

Ejercicios de refuerzo (solución)

Lógica

1.
 - a) Tautológico
 - b) Contingente
 - c) Tautológico.
 - d) Contradicción.
 - e) Contingente.
 - f) Contingente.
 - g) Tautológico.
 - h) Tautológico.
 - i) Contingente.
 - j) Tautológico.
 - k) Contingente.
 - l) Contradicción.
 - m) Contingente.
 - n) Tautológico.
2.
 - a) $\forall n \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$ (falso)
 - b) $\exists n \in \mathbb{N} : p(x)$, donde $p(x) : "x \text{ es par}"$ (verdadero)
 - c) $\exists x \in \mathbb{R} : \forall y \in \mathbb{R}, x \cdot y = x$ (verdadero)
 - d) $\exists x \in \mathbb{N} : \forall y \in \mathbb{N}, y \leq x$ (falso)
3.
 - a)
 - $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z} : x + y > 0$ (verdadero)
 - $\exists x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z}, x + y > 0$ (falso)
 - b) Denotamos $F = \{f \mid f \text{ es una función real}\}$ y $p(f) : "f \text{ es continua}"$:
 - $[\forall f \in F, p(f)] \vee [\forall g \in F, \neg p(g)]$ (falso)
 - $\forall f \in F, [p(f) \vee \neg p(f)]$ (verdadero)
 - c) Denotamos $p(x) : "x \text{ es par}"$:
 - $[\exists x \in \mathbb{N} : p(x)] \wedge [\exists y \in \mathbb{N} : \neg p(y)]$ (verdadero)
 - $[\exists x \in \mathbb{N} : p(x) \wedge \neg p(x)]$ (falso)

Álgebra

1. a) $\| \cdot \|_1 = 3, \| \cdot \|_2 = \sqrt{5}, \| \cdot \|_\infty = 2.$
b) $\| \cdot \|_1 = 11, \| \cdot \|_2 = \sqrt{61}, \| \cdot \|_\infty = 6.$
c) $\| \cdot \|_1 = 2 + \sqrt{2}, \| \cdot \|_2 = 2, \| \cdot \|_\infty = \sqrt{2}.$
2. a) $u \cdot v = 0$. Perpendiculares.
b) $u \cdot v = -7$. No son perpendiculares.
c) $u \cdot v = 0$. Perpendiculares.
3. De las hipótesis se deduce $(u + v) \cdot w = 0$.
4. a)
$$\begin{pmatrix} -3 & -6 & -5 & -12 \\ 0 & 14 & 0 & 34 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 9 & 12 & 15 & 20 \end{pmatrix}.$$

b)
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & 3 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

c) 48.
5. -12^{n+1}

Cálculo

1. a) $\mathbb{R} =] - \infty, +\infty[.$
b) $[1, +\infty[.$
c) $\mathbb{R} \setminus \{1\} =] - \infty, 1[\cup]1, +\infty[.$
d) $\mathbb{R} =] - \infty, +\infty[.$
e) $] - 1, 1[.$
f) $] - \infty, -1] \cup [1, +\infty[$
2. a) 1.
b) $-\infty.$
c) 0.
d) 1.

- e) 3.
f) 0.
g) 1.
3. a) f es continua en 0.
b) f no es continua en 1 (discontinuidad de salto finito).
c) f no es continua en 0 (discontinuidad de salto finito).
4. a) $f'(x) = 8x^3 - 9x^2 + 10x - 1$.
b) $f'(x) = \ln(x) + 1$.
c) $f'(x) = 2x \sin(x) + x^2 \cos(x)$.
d) $f'(x) = -6x^2 \cos(x) \ln(x) + 2x^3 \sin(x) \ln(x) - 2x^2 \cos(x)$.
e) $f'(x) = 2xe^{x^2+1}$.
f) $f'(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$.
g) $f'(x) = \frac{\cos(x) - \sin(x)}{2\sqrt{\sin(x) + \cos(x) + 2}}$.
h) $f'(x) = \frac{[\cos^2(x) - \sin^2(x)][1 + x^2] - 2x \cos(x) \sin(x)}{1 + 2x^2 + x^4}$.
i) $f'(x) = \frac{1 - \ln(x)}{x^2 + \ln(x)^2}$.
j) $f'(x) = -\cos(\cos(\tan(x))) \sin(\tan(x))(1 + \tan^2(x))$.
5. a) 1.
b) 0.
c) 1.
d) 1.
e) ∞ .
6. Determinése la expresión general asociada a las siguientes primitivas:
- a) $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - x + C$.
b) $4 \arctan(x) + C$.
c) $x \sin(x) + \cos(x) + C$.
d) $2x \sin(x) + (2 - x^2) \cos(x) + C$.

7. a) 0.
b) $\frac{\pi}{2}$.
c) 0.
d) 0.

Probabilidad

1. $\frac{31}{32}$
2. Sea $\Omega = \{00, 01, 02, 03, \dots, 98, 99\}$ espacio muestral, correspondiente a una urna con bolas numeradas del 00 al 99, A el suceso "obtener un número múltiplo de 7" y B el suceso "obtener un número cuya suma de sus cifras es múltiplo de 5". Obténganse las siguientes probabilidades:
- a) $\frac{3}{20}$.
b) $\frac{1}{5}$.
c) $\frac{1}{25}$.
d) $\frac{31}{100}$.
e) $\frac{1}{5}$.
f) $\frac{4}{15}$.
3. $-\frac{5}{6}$ euros.
4. $\frac{33275}{36}$.
5. 0.5371 (aproximación con cuatro cifras significativas).
6. 0.4562 (aproximación con cuatro cifras significativas).
7. 0.01124 (aproximación con cuatro cifras significativas).