

Modelos clásicos de
tratamiento de
incertidumbre e
imprecisión.

José A. Olivas

viu

Universidad
Internacional
de Valencia

Necesidad - I

El conocimiento humano está lleno de **incertidumbre e imprecisión**

Los esquemas de representación del conocimiento no contemplan la incertidumbre inherente a la experiencia humana.

Estos esquemas han de ser **complementados** con sistemas de representación de la incertidumbre

El conocimiento queda representado por:

- un esquema de representación
- un método de representación de la incertidumbre

Necesidad - II

Ejemplos cotidianos de incertidumbre e imprecisión:

- No es raro que un médico ponga un tratamiento a un paciente a partir de unos síntomas ambiguos.
- Entendemos frases del lenguaje “entre líneas”.
- Toma de decisiones en base a información imprecisa y/o incierta.

Necesidad - III

Hay incertidumbre debido a muchas causas:

- Insuficiente experiencia.
- Inadecuada representación del conocimiento.
- Información poco fiable.
- No completitud.
- Inexactitud inherente al lenguaje.

.....

Enfoques

- Teoría de probabilidad Bayesiana.
- Factores de certeza.
- Teoría de la evidencia o de Dempster-Shafer.
- Lógica borrosa.

Incertidumbre basada en probabilidad - I

La incertidumbre del conocimiento se modela con probabilidades.

Se basa en la teoría formal de probabilidad del **teorema de Bayes**.

Éste permite el cálculo de probabilidades complejas a partir de otras más simples basadas en observaciones reales.

Se ha aplicado en varias áreas de la IA tal como reconocimiento de patrones y problemas de clasificación. Ejemplo: PROSPECTOR.

Incertidumbre basada en probabilidad - II

La probabilidad condicional de los sucesos e y h [$P(h/e)$] se puede interpretar como la relación causa-efecto entre e y h , siendo e la evidencia que soporta la hipótesis h .

Según Bayes, la probabilidad condicional de una hipótesis h , dada la presencia de una evidencia e , viene dada por:

$$P(\text{hipótesis/evidencia}) = P(h/e) = P(h \wedge e) / P(e)$$

Forma equivalente:

$$P(h/e) = P(h) * P(e/h) / P(e)$$

Incertidumbre basada en probabilidad - III

Ejemplo 1:

Un médico sabe que la meningitis provoca una rigidez en el cuello del paciente, digamos, el 50% de las veces. Conoce también los siguientes hechos incondicionales:

la probabilidad *a priori* de que un paciente sufra meningitis es de 1/50.000, y la probabilidad *a priori* de que algún paciente padezca de rigidez del cuello es de 1/20. Si S representa la proposición de que el paciente padezca de rigidez en el cuello y M la proposición de que el paciente tenga meningitis, tenemos que:

$$P(S/M)=0.5, \quad P(M)=1/50.000; \quad P(S)= 1/20$$

$$P(M/S)=P(S/M)*P(M)/P(S)=0.5*1/50.000/1/20=0.0002$$

Incertidumbre basada en probabilidad - IV

Ejemplo 2:

Se desea conocer si en una cierta localización geográfica habrá un yacimiento de cobre a partir de ciertos estudios de minerales de la zona (evidencias). Se necesita conocer por adelantado las probabilidades de encontrar los minerales y las probabilidades de que haya estos minerales en yacimientos de cobre.

Con estos datos podríamos estimar la probabilidad de encontrar un yacimiento de cobre. (PROSPECTOR, Duda et al. 1979)

$P(\text{Cu/minerales})$ a calcular en función de $P(\text{minerales})$ y $P(\text{minerales/Cu})$

Incertidumbre basada en probabilidad - V

La probabilidad condicional de una hipótesis h , dada la presencia de **dos evidencias** e_1 y e_2 será:

$$P(h/e_1 \wedge e_2) = P(h) * P(e_1 \wedge e_2/h) / P(e_1 \wedge e_2)$$

La probabilidad condicional de una hipótesis h , dada la presencia de **n evidencias** $e_1 \dots$ y e_n será:

$$P(h/e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = P(h) * P(e_1 \wedge \dots \wedge e_n / h) / P(e_1 \wedge \dots \wedge e_n)$$

