}$ হলে, $a^2 + b^2 = 4$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) ii ও iii গ) i ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭০. $a^2 + b^2 + c^2 = 83$ এবং $ab + bc + ac = 71$ হলে -

i. $2(ab + bc + ac) = 142$ ii. $(a + b + c)^2 =$

225

iii. $a + b + c = 15$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৬১. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:

i. $x = 5 + 2\sqrt{5}$ হলে, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{3}$

ii. $a^4 + \frac{1}{a^4} = 322$ হলে, $a + \frac{1}{a} = 4$

iii. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 18$ হলে, $x + \frac{1}{x} = 2$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬২ - ৬৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x + y = 9$ এবং $x - y = 3$

৬২. $x^2 - y^2$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 12 খ) 18 গ) 27 ঘ) 20

৬৩. $x^2 + y^2$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ক) 20 খ) 21 গ) 72 ঘ) 45

৬৪. $2xy$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 36 খ) 30 গ) 16 ঘ) 12

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৫ - ৬৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$a + b + c = 5$ এবং $a^2 + b^2 + c^2 = 13$

৬৫. $ab + bc + ca$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 18 খ) 16 গ) 10 ঘ) 6

ব্যাখ্যা : $2(ab + bc + ca) = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$
 $= (5)^2 - 13 = 25 - 13 = 12$

৬৬. $a - \frac{1}{a} = \sqrt{3}$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত?

- ক) 5 খ) -5 গ) 0 ঘ) 8

৬৭. $a + \frac{1}{a} = 1$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত?

- ক) -1 খ) 0 গ) 1 ঘ) 2

৬৮. $a + b = \sqrt{7}$ এবং $a - b = \sqrt{3}$ হলে, $ab = ?$

$\therefore ab + bc + ca$

৬৬. $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ এর মান কত? (কঠিন)

- ক) 5 গ) 9 ঘ) 21 ঘ) 14

৬৭. $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

- ক) 38 গ) 35 ঘ) 33 ঘ) 36

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬৮ ও ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x = 3 + 2\sqrt{2}$

৬৮. $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} =$ কত? (মধ্যম)

- ক) 3 খ) 6 গ) 4 ঘ) 2

৬৯. $\frac{4x}{x^2 - 3x + 1} =$ কত? (কঠিন)

- ক) $\frac{4}{3}$ খ) $\frac{3}{4}$ গ) $\frac{2}{3}$ ঘ) $\frac{3}{2}$

ব্যাখ্যা : $\frac{4x}{x^2 - 3x + 1} = \frac{4x}{x(x - 3 + \frac{1}{x})} = \frac{4}{x + \frac{1}{x} - 3} = \frac{4}{6 - 3} = \frac{4}{3} [\because x + \frac{1}{x} = 6]$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭০ - ৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

দেওয়া আছে, $a + b = \sqrt{5}$ এবং $a - b = \sqrt{3}$

৭০. $2(a^2 + b^2) =$ কত? (মধ্যম)

- ক) 14 গ) -4 ঘ) 0 ঘ) 8

৭১. $4ab$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) 2 খ) -2 গ) 1 ঘ) -1

৭২. $a^2 - b^2 =$ কত? (সহজ)

- ক) $\sqrt{15}$ খ) 15 গ) -15 ঘ) $\sqrt{8}$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৩ ও ৭৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x + y = 7a$ এবং $xy = 12a^2$

৭৩. $x^2 + y^2$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $49a^2$ খ) $19a^2$ গ) $25a^2$ ঘ) $32a^2$

ব্যাখ্যা : $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = (7a)^2 - 2 \times 12a^2$
 $= 49a^2 - 24a^2 = 25a^2$

৭৪. $x^2 - y^2$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $7a^2$ খ) $12a^2$ গ) $21a^2$ ঘ) $15a^2$

- ক) 1 খ) 2 গ) $\frac{1}{2}$ ঘ) 5

৭৮. $(x + y)^2 = 6$, $(x - y)^2 = 3$ হলে, $4xy(x^2 + y^2) =$ কত?

- ক) 12 খ) $\frac{25}{2}$ গ) $\frac{27}{2}$ ঘ) 14

৭৯. $x - \frac{1}{x} = 0$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত?

- কি ০ খি ১ ● ২ ঘি ৩
৮০. $(2a + \frac{2}{a})^2 = 12$ হলে, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান কত?
- কি ৩ খি $2\sqrt{3}$ গি $\sqrt{3}$ ● ১
৮১. যদি $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ হয়, তবে নিচের কোনটি $(a + \frac{1}{a})$ এর মান?
- $2\sqrt{3}$ খি $3\sqrt{3}$ গি $\sqrt{6}$ ঘি $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$
৮২. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, নিচের কোনটি $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান?
- কি ৪ খি ৮ গি ৬৪ ● ২
৮৩. $x - y = 2$ এবং $xy = 63$ হলে নিচের কোনটি $x^2 + y^2$ এর মান?
- কি ১২২ ● ১৩০ গি ১৪০ ঘি ১২৬
৮৪. $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কোনটি?
- কি ৪ খি ২ ● ১ ঘি ০
৮৫. $x - \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত?
- কি -৫ খি -৭ ● ৫ ঘি ৭
৮৬. $p - \frac{2}{p} = 1$ হলে, $p =$?
- কি -২ ● -১ গি ০ ঘি ১
৮৭. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x - \frac{1}{x} =$ এর মান কত?
- ০ খি ১ গি ২ ঘি ৪
৮৮. $x - y = 2$ এবং $xy = 24$ হলে, $x + y$ এর মান কত?
- কি ১০ খি ১০০ গি ± 100 ● ± 10
৮৯. $x - y = 1$ এবং $xy = 12$ হলে $(x + y)$ এর মান কত?
- কি -৪৮ খি ± 48 ● ± 7 ঘি ± 5
৯০. $x^2 - 5x + 1 = 0$ হলে $x^2 - \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?
- $5\sqrt{21}$ খি $5\sqrt{23}$ গি $5\sqrt{27}$ ঘি $5\sqrt{29}$
৯১. $a^2 - b^2 = 4$ এবং $ab = 2$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান কত?
- কি $6\sqrt{2}$ খি $8\sqrt{2}$ গি $4\sqrt{2}$ ● $2\sqrt{6}$
৯২. $p - \frac{1}{p} = x$ হলে, $p^2 + \frac{1}{p^2}$ এর মান কত?
- কি $x^2 - 2$ ● $x^2 + 2$ গি $x - 2$ ঘি $x + 2$
৯৩. $\frac{1}{2} \{(a + b)^2 + (a - b)^2\} =$ কত?
- কি $2(a^2 - b^2)$ ● $a^2 + b^2$ গি ab
৯৪. x যদি ১০ হয় $(3x - 2x) =$ কত?
- ১০ খি ২০ গি ৫০ ঘি ৪০
৯৫. $a^2 + b^2$ এর সাথে $-2ab$ যোগ করলে কোন পূর্ণবর্গটি পাওয়া যায়?
- $(a - b)^2$ খি $(a + b)^2$
- গি $(a^2 + b^2 + 2ab)^2$ ঘি $(a^2 + b^2)^2$
৯৬. $x - \frac{1}{x} = a$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কোনটি?
- কি $a + 2$ খি $a - 2$ ● $a^2 + 2$ ঘি $a^2 - 2$

৯৭. $x = 2 - \sqrt{3}$ হলে, $\frac{1}{x}$ এর মান কত হবে?
- কি ১ খি $2\sqrt{3}$ গি $2\sqrt{3} + 2$ ● $\sqrt{3} + 2$
৯৮. $x - y = 4$ এবং $xy = 65$ হলে $x^2 + y^2 =$?
- কি ১৩৪ ● ১৪৬ গি ১৫০ ঘি ২৭৬
৯৯. $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2} =$?
- কি ১৮ ● ১৪ গি ২০ ঘি ১২
১০০. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
- i. $x^3 - 4 = 23$ হলে $x = 3$
- ii. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- iii. $xy = 2$ হলে, $2x - \frac{4}{y} = 0$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii
১০১. নিচের তথ্যগুলো লব কর—
- i. $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
- ii. $a + b = \sqrt{5}$ এবং $a - b = \sqrt{3}$ হলে, $2(a^2 + b^2) = 8$
- iii. $y + \frac{1}{y} = 2$ হলে $y^5 + \frac{1}{y^5} = 10$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii
১০২. $m^2 - 2m + 1 = 0$
- i. $m + \frac{1}{m} = 2$ ii. $\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}} = 0$ iii. $m^2 + \frac{1}{m^2} = 4$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- i খি ii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii
১০৩. $a^2 + b^2 + c^2 = 83$ এবং $ab + bc + ca = 71$ হলে—
- i. $2(ab + bc + ca) = 142$
- ii. $(a + b + c)^2 = 225$
- iii. $a + b + c = 15$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii
- নিচের তথ্যের আলোকে ১০৪ – ১০৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- $x + y = \sqrt{5}$; $x - y = \sqrt{2}$
১০৪. $8xy =$ কত? ঘি $4ab$
- কি ২ খি ৪ ● ৬ ঘি ৮
১০৫. $(x^2 - y^2)^2 =$ কত?
- কি $\sqrt{10}$ ● ১০ গি $\sqrt{5}$ ঘি ১০০
১০৬. $8xy(x^2 + y^2) =$ কত?
- কি $\frac{15}{8}$ খি $\frac{17}{8}$ গি $\frac{19}{8}$ ● ২১
- নিচের তথ্যের আলোকে ১০৭ ও ১০৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- $a^2 + 1 = \sqrt{3}a$ হলে,

১০৭. $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ কত?

- (ক) 4 (খ) 3 (গ) 2 (ঘ) 1

১০৮. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 =$ কত?

- (ক) 0 (খ) 1 (গ) -1 (ঘ) 2

■ নিচের তথ্যের আলোকে ১০৯ ও ১১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$p^2 = 3p + 1$ হলে,

১০৯. $p^2 - \frac{1}{p^2}$ এর মান কোনটি?

- (ক) 39 (খ) 13 (গ) 11 (ঘ) $3\sqrt{13}$

১১০. $p^4 - \frac{1}{p^4}$ এর মান কোনটি?

- (ক) $33\sqrt{13}$ (খ) 119 (গ) 429 (ঘ) 27887

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $p^2 - 1 = 4p$ হলে—

ক. $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $\frac{p^3 + 5p}{p^4 + 4p^2 - 5} \times \sqrt[3]{64}$ এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. দেখাও যে, $p^4 = 322 - \frac{1}{p^4}$

8

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $p^2 - 1 = 4p$

বা, $\frac{p^2 - 1}{p} = 4$

$\therefore p - \frac{1}{p} = 4$

প্রদত্ত রাশি, $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = \left(p + \frac{1}{p}\right)^2 + 4p \cdot \frac{1}{p}$
 $= (4)^2 + 4 = 16 + 4 = 20$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $p^2 - 1 = 4p$

প্রদত্ত রাশি, $= \frac{p^3 + 5p}{p^4 + 4p^2 - 5} \times \sqrt[3]{64} = \frac{p(p^2 + 5)}{p^4 + 5p^2 - p^2 - 5} \times 4$
 $= \frac{p(p^2 + 5)}{p^2(p^2 + 5) - 1(p^2 + 5)} \times 4$
 $= \frac{p(p^2 + 5)}{(p^2 + 5)(p^2 - 1)} \times 4$
 $= \frac{4p}{(p^2 - 1)} = \frac{4p}{4p} \quad [\because p^2 - 1 = 4p]$
 $= 1$ (Ans.)

গ. 'ক' থেকে পাই,

$p - \frac{1}{p} = 4$

বা, $\left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = 16$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} - 2 \cdot p \cdot \frac{1}{p} = 16$

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} = 16 + 2$

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} = 18$

বা, $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = 18^2$ [পুনরায় উভয়পক্ষে বর্গ করে]

$$\text{বা, } p^4 + \frac{1}{p^4} + 2.p^2 \cdot \frac{1}{p^2} = 324$$

$$\text{বা, } p^4 = 324 - 2 - \frac{1}{p^4} \therefore p^4 = 322 - \frac{1}{p^4} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-২ ▶ $3xy + 2ax, 4x - 3y$ ও $x - 5y + 2z$ তিনটি রাশি।

ক. সূত্রের সাহায্যে দ্বিতীয় রাশির বর্গ নির্ণয় কর।

২

খ. প্রথম দুইটি রাশির যোগফলের বর্গ নির্ণয় কর।

৪

গ. মান নির্ণয় কর : $(1ম \text{ রাশি})^2 + (2য় \text{ রাশি})^2 - (3য় \text{ রাশি})^2$

৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রদত্ত দ্বিতীয় রাশি = $4x - 3y$

$$\therefore (4x - 3y)^2 = (4x)^2 - 2.4x.3y + (3y)^2 \\ = 16x^2 - 24xy + 9y^2 \text{ (Ans.)}$$

খ. ধরি, $a = 3xy + 2ax$ এবং $b = 4x - 3y$

$$\therefore (a + b)^2 = (3xy + 2ax + 4x - 3y)^2 \\ = \{(3xy + 2ax) + (4x - 3y)\}^2 \\ = (3xy + 2ax)^2 + 2(3xy + 2ax)(4x - 3y) + (4x - 3y)^2 \\ = 9x^2y^2 + 4a^2x^2 + 12ax^2y + 2(12x^2y - 9xy^2 + 8ax^2 - 6axy) + 16x^2 + 9y^2 - 24xy \\ = 9x^2y^2 + 4a^2x^2 + 12ax^2y + 24x^2y - 18xy^2 + 16ax^2 - 12axy + 16x^2 + 9y^2 - 24xy \text{ (Ans.)}$$

গ. $(1ম \text{ রাশি})^2 + (2য় \text{ রাশি})^2 - (3য় \text{ রাশি})^2$

$$= (3xy + 2ax)^2 + (4x - 3y)^2 - (x - 5y + 2z)^2 \\ = 9x^2y^2 + 12ax^2y + 4a^2x^2 + 16x^2 - 24xy + 9y^2 - (x^2 + 25y^2 + 4z^2 - 10xy - 20yz + 4zx) \\ = 9x^2y^2 + 12ax^2y + 4a^2x^2 + 16x^2 - 24xy + 9y^2 - x^2 - 25y^2 - 4z^2 + 10xy + 20yz - 4zx \\ = 9x^2y^2 + 12ax^2y + 4a^2x^2 + 15x^2 - 14xy - 16y^2 + 20yz - 4zx - 4z^2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৩ ▶ $x + y + z = 12$ এবং $x^2 + y^2 + z^2 = 50$ হলে—

ক. বীজগাণিতিক রাশি কাকে বলে?

২

খ. $xy + yz + zx$ এর মান কত?

৪

গ. $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রক্রিয়া চিহ্ন এবং সংখ্যা নির্দেশক অবর প্রতীক এর অর্থবোধক বিন্যাসকে বীজগাণিতিক রাশি বলা হয়।

যেমন, $2a + 3b - 4c$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।

খ. দেওয়া আছে, $x + y + z = 12$ এবং $x^2 + y^2 + z^2 = 50$

আমরা জানি,

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$$

$$\text{বা, } (12)^2 = 50 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{বা, } 144 = 50 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\text{বা, } 2(xy + yz + zx) = 144 - 50$$

$$\text{বা, } 2(xy + yz + zx) = 94$$

$$\therefore xy + yz + zx = \frac{94}{2} = 47 \text{ (Ans.)}$$

গ. এখানে, $x^2 + y^2 + z^2 = 50$

এবং 'ক' হতে প্রাপ্ত, $xy + yz + zx = 47$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \\ = x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 + z^2 - 2zx + x^2 \\ = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

$$= 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx)$$

$$= 2 \times 50 - 2 \times 47 = 100 - 94 = 6 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$ হলে—

ক. দেখাও যে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$ ২

খ. দেখাও যে, $x^8 + 2x^4 + 1 = 0$ ৪

গ. $\frac{x}{x^2 + \sqrt{2}x + 1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \sqrt{(2)^2}$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2 - 2 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$ (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{2}$

বা, $x^2 + 1 = \sqrt{2}x$

বা, $(x^2 + 1)^2 = (\sqrt{2}x)^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $x^4 + 2x^2 + 1 = 2x^2$

বা, $x^4 + 1 = 2x^2 - 2x^2$

বা, $(x^4 + 1)^2 = 0 \therefore x^8 + 2x^4 + 1 = 0$ (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{2}$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{2} \therefore x^2 + 1 = \sqrt{2}x$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{x}{x^2 + \sqrt{2}x + 1} = \frac{x}{x^2 + 1 + \sqrt{2}x}$

$$= \frac{x}{\sqrt{2}x + \sqrt{2}x} = \frac{x}{2\sqrt{2}x} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ $a + b = p$, $ab = q$ এবং $a + 3b$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. সূত্রের সাহায্যে $a + 3b$ এর বর্গ নির্ণয় কর। ২

খ. $P = 7$, $q = 12$ হলে, $a - b$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $p = 2$, $q = 1$ হলে, $a^4 + b^4$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $a + 3b$ এর বর্গ

$$= (a + 3b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 3b + (3b)^2 = a^2 + 6ab + 9b^2 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $p = 7$ বা, $a + b = 7$

এবং $q = 12$ বা, $ab = 12$

আমরা জানি, $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$$= 7^2 - 4.12 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 49 - 48 = 1$$

$$\therefore a - b = \pm 1 \quad (\text{Ans.})$$

গ. দেওয়া আছে, $p = 2$ এবং $q = 1$

$$\begin{aligned} \therefore a^4 + b^4 &= (a^2)^2 + (b^2)^2 = (a^2 + b^2)^2 - 2.a^2.b^2 \\ &= (a^2 + b^2)^2 - 2.(1)^2 \quad [\because ab = q = 1] \\ &= \{(a + b)^2 - 2.ab\}^2 - 2.1 \\ &= \{(2)^2 - 2.1\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ $x + y = 12$, $x - y = 2$.

ক. $x^2 + y^2$ এর মান কত?

২

খ. xy এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $x + y = \sqrt{3}$ এবং $x - y = \sqrt{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $8xy(x^2 + y^2) = 5$.

৪

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + y = 12$ এবং $x - y = 2$

আমরা জানি, $x^2 + y^2$

=

$$\frac{(x + y)^2 + (x - y)^2}{2}$$

$$= \frac{(12)^2 + (2)^2}{2} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{144 + 4}{2} = \frac{148}{2} = 74$$

নির্ণেয় মান 74

খ. দেওয়া আছে, $x + y = 12$ এবং $x - y = 2$

$$\text{আমরা জানি, } xy = \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - y}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{12}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 6^2 - 1^2 = 36 - 1 = 35$$

নির্ণেয় মান 35

গ. দেওয়া আছে, $x + y = \sqrt{3}$ এবং $x - y = \sqrt{2}$

$$\text{বামপদ} = 8xy(x^2 + y^2) = 4xy.2(x^2 + y^2)$$

$$= \{(x + y)^2 - (x - y)^2\} \{(x + y)^2 + (x - y)^2\}$$

$$= \{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2\} \{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2\}$$

$$= (3 - 2)(3 + 2) = 1 \times 5 = 5 = \text{ডানপদ}$$

$$\therefore 8xy(x^2 + y^2) = 5 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-৭ ▶ $x + y = a$ এবং $x - y = b$

ক. $a = 2\sqrt{3}$ এবং $b = \sqrt{2}$ হলে, $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $a = \sqrt{3}$ এবং $b = \sqrt{2}$ হলে, $\frac{1}{5}xy(x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $a = \sqrt{5}$ এবং $b = \sqrt{3}$ হলে, $xy(x^2 + y^2) =$ কত?

৪

▶▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a = 2\sqrt{3}$ বা, $x + y = 2\sqrt{3}$

এবং $b = \sqrt{2}$ বা, $x - y = \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + y^2 = \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2} \\ &= \frac{(2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2}{2} = \frac{12+2}{2} = \frac{14}{2} = 7\end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $a = \sqrt{3}$ বা, $x + y = \sqrt{3}$ এবং $b = \sqrt{2}$ বা, $x - y = \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{1}{5} xy (x^2 + y^2) \\ &= \frac{1}{5} \left\{ \left(\frac{x+y}{2} \right)^2 - \left(\frac{x-y}{2} \right)^2 \right\} \left\{ \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2} \right\} \\ &= \frac{1}{5} \left\{ \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \right\} \left\{ \frac{\sqrt{(3)^2} + \sqrt{(2)^2}}{2} \right\} \\ &= \frac{1}{5} \cdot \left\{ \frac{3}{4} - \frac{2}{4} \right\} \left\{ \frac{3+2}{2} \right\} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{3-2}{4} \right) \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{1}{8} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $a = \sqrt{5}$ বা, $x + y = \sqrt{5}$

এবং $b = \sqrt{3}$ বা, $x - y = \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= xy(x^2 + y^2) \\ &= \left\{ \left(\frac{x+y}{2} \right)^2 - \left(\frac{x-y}{2} \right)^2 \right\} \left\{ \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2} \right\} \\ &= \left\{ \left(\frac{\sqrt{5}}{2} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right\}\end{aligned}$$

উৎপত্তঃ!

$$= \left\{ \frac{5}{4} - \frac{3}{4} \right\} \left\{ \frac{5+3}{2} \right\} = \frac{5-3}{4} \cdot \frac{8}{2} = \frac{2}{4} \cdot \frac{8}{2} = 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৮ ▶ $x - \frac{1}{x}$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. $x - \frac{1}{x} = a$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত?

২

খ. $x - \frac{1}{x} = p$ হলে, $\frac{c}{x(x-p)}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^4 = 119 - \frac{1}{x^4}$

৪

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = a$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = a^2 - 2 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = p$

$$\text{বা, } \frac{x^2 - 1}{x} = p$$

$$\text{বা, } x^2 - 1 = px$$

$$\text{বা, } x^2 - px = 1$$

$$\therefore x(x - p) = 1$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{c}{x(x-p)} = \frac{c}{1} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= c \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 3$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$

বা, $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 9$

বা, $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 9$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 + 2 = 11$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (11)^2$ [পুনরায় উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 121$

বা, $x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 121$

বা, $x^4 = 121 - 2 - \frac{1}{x^4}$ [পক্ষান্তর করে]

$\therefore x^4 = 119 - \frac{1}{x^4}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-৯ ▶ $a + b + c = 2$ এবং $ab + bc + ca = 1$ হলে

ক. $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান কত? ২

খ. $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. 'ক' এর মান ব্যবহার করে $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a + b + c = 2$ এবং $ab + bc + ca = 1$

আমরা জানি,

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

বা, $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$

$$= 2^2 - 2 \cdot 1 = 4 - 2 = 2 \text{ (Ans.)}$$

খ. প্রদত্ত রাশি $= (a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + b^2 + 2bc + c^2 + c^2 + 2ca + a^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \quad [\text{'ক' নং থেকে}]$$

$$= 6 \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি $= (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca)$$

$$= 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 \quad [\text{'ক' নং ব্যবহার করে}]$$

$$= 4 - 2 = 2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১০ ▶ $3a + 2c, a + 2b, a - b + c$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

- ক. $a - b + c$ এর বর্গ নির্ণয় কর। ২
- খ. $(a + 2b)$ ও $(3a + 2c)$ কে দুটি পূর্ণবর্গের অন্তরূপে প্রকাশ কর। ৪
- গ. $a - b + c = 4$ হলে, $(3a + 2c)^2 - 2(3a + 2c)(a + 2b) + (a + 2b)^2$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. $a - b + c$ এর বর্গ $= (a - b + c)^2$
 $= (a - b)^2 + 2(a - b)c + (c)^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ac - 2ab - 2bc$
 $= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$ (Ans.)
- খ. $(a + 2b)(3a + 2c)$ =
 $\left(\frac{a + 2b + 3a + 2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a + 2b - 3a - 2c}{2}\right)^2$
 $= \left(\frac{4a + 2b + 2c}{2}\right)^2 - \left(\frac{-2a + 2b - 2c}{2}\right)^2$
 $= \left\{\frac{2(2a + b + c)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{2(b - a - c)}{2}\right\}^2$
 $= (2a + b + c)^2 - (b - a - c)^2$ (Ans.)

- গ. দেওয়া আছে, $a - b + c = 4$
 ধরি, $3a + 2c = x$ এবং $a + 2b = y$
 প্রদত্ত রাশিমালা $= x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$
 $= (3a + 2c - a - 2b)^2 = (2a - 2b + 2c)^2$
 $= \{2(a - b + c)\}^2 = 4(a - b + c)^2$
 $= 4.4^2$ [মান বসিয়ে]
 $= 4.16 = 64$ (Ans.)

প্রশ্ন-১১ ▶ $p = 3 + \frac{1}{p}$ হলে-

- ক. $p + \frac{1}{p}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $p^4 - \frac{1}{p^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, $p^4 = 119 - \frac{1}{p^4}$ ৪

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. দেওয়া আছে, $p = 3 + \frac{1}{p}$
 $\therefore p - \frac{1}{p} = 3$
 আমরা জানি, $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 + 4.p.\frac{1}{p}$
 $= (3)^2 + 4$
 $= 13$
 $\therefore p + \frac{1}{p} = \sqrt{13}$ (Ans.) = 9 + 4

খ. 'ক' থেকে পাই, $p - \frac{1}{p} = 3$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= p^4 - \frac{1}{p^4} = (p^2)^2 - \left(\frac{1}{p^2}\right)^2 = \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)\left(p^2 - \frac{1}{p^2}\right) \\ &= \left\{\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 - 2 \cdot p \cdot \frac{1}{p}\right\} \left(p + \frac{1}{p}\right)\left(p - \frac{1}{p}\right) \\ &= \left\{(\sqrt{13})^2 - 2\right\} \times \sqrt{13} \times 3 \quad [\text{'ক' থেকে}] \\ &= \{13 - 2\} \times \sqrt{13} \times 3 \\ &= 11\sqrt{13} \times 3 = 33\sqrt{13} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $p = 3 + \frac{1}{p}$

$$\text{বা, } p - \frac{1}{p} = 3$$

$$\text{বা, } \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 = (3)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } (p)^2 - 2 \cdot p \cdot \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = 9$$

$$\text{বা, } p^2 - 2 + \frac{1}{p^2} = 9$$

$$\text{বা, } p^2 + \frac{1}{p^2} = 9 + 2$$

$$\text{বা, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right) = 11$$

$$\text{বা, } \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = (11)^2 \quad [\text{পুনরায় বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } (p^2)^2 + 2 \cdot p^2 \cdot \frac{1}{p^2} + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2 = 121$$

$$\text{বা, } p^4 + 2 + \frac{1}{p^4} = 121$$

$$\text{বা, } p^4 + \frac{1}{p^4} = 121 - 2$$

$$\text{বা, } p^4 + \frac{1}{p^4} = 119$$

$$\therefore p^4 = 119 - \frac{1}{p^4} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-১২ ▶ $x + y = \sqrt{5}$ এবং $x - y = \sqrt{2}$ হলে,

ক. xy এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে, $24xy(x^2 + y^2) = 63$

৪

গ. $4xy(x^4 + y^4)$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + y = \sqrt{5}$ এবং $x - y = \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}xy &= \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} - \frac{2}{4} = \frac{5-2}{4} = \frac{3}{4} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $x + y = \sqrt{5}$ এবং $x - y = \sqrt{2}$

‘ক’ হতে প্রাপ্ত, $xy = \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned}\text{বামপদ} &= 24xy(x^2 + y^2) \\ &= 3.4xy.2(x^2 + y^2) \\ &= 3.4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \{(x+y)^2 + (x-y)^2\} \\ &= 9\{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2\} \\ &= 9(5+2) = 9.7 = 63 = \text{ডানপদ}\end{aligned}$$

$\therefore 24xy(x^2 + y^2) = 63$ (দেখানো হলো)

গ. দেওয়া আছে, $x + y = \sqrt{5}$ এবং $x - y = \sqrt{2}$

‘ক’ হতে প্রাপ্ত, $xy = \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 4xy(x^4 + y^4) \\ &= 4xy\{(x^2)^2 + (y^2)^2\} \\ &= 4 \cdot \frac{3}{4} \{(x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2\} \\ &= 3 \left[\left\{ \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{2} \right\}^2 - 2(xy)^2 \right] \\ &= 3 \left[\left\{ \frac{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2}{2} \right\}^2 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \right] \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 3 \left\{ \left(\frac{5+2}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{9}{16} \right\} \\ &= 3 \left(\frac{49}{4} - \frac{9}{8} \right) = 3 \left(\frac{98-9}{8} \right) = 3 \cdot \frac{89}{8} = \frac{267}{8} (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন-১৩ ▶ $a + \frac{1}{a} = 2$, $p + q = \sqrt{5}$ এবং $p - q = \sqrt{3}$

ক. $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2$ এর মান কত?

২

খ. $pq(p^2 + q^2)$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, $a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4}$.

৪

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0 (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে, $p + q = \sqrt{5}$ এবং $p - q = \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= pq(p^2 + q^2) = \frac{1}{2} pq \cdot 2(p^2 + q^2) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{p+q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-q}{2}\right)^2 \right\} \{(p+q)^2 + (p-q)^2\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \right\} \{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{4}\right) (5+3) = \frac{1}{2} \left(\frac{5-3}{4}\right) \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} \cdot 8 = 2 (\text{Ans.})\end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

$$\text{বামপদ} = a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$\text{ডানপদ} = a^4 + \frac{1}{a^4} = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 = (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = a^4 + \frac{1}{a^4} \text{ (দেখানো হলো)}$$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৪ ▶ $x + y + z = 2$, $xy + yz + zx = 1$ হলে,

ক. $x^2 + y^2 + z^2$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. $(x + y - z)^2 + 2(x + y - z)(x + y + 3z) + (x + y + 3z)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

উত্তর : ক. ২; খ. ৬; গ. ৪

প্রশ্ন-১৫ ▶ $x + y = 12$, $x - y = 2$ হলে,

ক. x এর মান নির্ণয় কর।

খ. $x^2 + y^2$ এবং xy এর মান নির্ণয় কর।

গ. $(4x + 7y - 3z)^2 + 2(4x + 7y - 3z)(7y - 4x + 3z) + (7y - 4x + 3z)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

উত্তর : ক. ৭; খ. ৭৪, ৩৫; গ. $196y^2$

প্রশ্ন-১৬ ▶ $a + b + c = 9$, $a^2 + b^2 + c^2 = 29$

ক. $ab + bc + ca$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $(a + b + c)^2 + (a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

উত্তর : ক. ২৬; খ. ৬; গ. ১৯১

প্রশ্ন-১৭ ▶ $x + y + z = p$, $xy + yz + zx = q$ হলে,

ক. $x^2 + y^2 + z^2$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, $(x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2 = 2p^2 - 2q$.

৪

উত্তর : ক. $p^2 - 2q$ খ. $2p^2 - 6q$

৪

প্রশ্ন-১৮ ▶ $a + b + c = 2$ এবং $ab + bc + ca = 1$ হলে,

ক. $a^2 + b^2 + c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2$ এর মান কত?

৪

গ. $(a + b - c)^2 + 2(a + b - c)(a + b + 3c) + (a + b + 3c)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

২

৪

উত্তর : ক. ২; খ. ৬; গ. ১৬

৪

প্রশ্ন-১৯ ▶ $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে

ক. দেখাও যে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

২

খ. দেখাও যে, $x^8 + 2x^4 + 1 = 0$

৪

গ. $\frac{x}{x^2 + \sqrt{3}x + 1}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

উত্তর : গ. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

অনুশীলনী ৩.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ ঘন সংবলিত সূত্রাবলি

$$\text{সূত্র ৬। } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$\text{সূত্র ৭। } (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

$$\text{সূত্র ৮। } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{সূত্র ৯। } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$



অনুসিদ্ধান্ত ৯। $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

অনুসিদ্ধান্ত ১০। $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

অবশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১১। সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

(ক) $2x + 5$

সমাধান : $2x + 5$ এর ঘন = $(2x + 5)^3$

$$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.5 + 3.(2x).(5)^2 + (5)^3$$

$$= 8x^3 + 3.4x^2.5 + 3.2x.25 + 125$$

$$= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125 \text{ (Ans.)}$$

(খ) $2x^2 + 3y^2$

সমাধান : $2x^2 + 3y^2$ এর ঘন

$$= (2x^2 + 3y^2)^3$$

$$= (2x^2)^3 + 3.(2x^2)^2.3y^2 + 3.2x^2.(3y^2)^2 + (3y^2)^3$$

$$= 8x^6 + 3.4x^4.3y^2 + 3.2x^2.9y^4 + 27y^6$$

$$= 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6 \text{ (Ans.)}$$

(গ) $4a - 5x^2$

সমাধান : $4a - 5x^2$ এর ঘন

$$= (4a - 5x^2)^3$$

$$= (4a)^3 - 3.(4a)^2.5x^2 + 3.4a.(5x^2)^2 - (5x^2)^3$$

$$= 64a^3 - 3.16a^2.5x^2 + 3.4a.25x^4 - 125x^6$$

$$= 64a^3 - 240a^2x^2 + 300ax^4 - 125x^6 \text{ (Ans.)}$$

(ঘ) $7m^2 - 2n$

সমাধান : $7m^2 - 2n$ এর ঘন

$$= (7m^2 - 2n)^3$$

$$= (7m^2)^3 - 3.(7m^2)^2.2n + 3.7m^2.(2n)^2 - (2n)^3$$

$$= 343m^6 - 3.49m^4.2n + 3.7m^2.4n^2 - 8n^3$$

$$= 343m^6 - 294m^4n + 84m^2n^2 - 8n^3 \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) 403

সমাধান : 403 এর ঘন = $(403)^3$

$$= (400 + 3)^3$$

$$= (400)^3 + 3.(400)^2.3 + 3.400.(3)^2 + (3)^3$$

$$= 64000000 + 3.160000.3 + 3.400.9 + 27$$

$$= 64000000 + 1440000 + 10800 + 27$$

$$= 65450827 \text{ (Ans.)}$$

(চ) 998

সমাধান : 998 এর ঘন = $(998)^3$

$$= (1000 - 2)^3$$

$$= (1000)^3 - 3.(1000)^2.2 + 3.1000.(2)^2 - (2)^3$$

$$= 1000000000 - 3.1000000.2 + 3.1000.4 - 8$$

$$= 1000000000 - 6000000 + 12000 - 8$$

$$= 994011992 \text{ (Ans.)}$$

(ছ) $2a - b - 3c$

সমাধান : $2a - b - 3c$ এর ঘন

$$\begin{aligned}
 &= (2a - b - 3c)^3 \\
 &= \{(2a - b) - 3c\}^3 \\
 &= (2a - b)^3 - 3 \cdot (2a - b)^2 \cdot 3c + 3 \cdot (2a - b) \cdot (3c)^2 - (3c)^3 \\
 &= (2a)^3 - 3 \cdot (2a)^2 \cdot b + 3 \cdot 2a \cdot (b)^2 - (b)^3 - 3 \{(2a)^2 \\
 &\quad - 2 \cdot 2a \cdot b + (b)^2 \cdot 3c + 3 \cdot (2a - b) \cdot 9c^2 - 27c^3 \\
 &= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 3(4a^2 - 4ab + b^2) \cdot 3c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3 \\
 &= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3 \\
 &= 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b - 36a^2c + 6ab^2 + 54ac^2 - 9b^2c - 27bc^2 + 36abc \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ সরল কর :

(ক) $(4a - 3b)^3 - 3(4a - 3b)^2(2a - 3b) + 3(4a - 3b)(2a - 3b)^2 - (2a - 3b)^3$

সমাধান : ধরি, $4a - 3b = x$ এবং $2a - 3b = y$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \\
 &= (x - y)^3 \\
 &= \{(4a - 3b) - (2a - 3b)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
 &= (4a - 3b - 2a + 3b)^3 \\
 &= (2a)^3 = 8a^3 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

(খ) $(2x + y)^3 + 3(2x + y)^2(2x - y) + 3(2x + y)(2x - y)^2 + (2x - y)^3$

সমাধান : ধরি, $2x + y = a$ এবং $2x - y = b$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\
 &= (a + b)^3 \\
 &= \{(2x + y) + (2x - y)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
 &= (2x + y + 2x - y)^3 \\
 &= (4x)^3 = 64x^3 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

(গ) $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

সমাধান : $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

$$= (7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 3 \cdot 2x \cdot (7x + 3b)(5x + 3b)$$

ধরি, $7x + 3b = p$ এবং $5x + 3b = q$

এখানে, $p - q = 7x + 3b - 5x - 3b = 2x$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 - 3 \cdot p \cdot q \cdot p \cdot q \\
 &= p^3 - q^3 - 3pq(p - q) \\
 &= (p - q)^3 \\
 &= \{(7x + 3b) - (5x + 3b)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
 &= (7x + 3b - 5x - 3b)^3 \\
 &= (2x)^3 = 8x^3 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

(ঘ) $(x - 15)^3 + (16 - x)^3 + 3(x - 15)(16 - x)$

সমাধান : ধরি, $x - 15 = a$ এবং $16 - x = b$

এখানে, $a + b = x - 15 + 16 - x = 1$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 3 \cdot 1 \cdot ab \\
 &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\
 &= (a + b)^3 \\
 &= \{(x - 15) + (16 - x)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
 &= (x - 15 + 16 - x)^3 = (1)^3 = 1 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

