

EJERCICIOS DE LÓGICA BORROSA

José A. Olivas

Ejercicio de Inferencia Borrosa 1:

Un Sistema Experto basado en lógica borrosa usa las siguientes 3 variables: X_1 , X_2 e Y .

El universo de discurso para las variables X_1 y X_2 es $A=\{1,2,3,4\}$ y el universo de discurso para la variable Y es $B=\{a, b, c\}$.

Para las variables X_1 y X_2 se definen los siguientes conjuntos borrosos en el universo de discurso A :

$$\begin{aligned}X_1 \text{ grande} &= 0.25/2+0.75/3+1/4 \\X_1 \text{ normal} &= 0.5/1+1/2+0.25/3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X_2 \text{ grande} &= 0.8/3+1/4 \\X_2 \text{ normal} &= 1/2+0.6/3\end{aligned}$$

Para la variable Y se definen los siguientes conjuntos borrosos en el universo de discurso B :

$$\begin{aligned}Y \text{ poco} &= 0.75/a+0.25/b \\Y \text{ mucho} &= 0.75/b+1/c\end{aligned}$$

La base de conocimientos del Sistema Experto contiene las siguientes reglas:

- R1 Si X_1 es grande y X_2 es normal Entonces Y es poco
R2 Si X_2 es muy grande Entonces Y es mucho

El sistema experto mencionado usa además los siguientes conceptos:

- Para hacer conjunciones utiliza la t-norma: $T(a,b)=\min(a,b)$
- Para hacer agregaciones utiliza la t-conorma: $(a,b)=\max(a,b)$
- Para negar conceptos utiliza $C(a)=1-a$
- Para hacer inferencia utiliza la función de implicación: $I(a,b)=\max(1-a, b)$

Al Sistema Experto llega la siguiente observación sobre el universo de discurso A : $0.2/1+0.6/2+0.8/3$
¿Qué inferirá el Sistema Experto en el universo de discurso B ? Razonar detalladamente la respuesta.

Ejercicio de Inferencia Borrosa 2:

Un sistema basado en lógica borrosa utiliza la T-norma $T(a,b)=\max(0,a+b-1)$, la t-conorma $\perp(a,b)=\min(a+b,1)$ y la función de implicación $I(a,b)=\min(1,1-a+b)$. Como complemento utiliza la expresión clásica. Para componer relaciones utiliza la forma max-min.

Sea f una función que asocia un par de puntos de un dominio con un punto en otro dominio. Esto es:

$$Y = f(x_1, x_2).$$

El universo de discurso del primer elemento del par origen de f , o sea de x_1 , es: $\{\alpha, \beta, \gamma\}$

El universo de discurso del segundo elemento del par origen de f , o sea de x_2 , es: $\{r, s\}$

El universo de discurso de la variable destino de f , o sea de Y , es: $\{a, b, c\}$

La función f se define de la siguiente manera:

Al par (α, r) le hace corresponder c

Al par (α, s) le hace corresponder a

Al par (β, r) le hace corresponder a

Al par (β, s) le hace corresponder c

Al par (γ, r) le hace corresponder a

Al par (γ, s) le hace corresponder b

Se define el siguiente conjunto borroso en el universo de discurso de x_1 :

$$A = 0.2/\alpha + 0.9/\beta + 0.5/\gamma$$

Se definen los dos siguientes conjuntos borrosos en el universo de discurso de x_2 :

$$B = 0.7/r + 0.6/s$$

$$C = 0.9/s$$

Se pide:

8. Calcular los conjuntos borrosos D y E definidos sobre el universo de discurso de Y como $D = f(A, B)$ y el $E = f(A, C)$ ¿Qué principio de la lógica borrosa se ha de aplicar?
9. Obtener el conjunto borroso que exprese “ D y E ” y el conjunto borroso que exprese “ D ó E ”
10. Obtener la relación binaria borrosa $(D \text{ y } E \rightarrow A)$ y la $(A \rightarrow C)$
11. Obtener la relación binaria J compuesta por las obtenidas en el punto 3: $J = (D \text{ y } E \rightarrow A) \circ (A \rightarrow C)$
12. Si se observa el conjunto borroso $W = 0.1/a + 0.3/b + 0.5/c$ ¿qué conjunto borroso se inferirá en el universo de discurso de x_2 al usar la relación J ? ¿Qué principio de la lógica borrosa se aplica?

