

**José A. Olivas**

**Ejercicios de incertidumbre basada en  
probabilidad, factores de certeza y teoría de  
la evidencia**

## Ejercicio Incertidumbre con las tres técnicas

Durante el proceso de adquisición del conocimiento un experto y un Ingeniero del Conocimiento mantienen una sesión cuyo contenido y diálogo es el siguiente:

(IC = Ingeniero del Conocimiento, E = Experto)

IC – Para comenzar ¿cuáles serían a su juicio las conclusiones que se pueden alcanzar en el dominio que vamos a estudiar?

E - Bien, pues yo diría que las conclusiones posibles pueden ser C1, C2 y C3. Se pueden dar aisladamente o en cualquier combinación de unas con otras.

IC - ¿Tienen algún punto común o depende alguna de otra?

E – No, no es posible

IC - ¿Cómo se puede llegar a concluir C3?

E – La conclusión C3 se alcanza cuando se dan los síntomas A8, A9 o ambos. Sin embargo, fíjese que la conclusión C2 requiere siempre que se den al mismo tiempo los síntomas A6 y A7.

IC - ¿Qué me dice de C1? ¿Cómo se llegaría a ella?

E – Buena pregunta. La contestación es algo compleja, así que por favor, escuche atentamente. El llegar a C1 se puede hacer de dos maneras diferentes. Así, C1 se podría alcanzar cuando se da una previa conclusión parcial B1. También C1 se podría obtener cuando se da una conclusión parcial previa B2.

La conclusión parcial B1 se obtiene cuando aparecen conjuntamente los síntomas A1 y A2. Por el contrario, la conclusión parcial B2 se puede alcanzar por dos caminos diferentes. Uno es cuando se da la presencia simultánea de los síntomas A2, A3 y A4 y otro es con la presencia de A4, de A5 o de ambos.

IC – Entendido, pondré este conocimiento en nuestro Sistema Inteligente.

Se pide:

1. Con el conocimiento adquirido ¿qué esquema de representación del conocimiento sería más indicado utilizar y por qué? Expresar la base de conocimientos del Sistema Inteligente con el esquema de representación elegido.
2. Si el Sistema Inteligente observase los hechos **A1, A3, A4, A5, A7 y A9** ¿Qué tipo de razonamiento o método de inferencia sería más conveniente usar?
3. ¿Cuáles serían las inferencias realizadas por este Sistema Inteligente usando reglas de producción para representar el conocimiento y las observaciones disponibles? Para contestar a esta pregunta correctamente habrá que describir cada uno de los pasos que daría el proceso de razonamiento. En cada paso se indicará el contenido de la “agenda” o “memoria de trabajo”, las reglas seleccionadas, el contenido del “conjunto conflicto”, regla disparada e inferencia alcanzada. Se supondrá que una regla que se ha disparado no podrá formar parte otra vez del conjunto conflicto.
4. Como se puede deducir del conocimiento extraído, sólo A8 y A9 podrían ser evidencias para C3, pero se observa solo A9. La probabilidad de que se den conjuntamente C3 y A9 es 0.12. La probabilidad de que

- aparezca el síntoma A9 es 0.36 ¿Cuál sería la incertidumbre de alcanzar C3 una vez se ha dado A9?
5. Así mismo, del conocimiento extraído se sabe que A4 y A5 podrían ser evidencias para alcanzar B2. El Sistema Inteligente observa que se dan ambas a la vez, la probabilidad de este fenómeno es baja y se cifra en 0.2. La probabilidad de que se dé B2 es 0.7. La probabilidad de que se den los síntomas A4 y A5 cuando se ha alcanzado B2 es 0.003. De acuerdo a las probabilidades enunciadas y utilizando el teorema de Bayes para representar incertidumbre ¿cuál sería la incertidumbre de alcanzar B2 cuando aparecen conjuntamente A4 y A5.
  6. Suponiendo que en vez del teorema de Bayes, se usan factores de certeza para representar incertidumbre, el experto le indica al Ingeniero de Conocimiento que la relación enunciada en que se alcanza C3 tiene un factor de certeza de 0.9, aquella en la que se alcanza C2, 0.4. La relación que obtiene C1 desde B1 tiene un factor de certeza de 0.4 y desde B2 0.8. La relación que obtiene B1 tiene un factor de certeza de – 0.8 y las que concluyen B2 tienen factor de certeza de 0.9.
  7. Olvidando lo observado antes, si ahora se observan los hechos: **A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 y A9** con factores de certeza  $FC(A1)=0.5$ ;  $FC(A2)=0.8$ ;  $FC(A3)=0.9$ ;  $FC(A4)=0.9$ ;  $FC(A5)=-0.8$ ;  $FC(A6)=-0.9$ ;  $FC(A7)=0.4$  y  $FC(A9)=0.4$ . ¿Cuáles son los factores de certeza de todas las inferencias obtenidas? Indicar detalladamente la respuesta.