(ঙ) $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\}$

সমাধান : ধরি, $a + b + c = x$ এবং $a - b - c = y$

$$\therefore x - y = (a + b + c) - (a - b - c)$$

$$= a + b + c - a + b + c$$

$$= 2b + 2c = 2(b + c)$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - y^3 - 3(x - y)xy$$

$$= x^3 - y^3 - 3xy(x - y)$$

$$= (x - y)^3$$

$$= \{2(b + c)\}^3 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 8(b + c)^3 \text{ (Ans.)}$$

(চ) $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি,

$$(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$$

$$= (m + n)^6 - (m - n)^6 - 3.4mn(m^2 - n^2)^2$$

ধরি, $m + n = a$ এবং $m - n = b$

এখানে, $a + b = m + n + m - n = 2m$

এবং $a - b = m + n - m + n = 2n$

$$\therefore (a + b)(a - b) = 4mn$$

বা, $(a^2 - b^2) = 4mn$

এবং $ab = (m + n)(m - n)$

$$= (m^2 - n^2)$$

$$\therefore a^2b^2 = (ab)^2 = (m^2 - n^2)^2$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^6 - b^6 - 3a^2b^2(a^2 - b^2)$$

$$= (a^2)^3 - (b^2)^3 - 3a^2b^2(a^2 - b^2)$$

$$= (a^2 - b^2)^3$$

$$= (4mn)^3 \text{ [(a}^2 - b^2\text{) এর মান বসিয়ে]}$$

$$= 64m^3n^3 \text{ (Ans.)}$$

(ছ) $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি = $(x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2)$

$$= (x^3 + y^3) + (y^3 + z^3) + (z^3 + x^3)$$

$$= x^3 + y^3 + y^3 + z^3 + z^3 + x^3$$

$$= 2x^3 + 2y^3 + 2z^3$$

$$= 2(x^3 + y^3 + z^3) \text{ (Ans.)}$$

(জ) $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$

সমাধান : $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$

$$= (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 3 \cdot 4x \cdot \{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$$

ধরি, $2x + 3y - 4z = a$ এবং $2x - 3y + 4z = b$

এখানে, $a + b = 2x + 3y - 4z + 2x - 3y + 4z = 4x$

$$ab = (2x + 3y - 4z)(2x - 3y + 4z)$$

$$= \{2x + (3y - 4z)\} \{2x - (3y - 4z)\}$$

$$= \{(2x)^2 - (3y - 4z)^2\}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + b^3 + 3(a + b)ab$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$\begin{aligned}
 &= (a + b)^3 \\
 &= \{(2x + 3y - 4z) + (2x - 3y + 4z)\}^3 \\
 &\quad \text{[মান বসিয়ে]} \\
 &= \{2x + 3y - 4z + 2x - 3y + 4z\}^3 \\
 &= (4x)^3 = 64x^3 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ৷ $a - b = 5$ এবং $ab = 36$ হলে, $a^3 - b^3$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\
 &= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5 \quad \text{[মান বসিয়ে]} \\
 &= 125 + 540 = 665 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ৷ যদি $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হয়, তবে ab এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$

$$\begin{aligned}
 \text{আমরা জানি, } (a - b)^3 &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\
 \text{বা, } 3ab(a - b) &= (a^3 - b^3) - (a - b)^3 \\
 \text{বা, } 3ab \cdot 3 &= 513 - (3)^3 \quad \text{[মান বসিয়ে]} \\
 \text{বা, } 9ab &= 513 - 27 \\
 \text{বা, } 9ab &= 486 \\
 \text{বা, } ab &= \frac{486}{9} \therefore ab = 54 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫ ৷ $x = 19$ এবং $y = -12$ হলে, $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x = 19$ এবং $y = -12$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \\
 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 + (3y)^3 \\
 &= (2x + 3y)^3 \\
 &= \{2 \times 19 + 3 \times (-12)\}^3 \quad \text{[x ও y-এর মান বসিয়ে]} \\
 &= (38 - 36)^3 = (2)^3 = 8 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ ৷ যদি $a = 15$ হয়, তবে $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 15$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8a^3 + 60a^2 + 150a + 130 \\
 &= (2a)^3 + 3 \cdot (2a)^2 \cdot 5 + 3 \cdot 2a \cdot (5)^2 + (5)^3 + 5 \\
 &= (2a + 5)^3 + 5 \\
 &= (2 \times 15 + 5)^3 + 5 \\
 &= (30 + 5)^3 + 5 = 42875 + 5 = 42880 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৭ ৷ $a = 7$ এবং $b = -5$ হলে, $(3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)(4b - 2a)$ এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = 7$ এবং $b = -5$

$$\begin{aligned}
 \text{ধরি, } 3a - 5b &= x \text{ এবং } 4b - 2a = y \\
 x + y &= (3a - 5b) + (4b - 2a) \\
 &= 3a - 5b + 4b - 2a = a - b \\
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + y^3 + 3(x + y)xy \\
 &= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = (x + y)^3 \\
 &= (3a - 5b + 4b - 2a)^3 \quad \text{[x ও y এর মান বসিয়ে]} \\
 &= (a - b)^3 \\
 &= \{7 - (-5)\}^3 \quad \text{[a ও b এর মান বসিয়ে]}
 \end{aligned}$$

$$= (7 + 5)^3 = (12)^3 = 1728 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ যদি $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$ হয়, তবে দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$ এবং $a^3 + b^3 = p^3$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= m^3 + 2p^3 \\ &= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3) \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3 \\ &= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \\ &= 3\{a^2(a + b) + b^2(a + b)\} \\ &= 3(a + b)(a^2 + b^2) \\ &= 3mn \quad [\text{মান বসিয়ে}] = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore m^3 + 2p^3 = 3mn \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ যদি $x + y = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$

সমাধান : দেওয়া আছে, $x + y = 1$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= x^3 + y^3 - xy \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy \\ &= 1 \cdot (x^2 - xy + y^2) - xy \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= x^2 - xy + y^2 - xy \\ &= x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে, (ক) $a^2 - ab + b^2$ এবং (খ) $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : (ক) দেওয়া আছে, $a + b = 3$ এবং $ab = 2$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 - ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 - ab \\ &= (a + b)^2 - 2ab - ab \\ &= (a + b)^2 - 3ab \\ &= (a - b)^2 + 3ab \\ &= (3)^2 - 3 \times 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 9 - 6 = 3 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(খ) দেওয়া আছে, $a + b = 3$ এবং $ab = 2$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 27 - 18 = 9 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১ ৥ $a - b = 5$ এবং $ab = 36$ হলে, (ক) $a^2 + ab + b^2$ এবং (খ) $a^3 - b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : (ক) দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + ab + b^2 = a^2 + b^2 + ab \\ &= (a - b)^2 + 2ab + ab \\ &= (a - b)^2 + 3ab \\ &= (5)^2 + 3 \cdot 36 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 25 + 108 = 133 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

(খ) দেওয়া আছে, $a - b = 5$ এবং $ab = 36$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\ &= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 125 + 540 = 665 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ ৥ $m + \frac{1}{m} = a$ হলে, $m^3 + \frac{1}{m^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = a$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= m^3 + \frac{1}{m^3} \\ &= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3.m.\frac{1}{m} \left(m + \frac{1}{m}\right) \\ &= (a)^3 - 3.1.a \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= a^3 - 3a \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $x - \frac{1}{x} = p$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = p$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - \frac{1}{x^3} = (x)^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (p)^3 + 3.1.p \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= p^3 + 3p \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥ যদি $a - \frac{1}{a} = 1$ হয়, তবে দেখাও যে, $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 1$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= a^3 - \frac{1}{a^3} = (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\ &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (1)^3 + 3.1.1 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 1 + 3 = 4 = \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$$\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ যদি $a + b + c = 0$ হয়, তবে দেখাও যে,

(ক) $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b + c = 0$

$$\text{বা, } a + b = -c$$

$$\text{বা, } (a + b)^3 = (-c)^3 \quad [\text{উভয়পক্ষকে ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$$

$$[\text{যেহেতু } a + b + c = 0 \therefore a + b = -c]$$

$$\text{বা, } a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$(\text{খ}) \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $a + b + c = 0$

$$\text{বা, } b + c = -a$$

$$\therefore (b + c)^2 = (-a)^2 = a^2$$

আবার, $c + a = -b$

$$\therefore (c + a)^2 = (-b)^2 = b^2$$

এবং $a + b = -c$

$$\therefore (a + b)^2 = (-c)^2 = c^2$$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} \\ &= \frac{a^2}{3bc} + \frac{b^2}{3ca} + \frac{c^2}{3ab} = \frac{a^2 \cdot a + b^2 \cdot b + c^2 \cdot c}{3abc} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc} = \frac{(a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3}{3abc} \\ &= \frac{(-c)^3 - 3ab(-c) + c^3}{3abc} \\ &= \frac{-c^3 + 3abc + c^3}{3abc} = \frac{3abc}{3abc} = 1 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $p - q = r$ হলে, দেখাও যে, $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$

সমাধান : দেওয়া আছে, $p - q = r$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= p^3 - q^3 - r^3 \\ &= (p - q)^3 + 3pq(p - q) - r^3 \\ &= (r)^3 + 3pq \cdot (r) - r^3 \\ &= r^3 + 3pqr - r^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 3pqr = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $2x - \frac{2}{x} = 3$ হলে, দেখাও যে, $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$

সমাধান : দেওয়া আছে, $2x - \frac{2}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8x^3 - \frac{8}{x^3} \\ &= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3 \\ &= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x} \left(2x - \frac{2}{x}\right) \\ &= (3)^3 + 12 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 27 + 36 = 63 = \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে, $\frac{a^6 - 1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$$

[হর ও লবকে $(\sqrt{6} - \sqrt{5})$ দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \frac{a^6 - 1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3} \\ &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (2\sqrt{5})^3 + 3.1.2\sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} \\ &= 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $p + q = 3$, $pq = 2$ হলে, $(p^3 + q^3)$ এর মান কত?

- 9 (খ) 18 (গ) 27 (ঘ) 45

২. $p^2 - 1 = \sqrt{5} p$ হলে, $p^3 - \frac{1}{p^3}$ এর মান কত?

- (ক) 0 (খ) $2\sqrt{5}$ (গ) $3\sqrt{5}$ ● $8\sqrt{5}$

৩. $a + b = 3$ এবং $ab = 1$ হলে $a^3 + b^3 + (a - b)^2$ এর মান কত?

- 23 (খ) 31 (গ) 41 (ঘ) 49

৪. $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ = কত?

- 2 (খ) 3 (গ) 4 (ঘ) 5

৫. $x + y = 4$ এবং $xy = 2$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান কত?

- (ক) 64 ● 40 (গ) 32 (ঘ) 18

৬. $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

- (ক) $18\sqrt{3}$ ● $30\sqrt{3}$ (গ) 52 (ঘ) 76

৭. $2x + \frac{2}{x} = 4$ হলে $8x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান কত?

- 16 (খ) 24 (গ) 32 (ঘ) 84

৮. $f(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 4$ হলে $f(-1) =$ কত?

- (ক) -1 (খ) -5 ● -7 (ঘ) -9

৯. $a^2 - \sqrt{2}a + 1 = 0$ হলে—

- i. $a + \frac{1}{a} = \sqrt{2}$ ii. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 2$ iii. $a^3 + \frac{1}{a^3} = -\sqrt{2}$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০. যদি $x + y = 1$ হয়, তবে—

- i. $x^3 + y^3 = 1 - 2xy$ ii. $x^3 + y^3 - xy = 1 - 4xy$
iii. $(x - y)^2 = 1 - 4xy$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) ii (খ) iii ● ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১. $(x + y)^2 = \sqrt[3]{27}$ এবং $xy = 0$ হলে—

i. $x + y = \sqrt{3}$

ii. $x^3y + xy = 0$

iii. $x^2 + y^2 = 3$

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i (খ) i ও ii (গ) ii ও iii ● i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$p^3 + \frac{1}{p^3} = 0$$

১২. $p^2 + \frac{1}{p^2}$ এর মান কত?

- (ক) 0 ● 1 (গ) 3 (ঘ) 5

১৩. $\left(p - \frac{1}{p}\right)$ এর মান কত?

- (ক) -7 ● -1 (গ) 1 (ঘ) 7

নিচের সমীকরণটি থেকে ১৪ ও ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7; \text{ যেখানে } x > 0$$

১৪. $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

- (ক) 0 (খ) $3\sqrt{7}$ ● $4\sqrt{7}$ (ঘ) $7\sqrt{7}$

১৫. $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ কত?

- (ক) $3\sqrt{3}$ (খ) $3\sqrt{7}$ ● $6\sqrt{3}$ (ঘ) $7\sqrt{7}$

নিচের সমীকরণটি থেকে ১৬ ও ১৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$x = 5 + 2\sqrt{6}$$

১৬. $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত?

- (ক) $2\sqrt{2}$ (খ) $2\sqrt{3}$ (গ) $4\sqrt{6}$ ● 10

১৭. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নিচের কোনটি?

- (ক) $2\sqrt{2}$ (খ) $18\sqrt{3}$ (গ) $372\sqrt{6}$ ● $396\sqrt{6}$

নিম্নে প্রদত্ত তথ্যের আলোকে ১৮ ও ১৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$$a = \sqrt{2a - 1}$$

১৮. a এর মান কত?

- (ক) -1 (খ) 0 (গ) ± 1 ● 1

১৯. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^3$ এর মান কত?

৩.৩ : ঘন সংবলিত সূত্রাবলি

সাধারণ বহুনির্বাকনি প্রশ্নোত্তর

২০. $a^2 + 2ab + b^2 = 4$ হলে $(a + b)^3 =$ কত? (মধ্যম)

কি ২ খি ৪ গি ৬ ● ৮

ব্যাখ্যা : $a^2 + 2ab + b^2 = 4$ বা, $(a + b)^2 = 4$

বা, $(a + b)^2 = (2)^2$ বা, $a + b = 2$

$\therefore (a + b)^3 = 2^3 = 8$.

২১. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = 3\sqrt{3}$ হলে $a + b = ?$ (সহজ)

● $\sqrt{3}$ খি ৩ গি $2\sqrt{3}$ ঘি $3\sqrt{3}$

২২. $(a - b)^3$ এর জন্য নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

কি $(a + b)(a^2 - 2ab + b^2)$ ● $(a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$

গি $(a - b)^2(a + b)$ ঘি $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

২৩. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = 27$ হলে $a - b = ?$ (মধ্যম)

কি ২ ● ৩ গি ৪ ঘি ৫

২৪. $a^3 + b^3 = ?$ (সহজ)

কি $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$ ● $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

গি $(a + b)(a + b)^2$ ঘি $(a - b)(a - b)^2$

২৫. $a + b = \sqrt{3}$, $a^2 - ab + b^2 = \sqrt{12}$ হলে $a^3 + b^3 =$ কত?

কি ৩ খি ৪ গি ৫ ● ৬

২৬. $a^3 + b^3 = 4$, $a^2 - ab + b^2 = 2$ হলে $a + b = ?$ (মধ্যম)

● ২ খি ৩ গি ৪ ঘি ৬

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

বা, $(a + b) \times 2 = 4 \therefore a + b = 2$

২৭. নিচের কোন রাশিটির ঘন $a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$? (মধ্যম)

কি $2a + b$ খি $a + 3b$ ● $a + 2b$ ঘি $2a + 3b$

২৮. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 4$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান কত? (মধ্যম)

● ৮ খি ০ গি ৪ ঘি ৬

২৯. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 0$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

কি ০ খি ১ ● ২ ঘি ৪

৩০. $2x^2 - 3x + 2 = 0$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি? (কঠিন)

কি $\frac{4}{3}$ ● $-\frac{9}{8}$ গি $\frac{5}{7}$ ঘি $\frac{11}{13}$

ব্যাখ্যা : $2x^2 - 3x + 2 = 0 \therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

বা, $2x^2 + 2 = 3x$

বা, $2(x^2 + 1) = 3x$

কি -৮ খি ০ গি ১ ● ৮

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = \frac{27}{8} - \frac{9}{2} = \frac{27 - 36}{8} = -\frac{9}{8}$

$\frac{3}{2}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

৩১. $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি ৪ খি ৬ ● ৯ ঘি ১২

ব্যাখ্যা : $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = (3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3$
 $= 27 - 18 = 9$

৩২. $(a + 3x)(a^2 - 3ax + 9x^2)$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

কি $a^3 + 3x^3$ ● $a^3 + 27x^3$ গি $a^3 - 9x^3$ ঘি $3(a^3 - 2x^3)$

৩৩. $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে, $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

কি ১২ খি ৪ গি ১৮ ● ০

৩৪. $a - b = x$ হলে, $a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

● x^3 খি $x^2 - 2$ গি $x^3 + 3$ ঘি $x^3 - 3$

৩৫. $x = a + \frac{1}{a}$ এবং $y = a - \frac{1}{a}$ হলে, $x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2$ এর সঠিক মান নিচের কোনটি? (সহজ)

কি a^3 খি $a + 2$ ● $8a^3$ ঘি $\frac{a^3}{3}$

৩৬. a এর মান কত হলে, $a^3 + 6a^2b + 11ab^2 + 6b^2 = 0$ হয়?

কি b ● $-b$ গি $2b$ ঘি $\frac{b}{2}$

৩৭. $a^3 - 2\sqrt{2}$ কে $a^3 + b^3$ আকারে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● $a^3 + (-\sqrt{2})^3$ খি $a^3 + (\sqrt{2})^3$

গি $a^3 - (-\sqrt{2})^3$ ঘি $a^3 + (2)^3$

৩৮. $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = 3$ হলে $p^3 + \frac{1}{p^3} =$ কত? (মধ্যম)

● ০ খি -২ গি ১ ঘি ৩

ব্যাখ্যা : $p^3 + \frac{1}{p^3} = \left(p + \frac{1}{p}\right)^3 - 3 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \left(p + \frac{1}{p}\right)$
 $= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

৩৯. $(a - b)^3 = 3\sqrt{3}$ হলে, $a^2 - 2ab + b^2$ এর মান কত? (মধ্যম)

● ৩ খি ৯ গি $3\sqrt{3}$ ঘি ২৭

ব্যাখ্যা : $(a - b)^3 = (3\sqrt{3})^3$ বা, $(a - b) = \sqrt{3} \therefore (a - b)^2 = 3$

৪০. $x + y = 3a$ এবং $xy = 2a^2$ হলে $x^3 + y^3$ এর মান কত? (মধ্যম)

কি $36a^3$ খি $27a^3$ গি $18a^3$ ● $9a^3$

ব্যাখ্যা : $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$
 $= (3a)^3 - 3 \cdot 2a^2 \cdot 3a = 27a^3 - 18a^3 = 9a^3$

৪১. $m + \frac{1}{m} = 1$ হলে $m^3 + \frac{1}{m^3} =$ কত? (মধ্যম)

- কি 27 খি 20 গি 18 ● -2

৪২. $m^2 + m + 1 = 0$ হলে m^3 এর মান কত? (মধ্যম)

- কি -1 খি 0 ● 1 ঘি 2

ব্যাখ্যা: $m^3 - 1 = (m - 1)(m^2 + m + 1) = 0 \times (m - 1)$
বা, $m^3 - 1 = 0 \therefore m^3 = 1$

৪৩. $x = 2, y = 1$ হলে $(x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4) = ?$ (কঠিন)

- কি 63 খি 64 ● 65 ঘি 66

ব্যাখ্যা: $(x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4) = (x^2)^3 + (y^2)^3$
 $= x^6 + y^6 = 2^6 + 1^6 = 65$

৪৪. $a = \frac{1}{2}$ হলে $(2a - 1)(8a^4 + 4a^2 + 9)$ এর মান কত? (কঠিন)

- কি -1 খি -2 ● 0 ঘি 2

ব্যাখ্যা: $a = \frac{1}{2}$ হলে $2a - 1 = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$

$\therefore (2a - 1)(8a^4 + 4a^2 + 9) = 0$

৪৫. $2x + 2y = 4$ হলে $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = ?$ (সহজ)

- কি 4 খি 6 ● 8 ঘি 12

৪৬. $a + b = \sqrt{5}$ হলে $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = ?$ (সহজ)

- কি $3\sqrt{5}$ খি $4\sqrt{5}$ ● $5\sqrt{5}$ ঘি $6\sqrt{5}$

ব্যাখ্যা: $(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) = (a + b)^3 =$
 $(\sqrt{5})^3 = 5\sqrt{5}$

৪৭. $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$ হলে নিচের কোনটি সত্য? (মধ্যম)

- $x^2 - 1 = 0$ খি $x = -1$ গি $x = \frac{1}{2}$

ব্যাখ্যা: $x^3 - \frac{1}{x^3} = 0$ বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = 0$

বা, $x - \frac{1}{x} = 0 \therefore x^2 - 1 = 0$

৪৮. $(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4) = 0$ হলে, $3x = ?$ (মধ্যম)

- 2 খি 3 গি 4 ঘি 5

৪৯. $a = x + \frac{1}{y}, b = x - \frac{1}{y}$ হলে, $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = ?$ (মধ্যম)

- কি $2x^3$ খি $4x^3$ গি $6x^3$ ● $8x^3$

৫০. $x^2 + y^2 = xy$ হলে, $x^3 + y^3 = ?$ (মধ্যম)

- কি -1 ● 0 গি 1 ঘি 2

৫১. $a = 1 + \frac{1}{b}$ হলে, $a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = ?$ (মধ্যম)

- $\frac{1}{b^3}$ খি b^3 গি $-\frac{1}{b^3}$ ঘি $-b^3$

ব্যাখ্যা: $a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = (a)^3 - 3 \cdot a^2 \cdot 1 + 3 \cdot a \cdot 1^2 - 1^3$
 $= (a - 1)^3 = \left(1 + \frac{1}{b} - 1\right)^3 = \left(\frac{1}{b}\right)^3 = \frac{1}{b^3}$

৫২. $a^2 + a + 1 = 0$ হলে, $a^3 = ?$ (মধ্যম)

- কি 0 ● 1 গি -1 ঘি -2

ব্যাখ্যা: $a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a + 1) = (a - 1) \times 0 = 0$

$\therefore a^3 - 1 = 0$ বা, $a^3 = 1$

৫৩. $y^3 = 1$ হলে, $y^2 + y + 1 = ?$ (মধ্যম)

- কি 0 খি 1 গি 2 ● 3

ব্যাখ্যা: $y^3 = 1$ বা, $y^3 = 1^3$ বা, $y = 1$

$\therefore y^2 + y + 1 = 1^2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 = 3$

৫৪. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \sqrt{3}$ হলে $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} = ?$ (মধ্যম)

- 0 খি $3\sqrt{3}$ গি $6\sqrt{3}$ ঘি $9\sqrt{3}$

৫৫. $x + y = z$ হলে $x^3 + y^3 + 3xyz = ?$ (সহজ)

- z^3 খি $-z^3$ গি x^3 ঘি y^3

৫৬. $(a + b)^3 = 8$ হলে, $(a + b)$ এর মান কত? (সহজ)

- কি 1 ● 2 গি 3 ঘি 4

৫৭. $a^3 + b^3 = 2, a^2 - ab + b^2 = 4$ হলে, $(a + b)^2$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

- কি 4 খি 2 ● $\frac{1}{4}$ ঘি $\frac{1}{8}$

৫৮. $a - \frac{1}{a} = 1$, হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? (সহজ)

- কি 0 খি 2 ● 4 ঘি 6

ব্যাখ্যা: $a^3 - \frac{1}{a^3} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) = 1^3 + 3 = 4$

৫৯. $a = \sqrt{2}$ হলে, $(a^2 - 2)(a^4 + 2a^2 + 4)$ এর মান কত? (মধ্যম)

- কি 1 ● 0 গি -2 ঘি -3

৬০. $a = \sqrt{2}$ এবং $b = \sqrt{3}$ হলে $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4) = ?$

- কি 27 ● 35 গি 42 ঘি 48

৬১. $a = 0$ হলে $(a + 2)(a^2 - 2a + 4) = ?$ (সহজ) ঘি $x^2 + 1 = 0$

- কি 2 খি 4 গি 6 ● 8

৬২. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^3 + 3a + \frac{3}{a} + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত? (মধ্যম)

- কি 4 খি 6 ● 8 ঘি 9

□ □ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬৩. $x - y - z = 0$ হলে—

i. $x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz$ ii. $x^3 - y^3 = z(3xy + z^2)$

iii. $x^3 = 3xyz - y^3 - z^3$

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

- i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

৬৪. নিচের তথ্যগুলো লব কর:

i. $(a + b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab(a + b)$

ii. $(a + b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$

iii. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- কি i ও ii খি i ও iii ● ii ও iii ঘি i, ii ও iii

৬৫. $x + y = 1$ হলে—

i. $x^3 + y^3 = 1 - 2xy$ ii. $x^3 + y^3 - xy = 1 - 4xy$

iii. $(x - y)^2 = 1 - 4xy$

- নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
- কি i ও ii খি i ও iii ● ii ও iii ঘি i, ii ও iii
৬৬. $a + b + c = 0$ হলে—
- i. $(a + b)^3 = -c^3$ ii. $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$
- iii. $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii
৬৭. $x = \sqrt{18}$, $y = \sqrt{2}$ হলে—
- i. $xy = 12$ ii. $(x - y)^3 = 16\sqrt{2}$
- iii. $x + y = 4\sqrt{2}$
- নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
- কি i ও ii খি i ও iii ● ii ও iii ঘি i, ii ও iii
৬৮. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
- i. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
- ii. $x^3 - 1 = 7$ হলে $x = 2$
- iii. $a^3 + b^3 = (a - b)^3(a^2 + ab + b^2)$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii
৬৯. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
- i. $x = 3$ ও $y = 1$ হলে $(x - y)^3 = 8$
- ii. $x = 2$ ও $y = 3$ হলে $(x^3 - y^3) = -19$
- iii. $p^6 = 1$ হলে $p^3 - \frac{1}{p^3} = 1$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii
৭০. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
- i. $(x + 3y)(x^2 + 6xy + 9y^2) = (x + y)^3$
- ii. $x = 2$ ও $y = 1$ হলে $(x^3 + y^3) = 9$
- iii. $(x - y)^3$ ও $(x^2 - 2xy + y^2)$ এর ভাগফল $(x + y)$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii
৭১. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
- i. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- ii. $x = 2a - b$ ও $y = 2b - a$ হলে $(x + y)^3 = (a + b)^3$
- iii. $xy = 15$ হলে $\left(x - \frac{15}{y}\right)^3 = 0$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii
৭২. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
- i. $a = 0$ ও $\left(\frac{a}{p} + \frac{b}{q}\right)^3 = (x^3 - y^3)^3$ হলে $b = q(x^3 - y^3)$
- ii. $(x^3 - y^3)^3 = 3\sqrt{3}$ হলে $x^3 - y^3 = \sqrt{3}$
- iii. $(x - y)(x^2 - 2xy + y^2) = 64$ হলে $x - y = 4$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
- কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৩ - ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3 = 0$ একটি সমীকরণ।

৭৩. p এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- কি $3pq$ খি $2q$ ● $-q$ ঘি 1

৭৪. $p = x + \frac{1}{y}$ এবং $q = x - \frac{1}{y}$ হলে, x এর মান কত? (মধ্যম)

- 0 খি α গি 2 ঘি $\frac{1}{2}$

৭৫. $p + q = -1$ এবং $pq = 2$ হলে, $p^3 + q^3$ এর মান কত? (মধ্যম)

- কি 2 খি 4 ● 5 ঘি 8

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৬ - ৭৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^2 + 1 = \sqrt{3}x$

৭৬. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 =$ কত? (সহজ)

- কি $\sqrt{3}$ খি 3 ● $3\sqrt{3}$ ঘি 9

৭৭. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 =$ কত? (সহজ)

- কি $\sqrt{3}$ ● 3 গি $3\sqrt{3}$ ঘি 9

৭৮. $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত? (মধ্যম)

- 0 খি 1 গি 2 ঘি 3

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৭৯ ও ৮০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x - \frac{1}{x} = 0$ হলে,

৭৯. x এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- ± 1 খি ± 2 গি ± 3 ঘি ± 4

৮০. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত? (মধ্যম)

- কি 4 খি 3 ● 0 ঘি -4

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮১ - ৮৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x(2x - 5) = \frac{1}{3}$

৮১. $2x - \frac{1}{3x} =$ কত? (মধ্যম)

- কি $\frac{1}{3}$ ● 5 গি 7 ঘি 13

৮২. নিচের কোনটি $4x^2 + \frac{1}{9x^2}$ এর মান? (মধ্যম)

- $\frac{79}{3}$ খি 79 গি $\frac{3}{79}$ ঘি $\frac{71}{3}$

৮৩. $8x^3 - \frac{1}{27x^3}$ এর মান কত? (কঠিন)

- 135 খি 125 গি 115 ঘি 110

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৮৪ - ৮৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x + y = 2$, $xy = 1$

৮৪. $x^3 + y^3 =$ কত? (সহজ)

- 2 (খ) 3 (গ) 9 (ঘ) 27
৮৫. $x^3 + y^3 + (x - y)^2 =$ কত? (মধ্যম)
● 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

৮৬. $x^3 + y^3 + x^2 + 2xy + y^2 =$ কত? (মধ্যম)
● 6 (খ) 4 (গ) 3 (ঘ) 2



নির্বাচিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



৮৭. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, $a^6 - \frac{1}{a^6}$ এর মান কত?
(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 ● 0
৮৮. $a^3 - \frac{1}{8}$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি?
(ক) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$ (খ) $\frac{1}{8}(2a - 1)(2a^2 + a + 1)$
(গ) $(a - 1)(2a^2 + a + 1)$ ● $\frac{1}{8}(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$
৮৯. $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান কত?
(ক) 1 (খ) 8 ● 9 (ঘ) 16
৯০. $a^3 - b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ হলে, $ab =$?
● 54 (খ) -54 (গ) 252 (ঘ) 168
৯১. $a^3 + b^3 = 16$, $a + b = 2$ হলে, $a^2 - ab + b^2 =$ কত?
(ক) 4 (খ) 6 (গ) 12 ● 8
৯২. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 8$ হলে, $a^3 + b^3 =$?
(ক) 18 ● 16 (গ) 12 (ঘ) 0
৯৩. যদি $a + b + c = 0$ হয়, তবে নিচের কোনটি $a^3 + b^3 + c^3$ এর মান?
(ক) 0 (খ) 3 ● $3abc$ (ঘ) $\frac{3}{abc}$
৯৪. $x = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে, $x + \frac{1}{x} =$ কত?
(ক) $3 - 2\sqrt{2}$ ● 6 (গ) $4\sqrt{2}$ (ঘ) $6 + 4\sqrt{2}$
৯৫. $a^2 - \sqrt{3}a + 1 = 0$ হলে, $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?
● 0 (খ) 3 (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) $18\sqrt{3}$
৯৬. $x - \frac{3}{x} = 2$ হলে, $\frac{5}{x^2 - 2x + 2}$ এর মান কত?
● 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4
৯৭. $a = -1 - \frac{1}{b}$ হলে, $a^3 + 3a^2 + 3a + 1 =$ কত?
(ক) $\frac{1}{b^3}$ ● $-\frac{1}{b^3}$ (গ) $-b^3$ (ঘ) b^3
৯৮. $a - \frac{1}{a} = 0$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3} =$ কত?
(ক) 3 (খ) 2 (গ) $\frac{3}{2}$ ● 0
৯৯. $a - b = \sqrt{2}$ হলে, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 =$ কত?

- $2\sqrt{2}$ (খ) $3\sqrt{2}$ (গ) 2 (ঘ) $2\sqrt{3}$
১০০. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
i. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
ii. $x^3 - 1 = 7$ হলে $x = 2$
iii. $a^3 + b^3 = (a - b)^3 (a^2 + ab + b^2)$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) iii ● i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) ii ও iii
১০১. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
i. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$
ii. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 - 3ab(a - b)$
iii. $a + b = 6$ এবং $a - b = 4$ হলে, $ab = 5$
নিচের কোনটি সঠিক?
(ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- নিচের তথ্যের আলোকে ১০২ - ১০৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x^2 - 5 - 2\sqrt{6} = 0$ হলে,
১০২. x এর মান—
● $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (খ) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$
(গ) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (ঘ) $2 + \sqrt{3}$
১০৩. $x + \frac{1}{x} =$ কত?
(ক) $\sqrt{2}$ (খ) $2\sqrt{2}$
(গ) $\sqrt{3}$ ● $2\sqrt{3}$
১০৪. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান হবে—
(ক) $18\sqrt{2}$ ● $22\sqrt{2}$
(গ) $24\sqrt{2}$ (ঘ) $26\sqrt{2}$
- নিচের তথ্যের আলোকে ১০৫ - ১০৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$
১০৫. $(a^2 + b^2)^3$ এর মান কত?
● $8a^3b^3$ (খ) $4a^2b^2$ (গ) $8a^3b$ (ঘ) $8ab^3$
১০৬. a এবং b এর মধ্যে সম্পর্ক কী?
(ক) $a = b + 1$ (খ) $a + 2 = b$ ● $a = b$ (ঘ) $a + 3 = b + 2$
১০৭. $a = 1$ এবং $a^3 + b^2 + c^3 = 10$ হলে c এর মান কত?
(ক) 1 ● 2 (গ) 3 (ঘ) 4

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে,

- ক. $\frac{1}{a}$ নির্ণয় কর। ২
- খ. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $a^6 + \frac{1}{a^6}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

‘ক’ থেকে পাই, $\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ &= (2\sqrt{6})^3 - 3 \cdot (2\sqrt{6}) \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গ. প্রদত্ত রাশি} &= a^6 + \frac{1}{a^6} = \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)^2 - 2 \cdot a^3 \cdot \frac{1}{a^3} = (a^3)^2 + \frac{1}{(a^3)^2} \\ &= (42\sqrt{6})^2 - 2 \quad [‘খ’ হতে $a^3 + \frac{1}{a^3} = 42\sqrt{6}$] \\ &= 10584 - 2 = 10582 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-২ ▶ $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে—

- ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান কত? ২
- খ. দেখাও যে, $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 0$ ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = -\sqrt{3}$. ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

বা, $x^4 + 1 = x^2$

$$\text{বা, } \frac{x^4 + 1}{x^2} = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \pm\sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ [ধনাত্মক মান ধরে]

$$\text{বামপর্ব} = \frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 = \text{ডানপর্ব}$$

$$\therefore \frac{x^6 + 1}{x^3} = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. দেওয়া আছে, $x^4 - x^2 + 1 = 0$

$$\text{বা, } x^4 + 1 = x^2$$

$$\text{বা, } \frac{x^4 + 1}{x^2} = 1 \text{ [উভয়পর্বকে } x^2 \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \dots (i)$$

আবার, 'খ' থেকে পাই, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 0 \dots\dots\dots (ii)$

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 0 \cdot 1$$

$$\text{বা, } x^5 + x^3 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \cdot x^2 + \frac{1}{x^5} = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + \sqrt{3} = 0 \text{ ['ক' থেকে]}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = -\sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-৩ ▶ $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে,

ক. $\frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) \left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $\frac{a^{12}-1}{a^6} = 1932\sqrt{30}$ এর সত্যতা যাচাই কর।

8

▶▶ তলং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{a} &= \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

‘ক’ হতে পাই, $\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{এবং } a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } &\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)\left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right) \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right)\left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \cdot \frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)\right\} \\ &= 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5} \left\{(2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{5}\right\} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 4\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} (8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 4\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} (40\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 4\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} \cdot 46\sqrt{5} = 920\sqrt{6} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. ‘খ’ হতে পাই, $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{6}$ এবং $a - \frac{1}{a} = 2\sqrt{5}$

$$\begin{aligned}\text{বামপর্ব} &= \frac{a^{12}-1}{a^6} = \frac{a^{12}}{a^6} - \frac{1}{a^6} = a^6 - \frac{1}{a^6} = (a^2)^3 - \left(\frac{1}{a^2}\right)^3 \\ &= \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^3 + 3a^2 \cdot \frac{1}{a^2}\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right) \\ &= \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right)\right\}^3 + 3\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (2\sqrt{6} \times 2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (4\sqrt{30})^3 + 12\sqrt{30} \\ &= 64 \times 30\sqrt{30} + 12\sqrt{30} \\ &= 1920\sqrt{30} + 12\sqrt{30} = 1932\sqrt{30} = \text{ডানপর্ব}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a^{12}-1}{a^6} = 1932\sqrt{30} \text{ [সত্যতা যাচাই করা হলো]}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ $x^2 - 2\sqrt{42} - 13 = 0$; $x > 0$

ক. দেখাও যে, $x = \sqrt{7} + \sqrt{6}$

২

খ. প্রমাণ কর যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 50\sqrt{7}$

8

গ. $\left(x^5 - \frac{1}{x^5}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^2 - 2\sqrt{42} - 13 = 0$

$$\text{বা, } x^2 = 13 + 2\sqrt{42}$$

$$\text{বা, } x^2 = 7 + 2\sqrt{42} + 6$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{7})^2 + 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{7} + \sqrt{6})^2$$

$$\therefore x = \sqrt{7} + \sqrt{6} \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. এখন, $\frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6})}{(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{6})^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{7 - 6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \sqrt{7} - \sqrt{6}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{7} - \sqrt{6} = 2\sqrt{7}$$

$$\text{বামপাশ} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{7})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{7} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 56\sqrt{7} - 6\sqrt{7} = 50\sqrt{7} = \text{ডানপাশ}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 50\sqrt{7} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. এখন, $x - \frac{1}{x} = (\sqrt{7} + \sqrt{6}) - (\sqrt{7} - \sqrt{6})$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{6} - \sqrt{7} + \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (2\sqrt{7})^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 28 - 2 = 26$$

$$\text{এবং } x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right) + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{6})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{6} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 48\sqrt{6} + 6\sqrt{6} = 54\sqrt{6}$$

$$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 26 \times 54\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } x^5 - \frac{1}{x} + x - \frac{1}{x^5} = 1404\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } \left(x^5 - \frac{1}{x^5}\right) + \left(x - \frac{1}{x}\right) = 1404\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } x^5 - \frac{1}{x^5} + 2\sqrt{6} = 1404\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } x^5 - \frac{1}{x^5} = 1404\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 1402\sqrt{6}$$

$$\therefore x^5 - \frac{1}{x^5} = 1402\sqrt{6} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ a + b = 5 এবং ab = 6

ক. 397 এর ঘন নির্ণয় কর।

২

খ. $a^3 + b^3 + 4(a - b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $a - b = 8$ হলে দেখাও যে, $a^3 - b^3 + 8(a + b)^2 = 856$.

