

# Erweiterte Lagrange-Dichte mit Zeitfeld zur Erklärung des Myon $g - 2$ -Anomalie

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie): Zeit-Masse-Dualität und anomale magnetische Momente

Vollständige theoretische Ableitung ohne freie Parameter

## Zusammenfassung

Die Fermilab-Messungen des anomalen magnetischen Moments des Myons zeigen eine signifikante Abweichung vom Standardmodell, die auf neue Physik jenseits des etablierten Rahmens hindeutet. Während die ursprüngliche Diskrepanz von  $4,2\sigma$  ( $\Delta a_\mu = 251 \times 10^{-11}$ ) durch neuere Lattice-QCD-Berechnungen auf etwa  $0,6\sigma$  ( $\Delta a_\mu = 37 \times 10^{-11}$ ) reduziert wurde, bleibt die Notwendigkeit einer fundamentalen Erklärung bestehen. Diese Arbeit präsentiert eine vollständige theoretische Ableitung einer Erweiterung der Standard-Lagrange-Dichte durch ein fundamentales Zeitfeld  $\Delta m(x, t)$ , das sich massenproportional mit Leptonen koppelt. Basierend auf der T0-Zeit-Masse-Dualität  $T \cdot m = 1$  leiten wir eine **fundamentale Formel** für den zusätzlichen Beitrag zum anomalen magnetischen Moment her:  $\Delta a_\ell^{\text{T0}} = \frac{5\xi^4}{96\pi^2\lambda^2} \cdot m_\ell^2$ . Diese Ableitung erfordert **keine Kalibrierung** und erklärt konsistent beide experimentellen Situationen.

## 1 Einleitung

### 1.1 Das Myon $g-2$ Problem: Entwicklung der experimentellen Situation

Das anomale magnetische Moment von Leptonen, definiert als

$$a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2} \quad (1)$$

stellt einen der präzisesten Tests des Standardmodells (SM) dar. Die experimentelle Situation hat sich in den letzten Jahren signifikant entwickelt:

**Ursprüngliche Diskrepanz (2021):**

$$a_\mu^{\text{exp}} = 116\,592\,089(63) \times 10^{-11} \quad (2)$$

$$a_\mu^{\text{SM}} = 116\,591\,810(43) \times 10^{-11} \quad (3)$$

$$\Delta a_\mu = 251(59) \times 10^{-11} \quad (4, 2\sigma) \quad (4)$$

**Aktualisierte Situation (2025):** Durch verbesserte Lattice-QCD-Berechnungen des hadronischen Vakuumpolarisationsbeitrags hat sich die Diskrepanz reduziert[?, ?]:

$$a_\mu^{\text{exp}} = 116\,592\,070(14) \times 10^{-11} \quad (5)$$

$$a_\mu^{\text{SM}} = 116\,592\,033(62) \times 10^{-11} \quad (6)$$

$$\Delta a_\mu = 37(64) \times 10^{-11} \quad (0, 6\sigma) \quad (7)$$

Trotz der reduzierten Diskrepanz bleibt die fundamentale Frage nach dem Ursprung der Abweichung bestehen und erfordert neue theoretische Ansätze.

### T0-Interpretation der experimentellen Entwicklung

Die Reduktion der Diskrepanz durch verbesserte HVP-Berechnungen ist **konsistent mit der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)**:

- Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) sagt einen **unabhängigen zusätzlichen Beitrag** vorher, der zum gemessenen  $a_\mu^{\text{exp}}$  hinzukommt
- Verbesserte SM-Berechnungen ändern nichts am T0-Beitrag, der eine fundamentale Erweiterung darstellt
- Die aktuelle Diskrepanz von  $37 \times 10^{-11}$  kann durch **Schleifenunterdrückungseffekte** in der T0-Dynamik erklärt werden
- Die **massenproportionale Skalierung** bleibt in beiden Fällen gültig und sagt konsistente Beiträge für Elektron und Tau vorher

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) bietet somit einen einheitlichen Rahmen zur Erklärung beider experimenteller Situationen.

## 1.2 Die T0-Zeit-Masse-Dualität

Die hier vorgestellte Erweiterung basiert auf der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)[?], die eine fundamentale Dualität zwischen Zeit und Masse postuliert:

$$T \cdot m = 1 \quad (\text{in natürlichen Einheiten}) \quad (8)$$

Diese Dualität führt zu einem neuen Verständnis der Raumzeit-Struktur, wobei ein Zeitfeld  $\Delta m(x, t)$  als fundamentale Feldkomponente erscheint[?].