Incertidumbre basada en probabilidad - VI

En caso de que tengamos k hipótesis mutuamente exclusivas y exhaustivas: $P(h_i \wedge h_j) = 0$ y $\sum_j P(h_j) = 1$

y además hay **n evidencias** $e_1 \dots$ y e_n independientes $P(e_i/e_j) = P(e_i)$ que las soportan:

$$P(h_i / e_1 \wedge e_2 \dots \wedge e_n) = \frac{P(h_i) * P(e_1/h_i) * \dots * P(e_n/h_i)}{\sum_j P(h_j) * P(e_1/h_j) * \dots * P(e_n/h_j)}$$

j recorre todas las hipótesis

$P(h_i/e_1 \wedge \dots \wedge e_n)$ = Probabilidad de h_i dadas las evidencias e_1 a e_n

$P(h_j)$ = Probabilidad de h_j

$P(e_i / h_j)$ = Probabilidad de observar la evidencia e_i dada h_j cierta

Incertidumbre basada en probab. - VII

Sean las evidencias:

e1: soltero

e2: ingresos_altos

e3: joven

que soportan las hipótesis:

h1: inversor_de_alto_riesgo

h2: inversor_de_bajo_riesgo

h1 y h2 son mutuamente exclusivas y exhaustivas

$$P(h1 \wedge h2)=0 \text{ y } P(h1)=1-P(h2)$$

Incertidumbre basada en probab. - VIII

Un experto financiero viendo sus registros de inversores puede estimar las probabilidades “a posteriori” siguientes:

$$P(h_1)=0.3$$

$$P(h_2)=0.7$$

$$P(e_1/h_1)=0.6$$

$$P(e_1/h_2)=0.4$$

$$P(e_2/h_1)=0.2$$

$$P(e_2/h_2)=0.8$$

$$P(e_3/h_1)=0.5$$

$$P(e_3/h_2)=0.5$$

Se pretende predecir el perfil de los inversores de mayor y menor riesgo

Incertidumbre basada en probab. - IX

Las probabilidades “a priori” serán las siguientes:

$$\begin{aligned} P(h_1/e_1) &= [P(h_1)P(e_1/h_1)]/[P(h_1)P(e_1/h_1) + P(h_2)P(e_1/h_2)] = \\ &= 0.3*0.6/(0.3*0.6+0.7*0.4)=0.39 \end{aligned}$$

$$P(h_1/e_2)=0.097$$

$$P(h_1/e_3)=0.3$$

$$P(h_2/e_1)=0.61$$

$$P(h_2/e_2)=0.903$$

$$P(h_2/e_3)=0.7$$

$$P(h_1/e_1 \wedge e_3)=0.4$$

$$P(h_2/e_1 \wedge e_3)=0.6$$

$$P(h_1/e_1 \wedge e_2 \wedge e_3)=0.14$$

$$P(h_2/e_1 \wedge e_2 \wedge e_3)=0.86$$

Incertidumbre basada en probab. - X

	P.I.	e1	e2	e3	$e1 \wedge e3$	$e1 \wedge e2 \wedge e3$
h1	0.3	0.39	0.097	0.3	0.4	0.14
h2	0.7	0.61	0.903	0.7	0.6	0.86

h2 es la situación más probable con la presencia conjunta de $e1 \wedge e2 \wedge e3$

h2 es la situación más probable con la presencia conjunta de $e1 \wedge e3$

Incertidumbre basada en probab. - XI

Defectos del enfoque probabilista - I

1. Se necesita saber un número importante de probabilidades $P(h_i)$ y $P(e_j/h_i)$. Estos valores no son siempre fáciles de conseguir o estimar.
2. Las probabilidades requieren muestras representativas
3. Si se descubren nuevas evidencias que condicionan las hipótesis hay que reconstruir todas las probabilidades

Incertidumbre basada en probab. - XII

Defectos del enfoque probabilista - II

4. La independencia de las hipótesis es difícil que ocurra
5. Este enfoque asume que la presencia de una evidencia “a” para una hipótesis “c” también afecta a la negación de la misma

Así si $P(c/a)=0.8$, $P(\text{no } c/a)=0.2$

Esto no es necesariamente cierto en todos los dominios.

En medicina la presencia de un síntoma no sería una evidencia que soportase a la vez la existencia y la no existencia de una enfermedad al mismo tiempo.