Ahora en vez de los métodos de representación de incertidumbre anteriores, se considera más adecuado el uso de la teoría de la evidencia sobre el conjunto de conclusiones posibles C1, C2 y C3 del dominio bajo análisis. Sabe que  $BEL(C1,C3)=0.6$  y  $BEL(C1,C2)=0.5$ . Además se conoce que  $Incertidumbre(C1,C3)=0.2$ . Para llegar a estas conclusiones el experto ha hecho las siguientes valoraciones de evidencia (masa de probabilidad):  $m(C1)=0.1$ ,  $m(C3)=0.3$  y  $m(C1,C2,C3)=0$ . Se pide:

1. Calcular la masa de probabilidad de cada elemento del conjunto potencia del conjunto de posibles conclusiones a partir de las deducciones del experto. Se sabe que  $m(\emptyset)=0$ .
2. Al poco tiempo, el experto reasigna el valor de algunas masas de probabilidad y deja el resto igual:  $m_2(C2)=0.1$  y  $m_2(C2,C3)=0.1$ . Calcular el conflicto existente entre las evidencias anteriores y las nuevas.
3. Calcular la nueva masa de probabilidad  $m_3(C3)$ .

NOTA 1: Se recuerda la fórmula del fundamento del cálculo de incertidumbre por Bayes:

$$P(h/e) = P(h \wedge e) / P(e) = P(h)P(e/h) / P(e)$$

$$\text{GENERAL: } P(h_i/e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = P(h_i)P(e_1/h_i) \dots P(e_n/h_i) / [\sum_j P(h_j)P(e_1/h_j) \dots P(e_n/h_j)]$$

Donde: h son hipótesis, e evidencias, j cubre todas las hipótesis posibles, i hipótesis presente.

NOTA 2: Seguidamente se recuerda la regla de combinación de evidencias de

Dempster-Shafer:

$$m_3(C) = \frac{\sum_{X \cap Y = C} m_1(X) * m_2(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) * m_2(Y)}$$

## **EJERCICIOS DE INFERENCIA BAYESIANA**

### **Ejercicio Incertidumbre 1B**

En un vehículo sólo se pueden producir dos tipos de fallo denominados A y B respectivamente. Ambos tipos de fallo son mutuamente exclusivos e independientes. Los síntomas a través de los que se pueden descubrir esos tipos de fallo son tres, denominados respectivamente: S1, S2 y S3. Estos síntomas son independientes entre sí.

Además se tiene el siguiente conocimiento:

El 60% de los fallos del vehículo son del tipo A.

La probabilidad de aparición del síntoma S1 cuando el fallo es del tipo A es 0.4.

La probabilidad de aparición del síntoma S2 cuando el fallo es del tipo A es 0.8.

La probabilidad de aparición del síntoma S3 cuando el fallo es del tipo A es 0.6.

Si se utilizase el teorema de Bayes para representar la incertidumbre de ese conocimiento, se pide:

1. ¿Cuál sería la probabilidad del fallo B cuando aparece el síntoma S2?
2. ¿Cuál sería la probabilidad del fallo A cuando aparecen los síntomas S1 y S3?

NOTA: Se recuerda la fórmula del fundamento del cálculo de incertidumbre por Bayes:

$$P(h_i/e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = P(h_i)P(e_1/h_i) \dots P(e_n/h_i) / [\sum_j P(h_j)P(e_1/h_j) \dots P(e_n/h_j)]$$

Donde: h son hipótesis, e evidencias, j cubre todas las hipótesis posibles, i hipótesis presente.

## Ejercicio Incertidumbre 2B

Según el diagnóstico que un experto médico realiza sobre uno de sus pacientes, éste sólo puede tener o bien la enfermedad A, o bien la B, o bien la C. Las enfermedades A, B y C son distintas e independientes.

Se sabe que en general la probabilidad de padecer la enfermedad A es 0.6 y que si aparecen los síntomas S2, S4 y S5 entonces se padece dicha enfermedad. También se sabe que la probabilidad de tener el síntoma S4 cuando se tiene la enfermedad A es 0.1, cuando se tiene la B es 0.1 y cuando se tiene la C es 0.8.

Cuando aparecen los síntomas S1 y S4 entonces se padece la enfermedad C. Se sabe que la probabilidad de tener el síntoma S1 cuando se tiene la enfermedad A es 0.3, cuando se tiene la B es 0.4 y cuando se tiene la C es 0.3.

En general la probabilidad de padecer la enfermedad B es 0.3.

Los síntomas que caracterizan las enfermedades A, B y C son independientes unos de otros. Si se ha desarrollado un Sistema Experto capaz de emular al experto médico, y se observa un paciente con los síntomas S1, S2 y S4, responder a las siguientes cuestiones:

1. ¿Qué conocimiento tendrá al menos este Sistema Inteligente en su base de conocimientos, con qué método se representaría y por qué? Razonar las respuestas y representar el conocimiento citado.
2. ¿Cuál sería el contenido de la base de hechos de este Sistema Inteligente y el diagnóstico emitido?
3. ¿Cuál sería la certidumbre del diagnóstico emitido? (Mostrar todas las operaciones necesarias para alcanzar la respuesta)

NOTA: Se recuerda la fórmula del fundamento del cálculo de incertidumbre por Bayes:

$$P(h_i/e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = P(h_i)P(e_1/h_i) \dots P(e_n/h_i) / [\sum_j P(h_j)P(e_1/h_j) \dots P(e_n/h_j)]$$

Donde: h son hipótesis, e evidencias, j cubre todas las hipótesis posibles, i hipótesis presente.

