

ML Jedi Training II : Modelado de Transformada de Fourier con Diferentes Estrategias de Redes Neuronales

Matias Nuñez

24 de agosto 2023

1 Modelado de Transformada de Fourier

Contexto: La transformada de Fourier es fundamental en el procesamiento de señales y sistemas. ¿Podemos modelarla usando diferentes estrategias de redes neuronales?

Objetivo: Modelar la transformada de Fourier de una señal usando redes neuronales, Neural ODEs y redes recurrentes. Hacer un/os notebook/s en Pluto , interactivo, con los resultados.

Transformada de Fourier: La transformada de Fourier de una función $f(t)$ está dada por la siguiente expresión integral:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

donde $F(\omega)$ es la transformada de Fourier de $f(t)$, ω es la frecuencia angular y j es la unidad imaginaria.

Función Sintética: Vamos a considerar una función compuesta que incluye componentes sinusoidales y exponenciales, específicamente,

$$f(t) = \sin(2\pi t) + 0.5 \sin(4\pi t) + e^{-0.2t} \cos(2\pi t)$$

Esta función tiene componentes de diferentes frecuencias y una componente que decae exponencialmente con el tiempo, lo que la hace interesante para modelar con una transformada de Fourier.

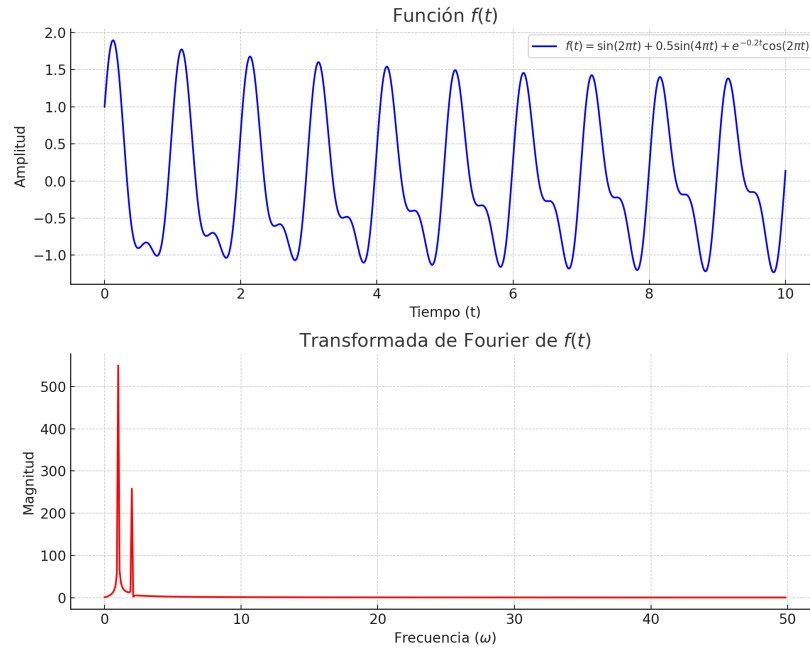


Figure 1: Función $f(t)$ y su transformada de Fourier.

1.1 Redes Neuronales

Pasos:

1. Generará una serie temporal $f(t)$ utilizando la función sintética definida anteriormente en un rango de tiempo, por ejemplo, $t \in [0, 10]$ con una resolución de 0.01.
2. Calculá la transformada de Fourier de la señal generada utilizando herramientas numéricas adecuadas.
3. Diseñá y armá un modelo utilizando redes neuronales tradicionales. Considerá utilizar capas densas con activación ReLU.
4. Entrená el modelo utilizando un conjunto de entrenamiento y validalo en un conjunto de prueba.
5. Una vez entrenado el modelo, compará su salida (la transformada de Fourier estimada) con la transformada de Fourier calculada en el paso 2.

Tips:

- Trabajá en un rango específico de frecuencias para simplificar el problema.
- Al generar los datos sintéticamente, podés agregar un poco de ruido gaussiano para simular condiciones de mediciones reales.

1.2 Redes Neuronales Recurrentes

Pasos:

1. Utilizando la misma serie temporal $f(t)$ generada anteriormente, diseñá y armá un modelo que utilice redes recurrentes, como LSTM o GRU.
2. Entrená el modelo recurrente utilizando el mismo conjunto de entrenamiento.
3. Una vez entrenado el modelo, compará su salida con la transformada de Fourier calculada anteriormente.

1.3 Neural ODEs

Pasos:

1. Utilizando la misma serie temporal $f(t)$ generada anteriormente, diseñá y armá un modelo que utilice Neural ODEs. Definí las ecuaciones diferenciales que describan la dinámica de la señal.
2. Entrená el modelo Neural ODE utilizando el mismo conjunto de entrenamiento.
3. Una vez entrenado el modelo, compará su salida con la transformada de Fourier calculada anteriormente.

Tips:

- Las Neural ODEs pueden capturar dinámicas complejas, así que considerá usarlas especialmente si la señal tiene características no estacionarias.