Factores de certeza - I

Los factores de certeza se basan en el **juicio** que tiene un experto sobre las ocurrencias de ciertas situaciones o relaciones cuyo conocimiento se desea incluir en una base de conocimientos.

Estas medidas de confianza o factores de certeza **son evaluaciones o apreciaciones personales** de los expertos que añaden al enunciado de su conocimiento.

Ej.: Si se da A entonces se dará C casi con toda seguridad.

Se expresan mediante un número o “factor de certeza”.

Factores de certeza - II

Los factores de certeza no se rigen por probabilidad. No se obtienen de poblaciones muestrales, sino de experiencia.

En probabilidad la suma de la probabilidad de que se dé un hecho y su contrario es 1.

Un experto puede sentir que algo es cierto de forma importante, pero puede no saber cuanto de importante es lo contrario.

La teoría de los factores de certeza se introdujo por primera vez en el sistema MYCIN (Buchanan y Shortliffe, 79).

Factores de certeza - III

La forma típica de usar factores de certeza (MYCIN) es asociándolos a reglas de producción.

Ej: Si la coloración del organismo es gram positivo y
la morfología del organismo es coco y
la forma de crecimiento del organismo es a base
de cadenas

Entonces hay una evidencia (**0.7**) de que la identidad
del organismo sea un estreptococo.

0.7 representa el **factor de certeza** asociado a la regla.

El factor de certeza es un valor en el intervalo **[-1,1]**.
(1 indica completa confianza, -1 completa no creencia)

Factores de certeza - IV

Sean dos reglas R1 y R2 que alcanzan la misma conclusión h, a partir de dos evidencias e_1 y e_2 diferentes:

R1 : Si e_1 entonces h, $CF(h, e_1)$

R2 : Si e_2 entonces h, $CF(h, e_2)$

El factor de certeza de h se calculará como:

- a) $CF(h, e_1) + CF(h, e_2)(1 - CF(h, e_1))$,
si $CF(h, e_1) > 0$ y $CF(h, e_2) > 0$
- b) $CF(h, e_1) + CF(h, e_2)(1 + CF(h, e_1))$,
si $CF(h, e_1) < 0$ y $CF(h, e_2) < 0$
- c) $[CF(h, e_1) + CF(h, e_2)] / (1 - \min(|CF(h, e_1)|, |CF(h, e_2)|))$,
en cualquier otro caso

Factores de certeza - V

Ejemplo:

R1 : Si viernes entonces trafico, 0.8

R2 : Si llueve entonces tráfico, 0.7

Hoy es viernes y llueve ¿cuál es la certeza de tráfico?

$$0.8 + 0.7*(1-0.8) = 0.94$$

se refuerza la certeza con ambas positivas

Factores de certeza - VI

Ejemplo:

R1 : Si viernes entonces trafico, 0.8

R2: Si fin de mes entonces tráfico -0.4

Hoy es viernes y fin de mes ¿cuál es la certeza de tráfico?

$$0.8 + (-0.4) / (1 - \min(0.8, 0.4)) = 0.66$$

se disminuye la fuerza de la mayor

Factores de certeza - VII

Ejemplo: Sean h1: inversor_de_alto_riesgo
h2: inversor_de_bajo_riesgo
e1: joven
e2: ingresos_altos
e3: casado

Reglas:

Si joven Entonces inversor_de_alto_riesgo, 0.6

Si ingresos_altos Entonces inversor_de_alto_riesgo, 0.1

Si casado Entonces inversor_de_alto_riesgo, -0.7

Factores de certeza - VIII

Si se dan e_1 y e_2 , se pueden usar las dos primeras reglas y concluirán ambas h_1 . El valor de certeza de h_1 será:

$$CF(h, e_1 \wedge e_2) = 0.6 + 0.1(1 - 0.6) = 0.64 \text{ (poco aporta 2ª regla)}$$

Si además aparece e_3 , se puede usar la tercera regla que también concluye h_1 . Entonces su factor de certeza será:

$$\begin{aligned} CF(h, e_1 \wedge e_2 \wedge e_3) &= [CF(h, e_1 \wedge e_2) + CF(h, e_3)] / \\ &\quad / (1 - \min(|CF(h, e_1 \wedge e_2)|, |CF(h, e_3)|)) = \\ &= [0.64 + (-0.7)] / [1 - 0.64] = -0.16 \end{aligned}$$