### Ejercicio 3B Incertidumbre

La probabilidad de un fallo en una lavadora automática es 0.3. La probabilidad de que el tambor falle cuando falla la lavadora es 0.004. La probabilidad de que el termostato falle cuando falle la lavadora es 0.9.

1. ¿Qué tipo de incertidumbre sería más aconsejable utilizar si se ha de desarrollar un Sistema Inteligente con este tipo de información?

2. ¿Qué diría este sistema Inteligente acerca de la certidumbre de fallo en una lavadora automática debido al fallo del termostato?

3 ¿Y en el caso de fallo debido conjuntamente al tambor y al termostato?

NOTA: Se recuerda la fórmula del fundamento del cálculo de incertidumbre por Bayes:

$$P(h_i/e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = P(h_i)P(e_1/h_i) \dots P(e_n/h_i) / [\sum_j P(h_j)P(e_1/h_j) \dots P(e_n/h_j)]$$

Donde: h son hipótesis, e evidencias, j cubre todas las hipótesis posibles, i hipótesis presente.

## Ejercicio 4B Incertidumbre

Un electrodoméstico puede tener dos fallos A y B. En general la probabilidad de fallo del electrodoméstico es 0.6. La probabilidad de observar el fallo B cuando ha fallado el electrodoméstico es 0.3. La probabilidad de que falle el electrodoméstico cuando se producen conjuntamente los fallos A y B es 0.1.

1. ¿Si este conocimiento fuese a formar parte de un Sistema Inteligente cuál sería la mejor forma de representarlo?
2. ¿Qué diría este Sistema Inteligente acerca de la certidumbre de fallo en el electrodoméstico debido al fallo B?
3. ¿Cuál sería la probabilidad de observar el fallo A cuando ha fallado el electrodoméstico?

NOTA: Se recuerda la fórmula del fundamento del cálculo de incertidumbre por Bayes:

$$P(h_i/e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = P(h_i)P(e_1/h_i) \dots P(e_n/h_i) / [\sum_j P(h_j)P(e_1/h_j) \dots P(e_n/h_j)]$$

Donde: h son hipótesis, e evidencias, j cubre todas las hipótesis posibles, i hipótesis presente.



### Ejercicio 5B Incertidumbre

Las únicas inferencias posibles en un dominio de conocimiento son A y B (ambas independientes). Estas inferencias se pueden alcanzar de acuerdo a la siguiente base de conocimientos de un sistema Inteligente:

R1: Si  $x_1$  y  $x_2$  y  $x_3$  entonces A

R2: Si  $x_4$  ó  $x_5$  entonces A

R3: Si  $x_8$  y  $x_9$  entonces A

R4: Si  $x_6$  ó  $x_7$  entonces A

R5: Si  $x_2$  y  $x_3$  y  $x_9$  entonces B

Se observa  $x_5$ ,  $x_8$  y  $x_9$  ¿Cuál sería la certidumbre de la inferencia alcanzada? Indicar todos los cálculos realizados.

Para contestar a esta pregunta téngase en cuenta la siguiente información:  $P(B)=0.3$ ,  $P(x_5/A)=0.5$ ,  $P(x_8/B)=0.8$ ,  $P(x_9/A)=0.1$ . Aquí  $P(..)$  indica probabilidad

## Ejercicio 6B Incertidumbre

Un sistema Inteligente de ayuda en casos de emergencia tiene el siguiente conocimiento. Los bomberos del Parque de Bomberos Megapolis sólo salen para atender un incendio o una inundación. Si no se dan esas catástrofes se quedan en el Parque. La probabilidad de salida por incendio es típicamente 0.15 y la de quedarse en el Parque 0.8.

Por otra parte, el sistema Inteligente conoce que la probabilidad de que haga calor habiendo salido los bomberos por inundación es 0.1, estando los bomberos en el Parque 0.2 y habiendo salido los bomberos por un incendio es 0.8. La probabilidad de que haya sequía habiendo salido los bomberos por inundación es 0.001, habiendo salido los bomberos por incendio 0.7 y estando los bomberos en el Parque 0.28. La probabilidad de que haya tormenta habiendo salido los bomberos por incendio es 0.18, habiendo salido los bomberos por una inundación 0.08 y estando los bomberos en el Parque 0.74.

1. ¿Cuál sería la certidumbre de que los bomberos de Megapolis se queden en el Parque cuando hay sequía?.
2. ¿Cuál sería la certidumbre de que los bomberos de Megapolis salgan por inundación cuando se dan como hechos presentes el que hay tormenta y hace calor?.