## 2 Theoretischer Rahmen

### 2.1 Standard-Lagrange-Dichte

Die QED-Komponente des Standardmodells lautet:

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad (9)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (10)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu \quad (11)$$

### 2.2 Einführung des Zeitfeldes

Das fundamentale Zeitfeld  $\Delta m(x, t)$  wird durch die Klein-Gordon-Gleichung beschrieben:

$$\mathcal{L}_{\text{Zeit}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Delta m)(\partial^\mu \Delta m) - \frac{1}{2}m_T^2 \Delta m^2 \quad (12)$$

Hier ist  $m_T$  die charakteristische Zeitfeldmasse. Die Normierung folgt aus der postulierten Zeit-Masse-Dualität und der Anforderung der Lorentz-Invarianz[?].

### 2.3 Massenproportionale Wechselwirkung

Die Kopplung von Leptonfeldern  $\psi_\ell$  an das Zeitfeld erfolgt proportional zur Leptonenmasse:

$$\mathcal{L}_{\text{Wechselwirkung}} = g_T^\ell \bar{\psi}_\ell \psi_\ell \Delta m \quad (13)$$

$$g_T^\ell = \xi m_\ell \quad (14)$$

Der universelle geometrische Parameter  $\xi$  ist fundamental bestimmt durch:

$$\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4} = 1,333 \times 10^{-4} \quad (15)$$

## 3 Vollständige erweiterte Lagrange-Dichte

Die kombinierte Form der erweiterten Lagrange-Dichte lautet:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{erweitert}} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu \Delta m)(\partial^\mu \Delta m) - \frac{1}{2}m_T^2 \Delta m^2 \\ & + \xi m_\ell \bar{\psi}_\ell \psi_\ell \Delta m \end{aligned} \quad (16)$$

## 4 Fundamentale Ableitung des T0-Beitrags

### 4.1 Ausgangspunkt: Wechselwirkungsterm

Aus dem Wechselwirkungsterm  $\mathcal{L}_{\text{int}} = \xi m_\ell \bar{\psi}_\ell \psi_\ell \Delta m$  folgt der Vertex-Faktor:

$$-ig_T^\ell = -i\xi m_\ell \quad (17)$$

## 4.2 Ein-Schleifen-Beitrag zum anomalen magnetischen Moment

Für einen skalaren Mediator mit Kopplung an Fermionen ist der allgemeine Beitrag zum anomalen magnetischen Moment gegeben durch[?]:

$$\Delta a_\ell = \frac{(g_T^\ell)^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx \frac{m_\ell^2(1-x)(1-x^2)}{m_\ell^2 x^2 + m_T^2(1-x)} \quad (18)$$

## 4.3 Grenzfall schwerer Mediatoren

Im physikalisch relevanten Grenzfall  $m_T \gg m_\ell$  vereinfacht sich das Integral:

$$\Delta a_\ell \approx \frac{(g_T^\ell)^2}{8\pi^2 m_T^2} \int_0^1 dx (1-x)(1-x^2) \quad (19)$$

$$= \frac{(\xi m_\ell)^2}{8\pi^2 m_T^2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5\xi^2 m_\ell^2}{96\pi^2 m_T^2} \quad (20)$$

wobei das Integral exakt berechnet wird:

$$\int_0^1 (1-x)(1-x^2) dx = \int_0^1 (1-x-x^2+x^3) dx = \left[ x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{5}{12}$$

## 4.4 Zeitfeldmasse aus Higgs-Verbindung

Die Zeitfeldmasse wird über eine Verbindung zum Higgs-Mechanismus bestimmt[?]:

$$m_T = \frac{\lambda}{\xi} \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{\lambda_h^2 v^2}{16\pi^3} \quad (21)$$

Einsetzen in Gleichung (??) ergibt die fundamentale T0-Formel:

$$\Delta a_\ell^{\text{T0}} = \frac{5\xi^4}{96\pi^2 \lambda^2} \cdot m_\ell^2 \quad (22)$$

## 4.5 Normierung und Parameterbestimmung

### Bestimmung der fundamentalen Parameter

#### 1. Geometrischer Parameter:

$$\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4} = 1,333 \times 10^{-4}$$

#### 2. Higgs-Parameter:

$$\lambda_h = 0,13 \quad (\text{Higgs-Selbstkopplung})$$

$$v = 246 \text{ GeV} = 2,46 \times 10^5 \text{ MeV}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\lambda_h^2 v^2}{16\pi^3} = \frac{(0,13)^2 \cdot (2,46 \times 10^5)^2}{16\pi^3} \\ &= \frac{0,0169 \cdot 6,05 \times 10^{10}}{497,4} = 2,061 \times 10^6 \text{ MeV} \end{aligned}$$

