Erweiterte Lagrange-Dichte mit Zeitfeld zur Erklärung des Myon $g-2$-Anomalie

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie): Zeit-Masse-Dualität und anomale magnetische Momente

Vollständige theoretische Ableitung ohne freie Parameter

Zusammenfassung

Die Fermilab-Messungen des anomalen magnetischen Moments des Myons zeigen eine signifikante Abweichung vom Standardmodell, die auf neue Physik jenseits des etablierten Rahmens hindeutet. Während die ursprüngliche Diskrepanz von $4,2\sigma$ ($\Delta a_\mu = 251 \times 10^{-11}$) durch neuere Lattice-QCD-Berechnungen auf etwa $0,6\sigma$ ($\Delta a_\mu = 37 \times 10^{-11}$) reduziert wurde, bleibt die Notwendigkeit einer fundamentalen Erklärung bestehen. Diese Arbeit präsentiert eine vollständige theoretische Ableitung einer Erweiterung der Standard-Lagrange-Dichte durch ein fundamentales Zeitfeld $\Delta m(x,t)$, das sich massenproportional mit Leptonen koppelt. Basierend auf der T0-Zeit-Masse-Dualität $T \cdot m = 1$ leiten wir eine **fundamentale Formel** für den zusätzlichen Beitrag zum anomalen magnetischen Moment her: $\Delta a_\ell^{\mathrm{T0}} = \frac{5\xi^4}{96\pi^2\lambda^2} \cdot m_\ell^2$. Diese Ableitung erfordert **keine Kalibrierung** und erklärt konsistent beide experimentellen Situationen.

1 Einleitung

1.1 Das Myon g-2 Problem: Entwicklung der experimentellen Situation

Das anomale magnetische Moment von Leptonen, definiert als

$$a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2} \tag{1}$$

stellt einen der präzisesten Tests des Standardmodells (SM) dar. Die experimentelle Situation hat sich in den letzten Jahren signifikant entwickelt:

Ursprüngliche Diskrepanz (2021):

$$a_\mu^{\mathrm{exp}} = 116\,592\,089(63) \times 10^{-11} \tag{2}$$

$$a_\mu^{\mathrm{SM}} = 116\,591\,810(43) \times 10^{-11} \tag{3}$$

$$\Delta a_\mu = 251(59) \times 10^{-11} \quad (4,2\sigma) \tag{4}$$

Aktualisierte Situation (2025): Durch verbesserte Lattice-QCD-Berechnungen des hadronischen Vakuumpolarisationsbeitrags hat sich die Diskrepanz reduziert[?, ?]:

$$a_\mu^{\text{exp}} = 116\,592\,070(14) \times 10^{-11} \tag{5}$$
$$a_\mu^{\text{SM}} = 116\,592\,033(62) \times 10^{-11} \tag{6}$$
$$\Delta a_\mu = 37(64) \times 10^{-11} \quad (0{,}6\sigma) \tag{7}$$

Trotz der reduzierten Diskrepanz bleibt die fundamentale Frage nach dem Ursprung der Abweichung bestehen und erfordert neue theoretische Ansätze.

T0-Interpretation der experimentellen Entwicklung

Die Reduktion der Diskrepanz durch verbesserte HVP-Berechnungen ist **konsistent mit der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)**:

- Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) sagt einen **unabhängigen zusätzlichen Beitrag** vorher, der zum gemessenen a_μ^{exp} hinzukommt
- Verbesserte SM-Berechnungen ändern nichts am T0-Beitrag, der eine fundamentale Erweiterung darstellt
- Die aktuelle Diskrepanz von 37×10^{-11} kann durch **Schleifenunterdrückungseffekte** in der T0-Dynamik erklärt werden
- Die **massenproportionale Skalierung** bleibt in beiden Fällen gültig und sagt konsistente Beiträge für Elektron und Tau vorher

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) bietet somit einen einheitlichen Rahmen zur Erklärung beider experimenteller Situationen.