Si la persona es casada, se disminuye la certeza del perfil de alto riesgo

Factores de certeza - IX

Un factor de certeza se puede asociar no sólo a una regla, sino que también se puede asociar a una condición de una regla. Sea

R1 : Si e_1 , $CF(e_1)$ Entonces h , $CF_R(h, e_1)$

$CF_R(h, e_1)$ es el factor de certeza de la regla R1

$CF(e_1)$ es el factor de certeza de e_1

¿cuál es la certeza de “h” con la evidencia “ e_1 ” presente?

$$CF(h, e_1) = CF(e_1) * CF_R(h, e_1)$$

Factores de certeza - VIII

Si una regla tiene varias condiciones enlazadas con una **conjunción** (y) y cada una tiene asociado un factor de certeza:

R1 : Si e_1 , $CF(e_1)$ yy e_n , $CF(e_n)$
Entonces h , $CF_R(h, e_1 \wedge \dots \wedge e_n)$

$CF_R(h, e_1 \wedge \dots \wedge e_n)$ es el factor de certeza de la regla R1

$CF(e_1)$ es el factor de certeza de e_1

.....

$CF(e_n)$ es el factor de certeza de e_n

¿cuál es la certeza de “h” con las n evidencias presentes?

$CF(h, e_1 \wedge \dots \wedge e_n) = CF_R(h, e_1 \wedge \dots \wedge e_n) * \min[CF(e_1), \dots, CF(e_n)]$

Factores de certeza - IX

Si una regla tiene varias condiciones enlazadas con una **disyunción** (y) y cada una tiene asociado un factor de certeza:

R1 : Si e_1 , $CF(e_1)$ oo e_n , $CF(e_n)$
Entonces h , $CF_R(h, e_1 \vee \dots \vee e_n)$

$CF_R(h, e_1 \vee \dots \vee e_n)$ es el factor de certeza de la regla R1
 $CF(e_1)$ es el factor de certeza de e_1

.....
 $CF(e_n)$ es el factor de certeza de e_n

¿cuál es la certeza de “h” con las n evidencias presentes?

$CF(h, e_1 \vee \dots \vee e_n) = CF_R(h, e_1 \vee \dots \vee e_n) * \max[CF(e_1), \dots, CF(e_n)]$

Factores de certeza - X

Ejemplo:

R1 : Si A, 0.7 y B, 0.2 Entonces C, -0.8

R2: Si D, 0.3 o F, 0.6 Entonces C, -0.4

Si se dan las evidencias A, B, D y F ¿Cuál es el factor de certeza de C?

$$CF(C, A \wedge B) = 0.2 * (-0.8) = -0.16$$

$$CF(C, D \vee F) = 0.6 * (-0.4) = -0.24$$

$$CF(C, (A \wedge B) \wedge (D \vee F)) = -0.16 - 0.24 * (1 - 0.16) = -0.33$$

Factores de certeza - XI

Ejemplo. Sean las reglas siguientes:

$$R1: e_1 \rightarrow h, CF_{R1}=0.75$$

$$R2: e_2 \rightarrow h, CF_{R2}=0.6$$

$$R3: e_3 \rightarrow h, CF_{R3}=-0.8$$

Donde e_1, e_2, e_3 y h significan lo mismo que en caso anterior

Sea otra regla adicional: $R4: h \rightarrow g, CF_{R4}=-0.7$

g : invertir_en_bonos

Supongamos que los factores de certeza de e_1, e_2, e_3 son: 0.9, 0.5 y 0.9 respectivamente.

Supongamos que observamos e_1, e_2, e_3

Factores de certeza - XII

$$CF(h, e_1) = CF(e_1) * CF_{R1}(h, e_1) = 0.9 * 0.75 = 0.67$$

$$CF(h, e_2) = CF(e_2) * CF_{R2}(h, e_2) = 0.5 * 0.6 = 0.3$$

$$CF(h, e_3) = CF(e_3) * CF_{R3}(h, e_3) = 0.9 * (-0.8) = -0.72$$

$$CF(h, e_1 \wedge e_2) = CF(h, e_1) + CF(h, e_2) * (1 - CF(h, e_1)) = \\ 0.67 + 0.3 * (1 - 0.67) = 0.77$$

$$CF(h, e_1 \wedge e_2 \wedge e_3) = [CF(h, e_1 \wedge e_2) + CF(h, e_3)] / \\ / (1 - \min(|CF(h, e_1 \wedge e_2)|, |CF(h, e_3)|)) = \\ = 0.77 + (-0.72) / (1 - 0.72) = 0.05 / 0.28 = 0.17$$

$$CF(g, h) = CF(h) * CF_{R4}(g, h) = 0.17 * (-0.7) = -0.12$$

(No debería invertir)