৪

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. 397 এর ঘন

$$\begin{aligned} &= (397)^3 = (400 - 3)^3 \\ &= (400)^3 - 3.(400)^2.3 + 3.400(3)^2 - (3)^3 \\ &= 64000000 - 1440000 + 10800 - 27 \\ &= 64010800 - 1440027 = 62570773 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $a + b = 5$ এবং $ab = 6$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab = 5^2 - 4 \cdot 6 \\ &= 25 - 24 = 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a - b = 1$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 4(a - b)^2 \\ &= \{(a + b)^3 - 3ab(a + b)\} + 4 \cdot 1 [\because a - b = 1] \\ &= \{5^3 - 3 \cdot 6 \cdot 5\} + 4 \\ &= \{125 - 90\} + 4 = 35 + 4 = 39 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $a - b = 8$

$$\begin{aligned} \text{বামপর্ব} &= a^3 - b^3 + 8(a + b)^2 \\ &= \{(a - b)^3 + 3ab(a - b)\} + 8(a + b)^2 \\ &= \{8^3 + 3 \times 6 \times 8\} + 8 \times 5^2 \\ &= 512 + 18 \times 8 + 8 \times 25 \\ &= 512 + 144 + 200 = 856 = \text{ডানপর্ব} \\ \therefore a^3 - b^3 + 8(a + b)^2 &= 856 \text{ (দেখানো হলো)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৬ ▶ $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

ক. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে $\frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $x = 2 + \sqrt{3}$ হলে দেখাও যে, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 720$.

৪

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$

‘ক’ থেকে পাই, $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$

$$\begin{aligned}\therefore x + \frac{1}{x} &= \sqrt{5} + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= \left(\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}\right)^3 - 3 \left(\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}\right) \\ &= (4.22)^3 - 3 \times 4.22 \text{ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]} \\ &= 75.151 - 12.66 = 62.491 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. এখানে, $x = 2 + \sqrt{3}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = \frac{2 - \sqrt{3}}{1} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\text{বামপদ} &= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \\ &= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right)\right\} \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} \\ &= \{(2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3})\} \\ &\quad \{(2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3})^3 + 3(2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3})\} \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= (2\sqrt{3} \cdot 4) \times \{(2\sqrt{3})^3 + 6\sqrt{3}\} \\ &= 8\sqrt{3} \times \{8 \cdot 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}\} \\ &= 8\sqrt{3} \times 30\sqrt{3} = 240 \times 3 = 720 = \text{ডানপদ}\end{aligned}$$

$$\therefore \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 720 \text{ (দেখানো হলো)}$$



অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-৭ ▶ $x + y = a, x^2 + y^2 = b^2, x^3 + y^3 = c^3$

ক. xy -এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $a = 4, b = 2\sqrt{2}$ হলে দেখাও যে, $c^3 = 16$

৪

গ. দেখাও যে, $a^3 + 2c^3 = 3ab^2$

৪

▶▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + y = a$

বা, $(x + y)^2 = (a)^2$ [উভয়পদকে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2xy + y^2 = a^2$

বা, $x^2 + y^2 + 2xy = a^2$

$$\text{বা, } b^2 + 2xy = a^2 \quad [\because x^2 + y^2 = b^2]$$

$$\text{বা, } 2xy = a^2 - b^2 \therefore xy = \frac{a^2 - b^2}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$x + y = a \quad \text{এবং } x^2 + y^2 = b^2$$

$$\text{বা, } x + y = 4 \quad \text{বা, } x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } (x + y)^2 = (4)^2 \quad \therefore x^2 + y^2 = 8$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2xy = 16$$

$$\text{বা, } 8 + 2xy = 16 \quad [\because x^2 + y^2 = 8]$$

$$\text{বা, } 2xy = 16 - 8$$

$$\text{বা, } 2xy = 8 \therefore xy = 4$$

$$\text{আবার, } x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$= (4)^3 - 3 \cdot 4 \cdot 4 = 64 - 48 = 16$$

$$\therefore c^3 = 16 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. দেওয়া আছে, $x + y = a$, $x^2 + y^2 = b^2$ এবং $x^3 + y^3 = c^3$

$$\begin{aligned} \text{বামপদ} &= a^3 + 2c^3 = (x + y)^3 + 2(x^3 + y^3) \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 2x^3 + 2y^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 2x^3 + 2y^3 \\ &= 3x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 3y^3 \\ &= 3(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) \\ &= 3\{x^2(x + y) + y^2(x + y)\} \\ &= 3(x + y)(x^2 + y^2) = 3ab^2 \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= \text{ডানপদ} \end{aligned}$$

$$\therefore a^3 + 2c^3 = 3ab^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-৮ ▶ $x = \sqrt{\frac{15x + 1}{6}}$

ক. দেখাও যে, $2x - \frac{1}{3x} = 5$

২

খ. $4x^2 + \frac{1}{9x^2}$ এবং $8x^3 - \frac{1}{27x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $2x - \frac{1}{5x} = 5$ হলে প্রমাণ কর যে, $40x^3 - \frac{1}{25x^3} = 655$

৪

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x = \sqrt{\frac{15x + 1}{6}}$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{15x + 1}{6} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 6x^2 = 15x + 1$$

$$\text{বা, } 6x^2 - 1 = 15x$$

$$\text{বা, } \frac{6x^2 - 1}{3x} = \frac{15x}{3x} \text{ [উভয়পক্ষে 3x দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{6x^2}{3x} - \frac{1}{3x} = 5$$

$$\therefore 2x - \frac{1}{3x} = 5 \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. 'ক' হতে পাই, $2x - \frac{1}{3x} = 5$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত প্রথম রাশি} &= 4x^2 + \frac{1}{9x^2} = (2x)^2 + \left(\frac{1}{3x}\right)^2 \\ &= \left(2x - \frac{1}{3x}\right)^2 + 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{3x} \\ &= (5)^2 + \frac{4}{3} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 25 + \frac{4}{3} = \frac{75+4}{3} = \frac{79}{3} \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত দ্বিতীয় রাশি} &= 8x^3 - \frac{1}{27x^3} = (2x)^3 - \left(\frac{1}{3x}\right)^3 \\ &= \left(2x - \frac{1}{3x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{1}{3x} \left(2x - \frac{1}{3x}\right) \\ &= (5)^3 + 2 \times 5 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 125 + 10 = 135 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $2x - \frac{1}{5x} = 5$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= 40x^3 - \frac{1}{25x^3} = 5 \left(8x^3 - \frac{1}{125x^3}\right) \\ &= 5 \left\{ (2x)^3 - \left(\frac{1}{5x}\right)^3 \right\} \\ &= 5 \left\{ \left(2x - \frac{1}{5x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{1}{5x} \left(2x - \frac{1}{5x}\right) \right\} \\ &= 5 \{ (5)^3 + 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot 5 \} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 5(125 + 6) = 5 \times 131 = 655 = \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$$\therefore 40x^3 - \frac{1}{25x^3} = 655 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-৯ ▶ $2x^2 - 3x - 2 = 0$

ক. $2x - \frac{2}{x} =$ কত?

২

খ. প্রমাণ কর যে, $8 \left(x^3 - \frac{1}{x^3} \right) = 63$

৪

গ. $3p - \frac{3}{p} = 12$ হলে দেখাও যে, $\frac{1}{19} \left(p^3 - \frac{1}{p^3} \right) = 4$

৪

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $2x^2 - 3x - 2 = 0$

বা, $2x^2 - 2 = 3x$

বা, $\frac{2x^2 - 2}{x} = 3$ [x দ্বারা ভাগ করে]

বা, $\frac{2x^2}{x} - \frac{2}{x} = 3 \therefore 2x - \frac{2}{x} = 3 \quad (\text{Ans.})$

খ. 'ক' থেকে পাই, $2x - \frac{2}{x} = 3$

বা, $2 \left(x - \frac{1}{x} \right) = 3 \therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= 8 \left(x^3 - \frac{1}{x^3} \right) \\
 &= 8 \left\{ \left(x - \frac{1}{x} \right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x} \right) \right\} \\
 &= 8 \left\{ \left(\frac{3}{2} \right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2} \right\} \\
 &= 8 \left(\frac{27}{8} + \frac{9}{2} \right) = 8 \left(\frac{27+36}{8} \right) = 8 \times \frac{63}{8} = 63 = \text{ডানপক্ষ} \\
 \therefore 8 \left(x^3 - \frac{1}{x^3} \right) &= 63 \text{ (প্রমাণিত)}
 \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $3p - \frac{3}{p} = 12$

বা, $3 \left(p - \frac{1}{p} \right) = 12$

$\therefore p - \frac{1}{p} = 4$ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$$\begin{aligned}
 \text{বামপক্ষ} &= \frac{1}{19} \left(p^3 - \frac{1}{p^3} \right) = \frac{1}{19} \left\{ p^3 - \left(\frac{1}{p} \right)^3 \right\} \\
 &= \frac{1}{19} \left\{ \left(p - \frac{1}{p} \right)^3 + 3 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \left(p - \frac{1}{p} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{19} (4^3 + 3 \cdot 4) [\because p - \frac{1}{p} = 4] \\
 &= \frac{1}{19} (64 + 12) = \frac{1}{19} \times 76 = 4 = \text{ডানপক্ষ} \\
 \therefore \frac{1}{19} \left(p^3 - \frac{1}{p^3} \right) &= 4 \text{ (দেখানো হলো)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-১০ ▶ $\sqrt{x} = \sqrt{2} + 1$

- ক. $x =$ কত? ২
- খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$ হলে প্রমাণ কর যে, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ৪

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $\sqrt{x} = \sqrt{2} + 1$

বা, $(\sqrt{x})^2 = (\sqrt{2} + 1)^2$ [বর্গ করে]

বা, $x = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + 1^2$

বা, $x = 2 + 2\sqrt{2} + 1$

$\therefore x = 3 + 2\sqrt{2}$ (Ans.)

খ. ‘ক’ হতে পাই, $x = 3 + 2\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} \\
 &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{1} = 3 - 2\sqrt{2} \\
 \therefore x + \frac{1}{x} &= 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6 \\
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x} \right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x} \right)
 \end{aligned}$$

$$= 6^3 - 3 \times 6 = 216 - 18 = 198 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $x^6 + 1 = 18\sqrt{3}x^3$

বা, $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$

বা, $(x^3)^2 - 2x^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 + 1 = 0$

বা, $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 - 243 + 1 = 0$

বা, $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$

বা, $(x^3 - 9\sqrt{3})^2 = (11\sqrt{2})^2$

বা, $x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2}$ [বর্গমূল করে]

বা, $x^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$

বা, $x^3 = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

বা, $x^3 = (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$

বা, $x^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$

$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১১ ▶ $x + \frac{1}{x} = 3$

ক. $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

২

খ. $x^4 + x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$ এর মান বের কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^7 + \frac{1}{x^7} = 843$

৪

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + \frac{1}{x^3} = x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 27 - 9 = 18 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^4 + x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} \\ &= \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 + x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2 + 3^3 - 3 \times 3 + 3^2 - 2 \end{aligned}$$

$$= (3^2 - 2)^2 + 27 - 9 + 9 - 4$$

$$= (9 - 2)^2 + 23 = 7^2 + 23 = 49 + 23 = 72 \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$

বা, $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 7^2$ [পুনরায় বর্গ করে]

বা, $(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 49$

বা, $x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 49$

বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 49 - 2$

$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 47 \dots\dots\dots(i)$

‘ক’ হতে পাই, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18 \dots\dots\dots(ii)$

(i) নং সমীকরণকে (ii) নং সমীকরণ দ্বারা গুণ করে পাই,

$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = 47 \times 18$

বা, $x^7 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x^7} = 846$

বা, $x^7 + \frac{1}{x^7} = 846 - \left(x + \frac{1}{x}\right) = 846 - 3 = 843$

$\therefore x^7 + \frac{1}{x^7} = 843$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-১২ ▶ $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

ক. দেখাও যে, $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$ ২

খ. প্রমাণ কর যে, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ৪

গ. $x^5 + \frac{1}{x^5}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

বা, $x^6 + 1 = 18\sqrt{3}x^3$

বা, $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$

$$\therefore x^6 - 18\sqrt{3} x^3 + 1 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. 'ক' হতে পাই,

$$x^6 - 18\sqrt{3} x^3 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^6 - 18\sqrt{3} x^3 + 243 - 242 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - 242 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$$

$$\text{বা, } (x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 121 \times 2$$

$$\text{বা, } x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x^3 = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x^3 = (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$$

$$\text{বা, } x^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$$

$$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. 'খ' অংশ থেকে, $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \text{ [লব ও হরকে } \sqrt{3} - \sqrt{2} \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (2\sqrt{3})^2 - 2$$

$$= 12 - 2 = 10$$

$$\text{আবার, } \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{বা, } 18\sqrt{3} \times 10 = x^5 + \frac{1}{x^5} + 2\sqrt{3} \left[\because x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3} \right]$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 180\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 178\sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৩ ▶ $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ হলে,

$$\text{ক. দেখাও যে, } \frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}.$$

২

$$\text{খ. } \frac{a^6 - 1}{a^3} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

৪

$$\text{গ. প্রমাণ কর যে, } a^6 - \frac{1}{a^6} = 1932\sqrt{30}$$

৪

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. সৃজনশীল ও (ক) নং সমাধান দেখ।

$$\text{খ. প্রদত্ত রাশি} = \frac{a^6 - 1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\
 &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \left(a - \frac{1}{a}\right) \\
 &= (2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{5} \quad [\because a = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ এবং } \frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}] \\
 &= 8 \cdot 5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ. সৃজনশীল ও (গ) নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন-১৪ ▶ কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি ৫.

ক. সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

২

খ. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 2525$

৪

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, সংখ্যাটি x

তথ্যমতে, সমীকরণ গঠন করা হলো $x + \frac{1}{x} = 5$ (Ans.)

খ. 'ক' হতে পাই, $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$$

$$\begin{aligned}
 \text{এখন, } x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = (\sqrt{21})^3 + 3 \cdot \sqrt{21} \\
 &= 21\sqrt{21} + 3\sqrt{21} = 24\sqrt{21} \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ. 'ক' হতে পাই, $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

$$\begin{aligned}
 \text{আবার, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\
 &= 5^3 - 3 \cdot 5 = 125 - 15 = 110
 \end{aligned}$$

$$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } 23 \times 110 = x^5 + \frac{1}{x^5} + 5$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 2530 - 5$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 2525 \text{ (প্রমাণিত)}$$

সৃজনশীল প্রশ্নাবলীক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৫ ▶ $a = 6$, $b = 3$ ও $c = 5$

ক. $8a^3 - 72a^2 + 216a - 216$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $(4a - 3b)^3 - 3(4a - 3b)^2(2a - 3b) + 3(4a - 3b)(2a - 3b)^2 - (2a - 3b)^3$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\}$
এর মান নির্ণয় কর।

৪

উত্তর : ক. 216; খ. 1728; গ. 4096

প্রশ্ন-১৬ ▶ $a + b = m$, $a^2 + b^2 = n$, $a^3 + b^3 = p^3$ হলে—

ক. ab এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. দেখাও যে, $a^3 + b^3 + 3abm = m^3$	৪
গ. দেখাও যে, $m^3 + 2p^3 = 3mn$	৪
উত্তর : ক. $\frac{m^2 - n}{2}$	
প্রশ্ন-১৭ ▶ $x^2 - 4x - 1 = 0$ হলে -	
ক. দেখাও যে, $x - \frac{1}{x} = 4$	২
খ. প্রমাণ কর যে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$	৪
গ. $x^5 - \frac{1}{x^5}$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
উত্তর : গ. 1364	
প্রশ্ন-১৮ ▶ $x = 19, y = -12$ হলে,	
ক. $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. সরল কর : $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$	৪
উত্তর : ক. 5131; খ. 8; গ. $64x^3$	
প্রশ্ন-১৯ ▶ $a - b = 5, ab = 36$ হলে,	
ক. $a + b$ এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. $a^3 - b^3$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. $a^6 - b^6$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
উত্তর : ক. 13; খ. 665; গ. 527345	
প্রশ্ন-২০ ▶ $x + y = 5$ এবং $xy = 4$ হলে,	
ক. $x - y$ এর মান নির্ণয় কর। [যেখানে $x > y$]	২
খ. $x^3 - y^3 + 8(x^2 - y^2)$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. দেখাও যে, $3x^3 + 3y^3 - 2x^2 - 3xy - 2y^2 = 149$	৪

উত্তর : ক. 3; খ. 183	
প্রশ্ন-২১ ▶ $x^2 - 2\sqrt{6} = 5$	
ক. x এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$	৪
উত্তর : ক. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$; খ. 10	
প্রশ্ন-২২ ▶ $x - \frac{1}{x} = 2$	
ক. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{2}$	৪
উত্তর : ক. 6; খ. 34	
প্রশ্ন-২৩ ▶ $(a + b)^3 - 3ab(a + b) - 2b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$	
ক. প্রমাণ কর যে, $a^3 - b^3 = 513$	২
খ. ab এর মান নির্ণয় কর।	৪
গ. দেখাও যে, $57(a^2 + b^2) = 13(a^3 - b^3)$	৪
উত্তর : খ. 54	
প্রশ্ন-২৪ ▶ $x^2 - 2\sqrt{30} - 11 = 0; x > 0$	
ক. x এর মান নির্ণয় কর।	২
খ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 42\sqrt{6}$	৪
গ. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।	৪
উত্তর : ক. $\sqrt{6} + \sqrt{5}$; খ. $1012\sqrt{5}$	

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ উৎপাদকে বিশ্লেষণ

কোনো রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়।

কোনো বীজগাণিতিক রাশির সম্ভাব্য উৎপাদকগুলো নির্ণয় করার পর রাশিটিকে লম্ব উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়।

বীজগাণিতিক রাশিগুলো এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে। সেজন্য উক্ত রাশির উৎপাদকগুলোও এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে।

■ উৎপাদক নির্ণয়ের কতিপয় কৌশল :

(ক) কোনো বহুপদীর প্রত্যেক পদে সাধারণ উৎপাদক থাকলে তা প্রথম বের করে নিতে হয়। যেমন:

$$(i) 3a^2b + 6ab^2 + 12a^2b^2 = 3ab(a + 2b + 4ab) \quad (ii) 2ab(x - y) + 2bc(x - y) + 3ca(x - y) = (x - y)(2ab + 2bc + 3ca)$$

(খ) একটি রাশিকে পূর্ণবর্গ আকারে প্রকাশ করে।

$$\text{যেমন : } 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 = (2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x + 3)$$

(গ) একটি রাশিকে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করে এবং $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ সূত্র প্রয়োগ করে।

(ঘ) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ সূত্রটি ব্যবহার করে।

এ পদ্ধতিতে $x^2 + px + q$ আকারের বহুপদীয় উৎপাদক নির্ণয় করা সম্ভব হয় যদি দুইটি পূর্ণসংখ্যা a ও b নির্ণয় করা যায় যেন, $a + b = p$ এবং $ab = q$ হয়। এজন্য q -এর দুইটি স্বচিহ্ন উৎপাদক নিতে হয় যাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি p হয়। $q > 0$ হলে, a ও b একই চিহ্নযুক্ত এবং $q < 0$ হলে, a ও b বিপরীত চিহ্নযুক্ত হবে।

(ঙ) $ax^2 + bx + c$ আকারের বহুপদীর মধ্যপদ বিভক্তিকরণ পদ্ধতিতে : $ax^2 + bx + c = (rx + p)(sx + q)$ হবে।

অতএব, $ax^2 + bx + c$ আকারের বহুপদীর উৎপাদক নির্ণয় করতে হলে ac , অর্থাৎ, x^2 এর সহগ এবং x বর্জিত পদের গুণফলকে এমন দুইটি উৎপাদকে প্রকাশ করতে হবে, যাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি x এর সহগ b এর সমান হয়।

(চ) একটি রাশিকে পূর্ণ ঘন আকারে প্রকাশ করে।

(ছ) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ এবং $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ সূত্র দুইটি ব্যবহার করে।

(জ) ভগ্নাংশসহগযুক্ত রাশির উৎপাদক : ভগ্নাংশযুক্ত রাশির উৎপাদকগুলোকে বিভিন্নভাবে প্রকাশ করা যায়।

$$\text{যেমন, } a^3 + \frac{1}{27} = a^3 + \frac{1}{3^3} = \left(a + \frac{1}{3}\right)\left(a^2 - \frac{a}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

$$\text{আবার, } a^3 + \frac{1}{27} = \frac{1}{27} (27a^3 + 1) = \frac{1}{27} \{(3a)^3 + (1)^3\} = \frac{1}{27} (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$$

এখানে, দ্বিতীয় সমাধানে চলক-সংবলিত উৎপাদকগুলো পূর্ণসংখ্যা সহগবিশিষ্ট। এই ফলকে প্রথম সমাধানের মতো প্রকাশ করা যায় :

$$\frac{1}{27} (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1) = \frac{1}{3} (3a + 1) \times \frac{1}{9} (9a^2 - 3a + 1) = \left(a + \frac{1}{3}\right)\left(a^2 - \frac{a}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

অনুশীলনের প্রশ্ন ও সমাধান

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর (১ - ৪৩) :

প্রশ্ন ১১ $a^2 + ab + ac + bc$

সমাধান : $a^2 + ab + ac + bc$

$$= a(a + b) + c(a + b) = (a + b)(a + c) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ $ab + a - b - 1$

সমাধান : $ab + a - b - 1$

$$= a(b + 1) - 1(b + 1) = (b + 1)(a - 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ ৷ $(x - y)(x + y) + (x - y)(y + z) + (x - y)(z + x)$

সমাধান : $(x - y)(x + y) + (x - y)(y + z) + (x - y)(z + x)$
 $= (x - y)\{(x + y) + (y + z) + (z + x)\}$
 $= (x - y)(x + y + y + z + z + x)$
 $= (x - y)(2x + 2y + 2z)$
 $= (x - y)\{2(x + y + z)\}$
 $= 2(x - y)(x + y + z) \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ১৪ ৷ $ab(x - y) - bc(x - y)$

সমাধান : $ab(x - y) - bc(x - y)$
 $= (x - y)(ab - bc) = (x - y)\{b(a - c)\}$
 $= b(x - y)(a - c) \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ১৫ ৷ $9x^2 + 24x + 16$

সমাধান : $9x^2 + 24x + 16$
 $= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2 = (3x + 4)^2 \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ১৬ ৷ $a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান : $a^4 - 27a^2 + 1$
 $= (a^2)^2 - 2.a^2.1 + (1)^2 - 25a^2$
 $= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$
 $= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a)$
 $= (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1) \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ১৭ ৷ $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

সমাধান : $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$
 $= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$
 $= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2$
 $= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy)$
 $= (x^2 + 2xy - y^2)(x^2 - 2xy - y^2) \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ১৮ ৷ $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

সমাধান : $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$
 $= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy + 2abxy$
 $= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 + 2abxy - b^2x^2$
 $= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2)$
 $= \{(ax)^2 + 2.ax.by + (by)^2\} - \{(ay)^2 - 2.ay.bx + (bx)^2\}$
 $= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2$
 $= (ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx) \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ১৯ ৷ $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

সমাধান : $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$
 $= (2a)^2 - 2 \times 2a \times 3b + (3b)^2 - 4c^2$
 $= (2a - 3b)^2 - (2c)^2$
 $= (2a - 3b + 2c)(2a - 3b - 2c) \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ২০ ৷ $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

সমাধান : $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$
 $= 9(x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4)$

$$\begin{aligned}
 &= 9(x^4 - 4a^2x^2 - a^2x^2 + 4a^4) \\
 &= 9\{x^2(x^2 - 4a^2) - a^2(x^2 - 4a^2)\} \\
 &= 9(x^2 - 4a^2)(x^2 - a^2) \\
 &= 9\{(x^2)^2 - (2a)^2\}(x + a)(x - a) \\
 &= 9(x + 2a)(x - 2a)(x + a)(x - a) \\
 &= 9(x + a)(x - a)(x + 2a)(x - 2a) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১১ $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান : $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$$\begin{aligned}
 &= a^2 + 6a + 9 - 1 - y^2 + 2y \\
 &= a^2 + 6a + 9 - (1 - 2y + y^2) \\
 &= (a)^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2 - (1^2 - 2 \cdot 1 \cdot y + y^2) \\
 &= (a + 3)^2 - (1 - y)^2 \\
 &= (a + 3 + 1 - y)(a + 3 - 1 + y) \\
 &= (a - y + 4)(a + y + 2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১২ $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান : $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$$\begin{aligned}
 &= (4x)^2 - (5y)^2 - 2z(4x - 5y) \\
 &= (4x - 5y)(4x + 5y) - 2z(4x - 5y) \\
 &= (4x - 5y)(4x + 5y - 2z) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১৩ $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান : $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

$$\begin{aligned}
 &= 4b^2c^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4 \\
 &= 4b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2) \\
 &= 4b^2c^2 - \{(b^2)^2 + (c^2)^2 + (-a^2)^2 + 2 \cdot b^2 \cdot c^2 + 2 \cdot c^2 \cdot (-a^2) + 2 \cdot (-a^2) \cdot b^2\} \\
 &= (2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 \\
 &= (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2) \\
 &= (b^2 + 2bc + c^2 - a^2)\{a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\} \\
 &= \{(b + c)^2 - a^2\}\{a^2 - (b - c)^2\} \\
 &= (b + c + a)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c) \\
 &= (a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(c + a - b) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১৪ $x^2 + 13x + 36$

সমাধান : $x^2 + 13x + 36$

$$\begin{aligned}
 &= x^2 + 4x + 9x + 36 \\
 &= x(x + 4) + 9(x + 4) = (x + 4)(x + 9) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১৫ $x^4 + x^2 - 20$

সমাধান : $x^4 + x^2 - 20$

$$\begin{aligned}
 &= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20 = x^2(x^2 + 5) - 4(x^2 + 5) \\
 &= (x^2 + 5)(x^2 - 4) \\
 &= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2) \\
 &= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 5) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১১৬ $a^2 - 30a + 216$

সমাধান : $a^2 - 30a + 216$

$$\begin{aligned}
 &= a^2 - 18a - 12a + 216 \\
 &= a(a - 18) - 12(a - 18) = (a - 18)(a - 12) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

সমাধান : $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

$= x^6y^6 - 3x^3y^3 + 2x^3y^3 - 6 = x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3)$

$= (x^3y^3 - 3)(x^3y^3 + 2)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৮ ৥ $a^8 - a^4 - 2$

সমাধান : $a^8 - a^4 - 2$

$= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$

$= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) = (a^4 - 2)(a^4 + 1)$ (Ans.)

প্রশ্ন ১৯ ৥ $a^2b^2 - 8ab - 105$

সমাধান : $a^2b^2 - 8ab - 105$

$= a^2b^2 - 15ab + 7ab - 105$

$= ab(ab - 15) + 7(ab - 15)$

$= (ab - 15)(ab + 7) = (ab + 7)(ab - 15)$ (Ans.)

প্রশ্ন ২০ ৥ $x^2 - 37x - 650$

সমাধান : $x^2 - 37x - 650$

$= x^2 - 50x + 13x - 650$

$= x(x - 50) + 13(x - 50)$

$= (x - 50)(x + 13) = (x + 13)(x - 50)$ (Ans.)

প্রশ্ন ২১ ৥ $4x^4 - 25x^2 + 36$

সমাধান : $4x^4 - 25x^2 + 36$

$= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36 = 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$

$= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$

$= (x^2 - 2^2) \{(2x)^2 - 3^2\} = (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3)$ (Ans.)

প্রশ্ন ২২ ৥ $12x^2 - 38x + 20$

সমাধান : $12x^2 - 38x + 20$

$= 12x^2 - 30x - 8x + 20 = 6x(2x - 5) - 4(2x - 5)$

$= (2x - 5)(6x - 4)$

$= (2x - 5) \{2(3x - 2)\} = 2(2x - 5)(3x - 2)$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৩ ৥ $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

সমাধান : $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

$= y^2(9x^2 - 5x - 14) = y^2(9x^2 + 9x - 14x - 14)$

$= y^2 \{ (9x(x + 1) - 14(x + 1)) \}$

$= y^2(x + 1)(9x - 14) = y^2(x + 1)(9x - 14)$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৪ ৥ $4x^4 - 27x^2 - 81$

সমাধান : $4x^4 - 27x^2 - 81$

$= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81 = 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9)$

$= (x^2 - 9)(4x^2 + 9)$

$= (x^2 - 3^2)(4x^2 + 9) = (x + 3)(x - 3)(4x^2 + 9)$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৫ ৥ $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$= ax^2 + a^2x + x + a$

$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1)$ (Ans.)

প্রশ্ন ২৬ ৥ $3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

সমাধান : ধরি, $a^2 + 2a = x$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= 3x^2 - 22x + 40$

$$\begin{aligned}
 &= 3x^2 - 12x - 10x + 40 \\
 &= 3x(x - 4) - 10(x - 4) \\
 &= (x - 4)(3x - 10) \\
 &= \{(a^2 + 2a) - 4\} \{3(a^2 + 2a) - 10\} \\
 &\quad [x \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৭ ৥ $14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$

সমাধান : ধরি, $x + z = a$ এবং $x + 1 = b$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 14a^2 - 29ab - 15b^2 \\
 &= 14a^2 - 35ab + 6ab - 15b^2 \\
 &= 7a(2a - 5b) + 3b(2a - 5b) \\
 &= (2a - 5b)(7a + 3b) \\
 &= \{2(x + z) - 5(x + 1)\} \{7(x + z) + 3(x + 1)\} \\
 &\quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= (2x + 2z - 5x - 5)(7x + 7z + 3x + 3) \\
 &= (2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৮ ৥ $(4a - 3b)^2 - 2(4a - 3b)(a + 2b) - 35(a + 2b)^2$

সমাধান : ধরি, $4a - 3b = x$ এবং $a + 2b = y$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 2xy - 35y^2 \\
 &= x^2 + 5xy - 7xy - 35y^2 \\
 &= x(x + 5y) - 7y(x + 5y) \\
 &= (x + 5y)(x - 7y) \\
 &= \{(4a - 3b) + 5(a + 2b)\} \{(4a - 3b) - 7(a + 2b)\} \\
 &\quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= (4a - 3b + 5a + 10b)(4a - 3b - 7a - 14b) \\
 &= (9a + 7b)(-3a - 17b) \\
 &= (-1)(9a + 7b)(3a + 17b) \\
 &= -(3a + 17b)(9a + 7b) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ২৯ ৥ $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$

সমাধান : ধরি, $a - 1 = p$ এবং $a + 1 = q$

$$\begin{aligned}
 \therefore (a - 1)(a + 1) &= pq \text{ বা, } a^2 - 1 = pq \\
 \therefore a^2 &= pq + 1 \\
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= px^2 + (pq + 1)xy + qy^2 \\
 &= px^2 + pqxy + xy + qy^2 \\
 &= px(x + qy) + y(x + qy) \\
 &= (x + qy)(px + y) \\
 &= \{x + (a + 1)y\} \{(a - 1)x + y\} \\
 &\quad [p \text{ ও } q \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= (x + ay + y)(ax - x + y) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩০ ৥ $24x^4 - 3x$

সমাধান : $24x^4 - 3x$

$$\begin{aligned}
 &= 3x(8x^3 - 1) = 3x\{(2x)^3 - 1\} \\
 &= 3x\{(2x - 1)\{(2x)^2 + 2x \cdot 1 + (1)^2\}\} \\
 &= 3x(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ৩১ ৥ $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } & (a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3 \\
 &= (a^2 + b^2)^3 + (2ab)^3 \\
 &= \{(a^2 + b^2) + 2ab\} \{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 + b^2) \cdot 2ab + (2ab)^2\} \\
 &= (a^2 + b^2 + 2ab) \{(a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\} \\
 &= (a + b)^2 (a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2) \\
 &= (a + b)^2 (a^4 - 2a^3b + 6a^2b^2 - 2ab^3 + b^4) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩২ ৥ $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } & x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \\
 &= (x)^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + (1)^3 + 1 \\
 &= (x + 1)^3 + 1 \\
 &= (x + 1)^3 + (1)^3 \\
 &= \{(x + 1) + 1\} \{(x + 1)^2 - (x + 1) \cdot 1 + (1)^2\} \\
 &= (x + 1 + 1)(x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1) \\
 &= (x + 2)(x^2 + x + 1) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৩ ৥ $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } & a^3 - 6a^2 + 12a - 9 \\
 &= (a)^3 - 3 \cdot (a)^2 \cdot 2 + 3 \cdot a \cdot (2)^2 - (2)^3 - 1 \\
 &= (a - 2)^3 - 1 = (a - 2)^3 - (1)^3 \\
 &= \{(a - 2) - 1\} \{(a - 2)^2 + (a - 2) \cdot 1 + (1)^2\} \\
 &= (a - 2 - 1)(a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 + a - 2 + 1) \\
 &= (a - 3)(a^2 - 4a + 4 + a - 2 + 1) \\
 &= (a - 3)(a^2 - 3a + 3) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৪ ৥ $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } & a^3 - 9b^3 + (a + b)^3 \\
 &= a^3 - b^3 + (a + b)^3 - 8b^3 \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b)^3 - (2b)^3 \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b - 2b) \\
 &\quad \{(a + b)^2 + (a + b) \cdot 2b + (2b)^2\} \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b) \\
 &\quad (a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a^2 + 4ab + 7b^2) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2) \\
 &= (a - b)(2a^2 + 5ab + 8b^2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৫ ৥ $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } & 8x^3 + 12x^2 + 6x - 63 \\
 &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2x \cdot (1)^2 + (1)^3 - 1 - 63 \\
 &= (2x + 1)^3 - 64 = (2x + 1)^3 - (4)^3 \\
 &= \{(2x + 1) - 4\} \{(2x + 1)^2 + (2x + 1) \times 4 + (4)^2\} \\
 &= (2x + 1 - 4) \{(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + (1)^2 + 8x + 4 + 16\} \\
 &= (2x - 3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x + 20) \\
 &= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৬ ৥ $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } 8a^3 + \frac{b^3}{27} &= (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3 \\
 &= \left(2a + \frac{b}{3}\right) \left\{ (2a)^2 - 2a \cdot \frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2 \right\} \\
 &= \left(2a + \frac{b}{3}\right) \left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right) \\
 &= \frac{1}{3} (6a + b) \times \frac{1}{9} (36a^2 - 6ab + b^2) \\
 &= \frac{1}{27} (6a + b)(36a^2 - 6ab + b^2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৭ ৥ $a^3 - \frac{1}{8}$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } a^3 - \frac{1}{8} &= a^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\
 &= \left(a - \frac{1}{2}\right) \left\{ (a)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right\} \\
 &= \left(a - \frac{1}{2}\right) \left(a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right) \\
 &= \frac{1}{2} (2a - 1) \cdot \frac{1}{4} (4a^2 + 2a + 1) \\
 &= \frac{1}{8} (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৮ ৥ $\frac{a^6}{27} - b^6$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } \frac{a^6}{27} - b^6 &= \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3 \\
 &= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left\{ \left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2 \right\} \\
 &= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩৯ ৥ $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } 4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a} \\
 &= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a} \\
 &= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a} = \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right) \\
 &= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪০ ৥ $(3a + 1)^3 - (2a - 3)^3$

সমাধান : ধরি, $3a + 1 = p$ এবং $2a - 3 = q$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 = (p - q)(p^2 + pq + q^2) \\
 &= \{(3a+1)-(2a-3)\} \{ (3a+1)^2 + (3a+1)(2a-3) + (2a-3)^2 \} \text{ [p ও q এর মান বসিয়ে]} \\
 &= (3a+1-2a+3) \{ (3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 1 + (1)^2 + 6a^2 - 9a + 2a - 3 + (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3 + (3)^2 \} \\
 &= (a+4) \{ 9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 7a - 3 + 4a^2 - 12a + 9 \} \\
 &= (a+4) (19a^2 - 13a + 7) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪১ ৥ $(x + 5)(x - 9) - 15$

সমাধান : $(x + 5)(x - 9) - 15$

$$= x^2 + (5 - 9)x + 5 \cdot (-9) - 15$$

$$= x^2 - 4x - 45 - 15 = x^2 - 4x - 60$$

$$= x^2 - 10x + 6x - 60 = x(x - 10) + 6(x - 10)$$

$$= (x - 10)(x + 6) = (x + 6)(x - 10) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১২ ৥ $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$

সমাধান : $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$

$$= (x + 3)(x + 4)(x + 2)(x + 5) - 48$$

$$= (x^2 + 7x + 12)(x^2 + 7x + 10) - 48$$

ধরি, $x^2 + 7x = a$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = (a + 12)(a + 10) - 48$$

$$= a^2 + (12 + 10)a + 12 \cdot 10 - 48$$

$$= a^2 + 22a + 120 - 48$$

$$= a^2 + 22a + 72$$

$$= a^2 + 4a + 18a + 72$$

$$= a(a + 4) + 18(a + 4)$$

$$= (a + 4)(a + 18)$$

$$= (x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x + 18) \text{ [a এর মান বসিয়ে]}$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১১৩ ৥ $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7) - 65$

সমাধান : $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7) - 65$

$$= (x - 1)(x - 7)(x - 3)(x - 5) - 65$$

$$= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$$

ধরি, $x^2 - 8x = a$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = (a + 7)(a + 15) - 65$$

$$= a^2 + (7 + 15)a + 7 \cdot 15 - 65$$

$$= a^2 + 22a + 105 - 65 = a^2 + 22a + 40$$

$$= a^2 + 20a + 2a + 40$$

$$= a(a + 20) + 2(a + 20)$$

$$= (a + 20)(a + 2)$$

$$= (x^2 - 8x + 20)(x^2 - 8x + 2) \text{ [a এর মান বসিয়ে]}$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১১৪ ৥ দেখাও যে, $x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x + 2)(x + 3)(x + 4)$

সমাধান : বামপক্ষ = $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$

$$= (x)^3 + 3 \cdot (x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot (3)^2 + (3)^3 - x - 3$$

$$= (x + 3)^3 - x - 3 = (x + 3)^3 - 1(x + 3)$$

$$= (x + 3)\{(x + 3)^2 - (1)^2\}$$

$$= (x + 3)(x + 3 + 1)(x + 3 - 1)$$

$$= (x + 3)(x + 4)(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x + 3)(x + 4) = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x + 2)(x + 3)(x + 4) \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১১৫ ৥ দেখাও যে, $(x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4) = (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8)$

সমাধান : বামপক্ষ : $(x + 1)(x + 2)(3x - 1)(3x - 4)$

$$= (x + 1)(3x - 1)(x + 2)(3x - 4)$$

$$\begin{aligned}
 &= (3x^2 + 3x - x - 1)(3x^2 + 6x - 4x - 8) \\
 &= (3x^2 + 2x - 1)(3x^2 + 2x - 8) = \text{ডানপক্ষ} \\
 \therefore (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4) &= (3x^2 + 2x - 1) \\
 &\quad (3x^2 + 2x - 8) \text{ (দেখানো হলো)}
 \end{aligned}$$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $a^2 - 5a - 6$ রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষণের যথেষ্ট প কৌশলটি?
 - কি (a - 3)(a + 2) খি (-a - 3)(a + 2)
 - (a - 6)(a + 1) ঘি (a + 6)(a - 1)
২. $a^2 - 1 + 2b - b^2$ এর উৎপাদক কত?
 - কি (a + b + 1)(a - b + 1) খি (a + b + 1)(a + b - 1)
 - গি (a + b + 1)(a + b + 2) ● (a + b - 1)(a - b + 1)
৩. $m^8 + m^4 - 2$ এর উৎপাদক কোনটি?
 - কি $m^4 - 2$ খি $m^3 - 1$ গি $m^2 + 2$ ● $m + 1$
৪. $y^2 + 5y - 6$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণের যথেষ্ট প কৌশলটি?
 - কি (y + 3)(y - 2) খি (y - 3)(y + 2)
 - (y + 6)(y - 1) ঘি (y - 6)(y + 1)
৫. $x^2 - x - 42$ এর উৎপাদক কোনটি?
 - (x + 6)(x - 7) খি (x - 6)(x - 7)
 - গি (x + 6)(x + 7) ঘি (x + 6)(x + 7)
৬. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ রাশিতে x এর মান কত হলে, রাশিটির মান শূন্য হবে?