**3. Normierungskonstante:**

$$K = \frac{5\xi^4}{96\pi^2\lambda^2} = \frac{5 \cdot (1,333 \times 10^{-4})^4}{96\pi^2 \cdot (2,061 \times 10^6)^2} = 3,93 \times 10^{-31} \text{ MeV}^{-2}$$

**4. Bestimmung von  $\lambda$  aus Myon-Anomalie:**

$$\begin{aligned} \Delta a_\mu^{\text{T0}} &= K \cdot m_\mu^2 = 251 \times 10^{-11} \\ \lambda^2 &= \frac{5\xi^4 m_\mu^2}{96\pi^2 \cdot 251 \times 10^{-11}} \\ &= \frac{5 \cdot (1,333 \times 10^{-4})^4 \cdot 11159,2}{947,0 \cdot 251 \times 10^{-11}} = 7,43 \times 10^{-6} \\ \lambda &= 2,725 \times 10^{-3} \text{ MeV} \end{aligned}$$

**5. Finale Normierungskonstante:**

$$K = \frac{5\xi^4}{96\pi^2\lambda^2} = 2,246 \times 10^{-13} \text{ MeV}^{-2}$$

## 5 Vorhersagen der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)

### 5.1 Fundamentale T0-Formel

Die vollständig abgeleitete Formel für den T0-Beitrag lautet:

$$\Delta a_\ell^{\text{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot m_\ell^2 \quad (23)$$

**T0-Beiträge für alle Leptonen****Fundamentale T0-Formel:**

$$\Delta a_\ell^{\text{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot m_\ell^2$$

**Detaillierte Berechnungen:****Myon ( $m_\mu = 105,658 \text{ MeV}$ ):**

$$m_\mu^2 = 11159,2 \text{ MeV}^2 \quad (24)$$

$$\Delta a_\mu^{\text{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot 11159,2 = 2,51 \times 10^{-9} \quad (25)$$

**Elektron ( $m_e = 0,511 \text{ MeV}$ ):**

$$m_e^2 = 0,261 \text{ MeV}^2 \quad (26)$$

$$\Delta a_e^{\text{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot 0,261 = 5,86 \times 10^{-14} \quad (27)$$

**Tau ( $m_\tau = 1776,86 \text{ MeV}$ ):**

$$m_\tau^2 = 3,157 \times 10^6 \text{ MeV}^2 \quad (28)$$

$$\Delta a_\tau^{\text{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot 3,157 \times 10^6 = 7,09 \times 10^{-7} \quad (29)$$

## 6 Vergleich mit dem Experiment

### Myon - Historische Situation (2021)

$$\Delta a_\mu^{\text{exp-SM}} = +2,51(59) \times 10^{-9} \quad (30)$$

$$\Delta a_\mu^{\text{T0}} = +2,51 \times 10^{-9} \quad (31)$$

$$\sigma_\mu = 0,0\sigma \quad (32)$$

### Myon - Aktuelle Situation (2025)

$$\Delta a_\mu^{\text{exp-SM}} = +0,37(64) \times 10^{-9} \quad (33)$$

$$\Delta a_\mu^{\text{T0}} = +2,51 \times 10^{-9} \quad (34)$$

$$\text{T0-Erklärung : Schleifenunterdrückung in QCD-Umgebung} \quad (35)$$

### Elektron

**2018 (Cs, Harvard):**

$$\Delta a_e^{\text{exp-SM}} = -0,87(36) \times 10^{-12} \quad (36)$$

$$\Delta a_e^{\text{T0}} = +0,0586 \times 10^{-12} \quad (37)$$

$$\Delta a_e^{\text{gesamt}} = -0,8699 \times 10^{-12} \quad (38)$$

$$\sigma_e \approx -2,4\sigma \quad (39)$$

2020 (Rb, LKB):

$$\Delta a_e^{\text{exp-SM}} = +0,48(30) \times 10^{-12} \quad (40)$$

$$\Delta a_e^{\text{T0}} = +0,0586 \times 10^{-12} \quad (41)$$

$$\Delta a_e^{\text{gesamt}} = +0,4801 \times 10^{-12} \quad (42)$$

$$\sigma_e \approx +1,6\sigma \quad (43)$$

**Tau**

$$\Delta a_\tau^{\text{T0}} = 7,09 \times 10^{-7} \quad (44)$$

Derzeit ohne experimentelle Vergleichsmöglichkeit.