Teoría de la evidencia - I

La teoría de la evidencia fue desarrollada por Dempster y refinada y extendida por Shafer. (De ahí que también se conozca como teoría de Dempster-Shafer).

Su objetivo es modelar la incertidumbre del conocimiento eliminando algunos de los puntos flacos del enfoque probabilista o Bayesiano.

En particular hace énfasis en que la suma de la creencia en un hecho y en su contrario no tiene por qué ser uno.

En probabilidad el aumento de la probabilidad de una hipótesis hace disminuir automáticamente su contraria.

Teoría de la evidencia - II

La teoría considera como punto de partida una serie de **entornos** q_1, q_2, \dots, q_n que representan el universo.

Un entorno cualquiera H consta de un conjunto de **hipótesis** mutuamente exclusivas y exhaustivas que cubren todas las posibles situaciones en el entorno.

$$H = \{h_1, h_2, \dots, h_m\}$$

Este conjunto de hipótesis se llama **marco de discernimiento**.

Teoría de la evidencia - III

Se define **conjunto potencia** del marco H al formado por todos los subconjuntos posibles de hipótesis h_i .

(Es algo así como todas las posibles respuestas a las posibles preguntas).

$$P(H) = [\{\emptyset\}\{h_1\}\{h_2\}...\{h_1, h_2\}...\{h_1, h_2, \dots, h_m\}]$$

Un marco H de M hipótesis tendrá 2^M subconjuntos representando su conjunto potencia.

Teoría de la evidencia - IV

Función de **asignación de probabilidad básica** o **masa de probabilidad** es una función $m: 2^M \rightarrow [0,1]$ (del conjunto potencia de H al intervalo real $[0,1]$) definida como:

$$m(\emptyset) = 0$$

$$\sum_{S_i \subseteq H} m(S_i) = 1$$

Donde:

$$0 < m(S_i) < 1$$

S_i cualquier subconjunto del marco de discernimiento
(o lo que es lo mismo, del potencia)

$m(S_i)$ es asignada por el experto según su juicio

Teoría de la evidencia - V

La creencia en un conjunto de hipótesis S será:

$$\text{BEL}(S) = \sum_{X \subset S} m(X)$$

Es la suma de todas las masas de probabilidad de los subconjuntos de S

El valor m asignado a S_i indica la creencia en el conjunto S_i , mientras que la función **Bel**(S_i) indica la creencia en S_i y todos sus subconjuntos:

$$\text{Bel}(H)=1$$

(La creencia del marco H es 1)

Teoría de la evidencia - VI

Intervalo de creencia o certidumbre de un subconjunto S es:

$$[\text{BEL}(\text{S}), 1-\text{BEL}(\sim\text{S})]$$

Donde $\sim\text{S}$ es el conjunto complementario de S con respecto al conjunto potencia del marco de discernimiento

Plausibilidad es una medida del grado en que la evidencia no puede refutar S:

$$\text{PL}(\text{S}) = 1 - \text{BEL}(\sim\text{S})$$

Incertidumbre de S o ignorancia es: $\text{PL}(\text{S}) - \text{BEL}(\text{S})$

Teoría de la evidencia - VII

En el enfoque de Bayes la probabilidades son un número, mientras que en la teoría de DS las probabilidades se expresan por intervalos de creencia.

Cuando los intervalos se estrechan, ambas teorías tienden a coincidir.

Según Bayes ¿cuál es la probabilidad de que una persona desconocida hable una lengua extranjera? Respuesta $\frac{1}{2}$.

En el enfoque de DS esto no tiene por qué ser así, sino que según la evidencia se soportará más o menos la hipótesis de que habla la lengua extranjera o no.