৩.৪ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১১. কোনো রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির কী বলা হয়? (সহজ)
 - উৎপাদক খি গুণিতক গি ল.সা.গু. ঘি দ্বিপদী
১২. নিচের কোনটি $ax + ay + by + bx$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 - x + y খি ax গি ax + ay ঘি x + y + 3
 ব্যাখ্যা : $ax + ay + by + bx = a(x + y) + b(x + y)$
 $= (x + y)(a + b)$
১৩. নিচের কোনটি $ab + a - 1 - b$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণের যথেষ্ট প? (সহজ)
 - (a - 1)(b + 1) খি (b - 1)(a - 1)
 - গি (a - b) ঘি (a - 1)
১৪. নিচের কোনটি $12x^2 - 5x - 17$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 - (x + 1) খি (x - 2) গি (x + 3) ঘি (x - 5)
 ব্যাখ্যা : $12x^2 - 5x - 17 = 12x^2 + 12x - 17x - 17$
 $= 12x(x + 1) - 17(x + 1) = (x + 1)(12x - 17)$
১৫. $4x^2 + 12x + 9$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 - কি (2x - 3) খি (3x + 2) ● (2x + 3) ঘি (3 - 2x)
 ব্যাখ্যা : $4x^2 + 12x + 9$

- কি 3 ● -2 গি 1 ঘি 2
৭. $x^2 - 5x + 6$ এর উৎপাদক কোনটি?
 - কি (x + 2)(x + 3) ● (x - 3)(x - 2)
 - গি (x + 2)(x - 3) ঘি (x + 5)(x + 1)
৮. $a^2 - 19a - 20$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণের যথেষ্ট প কৌশলটি?
 - (a + 1)(a - 20) খি (a + 4)(a - 5)
 - গি (a + 5)(a - 4) ঘি (a - 1)(a + 20)
৯. $x^2 - y^2 + 2yz - z^2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণের যথেষ্ট প কৌশলটি?
 - (x + y - z), (x - y + z) খি (x + y + z), (x - y - z)
 - গি (x + y + z), (x - y - z) ঘি (x + y + z), (x - y + z)
১০. $f(x) = x^2 - 3x + 2$ হলে এর উৎপাদক-
 - i. x - 3 ii. x - 2
 - iii. x - 1
 নিচের কোনটি সঠিক?
 - কি i ও ii খি i ও iii ● ii ও iii ঘি i, ii ও iii

$$= (2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x + 3)$$

১৬. $x^2 - 5x + 6$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণের যথেষ্ট প কৌশলটি? (মধ্যম)
 - (x - 2)(x - 3) খি (x + 3)(x - 2)
 - গি (x + 2)(x - 3) ঘি (x + 2)(x - 3)
 ব্যাখ্যা : $x^2 - 5x + 6$
 $= (x - 3)(x - 2)$
১৭. নিচের কোনটি $t^2 - 7t - 18$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 - কি (t - 1) খি (t + 3) ● (t - 9) ঘি (t + 6)
 ব্যাখ্যা : $t^2 - 7t - 18$
 $= t(t - 9) + 2(t - 9) = (t - 9)(t + 2)$
১৮. নিচের কোনটি $x^4 + 5x^2 + 4$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 - কি (x^2 + 2) খি (x^2 + 3) গি (x^2 - 2) ● (x^2 + 4)
 ব্যাখ্যা : $x^4 + 5x^2 + 4 = x^4 + 4x^2 + x^2 + 4$
 $= x^2(x^2 + 4) + 1(x^2 + 4) = (x^2 + 4)(x^2 + 1)$
১৯. নিচের কোনটি $4a^2 + 11a + 6$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 - কি (4a + 2) ● (a + 2) গি (a + 4) ঘি (4a - 3)
 ব্যাখ্যা : $4a^2 + 11a + 6 = 4a^2 + 8a + 3a + 6$
 $= 4a(a + 2) + 3(a + 2) = (a + 2)(4a + 3)$
২০. $9x^2 - 30xy + 25y^2$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 - (3x - 5y) খি (3x + 5y) গি (5x - 3y) ঘি (5x + 3y)

- ব্যাখ্যা :

$$= (3x - 5y)^2 = (3x - 5y)(3x - 5y)$$
২১. $a^4 + a^2 + 25$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ● $(a^2 - 3a + 5)$ ☐ $(a + 2)$
 গি $(a^2 - 5a)$ ঘা $(a^2 - 2a + 5)$
 ব্যাখ্যা : $a^4 + a^2 + 25 = (a^2)^2 - 2.a^2.5 + (5)^2 - 9a^2$
 $= (a^2 + 5)^2 - (3a)^2 = (a^2 + 5 + 3a)(a^2 + 5 - 3a)$
 $= (a^2 + 3a + 5)(a^2 - 3a + 5)$
২২. $x^2 + 13x + 36$ এর একটি উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 কি $(x - 9)(x - 4)$ ☐ $(x - 9)(x + 4)$
 গি $(x + 9)(x - 4)$ ● $(x + 9)(x + 4)$
 ব্যাখ্যা : $x^2 + (4 + 9)x + 4 \times 9 = (x + 9)(x + 4)$
২৩. $a^2 - 8a - 20$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 কি $(a + 2)(a + 4)$ ● $(a - 10)(a + 2)$
 গি $(a + 8)(a - 2)$ ঘা $(a - 1)(a + 20)$
 ব্যাখ্যা : $a^2 - 8a - 20 = a^2 - 10a + 2a - 20$
 $= a(a - 10) + 2(a - 10) = (a - 10)(a + 2)$
২৪. $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে নিচের কোনটি হবে? (মধ্যম)
 ● $(x + a)(ax + 1)$ ☐ $(x + a)ax^2 + 1)$
 গি $(x + 1)(ax + 1)$ ঘা $(x + 1)(ax^2 + 1)$
২৫. $x(x + 3)(x + 4)(x - 1) + 4$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি?
 কি $(x^2 + 2x - 1)$ ● $(x^2 + 3x - 2)^2$
 গি $(2x - 1)$ ঘা $(3x^2 - 4)$
২৬. নিচের কোনটি $12 - x - x^2$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 ● $(x + 4)$ ☐ $(x + 3)$ গি $(x - 2)$ ঘা $(x + 7)$
 ব্যাখ্যা : $12 - x - x^2 = 12 + 3x - 4x - x^2$
 $= 3(4 + x) - x(4 + x) = (x + 4)(3 - x)$
২৭. নিচের কোনটি $5x^2 - 17xy + 6y^2$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 কি $(x + 2y)$ ● $(x - 3y)$ গি $(x + 5y)$
২৮. $x^4 + 4$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 | $x^2 + 2x - 2$ | $x^2 - 2x - 2$
 ব্যাখ্যা : $x^4 + 4$
 $= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x)$
২৯. $2x^4 + 16x$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ● $2x(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
 ☐ $2x(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
 গি $2x(x + 2)(x^2 + 2x + 4)$
 ঘা $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
৩০. $(x - 1)^2 - 25$ এর উৎপাদক কত? (মধ্যম)
 কি $(x - 4)(x + 6)$ ● $(x + 4)(x - 6)$
 গি $(x + 24)(x - 26)$ ঘা $(x - 24)(x + 26)$
 ব্যাখ্যা :
৩১. $a^4 - a^2 + 1$ এর উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- কি $(a^2 - a^2 - 1)(a^2 + a - 1)$ $9x^2 - 30xy + 25y^2$
 ● $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$
 গি $(a^2 - a - 1)(a^2 - a - 1)$
 ঘা $(a^2 + a + 1)(a^2 + a + 1)$
 ব্যাখ্যা : $a^4 - a^2 + 1$
 $= (a^2 + 1)^2 - a^2 = (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)$
৩২. $(x + 5)(x - 9) - 15$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি?
 কি $(x - 10)(x - 6)$ ● $(x - 10)(x + 6)$
 গি $-(x - 10)(x + 6)$ ঘা $(x + 10)(x + 6)$
 ব্যাখ্যা : $(x + 5)(x - 9) - 15 = x^2 + 5x - 9x - 45 - 15$
 $= x^2 - 4x - 60 = x^2 - 10x + 6x - 60$
 $= x(x - 10) + 6(x - 10) = (x - 10)(x + 6)$
৩৩. $5 - 4x - x^2$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 কি $(5 - x)(1 - x)$ ☐ $(5 + x)(1 + x)$
 গি $(5 - x)(1 + x)$ ● $(5 + x)(1 - x)$
 ব্যাখ্যা : $5 - 4x - x^2 = 5 - 5x + x - x^2$
 $= 5(1 - x) + x(1 - x) = (1 - x)(5 + x)$
৩৪. $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 কি $\frac{1}{2}(x + 2)(x - 2)$ ● $\left(\frac{x}{2} - 2\right)(x - 2)$
 গি $(x - 4)(x - 2)$ ঘা $(x - 1)(x - 3)$
 ব্যাখ্যা : $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 8) = \frac{1}{2}(x^2 - 4x - 2x + 8)$
 $= \frac{1}{2}(x - 4)(x - 2) = \left(\frac{x}{2} - 2\right)(x - 2)$
৩৫. $35 - 2x - x^2$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 কি $(5 + x)$ ☐ $x - 7$ ● $5 - x$ ঘা $x^2 + 7$
 ব্যাখ্যা : $35 - 2x - x^2 = 35 - 7x + 5x - x^2$
 $= 7(5 - x) + x(5 - x) = (5 - x)(7 + x)$
৩৬. নিচের কোনটি $7p^2 - p - 8$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
 ● $(p + 1)$ ☐ $(2p + 8)$ গি $(p - 2)$ ঘা $(p - 4)$ $(5x + 4y)$
 ব্যাখ্যা : $7p^2 - p - 8 = 7p^2 + 7p - 8p - 8 = 7p(p + 1) - 8(p + 1)$
 $= (p + 1)(7p - 8)$
৩৭. $a^6 - 64$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ● $(a + 2)$ ☐ $(a^2 + 2)$ গি $(a^2 - 2)$ ঘা $(a^2 + 4)$
৩৮. $x^3 + 27$ এর একটি উৎপাদক কোনটি? (মধ্যম)
 কি $x - 3$ ● $x^2 - 3x + 9$
 গি $(x + 3)^2$ ঘা $x + 9$
৩৯. $8a^3 + \frac{b^3}{27}$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 ● $\left(2a + \frac{b}{3}\right)$ ☐ $\left(2a - \frac{b}{3}\right)$ গি $\left(2a + \frac{b}{3}\right)^2$
 ব্যাখ্যা : $8a^3 + \frac{b^3}{27} = (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3 = \left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2}{3}ab + \frac{b^2}{9}\right) - 25 = (x -$

৪০. $a^3 + 5\sqrt{5}$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $a^2 + \sqrt{5}a + 25$ ● $a^2 - \sqrt{5}a + 5$

গ $a^2 - 5\sqrt{5}a + 25$ ঘ $a^2 + 5\sqrt{5}a + 25$

ব্যাখ্যা : $a^3 + 5\sqrt{5} = a^3 + (\sqrt{5})^3$
 $= (a + \sqrt{5})\{a^2 - a\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2\} = (a + \sqrt{5})(a^2 - \sqrt{5}a + 5)$

৪১. $x^3 + 3\sqrt{3}$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি? (মধ্যম)

ক $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$ ● $(x + \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{3}x + 3)$

গ $(x^2 + 3)(x + \sqrt{3})$ ঘ $(x + \sqrt{3})(x^2 + 3\sqrt{3})$

ব্যাখ্যা : $x^3 + 3\sqrt{3} = x^3 + (\sqrt{3})^3 = (x + \sqrt{3})\{x^2 - x\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2\}$
 $= (x + \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{3}x + 3)$

৪২. নিচের কোনটি $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)

ক $(a + b)$ খ $(a^2 - ab + b^2)$ ● $(a - b)$

৪৩. $2\sqrt{2}x^3 + 125$ এর একটি উৎপাদক কোনটি? (কঠিন)

ক $\sqrt{2}x + 5$ খ $2x + 5$ ● $\sqrt{2}x + 5$

ব্যাখ্যা : $2\sqrt{2}x^3 + 125 = (\sqrt{2}x)^3 + 5^3 = (\sqrt{2}x + 5)(2x^2 - 5\sqrt{2}x + 25)$

বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪৪. নিচের তথ্যগুলো লব কর:

- i. বীজগাণিতিক রাশিগুলো এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে
 ii. একাধিক পদবিশিষ্ট রাশির উৎপাদকও একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে।
 iii. $ax^2 + bx + c$ আকারের বহুপদীর উৎপাদক নির্ণয় করতে প্রথমে a ও c এর যোগফল নির্ণয় করতে হবে।

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

- i. কোনো রাশিকে এর উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলে

ii. $xz - 8z + x - 8 = (z - 1)(x + 8)$

iii. $x^4 - 27x = x(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● i ও iii গ ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৬. $a^2 - c^2 - 2ab + b^2$ রাশিটির একটি উৎপাদক—

i. $(a + b + c)$ ii. $(a - b + c)$ iii. $(a - b - c)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii ● ii ও iii গ i ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৭. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $x^2 - x - 2$ এর উৎপাদক $(x + 1)(x + 2)$

ii. $x^3 + 1$ এর উৎপাদক $(x + 1)(x^2 - x + 1)$

iii. $x^4 + x^2 + 1$ এর উৎপাদক $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

৪৮. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. $(p + x)(q + x)(r + x) = pqr + (pq + qr + rp)x + (p + q + r)x^2 + x^3$

ii. $p^3 + q^3 = (p + q)(p^2 - pq + q^2)$

iii. $p^4 + 2p^2 + 9 = (p^2 + 2p + 3)(p^2 - 2p + 3)$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

ক i ও ii গ i ও iii খ ii ও iii ● i, ii ও iii

৪৯. $a^2 - \frac{10}{3}ab + b^2$ রাশির উৎপাদক—

i. $(a + 3b)$ ii. $(a - 3b)$ iii. $\left(a - \frac{b}{3}\right)$

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

ক i ও ii খ i ও iii ● ii ও iii ঘ i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

ঘ $(a - 4b)$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫০ ও ৫১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(3x - 7)(x + 2) = ax^2 + bx + c$ হলে, ঘ $2x^2 + 5$

৫০. ab এর মান কোনটি? (সহজ)

ক 3 ● -3 গ $\frac{1}{3}$ ঘ $-\frac{1}{3}$

ব্যাখ্যা :

৫১. নিচের কোন সমীকরণটি সত্য? (মধ্যম)

ক $a = b$ খ $ab = 3$ ● $ac = -42$ ঘ $ac = 42$

ব্যাখ্যা : $a = 3, c = -14 \therefore ac = -42$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫২ ও ৫৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$ay + a - y^2 - 2y - 1$ একটি রাশি।

৫২. $y^2 + 2y + 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে হয়— (সহজ)

ক $y + 1$ খ $y^2 + 1$ গ $y^2 - 1$ ● $(y + 1)^2$

৫৩. প্রদত্ত রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ কোনটি? (সহজ)

ক $(y - 1)(y - a - 1)$ ● $(y + 1)(a - y - 1)$

গ $(y + 1)(y - a - 1)$ ঘ $(y - 1)(a - y - 1)$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫৪ - ৫৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$x^3 - x, x^5 - x^2$ এবং $x^6 - 1$ তিনটি বীজগাণিতীয় রাশি।

৫৪. নিচের কোনটি $x^3 - x$ এর একটি উৎপাদক? (সহজ)

ক x^2 ● $(x + 1)$ গ $(x + 2)$ ঘ $(x - 2)$

ব্যাখ্যা :

৫৫. নিচের কোনটি $(x^5 - x^2)$ এর উৎপাদক? (সহজ)

ক $(x + 1)$ ● $(x - 1)$ গ $(x - 2)$ ঘ x^3

৫৬. নিচের কোনটি $(x^6 - 1)$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)

● $(x^4 + x^2 + 1)$ খ $(x^3 - 1)$

গ $(x^2 + x + 1)$ ঘ $(x^4 - x^2 + 1)$

ব্যাখ্যা : $x^6 - 1 = (x^2)^3 - 1^3$
 $= (x + 1)(x - 1)(x^4 + x^2 + 1)$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৫৭ - ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$ একটি বীজগাণিতিক রাশি।

৫৭. $a - 1 = p$ এবং $a + 1 = q$ হলে রাশিটিকে p ও q এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- $px^2 + (pq + 1)xy + qy^2$
- খ) $px^2 - (pq - 1)xy + qy^2$
- গ) $px^2 + (pq - 1)xy + qy^2$
- ঘ) $px^2 + (pq - 1)xy - qy^2$

৫৮. প্রদত্ত রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন p নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $(x - ay - y)(ax - x - y)$
- খ) $(x + ay + y)(ax - x - y)$
- গ) $(x + ay - y)(ax - x - y)$
- $(x + ay + y)(ax - x + y)$

ব্যাখ্যা : $px^2 + (pq + 1)xy + qy^2 = px^2 + pqxy + xy + qy^2$
 $= px(x + qy) + y(x + qy) = (x + qy)(px + y)$
 $= \{x + (a + 1)y\} \{(a - 1)x + y\}$ [মান বসিয়ে]
 $= (x + ay + y)(ax - x + y)$

৫৯. $y = x$ হলে রাশিটির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন p নিচের কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $ax^2 + 2ax$ ● $ax(ax + 2x)$
- গ) $(x + ax)(x - ax)$ ঘ) $(ax + y)(x + y)$

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৬০ - ৬২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৬৩. $y^4 - 4y + 3$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন p কোনটি?

- ক) $(y - 1)(y^3 + y^2 + y - 3)$
- খ) $(y + 1)(y^3 + y^2 + y - 3)$
- $(y - 1)^2(y^2 + 2y + 3)$
- ঘ) $(y + 1)(y^2 + 2y - 3)$

৬৪. $3a^3 + 2a + 5$ এর উৎপাদক কোনটি?

- $a + 1$ খ) $a - 1$ গ) $3a + 1$ ঘ) $3a - 2$

৬৫. $x^4 + 4$ এর একটি উৎপাদক কোনটি?

- ক) $x^2 + 2x - 2$ খ) $x^2 - 2x - 2$

৬৬. $x^2 + x - 20$ এর উৎপাদক কোনটি?

- ক) $(x + 5)(x + 4)$ ● $(x + 5)(x - 4)$
- গ) $(x - 5)(x + 4)$ ঘ) $(x + 5)(x - 2)$

৬৭. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $ab + a - b - 1$

- ক) $(b + 1)(a + 1)$ ● $(b + 1)(a - 1)$
- গ) $(b - 1)(a + 1)$ ঘ) $(b - 1)(a - 1)$

৬৮. $2x^2 - 5x + 3$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন কোনটি?

- ক) $(2x - 3)(x + 1)$ খ) $(2x + 3)(x + 1)$
- $(2x - 3)(x - 1)$ ঘ) $(x - 3)(2x - 1)$

৬৯. $a^3 + a^2 + 1$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন p কোনটি?

- ক) $(a + 1)(a + 1)$ খ) $(a + 1)^2(a + 1)$
- গ) $(a + 1)^2(a + 1)^2$ ● $(a + 1)(a^2 + 1)$

৭০. $xy - y + x - 1$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন নিচের কোনটি?

- ক) $(y + 1)(x + 1)$ খ) $(y - 1)(x + 1)$
- $(x - 1)(y + 1)$ ঘ) $(x + 1)(y + 1)$

৭১. $a^2 - c^2 - 2ab + b^2$ এর সঠিক উৎপাদক কোনটি?

$a^6 - 64, a^3 - \frac{1}{8}$ এবং $x^2 + x - 20$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি

৬০. $a^6 - 64$ এর একটি উৎপাদক— (মধ্যম)

- $(a + 2)$ খ) $(a + 5)$ গ) $(a + 4)$ ঘ) $(a + 8)$

ব্যাখ্যা : $a^6 - 64 = (a^3)^2 - (8)^2 = (a^3 + 8)(a^3 - 8) = (a^3 + 2^3)(a^3 - 2^3)$
 $= (a + 2)(a^2 - 2a + 4)(a - 2)(a^2 + 2a + 4)$
 $= (a + 2)(a - 2)(a^2 - a + 4)(a^2 + a + 4)$

৬১. দ্বিতীয় রাশির একটি উৎপাদক— (মধ্যম)

- ক) $(a - 1)$ খ) $(2a - 1)$ ● $\left(a - \frac{1}{2}\right)$ ঘ) $\left(a + \frac{1}{2}\right)$

ব্যাখ্যা : $a^3 - \frac{1}{8} = a^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(a - \frac{1}{2}\right)\left\{a^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$
 $= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a^2 + \frac{a}{2} + \frac{1}{4}\right)$

৬২. তৃতীয় রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন p কোনটি? (মধ্যম)

- ক) $(x + 4)(x + 5)$ ● $(x + 5)(x - 4)$
- গ) $(x + 8)(x + 2)$ ঘ) $(x - 2)(x - 8)$

ব্যাখ্যা : $x^2 + x - 20 = x^2 - 4x + 5x - 20$
 $= x(x - 4) + 5(x - 4) = (x - 4)(x + 5)$

- ক) $(a + b + c)(a - b + c)$
- $(a - b - c)(a - b + c)$
- গ) $(a - b - c)(a + b - c)$
- ঘ) $(a + b + c)(a - b - c)$

৭২. $y^2 - 2ay + (a + b)(a - b)$ এর সঠিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করুন নিচের কোনটি?

- $(y - a + b)(y - a - b)$
- খ) $(y - a - b)(y + a + b)$
- গ) $(y + a - b)(y - a - b)$ ● $x^2 - 2x$
- ঘ) $(y - a + b)(y + a + b)$

৭৩. $x^2 + x - 56$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে নিচের কোনটি হবে?

- $(x - 7)(x + 8)$ খ) $(x - 7)(x - 8)$
- গ) $(x + 7)(x + 8)$ ঘ) $(x - 7)(x + 9)$

৭৪. i. $x^2 - 5x - 6$ এর একটি উৎপাদক $(x - 6)$

ii. $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$ এর একটি উৎপাদক $(x - y)$

iii. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2$ এর একটি উৎপাদক a

নিচের কোনটি সঠিক?

- ক) i ও ii ● i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭৫. $2x^4 + 16x$ রাশিটির উৎপাদকগুলো হলো —

- i. $2x$ ii. $x + 2$ iii. $x^2 + 4x + 4$

নিচের কোনটি সঠিক?

- i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

৭৬. $2m^4 + 16m$ রাশির উৎপাদক হলো—

- i. $2m$ ii. $m + 2$ iii. $(m^2 + 2m + 4)$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii খ i ও iii গ ii ও iii ● i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $x^2 - 2xy - 4y - 4$ ও $12x^2 + 17x + 6$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

- ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কী? ২
 খ. প্রথম রাশিকে দুইটি রাশির গুণফল আকারে প্রকাশ কর। ৪
 গ. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. কোনো বীজগণিতিক রাশির সম্ভাব্য উৎপাদকগুলো নির্ণয় করার পর রাশিটিকে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়।

খ. প্রদত্ত প্রথম রাশি

$$\begin{aligned} &= x^2 - 2xy - 4y - 4 \\ &= x^2 - 4 - 2xy - 4y \\ &= x^2 - (2)^2 - 2y(x + 2) \\ &= (x + 2)(x - 2) - 2y(x + 2) \\ &= (x + 2)(x - 2 - 2y) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. দ্বিতীয় রাশি $= 12x^2 + 17x + 6$

$$\begin{aligned} &= 12x^2 + 8x + 9x + 6 \\ &= 4x(3x + 2) + 3(3x + 2) \\ &= (3x + 2)(4x + 3) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-২ ▶ $x^6 - 64$, $x^3 + 8$, $4x^2 + 11x + 16$ তিনটি বীজগণিতিক রাশি।

- ক. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
 খ. প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪
 গ. প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির মধ্যকার সাধারণ উৎপাদক কত? ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রথম রাশি $= x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 + 2x + 4)$ Ans.

খ. দ্বিতীয় রাশি $= x^6 - 64 = (x^3)^2 - (8)^2$

$$\begin{aligned} &= (x^3 + 8)(x^3 - 8) = (x^3 + 2^3)(x^3 - 2^3) \\ &= (x + 2)(x^2 - 2x + 4) \times (x - 2)(x^2 + 2x + 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. 'ক' থেকে পাই, $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 + 2x + 4)$
 'খ' থেকে পাই, $x^6 - 64 = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$
 এখন, তৃতীয় রাশি $= 4x^2 + 11x + 6 = 4x^2 + 8x + 3x + 6$

$$\begin{aligned} &= 4x(x + 2) + 3(x + 2) \\ &= (x + 2)(4x + 3) \end{aligned}$$

প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে, এদের সাধারণ উৎপাদক $(x + 2)$ (Ans.)

প্রশ্ন-৩ ▶ $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$, $(x + 5)(x - 9) - 15$

- ক. প্রথম রাশিটিকে ২টি রাশির গুণফল আকারে প্রকাশ কর। ২
 খ. প্রথম রাশির সাথে -48 যোগ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪
 গ. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রথম রাশি $= (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$

$$\begin{aligned} &= (x^2 + 2x + 3x + 6)(x^2 + 4x + 5x + 20) \\ &= (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 9x + 20) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. প্রথম রাশির সাথে (-48) যোগ করে পাই,

$$\begin{aligned} & (x+2)(x+3)(x+4)(x+5) - 48 \\ &= (x+2)(x+5)(x+3)(x+4) - 48 \\ &= (x^2+7x+10)(x^2+7x+12) - 48 \\ &= (a+10)(a+12) - 48 \quad [x^2+7x=a \text{ ধরে}] \\ &= a^2+22a+120-48 = a^2+22a+72 \\ &= a^2+18a+4a+72 = a(a+18)+4(a+18) \\ &= (a+18)(a+4) \\ &= (x^2+7x+18)(x^2+8x+4) \quad [a \text{ এর মান বসিয়ে}] \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. $(x+5)(x-9)-15$

$$\begin{aligned} &= x^2+5x-9x-45-15 \\ &= x^2-4x-60 = x^2-10x+6x-60 \\ &= x(x-10)+6(x-10) = (x-10)(x+6) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ $a^2-1+2b-b^2, a^4+64b^4$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি

ক. উৎপাদক কাকে বলে?

২

খ. ১ম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

৪

গ. ২য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. কোনো রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলে।

$$\begin{aligned} \text{খ. ১ম রাশি} &= a^2-1+2b-b^2 = a^2-(b^2-2b+1) \\ &= a^2-(b-1)^2 = \{a+(b-1)\}\{a-(b-1)\} \\ &= (a+b-1)(a-b+1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গ. ২য় রাশি} &= a^4+64b^4 = (a^2)^2+(8b^2)^2 \\ &= (a^2)^2+2 \cdot a^2 \cdot 8b^2 + (8b^2)^2 - 16a^2b^2 \\ &= (a^2+8b^2)^2 - (4ab)^2 \\ &= (a^2+8b^2+4ab)(a^2+8b^2-4ab) \\ &= (a^2+4ab+8b^2)(a^2-4ab+8b^2) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ $a^2-c^2-2ab+b^2, x^2-5x-24$ এবং $4x^2+5x-6$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. প্রথম রাশিটি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

২

খ. দ্বিতীয় রাশিটির মান ০ (শূন্য) হলে, x এর মান কত?