Ejercicio de Inferencia Borrosa 3:

Se ha realizado un sistema experto basado en lógica borrosa para regular el tráfico del ferrocarril metropolitano de una gran ciudad. En su base de conocimientos existen las dos reglas siguientes

- R1. Si la hora es punta de mañana entonces la frecuencia de paso de trenes es muy alta
R2. Si la frecuencia de paso de trenes es muy alta entonces el consumo de energía es alto

Los universos de discurso para la determinación del tipo de hora, frecuencia de paso de trenes y consumo de energía son los siguientes:

H=tipo de hora	{ 6, 7, 8, 9, 10 }
F=frecuencia (segundos)	{ 20, 40, 60, 300 }
C=consumo de energía	{ 100, 1000, 2000, 4000 }

Además se conocen las siguientes definiciones de conjuntos borrosos:

En H se define:

$$\text{punta_de_mañana} = 0.4/7 + 1/8 + 0.3/9$$

En F se define:

$$\text{frecuencia_alta} = 1/20 + 0.8/40 + 0.2/60$$

En C se define:

$$\text{consumo_alto} = 0.5/1000 + 0.8/2000 + 1/4000$$

* El sistema experto mencionado usa además los siguientes conceptos:

- Para hacer conjunciones utiliza la t-norma: $T(a,b) = \min(a,b)$
- Para hacer agregaciones utiliza la t-conorma: $\perp(a,b) = \max(a,b)$
- Para negar conceptos utiliza $C(a) = 1-a$
- Para hacer inferencia utiliza la función de implicación: $I(a,b) = \max(1-a, b)$

Se pide:

1) ¿Cuál sería la relación borrosa existente, y en este orden, entre hora punta de mañana y consumo de energía? (Razonar y cuantificar)

2) Dado que el día corriente es lluvioso se considera la observación de hora punta: $0.8/7 + 1/8 + 1/9$ ¿Qué conjunto borroso inferirá el sistema experto sobre la frecuencia de paso de trenes? Razonar detalladamente la respuesta.

3) ¿Cuál es la cardinalidad escalar del conjunto borroso resultante en la pregunta 2?

Ejercicio de Inferencia Borrosa 4:

En la base de conocimiento de un Sistema Experto con un motor de inferencia basado en lógica borrosa, existe al menos la siguiente regla:

“Si la presión es grande y la temperatura alta, el consumo será elevado”

En el sistema experto hay definidos los siguientes conjuntos borrosos:

Presión grande: {0.2/1 at., 0.5/3 at., 0.8/5 at.} (Universo: 1, 3, 5, 7 at.).

Temperatura alta: {0.3/70°, 0.9/95°}(Universo: 70°, 95°).

Consumo elevado: {0.2/10 kw., 0.4/20 kw., 0.8/30 kw.} (Universo: 10, 20, 30 kw/h.).

El motor de inferencia utiliza el mínimo como T-norma, el máximo como T-conorma, la negación clásica (complemento) y como función de implicación $I(a, b) = \max(1-a, b)$.

Se observa que la presión es grande y la temperatura no muy alta. ¿Qué conjunto borroso inferirá el sistema experto sobre el consumo?, ¿Cuál es su cardinalidad borrosa?. Razonar la respuesta con detalle.