Teoría de la evidencia - VIII

Comparativa Bayes/DS

	Teoría de Probabilidad	Teoría Dempster-Shafer
General	$\sum_i P_i = 1$	$0 < m(\theta) < 1$
Para $S_i \subseteq S$	$P(S_1) \leq P(S_2)$	$m(S_1)$ no es necesariamente $\leq m(S_2)$
Para S y \bar{S}	$P(S) + P(\bar{S}) = 1$	Relación entre $m(S)$ y $m(\bar{S})$ no definida

Teoría de la evidencia - IX

Ejemplo: Un proceso industrial sólo puede tener cuatro modos de fallo denominados A, B, C y D.

Las masas de probabilidad asignadas por el experto son:

$m(\emptyset) = 0$	$m(A,B) = 0.1$	$m(A,B,C) = 0$
$m(A) = 0.7$	$m(A,C) = 0$	$m(A,B,D) = 0.05$
$m(B) = 0.05$	$m(A,D) = 0.05$	$m(A,C,D) = 0$
$m(C) = 0.02$	$m(B,C) = 0$	$m(B,C,D) = 0$
$m(D) = 0.03$	$m(B,D) = 0$	$m(A,B,C,D) = 0$
	$m(C,D) = 0$	

Teoría de la evidencia - X

Creencia de A:	$\text{Bel}(A) = m(A) = 0.7$
Creencia de AB:	$\text{Bel}(AB) = m(A) + m(B) + m(AB) = 0.85$
Creencia de AD:	$\text{Bel}(AD) = m(A) + m(D) + m(AD) = 0.78$
Plausibilidad de A:	$\text{Pl}(A) = 1 - m(B) - m(C) - m(D) - m(BC) - m(BD) - m(CD) - m(BCD) =$ $= 1 - 0.05 - 0.02 - 0.03 = 0.9$
Plausibilidad de B:	$\text{Pl}(B) = 1 - m(A) - m(C) - m(D) - m(AC) - m(AD) - m(CD) - m(ACD) =$ $= 1 - 0.7 - 0.02 - 0.03 - 0.05 = 0.2$
Plausibilidad de BC:	$\text{Pl}(BC) = 1 - m(A) - m(D) - m(AD) =$ $= 1 - 0.7 - 0.03 - 0.05 = 0.22$
Plausibilidad de ACD:	$\text{Pl}(ACD) = 1 - m(B) = 1 - 0.05 = 0.95$

Teoría de la evidencia - XI

Incertidumbre de A: $Pl(A) - Bel(A) = 0.9 - 0.7 = 0.2$

Incertidumbre de B: $Pl(B) - Bel(B) = 0.2 - 0.05 = 0.15$

Intervalo de creencia de A: $[0.7, 0.9]$

Intervalo de creencia de ACD: $[0.8, 0.95]$

Conjunto	Creencia	Plausibilidad
A	0.7	0.9
B	0.05	0.2
AB	0.85	0.95
C	0.02	0.02
AC	0.72	0.92
BC	0.07	0.22
ABC	0.87	0.97
D	0.03	0.13
AD	0.78	0.93
BD	0.08	0.28
ABD	0.98	0.98
CD	0.05	0.15
ACD	0.8	0.95
BCD	0.1	0.3
ABCD	1	1

Teoría de la evidencia - XII

Sea m_1 una función de asignación básica de probabilidad sobre un marco de discernimiento H , y m_2 otra función de asignación básica de probabilidad también sobre H pero con evidencia añadida o actualizada.

El resultado de combinar ambas funciones m_1 y m_2 es:

$$m_3(C) = \frac{\sum_{X \cap Y = C} m_1(X) * m_2(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) * m_2(Y)}$$

X , Y y C son subconjuntos del marco de discernimiento

El denominador es un factor de normalización para que m esté en $[0,1]$

Teoría de la evidencia - XIII

A medida que hay más evidencia común se da mayor soporte a las posibles hipótesis (numerador)

La cantidad de creencia medida por $\sum_{X \cap Y = \phi} m1(X) * m2(Y)$

mide el **conflicto** existente entre evidencias que soportan las mismas hipótesis.

Si $\sum_{X \cap Y = \phi} m1(X) * m2(Y)$ es 1,

$m3(C)$ no se puede definir. Es una función de asignación de probabilidad **contradictoria**

Teoría de la evidencia - XIV

Sean cuatro personas en una habitación cerrada: Bob, Jim, Sally y Karen.