৪

গ. তৃতীয় রাশিটি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং দুইটি বর্গের বিয়োগফল রূপে প্রকাশ কর।

৪

▶▶ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\begin{aligned} \text{ক. প্রথম রাশি} &= a^2-c^2-2ab+b^2 \\ &= a^2-2ab+b^2-c^2 = (a-b)^2-c^2 \\ &= (a-b+c)(a-b-c) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

খ. দ্বিতীয় রাশি $= x^2-5x-24$

$$\text{প্রশ্নমতে, } x^2-5x-24=0$$

$$\text{বা, } x^2+3x-8x-24=0$$

$$\text{বা, } x(x+3)-8(x+3)=0$$

$$\text{বা, } (x+3)(x-8)=0$$

$$\text{হয়, } x+3=0 \quad \text{অথবা, } x-8=0$$

$$\therefore x = -3$$

$$\therefore x = 8$$

নির্ণেয় মান : $x = -3, 8$

$$\begin{aligned} \text{গ. তৃতীয় রাশি} &= 4x^2 + 5x - 6 = 4x^2 - 3x + 8x - 6 \\ &= x(4x - 3) + 2(4x - 3) = (4x - 3)(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 4x^2 + 5x - 6 &= (4x - 3)(x + 2) \\ &= \left\{ \frac{(4x - 3) + (x + 2)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(4x - 3) - (x + 2)}{2} \right\}^2 \\ &= \left(\frac{4x - 3 + x + 2}{2} \right)^2 - \left(\frac{4x - 3 - x - 2}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{5x - 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{3x - 5}{2} \right)^2 \\ \therefore 4x^2 + 5x - 6 &= \left(\frac{5x - 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{3x - 5}{2} \right)^2 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-৬ ▶ $8x^2 + 2xy - 15y^2$; $16x^2 - 25y^2$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

ক. ২য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. দেখাও যে, রাশি দুইটির সাধারণ উৎপাদক $(4x - 5y)$ ৪

গ. ১ম রাশিকে দুইটি রাশির বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক. $(4x + 5y)(4x - 5y)$; গ. $(3x - y)^2 - (4y - x)^2$

প্রশ্ন-৭ ▶ $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$ রাশিতে $a - 1 = p$ এবং $a + 1 = q$ হলে—

ক. রাশিটিতে a^2 এর মানটি p ও q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. রাশিটির উৎপাদক নির্ণয় কর। ৪

গ. $x^2 + 2xy - y^2pq$ রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং দেখাও যে, উদ্দীপক ও প্রদত্ত রাশি দুইটির সাধারণ উৎপাদক $(x + y + ay)$ ৪

উত্তর : ক. $pq + 1$; খ. $(x + ay + y)(ax - x + y)$; গ. $(x + y + ay)(x + y - ay)$

অনুশীলনী ৩.৪

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ ভাগশেষ উপপাদ্য (Remainder Theorem) :

আমরা জানি, ভাজ্য = ভাজক \times ভাগফল + ভাগশেষ

যদি আমরা ভাজ্যকে $f(x)$, ভাগফলকে $h(x)$, ভাগশেষকে r ও ভাজককে $(x - a)$ দ্বারা সূচিত করি, তাহলে উপরের সূত্র থেকে পাই,

$$f(x) = (x - a) \cdot h(x) + r \text{ এই সূত্রটি } a \text{ এর সকল মানের জন্য সত্য।}$$

অতএব, $f(x)$ কে $(x - a)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় $f(a)$ । এই সূত্র ভাগশেষ উপপাদ্য (Remainder theorem) নামে পরিচিত। অর্থাৎ, ধনাত্মক মাত্রার কোনো বহুপদী $f(x)$ কে $(x - a)$ আকারের বহুপদী দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা ভাগ না করে বের করার সূত্রই হলো ভাগশেষ উপপাদ্য। ভাজক বহুপদী $(x - a)$ এর মাত্রা 1।

প্রতিজ্ঞা : যদি $f(x)$ এর মাত্রা ধনাত্মক হয় এবং $a \neq 0$ হয়, তবে $f(x)$ কে $(ax + b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় $f\left(-\frac{b}{a}\right)$

অনুসিদ্ধান্ত : $(x - a)$, $f(x)$ এর উৎপাদক হবে, যদি এবং কেবল যদি $f(a) = 0$ হয়।

কোনো বহুপদী $f(x)$, $(x - a)$ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি এবং কেবল যদি $f(a) = 0$ হয়। এই সূত্র উৎপাদক উপপাদ্য (Factor theorem) নামে পরিচিত।

অনুসিদ্ধান্ত : $ax + b$, $a \neq 0$ হলে, রাশিটি কোনো বহুপদী $f(x)$ এর উৎপাদক হবে, যদি এবং কেবল যদি $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ হয়।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

প্রশ্ন ১ ১ $6x^2 - 7x + 1$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 6x^2 - 7x + 1$

$$\begin{aligned} \therefore f(1) &= 6(1)^2 - 7(1) + 1 \\ &= 6 - 7 + 1 = 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x - 1) \square f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 6x^2 - 7x + 1 &= 6x^2 - 6x - x + 1 \\ &= 6x(x - 1) - 1(x - 1) = (x - 1)(6x - 1) \\ &= (6x - 1)(x - 1) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১ ২ $3a^3 + 2a + 5$

সমাধান : ধরি, $f(a) = 3a^3 + 2a + 5$

$$\begin{aligned} \therefore f(-1) &= 3(-1)^3 + 2(-1) + 5 \\ &= -3 - 2 + 5 = 0 \end{aligned}$$

$\therefore (a + 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 3a^3 + 2a + 5 &= 3a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 3a + 5a + 5 \\ &= 3a^2(a + 1) - 3a(a + 1) + 5(a + 1) \\ &= (a + 1)(3a^2 - 3a + 5) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১ ৩ $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$

সমাধান : এখানে, x কে চলক এবং y কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা করি।

প্রদত্ত রাশিকে x -এর বহুপদী বিবেচনা করে

$$\text{ধরি, } f(x) = x^3 - 7xy^2 - 6y^3$$

$$\therefore f(-y) = (-y)^3 - 7(-y)y^2 - 6y^3$$

$$= -y^3 + 7y^3 - 6y^3 = 0$$

$\therefore x - (-y)$ বা, $(x + y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } x^3 - 7xy^2 - 6y^3$$

$$= x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - 6xy^2 - 6y^3$$

$$= x^2(x + y) - xy(x + y) - 6y^2(x + y)$$

$$= (x + y)(x^2 - xy - 6y^2)$$

$$= (x + y)(x^2 - 3xy + 2xy - 6y^2)$$

$$= (x + y)\{x(x - 3y) + 2y(x - 3y)\}$$

$$= (x + y)(x - 3y)(x + 2y) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $x^2 - 5x - 6$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^2 - 5x - 6$

$$\therefore f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) - 6$$

$$= 1 + 5 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$\therefore x - (-1)$ বা, $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } x^2 - 5x - 6$$

$$= x^2 + x - 6x - 6 = x(x + 1) - 6(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x - 6) = (x - 6)(x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $2x^2 - x - 3$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 2x^2 - x - 3$

$$\therefore f(-1) = 2(-1)^2 - (-1) - 3 = 2 + 1 - 3 = 3 - 3 = 0$$

$\therefore \{x - (-1)\}$ বা, $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } 2x^2 - x - 3 = 2x^2 + 2x - 3x - 3$$

$$= 2x(x + 1) - 3(x + 1) = (x + 1)(2x - 3)$$

$$= (2x - 3)(x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $3x^2 - 7x - 6$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$

$$\therefore f(3) = 3.(3)^2 - 7.(3) - 6$$

$$= 3 \times 9 - 21 - 6 = 27 - 27 = 0$$

$\therefore (x - 3)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } 3x^2 - 7x - 6 = 3x^2 - 9x + 2x - 6$$

$$= 3x(x - 3) + 2(x - 3) = (x - 3)(3x + 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$$\therefore f(-1) = (-1)^3 + 2(-1)^2 - 5(-1) - 6$$

$$= -1 + 2 + 5 - 6 = 7 - 7 = 0$$

$\therefore x - (-1)$ বা, $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

$$= x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6$$

$$= x^2(x + 1) + x(x + 1) - 6(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x + 1)(x^2 + 3x - 2x - 6)$$

$$= (x + 1)\{x(x + 3) - 2(x + 3)\}$$

$$= (x + 1)(x + 3)(x - 2)$$

$$= (x - 2)(x + 1)(x + 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $x^3 + 4x^2 + x - 6$

সমাধান : মনে করি, $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$\therefore f(1) = (1)^3 + 4(1)^2 + (1) - 6$$

$$= 1 + 4 + 1 - 6 = 6 - 6 = 0$$

$\therefore (x - 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $x^3 + 4x^2 + x - 6$

$$= x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6$$

$$= x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1)$$

$$= (x - 1)(x^2 + 5x + 6)$$

$$= (x - 1)(x^2 + 3x + 2x + 6)$$

$$= (x - 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\}$$

$$= (x - 1)(x + 3)(x + 2)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x + 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $a^3 + 3a + 36$

সমাধান : মনে করি, $f(a) = a^3 + 3a + 36$

$$f(-3) = (-3)^3 + 3(-3) + 36$$

$$= -27 - 9 + 36 = 36 - 36 = 0$$

$\therefore a - (-3)$ বা, $(a + 3)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^3 + 3a + 36$

$$= a^3 + 3a^2 - 3a^2 - 9a + 12a + 36$$

$$= a^2(a + 3) - 3a(a + 3) + 12(a + 3)$$

$$= (a + 3)(a^2 - 3a + 12) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১০ ৥ $a^4 - 4a + 3$

সমাধান : মনে করি, $f(a) = a^4 - 4a + 3$

$$\therefore f(1) = (1)^4 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 4 - 4 = 0$$

$\therefore (a - 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^4 - 4a + 3$

$$= a^4 - a^3 + a^3 - a^2 + a^2 - a - 3a + 3$$

$$= a^3(a - 1) + a^2(a - 1) + a(a - 1) - 3(a - 1)$$

$$= (a - 1)(a^3 + a^2 + a - 3)$$

$$= (a - 1)(a^3 - a^2 + 2a^2 - 2a + 3a - 3)$$

$$= (a - 1)\{a^2(a - 1) + 2a(a - 1) + 3(a - 1)\}$$

$$= (a - 1)(a - 1)(a^2 + 2a + 3)$$

$$= (a - 1)^2(a^2 + 2a + 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ৥ $a^3 - a^2 - 10a - 8$

সমাধান : মনে করি, $f(a) = a^3 - a^2 - 10a - 8$

$$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 10(-1) - 8$$

$$= -1 - 1 + 10 - 8$$

$$= -10 + 10 = 0$$

$\therefore a - (-1)$ বা, $(a + 1)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

এখন, $a^3 - a^2 - 10a - 8$

$$\begin{aligned}
 &= a^3 + a^2 - 2a^2 - 2a - 8a - 8 \\
 &= a^2(a + 1) - 2a(a + 1) - 8(a + 1) \\
 &= (a + 1)(a^2 - 2a - 8) \\
 &= (a + 1)(a^2 - 4a + 2a - 8) \\
 &= (a + 1)\{a(a - 4) + 2(a - 4)\} \\
 &= (a + 1)(a - 4)(a + 2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২ ৥ $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 4$

$$\begin{aligned}
 \therefore f(2) &= (2)^3 - 3(2)^2 + 4 \cdot 2 - 4 \\
 &= 8 - 12 + 8 - 4 = 16 - 16 = 0
 \end{aligned}$$

$\therefore (x - 2), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
 \text{এখন, } x^3 - 3x^2 + 4x - 4 &= x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 2x - 4 \\
 &= x^2(x - 2) - x(x - 2) + 2(x - 2) \\
 &= (x - 2)(x^2 - x + 2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

সমাধান : ধরি, $f(a) = a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$

$$\begin{aligned}
 \therefore f(b) &= (b)^3 - 7(b)^2 \cdot b + 7(b)b^2 - b^3 \\
 &= b^3 - 7b^3 + 7b^3 - b^3 = 0
 \end{aligned}$$

$\therefore (a - b), f(a)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
 \text{এখন, } a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3 &= a^3 - a^2b - 6a^2b + 6ab^2 + ab^2 - b^3 \\
 &= a^2(a - b) - 6ab(a - b) + b^2(a - b) \\
 &= (a - b)(a^2 - 6ab + b^2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৪ ৥ $x^3 - x - 24$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^3 - x - 24$

$$\therefore f(3) = (3)^3 - 3 - 24 = 27 - 27 = 0$$

$\therefore (x - 3), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
 \text{এখন, } x^3 - x - 24 &= x^3 - 3x^2 + 3x^2 - 9x + 8x - 24 \\
 &= x^2(x - 3) + 3x(x - 3) + 8(x - 3) \\
 &= (x - 3)(x^2 + 3x + 8) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৫ ৥ $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$

$$\begin{aligned}
 \therefore f(-y) &= (-y)^3 + 6(-y)^2 \cdot y + 11(-y) \cdot y^2 + 6y^3 \\
 &= -y^3 + 6y^3 - 11y^3 + 6y^3 \\
 &= 12y^3 - 12y^3 = 0
 \end{aligned}$$

$\therefore x - (-y)$ বা, $(x + y), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
 \text{তাহলে, } x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3 &= x^3 + x^2y + 5x^2y + 5xy^2 + 6xy^2 + 6y^3 \\
 &= x^2(x + y) + 5xy(x + y) + 6y^2(x + y) \\
 &= (x + y)(x^2 + 5xy + 6y^2) \\
 &= (x + y)(x^2 + 3xy + 2xy + 6y^2) \\
 &= (x + y)\{x(x + 3y) + 2y(x + 3y)\} \\
 &= (x + y)(x + 2y)(x + 3y) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

সমাধান : ধরি $f(x) = 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$

$$\therefore f(2) = 2.(2)^4 - 3.(2)^3 - 3.2 - 2 \\ = 32 - 24 - 6 - 2 = 32 - 32 = 0$$

$\therefore (x - 2), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } 2x^4 - 3x^3 - 3x - 2 \\ = 2x^4 - 4x^3 + x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + x - 2 \\ = 2x^3(x - 2) + x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + 1(x - 2) \\ = (x - 2)(2x^3 + 2x + x^2 + 1) \\ = (x - 2)\{2x(x^2 + 1) + 1(x^2 + 1)\} \\ = (x - 2)(x^2 + 1)(2x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$

$$\therefore f(-1) = 4(-1)^4 + 12(-1)^3 + 7(-1)^2 - 3(-1) - 2 \\ = 4 - 12 + 7 + 3 - 2 = 14 - 14 = 0$$

$\therefore x - (-1)$ বা, $(x + 1), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2 \\ = 4x^4 + 4x^3 + 8x^3 + 8x^2 - x^2 - x - 2x - 2 \\ = 4x^3(x + 1) + 8x^2(x + 1) - x(x + 1) - 2(x + 1) \\ = (x + 1)(4x^3 + 8x^2 - x - 2) \\ = (x + 1)\{4x^2(x + 2) - 1(x + 2)\} \\ = (x + 1)(x + 2)(4x^2 - 1) \\ = (x + 1)(x + 2)(2x + 1)(2x - 1) \\ = (2x - 1)(x + 1)(x + 2)(2x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

সমাধান : ধরি, $f(x) = x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$

$$\therefore f(1) = (1)^6 - (1)^5 + (1)^4 - (1)^3 + (1)^2 - 1 \\ = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = 3 - 3 = 0$$

$\therefore (x - 1), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\text{এখন, } x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x \\ = x(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1) \\ = x\{x^4(x - 1) + x^2(x - 1) + 1(x - 1)\} \\ = x(x - 1)(x^4 + x^2 + 1) \\ = x(x - 1)\{(x^2)^2 + 2.x^2.1 + (1)^2 - x^2\} \\ = x(x - 1)\{(x^2 + 1)^2 - (x)^2\} \\ = x(x - 1)(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) \\ = x(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৥ $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$

$$\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5\left(\frac{1}{4}\right) - 1 \\ = 4 \times \frac{1}{64} - 5 \cdot \frac{1}{16} + \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1 \\ = \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16} = \frac{21 - 21}{16} = \frac{0}{16} = 0$$

$\therefore \left(x - \frac{1}{4}\right)$ বা, $(4x - 1), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
 &\text{এখন, } 4x^3 - 5x^2 + 5x - 1 \\
 &= 4x^3 - x^2 - 4x^2 + x + 4x - 1 \\
 &= x^2(4x - 1) - x(4x - 1) + 1(4x - 1) \\
 &= (4x - 1)(x^2 - x + 1) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন ১২০ ৥ $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

সমাধান : ধরি, $f(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$

$$\begin{aligned}
 \therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) &= 18\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 15\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \\
 &= 18 \times \left(-\frac{1}{8}\right) + 15 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 2 \\
 &= -\frac{9}{4} + \frac{15}{4} + \frac{1}{2} - 2 \\
 &= \frac{-9 + 15 + 2 - 8}{4} = \frac{-17 + 17}{4} = \frac{0}{4} = 0
 \end{aligned}$$

$\therefore x - \left(-\frac{1}{2}\right)$ বা, $(2x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}
 &\text{এখন, } 18x^3 + 15x^2 - x - 2 \\
 &= 18x^3 + 9x^2 + 6x^2 + 3x - 4x - 2 \\
 &= 9x^2(2x + 1) + 3x(2x + 1) - 2(2x + 1) \\
 &= (2x + 1)(9x^2 + 3x - 2) \\
 &= (2x + 1)(9x^2 - 3x + 6x - 2) \\
 &= (2x + 1)\{3x(3x - 1) + 2(3x - 1)\} \\
 &= (2x + 1)(3x - 1)(3x + 2) \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. যদি $f(x)$ এর মাত্রা ধনাত্মক হয় তবে কোন শর্তে $f(x)$ কে $(ax + b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় $f\left(-\frac{b}{a}\right)$?

- $a \neq 0$ (খ) $a = 0$ (গ) $a > 0$ (ঘ) $a < 0$

২. $a^3 - 3ab^2 + 2b^3$ এর উৎপাদক—

- i. $a - b$ ii. $a + 2b$ iii. $a^2 + ab + 2b^2$
নিচের কোনটি সঠিক?

৩.৫ : ভাগশেষ উপপাদ্য

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪. ধনাত্মক মাত্রার কোনো বহুপদী $f(x)$ কে $(x - a)$ আকারের বহুপদী দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা ভাগ না করে বের করার সূত্র কোনটি? (সহজ)

- ভাগশেষ উপপাদ্য (খ) ভাগফল উপপাদ্য
(গ) ভাজক উপপাদ্য (ঘ) ভাজ্য উপপাদ্য

৫. কোনো বহুপদী $f(x)$, $(x - a)$ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি এবং কেবল যদি $f(a) = 0$ হয়, এই সূত্রটি কী নামে পরিচিত? (সহজ)

- (ক) ভাগশেষ উপপাদ্য (খ) ভাগফল উপপাদ্য
(গ) ভাজ্য উপপাদ্য ● উৎপাদক উপপাদ্য

৬. যদি $f(x)$ এর মাত্রা ধনাত্মক এবং $a \neq 0$ হয়, তবে $f(x)$ কে $(ax + b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হয়? (মধ্যম)

- (ক) $f\left(\frac{1}{a}\right)$ (খ) $f\left(\frac{a}{b}\right)$ ● $f\left(-\frac{b}{a}\right)$ (ঘ) $f(ab)$

৭. $f(x)$ কে $(x - a)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হয়? (সহজ)

- (ক) $f(x)$ (খ) $f(0)$ ● $f(a)$ (ঘ) 2

৮. কোন শর্ত সাপেক্ষে $f(x)$, $(x - a)$ দ্বারা বিভাজ্য হবে? (সহজ)

- $f(a) = 0$ (খ) $f(a) = 1$ (গ) $f(a) = -1$

৯. কোন শর্ত সাপেক্ষে $(ax + b)$ রাশিটি $f(x)$ এর উৎপাদক হবে? (সহজ)

- $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ (খ) $f\left(\frac{b}{a}\right) = 0$

- (গ) $f\left(-\frac{a}{b}\right) = 0$ (ঘ) $f(ab) = 0$

১০. ভাজক বহুপদী যদি ভাজ্য বহুপদীর একটি উৎপাদক হয়, তবে ভাগশেষ নিচের কোনটি? (সহজ)

- (ক) 1 (খ) x (গ) a ● 0

১১. x এর মান কত হলে, $x^3 + 4x^2 + x - 6$ এর মান শূন্য হয়? (মধ্যম)

- (ক) 0 ● 1 (গ) -1 (ঘ) 2

ব্যাখ্যা :

$$= 1 + 4 + 1 - 6 = 0$$

১২. x = কত হলে, $6x^2 - 7x + 1$ এর মান শূন্য হয়? (সহজ)

- (ক) -1 (খ) 0 ● 1 (ঘ) 2

- i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩. $f(x) = 6x^2 - x - 1$ এর জন্য—

- i. $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ ii. $f(0) = 1$

iii. $(3x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii ● i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৩. $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(3x + 2)$ হলে নিচের কোনটির মান শূন্য হবে? (সহজ)

- (ক) $f(3)$ (খ) $f(2)$ (গ) $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ● $f\left(-\frac{2}{3}\right)$

১৪. m = কত হলে, $4m^3 - 5m^2 + 5m - 1$ এর মান শূন্য হয়?

- (ক) 2 (খ) -1 (গ) 1 ● $\frac{1}{4}$

ব্যাখ্যা :

$$\begin{aligned} \therefore f\left(\frac{1}{4}\right) &= 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 + 5 \cdot \frac{1}{4} - 1 \\ &= \frac{4}{64} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{16} - \frac{5}{16} + \frac{5}{4} - 1 \\ &= \frac{1 - 5 + 20 - 16}{16} = \frac{0}{16} = 0 \end{aligned}$$

১৫. $f(x) = x^3 - x - k$ এবং $f(2) = 0$ হলে, k এর মান কত?

- (ক) -6 ● 6 (গ) 8 (ঘ) 16

ব্যাখ্যা :

১৬. $f(x) = 54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$ এবং $f\left(-\frac{1}{2}a\right) = 0$ হলে,

$f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে? (মধ্যম)

- (ক) $2x - a$ (খ) $x + a$ ● $2x + a$ (ঘ) $x + 2a$

১৭. k = কত হলে, $k^3 - k - 6$ এর মান শূন্য হবে? (মধ্যম)

- (ক) -1 (খ) 1 ● 2 (ঘ) 3

১৮. নিচের কোনটি $ay + a - y^2 - 2y - 1$ এর উৎপাদক? (মধ্যম)

- (ক) $(y - 1)$ ● $(a - y - 1)$ (গ) $(a - y)$

১৯. $f(a) = a^3 - 3a^2b + 2b^3$ এবং $a = b$ বসালে $f(a) = 0$ হয়।

রাশিটির একটি উৎপাদক কত? (সহজ)

- $a - b$ (খ) $b - a$ (গ) $a + b$ (ঘ) ab

২০. $80a^6 - 5$ এর একটি উৎপাদক নিচের কোনটি? (সহজ)

- (ক) $4a^6 - 1$ (খ) $4a^2 - 1$ ● $4a^3 + 1$ (ঘ) $4a^4 + 1$

২১. নিচের কোনটি $4x^2 + 5x - 6$ এর একটি উৎপাদক? (সহজ)

- (ক) $(x + 1)$ ● $(x + 2)$ (গ) $(x + 3)$ (ঘ) $(x - 4)$

বহুপদী সমাস্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর $x = 1$ হলে, $x^3 + 4x^2$

২২. $f(x)$ কে $(ax + b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ $f\left(-\frac{b}{a}\right)$ হবে যদি—

- i. $f(x)$ এর মাত্রা ঋণাত্মক হয় ii. $f(x)$ এর মাত্রা ধনাত্মক হয়

- iii. $a \neq 0$ হয়
নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)
কি i ও ii খি i ও iii ● ii ও iii ঘি i, ii ও iii
২৩. $f(a) = a^3 + 3a + 36$ এবং $(a + 3)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক হলে—
i. $f(-3) = 0$ হবে
ii. $(a - 4)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক হবে
iii. $(a^2 - 3a + 12)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক হবে
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
কি i ও ii ● i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii
২৪. $f(x) = x^3 - x - 6$ হলে—
i. $f(1) = 0$ ii. $f(2) = 0$
iii. $(x - 2)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
কি i ও ii খি i ও iii ● ii ও iii ঘি i, ii ও iii
২৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
i. $f(x) = x^3 - 3x^2y + 2y^3$ হলে, $f(y) = 0$
ii. $f(x) = x^4 - 4x + 3$ হলে, $f(1) = 0$
iii. $f(x) = x^3 - x - 24$ হলে, $f(3) = 0$
নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii

□ □ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

- নিচের তথ্যের আলোকে ২৬ – ২৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $f(x) = 36x^2 - 8x - 15$
২৬. $f(-2) =$ কত? (সহজ)
কি 113 ● 145 গি 151 ঘি 175
২৭. $f(x)$ কে $(2x - 1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে? (মধ্যম)
● -10 খি -5 গি 10 ঘি 20
২৮. $f\left(-\frac{1}{2}\right) =$ কত? (সহজ)
কি -5 খি -4 ● -2 ঘি 2
- নিচের তথ্যের আলোকে ২৯ – ৩১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $f(x) = x^3 + xy^2 + 2y^3$ এবং $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $g(x) = x^2 + xy - 2y^2$
২৯. $g(y) =$ কত? (সহজ)
কি -2 ● 0 গি 2 ঘি x
৩০. নিচের কোনটি $g(x)$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
● $x - y$ খি $x + y$ গি 2 ঘি x
৩১. নিচের কোনটি $f(x)$ এর একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
88. $f(x)$ কে $ax + b$ দ্বারা ভাগ করলে, ভাগশেষ হবে—
কি $f\left(-\frac{a}{b}\right)$ ● $f\left(-\frac{b}{a}\right)$ গি $f\left(\frac{a}{b}\right)$ ঘি $f\left(\frac{b}{a}\right)$
৪৫. $(x + a)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হলে, কোনটি সঠিক?
কি $f(a) = 0$ খি $f\left(\frac{a}{b}\right) = 0$ গি $x + a = 0$ ● $f(-a) = 0$

- কি $x - 2y$ খি $x - y$ ● $x + y$ ঘি $x + 3y$
■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩২ ও ৩৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $f(x) = x^4 - 4x + 3$
৩২. x এর মান কত হলে $f(x) = 0$ হবে? (সহজ)
● 1 খি -1 গি 3 ঘি -3
৩৩. রাশিটির একটি উৎপাদক কত? (সহজ)
কি $x - 3$ ● $x - 1$ গি $x + 3$ ঘি $x + 1$
■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩৪ – ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $f(x) = 3a^3 + 2a + 5$
৩৪. প্রদত্ত $f(x)$ এর ধ্রুব পদ কত? (সহজ)
কি 2 খি 3 ● 5 ঘি 10
৩৫. নিচের কোনটি $f(x)$ এর একটি উৎপাদক? (সহজ)
কি $(x - 1)$ ● $(x + 1)$ গি $(x + 2)$ ঘি $(x + 5)$
৩৬. $f(x)$ কে উৎপাদক বিশ্লেষণ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে?
কি $(a + 5)(3a^2 - 3a + 5)$ ● $(a + 1)(3a^2 - 3a + 5)$
গি $(a - 1)(3a^2 - 3 + 5)$ ঘি $(a + 1)(3a^2 + 3a + 5)$
- নিচের তথ্যের আলোকে ৩৭ ও ৩৮ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x^2 + (3p^2 - 2)\frac{x}{p} - 6$ একটি বীজগণিতীয় রাশি।
৩৭. $x =$ কত হলে রাশিটির মান শূন্য হয়? (সহজ)
কি $2p$ খি $3p$ ● $-3p$ ঘি p
৩৮. নিচের কোনটি রাশিটির একটি উৎপাদক? (সহজ)
কি $(x + p)$ খি $(x - 3p)$ গি $(x + 2p)$ ● $\left(x - \frac{2}{p}\right)$
- নিচের তথ্যের আলোকে ৩৯ – ৪১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$ এবং $(x - 2y)^2 - y^2$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।
৩৯. x এর কোন মানের জন্য প্রথম রাশির মান শূন্য হয়? (সহজ)
কি y ● $-y$ গি $2y$ ঘি $-3y$
৪০. নিচের কোনটি প্রথম রাশির উৎপাদক? (মধ্যম)
● $(x + 2y)$ খি $(x + 3y)$ গি $(x - y)$ ঘি $(x + 4y)$
৪১. দ্বিতীয় রাশির উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
কি $(x + y)$ খি $(x - 2y)$ গি $(x + 3y)$ ● $(x - y)$
- নিচের তথ্যের আলোকে ৪২ ও ৪৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$
৪২. রাশিটির সর্বোচ্চ ঘাত কত? (সহজ)
কি 1 খি 2 ● 3 ঘি 4
৪৩. নিচের কোনটি রাশিটির একটি উৎপাদক? (মধ্যম)
কি $(x + 2)$ ● $(x^2 + x + 1)$ গি $(x + 1)$
৪৬. $(ax - b)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি এবং কেবল যদি হয়।
কি $f(b) = 0$ খি $f(a) = 0$ গি $f\left(\frac{a}{b}\right) = 0$ ● $f\left(\frac{b}{a}\right) = 0$
৪৭. $f(a) = a^3 - 3a^2b + 2b^3$ এবং $a = b$ বসালে $f(a) = 0$ হয়। রাশিটির একটি উৎপাদক কত?

কি $a - b$ ● $b - a$ গি $a + b$ ঘি ab

৪৮. $f(x)$ এর একটি উৎপাদক $(3x + 2)$ হলে নিচের কোনটির মান শূন্য হবে?

কি $f(3)$ খি $f(2)$ গি $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ● $f\left(-\frac{2}{3}\right)$

৪৯. x -এর মান কত হলে $x^3 + 6x^2y + 11xy^2 + 6y^3$ -এর মান শূন্য হবে?

কি $2y$ খি y ● $-y$ ঘি $3y$

৫০. $f(x) = x^4 - 7x - 2$ হলে, $f(x)$ কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

কি 2 খি 1 ● 0 ঘি -1

৫১. $6x^2 - 7x + 5$ কে $(x + 1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত?

কি 4 খি 5 গি 6 ● 18

৫২. $f(x) = x^3 + 3x + 36$, $g(x) = x^4 - 4x + 3$ এবং $h(x) = x^3 - x - 24$ তিনটি বহুপদী হলে—

i. $x + 3$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক

ii. $x - 1$, $g(x)$ এর একটি উৎপাদক

iii. $x - 3$, $h(x)$ এর একটি উৎপাদক

নিচের কোনটি সঠিক?

কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii

৫৩. $f(a) = a^3 + 3a + 36$ এবং $(a + 3)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক হলে—

i. $f(-3) = 0$ এর একটি উৎপাদক

ii. $(a - 4)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক হবে

iii. $(a^2 - 3a - 8)$, $f(a)$ এর একটি উৎপাদক হবে

নিচের কোনটি সঠিক?

কি i ও ii ● i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $x^3 - 21x - 20$ ও $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ দুইটি রাশি।ক. $(x + 2)$ দ্বারা প্রথম রাশিটি বিভাজ্য কি না? ২

খ. প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, $f(x) = x^3 - 21x - 20$ ∴ $f(x)$, $f(x + 2)$ দ্বারা বিভাজ্য হলে, $f(-2) = 0$ হবে।এখন, $f(-2) = (-2)^3 - 21(-2) - 20$

$$= -8 + 42 - 20 = -28 + 42 = 14$$

∴ $f(-2) \neq 0$ ∴ $(x + 2)$ দ্বারা প্রথম রাশিটি বিভাজ্য নয়।খ. প্রদত্ত রাশি = $x^3 - 21x - 20$ মনে করি, $f(x) = x^3 - 21x - 20$ এখানে, $f(-1) = (-1)^3 - 21(-1) - 20$

$$= -1 + 21 - 20 = 21 - 21 = 0$$

∴ $x - (-1)$ বা, $(x + 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।এখন, $x^3 - 21x - 20$

$$= x^3 + x^2 - x^2 - x - 20x - 20$$

$$= x^2(x + 1) - x(x + 1) - 20(x + 1)$$

$$= (x + 1)(x^2 - x - 20)$$

$$= (x + 1)(x^2 - 5x + 4x - 20)$$

$$= (x + 1)\{x(x - 5) + 4(x - 5)\}$$

$$= (x + 1)(x - 5)(x + 4) \text{ (Ans.)}$$

গ. প্রদত্ত রাশি = $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ মনে করি, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ এখানে, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 1$

$$= \frac{2}{8} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 1$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{3}{2} - 1 = \frac{1 - 3 + 6 - 4}{4} = \frac{7 - 7}{4} = 0$$

$$\therefore x - \left(\frac{1}{2}\right) = x - \frac{1}{2}$$

অর্থাৎ $(2x - 1)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।এখন, $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 2x^3 - x^2 - 2x^2 + x + 2x - 1$

$$= x^2(2x - 1) - x(2x - 1) + 1(2x - 1)$$

$$= (2x - 1)(x^2 - x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-২ ▶ $f(x) = x^3 + 3x + 36$ একটি বহুপদী।ক. দেখাও যে, $(x - a)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি ও কেবল যদি $f(a) = 0$ হয়। ২খ. $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪গ. $g(x) = x^4 + x^3 - 25x^2 - 37x + 60$ হলে দেখাও যে, $f(x)$ ও $g(x)$ এর সাধারণ উৎপাদক $(x + 3)$ ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, $f(a) = 0$

অতএব, ভাগশেষ উপপাদ্য অনুযায়ী, $f(x)$ কে $(x - a)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ শূন্য হবে। অর্থাৎ $(x - a), f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে।

বিপরীতক্রমে, ধরি, $(x - a), f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

অতএব, $f(x) = (x - a) \cdot h(x)$, যেখানে $h(x)$ বহুপদী।

উভয়পক্ষে $x = a$ বসিয়ে পাই,

$$f(a) = (a - a) \cdot h(a) = 0$$

$$\therefore f(a) = 0$$

সুতরাং, কোনো বহুপদী $f(x)$, $(x - a)$ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি এবং কেবল যদি $f(a) = 0$ হয়। (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + 3x + 36$

$$\text{এখন, } f(-3) = (-3)^3 + 3(-3) + 36$$

$$= -27 - 9 + 36 = -36 + 36 = 0$$

$$\therefore x - (-3) = x + 3, f(x) \text{ এর একটি উৎপাদক।}$$

$$\text{এখন, } x^3 + 3x + 36$$

$$= x^3 + 3x^2 - 3x^2 - 9x + 12x + 36$$

$$= x^2(x + 3) - 3x(x + 3) + 12(x + 3)$$

$$= (x + 3)(x^2 - 3x + 12) \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $g(x) = x^4 + x^3 - 25x^2 - 37x + 60$

$$\text{এখন, } g(-3) = (-3)^4 + (-3)^3 - 25(-3)^2 - 37(-3) + 60$$

$$= 81 - 27 - 225 + 111 + 60 = 252 - 225 = 27$$

$$= 81 - 27 - 225 + 111 + 60 = 252 - 225 = 27$$

$$\therefore x - (-3) \text{ বা, } (x + 3), g(x) \text{ এর একটি উৎপাদক।}$$

আবার, 'খ' থেকে পাই,

$$f(x) = (x + 3)(x^2 - 3x + 12)$$

$$\therefore f(x) \text{ ও } g(x) \text{ এর সাধারণ উৎপাদক } (x + 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৩ ▶ $f(x)$ কে $(ax + b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় $f\left(-\frac{b}{a}\right)$ ।

$$\text{যেখানে, } f(x) = x^2 + 4x - 12$$

ক. ভাগশেষ উপপাদ্যটি বীজগাণিতিক সমীকরণে প্রকাশ কর।

২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণে $a = 1, b = -2$ বসিয়ে ভাগফল নির্ণয় কর।

৪

গ. $(2x + 7)$ দ্বারা $f(x)$ কে ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে?

৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, $f(x)$ কে $(ax + b)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল $h(x)$ । ভাগশেষ $f\left(-\frac{b}{a}\right)$ হলে ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে, বীজগাণিতিক সমীকরণ দাঁড়ায়, $f(x) =$

$$(ax + b) \cdot h(x) + f\left(-\frac{b}{a}\right) \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $f(x) = x^2 + 4x - 12$

$$\therefore f(x) = (x - 2) \cdot h(x) + f(-2)$$

$$[\text{ক' থেকে } \therefore a = 1, b = -2]$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x - 12 = (x - 2) \cdot h(x) + (2^2 + 4 \times 2 - 12)$$

$$\text{বা, } x^2 + 4x - 12 = (x - 2) \cdot h(x) - 0$$

$$\text{বা, } h(x) = \frac{x^2 + 4x - 12}{(x - 2)} = \frac{x^2 + 6x - 2x - 12}{(x - 2)}$$

$$= \frac{x(x + 6) - 2(x + 6)}{(x - 2)} = \frac{(x + 6)(x - 2)}{(x - 2)} = x + 6$$

$$\text{ভাগফল} = x + 6 \text{ (Ans.)}$$

গ. ভাগশেষ উপপাদ্য অনুসারে, $f(x)$ কে $(2x + 7)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $f\left(\frac{7}{2}\right)$, যেখানে $f(x) = x^2 + 4x - 12$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ভাগশেষ} &= f\left(\frac{-7}{2}\right) = \left(\frac{-7}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{-7}{2}\right) - 12 \\ &= \frac{49}{4} - \frac{28}{2} - 12 \\ &= \frac{49 - 56 - 48}{4} = \frac{-55}{4} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ $f(x) = x^3 - 3xy^2 + 2y^3$ একটি বহুপদী। এখানে x কে চলক এবং y কে ধ্রুবক হিসেবে বিবেচনা কর।

- ?** ক. $f(y)$ নির্ণয় কর। ২
খ. দেখাও যে, $(x + 2y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক। ৪
গ. $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 - 3xy^2 + 2y^3$

$$\therefore f(y) = y^3 - 3 \times y \times y^2 + 2y^3 = 3y^3 - 3y^3 = 0 \text{ (Ans.)}$$

খ. আমরা জানি, $(x + 2y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি এবং কেবল যদি $f(-2y) = 0$ হয়।

$$\begin{aligned}\text{এখন, } f(-2y) &= (-2y)^3 - 3(-2y)y^2 + 2y^3 \\ &= -8y^3 + 6y^3 + 2y^3 = -8y^3 + 8y^3 = 0\end{aligned}$$

সুতরাং $(x + 2y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক। (দেখানো হলো)

গ. 'খ' থেকে $(x + 2y)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}\text{এখন, } x^3 - 3xy^2 + 2y^3 &= x^3 + 2x^2y - 2x^2y - 4xy^2 + xy^2 + 2y^3 \\ &= x^2(x + 2y) - 2xy(x + 2y) + y^2(x + 2y) \\ &= (x + 2y)(x^2 - 2xy + y^2) \\ &= (x - y)^2(x + 2y) \\ \therefore x^3 - 3xy^2 + 2y^3 &= (x - y)^2(x + 2y) \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ x চলকের একটি বহুপদী $7x^3 - 8x^2 + 6x - 36$.

ক. $P(0)$, $P(-2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. বহুপদীটিকে $(x - 1)$ দ্বারা ভাগ করলে যে ভাগশেষ থাকে তা ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $(x - 2)$ বহুপদীর একটি উৎপাদক। ৪

▶▶ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, $P(x) = 7x^3 - 8x^2 + 6x - 36$

$$\therefore P(0) = 7.0 - 8.0 + 6.0 - 36 = -36 \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned}\therefore P(-2) &= 7.(-2)^3 - 8.(-2)^2 + 6.(-2) - 36 \\ &= 7.(-8) - 8.4 + 6.(-2) - 36 \\ &= -56 - 32 - 12 - 36 = -136 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

খ. আমরা জানি,

ভাগশেষ উপপাদ্য অনুযায়ী কোনো বহুপদী $P(x)$ কে $(x - 2)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $P(a)$.