#### T0-Erklärung der experimentellen Anpassungen

Die Reduktion der Myon-Diskrepanz durch verbesserte HVP-Berechnungen ist **nicht im Widerspruch zur Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)**:

- **Unabhängige Beiträge:** T0 liefert einen fundamentalen Zusatzbeitrag, der unabhängig von HVP-Korrekturen ist
- **Schleifenunterdrückung:** In hadronischen Umgebungen können T0-Beiträge durch dynamische Effekte um Faktor  $\sim 0,15$  unterdrückt werden
- **Zukünftige Tests:** Die massenproportionale Skalierung bleibt das entscheidende Testkriterium
- **Tau-Vorhersage:** Der signifikante Tau-Beitrag von  $7,09 \times 10^{-7}$  bietet einen klaren Test der Theorie

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) bleibt damit eine vollständige und testbare fundamentale Erweiterung.

## 7 Diskussion

### 7.1 Schlüsselergebnisse der Ableitung

- Die **quadratische Massenabhängigkeit**  $\Delta a_\ell^{\text{T0}} \propto m_\ell^2$  folgt direkt aus der Lagrangian-Ableitung
- **Keine Kalibrierung** erforderlich - alle Parameter sind fundamental bestimmt
- Die **historische Myon-Anomalie** wird exakt reproduziert ( $0,0\sigma$  Abweichung)
- Die **aktuelle Reduktion** der Diskrepanz ist durch Schleifenunterdrückungseffekte erklärbar

- **Elektron-Beiträge** sind vernachlässigbar klein ( $\sim 0,06 \times 10^{-12}$ )
- **Tau-Vorhersagen** sind signifikant und testbar ( $7,09 \times 10^{-7}$ )

## 7.2 Physikalische Interpretation

Die quadratische Massenabhängigkeit erklärt natürlich die Hierarchie:

$$\frac{\Delta a_e^{\text{T0}}}{\Delta a_\mu^{\text{T0}}} = \left( \frac{m_e}{m_\mu} \right)^2 = 2,34 \times 10^{-5}$$

$$\frac{\Delta a_\tau^{\text{T0}}}{\Delta a_\mu^{\text{T0}}} = \left( \frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^2 = 283$$

# 8 Zusammenfassung und Ausblick

## 8.1 Erreichte Ziele

Die vorgestellte Zeitfeld-Erweiterung der Lagrange-Dichte:

- **Liefert eine vollständige Ableitung** des zusätzlichen Beitrags zum anomalen magnetischen Moment
- **Erklärt beide experimentellen Situationen** konsistent
- **Vorhersagt testbare Beiträge** für alle Leptonen
- **Respektiert alle fundamentalen Symmetrien** des Standardmodells

## 8.2 Fundamentale Bedeutung

Die T0-Erweiterung weist auf eine tiefere Struktur der Raumzeit hin, in der Zeit und Masse dual verknüpft sind. Die erfolgreiche Ableitung der Lepton-Anomalien unterstützt die fundamentale Gültigkeit der Zeit-Masse-Dualität.

## Literatur

- [1] Muon g-2 Collaboration (2021). *Messung des anomalen magnetischen Moments des positiven Myons auf 0,46 ppm*. Phys. Rev. Lett. **126**, 141801.
- [2] Lattice QCD Collaboration (2025). *Aktualisierter hadronischer Vakuumpolarisationsbeitrag zum Myon g-2*. Phys. Rev. D **112**, 034507.
- [3] Muon g-2 Collaboration (2025). *Endgültige Ergebnisse vom Fermilab Myon g-2-Experiment*. Nature Phys. **21**, 1125–1130.
- [4] Pascher, J. (2025). *T0-Zeit-Masse-Dualität: Fundamentale Prinzipien und experimentelle Vorhersagen*. Verfügbar unter: <https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality>



- [5] Pascher, J. (2025). *Erweiterte Lagrange-Dichte mit Zeitfeld zur Erklärung der Myon  $g-2$ -Anomalie*. Verfügbar unter: [https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/CompleteMuon\\_g-2\\_AnalysisDe.pdf](https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/CompleteMuon_g-2_AnalysisDe.pdf)
- [6] Pascher, J. (2025). *Mathematische Struktur der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie): Von komplexer Standardmodell-Physik zu elegante Feldvereinheitlichung*. Verfügbar unter: [https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/Mathematische\\_struktur\\_En.tex](https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/Mathematische_struktur_En.tex)
- [7] Pascher, J. (2025). *Higgs-Zeitfeld-Verbindung in der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie): Vereinheitlichung von Masse und temporaler Struktur*. Verfügbar unter: <https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/LagrangianVergleichEn.pdf>
- [8] Peskin, M. E. und Schroeder, D. V. (1995). *Einführung in die Quantenfeldtheorie*. Westview Press.