De repente se va la luz y menos de un minuto después se recupera. En ese momento los miembros de la sala ven que Karen ha sido asesinada víctima de una puñalada.

Watson llega a la escena del crimen y deduce que uno de los siguientes hechos debe de ser cierto o su combinación:

Bob es culpable
Jim es culpable
Sally es culpable

Teoría de la evidencia - XV

Watson aplica la teoría de DS y tiene el siguiente marco de discernimiento:

$$H = \{B, J, S\}$$

Su conjunto potencia será:

$$H = [\{\emptyset\}, \{B\}, \{J\}, \{S\}, \{B, J\}, \{B, S\}, \{J, S\}, \{B, J, S\}]$$

Supongamos que Watson asigna las siguientes masas de probabilidad a las diferentes hipótesis

$m(\{\emptyset\})$	0	$m(\{B, J\})$	0.1
$m(\{B\})$	0.1	$m(\{B, S\})$	0.1
$m(\{J\})$	0.2	$m(\{J, S\})$	0.3
$m(\{S\})$	0.1	$m(\{B, J, S\})$	0.1

Teoría de la evidencia - XVI

Creencias:

		Bel
$\{\emptyset\}$	0	0
$\{B\}$	0.1	0.1
$\{J\}$	0.2	0.2
$\{S\}$	0.1	0.1
$\{B, J\}$	0.1	0.4
$\{B, S\}$	0.1	0.3
$\{J, S\}$	0.3	0.6
$\{B, J, S\}$	0.1	1.0

Teoría de la evidencia - XVII

Watson encuentra unas colillas en un cenicero y unas facturas que antes no había visto y revisa el caso. Esto es reasigna la masa de probabilidad ante las nuevas evidencias:

$mr(\{\emptyset\})$	0
$mr(\{B\})$	0.2
$mr(\{J\})$	0.1
$mr(\{S\})$	0.05
$mr(\{B, J\})$	0.05
$mr(\{B, S\})$	0.3
$mr(\{J, S\})$	0.1
$mr(\{B, J, S\})$	0.2

¿Cuál sería la nueva masa de probabilidad combinada de ambas?

Teoría de la evidencia - XVIII

m

BJS 0.1							
JS 0.3							
BJ 0.1							
BS 0.1							
S 0.1							
J 0.2							
B 0.1							
	B 0.2	B 0.1	S 0.05	BJ 0.05	BS 0.3	JS 0.1	BJS 0.2

mr

Teoría de la evidencia - XIX

Estimación del conflicto $X \cap Y = \emptyset$

m

BJS 0.1							
JS 0.3							
BJ 0.1							
BS 0.1							
S 0.1							
J 0.2							
B 0.1							
	B 0.2	J 0.1	S 0.05	BJ 0.05	BS 0.3	JS 0.1	BJS 0.2

Conflicto:

$0.2*0.2+0.1*0.2+0.3*0.2+$
 $0.1*0.1+0.1*0.1+0.1*0.1+$
 $0.1*0.05+0.2*0.05+0.1*0.05+$
 $+0.05*0.1$
 $+0.2*0.3$
 $+0.1*0.1 = 0.245$

Normalización:

$1 - 0.245 = 0.755$

mr

Teoría de la evidencia - XX

Estimación de $m_3(B)$ (numerador)

m

BJS 0.1							
JS 0.3							
BJ 0.1							
BS 0.1							
S 0.1							
J 0.2							
B 0.1							
	B 0.2	J 0.1	S 0.05	BJ 0.05	BS 0.3	JS 0.1	BJS 0.2

Numerador :

0.1*0.2+0.1*0.2+0.1*0.2+
0.1*0.2+
0.1*0.05+0.1*0.05+
0.1*0.3+0.1*0.3+
+0.1*0.2 = 0.17

m3(B) = 0.17/0.755=0.225

mr

Teoría de la evidencia - XXI

Nuevas masas y creencias combinadas:

	m	Bel
$\{\emptyset\}$	0	0
$\{B\}$	0.225	0.225
$\{J\}$	0.219	0.219
$\{S\}$	0.25	0.25
$\{B, J\}$	0.105	0.58
$\{B, S\}$	0.04	0.484
$\{J, S\}$	0.131	0.6
$\{B, J, S\}$	0.03	1.0

GRACIAS

viu

Universidad
Internacional
de Valencia