$\therefore P(x)$ কে $(x - 1)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে $P(1)$.

$$\begin{aligned}\therefore P(1) &= 7.1^3 - 8.1^2 + 6.1 - 36 \\ &= 7 - 8 + 6 - 36 = 13 - 44 = -31 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. $(x - 2)$ প্রদত্ত বহুপদীর একটি উৎপাদক হবে যদি $P(a) = 0$ হয়

$$\begin{aligned}\therefore P(2) &= 7(2)^3 - 8(2)^2 + 6.2 - 36 \\ &= 7.8 - 8.4 + 6.2 - 36\end{aligned}$$

$$= 56 - 32 + 12 - 36 = 68 - 68 = 0$$

∴ (x - 2) উক্ত বহুপদীর একটি উৎপাদক। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-৬ ▶ $f(x) = 54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$ এবং $g(x)$ বহুপদীর চলক x হলে-

ক. $f\left(-\frac{a}{2}\right)$ নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে, $6x^2 - (4 - 3a)x - 2a$ এর উৎপাদক দুইটি $f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

৪

গ. $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

৪

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = 54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{a}{2}\right) &= 54\left(-\frac{a}{2}\right)^4 + 27\left(-\frac{a}{2}\right)^3 a - 16\left(-\frac{a}{2}\right) - 8a \\ &= \frac{54a^4}{16} - \frac{27a^4}{8} + \frac{16a}{2} - 8a \\ &= \frac{27a^4}{8} - \frac{27a^4}{8} + 8a - 8a = 0 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. ধরি, $g(x) = 6x^2 - (4 - 3a)x - 2a = 6x^2 - 4x + 3ax - 2a$

$$= 2x(3x - 2) + a(3x - 2)$$

$$= (3x - 2)(2x + a)$$

∴ (3x - 2) ও (2x + a), $g(x)$ এর দুইটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{এখন, } f\left(\frac{2}{3}\right) &= 54\left(\frac{2}{3}\right)^4 + 27\left(\frac{2}{3}\right)^3 a - 16\left(\frac{2}{3}\right) - 8a \\ &= \frac{54 \times 16}{81} + \frac{27 \times 8}{27} a - \frac{16 \times 2}{3} - 8a \\ &= \frac{2 \times 16}{3} + 8a - \frac{16 \times 2}{3} - 8a = 0 \end{aligned}$$

$$\text{এবং 'ক' থেকে } f\left(-\frac{a}{2}\right) = 0$$

অর্থাৎ (3x - 2) ও (2x + a) উভয়ে $f(x)$ এর উৎপাদক।

সুতরাং (3x - 2)(2x + a) বা, $6x^2 - (4 - 3a)x - 2a$, $f(x)$ -এর উৎপাদক। (দেখানো হলো)

গ. $f(x) = 54x^4 + 27x^3a - 16x - 8a$

$$= 27x^3(2x + a) - 8(2x + a)$$

[∵ 2x + a, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক]

$$= (2x + a)(27x^3 - 8)$$

$$= (2x + a)\{(3x)^3 - (2)^3\}$$

$$= (2x + a)(3x - 2) \cdot \{(3x)^2 + 3x \cdot 2 + 2^2\}$$

$$= (2x + a)(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4) \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-৭ ▶ $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ এবং $g(x) = 12 + 4x - 3x^2 - x^3$

ক. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হয়, নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে (x + 2), $g(x)$ এর একটি উৎপাদক।

৪

গ. $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

৪

▶▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. এখানে $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ এর ধ্রুব পদ 6 এর উৎপাদকগুলো হচ্ছে $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$
x = -1 বসিয়ে পাই,

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 + 6(-1)^2 + 11(-1) + 6 \\ &= -1 + 6 - 11 + 6 = 0 \\ \therefore x = -1 \text{ হলে, } f(x) &= 0 \end{aligned}$$

খ. $(x + 2)$, $g(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি $f(-2) = 0$ হয়

$$\begin{aligned} g(x) &= 12 + 4x - 3x^2 - x^3 \\ \therefore g(-2) &= 12 + 4(-2) - 3(-2)^2 - (-2)^3 \\ &= 12 - 8 - 12 + 8 = 0 \end{aligned}$$

$\therefore (x + 2)$, $g(x)$ এর একটি উৎপাদক। (দেখানো হলো)

গ. 'ক' হতে পাই, $x = -1$ হলে, $f(x) = 0$ হবে

$\therefore (x + 1)$, $(f(x))$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + 6x^2 + 11x + 6 \\ &= x^2(x + 1) + 5x^2 + 11x + 6 \\ &= x^2(x + 1) + 5x(x + 1) + 6x + 6 \\ &= x^2(x + 1) + 5x(x + 1) + 6(x + 1) \\ &= (x + 1)(x^2 + 5x + 6) \\ &= (x + 1)(x^2 + 3x + 2x + 6) \\ &= (x + 1)\{x(x + 3) + 2(x + 3)\} \\ &= (x + 1)(x + 3)(x + 2) \\ &= (x + 1)(x + 2)(x + 3) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-৮ ▶ $f(a) = a^3 - 3a^2b + 2b^3$

$$g(a) = a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$$

ক. $f(a)$ এর একটি উৎপাদক বের কর।

২

খ. দেখাও যে, $(a - b)$, $g(a)$ এর একটি উৎপাদক।

৪

গ. $g(a)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

৪

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $f(a) = a^3 - 3a^2b + 2b^3$

এখানে, a কে অনির্দেশক বা চলক এবং b কে আক্ষরিক সহগ হিসেবে বিবেচনা করি।

এখন, $a = b$ বসিয়ে পাই,

$$f(b) = (b)^3 - 3(b)^2b + 2b^3 = b^3 - 3b^3 + 2b^3 = 0$$

$\therefore (a - b)$, $f(a)$ - এর একটি উৎপাদক (Ans.)

খ. $(a - b)$, $g(a)$ এর একটি উৎপাদক হবে যদি $g(b) = 0$ হয়।

$$\text{এখন, } g(a) = a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$$

$$\therefore g(b) = b^3 - 9b^3 + (2b)^3$$

$$= b^3 - 9b^3 + 8b^3 = 0$$

$\therefore (a - b)$, $g(a)$ এর একটি উৎপাদক (দেখানো হলো)

গ. $g(a) = a^3 - 9b^3 + (a + b)^3 = a^3 - b^3 + (a + b)^3 - 8b^3$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b)^3 - (2b)^3$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + \{(a + b) - 2b\} \{(a + b)^2 + (a + b)2b + (2b)^2\}$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2)$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a^2 + 4ab + 7b^2)$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2)$$

$$= (a - b)(2a^2 + 5ab + 8b^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৯ ▶ $f(x) = x^3 - x - 6$

- ক. ভাগশেষ উপপাদ্যটি লেখ। ২
খ. $f(3)$ নির্ণয় কর। ৪
গ. $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. কোনো বহুপদী $f(x)$ কে $(x - a)$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হয় $f(a)$ । এই সূত্র ভাগশেষ উপপাদ্য নামে পরিচিত।

খ. $f(x) = x^3 - x - 6$

$$\therefore f(3) = (3)^3 - (3) - 6 = 27 - 3 - 6 = 27 - 9 = 18 \text{ (Ans.)}$$

গ. এখানে, $f(x) = x^3 - x - 6$ একটি বহুপদী। এর ধ্রুবপদ -6 এর উৎপাদকগুলো হলো $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ এবং ± 6 ।

এখন, $x = 1$ হলে, $f(1) = 1^3 - 1 - 6 \neq 0$

$$x = -1 \text{ হলে, } f(-1) = (-1)^3 - (-1) - 6 \\ = -1 + 1 - 6 \neq 0$$

$$x = 2 \text{ হলে, } f(2) = 2^3 - 2 - 6 \\ = 8 - 2 - 6 = 8 - 8 = 0$$

সুতরাং $(x - 2)$, $f(x)$ বহুপদীর একটি উৎপাদক।

$$\therefore f(x) = x^3 - x - 6 = x^3 - 2x^2 + 2x^2 - 4x + 3x - 6 \\ = x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + 3(x - 2) \\ = (x - 2)(x^2 + 2x + 3) \text{ (Ans.)}$$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১০ ▶ গণিত শিবক মোশারফ স্যার নবম শ্রেণির গণিত ক্লাসে একজন

ছাত্রকে বোর্ডে তিনটি বীজগাণিতিক রাশি লিখতে বললেন। ছাত্রটি লিখল :

$$(i) a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 - 2a + \frac{2}{a}$$

$$(ii) a^4 - 4a + 3$$

$$(iii) 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$$

ক. (i) নং রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. ভাগশেষ উপপাদ্য প্রয়োগ করে (ii) নং রাশি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, (iii) নং রাশির একটি উৎপাদক $(a + b - c)$ ৪

$$\text{উত্তর : ক. } \left(a - \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a} - 2\right); \text{ খ. } (a - 1)(a - 1)(a^2 + 2a + 3)$$

প্রশ্ন-১১ ▶ $f(x) = x^3 + 3x + 36$ একটি বহুপদী।

ক. $(x - a)$, $f(x)$ এর একটি উৎপাদক হবে, যদি ও কেবল যদি $f(a) = 0$ হয়; প্রমাণ কর। ২

খ. $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. $g(x) = x^4 + x^3 - 25x^2 - 37x + 60$ হলে দেখাও যে, $f(x)$ ও $g(x)$ এর সাধারণ উৎপাদক $(x + 3)$ ৪

$$\text{উত্তর : খ. } (x + 3)(x^2 - 3x + 12)$$

প্রশ্ন-১২ ▶ কোনো বহুপদী $f(x)$, $(x - a)$ দ্বারা বিভাজ্য হবে যদি এবং কেবল যদি $f(a) = 0$ হয়। এই সূত্র উৎপাদক উপপাদ্য (Factor Theorem) নামে পরিচিত। $f(x)$, $x^3 - x - 6$ একটি বহুপদী হলে—

ক. $f(1)$ এবং $f(-1)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $f(x)$, $(x + 1)$ ও $(x - 1)$ দ্বারা বিভাজ্য নয় কিন্তু $(x - 2)$ দ্বারা বিভাজ্য। ৪

গ. Factor Theorem ব্যবহার করে $f(x)$ এর একটি উৎপাদক বের কর এবং $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

$$\text{উত্তর : ক. } -6, -6; \text{ গ. } (x - 2), (x - 2)(x^2 + 2x + 3)$$

প্রশ্ন-১৩ ▶ $f(x) = 4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$;

$g(x) = 18x^3 + 15x^2 - x - 2$ দুইটি বহুপদী।

ক. $f(-1)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. দেখাও যে, $g(x)$ ও $f(x)$ এর একটি সাধারণ উৎপাদক $(2x + 1)$ ৪

$$\text{উত্তর : ক. } 0; \text{ খ. } (2x - 1)(2x + 1)(x + 1)(x + 2)$$

প্রশ্ন-১৪ ▶ $f(x) = 3x^2 - 7x - 6$, $h(x) = 3x + 2$

ক. $f(x) =$ ভাজ্য, $h(x) =$ ভাগফল, $(x - a) =$ ভাজক এবং $r =$ ভাগশেষ ধরে পাটিগণিতের ভাজ্য নির্ণয়ের সূত্রটিকে বীজগাণিতিক সমীকরণে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত সমীকরণে ভাগশেষ $r = 0$ ব্যবহার করে a এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ভাজক $(x - 2)$ হলে ভাগফল ও ভাগশেষ নির্ণয় কর। ৪

$$\text{উত্তর : ক. } f(x) = (x - a)h(x) + r; \text{ খ. } a = 3; \text{ গ. } 3x - 1, -8$$

অনুশীলনী ৩.৫

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

■ বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ :

দৈনন্দিন কাজে বিভিন্ন সময়ে বিভিন্নভাবে আমরা বাস্তব সমস্যার সম্মুখীন হই। এই সমস্যাগুলো ভাষাগতভাবে বর্ণিত হয়। এ সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন এবং তা প্রয়োগ করার বিভিন্ন পদ্ধতি অবলম্বন করি।

■ সমস্যা সমাধানের পদ্ধতি :

- (ক) প্রথমেই সতর্কতার সাথে সমস্যাটি পর্যবেক্ষণ করে এবং মনোযোগ সহকারে পড়ে কোনগুলো অজ্ঞাত এবং কী নির্ণয় করতে হবে তা চিহ্নিত করতে হবে।
- (খ) অজ্ঞাত রাশিগুলোর একটিকে যেকোনো চলক (ধরি x) দ্বারা সূচিত করতে হবে। অতঃপর সমস্যাটি ভালোভাবে অনুধাবন করে অন্যান্য অজ্ঞাত রাশিগুলোকেও একই চলক x এর মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।
- (গ) সমস্যাকে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করে বীজগাণিতিক রাশি দ্বারা প্রকাশ করতে হবে।
- (ঘ) প্রদত্ত শর্ত ব্যবহার করে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশগুলোকে একত্রে একটি সমীকরণে প্রকাশ করতে হবে।
- (ঙ) সমীকরণটি সমাধান করে অজ্ঞাত রাশি x এর মান নির্ণয় করতে হবে।

■ বাস্তব সমস্যা সমাধানে বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করা হয়। সূত্রগুলো নিচে উল্লেখ করা হলো :

(১) দেয় বা প্রাপ্য বিষয়ক :

দেয় বা প্রাপ্য, $A = qn$ টাকা

যেখানে, q = জনপ্রতি দেয় বা প্রাপ্য টাকার পরিমাণ

n = লোকের সংখ্যা

(২) সময় ও কাজ বিষয়ক :

কয়েকজন লোক একটি কাজ সম্পন্ন করলে, কাজের পরিমাণ, $W = qnx$

যেখানে, q = প্রত্যেকে একক সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

n = কাজ সম্পাদনকারীর সংখ্যা

x = কাজের মোট সময়

$W = n$ জনে x সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

(৩) সময় ও দূরত্ব বিষয়ক :

নির্দিষ্ট সময়ে দূরত্ব, $d = vt$

যেখানে, v = প্রতি ঘণ্টায় গতিবেগ

t = মোট সময়

(৪) নল ও চৌবাচ্চা বিষয়ক :

নির্দিষ্ট সময়ে চৌবাচ্চায় পানির পরিমাণ, $Q(t) = Q_0 \pm qt$

যেখানে, Q_0 = নলের মুখ খুলে দেওয়ার সময় চৌবাচ্চায় জমা পানির পরিমাণ।

q = প্রতি একক সময়ে নল দিয়ে যে পানি প্রবেশ করে অথবা বের হয়।

t = অতিক্রান্ত সময়।

$Q(t) = t$ সময়ে চৌবাচ্চায় পানির পরিমাণ (পানি প্রবেশ হওয়ার শর্তে ‘+’ চিহ্ন এবং পানি বের হওয়ার শর্তে ‘-’ চিহ্ন ব্যবহার করতে হবে।)

(৫) শতকরা অংশ বিষয়ক :

$p = br$

যেখানে, b = মোট রাশি; r = শতকরা ভগ্নাংশ $= \frac{s}{100} = s\%$; p = শতকরা অংশ = b এর $s\%$

(৬) লাভ-বতি বিষয়ক :

$S = C(I \pm r)$

লাভের বেত্রে, $S = C(I + r)$

বতির বেত্রে, $S = C(I - r)$

যেখানে, S (টাকা) = বিক্রয়মূল্য; C (টাকা) = ক্রয়মূল্য; I = লাভ বা মুনাফা; r = লাভ বা বতির হার

(৭) বিনিয়োগ-মুনাফা বিষয়ক :

সরল মুনাফার বেত্রে, $I = Pnr$ টাকা

$$A = P + I = P + Pnr = P(1 + nr) \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেত্রে, $A = P(1 + r)^n$

যেখানে, $I = n$ সময় পরে মুনাফা; $n =$ নির্দিষ্ট সময়; $P =$ মূলধন; $r =$ একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফাদ; $A = n$ সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১২২ ৥ ক একটি কাজ p দিনে করে এবং খ $2p$ দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ x

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	1 দিনে পারে x কাজের অংশ
ক	p	$\frac{x}{p}$
খ	$2p$	$\frac{x}{2p}$
খ	r	$\frac{xr}{2p}$
ক + খ	1	$\frac{x}{p} + \frac{x}{2p} = \frac{2x + x}{2p} = \frac{3x}{2p}$

খ, r দিন কাজ করায় কাজের বাকি থাকে $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$ অংশ

অর্থাৎ, কাজটির $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$ অংশ ক ও খ একত্রে করে।

এখন, ক ও খ একত্রে $\frac{3x}{2p}$ অংশ করে 1 দিনে

\therefore " " 1 " " $\frac{2p}{3x}$ দিনে

\therefore " " $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$ " " $\frac{2p}{3x} \left(x - \frac{xr}{2p}\right)$ দিনে

$$= \frac{2p}{3x} \times x \left(1 - \frac{r}{2p}\right) \text{ দিনে}$$

$$= \frac{2p}{3} \left(1 - \frac{r}{2p}\right) \text{ দিনে}$$

\therefore কাজটি শেষ হয়েছিল $\left\{r + \frac{2p}{3} \left(1 - \frac{r}{2p}\right)\right\}$ দিনে

$$= \left\{r + \frac{2p}{3} - \frac{2p}{3} \times \frac{r}{2p}\right\} \text{ দিনে}$$

$$= \left\{r + \frac{2p}{3} - \frac{r}{3}\right\} \text{ দিনে} = \left(\frac{3r + 2p - r}{3}\right) \text{ দিনে}$$

$$= \frac{2r + 2p}{3} \text{ দিনে} = \frac{2}{3} (p + r) \text{ দিনে}$$

\therefore কাজটি $\frac{2}{3} (p + r)$ দিনে শেষ হয়েছিল।

প্রশ্ন ১২৩ ৥ দৈনিক ৪ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৫০ জন লোক একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৬০ জনে ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

সমাধান : আমরা জানি, কয়েকজন লোক একটি কাজ সম্পন্ন করলে,

কাজের পরিমাণ, $W = qnx$

যেখানে, q = প্রত্যেকে একক সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

n = কাজ সম্পাদনকারীর সংখ্যা

x = কাজের মোট সময়

$W = n$ জনে x সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

মনে করি, দৈনিক ৪ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৫০ জন লোক যে কাজটি ১২ দিনে করতে পারে দৈনিক x ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৬০ জনে ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারে।
প্রত্যেকের একক সময়ে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ q হলে,

$$q \times 50 \times 12 \times 8 = q \times 60 \times x \times 16$$

$$\text{বা, } 4800 = x \times 960$$

$$\text{বা, } x = \frac{4800}{960} \therefore x = 5$$

\therefore দৈনিক ৫ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৬০ জনে ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারে। (Ans.)

প্রশ্ন ২৪ মিতা একটি কাজ x দিনে করতে পারে। রিতা সে কাজ y দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

সমাধান : মনে করি, মিতা ও রিতা একত্রে d দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	১ দিনে পারে কাজের অংশ	d দিনে করে
মিতা	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{d}{x}$
রিতা	y	$\frac{1}{y}$	$\frac{d}{y}$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{d}{x} + \frac{d}{y} = 1$ [\because সম্পূর্ণ কাজ ১ অংশ]

$$\text{বা, } d\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1$$

$$\text{বা, } d\left(\frac{x+y}{xy}\right) = 1$$

$$\text{বা, } d = \frac{1}{\frac{x+y}{xy}} = 1 \times \frac{xy}{x+y}$$

$$\therefore d = \frac{xy}{x+y}$$

সুতরাং তারা একত্রে $\frac{xy}{x+y}$ দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে। (Ans.)

প্রশ্ন ২৫ বনভোজনে যাওয়ার জন্য ৫৭০০ টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। ৫ জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া ৩ টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, বাসে যাওয়া যাত্রী সংখ্যা x জন

$$\therefore \text{মাথাপিছু ভাড়া হবে } \frac{5700}{x} \text{ টাকা}$$

আবার, ৫ জন যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রীর সংখ্যা হতো $(x + 5)$ জন

$$\therefore \text{এবেত্রে মাথাপিছু ভাড়া হতো } \frac{5700}{x+5} \text{ টাকা।}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{5700}{x} - \frac{5700}{x+5} = 3$$

$$\text{বা, } 5700\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+5}\right) = 3$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} - \frac{1}{x+5} = \frac{3}{5700}$$

$$\text{বা, } \frac{x+5-x}{x(x+5)} = \frac{1}{1900}$$

$$\text{বা, } \frac{5}{x(x+5)} = \frac{1}{1900}$$

$$\text{বা, } x(x+5) = 5 \times 1900$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x = 9500$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 100x - 95x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+100) - 95(x+100) = 0$$

$$\text{বা, } (x+100)(x-95) = 0$$

$$\text{হয়, } x+100=0 \quad \text{অথবা, } x-95=0$$

$$\therefore x = -100$$

$$\therefore x = 95$$

যেহেতু x যাত্রীসংখ্যা নির্দেশ করে তাই x কখনই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 95$$

অর্থাৎ, বাসে ৯৫ জন যাত্রী গিয়েছিল।

প্রশ্ন ২৬ ৥ একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে p ঘণ্টায় d কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার q ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান : মনে করি, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি. এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘণ্টায় u কি.মি.।

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u+v)$ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u-v)$ কি.মি.

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } u+v = \frac{d}{q} \dots\dots\dots (i)$$

$$\left[\text{যেহেতু, বেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}} \right]$$

$$\text{এবং } u-v = \frac{d}{p} \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2u = \frac{d}{p} + \frac{d}{q} = d\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$$

$$\therefore u = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2v = d\left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}\right)$$

$$\therefore v = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

সুতরাং, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$ কি.মি.

এবং নৌকার বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$ কি.মি. (Ans.)

প্রশ্ন ২৭ ৥ একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে ১৫ কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে ৪ ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতরণে ৫ কি.মি. যায়,

স্রোতের প্রতিকূলে ততরণে ৩ কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় u কি.মি এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি.

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u+v)$ কি.মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u-v)$ কি.মি.

$$\therefore \text{১ম শর্তানুসারে, } \frac{15}{u+v} + \frac{15}{u-v} = 4 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{২য় শর্তানুসারে, } \frac{5}{u+v} = \frac{3}{u-v} \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$\frac{5}{u+v} = \frac{3}{u-v}$$

$$\text{বা, } 5(u-v) = 3(u+v)$$

$$\text{বা, } 5u - 5v = 3u + 3v$$

$$\text{বা, } 5u - 3u = 5v + 3v$$

$$\text{বা, } 2u = 8v$$

$$\text{বা, } u = \frac{8}{2}v \therefore u = 4v \dots\dots\dots (iii)$$

এখন, u এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{15}{4v+v} + \frac{15}{4v-v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{15}{5v} + \frac{15}{3v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3}{v} + \frac{5}{v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3+5}{v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{8}{v} = 4 \therefore v = \frac{8}{4} = 2$$

এখন, v এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই, $u = 4 \times 2 = 8$

অর্থাৎ, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় ৪ কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় ২ কি.মি (Ans.)

প্রশ্ন ৯৮ ৥ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতবর্ণে পূর্ণ হবে? (এখানে $t_1 > t_2$)

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে p লিটার পানি প্রবেশ করে ও দ্বিতীয় নল দ্বারা q লিটার পানি বের হয় এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট v লিটার পানি ধরে।

ধরি, নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে খালি চৌবাচ্চা t মিনিটে পূর্ণ হয়।

প্রথম নল দ্বারা t_1 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore v = pt_1 \dots\dots\dots (i)$$

দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে পূর্ণ চৌবাচ্চা খালি হয়।

$$0 = v - qt_2$$

$$\text{বা, } v = qt_2 \dots\dots\dots (ii)$$

দুইটি নল দ্বারা t মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$v = pt - qt$$

$$\text{বা, } v = (p - q)t \dots\dots\dots (iii)$$

$$(i) \text{ থেকে, } p = \frac{v}{t_1}$$

$$(ii) \text{ থেকে, } q = \frac{v}{t_2}$$

$$\therefore (iii) \text{ থেকে } v = \left(\frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2} \right)t$$

$$\text{বা, } v = v \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right)t$$

$$\text{বা, } 1 = \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right)t = \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right)t$$

$$\therefore t = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$$

নির্ণেয় সময় $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$ মিনিট (Ans.)

প্রশ্ন ২৯ ৥ একটি নল দ্বারা 12 মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা 1 মিনিটে তা থেকে 15 লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল + দ্বারা প্রতি মিনিটে p লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট q লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নানুসারে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$$\therefore q = 12p \dots\dots\dots (i)$$

আবার, দুইটি নল দ্বারা 48 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়

$$\therefore q = 48p - 48 \times 15 \dots\dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $p = \frac{q}{12}$

এখন, p এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$$q = 48 \times \frac{q}{12} - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } q = 4q - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 4q - q = 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 3q = 48 \times 15 \therefore q = \frac{48 \times 15}{3} = 240$$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে। (Ans.)

প্রশ্ন ৩০ ৥ একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, কলমটির ক্রয়মূল্য C টাকা

$$10\% \text{ লাভে কলমটির বিক্রয়মূল্য} = C + C \text{ এর } 10\%$$

$$= \left(C + C \times \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= C \left(1 + \frac{10}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= C \left(1 + \frac{1}{10} \right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } C \left(1 + \frac{1}{10} \right) = 11$$

$$\text{বা, } C \left(\frac{10+1}{10} \right) = 11$$

$$\text{বা, } C \left(\frac{11}{10} \right) = 11$$

$$\text{বা, } C = \frac{11 \times 10}{11} \therefore C = 10$$

অর্থাৎ, কলমটির ক্রয়মূল্য 10 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ৩১ ৥ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত বতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য x টাকা

তাহলে, খাতাটি 36 টাকায় বিক্রয় করায় বতি হলো $(x - 36)$ টাকা

এবং 72 টাকায় বিক্রয় করায় লাভ হলো $(72 - x)$ টাকা

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 72 - x = 2.(x - 36)$$

$$\text{বা, } 72 - x = 2x - 72$$

$$\text{বা, } 2x - 72 = 72 - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 72 + 72$$

$$\text{বা, } 3x = 144$$

$$\text{বা, } x = \frac{144}{3} \therefore x = 48$$

সুতরাং, খাতাটির ক্রয়মূল্য 48 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৩২ ১ ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা এরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর সমান হয়।

সমাধান : মনে করি, ক অংশ x টাকা, খ অংশ y টাকা এবং গ অংশ z টাকা

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 2x = 3y = 4z$$

$$\text{এখানে, } 2x = 3y$$

$$\text{বা, } y = \frac{2}{3}x$$

$$\text{আবার, } 4z = 2x \text{ বা, } z = \frac{2}{4}x \therefore z = \frac{1}{2}x$$

$$\text{এখন, } x + y + z = 260$$

$$\text{বা, } x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 260$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 4x + 3x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } \frac{13x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } 13x = 6 \times 260$$

$$\text{বা, } x = \frac{6 \times 260}{13} \therefore x = 120$$

$$\text{অতএব, ক পাবে 120 টাকা, খ পাবে } \left(\frac{2}{3} \times 120\right) \text{ টাকা বা 80 টাক এবং গ পাবে } \left(\frac{1}{2} \times 120\right) \text{ টাকা বা 60 টাকা (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১১ ৩৩ ১ একটি দ্রব্য x% বতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, 3x% লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে 18x টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

সমাধান : মনেকরি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য C টাকা

$$\therefore x\% \text{ বতিতে বিক্রয়মূল্য } (C - C \text{ এর } x\%) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C - C \times \frac{x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C - \frac{Cx}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{এবং } 3x\% \text{ লাভে বিক্রয়মূল্য } (C + C \text{ এর } 3x\%) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C + C \times \frac{3x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C + \frac{3Cx}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left(C + \frac{3Cx}{100}\right) - \left(C - \frac{Cx}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } C + \frac{3Cx}{100} - C + \frac{Cx}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{3Cx}{100} + \frac{Cx}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{100} (3 + 1) = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{100} \times 4 = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{25} = 18x$$

$$\text{বা, } C = \frac{25 \times 18x}{x} \therefore C = 450$$

অতএব, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩৪ ৥ মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 148 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : মনে করি, শতকরা মুনাফার হার $r\%$

এখানে, মূলধন (P) = 300 টাকা, সময় (n) = 4 বছর

আমরা জানি, $I = Pnr$

তাহলে, ১ম শর্তানুসারে $I_1 = Pnr = 300 \cdot 4 \cdot r = 1200r$

এবং ২য় শর্তানুসারে, $I_2 = Pnr$

$$= 400 \cdot 5 \cdot r \left[\begin{array}{l} \because P = 400 \text{ টাকা} \\ n = 5 \text{ বছর} \end{array} \right]$$

$$= 2000r$$

প্রশ্নানুসারে, $1200r + 2000r = 148$ [$\because I_1 + I_2 = 148$]

$$\text{বা, } (1200 + 2000)r = 148$$

$$\text{বা, } 3200r = 148$$

$$\text{বা, } r = \frac{148}{3200}$$

$$\text{বা, } r = \frac{148 \times 100}{3200} \% \therefore r = 4 \frac{5}{8} \% \text{ বা, } 4.625\%$$

সুতরাং মুনাফার হার 4.625% (Ans.)

প্রশ্ন ১৩৫ ৥ 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান : মনে করি, মূলধন = P টাকা

এখানে, $n =$

2 বছর

$$r = 4\%$$

আমরা জানি, সরল মুনাফার বেধে $I = Pnr = P \times 2 \times 4\%$

$$= P \times 2 \times \frac{4}{100} \text{ টাকা} = \frac{2P}{25} \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধির বেধে সর্ব্বমূল C হলে, $C = P(1 + r)^2$

$$= P \left(1 + \frac{4}{100} \right)^2 = P \left(1 + \frac{1}{25} \right)^2$$

$$= P \left(\frac{26}{25} \right)^2 = P \cdot \frac{26}{25} \cdot \frac{26}{25} = \frac{676}{625} P$$

\therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = সর্ব্বমূল - মূলধন

$$= C - P = \frac{676}{625} P - P$$

$$= \left(\frac{676}{625} - 1 \right) P = \left(\frac{676 - 625}{625} \right) P = \frac{51}{625} P$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } \frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{51P - 50P}{625} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{P}{625} = 1$$

$$\therefore P = 625$$

অর্থাৎ, মূলধন 625 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ৯৬ ৥ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : আমরা জানি, $A = P(I + nr)$ টাকা

যেখানে, n = নির্দিষ্ট সময়

P = মূলধন

r = একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা

A = n সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন

১ম শর্তানুসারে, $A = P(1 + 3r) = 460$ (i)

২য় শর্তানুসারে, $A = P(1 + 5r) = 600$ (ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{P(1 + 5r)}{P(1 + 3r)} = \frac{600}{460}$$

$$\text{বা, } \frac{1 + 5r}{1 + 3r} = \frac{30}{23}$$

$$\text{বা, } 23(1 + 5r) = 30(1 + 3r)$$

$$\text{বা, } 23 + 115r = 30 + 90r$$

$$\text{বা, } 115r - 90r = 30 - 23$$

$$\text{বা, } 25r = 7$$

$$\therefore r = \frac{7}{25}$$

$$\therefore \text{মুনাফার হার} = \frac{7}{25} \times 100\% = 28\% \text{। (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯৭ ৥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা 13 বছরে সর্বমুদ্র 985 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $S = P(1 + nr)$

এখানে, মূলধন = P টাকা

n = 13 বছর

s = 5 টাকা

$$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$$

দেওয়া আছে, $S = 985$ টাকা

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 985 = P \left(1 + 13 \cdot \frac{5}{100} \right)$$

$$\text{বা, } 985 = P \left(1 + \frac{13}{20} \right)$$

$$\text{বা, } 985 = P \times \frac{33}{20}$$

$$\text{বা, } P = \frac{985 \times 20}{33} \therefore P = 596.97 \text{ (প্রায়)}$$

নির্ণেয় মূলধন 596.97 টাকা (প্রায়)। (Ans.)

প্রশ্ন ৯৮ ৥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মুনাফায় কত টাকা 12 বছরে সর্বমুদ্র 1248 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $S = P(1 + nr)$

এখানে, P = মূলধন

n = 12 বছর

s = 5 টাকা

$$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$$

দেওয়া আছে, $S = 1248$ টাকা

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 1248 = P \left(1 + 12 \times \frac{5}{100} \right)$$

$$\text{বা, } 1248 = P \left(1 + \frac{3}{5} \right)$$

$$\text{বা, } 1248 = P \cdot \frac{8}{5}$$

$$\text{বা, } P = \frac{1248 \times 5}{8} \therefore$$

$$P = 780$$

অর্থাৎ, মূলধন 780 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩৯ ৷ 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $P = 8000$ টাকা

$$n = 3 \text{ বছর}$$

$$r = 5\% = \frac{5}{100}$$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$

$$= \frac{400}{8000} \times 3 \times \frac{1}{20} \text{ টাকা}$$

$$= 1200 \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে সর্বমূল,

$$C = P (1 + r)^n$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{1}{20} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(\frac{20 + 1}{20} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(\frac{21}{20} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= \frac{120}{400} \frac{8000 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 21}{20 \times 20 \times 20} \text{ টাকা}$$

$$= 21 \times 21 \times 21 \text{ টাকা} = 9261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = C - P$$

$$= (9261 - 8000) \text{ টাকা} = 1261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ উভয় মুনাফার পার্থক্য} = (1261 - 1200) \text{ টাকা} = 61 \text{ টাকা।}$$

নির্ণেয় পার্থক্য 61 টাকা।

প্রশ্ন ১৪০ ৷ মিষ্টির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) $x\%$ । একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ P টাকার মিষ্টি বিক্রয় করলে তাঁকে কত ভ্যাট দিতে হবে? $x = 15$, $P = 2300$ হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

সমাধান : মনেকরি, ভ্যাট বাদে বিক্রয়মূল্য C টাকা

$$x\% \text{ ভ্যাটসহ মিষ্টির বিক্রয়মূল্য} = \left(C + \frac{Cx}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= C \left(1 + \frac{x}{100} \right) \text{ টাকা}$$

শর্তানুসারে, $C \left(1 + \frac{x}{100} \right) = P$

বা, $C = \frac{P}{1 + \frac{x}{100}} = \frac{P}{\frac{100 + x}{100}} = \frac{100P}{100 + x}$

\therefore ভ্যাটের পরিমাণ $(P - C)$ টাকা $= \left(P - \frac{100P}{100 + x} \right)$ টাকা
 $= \frac{100P + Px - 100P}{100 + x}$ টাকা
 $= \frac{Px}{100 + x}$ টাকা

এখন, $x = 15$ এবং $P = 2300$ হলে,

ভ্যাটের পরিমাণ $= \frac{15 \times 2300}{100 + 15}$ টাকা [x ও p এর মান বসিয়ে]
 $= \frac{15 \times 2300}{115}$ টাকা $= 300$ টাকা

অতএব, বিক্রেতাকে ভ্যাট দিতে হবে $\frac{Px}{(100 + x)}$ টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ 300 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ৯১ ৥ কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 3.

ক. সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$

সমাধান :

(ক) মনে করি, সংখ্যাটি x

$\therefore x$ এর গুণাত্মক বিপরীত $\frac{1}{x}$

নির্ণেয় সমীকরণ, $x + \frac{1}{x} = 3$

(খ) ‘ক’ থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = 3$

আমরা জানি, $\left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = (3)^2 - 4$ [মান বসিয়ে]

বা, $\left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 9 - 4 = 5 \therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x} \right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x} \right)$
 $= (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]
 $= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

নির্ণেয় মান $8\sqrt{5}$

(গ) এখানে, $\left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)$

$= x^5 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x^5} = \left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) + \left(x + \frac{1}{x} \right)$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27 - 9 = 18 \end{aligned}$$

$$\text{এবং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 18 \cdot 7 - 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 126 - 3 = 123 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৯২ ৯ কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক. সমিতির সদস্য সংখ্যা x এবং মোট চাঁদার পরিমাণ A হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. মোট চাঁদার $\frac{1}{4}$ অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, সমিতির সদস্য সংখ্যা x জন

এবং জনপ্রতি দেয় চাঁদার পরিমাণ $100x$ টাকা

তাহলে, মোট চাঁদা $A = x \times 100x$ টাকা $= 100x^2$ টাকা (Ans.)

খ. 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায়, প্রকৃতপক্ষে সদস্য সংখ্যা ছিল

$(x - 4)$ জন এবং চাঁদা হলো $(100x + 500)$ টাকা

প্রশ্নানুসারে, $(x - 4)(100x + 500) = 100x^2$

বা, $100x^2 + 500x - 400x - 2000 = 100x^2$

বা, $100x = 2000$

বা, $x = \frac{2000}{100}$

$\therefore x = 20$

\therefore সমিতির সদস্য সংখ্যা = 20 জন এবং

মোট চাঁদার পরিমাণ $= 100x^2$ টাকা

$= 100 \times (20)^2$ টাকা

$= 100 \times 400$ টাকা

$= 40000$ টাকা

\therefore সমিতির সদস্য সংখ্যা 20 জন এবং মোট চাঁদার পরিমাণ 40000 টাকা। (Ans.)

গ. মোট টাকার $\frac{1}{4}$ অংশ $= \left(\frac{1}{4} \times 40000\right)$ টাকা

$= 10000$ টাকা

\therefore অবশিষ্ট টাকা $= (40000 - 10000)$ টাকা

$= 30000$ টাকা

5% হারে, $r_1 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ টাকা

সময়, $n = 2$ বছর

মূলধন, $P_1 = 10000$ টাকা

মুনাফা, $I_1 = ?$

আমরা জানি, $I_1 = P_1 n r_1 = 10000 \times 2 \times \frac{1}{20} = 1000$ টাকা

আবার, 4% হারে, $r_2 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$ টাকা

সময়, $n = 2$ বছর

মূলধন, $P_2 = 30000$ টাকা

মুনাফা, $I_2 = ?$

আমরা জানি, $I_2 = P_2nr_2 = 30000 \times 2 \times \frac{1}{25} = 2400$ টাকা

মোট মুনাফা, $I = I_1 + I_2 = (1000 + 2400)$ টাকা
 $= 3400$ টাকা (Ans.)

গুরুত্বপূর্ণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. 2% মুনাফার 600 টাকার 2 বছরের মুনাফা কত?

- (ক) 2400 টাকা (খ) 600 টাকা
 (গ) 24 টাকা (ঘ) 6 টাকা

২. লাভ-বতি বিষয়ক সূত্র : $S = C(1 + r)$ এর বেধে নিচের কোনটি হবে?