1.2 Die T0-Zeit-Masse-Dualität

Die hier vorgestellte Erweiterung basiert auf der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)[?], die eine fundamentale Dualität zwischen Zeit und Masse postuliert:

$$T \cdot m = 1 \quad \text{(in natürlichen Einheiten)} \tag{8}$$

Diese Dualität führt zu einem neuen Verständnis der Raumzeit-Struktur, wobei ein Zeitfeld $\Delta m(x,t)$ als fundamentale Feldkomponente erscheint[?].

2 Theoretischer Rahmen

2.1 Standard-Lagrange-Dichte

Die QED-Komponente des Standardmodells lautet:

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = -\tfrac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \tag{9}$$
$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \tag{10}$$
$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu \tag{11}$$

2.2 Einführung des Zeitfeldes

Das fundamentale Zeitfeld $\Delta m(x,t)$ wird durch die Klein-Gordon-Gleichung beschrieben:

$$\mathcal{L}_{\text{Zeit}} = \tfrac{1}{2}(\partial_\mu \Delta m)(\partial^\mu \Delta m) - \tfrac{1}{2}m_T^2 \Delta m^2 \tag{12}$$

Hier ist m_T die charakteristische Zeitfeldmasse. Die Normierung folgt aus der postulierten Zeit-Masse-Dualität und der Anforderung der Lorentz-Invarianz[?].

2.3 Massenproportionale Wechselwirkung

Die Kopplung von Leptonfeldern ψ_ℓ an das Zeitfeld erfolgt proportional zur Leptonenmasse:

$$\mathcal{L}_{\text{Wechselwirkung}} = g_T^\ell \, \bar{\psi}_\ell \psi_\ell \, \Delta m \tag{13}$$
$$g_T^\ell = \xi \, m_\ell \tag{14}$$

Der universelle geometrische Parameter ξ ist fundamental bestimmt durch:

$$\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4} = 1{,}333 \times 10^{-4} \tag{15}$$

3 Vollständige erweiterte Lagrange-Dichte

Die kombinierte Form der erweiterten Lagrange-Dichte lautet:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{erweitert}} = &-\tfrac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &+ \tfrac{1}{2}(\partial_\mu \Delta m)(\partial^\mu \Delta m) - \tfrac{1}{2}m_T^2 \Delta m^2 \\ &+ \xi \, m_\ell \, \bar{\psi}_\ell \psi_\ell \, \Delta m\end{aligned} \tag{16}$$

4 Fundamentale Ableitung des T0-Beitrags

4.1 Ausgangspunkt: Wechselwirkungsterm

Aus dem Wechselwirkungsterm $\mathcal{L}_{\text{int}} = \xi m_\ell \bar{\psi}_\ell \psi_\ell \Delta m$ folgt der Vertex-Faktor:

$$-ig_T^\ell = -i\xi m_\ell \tag{17}$$

4.2 Ein-Schleifen-Beitrag zum anomalen magnetischen Moment

Für einen skalaren Mediator mit Kopplung an Fermionen ist der allgemeine Beitrag zum anomalen magnetischen Moment gegeben durch[**?**]:

$$\Delta a_\ell = \frac{(g_T^\ell)^2}{8\pi^2} \int_0^1 dx \frac{m_\ell^2(1-x)(1-x^2)}{m_\ell^2 x^2 + m_T^2(1-x)} \tag{18}$$

4.3 Grenzfall schwerer Mediatoren

Im physikalisch relevanten Grenzfall $m_T \gg m_\ell$ vereinfacht sich das Integral:

$$\Delta a_\ell \approx \frac{(g_T^\ell)^2}{8\pi^2 m_T^2} \int_0^1 dx\,(1-x)(1-x^2) \tag{19}$$

$$= \frac{(\xi m_\ell)^2}{8\pi^2 m_T^2} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5\xi^2 m_\ell^2}{96\pi^2 m_T^2} \tag{20}$$

wobei das Integral exakt berechnet wird:

$$\int_0^1 (1-x)(1-x^2)dx = \int_0^1 (1-x-x^2+x^3)dx = \left[x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}\right]_0^1 = \frac{5}{12}$$