Ejercicio de Inferencia Borrosa 5:

En un Sistema Experto que utiliza un motor de inferencia basado en Lógica Borrosa, con las mismas características que el del ejercicio 4 (T-norma: $T(a, b) = \max(0, a+b-1)$, la t-conorma $\perp(a, b) = \min(a+b, 1)$ y la función de implicación $I(a, b) = \min(1, 1-a+b)$). Como complemento utiliza la expresión clásica), se han definido los siguientes conjuntos borrosos:

Calor = {<20°/0.2, >20° y <32°/0.6, >32°/0.9}

Aire acondicionado alto = {PosA/0.5, PosB/0.9}

Reducir velocidad = {-10km-h/0.3, -20km-h/0.5, -30km-h/0.8}

Se posee el siguiente conocimiento acerca del problema: “Si hace mucho calor, poner el aire acondicionado alto, pero si se pone el aire acondicionado muy alto, reducir la velocidad”

¿Qué respuesta daría el sistema cuando la temperatura fuese de 36°?. Razonar la respuesta y mostrar las operaciones llevadas a cabo.

Ejercicio de Inferencia Borrosa 6:

En la base de conocimiento de un Sistema Experto con un motor de inferencia basado en lógica borrosa, existe al menos la siguiente regla:

“Si los precios son ^{altos} grandes, la demanda será grande”

En el sistema experto hay definidos los siguientes conjuntos borrosos:

Precios altos: {0.2/+0,2%, 0.5/+0,9%, 0.7/+1,3%}

Demanda grande: {0.9/alta, 0.4/baja}

El motor de inferencia utiliza el mínimo como T-norma, el máximo como T-conorma, la negación clásica (complemento) y como función de implicación $I(a, b) = \max(1-a, b)$.

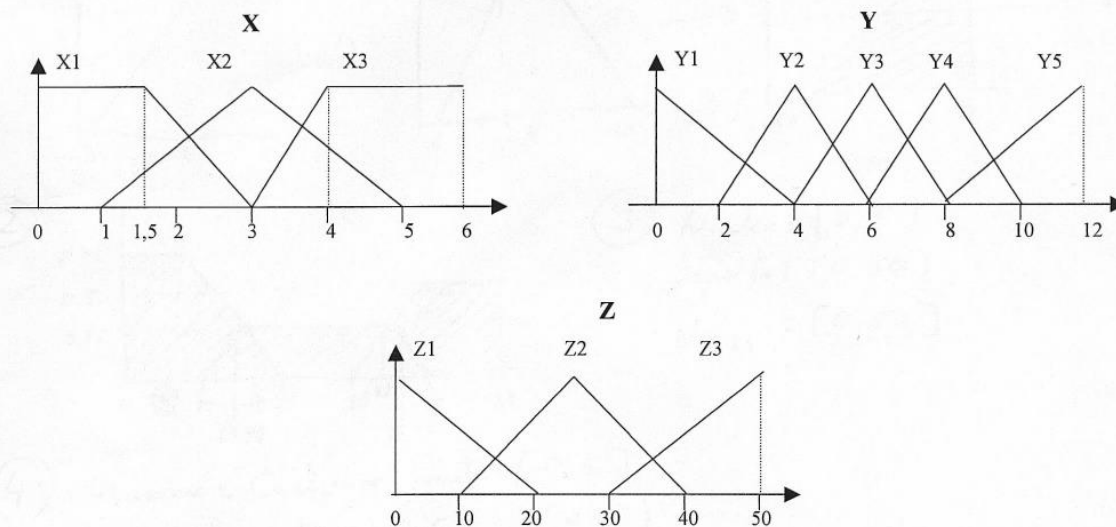
Se observa que los precios son *muy altos*. ¿Qué conjunto borroso inferirá el sistema experto sobre la demanda?. Razonar la respuesta con detalle.