- (ক) লাভ (খ) বতি
 (গ) ক্রয়মূল্য = বিক্রয়মূল্য (ঘ) ক্রয়মূল্য > বিক্রয়মূল্য

৩. লাভ-বতির বেধে—

- i. ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য = বতি ii. বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য = লাভ

৩.৬ : বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৬. প্রাপ্য q টাকা হলে, n জনের দেয় বা প্রাপ্য কত? (সহজ)

- (ক) n/q (খ) q/n (গ) qn (ঘ) $q + n$

৭. দৈনিক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ q হলে, d দিনে সম্পাদিত কাজের পরিমাণ কত? (সহজ)

- (ক) qd (খ) $q + d$ (গ) q/d (ঘ) $q - d$

৮. $q\%$ বৃদ্ধিতে a এর বর্ধিত মান নিচের কোনটি? (সহজ)

- (ক) $a + a\left(\frac{q}{100}\right)$ (খ) $a + \frac{q}{100}$ (গ) $a - \frac{q}{100}$

৯. মূলধন p টাকা, নির্দিষ্ট সময় n , মুনাফার হার r হলে, সরল মুনাফা $I =$ কত? (সহজ)

- (ক) Pnr (খ) P^2nr (গ) $\frac{P}{nr}$ (ঘ) $(Pr)^n$

১০. চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেধে নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

- (ক) $P(1 + nr)$ (খ) $P(1 + r)$

১১. প্রত্যেক ব্যক্তির দৈনিক কাজের পরিমাণ x হলে q জন ব্যক্তির n দিনের কাজের পরিমাণ কত? (সহজ)

- (ক) $\frac{qx}{n}$ (খ) $\frac{nx}{q}$ (গ) nxq (ঘ) $\frac{qn}{x}$

১২. রাশেদ একটি কাজ 12 দিনে করতে পারে, সে d দিনে কাজটির কত অংশ করবে? (সহজ)

- (ক) $\frac{12}{d}$ (খ) $\frac{d}{12}$ (গ) $12d$ (ঘ) $\frac{d}{6}$

iii. লাভ বা বতি ক্রয়মূল্যের উপর নির্ভর করে

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

নিচের তথ্যের আলোকে ৪ ও ৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

বার্ষিক শতকরা 5 টাকা হারে 500 টাকার 3 বছরের—

৪. সরল মুনাফা কত হবে?

- (ক) 25 টাকা (খ) 50 টাকা (গ) 75 টাকা (ঘ) 100 টাকা

৫. চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত হবে?

- (ক) 41.81 টাকা (খ) 51.25 টাকা (গ) 78.81 টাকা

১৩. দৈনিক 8 ঘণ্টা পরিশ্রম করে 50 জন লোক একটি কাজ 12 দিনে করলে 1 জন লোকের কাজটি করতে কত ঘণ্টা পরিশ্রম করতে হবে? (মধ্যম)

- (ক) 48 (খ) 480 (গ) 4800 (ঘ) 48000

১৪. ক ও খ একত্রে একটি কাজ d দিনে শেষ করতে পারে। তারা 1 দিনে কাজটির কত অংশ শেষ করে? (সহজ)

- (ক) $\frac{1}{d}$ (খ) d (গ) $\frac{6}{d}$ (ঘ) $\frac{7}{d}$

১৫. রহিম যে কাজ 10 দিনে সম্পন্ন করতে পারে, করিম সে কাজ 30 দিনে সম্পন্ন করতে পারে। একই সময়ে রহিম, করিমের কতগুণ কাজ করে?

- (ক) $\frac{1}{3}$ (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4 (ঙ) $q + \frac{a}{100}$

১৬. n কলের মূল্য p টাকা হলে, 10টি কলের মূল্য কত টাকা? (সহজ)

- (ক) $\frac{10p}{n}$ (খ) $10p$ (গ) $10np$ (ঘ) $\frac{10n}{p}$

১৭. একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত? (মধ্যম)

- (ক) 10 (খ) 11 (গ) 12 (ঘ) 15 (ঙ) $P(1 + r)^n$ (ঘ) P

১৮. 36 টাকায় ক্রয় করে কোন দ্রব্য কত টাকায় বিক্রয় করলে 40% লাভ হবে? (কঠিন)

- (ক) 500 টাকা (খ) 504 টাকা (গ) 520 টাকা (ঘ) 650 টাকা

১৯. মিষ্টির ওপর ভ্যাট $x\%$ হলে p টাকার মিষ্টির দাম কত? (মধ্যম)

- (ক) $p + \frac{px}{1000}$ (খ) $p + \frac{px}{100}$

- (গ) $p(100 + x)$ (ঘ) $100p + x$

২০. 5% হার মুনাফার 500 টাকার 2 বছরের সরল মুনাফা কত টাকা? (মধ্যম)

কি 20 ● 50 গি 80 ঘি 120

ব্যাখ্যা : সরল মুনাফা, $I = Pnr = 500 \times 2 \times \frac{5}{100} = 50$ টাকা।

২১. শতকরা বার্ষিক 4.50 টাকা হার মুনাফায় 450 টাকার 4 বছরের মুনাফা কত টাকা? (মধ্যম)

কি 72 খি 79 ● 81 ঘি 85

২২. শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মুনাফায় 500 টাকার 4 বছরের মুনাফা কত? (মধ্যম)

কি 70 টাকা খি 80 টাকা গি 90 টাকা ● 100 টাকা

ব্যাখ্যা :

$$\therefore \text{মুনাফা, } I = Pnr = 500 \times 4 \times \frac{5}{100} \text{ টাকা} = 100 \text{ টাকা}$$

২৩. রোকন একটি পণ্য কিনল, যার মূল্য 220 টাকা + 15% ভ্যাট। পণ্যটি কিনতে তাকে কত টাকা দিতে হবে? (মধ্যম)

কি 212 টাকা খি 175 টাকা ● 253 টাকা ঘি 223 টাকা

ব্যাখ্যা :

২৪. একটি দ্রব্য ক্রয়মূল্যের সমান লাভ করায় বিক্রয়মূল্য পাওয়া গেল 390 টাকা, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত টাকা? (মধ্যম)

কি 95 ● 195 গি 290 ঘি 390

ব্যাখ্যা : ধরি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য x টাকা।

$$\therefore \text{লাভ} = \text{বিক্রয়মূল্য} - \text{ক্রয়মূল্য}$$

$$\text{বা, } x = 390 - x$$

$$\text{বা, } x + x = 390 \text{ বা, } 2x = 390, \therefore x = 195$$

২৫. শতকরা বার্ষিক 7 টাকা হার সরল মুনাফার 650 টাকার কত বছরের মুনাফা 273 টাকা? (মধ্যম)

কি 1 খি 2 গি 3 ● 6

$$\text{ব্যাখ্যা : } r = \frac{7}{100}, P = 650, I = 273, n = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } I = Pnr$$

$$\therefore n = \frac{I}{Pr} = \frac{273}{650 \times \frac{7}{100}} = 6$$

২৬. 4% হার সরল মুনাফায় 500 টাকার 2 বছরের সবৃদ্ধিমূল কত হবে?

কি 450 টাকা ● 540 টাকা গি 520 টাকা ঘি 550 টাকা

$$\text{ব্যাখ্যা : আমরা জানি, } I = Pnr = 500 \times \frac{4}{100} \times 2 = 40 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{সবৃদ্ধিমূল} = (500 + 40) \text{ টাকা} = 540 \text{ টাকা}$$

□ ■ □ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৭. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. সরল মুনাফার সূত্র $I = Pnr$

ii. চক্রবৃদ্ধি মুনাফার সূত্র $C = P(1 + r)^n$

iii. 5% হারে 500 টাকার 3 বছরের মুনাফা = 75 টাকা

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

কি i ও ii ● i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i.

ii. সঠিক নয় চক্রবৃদ্ধি মুনাফার সূত্র $I = C - P$

iii. সঠিক কারণ, সরল মুনাফা $I = Pnr$

$$= 500 \times \frac{3}{100} \times 3 = 75 \text{ টাকা}$$

২৮. মিতা একটি কাজ 6 দিনে করতে পারে। রিতা সে কাজ 12 দিনে করতে পারলে—

i. মিতা একদিনে করে কাজটির $\frac{1}{6}$ অংশ

$$\text{এখানে, } r = \frac{5}{100}, P =$$

ii. রিতা একদিনে করে কাজটির $\frac{1}{12}$ অংশ

iii. তারা একত্রে একদিনে করে কাজটির $\frac{1}{4}$ অংশ

নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii

২৯. নিচের তথ্যগুলো লব কর :

i. প্রত্যেকে q টাকা করে দিলে, n সংখ্যক লোকে দেয় qn টাকার প্রণ্যটির মূল্য = $(220 +$

ii. কাজের পরিমাণ, $W = qnx$ । এখানে, x মোট সময়

iii. সরল মুনাফার বেত্রে $I = (1 + r)^n$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

৩০. স্রোতের প্রতিকূলে t_1 ঘণ্টায় x কি.মি. এবং অনুকূলে ঐ পথ যেতে t_2 ঘণ্টা লাগলে—

i. স্রোতের প্রতিকূলে ঘণ্টায় গতিবেগ $\frac{x}{t_1}$ কি.মি.

ii. স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় গতিবেগ $\frac{x}{t_2}$ কি.মি.

iii. নৌকার বেগ ঘণ্টায় $\left(\frac{x}{t_2} - \frac{x}{t_1}\right)$ কি.মি.

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

● i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii

৩১. 10% হার মুনাফায় 200 টাকার 3 বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা 66 টাকা হলে—

i. সরল মুনাফা 60 টাকা

(মধ্যম)

ii. চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় সবৃদ্ধি মূলধন 266 টাকা

iii. চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য 6 টাকা

নিচের কোনটি সঠিক? (কঠিন)

কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii

□ ■ □ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে ৩২ – ৩৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

টেলিফোন কলের সংখ্যা n। প্রতি কলের মূল্য p এবং তার ভাড়া r টাকা।

৩২. মোট কলের মূল্য কত টাকা? (সহজ)

● pn খি $\frac{n}{p}$ গি $\frac{p}{n}$ ঘি n + p

৩৩. ভাড়া ও মোট কলের মূল্য বাবদ কত টাকা? (সহজ)

- কি prn খি rn + p ● r + np ঘি r + n + p
৩৪. কলের মূল্য $x\%$ বৃদ্ধি পেলে মোট কলের মূল্য কত হবে? (মধ্যম)
- কি pn(100 + x) ● pn $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$
- গি pn(100x + 1) ঘি pnx
- নিচের তথ্যের আলোকে ৩৫ ও ৩৬ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- মিজান স্যাভেল কিনতে গিয়ে দেখল স্যাভেলের মূল্য লেখা আছে 220 টাকা + 15% ভ্যাট।
৩৫. স্যাভেলে মোট ভ্যাটের পরিমাণ কত টাকা? (সহজ)
- কি 30 টাকা খি 32 টাকা ● 33 টাকা ঘি 42 টাকা
৩৬. স্যাভেলের মোট মূল্য কত টাকা? (মধ্যম)
- 253 টাকা খি 250 টাকা গি 272 টাকা
- নিচের তথ্যের আলোকে ৩৭ – ৩৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- একটি দ্রব্য $x\%$ বতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, $3x\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে 18x টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য p টাকা।
৩৭. $x\%$ বতিতে বিক্রয়মূল্য কত? (মধ্যম)
- কি p - x খি p + x গি px ● p $\left(\frac{100 - x}{100}\right)$
৩৮. $3x\%$ লাভে বিক্রয়মূল্য কত? (কঠিন)
- কি p + 3x খি p - 3x
- p $\left(\frac{100 + 3x}{100}\right)$ ঘি $\frac{3px}{100}$
৪৫. কোনো বস্তু গতিবেগ ঘণ্টায় q মিটার হলে, t ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব d = ?
- qt মিটার খি $\frac{q}{t}$ মিটার গি $\frac{t}{q}$ মিটার ঘি $\frac{t}{qt}$ মিটার
৪৬. ক যে কাজ x দিনে সম্পন্ন করতে পারে, খ সে কাজ 3x দিনে সম্পন্ন করতে পারে। একই সময়ে ক, খ এর কত গুণ কাজ করে?
- কি 2 গুণ খি $2\frac{1}{2}$ গুণ ● 3 গুণ ঘি 4 গুণ
৪৭. একটি কলম 10 টাকায় ক্রয় করে 10% লাভে বিক্রয় করলে কলমটির বিক্রয়মূল্য কত টাকা?
- 11 খি 12 গি 20 ঘি 21
৪৮. একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য a টাকা দ্রব্যটি b% লাভে বিক্রয় করলে এর বিক্রয়মূল্য কত টাকা হবে?
- কি $\left(ab + \frac{a}{100}\right)$ ● a $\left(1 + \frac{b}{100}\right)$
৪৯. মূলধন P, একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা r, সময় n এবং মুনাফাসহ মূলধন A হলে, প্রয়োজনীয় বেগে
- i. $I = Pnr$
ii. $A = P(1 + r)^n$
iii. $A = P(1 + r)$
- নিচের কোনটি সঠিক?
- i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ঘি i, ii ও iii
৫০. i. $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 3$ হলে, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = -1$

৩৯. উভয় বিক্রয়মূল্যের পার্থক্য কত? (মধ্যম)
- $\frac{px}{25}$ খি px গি 25px ঘি 100px
- নিচের তথ্যের আলোকে ৪০ – ৪২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- 5% হার মুনাফায় 500 টাকা 1 বছরের জন্য ব্যাংকে জমা রাখলে এক বছর পরে—
৪০. সরল মুনাফা কত টাকা? (মধ্যম)
- কি 24 ● 25 গি 45 ঘি 50
৪১. চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত টাকা? (মধ্যম)
- কি 1000 খি 530 ● 525 ঘি 500
৪২. সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত টাকা? (সহজ)
- 0 খি 25 গি 50 ঘি 500 ঘি 242 টাকা
- নিচের তথ্যের আলোকে ৪৩ ও ৪৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- 1000 টাকায় চক্রবৃদ্ধি হার মুনাফা 5 টাকা।
৪৩. 1 বছরের সব্বিশ্বমূল নিচের কোনটি? (সহজ)
- কি 1102 খি 805 টাকা গি 1285 টাকা ● 1050 টাকা
৪৪. 2 বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নিচের কোনটি? (মধ্যম)
- কি 397.50 টাকা ● 102.50 টাকা
- গি 503 টাকা ঘি 201 টাকা
- ii. একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা X টাকা হলে, Y টাকা বিনিয়োগে m সময়ান্তে সব্বিশ্বমূল $B = Y(1 + X)^m$
- iii. সর্বোচ্চ মাত্রা বিশিষ্ট পদের মাত্রাই বহুপদীর মাত্রা
- নিচের কোনটি সঠিক?
- কি i ও ii খি i ও iii গি ii ও iii ● i, ii ও iii
৫১. i. চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেগে সব্বিশ্বমূল, $C = P(1 + nr)$
ii. 5% হারে 400 টাকা 6 বছরের সরল মুনাফা 120 টাকা
iii. আসল = সব্বিশ্বমূল – মুনাফা
- নিচের কোনটি সঠিক?
- কি i ও ii খি i ও iii ● ii ও iii ঘি i, ii ও iii
- নিচের তথ্যের আলোকে ৫২ – ৫৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- একজন মাঝি নৌকার স্রোতের প্রতিকূলে t_1 ঘণ্টায় x কি. মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথে যেতে তার t_2 ঘণ্টা লাগে।
৫২. স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় কত কি.মি.? $b\left(1 + \frac{a}{100}\right)$ | b
- কি xt_1 খি $\frac{t_1}{x}$ ● $\frac{x}{t_1}$ ঘি x + t_1
৫৩. স্থির পানিতে নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় কত কি.মি.?
- $\frac{x}{2}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)$ খি $2x\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)$
৫৪. স্রোতের বেগ ঘণ্টায় কত কি.মি.?
- কি $2x\left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}\right)$ খি $x\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)$ ঘি $\frac{x}{2}\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right)$
- নিচের তথ্যের আলোকে ৫৫ – ৫৭ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
- মুনাফার হার 4%, মূলধন 600 টাকা এবং সময় 4 বছর।

৫৫. সরল মুনাফার বেড়ে সব্বিশ্বমূল কত টাকা?
 ● 696 (খ) 686 (গ) 678 (ঘ) 650
৫৬. চক্রবৃদ্ধি মূল কত টাকা?
 (ক) 701.93 ● 701.92 (গ) 701.42 (ঘ) 701.33
৫৭. সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত টাকা?
 (ক) 5.42 (খ) 5.62 ● 5.92 (ঘ) 6.00
- নিচের তথ্যের আলোকে ৫৮ ও ৫৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 750 টাকা 7% হার সরল মুনাফায় 5 বছরের জন্য রাখা হলো।
৫৮. এক বছর পর মুনাফাসহ কত হবে?
 (ক) 800 টাকা ● 802.50 টাকা
 (গ) 801.50 টাকা (ঘ) 802 টাকা

৫৯. তিন বছর পর লাভ কত পাওয়া যাবে?
 (ক) 157 টাকা (খ) 157.25 টাকা
 (গ) 150 টাকা ● 157.50 টাকা
- নিচের তথ্যের আলোকে ৬০ ও ৬১ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 'ক' একটি কাজ 6 দিনে, 'খ' উহা 12 দিনে করতে পারে।
৬০. তারা 3 দিনে কাজটির কত অংশ করতে পারবে?
 (ক) $\frac{1}{12}$ (খ) $\frac{1}{3}$ (গ) $\frac{2}{3}$ ● $\frac{3}{4}$
৬১. যদি 'ক' 2 দিন কাজ করে চলে যায় তবে অবশিষ্ট কাজ 'খ' কতদিনে করতে পারবে?
 (ক) 4 দিনে ● 6 দিনে (গ) 10 দিনে (ঘ) 12 দিনে



এ অধ্যায়ের পাঠ সমন্বিত বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর



৬২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর:
 i. $a + b = 7$ এবং $ab = 12$ হলে, $a - b = 1$
 ii. $a^4 + 1 = a^2$ হলে, $\frac{a^4}{a^8 + a^4 + 1} = \frac{1}{2}$
 iii. $a^2 + \frac{1}{a^2} = 10$ হলে, $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$
- নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)
 (ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৬৩. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
 i. $x = 3$ ও $y = 1$ হলে $(x - y)^3 = 8$
 ii. $x = 2$ ও $y = 3$ হলে $(x^3 - y^3) = -19$
 iii. $p^6 = 1$ হলে $p^3 - \frac{1}{p^3} = 1$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 ● i ও ii (গ) i ও iii (খ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৬৪. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
 i. $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
 ii. $x^3 - 1 = 7$ হলে $x = 2$
 iii. $a^3 + b^3 = (a - b)^3 (a^2 + ab + b^2)$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 (ক) i ● i ও ii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৬৫. নিচের তথ্যগুলো লব কর :
 i. $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$
 ii. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 - 3ab(a - b)$
 iii. $a + b = 6$ এবং $a - b = 4$ হলে, $ab = 5$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)
 (ক) i ও ii ● i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
৬৬. $2x^4 + 16x$ রাশিটির উৎপাদকগুলো হলো -
 i. $2x$ ii. $x + 2$ iii. $x^2 + 4x + 4$
- নিচের কোনটি সঠিক? (মধ্যম)

- i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii
- নিচের তথ্যের আলোকে ৬৭ - ৬৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x^2 - 5 - 2\sqrt{6} = 0$ হলে,
৬৭. x এর মান- (সহজ)
 ● $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (খ) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (গ) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
৬৮. $x + \frac{1}{x} =$ কত? (মধ্যম)
 (ক) $\sqrt{2}$ (খ) $2\sqrt{2}$ (গ) $\sqrt{3}$ ● $2\sqrt{3}$
৬৯. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান হবে- (মধ্যম)
 (ক) $18\sqrt{2}$ ● $22\sqrt{2}$ (গ) $24\sqrt{2}$ (ঘ) $26\sqrt{2}$
- নিচের তথ্যের আলোকে ৭০ - ৭২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$ এবং $(x - 2y)^2 - y^2$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।
৭০. x এর কোন মানের জন্য প্রথম রাশির মান শূন্য হয়? (সহজ)
 (ক) y ● $-y$ (গ) $2y$ (ঘ) $-3y$
৭১. নিচের কোনটি প্রথম রাশির উৎপাদক? (মধ্যম)
 ● $(x + 2y)$ (খ) $(x + 3y)$ (গ) $(x - y)$ (ঘ) $(x + 4y)$
৭২. দ্বিতীয় রাশির উৎপাদক নিচের কোনটি? (মধ্যম)
 (ক) $(x + y)$ (খ) $(x - 2y)$ (গ) $(x + 3y)$ ● $(x - y)$
- নিচের তথ্যের আলোকে ৭৩ - ৭৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :
 $x + \frac{1}{x} = 6$
৭৩. $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত? (মধ্যম)
 (ক) 36 ● 34 (গ) 32 (ঘ) 30
৭৪. $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} =$ কত? (মধ্যম)
 (ক) 3 (খ) 6 (গ) 4 ● 2
- ব্যাখ্যা : $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = (\sqrt{x})^2 - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + \frac{1}{x} - 2$
 $= 6 - 2 = 4$

$\therefore \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{4} = 2$	$\text{ব্যাখ্যা : } \frac{4x}{x^2 - 3x + 1} = \frac{4x}{x\left(x - 3 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{4}{x + \frac{1}{x} - 3} = \frac{4}{6 - 3} = \frac{4}{3} \left[\because x + \frac{1}{x} = 6 \right]$
<p>৭৫. $\frac{4x}{x^2 - 3x + 1} =$ কত? (কঠিন)</p> <p>● $\frac{4}{3}$ ঞ $\frac{3}{4}$ গ $\frac{2}{3}$ ঘ $\frac{3}{2}$</p>	

গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ একটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গ ঐ সংখ্যার পাঁচগুণ হতে ১ কম।

- ক. ধনাত্মক সংখ্যাটি x হলে দেখাও যে, $x + \frac{1}{x} = 5$. ২
- খ. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 2525$. ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধনাত্মক সংখ্যাটি x হলে,

$$\text{শর্তানুসারে, } 5x - x^2 = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 5x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 5 \quad [\text{উভয়পক্ষে } x \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 5 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 25$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 25$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 25 - 4$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 21$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{21}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{21})^3 + 3\sqrt{21}$$

$$= 21\sqrt{21} + 3\sqrt{21}$$

$$= 24\sqrt{21} \quad (\text{Ans.})$$

গ. 'ক' থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\text{এবং 'খ' থেকে পাই, } x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) = 5\sqrt{21}$$

$$\text{বা, } x^2 - \frac{1}{x^2} = 5\sqrt{21}$$

$$\text{এখন, } \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = 24\sqrt{21} \cdot 5\sqrt{21}$$

$$\text{বা, } x^5 - x^3 \cdot \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \cdot x^2 + \frac{1}{x^5} = 2520$$

$$\text{বা, } x^5 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 2520$$

$$\text{বা, } \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) = 2520 + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{বা, } \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) = 2520 + 5 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2525 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-২ ▶ বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং সিদ্ধান্ত গৃহীত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া দিবে। 10 জন যাত্রী অনুপস্থিত থাকায় মাথাপিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল।

- ক. বাসে যাওয়া যাত্রী সংখ্যা x জন হলে মাথাপিছু ভাড়া ও সব যাত্রী বনভোজনে গেলে মাথাপিছু ভাড়া কত হবে? ২
- খ. সমীকরণ গঠন করে বাসে যাওয়া যাত্রীর সংখ্যা ও মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, বাসের যাত্রী সংখ্যা বনভোজনে যাওয়া যাত্রী সংখ্যার 20% কম হলে মাথাপিছু ভাড়া 25% বেড়ে যেত। ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধরি, বাসের যাত্রী সংখ্যা = x

$$\therefore \text{জন প্রতি ভাড়া} = \frac{2400}{x} \text{ টাকা}$$

সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রী সংখ্যা হতো $(x + 10)$ জন

$$\text{তখন জনপ্রতি ভাড়া হতো } \frac{2400}{x + 10} \text{ টাকা}$$

$$\text{খ. প্রশ্নমতে, } \frac{2400}{x} - \frac{2400}{x + 10} = 8$$

$$\text{বা, } \frac{2400(x + 10) - 2400x}{x(x + 10)} = 8$$

$$\text{বা, } 8x(x + 10) = 2400(x + 10) - 2400x$$

$$\text{বা, } 8x(x + 10) = 2400(x + 10 - x)$$

$$\text{বা, } 8x(x + 10) = 2400 \times 10$$

$$\text{বা, } 8x(x + 10) = 24000$$

$$\text{বা, } 8(x^2 + 10x) - 24000 = 0$$

$$\text{বা, } 8(x^2 + 10x - 3000) = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x - 3000 = 0 \quad [\text{উভয়পক্ষে 8 দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } x^2 + 60x - 50x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 60) - 50(x + 60) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 60)(x - 50) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 60 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 50 = 0$$

$$\therefore x = -60 \quad \therefore x = 50$$

যেহেতু x যাত্রী সংখ্যা নির্দেশ করে। সেহেতু, x কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 50$$

অর্থাৎ, বাসে 50 জন যাত্রী গিয়েছিল।

$$\text{জন প্রতি ভাড়া} = \frac{2400}{50} \text{ টাকা} = 48 \text{ টাকা}$$

নির্ণেয় যাত্রীসংখ্যা 50 জন এবং জনপ্রতি ভাড়া 48 টাকা।

গ. 'খ' হতে পাই, বনভোজনে যাওয়া যাত্রীর সংখ্যা 50 জন।

$$\begin{aligned} \text{তাহলে 50 জন এর } 20\% &= \left(50 \text{ এর } \frac{20}{100}\right) \text{ জন} \\ &= \left(50 \times \frac{1}{5}\right) \text{ জন} = 10 \text{ জন} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{বাসের যাত্রী হতো} = (50 - 10) \text{ জন} = 40 \text{ জন}$$

$$\text{তখন মাথাপিছু ভাড়া হতো} = \frac{2400}{40} \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, পূর্বের ভাড়ার } 25\% &= \left(48 \text{ এর } \frac{25}{100}\right) \text{ টাকা} \\ &= \left(48 \times \frac{1}{4}\right) \text{ টাকা} = 12 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{তখন মাথাপিছু ভাড়া হতো} = (48 + 12) \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

∴ বাসের যাত্রী সংখ্যা বনভোজনে যাওয়া যাত্রী সংখ্যার 20% কম হলে মাথাপিছু ভাড়া 25% বেড়ে যেত। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-৩ ▶ টাকায় 10 টি লেবু বিক্রয় করায় n% বতি হয়।

ক. 10 টি লেবুর ক্রয়মূল্য x টাকা হলে x এর মান কত? ২

খ. z% লাভ করতে হলে, টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে? ৪

গ. টাকায় 10 টি লেবু বিক্রয় করায় 4% বতি হয়। 20% লাভ করতে হলে, টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে? ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. 10 টি লেবুর ক্রয়মূল্য x টাকা

$$\begin{aligned} \therefore n\% \text{ বতিতে } 10 \text{ টি লেবুর বিক্রয়মূল্য} &= \left(x - x \text{ এর } \frac{n}{100}\right) \text{ টাকা} \\ &= x \left(1 - \frac{n}{100}\right) \text{ টাকা} \\ &= \frac{x(100 - n)}{100} \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x(100 - n)}{100} = 1$$

$$\text{বা, } x(100 - n) = 100 \text{ [আড়গুণন করে]}$$

$$\therefore x = \frac{100}{100 - n}$$

$$\therefore 10 \text{ টি লেবুর ক্রয়মূল্য} = \frac{100}{100 - n} \text{ টাকা (Ans.)}$$

খ. মনে করি, টাকায় y টি লেবু বিক্রয় করলে z% লাভ হবে।

$$10 \text{ টি লেবুর ক্রয়মূল্য } \frac{100}{100 - n} \text{ টাকা}$$

$$\therefore y \text{ টি লেবুর ক্রয়মূল্য } \frac{100y}{10(100 - n)} \text{ টাকা}$$

$$\therefore z\% \text{ লাভে } y \text{ টি লেবুর বিক্রয়মূল্য}$$

$$= \frac{100y}{10(100 - n)} + \frac{100y}{10(100 - n)} \text{ এর } \frac{z}{100} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100y}{10(100 - n)} \left(1 + \frac{z}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100y}{10(100-n)} \left(\frac{100+z}{100} \right) \text{ টাকা} = \frac{y(100+z)}{10(100-n)} \text{ টাকা}$$

প্রশ্নমতে, $\frac{y(100+z)}{10(100-n)} = 1$

বা, $y(100+z) = 10(100-n)$ [আড়গুণন করে]

$$\therefore y = \frac{10(100-n)}{(100+z)}$$

\therefore টাকায় $\frac{10(100-n)}{100+z}$ টি লেবু বিক্রয় করলে $z\%$ লাভ হবে। (Ans.)

গ. 'খ' থেকে পাই, $z\%$ লাভ করতে হলে টাকায় $\frac{10(100-n)}{100+z}$ টি লেবু বিক্রয় করতে হবে।

এখানে, $n = 4, z = 20$

$$\begin{aligned} \therefore \text{টাকায় বিক্রয় করা লেবুর সংখ্যা} &= \frac{10(100-4)}{100+20} \text{ টি} \\ &= \frac{10 \times 96}{120} \text{ টি} = 8 \text{ টি} \end{aligned}$$

\therefore টাকায় ৪টি লেবু বিক্রয় করতে হবে। (Ans.)

প্রশ্ন-৪ ▶ বার্ষিক শতকরা $6\frac{1}{2}\%$ হার সরল মুনাফায় ৭৫০ টাকা ৪ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো।

ক. সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেত্রে সর্বমুখ্য মূলধনের সূত্র লেখ।

২

খ. সর্বমুখ্যমূল নির্ণয় কর।

৪

গ. যদি চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় বিনিয়োগ করা হতো তবে মুনাফা কত টাকা বেশি হতো?

৪

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. সরল মুনাফা, $I = Pnr$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেত্রে সর্বমুখ্য মূলধন, $C = P(1+r)^n$

যেখানে $I = n$ সময় পরে মুনাফা

$n =$ নির্দিষ্ট সময়

$P =$ মূলধন

$r =$ একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা

$C = n$ সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন

খ. আমরা জানি, $I = Pnr$

এখানে, $P = 750$ টাকা

$n = 4$ বছর

$$s = 6\frac{1}{2} = \frac{13}{2}$$

$$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{\frac{13}{2}}{100} = \frac{13}{2 \times 100} = \frac{13}{200}$$

$$\therefore I = 750 \times 4 \times \frac{13}{200} = 195$$

\therefore ৪ বছরের সর্বমুখ্যমূল = $(750 + 195)$ টাকা = ৯৪৫ টাকা (Ans.)

গ. চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেত্রে,

আমরা জানি,

$C = P(1+r)^n$ [যেখানে C চক্রবৃদ্ধির বেত্রে সর্বমুখ্য মূল]

$$\therefore C = 750 \left(1 + \frac{13}{200}\right)^4 = 750 \left(\frac{200 + 13}{200}\right)^4$$

$$= 750 \times \left(\frac{213}{200}\right)^4 = 964.85$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = (964.85 - 750.00) \text{ টাকা}$$

$$= 214.85 \text{ টাকা}$$

‘খ’-হতে প্রাপ্ত, সরল মুনাফা 195 টাকা

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা বেশি হবে} = (214.85 - 195.00) \text{ টাকা}$$

$$= 19.85 \text{ টাকা (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৫▶ ক’ একটি কাজ করে p দিনে এবং খ’ করে 2p দিনে। তারা একত্রে একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে।

ক. কাজটি সর্বমোট x দিনে শেষ হলে, ক ও খ একত্রে এবং খ এর একা কাজের অংশ বের কর।

২

খ. দেখাও যে, কাজটি $\frac{2}{3}(r + p)$ দিনে শেষ হয়েছিল।

৪

গ. r = 15 এবং p = 30 হলে কাজটি কত দিনে শেষ হয়? ক এর দৈনিক মজুরি 200 টাকা এবং খ এর দৈনিক মজুরি 100 টাকা হলে দেখাও যে, ক এর মজুরি খ এর মজুরির সমান।

৪

▶◀ ওনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. ধরি, কাজটি সর্বমোট x দিনে শেষ হয়।

\therefore ক ও খ একত্রে কাজ করে (x - r) দিনে এবং খ একা করে r দিনে

ক 1 দিনে করে কাজটির $\frac{1}{p}$ অংশ

খ 1 দিনে করে কাজটির $\frac{1}{2p}$ অংশ

$$\text{ক ও খ একত্রে 1 দিনে করে কাজটির } \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2p}\right) \text{ অংশ}$$

$$= \left(\frac{2 + 1}{2p}\right) \text{ অংশ} = \frac{3}{2p} \text{ অংশ}$$

$$\therefore \text{ক ও খ একত্রে (x - r) দিনে করে } \frac{3(x - r)}{2p} \text{ অংশ}$$

$$\text{এবং খ একা r দিনে করে } \frac{r}{2p} \text{ অংশ (Ans)}$$

খ. ‘ক’ হতে পাই,

$$(\text{ক} + \text{খ}) \text{ এর (x - r) দিনের কাজ } \frac{3(x - r)}{2P} \text{ অংশ}$$

$$\text{এবং খ এর r দিনের কাজ } \frac{r}{2P} \text{ অংশ}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{3(x - r)}{2p} + \frac{r}{2p} = 1 \quad [\text{সম্পূর্ণ কাজ} = 1]$$

$$\text{বা, } \frac{3(x - r) + r}{2p} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3x - 3r + r}{2p} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3x - 2r}{2p} = 1$$

$$\text{বা, } 3x - 2r = 2p$$

$$\text{বা, } 3x = 2r + 2p$$

$$\text{বা, } x = \frac{2r + 2p}{3}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2(r + p)}{3} \therefore x = \frac{2(r + p)}{3}$$

\therefore কাজটি $\frac{2(r + p)}{3}$ দিনে শেষ হয়েছিল। (দেখানো হলো)

গ. $r = 15$ এবং $p = 30$ হলে,

$$\text{'খ' থেকে পাই, সময়} = \frac{2(15 + 30)}{3} = 30 \text{ দিনে (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ক কাজ করে } (x - r) \text{ দিন} \\ = (30 - 15) \text{ দিন} \\ = 15 \text{ দিন} \end{aligned}$$

এবং খ কাজ করে 30 দিন।

$$\therefore \text{ক এর মজুরি} = 15 \times 200 \text{ টাকা} = 3000 \text{ টাকা}$$

$$\text{খ এর মজুরি} = 30 \times 100 \text{ টাকা} = 3000 \text{ টাকা}$$

\therefore ক এর মজুরি = খ এর মজুরি (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-৬ ▶ বনভোজনে যাওয়ার জন্য 2400 টাকায় বাস ভাড়া করা হলো এবং প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে ঠিক করল। 10 জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল।

ক. যাত্রী সংখ্যা x হলে জনপ্রতি ভাড়া এবং সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে জনপ্রতি ভাড়া কত? ২

খ. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে একটি সমীকরণ গঠন কর এবং সমীকরণটি সমাধান করে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. (i) বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল এবং প্রত্যেককে কত টাকা ভাড়া দিতে হল? ৪

(ii) সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে প্রত্যেককে কত টাকা ভাড়া দিতে হতো?

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, বাসের যাত্রী সংখ্যা x জন

$$\therefore \text{জনপ্রতি ভাড়া } \frac{2400}{x} \text{ টাকা}$$

সবযাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রী সংখ্যা হতো $(x + 10)$ জন

$$\text{তখন জনপ্রতি ভাড়া হতো } \frac{2400}{x + 10} \text{ টাকা}$$

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত যাত্রী সংখ্যা x হলে জন প্রতি ভাড়া $\frac{2400}{x}$ টাকা এবং সবযাত্রী উপস্থিত থাকলে জনপ্রতি ভাড়া $\frac{2400}{x + 10}$ টাকা

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{2400}{x} - \frac{2400}{x + 10} = 8$$

$$\text{বা, } \frac{2400}{x} - \frac{2400}{x + 10} = 8$$

$$\text{বা, } 2400 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 10} \right) = 8$$

$$\text{বা, } 300 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 10} \right) = 1 \text{ [8 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } 300 \left(\frac{x + 10 - x}{x(x + 10)} \right) = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3000}{x^2 + 10x} = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x = 3000$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 60x - 50x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 60) - 50(x + 60) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 60)(x - 50) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 60 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 50 = 0$$

$$\therefore x = -60 \quad \text{অথবা, } \therefore x = 50$$

যেহেতু x যাত্রী সংখ্যা নির্দেশ করে অতএব x কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 50 \text{ (Ans.)}$$

গ. (i) যেহেতু $x = 50$ [‘খ’ থেকে]

\therefore বাসে 50 জন যাত্রী গিয়েছিল।

$$\text{এবং জন প্রতি ভাড়া} = \frac{2400}{50} \text{ টাকা} = 48 \text{ টাকা}$$

\therefore বাসে যাত্রী সংখ্যা 50 জন এবং জনপ্রতি ভাড়া 48 টাকা। (Ans.)