NOTA: Para la resolución de este ejercicio se considerarán independientes todas las evidencias, así como exclusivas y exhaustivas las hipótesis.

Se recuerda la fórmula del fundamento del cálculo de incertidumbre por Bayes:

$$P(h_i/e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = P(h_i)P(e_1/h_i) \dots P(e_n/h_i) / [\sum_j P(h_j)P(e_1/h_j) \dots P(e_n/h_j)]$$

Donde: h son hipótesis, e evidencias, j cubre todas las hipótesis posibles, i hipótesis presente.

## **EJERCICIOS DE FACTORES DE CERTEZA**

### **Ejercicio Incertidumbre FC1**

La base de conocimientos de un sistema Inteligente contiene las siguientes reglas de producción con sus correspondientes factores de certeza:

R1: Si H1 ó H4	Entonces B, 0.8
R2: Si H5 y H6	Entonces D, -0.3
R3: Si H2 y H3	Entonces A, -0.5
R4: Si H7	Entonces A, 1.0
R5: Si H6 ó B	Entonces C, 0.9
R6: Si H1 y A	Entonces C, -0.6
R7: Si C	Entonces D, -0.8

El sistema Inteligente que usa esta base de conocimientos observa los hechos H1, H3, H5, H6 y H7. Sus respectivos factores de certeza son:  $FC(H1)=0.6$ ;  $FC(H3)=-0.6$ ;  $FC(H5)=0.4$ ;  $FC(H6)=0.7$  y  $FC(H7)=0.8$ .

1. ¿Qué tipo de razonamiento o método de inferencia sería más conveniente usar?
2. ¿Cuáles son las inferencias realizadas por este sistema Inteligente usando las reglas enunciadas y las observaciones disponibles? Para contestar a esta pregunta correctamente habrá que describir cada uno de los pasos que daría el proceso de razonamiento. En cada paso se indicará el contenido de la "agenda" o "memoria de trabajo", las reglas seleccionadas, el contenido del "conjunto conflicto", regla disparada e inferencia alcanzada. Se supondrá que una regla que se ha disparado no podrá formar parte otra vez del conjunto conflicto.
3. ¿Cuáles serían las certezas de las inferencias realizadas? Indicar detalladamente la respuesta.

## Ejercicio Incertidumbre FC2

La base de conocimientos de un sistema Inteligente contiene las siguientes reglas de producción:

R1: Si H1	Entonces B, 0.9
R2: Si ?X y ?Y y ?Z	Entonces A, 0.6
R3: Si A	Entonces C, -0.4
R4: Si H2 ó ?Z	Entonces B, 0.8
R5: Si B	Entonces C, 1.0

En esta base de conocimientos ?X y ?Y y ?Z han de entenderse como variables genéricas que a su vez representan cada una de ellas los siguientes conjuntos de variables particulares:

?X representa al conjunto de variables particulares x1, x2, x3 y x4

?Y representa al conjunto de variables particulares y1, y2 e y3

?Z representa al conjunto de variables particulares z1, z2, z3 y z4

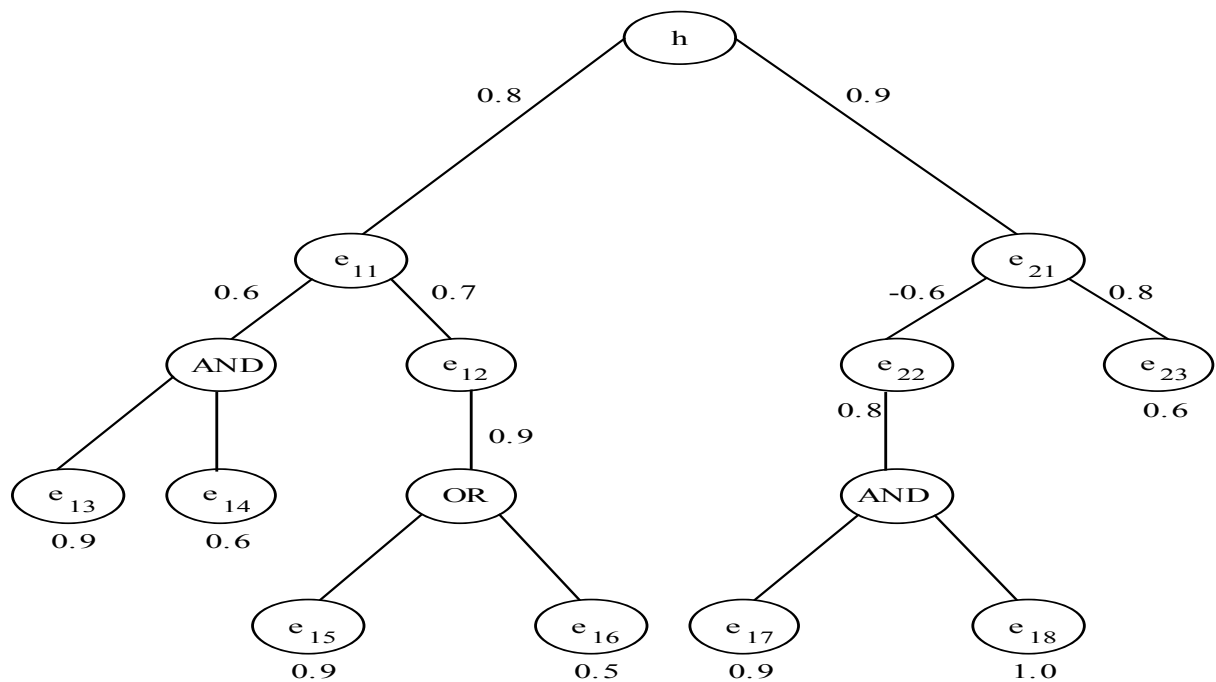
El sistema Inteligente que usa esta base de conocimientos observa los hechos H1, x1, y1, z2 y z3. Sus factores de certeza respectivos son:  $FC(H1)=1$ ;  $FC(x1)=0.9$ ;  $FC(y1)=0.6$ ;  $FC(z2)=0.7$ ;  $FC(z3)=0.4$ .