Ejercicio de Control Borroso 1:

Un controlador borroso tipo Mamdani maneja la siguiente base de reglas:

X			
	X1	X2	X3
Y	Y1	Z1-r1	Z1-r6
	Y2		Z2-r3
	Y3	Z2-r2	Z2-r4
	Y4		Z1-r5
	Y5		Z3-r8

La definición de conjuntos borrosos es la siguiente:



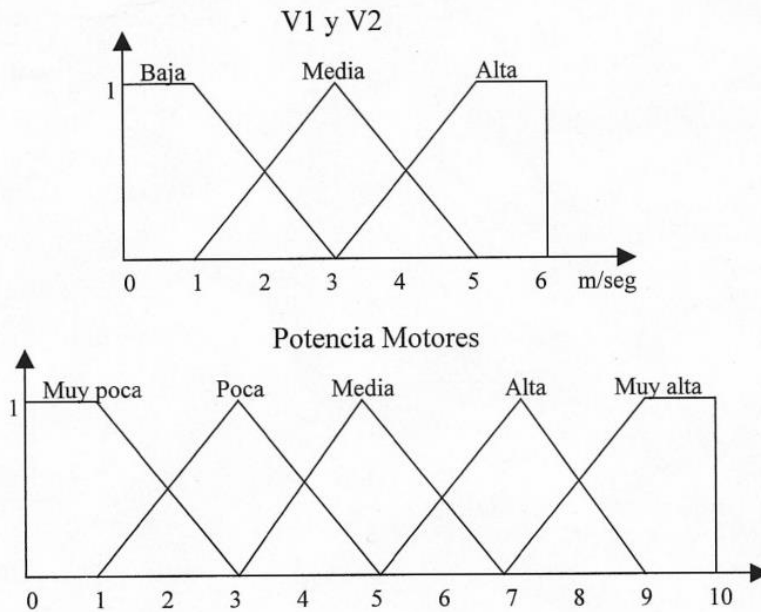
Los sensores miden $X=3,5$ e $Y=7,5$.

Se pide:

1. Representar gráficamente las reglas que se disparan.
2. Representar el conjunto borroso obtenido antes de desborrosificar.
3. Indicar cuál es el núcleo y el soporte del conjunto borroso obtenido. ¿Cuál es su $\alpha_{0,25}$?
4. Desborrosificar utilizando TODOS los criterios que conozca. Explicar con detalle el resultado obtenido.

Ejercicio de Control Borroso 2:

Dos aviones se encuentran en maniobra de aproximación para tomar tierra en el aeropuerto de Barajas. Ambos están equipados con los mismos sensores en las alas (que miden V1) y en la cola (para medir V2), que permiten evaluar la sustentación del avión en base a la velocidad de paso del aire por esos sensores. Igualmente utilizan el mismo regulador de potencia para los motores con una escala de 1 a 10:



El AVION1 dispone de un controlador borroso tipo Mamdani para automatizar el proceso, que utiliza como criterio de deborrosificación la media del máximo, y la siguiente base de reglas:

- R1: Si V1 es baja y V2 es baja entonces potencia muy alta.
- R2: Si V1 es baja y V2 es media entonces potencia alta.
- R3: Si V1 es baja y V2 es alta entonces potencia media.
- R4: Si V1 es media y V2 es baja entonces potencia alta.
- R5: Si V1 es media y V2 es media entonces potencia media.
- R6: Si V1 es media y V2 es alta entonces potencia poca.
- R7: Si V1 es alta y V2 es baja entonces potencia media.
- R8: Si V1 es alta y V2 es media entonces potencia poca.
- R9: Si V1 es alta y V2 es alta entonces potencia muy poca.