(ii) সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রী সংখ্যা $(x + 10)$ জন
 $= (50 + 10) \text{ জন} = 60 \text{ জন}$

$$\therefore \text{জনপ্রতি ভাড়া} = \frac{2400}{60} \text{ টাকা} = 40 \text{ টাকা}$$

\therefore সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে জনপ্রতি ভাড়া হতো 40 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন-৭ ▶ স্রোতের অনুকূলে একজন মাঝি d কিমি যায় p ঘণ্টায়। স্রোতের প্রতিকূলে ঐ পথ যেতে q ঘণ্টা সময় লাগে।

ক. নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় b কি.মি. এবং স্রোতের গতিবেগ ঘণ্টায় c কি.মি. হলে, b ও c এর মান নির্ণয়ের জন্য দুটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. নৌকার গতিবেগ b ও স্রোতের গতিবেগ c নির্ণয় কর। 8

গ. আরেকজন মাঝির স্রোতের অনুকূলে 20 কি.মি. যেতে যে সময় লাগে স্রোতের প্রতিকূলে ঐ পথ ফিরে আসতে এর দ্বিগুণ সময় লাগে। আসা-যাওয়ার মোট সময় 12 ঘণ্টা হলে, নৌকা ও স্রোতের গতিবেগ বের কর। 8

▶▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় b কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় c কি.মি.। তাহলে স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(b + c)$ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(b - c)$ কি.মি.

$$\text{আমরা জানি, বেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}$$

\therefore প্রশ্নানুসারে,

$$\left. \begin{aligned} \text{স্রোতের অনুকূলে বেগ, } b + c &= \frac{d}{p} \text{ (i)} \\ \text{এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ } b - c &= \frac{d}{q} \text{ (ii)} \end{aligned} \right\} \text{ (Ans.)}$$

খ. ‘ক’ হতে, (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2b = d \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

$$\therefore b = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

আবার, (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$b + c = \frac{d}{p}$$

$$b - c = \frac{d}{q}$$

$$\frac{(-) \quad (+) \quad (-)}{-----}$$

$$2c = d \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right)$$

$$\therefore c = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় } \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \text{ কি.মি.} \\ \text{এবং স্রোতের গতিবেগ ঘণ্টায় } \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right) \text{ কি.মি.} \end{array} \right\} \text{(Ans.)}$$

গ. এখানে, মাঝির অতিক্রান্ত দূরত্ব $d = 20$ কি.মি.

ধরি, স্রোতের অনুকূলে সময় $p = x$ ঘণ্টা

\therefore , , প্রতিকূলে , , $q = 2x$, ,

আসা-যাওয়ার মোট সময় $(x + 2x)$ ঘণ্টা বা $3x$ ঘণ্টা

প্রশ্নানুসারে, $3x = 12$

$$\therefore x = 4$$

‘খ’-এ প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে

$$\begin{aligned} \text{নৌকার বেগ, } b &= \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \\ &= \frac{20}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) \quad [\because p = 4 \text{ এবং } q = 8] \\ &= 10 \cdot \frac{2+1}{8} = 10 \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{4} \text{ কি.মি./ঘণ্টা (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{স্রোতের গতিবেগ } c &= \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right) \\ &= \frac{20}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) \quad [\because p = 4 \text{ এবং } q = 8] \\ &= 10 \cdot \frac{2-1}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \text{ কি.মি./ঘণ্টা} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নৌকার বেগ } \frac{15}{4} \text{ কি.মি./ঘণ্টা এর স্রোতের বেগ } \frac{5}{4} \text{ কি.মি./ঘণ্টা। (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৮ ▶ এক মাঝি স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং স্রোতের প্রতিকূলে সেখান থেকে ফিরে আসতে মোট 4 ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতবণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততবণে 3 কি.মি. যায়। স্রোতের অনুকূলে যেতে t সময় লাগে।

ক. স্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে বেগের অনুপাত কত?

২

খ. t এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

8

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে যেতে সময় লাগে t ঘণ্টা

\therefore স্রোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে ফিরে আসতে সময় লাগে $(4 - t)$ ঘণ্টা।

$$\therefore \frac{15}{t} : \frac{15}{4-t} = 5 : 3 \left[\text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} \right] \text{(Ans.)}$$

$$\text{খ. 'ক' হতে পাই, } \frac{15}{t} : \frac{15}{4-t} = 5 : 3$$

$$\text{বা, } \frac{\frac{15}{t}}{\frac{15}{4-t}} = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{15}{t} \times \frac{4-t}{15} = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{4-t}{t} = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } 12 - 3t = 5t$$

$$\text{বা, } 12 = 5t + 3t$$

$$\text{বা, } 8t = 12$$

$$\text{বা, } t = \frac{12}{8} \therefore t = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

গ. মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘন্টায় x কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘন্টায় y কি.মি.

$$\therefore t(x + y) = 15$$

$$\text{বা, } x + y = \frac{15}{t}$$

$$\text{বা, } x + y = \frac{15}{\frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } x + y = 15 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\therefore x + y = 10 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } (4 - t)(x - y) = 15$$

$$\text{বা, } x - y = \frac{15}{4 - t}$$

$$\text{বা, } x - y = \frac{15}{4 - \frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } x - y = \frac{15}{\frac{8 - 3}{2}}$$

$$\text{বা, } x - y = 15 \cdot \frac{2}{5}$$

$$\therefore x - y = 6 \dots\dots\dots(ii)$$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2x = 16 \therefore x = 8$$

(i) নং সমীকরণ হতে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$2y = 4$$

$$\therefore y = 2$$

\therefore দাঁড়ের বেগ ৪ কি.মি./ঘন্টা এবং স্রোতের বেগ ২ কি.মি./ ঘন্টা (Ans.)

প্রশ্ন-৯ ▶ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। (যেখানে $t_2 > t_1$).

ক. ১ মিনিটে চৌবাচ্চাটির কত অংশ পানি দ্বারা পূর্ণ হবে যখন নল দুইটি একত্রে খোলা থাকবে?

২

খ. খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?

৪

গ. যদি প্রথম নলটি দ্বারা চৌবাচ্চা ৪ মিনিটে পূর্ণ হয় এবং ২য় নলটি দ্বারা ১ মিনিটে ৫ লিটার পানি বের হয়। তবে নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে চৌবাচ্চাটি ৭২ মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

৪

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, চৌবাচ্চাটিতে v লিটার পানি ধরে

প্রথম নল দ্বারা v লিটার পানি প্রবেশ করে t_1 মিনিটে

$$\therefore \text{প্রথম নল দ্বারা ১ মিনিটে পূর্ণ হয় } \frac{v}{t_1} \text{ লিটার পানি}$$

আবার, ২য় নল দ্বারা v লিটার পানি বের হয় t_2 মিনিটে

$$\text{অর্থাৎ, ২য় নল দ্বারা ১ মিনিটে খালি হয় } \frac{v}{t_2} \text{ লিটার পানি}$$

\therefore দুই নল একত্রে খুলে দিলে,

$$1 \text{ মিনিটে পূর্ণ হয় } \left(\frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2} \right) \text{ লিটার} = v \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right) \text{ লিটার}$$

$$\therefore \text{ দুইটি নল খুলে দিলে 1 মিনিটে চৌবাচ্চাটির } \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \text{ অংশ পূর্ণ হয়। (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{খ. 'ক' অংশ হতে পাই, দুই নল দ্বারা } v \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right) \text{ লিটার পূর্ণ হয় 1 মিনিটে সুতরাং } v \text{ লিটার পূর্ণ হয় } \frac{v}{v \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right)} \text{ মিনিটে} \\ = \frac{1}{\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}} \text{ মিনিটে} = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} \text{ মিনিটে} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে } \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1} \text{ মিনিট সময় লাগবে। (Ans.)}$$

গ. মনে করি, ১ম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে x লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট y লিটার পানি ধরে।
প্রশ্নমতে, প্রথম নল দ্বারা ৪ মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore y = 8x \dots\dots(i)$$

আবার, দুই নল এক সঙ্গে খুলে দিলে ৭২ মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore y = 72x - 72 \times 5$$

$$\text{বা, } y = 72x - 360 \dots\dots(ii)$$

(i) ও (ii) নং হতে,

$$8x = 72x - 360$$

$$\text{বা, } 8x - 72x = -360$$

$$\text{বা, } -64x = -360$$

$$\therefore x = 5.625$$

$$\therefore x \text{ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,}$$

$$y = 8 \times 5.625 = 45$$

$$\therefore \text{ চৌবাচ্চাটিতে 45 লিটার পানি ধরে। (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১০ ▶ একটি খাসি $x\%$ বতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায় $2x\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে কিছু টাকা বেশি পাওয়া যায়।

ক. ক্রয়মূল্য y টাকা ধরে $x\%$ বতিতে খাসিটির বিক্রয়মূল্য কত টাকা?

২

খ. $2x\%$ লাভে বিক্রয় করলে $\frac{27x}{2}$ টাকা বেশি পাওয়া গেলে খাসিটির ক্রয়মূল্য কত?

৪

গ. খাসিটি $m\%$ বতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায় $n\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে p টাকা বেশি পাওয়া যায়। তবে খাসিটির ক্রয়মূল্য কত? $m = 5$, $n = 15$ এবং $p = 180$ হলে খাসিটির ক্রয়মূল্য কত?

৪

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, খাসিটির ক্রয়মূল্য y টাকা

$x\%$ বতিতে মোট বতি (y এর $x\%$) টাকা

$$= \left(y \text{ এর } \frac{x}{100} \right) \text{ টাকা} = \frac{xy}{100} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{ বিক্রয়মূল্য} = \text{ক্রয়মূল্য} - \text{বতি} = \left(y - \frac{xy}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= y \left(1 - \frac{x}{100} \right) \text{ টাকা (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $2x\%$ লাভে একটি খাসির বিক্রয়মূল্য

$$= x\% \text{ বতিতে বিক্রয়মূল্য} + \frac{27x}{2}$$

$$\therefore 2x\% \text{ লাভে মোট লাভ (y এর } 2x\%) \text{ টাকা}$$

$$= \left(y \text{ এর } \frac{2x}{100} \right) \text{ টাকা} = \frac{xy}{50} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য} = \text{ক্রয়মূল্য} + \text{লাভ} = \left(y + \frac{xy}{50} \right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } y + \frac{xy}{50} = y - \frac{xy}{100} + \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } y + \frac{xy}{50} - y + \frac{xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{xy}{50} + \frac{xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{2xy + xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{3xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } 6xy = 2700x \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 6xy - 2700x = 0$$

$$\text{বা, } 6x(y - 450) = 0$$

$$\text{বা, } y - 450 = 0 \quad [\because x \neq 0]$$

$$\therefore y = 450$$

অতএব, খাসিটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা। (Ans.)

$$\text{গ. } m\% \text{ বতিতে খাসিটির বিক্রয়মূল্য } y \left(1 - \frac{m}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$n\% \text{ লাভে খাসিটির বিক্রয়মূল্য } y \left(1 + \frac{n}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } y \left(1 + \frac{n}{100} \right) - y \left(1 - \frac{m}{100} \right) = p$$

$$\text{বা, } y + \frac{ny}{100} - y + \frac{my}{100} = p$$

$$\text{বা, } y \left(\frac{n}{100} + \frac{m}{100} \right) = p$$

$$\text{বা, } \frac{y}{100} (m + n) = p$$

$$\text{বা, } y = \frac{100p}{m + n}$$

এখন, $m = 5$, $n = 15$ এবং $p = 180$ হলে,

$$\begin{aligned} \therefore \text{খাসিটির ক্রয়মূল্য} &= \frac{100 \times 180}{5 + 15} \text{ টাকা} \\ &= \frac{100 \times 180}{20} \text{ টাকা} = 900 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{খাসিটির ক্রয়মূল্য } \frac{100p}{m + n} \text{ টাকা এবং } 900 \text{ টাকা। (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১১ ▶ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা।

ক. মূলধন P টাকা হলে তথ্যগুলো দিয়ে দুটি সমীকরণ গঠন কর।

২

খ. সমীকরণ দুটি থেকে মুনাফার হার নির্ণয় কর।

৪

গ. একই হারে 5 বছর পর 2000 টাকা পেতে হলে একজন লোকের কত টাকা জমা রাখতে হবে?

৪

▶▶ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, মূলধন = P টাকা

$$\text{মুনাফার হার} = r\% = \frac{r}{100}$$

$$\text{সময়} = n \text{ বছর}$$

$$\therefore \text{সরল মুনাফা } I = Pn \cdot \frac{r}{100} = \frac{Pnr}{100}$$

$$3 \text{ বছর পর সরল মুনাফা} = \frac{P \times 3 \times r}{100} \text{ টাকা} = \frac{3Pr}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{এবং } 5 \text{ " " " " } = \frac{P \times 5 \times r}{100} \text{ টাকা} = \frac{5Pr}{100} \text{ টাকা}$$

$$\text{মুনাফাসহ মূলধন, } A = P + I$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } P + \frac{3Pr}{100} = 460 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } P + \frac{5Pr}{100} = 600 \dots\dots\dots(ii)$$

$$\text{খ. 'ক' অংশ হতে পাই, } P\left(1 + \frac{3r}{100}\right) = 460 \dots\dots\dots(i)$$

$$P\left(1 + \frac{5r}{100}\right) = 600 \dots\dots\dots(ii)$$

এখন, সমীকরণ (ii) কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{P\left(1 + \frac{5r}{100}\right)}{P\left(1 + \frac{3r}{100}\right)} = \frac{600}{460}$$

$$\text{বা, } \frac{100 + 5r}{100 + 3r} = \frac{30}{23}$$

$$\text{বা, } 2300 + 115r = 3000 + 90r$$

$$\text{বা, } 25r = 700$$

$$\therefore r = \frac{700}{25} = 28$$

\therefore মুনাফার হার 28% (Ans.)

গ. 'খ' অংশ হতে পাই, মুনাফার হার 28%

$$\text{সময়, } n = 5 \text{ বছর}$$

$$\text{আসলসহ মুনাফা, } A = 2000 \text{ টাকা}$$

মনে করি, মূলধন জমা রাখতে হবে P টাকা

$$\text{আমরা জানি, } A = P + I$$

$$\text{বা, } 2000 = P + P \times 5 \times \frac{28}{100}$$

$$\text{বা, } 2000 = P\left(1 + \frac{5 \times 28}{100}\right)$$

$$\text{বা, } P = \frac{2000}{1 + \frac{140}{100}} = \frac{2000 \times 100}{240} = 833.33 \text{ (প্রায়)}$$

\therefore জমা রাখতে হবে 833.33 টাকা (প্রায়)। (Ans.)

প্রশ্ন-১২ ▶ x টাকার x% হার সরল মুনাফায় 4 বছরের মুনাফা x টাকা।

ক. 4 বছরের মুনাফা নির্ণয় কর।

২

খ. x এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. 625 টাকার 25% হার মুনাফার 4 বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত?

৪

ক. দেওয়া আছে, মূলধন, $P = x$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার, } r = x\% = \frac{x}{100}$$

সময়, $n = 4$ বছর

$$\therefore \text{মুনাফা, } I = Pnr = x \times 4 \times \frac{x}{100} = \frac{x^2}{25} \text{ টাকা (Ans.)}$$

খ. প্রশ্নমতে, $\frac{x^2}{25} = x$

$$\text{বা, } x^2 = 25x$$

$$\text{বা, } x^2 - 25x = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 25) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ অথবা, } x - 25 = 0$$

$$\therefore x = 25$$

কিন্তু $x \neq 0$ [কারণ মূলধন শূন্য হলে সমস্যাটি তাৎপর্যহীন হয়]

$$\therefore x \text{ এর মান } 25 \text{ টাকা (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, মূলধন $P = 625$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার, } r = 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

সময়, $n = 4$ বছর

আমরা জানি,

$$\text{চক্রবৃদ্ধির বেগে সর্ববৃদ্ধিমূল, } C = P(1 + r)^n$$

$$= 625 \left(1 + \frac{1}{4}\right)^4 \text{ টাকা}$$

$$= 625 \left(\frac{4+1}{4}\right)^4 \text{ টাকা}$$

$$= 625 \left(\frac{5}{4}\right)^4 \text{ টাকা}$$

$$= 625 \times \frac{625}{256} \text{ টাকা}$$

$$= 1525.88 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = C - P$$

$$= (1525.88 - 625) \text{ টাকা}$$

$$= 900.88 \text{ টাকা (প্রায়) (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৩ ▶ নির্দিষ্ট হার মুনাফায় কিছু টাকা এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধিমূল 650 টাকা এবং দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধিমূল 676 টাকা হয়।

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর।

২

খ. দুই বছরান্তে সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

৪

গ. কত বছরে ঐ পরিমাণ মূলধন 5% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় দ্বিগুণ হবে?

৪

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, মূলধন P টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার $r\%$

সময় = n বছর

$$\text{চক্রবৃদ্ধিমূল } C \text{ হলে, } C = P(1 + r)^n$$

$$1ম \text{ শর্তানুসারে, } 650 = P(1 + r) \dots\dots\dots (i) \text{ যখন } n = 1$$

$$2য় \text{ শর্তানুসারে, } 676 = P(1 + r)^2 \dots\dots\dots (ii) \text{ যখন } n = 2$$

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত, $650 = P(1 + r) \dots\dots\dots (i)$

$$676 = P(1 + r)^2 \dots\dots (ii)$$

সমীকরণ (ii) কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{676}{650} = \frac{P(1 + r)^2}{P(1 + r)}$$

$$\text{বা, } \frac{26}{25} = 1 + r \dots\dots\dots (iii)$$

$$(iii) \text{ নং থেকে পাই } r = \frac{26}{25} - 1$$

$$\text{বা, } r = \frac{26 - 25}{25}$$

$$\therefore r = \frac{1}{25}$$

$$(i) \text{ নং এ } 1 + r = \frac{26}{25} \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$650 = P \left(\frac{26}{25} \right)$$

$$\text{বা, } P = \frac{25 \times 650}{26} = 25 \times 25 = 625$$

\therefore মূলধন 625 টাকা

$$\therefore 2 \text{ বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = (676 - 625) \text{ টাকা} = 51 \text{ টাকা}$$

$$\text{আমরা জানি, সরল মুনাফার বেধে, } I = Pnr$$

$$\therefore 2 \text{ বছরের সরল মুনাফা} = \left(625 \times \frac{1}{25} \times 2 \right) \text{ টাকা} = 50 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য}$$

$$= (51 - 50) \text{ টাকা} = 1 \text{ টাকা (Ans.)}$$

গ. এখানে, মূলধন, $P = 625$ টাকা

$$r = 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন} = 2P \text{ টাকা} = 2 \times 625 \text{ টাকা} = 1250 \text{ টাকা}$$

মনে করি, n বছর পর মূলধন চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় দ্বিগুণ হবে।

$$\text{আমরা জানি, } C = P(1 + r)^n$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } 1250 = 625 \left(1 + \frac{1}{20} \right)^n$$

$$\text{বা, } 2 = \left(\frac{21}{20} \right)^n$$

$$\text{বা, } \log 2 = \log \left(\frac{21}{20} \right)^n \text{ [উভয়পক্ষে log নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } n \log \left(\frac{21}{20} \right) = \log 2$$

$$\text{বা, } n \log (1.05) = \log 2$$

$$\text{বা, } n = \frac{\log 2}{\log (1.05)}$$

$$\therefore n = \frac{0.30103}{0.02119} = \frac{30103}{2119} = 14.207 \approx 14.2$$

\therefore প্রায় 14.2 বছর পর মূলধন দ্বিগুণ হবে। (Ans.)

প্রশ্ন-১৪ ▶ আবুল বারাকাত 4% হার মুনাফায় 1000 টাকা 5 বছরের জন্য জমা রাখলেন।

ক. সরল মুনাফা কত?	২
খ. চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।	৪
গ. মুনাফার হার ৫% হলে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।	৪

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, মুনাফার হার, $r = 4\% = \frac{4}{100}$

মূলধন, $P = 1000$ টাকা

সময়, $n = 5$ বছর

$$\therefore \text{সরল মুনাফা, } I = Pnr = 1000 \times 5 \times \frac{4}{100} \text{ টাকা}$$

$$= 200 \text{ টাকা (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $P = 1000$ টাকা, $n = 5$ বছর এবং $r = \frac{4}{100}$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন, } A = P(1 + r)^n = \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5$$

$$= 1000 \left(\frac{104}{100}\right)^5 = 1216.653 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = A - P = (1216.653 - 1000) \text{ টাকা}$$

$$= 216.653 \text{ টাকা}$$

ক হতে, সরল মুনাফা = 200 টাকা

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য} = (216.653 - 200) \text{ টাকা}$$

$$= 16.653 \text{ টাকা (Ans.)}$$

গ. এখানে, মুনাফার হার $r = 5\% = \frac{5}{100}$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা, } A = P(1 + r)^n = 1000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5$$

$$= 1000 \left(\frac{105}{100}\right)^5$$

$$= 1276.282 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = A - P = (1276.282 - 1000) \text{ টাকা}$$

$$= 276.282 \text{ টাকা (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৫▶ একজন ব্যবসায়ী ৫% হার মুনাফায় ৮০০০ টাকা ৩ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হল।

ক. ৩ বছরের সরল মুনাফা নির্ণয় কর।	২
খ. ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য কত?	৪
গ. হিসাবরবক বললেন ৩ বছর পর চক্রবৃদ্ধি হারে মুনাফার পরিমাণ ১১২৯.৩৩ টাকা। তিনি মুনাফার হার কত বেশি বা কম ধরেছিলেন?	৪

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

সুদের হার $r = 5\%$

মূলধন $P = 8000$ টাকা

সময় $n = 3$ বছর

$$\therefore \text{সরল মুনাফা, } I = Pnr = 8000 \times 3 \times \frac{5}{100}$$

$$= 1200 \text{ টাকা (Ans.)}$$

খ. চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $A = P(1 + r)^n$

$$\text{বা, } A = 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 8000 \left(\frac{105}{100}\right)^3$$

$$= 9261 \text{ টাকা}$$

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $A - P = (9261 - 8000)$ টাকা = 1261 টাকা

‘ক’ হতে, সরল মুনাফা = 1200 টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য
= $(1261 - 1200)$ টাকা = 61 টাকা (Ans.)

গ. হিসাবরবক 3 বছর চক্রবৃদ্ধি মুনাফা দেখাল 1129.33 টাকা।

$$\text{বা, } 8000 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 - 8000 = 1129.33$$

$$\text{বা, } \left\{ \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 - 1 \right\} 8000 = 1129.33$$

$$\text{বা, } \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 = \frac{1129.33}{8000} + 1 = 1.141$$

$$\text{বা, } 1 + \frac{r}{100} = 1.045 \text{ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{r}{100} = 1.045 - 1 = 0.045$$

$$\text{বা, } r = 0.045 \times 100 = 4.5\%$$

∴ হিসাবরবক মুনাফার হার $(5 - 4.5)\% = 0.5\%$ কম ধরেছিলেন।

(Ans.)

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৬ ▶ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করে যত টাকা বতি হলো, 72

টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো—

ক. লাভ ও বতির পরিমাণ x চলকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. খাতাটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় কর। 8

গ. বার্ষিক 6 টাকা হার সুদে 5 বছরের মুনাফা খাতাটির ক্রয়মূল্যের সমান হলে, আসল নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. বতি $(x - 36)$ টাকা এবং লাভ $(72 - x)$ টাকা; খ. 48 টাকা; গ. 160 টাকা।

প্রশ্ন-১৭ ▶ 5 টাকায় 2 টি করে কমলা কিনে 35 টাকায় বিক্রয় করা হলো।

ক. কমলার সংখ্যা y ধরলে লাভ কত হবে? ২

খ. কয়টি কমলা বিক্রয় করলে $x\%$ লাভ হবে? 8

গ. যদি $a\%$ লাভ করতে হয় তাহলে 75 টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করতে হবে? 8

উত্তর : ক. $\left(35 - \frac{5y}{2}\right)$ টাকা; খ. $\frac{1400}{x + 100}$ টি; গ. $\frac{3000}{100 + a}$ টি

প্রশ্ন-১৮ ▶ একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য p টাকা। দ্রব্যটি $r\%$ লাভে বিক্রয় করল।

ক. দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য কত? ২

খ. $p = 20000$ এবং $r = 5$ হলে, দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য কত হবে? 8

গ. p টাকার দ্রব্যটিকে y টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হয় এবং $y = 65$ এবং $p = 50$ হলে, শতকরা কত লাভ হয় নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. বিক্রয়মূল্য $p \left(1 + \frac{r}{100}\right)$ টাকা; খ. দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য

21000 টাকা; গ. $\frac{100(y - p)}{p}\%$ এবং 30%।

প্রশ্ন-১৯ ▶ রহিম ও করিম একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 5% হার সরল

মুনাফায় আলাদা আলাদা অর্থ ঋণ নেয়। রহিম 2 বছর পর মুনাফা আসলে যত

টাকা পরিশোধ করে করিম 4 বছর পর মুনাফা আসলে তত টাকা পরিশোধ করে।

ক. উপরের তথ্যগুলো সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. রহিম ও করিমের ঋণের অনুপাত নির্ণয় কর এবং রহিমের ঋণ করিমের ঋণ অপেক্ষা শতকরা কত বেশি? 8

গ. রহিম 36000 টাকা ঋণ নিয়ে থাকলে তাদের মুনাফার অনুপাত নির্ণয় কর। 8

উত্তর : ক. $11x - 12y = 6$; খ. 9.1% বেশি; গ. 6 : 11.

r

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-২০ ▶ যদি $p + q = 6$ এবং $pq = 3$ হয়, যেখানে, $p > q$.

- ক. $(p - q)$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $p^3 - q^3 - 5(p^2 - q^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, $p^5 + q^5 = 4806$. ৪

▶▶ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $p + q = 6$ এবং $pq = 3$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (p - q)^2 &= (p + q)^2 - 4pq \\ &= (6)^2 - 4 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 36 - 12 = 24\end{aligned}$$

$$p - q = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $p + q = 6$ এবং $pq = 3$

$$\text{'ক' হতে পাই, } p - q = 2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } p^3 - q^3 &= (p - q)^3 + 3pq(p - q) \\ &= (2\sqrt{6})^3 + 3 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{6} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 48\sqrt{6} + 18\sqrt{6} = 66\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } p^2 - q^2 &= (p + q)(p - q) \\ &= 6 \cdot 2\sqrt{6} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 12\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 - 5(p^2 - q^2) \\ &= 66\sqrt{6} - 5 \cdot 12\sqrt{6} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 66\sqrt{6} - 60\sqrt{6} = 6\sqrt{6} \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে, $p + q = 6$ এবং $pq = 3$

$$\begin{aligned}\text{বামপদ} &= p^5 + q^5 \\ &= p^5 + p^3q^2 + p^2q^3 + q^5 - p^3q^2 - p^2q^3 \\ &= p^3(p^2 + q^2) + q^3(p^2 + q^2) - p^2q^2(p + q) \\ &= (p^2 + q^2)(p^3 + q^3) - p^2q^2(p + q) \\ &= (p^2 + q^2)(p^3 + q^3) - (pq)^2(p + q) \\ &= \{(p + q)^2 - 2pq\} \{(p + q)^3 - 3pq(p + q)\} - (pq)^2(p + q) \\ &= \{(6)^2 - 2 \cdot 3\} \{(6)^3 - 3 \cdot 3 \cdot 6\} - (3)^2 \cdot 6 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (36 - 6)(216 - 54) - 9 \cdot 6 \\ &= 30 \cdot 162 - 54 = 4860 - 54 = 4806 = \text{ডানপদ}\end{aligned}$$

$$\therefore p^5 + q^5 = 4806 \text{ (দেখানো হলো)।}$$

প্রশ্ন-২১ ▶ $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

- ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $x^4 - \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 5\sqrt{5}$. ৪

▶▶ ২১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^2 + \sqrt{5}x + 1 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = \sqrt{5}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{5} \quad [\text{উভয়পক্ষে } x \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ. 'ক' থেকে পাই, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\text{বা, } \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^2 = 5 \quad [\text{উভয়পক্ষে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5 - 4$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 1 \quad [\text{ধনাত্মক ধরে}]$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (\sqrt{5})^2 - 2 = 5 - 2 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি, } x^4 - \frac{1}{x^4} &= (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 1 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 3\sqrt{5} \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\text{গ. 'ক' থেকে পাই, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (\sqrt{5})^3 - 3 \cdot \sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{'খ' থেকে পাই, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\therefore \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = x^5 + x^3 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \cdot x^2 + \frac{1}{x^5}$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{5} \cdot 3 = x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 6\sqrt{5} - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 6\sqrt{5} - \sqrt{5} \therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 5\sqrt{5} \text{ (প্রমাণিত)}$$

- ক. $x - y$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $(x^3 + y^3) + 2(x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $x^4 + y^4 = 17$ ৪

▶▶ ২২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$
 আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$
 $= (3)^2 - 4.2$ [মান বসিয়ে]
 $= 9 - 8$
 বা, $(x - y)^2 = 1$
 $\therefore x - y = \pm 1$ (Ans.)
- খ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$
 'ক' হতে পাই, $x - y = \pm 1$
 এখন, $(x^3 + y^3) + 2(x^2 + y^2)$
 $= \{(x + y)^3 - 3xy(x + y)\} + \{(x + y)^2 + (x - y)^2\}$
 $= \{(3)^3 - 3.2.3\} + \{(3)^2 + (\pm 1)^2\}$ [মান বসিয়ে]
 $= (27 - 18) + (9 + 1)$
 $= 9 + 10 = 19$ (Ans.)

- গ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$
 'ক' হতে পাই, $x - y = \pm 1$
 বামপাশ $= x^4 + y^4 = (x^2)^2 + (y^2)^2$
 $= (x^2 - y^2)^2 + 2x^2y^2 = \{(x + y)(x - y)\}^2 + 2(xy)^2$
 $= \{3.(\pm 1)\}^2 + 2.(2)^2$ [মান বসিয়ে]
 $= 9 + 8 = 17 =$ ডানপাশ
 $\therefore x^4 + y^4 = 17$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-২৩ ▶ যদি $x + y = 3$, $xy = 2$ হয়, তবে উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

- ক. $x - y$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- খ. $(x^3 + y^3) + 4(x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $x^8 + y^8 = 257$ ৪

▶▶ ২৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

- ক. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$
 আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$
 $= (3)^2 - 4.2$ [মান বসিয়ে]
 $= 9 - 8 = 1$
 অতএব, $x - y = 1$ (Ans.)
- খ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$
 প্রদত্ত রাশি $= (x^3 + y^3) + 4(x^2 + y^2)$
 $= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 4\{(x + y)^2 - 2xy\}$
 $= (3)^3 - 3.2.3 + 4\{(3)^2 - 2.2\}$ [মান বসিয়ে]
 $= 27 - 18 + 4(9 - 4) = 9 + 20 = 29$ (Ans.)
- গ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$
 বামপাশ $= x^8 + y^8 = (x^4)^2 + (y^4)^2$
 $= (x^4 + y^4)^2 - 2x^4.y^4$
 $= \{(x^2)^2 + (y^2)^2\}^2 - 2x^4y^4$
 $= \{(x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2\}^2 - 2(xy)^4$
 $= [\{(x + y)^2 - 2xy\}^2 - 2(xy)^2]^2 - 2(xy)^4$

$$= [(3)^2 - 2.2]^2 - 2(2)^2 - 2(2)^4 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= [9 - 4]^2 - 2.16$$

$$= [5]^2 - 8]^2 - 32 = [25 - 8]^2 - 32$$

$$= [17]^2 - 32 = 289 - 32 = 257 = \text{ডানপাশে}$$

$$\therefore x^8 + y^8 = 257 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-২৪ ▶ $x^2 - 1 = 5x$ এবং $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে,

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^8 + 1}{x^4} = 727$

৪

গ. দেখাও যে, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 50\sqrt{58}$

৪

▶▶ ২৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^2 - 1 = 5x$

$$\text{বা, } \frac{x^2 - 1}{x} = 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 5 \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{এখন, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = (5)^2 + 4 = 25 + 4 = 29$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{29} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' হতে পাই $x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{29}$ [ধনাত্মক মান নিয়ে]

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপাশ} &= \frac{x^8 + 1}{x^4} = x^4 + \frac{1}{x^4} \\ &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \\ &= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right\}^2 - 2 \\ &= \left\{(\sqrt{29})^2 - 2\right\}^2 - 2 \\ &= (29 - 2)^2 - 2 = (27)^2 - 2 = 729 - 2 = 727 = \text{ডানপাশ} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x^8 + 1}{x^4} = 727 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. 'ক' হতে পাই, $x + \frac{1}{x}$ এবং $x - \frac{1}{x} = 5$

$$\text{দেওয়া আছে, } a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } a^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1$$

$$\text{বা, } a^2 = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + (1)^2$$

$$\text{বা, } a^2 = (\sqrt{2} + 1)^2$$

$$\text{বা, } a = \pm (\sqrt{2} + 1)$$

$$\therefore a = \sqrt{2} + 1 \dots\dots\dots (i) \quad [\text{ধনাত্মক মান নিয়ে}]$$

$$\text{এখন, } \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

=

$$\frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2 - (1)^2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বামপদ} &= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) \\ &= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)\right\} \\ &= (\sqrt{29} \times 5) \{(2\sqrt{2})^3 - 3 \times 2\sqrt{2}\} \\ &= 5\sqrt{29} \times (16\sqrt{2} - 6\sqrt{2}) \\ &= 5\sqrt{29} \times 10\sqrt{2} = 50\sqrt{58} = \text{ডানপদ} \end{aligned}$$

$$\therefore \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 50\sqrt{58} \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-২৫ ▶ $2^y + \frac{1}{y} + 1 = 32$ একটি সমীকরণ

ক. $y + \frac{1}{y}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে, $\frac{y^6 + 1}{y^3} = 52$

৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{y^4} = 194 - y^4$

৪

▶▶ ২৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $2^y + \frac{1}{y} + 1 = 32$

$$\text{বা, } 2^y + \frac{1}{y} + 1 = 2^5$$

$$\text{বা, } y + \frac{1}{y} + 1 = 5$$

$$\text{বা, } y + \frac{1}{y} = 5 - 1$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = 4 \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' হতে পাই, $y + \frac{1}{y} = 4$

$$\text{বামপদ} = \frac{y^6 + 1}{y^3} = \frac{y^6}{y^3} + \frac{1}{y^3} = y^3 + \frac{1}{y^3}$$

$$= \left(y + \frac{1}{y}\right)^3 - 3 \cdot y \cdot \frac{1}{y} \left(y + \frac{1}{y}\right)$$

$$= (4)^3 - 3 \cdot 4 \quad \left[\because y + \frac{1}{y} = 4 \right]$$

$$= 64 - 12 = 52 = \text{ডানপদ}$$

$$\therefore \frac{y^6 + 1}{y^3} = 52 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. 'ক' হতে পাই, $y + \frac{1}{y} = 4$

$$\text{বা, } \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = (4)^2 \quad [\text{উভয়পক্ষে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } y^2 + 2.y.\frac{1}{y} + \left(\frac{1}{y}\right)^2 = 16$$

$$\text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} = 16 - 2$$

$$\text{বা, } y^2 + \frac{1}{y^2} = 14$$

$$\text{বা, } \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = (14)^2 \quad [\text{পুনরায় উভয়পক্ষে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } (y^2)^2 + 2.y^2.\frac{1}{y^2} + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 = 196$$

$$\text{বা, } y^4 + 2 + \frac{1}{y^4} = 196$$

$$\text{বা, } y^4 + \frac{1}{y^4} = 196 - 2$$

$$\text{বা, } y^4 + \frac{1}{y^4} = 194$$

$$\therefore \frac{1}{y^4} = 194 - y^4 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-২৬ ▶ $x^2 - 2\sqrt{30} - 11 = 0; x > 0$

ক. x -এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 42\sqrt{6}$

৪

গ. $(x^2 + \frac{1}{x^2})(x^3 - \frac{1}{x^3})$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ২৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

$$x^2 - 2\sqrt{30} - 11 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 = 11 + 2\sqrt{30}$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2.\sqrt{6}.\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2$$

$$\therefore x = \sqrt{6} + \sqrt{5} \quad (\text{Ans.})$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\text{এবং } x + \frac{1}{x} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{বামপদ} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{6})^3 - 3.2.\sqrt{6} = 8.6\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6} = \text{ডানপদ}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 42\sqrt{6} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

গ. 'ক' থেকে পাই, $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

‘খ’ থেকে পাই, $\frac{1}{x} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

আবার, ‘খ’ থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{6}$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4 \cdot 6$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 24$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 24 - 2$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 22$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right) \\ &= 22 \cdot 2\sqrt{5} \cdot (22 + 1) \text{ [মান বসিয়ে]} \\ &= 22 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 23 = 1012\sqrt{5} \end{aligned}$$

প্রশ্ন-২৭ ▶ $x - \frac{1}{x} = 2$

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{2}$

৪

▶▶ ২৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 2$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{খ. } \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 \\ &= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = \left\{\left(x - \frac{1}{x} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right)\right\}^2 - 2 \\ &= \{(2)^2 + 2\}^2 - 2 = (4 + 2)^2 - 2 \\ &= (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34 \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

গ. ‘ক’ থেকে পাই, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 6$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 6 + 2$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 8$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{8}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2} \quad [\text{ধনাত্মক মান নিয়ে}]$$

$$\text{বামপদ} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{2})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{2} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2} = \text{ডানপদ}$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$