1. ¿Cuáles son las inferencias realizadas por este sistema Inteligente usando las reglas enunciadas y las observaciones disponibles? Para contestar a esta pregunta correctamente habrá que describir cada uno de los pasos que daría el proceso de razonamiento. En cada paso se indicará el contenido de la “agenda” o “memoria de trabajo”, las reglas seleccionadas, el contenido del “conjunto conflicto”, regla disparada e inferencia alcanzada. Se supondrá que una regla que se ha disparado no podrá formar parte otra vez del conjunto conflicto.
2. ¿Cuáles serían las certezas de las inferencias realizadas? Indicar detalladamente los cálculos realizados.

### Ejercicio Incertidumbre FC3

Dada la siguiente representación de factores de certeza asociados a unas reglas de producción, calcular el valor del factor de certeza de la conclusión  $h$  en función de la conjunción de evidencias presentes.

Los hechos o evidencias que el sistema Inteligente que utiliza estas reglas, está observando son:  $e_{13}$ ,  $e_{14}$ ,  $e_{15}$ ,  $e_{16}$ ,  $e_{17}$ ,  $e_{18}$ ,  $e_{23}$ .



### **Ejercicio Incertidumbre FC4**

La base de conocimientos de un sistema Inteligente contiene las siguientes reglas de producción:

R1: Si H1 y H2 y H3 Entonces AMARILLO

R2: Si C2 Entonces AMARILLO

R3: Si C4 Entonces AMARILLO

R4: Si H9 Entonces C4

R5: Si H4 o H5 Entonces C1

R6: Si C3 Entonces C4

R7: Si H6 o H7 o H8 Entonces C3

R8: Si C1 Entonces C2

Este sistema Inteligente usa factores de certeza para representar incertidumbre. Así los factores de certeza de las reglas son los siguientes:

R1=-0.8, R2=0.8, R3=0.2, R4=-1, R5=1, R6=0.8, R7=-0.7, R8=0.9

Se conocen también los factores de certeza de las evidencias  $H_i$  ( $i=1$  a 9) y son los siguientes:

H1=0.6, H2=0.5, H3=0.9, H4=0.2, H5=0.8, H6=0.3, H7=0.8, H8=0.6, H9=0.9

Si el sistema Inteligente observa en un momento dado que se dan al mismo tiempo los hechos H1, H2, H3, H4, H5, H6, H7, H8 y H9, o sea, todas las evidencias  $H_i$  ( $i=1$  a 9) ¿cuál sería el factor de certeza de la conclusión AMARILLO?. Describir detalladamente los cálculos empleados para encontrarlo.

### Ejercicio Incertidumbre FC5

La base de conocimientos de un sistema Inteligente contiene las siguientes reglas de producción con sus correspondientes factores de certeza asociados:

R1: Si A1 y A2 y A3	Entonces B1, -0.7
R2: Si A2 ó A3	Entonces B2, 0.9
R3: Si A4 y A5	Entonces B2, 0.4
R4: Si B1	Entonces C1, 0.8
R5: Si B2	Entonces C1, -0.4
R6: Si A5 ó A6 ó A7	Entonces B3, 0.5
R7: Si C1	Entonces X, 0.4
R8: Si B3	Entonces X, 0.8

El sistema Inteligente que usa esta base de conocimientos observa los hechos A1, A2, A3, A5 y A7. Sus respectivos factores de certeza son:  $FC(A1)=0.4$ ,  $FC(A2)=0.8$ ,  $FC(A3)=0.5$ ,  $FC(A5)=0.4$  y  $FC(A7)=0.5$

1. ¿Qué tipo de razonamiento o método de inferencia sería más conveniente usar y por qué?

2. ¿Cuáles son las conclusiones obtenidas por este sistema Inteligente usando las reglas enunciadas y las observaciones disponibles?