El AVION2 utiliza un controlador borroso tipo Takagi-Sugeno que usa la siguiente base de reglas:

	V1	V2	P0	P1	P2
R1	Alta	Alta	1.6	0.5	0.9
R2	Media	Alta	3.2	5.2	2.6
R3	Baja	Alta	0.8	1.5	3.4
R4	Alta	Media	0.7 0.8	0.2	0.4 1
R5	Media	Media	2.4 0.6	0.6	0.9
R6	Baja	Media	1.9	0.5	2.3
R7	Alta	Baja	2.6	1.3	0.6
R8	Media	Baja	0.6	1.5	0.9
R9	Baja	Baja	1.6	0.4	4.2

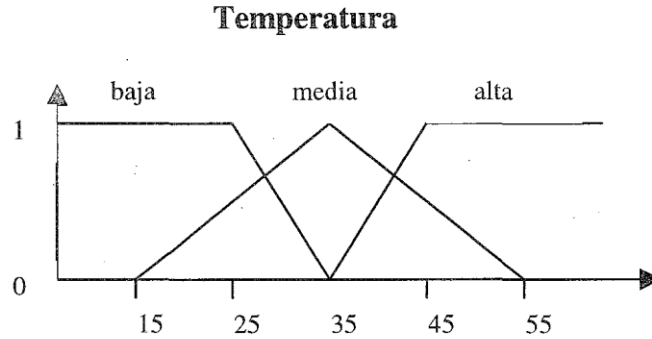
En un momento dado, en ambos aviones se mide $V1 = 4,5$ y $V2 = 3$. ¿Cuál será la potencia que aplicará cada uno de ellos a los motores?. Mostrar con detalle todos los cálculos realizados.

Ejercicio de Control Borroso 3:

El proceso de secado de un producto se realiza mediante un ventilador cuya velocidad es regulada según la temperatura del producto. El control de la velocidad del ventilador se realiza utilizando un controlador borroso basado en el enfoque de Takagi-Sugeno.

El universo de discurso para la variable temperatura es $[0,70]$ ($^{\circ}\text{C}$).

Sobre ese universo de discurso se definen los siguientes conjuntos borrosos:



La base de conocimientos que utiliza el controlador es la siguiente:

REGLA	Temperatura	p0	p1
R1	Alta	700	500
R2	Media	100	200
R3	Baja	100	50

Donde Temperatura es la hipótesis de las reglas y $p0$ y $p1$ son los coeficientes de la función consecuente de cada regla que define la velocidad del ventilador.

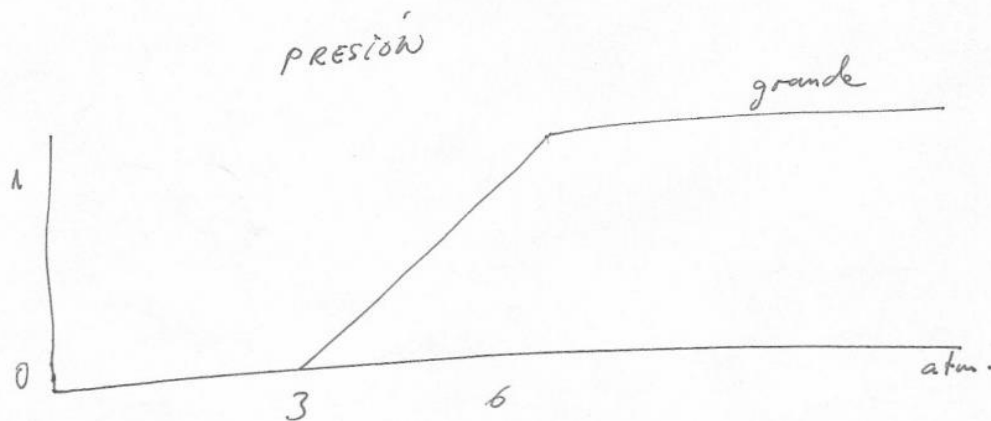
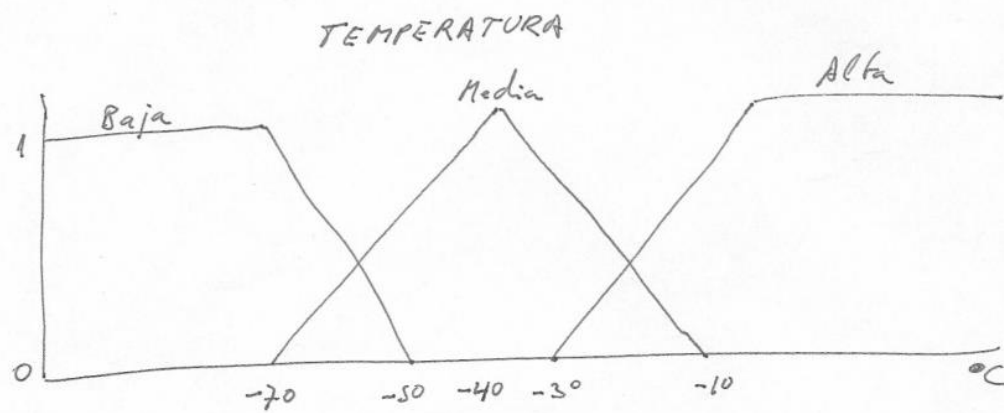
Se observa un producto con una temperatura de 40°C

