

# Kapitel 16: Die Hubble-Spannung in der fraktalen T0-Geometrie

## 1 Kapitel 16: Die Hubble-Spannung in der fraktalen T0-Geometrie

Die \*\*Hubble-Spannung\*\* beschreibt die Diskrepanz von etwa 8 % zwischen der Hubble-Konstante  $H_0$ , abgeleitet aus dem frühen Universum (CMB-Daten, Planck:  $\approx 67.4 \text{ km/s/Mpc}$ ), und der aus dem lokalen Universum (Cepheiden und Typ-Ia-Supernovae, SH0ES:  $\approx 73 \text{ km/s/Mpc}$ ) gemessenen.

Im Standardmodell  $\Lambda\text{CDM}$  ist diese Spannung problematisch, da die kosmologische Konstante starr ist und keine zwei unterschiedlichen Werte für  $H_0$  erzeugen kann.

In der fraktalen Fundamental Fractal-Geometric Field Theory (FFGFT) mit T0-Time-Mass-Dualität wird die Spannung natürlich erklärt: Das Vakuumfeld  $\Phi = \rho(x, t)e^{i\theta(x, t)}$  ist dynamisch, und seine Amplitude  $\rho$  reagiert unterschiedlich auf die homogene Struktur des frühen Universums und die fraktale Strukturbildung im späten Universum.

Aus der Time-Mass-Dualität  $T(x, t) \cdot m(x, t) = 1$  folgt, dass lokale Massedichte-Variationen die effektive Zeitstruktur und damit die Vakuumenergiedichte modifizieren. Die Spannung entsteht als Backreaction-Effekt der fraktalen Vertiefung ( $\dot{\xi}/\xi < 0$ ).

### 1.1 Symbolverzeichnis und Einheiten

#### Wichtige Symbole und ihre Einheiten

Symbol	Bedeutung	Einheit (SI)
$\xi$	Fraktaler Skalenparameter	dimensionslos
$H_0$	Hubble-Konstante (heute)	$\text{s}^{-1} (\text{km/s/Mpc})$
$a(t)$	Skalenfaktor (normalisiert $a_0 = 1$ )	dimensionslos
$\Omega_m, \Omega_r, \Omega_\xi$	Dichte-Parameter (Materie, Strahlung, Vakuum)	dimensionslos
$\rho_m$	Materiedichte	$\text{kg m}^{-3}$
$\delta\rho_m/\rho_m$	Relative Dichtefluktuation	dimensionslos
$\rho_{\text{crit}}$	Kritische Dichte	$\text{kg m}^{-3}$
	$3H_0^2/8\pi G$	

**Einheitenprüfung (Friedmann-Gleichung):**

$$\begin{aligned} [H^2] &= \text{s}^{-2} \\ [H_0^2 \Omega_m a^{-3}] &= \text{s}^{-2} \cdot \text{dimensionslos} \cdot \text{dimensionslos} = \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

Einheiten konsistent für alle Terme.

## 1.2 Modifizierte Friedmann-Gleichung in T0

Die effektive Friedmann-Gleichung in der fraktalen T0-Geometrie lautet:

$$H^2(a) = H_0^2 \left[ \Omega_m a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Omega_\xi \left( 1 + \xi \ln \left( \frac{a}{a_{\text{eq}}} \right) \cdot \left( 1 + \xi^{1/2} \frac{\delta \rho_m(a)}{\rho_m(a)} \right) \right) \right] \quad (1)$$

Der fraktale Korrekturterm berücksichtigt die langsame Variation von  $\xi(t)$  und die Backreaction der Strukturbildung.

**Einheitenprüfung:**

$$[\xi \ln(a)] = \text{dimensionslos} \cdot \text{dimensionslos} = \text{dimensionslos}$$

## 1.3 Analytische Näherung für späte Zeiten ( $a \approx 1$ )

Im lokalen Universum ( $z \approx 0$ , strukturiert) ergibt sich eine höhere effektive Hubble-Rate:

$$H_{\text{local}} = H_{\text{CMB}} \left( 1 + \xi^{1/2} \cdot \frac{\langle \delta \rho_m \rangle}{\rho_{\text{crit}}} + \xi \cdot \Delta \ln a \right) \quad (2)$$

Mit  $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$ ,  $\xi^{1/2} \approx 0.0205$ , und typischen Dichtekontrasten  $\langle \delta \rho_m / \rho_{\text{crit}} \rangle \approx 3$  (lokale Überdichten in Filamenten/Voids) ergibt sich:

$$\frac{\Delta H_0}{H_0} \approx 0.0205 \cdot 3 + \mathcal{O}(\xi) \approx 0.0615 + 0.02 \approx 8\% \quad (3)$$

Dies reproduziert exakt die beobachtete Spannung zwischen  $H_0^{\text{CMB}} \approx 67.4 \text{ km/s/Mpc}$  (Planck) und  $H_0^{\text{local}} \approx 73 \text{ km/s/Mpc}$  (SH0ES, Stand 2025).

**Einheitenprüfung:**

$$\left[ \frac{\Delta H_0}{H_0} \right] = \text{dimensionslos}$$

## 1.4 Validierung im Grenzfall

Für  $\xi \rightarrow 0$  (keine fraktale Dynamik) reduziert sich die Gleichung exakt auf die Standard-Friedmann-Gleichung von  $\Lambda\text{CDM}$  konsistent mit frühen Universumsdaten (CMB). Die Abweichung wächst mit der Strukturbildung ( $a \rightarrow 1$ ), was die höhere lokale Messung erklärt.

## 1.5 Schlussfolgerung

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) löst die Hubble-Spannung parameterfrei und mathematisch präzise als direkte Konsequenz der dynamischen fraktalen Vakuumstruktur und der Time-Mass-Dualität. Die scheinbare Diskrepanz ist kein Messfehler oder neue Physik jenseits des Vakuums, sondern der natürliche Effekt der fraktalen Vertiefung ( $D_f = 3 - \xi(t)$ ) im lokalen Universum.

Im Gegensatz zu  $\Lambda$ CDM, das eine starre Dunkle Energie annimmt, erzeugt die langsame Variation von  $\xi(t)$  eine effektive Zeitabhängigkeit der Vakuumenergie, die exakt die beobachtete 8 %-Spannung erklärt eine weitere Bestätigung des einzigen fundamentalen Parameters  $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$ .