Para contestar correctamente a esta pregunta habrá que describir cada uno de los pasos que daría el proceso de razonamiento. En cada paso se indicará el contenido de la "agenda" o "memoria de trabajo", las reglas seleccionadas, el contenido del "conjunto conflicto", regla disparada e inferencia alcanzada. Se supondrá que una regla que se ha disparado no podrá formar parte otra vez del conjunto conflicto.

3. ¿Cuáles serían las certezas de todas las conclusiones inferidas usando las reglas enunciadas y las observaciones disponibles? Indicar detalladamente los cálculos realizados

## Ejercicio Incertidumbre FC6

Un Sistema Inteligente dispone en su base de conocimientos de las siguientes reglas y certidumbres asociadas mediante factores de certeza:

R1	$H1 \rightarrow A1$	0.8
R2	$H2 \wedge H3 \rightarrow A2$	0.6
R3	$H4 \rightarrow A3$	-0.9
R4	$A1 \wedge A2 \wedge A3 \rightarrow M$	0.5
R5	$H5 \wedge H6 \rightarrow A4$	0.9
R6	$H4 \vee A4 \rightarrow M$	-0.7

Se pide:

1. ¿Qué inferirá el Sistema Inteligente ante la observación de la presencia de los hechos  $H1$ ,  $H2$ ,  $H3$ ,  $H4$  y  $H6$ ? Para contestar a esta pregunta correctamente habrá que describir cada uno de los pasos del proceso de razonamiento. En cada paso se indicará el contenido de la “agenda” o “memoria de trabajo”, las reglas seleccionadas, el contenido del “conjunto conflicto”, regla disparada e inferencia alcanzada. Se supondrá que una regla que se ha disparado no podrá formar parte otra vez del conjunto conflicto.
2. Indicar con todos los cálculos necesarios la certidumbre de las inferencias obtenidas por el Sistema Inteligente en el caso anterior si se sabe que los factores de certeza asociados a las observaciones han sido:  $H1$ , 0.6;  $H2$ , 0.8;  $H3$ , 0.6;  $H4$ , 0.8;  $H6$ , 0.9;



### **Ejercicio Incertidumbre FC7**

Un Sistema Inteligente con razonamiento hacia adelante tiene la siguiente Base de Conocimientos con incertidumbre expresada en factores de certeza:

- |                     |                  |
|---------------------|------------------|
| R1: Si H1 y H2      | Entonces C, 0.7  |
| R2: Si H2 ó H3 ó H4 | Entonces C, -0.8 |
| R3: Si C            | Entonces A, 0.8  |
| R4: Si H5           | Entonces A, -0.9 |

En un momento dado la base de hechos del Sistema Inteligente es estimulada con los siguientes hechos y factores de certeza asociados: H1, 0.8; H2, 0.4; H4, 0.9; H5, 0.6. ¿Cuál es la incertidumbre de cada inferencia alcanzada por el Sistema Inteligente?

### **Ejercicio Incertidumbre FC8**

La base de conocimientos de un sistema Inteligente contiene las siguientes reglas de producción:

R1: Si  $x_1$  y  $x_2$  y  $x_3$  entonces A, 0.8

R2: Si  $x_4$  ó  $x_5$  entonces A, 0.4

R3: Si  $x_8$  y  $x_9$  entonces A, -0.8

R4: Si  $x_6$  ó  $x_7$  entonces A, 0.9

¿Cuál sería la certidumbre de alcanzar la inferencia A si se sabe que se observan  $x_1$ , 0.8;  $x_2$ , 0.6;  $x_3$ , 0.3;  $x_5$ , -0.9;  $x_6$ , -0.4;  $x_7$ , -0.7,  $x_8$ , 0.2 y  $x_9$ , 0.3? Los números a la derecha de las observaciones indicadas son sus factores de certeza. Indicar todos los cálculos realizados para deducir la incertidumbre de A.

# **EJERCICIOS DE TEORÍA DE LA EVIDENCIA**

## **Ejercicio Incertidumbre DS1**

En un taller de reparación de averías de electrodomésticos reparan dos tipos diferentes de tostadores. Las averías del tostador tipo A pueden ser A1, A2 ó A3, o bien cualquier combinación de las anteriores. Las averías del tostador tipo B pueden ser B1, B2, B3 ó B4, o bien cualquier combinación de las anteriores

Un experto del taller de reparaciones usa la teoría de la evidencia para analizar la incertidumbre sobre de la aparición de averías sobre los dos tipos de tostadores. Según esto, asigna las siguientes masas de probabilidad a la aparición de averías en cada tipo de tostador (el subíndice tras la “m” de masa de probabilidad indica el tipo de tostador).