Se pide:

1. Indicar cuáles son los valores borrosificados de la observación de temperatura
2. Representar gráficamente las reglas que se activan
3. Indicar el grado de aplicabilidad de cada regla activada
4. Calcular el valor de la variable velocidad del ventilador de la salida del controlador

Ejercicio de Control Borroso 4:

	T°	PRES	P_0	P_1	P_2
R_1	BAJA	GRANDE	100	50	190
R_2	MEDIA	GRANDE	200	60	180
R_3	ALTA	—	300	70	0
R_4	BAJA	—	400	80	0



Lectura $T^{\circ} = -15^{\circ}\text{C}$
 $P = 4 \text{ Atm.}$

¿ VÁLVULA ?

Ejercicio de Control Borroso 5:

Un controlador borroso basado en el enfoque de Mandani utiliza tres variables de entrada X_1 , X_2 y X_3 y una de salida Y . Para desborrosificar utiliza el método de la media de los máximos.

El universo de discurso para las variables X_1 , X_2 y X_3 es $[0,10]$, el mismo para todas ellas. El universo de discurso para la variable temperatura es Y es el intervalo $[0,6]$.

Para las tres variables X_1 , X_2 y X_3 se definen los mismos cinco conjuntos borrosos triangulares sobre sus universos de discurso:

Muy bajo (0,0,2)
Bajo (1,3,4)
Normal (3,5,5,7)
Alto (6,7,5,9)
Muy alto (8,10,10)

Para la variable Y se definen los siguientes tres conjuntos borrosos triangulares sobre su universo de discurso:

Poco (0,0,2)
Medio (1,3,5)
Mucho (4,6,6)

Para definir los conjuntos borrosos triangulares se ha utilizado una nomenclatura con tres valores del universo de discurso. Así el conjunto borroso triangular (a,b,c) ha de ser interpretado como: **a** valor del universo de discurso con grado de pertenencia cero, **b** valor del universo de discurso con grado de pertenencia 1 y **c** valor del universo de discurso con grado de pertenencia 0. **a** es un valor a la izquierda de **b** y **c** es un valor a su derecha.

La base de conocimientos del controlador es la siguiente:

Regla	X_1	X_2	X_3	Y
R1	Bajo	Normal	Bajo	Mucho
R2	Normal	Alto	Muy alto	Poco
R3	Bajo	Alto	Bajo	Medio

Se observa un valor de $X_1 = 3.5$, un valor de $X_2 = 6.5$ y un valor de $X_3 = 3$.

Se pide:

1. Indicar cuáles son los valores borrosificados de las observaciones.
2. Razonar cuál será el grado de aplicabilidad de cada regla activada ante esas observaciones.
3. Si se deseara que ante esas observaciones se obtuviese un conjunto borroso de salida con máximo grado de pertenencia de 0.5 y cuya desborrosificación fuese 5 ¿Qué regla se debería añadir a la base de conocimientos? Razonar la respuesta.