$m_A(A2,A3) = 0.35$ ;  $m_B(B1)=0.10$ ;  $m_B(B2)=0.15$ ;  $m_B(B3)=0.30$ ;  $m_B(B4)=0.10$ ;  $m_B(B1,B3)=0.35$

Así mismo se saben los valores de plausibilidad siguientes: (también aquí el subíndice tras “PI” que hace referencia a plausibilidad, indica el tipo de tostador)

$PI_A(A1)= 0.4$ ;  $PI_A(A3)= 0.7$ ;  $PI_A(A1,A2)= 0.85$ ;  $PI_A(A2,A3)= 0.85$ ;

1. Calcular la creencia de la aparición conjunta de las averías A1 y A2 en el tostador tipo A indicando todos los cálculos efectuados.
2. Estimar la incertidumbre de la aparición de las averías B2 y B4 en el tostador tipo B indicando todos los cálculos efectuados.

## Ejercicio Incertidumbre DS2

Un experto informático intuye que el error en un ordenador puede ser E1, E2, E3 o cualquier combinación de ellos. El informático analiza los diferentes errores basándose en la teoría de Dempster-Shafer y deduce las siguientes creencias:  $BEL(E1,E2)=0.6$  y  $BEL(E1,E3)=0.7$ . Además conoce  $INCERTIDUMBRE(E1,E2)=0.1$ . Para llegar a estas conclusiones ha hecho las siguientes valoraciones de evidencia (masa de probabilidad):  $m(E1)=0.4$ ,  $m(E2)=0.2$  y  $m(E1,E2,E3)=0$ . Se pide:

1. Calcular la masa de probabilidad de cada elemento del conjunto potencia del conjunto de posibles errores a partir de las deducciones del experto. Se sabe que  $m(\emptyset)=0$ .
2. Al poco tiempo, el ordenador falla de nuevo y el experto reasigna el valor de algunas masas de probabilidad y deja el resto igual:  $m_2(E1)=0.2$  y  $m_2(E1,E3)=0.2$ . Calcular el conflicto existente entre las evidencias anteriores y las nuevas.
3. Calcular las siguientes nuevas masas de probabilidad  $m_3(E1)$  y  $m_3(E3)$ .

NOTA: Seguidamente se recuerda la regla de combinación de evidencias de Dempster-Shafer:

$$m_3(C) = \left[ \sum_{X \cap Y = C} m_1(X) * m_2(Y) \right] / \left[ 1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) * m_2(Y) \right]$$

### Ejercicio Incertidumbre DS3

En un taller de reparación de coches un experto mecánico, tras un análisis superficial de los síntomas de anomalía de un coche llega a concluir que hay evidencia de la existencia de cualquiera de los problemas A, B ó C o su superposición. El experto asigna un valor de 1 al valor total de la evidencia que tiene sobre los posibles problemas, y reparte entre 0 y 1 las siguientes evidencias:

Existencia del fallo A	0.2
Existencia del fallo B	0.1
Existencia del fallo C	0.05
Existencia del fallo [A,B]	0.3
Existencia del fallo [A,C]	0.1
Existencia del fallo [B,C]	0.1
Existencia del fallo [A,B,C]	0.15

1) Para el caso de existencia del fallo [A,C] indicar la creencia, plausibilidad, incertidumbre e intervalo de creencia.

Si el mecánico tras una inspección más profunda reparte su evidencia así:

Existencia del fallo A	0.1
Existencia del fallo B	0.2
Existencia del fallo C	0.1
Existencia del fallo [A,B]	0.2
Existencia del fallo [A,C]	0.3
Existencia del fallo [B,C]	0.05
Existencia del fallo [A,B,C]	0.05

2) ¿Cuál sería ahora la creencia para el caso analizado en 1?

## Ejercicio Incertidumbre DS4

Un experto financiero deduce a partir de un análisis de mercado que existe un conjunto de opciones atractivas de inversión. Estas opciones son A, B o C o cualquier combinación de ellas.

Para analizar la incertidumbre de las posibles opciones de inversión, el experto financiero se basa en la teoría de Dempster-Shafer.

Tras su análisis encuentra las incertidumbres y creencias asociadas a las combinaciones de parejas de opciones de inversión. Éstas son:

Incetidumbre(A,B)= 0.35	Creencia(A,B)=0.55
Incetidumbre(A,C)=0.25	Creencia(A,C)=0.55
Incetidumbre(B,C)=0.25	Creencia(B,C)=0.45

Se pide:

1. Indicar cuál sería el marco de discernimiento de nuestro experto financiero y su conjunto potencia
2. Calcular la evidencia (masa de probabilidad) de cada elemento del conjunto potencia a partir de las deducciones del experto financiero. Se sabe que  $m(\emptyset)=0$ ; siendo m un símbolo que representa la masa de probabilidad y  $\emptyset$  la hipótesis nula.
3. Meses más tarde el experto financiero dispone de más información y realiza la siguiente reasignación de masas de probabilidad a las diferentes opciones de inversión:

$$m_2(A)=0.2, \quad m_2(B)=0.15, \quad m_2(C)=0.1$$

$$m_2(AB)=0.1, \quad m_2(AC)=0.2 \quad m_2(BC)=0.1 \quad m_2(ABC)=0.15$$

Calcular y cuantificar el conflicto existente entre la evidencias anteriores y las nuevas.

NOTA: Seguidamente se recuerda la regla de combinación de evidencias de Dempster-Shafer

$$m_3(C) = \left[ \sum_{X \cap Y = C} m_1(X) * m_2(Y) \right] / \left[ 1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) * m_2(Y) \right]$$

### Ejercicio Incertidumbre DS5

Un experto mecánico sabe que el fallo que tiene un motor de un coche que está examinando es A, B, C, D o cualquier combinación de ellos. Para analizar el caso utiliza la teoría de Dempster-Shafer y hace las siguientes valoraciones de evidencias (masa de probabilidad):  $m(A)=0.7$ ;  $m(D)=0.05$ ;  $m(A,B)=0.1$  y  $m(B,C)=0.15$

Se pide:

- a. ¿Cuál es la creencia de la presencia simultánea de los fallos A, B y C?
- b. ¿Cuál es la creencia de la presencia simultánea de los fallos A y D?
- c. ¿Cuál es la plausibilidad de la presencia simultánea de los fallos A y D?
- d. ¿Cuál es el intervalo de creencia de la presencia simultánea de los fallos A y D?
- e. ¿Cuál es la incertidumbre de la presencia simultánea de los fallos A, B y C?

## Ejercicio Incertidumbre DS6

Ante la observación de un paciente, un médico intuye que puede padecer asma (A), neumonía (N) o gripe (G), o bien cualquier combinación de ellas. Para realizar un análisis de los diferentes casos utilizará la Teoría de la Evidencia de Dempster-Shafer, cuya regla de combinación de evidencias es:

$$m_3(C) = \frac{\sum_{X \cap Y = C} m_1(X) * m_2(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) * m_2(Y)}$$

Inicialmente valora las evidencias (masa de probabilidad) siguientes:  $m(A)=0.3$ ;  $m(N)=0.2$ ;  $m(A,N,G)=0$ .

De esta valoración deduce las siguientes creencias:  $\text{Creencia}(A,N)=0.7$ ;  $\text{Creencia}(A,G)=0.6$ , aunque también descubre que  $\text{Incertidumbre}(A,N)=0.2$ .

Cuestiones:

1. Sabiendo que la masa de probabilidad de la hipótesis nula es 0,  $m(\emptyset)=0$ , calcular la evidencia de cada elemento del conjunto potencia de enfermedades.
2. En la siguiente consulta, el médico reasigna  $m_2(A)=0.4$  y  $m_2(A,G)=0.1$ , no cambiando el resto. ¿Cuál será el conflicto entre las evidencias anteriores y las nuevas?.



### Ejercicio Incertidumbre DS7

Un experto sabe que la solución a un problema que se le plantea puede ser A o B o C o D o cualquier combinación de las anteriores. Para analizar la incertidumbre de esas soluciones el experto se basa en la teoría de Dempster-Shafer y asigna las siguientes masas de probabilidad a las diferentes opciones posibles:

$$\begin{array}{llll} m_1(A) = 0.2 & m_1(B) = 0.1 & m_1(C) = 0.15 & m_1(D) = 0.05 \\ m_1(A,C) = 0.05 & m_1(B,C) = 0.02 & m_1(B,D) = 0.15 & \\ m_1(A,C,D) = 0.1 & m_1(A,B,D) = 0.08 & m_1(B,C,D) = 0.1 & \end{array}$$

1. Calcular la incertidumbre de la solución (A,B)
2. Estimar el intervalo de creencia de la solución (A,B,C)

### Ejercicio Incertidumbre DS8

Se ha decidido tratar la incertidumbre de un sistema Inteligente mediante la teoría de la evidencia. El marco de trabajo del problema o marco de discernimiento es el siguiente  $H = \{A, B\}$ . Se ha pedido a tres expertos distintos que definan la incertidumbre para cada caso del conjunto potencia de  $H$  mediante la asignación de una probabilidad básica o valor de masa de probabilidad. La información elemental recogida para ello se muestra en la tabla siguiente:

	Experto 1	Experto 2	Experto 3
$m(A)$	0,3	0,2	0,5
$m(B)$	0,3	0,2	0,2

1. Según la teoría de la evidencia ¿Qué par de expertos se podría decir que han tenido los criterios más distintos y más parecidos para asignar la incertidumbre?. Razonar la respuesta indicando todos los cálculos realizados.
2. Si se combinaran los criterios de los expertos 1 y 2 ¿cuál sería la masa de probabilidad conjunta para la hipótesis B?.

### Ejercicio Incertidumbre DS9

Un experto sabe que la solución a un problema que se le plantea puede ser A o B o C o cualquier combinación de las anteriores. Para analizar la incertidumbre de esas soluciones el experto se basa en la teoría de Dempster-Shafer y sabe que la plausibilidad( $A,C$ ) = 0.8, la Incertidumbre( $A,C$ )= 0.5, la creencia  $Bel(A,B)=0.7$  y que  $m(A)=m(C)=0$ .

1. Calcular la creencia  $Bel(B,C)$
2. Estimar el intervalo de creencia de ( $A,C$ )