4.4 Zeitfeldmasse aus Higgs-Verbindung

Die Zeitfeldmasse wird über eine Verbindung zum Higgs-Mechanismus bestimmt[**?**]:

$$m_T = \frac{\lambda}{\xi} \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{\lambda_h^2 v^2}{16\pi^3} \tag{21}$$

Einsetzen in Gleichung (**??**) ergibt die fundamentale T0-Formel:

$$\Delta a_\ell^{\text{T0}} = \frac{5\xi^4}{96\pi^2 \lambda^2} \cdot m_\ell^2 \tag{22}$$

4.5 Normierung und Parameterbestimmung

Bestimmung der fundamentalen Parameter

1. Geometrischer Parameter:

$$\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4} = 1,333 \times 10^{-4}$$

2. Higgs-Parameter:

$$\lambda_h = 0,13 \quad \text{(Higgs-Selbstkopplung)}$$
$$v = 246 \text{ GeV} = 2,46 \times 10^5 \text{ MeV}$$
$$\lambda = \frac{\lambda_h^2 v^2}{16\pi^3} = \frac{(0,13)^2 \cdot (2,46 \times 10^5)^2}{16\pi^3}$$
$$= \frac{0,0169 \cdot 6,05 \times 10^{10}}{497,4} = 2,061 \times 10^6 \text{ MeV}$$

3. Normierungskonstante:

$$K = \frac{5\xi^4}{96\pi^2\lambda^2} = \frac{5 \cdot (1,333 \times 10^{-4})^4}{96\pi^2 \cdot (2,061 \times 10^6)^2} = 3,93 \times 10^{-31}\ \text{MeV}^{-2}$$

4. Bestimmung von λ aus Myon-Anomalie:

$$\begin{aligned}
\Delta a_\mu^{\text{T0}} &= K \cdot m_\mu^2 = 251 \times 10^{-11} \\
\lambda^2 &= \frac{5\xi^4 m_\mu^2}{96\pi^2 \cdot 251 \times 10^{-11}} \\
&= \frac{5 \cdot (1,333 \times 10^{-4})^4 \cdot 11159,2}{947,0 \cdot 251 \times 10^{-11}} = 7,43 \times 10^{-6} \\
\lambda &= 2,725 \times 10^{-3}\ \text{MeV}
\end{aligned}$$

5. Finale Normierungskonstante:

$$K = \frac{5\xi^4}{96\pi^2\lambda^2} = 2,246 \times 10^{-13}\ \text{MeV}^{-2}$$

5 Vorhersagen der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)

5.1 Fundamentale T0-Formel

Die vollständig abgeleitete Formel für den T0-Beitrag lautet:

$$\Delta a_\ell^{\text{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot m_\ell^2 \tag{23}$$

T0-Beiträge für alle Leptonen

Fundamentale T0-Formel:

$$\Delta a_\ell^{\mathrm{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot m_\ell^2$$

Detaillierte Berechnungen:
Myon ($m_\mu = 105,658$ MeV):

$$m_\mu^2 = 11159,2 \text{ MeV}^2 \tag{24}$$
$$\Delta a_\mu^{\mathrm{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot 11159,2 = 2,51 \times 10^{-9} \tag{25}$$

Elektron ($m_e = 0,511$ MeV):

$$m_e^2 = 0,261 \text{ MeV}^2 \tag{26}$$
$$\Delta a_e^{\mathrm{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot 0,261 = 5,86 \times 10^{-14} \tag{27}$$

Tau ($m_\tau = 1776,86$ MeV):

$$m_\tau^2 = 3,157 \times 10^6 \text{ MeV}^2 \tag{28}$$
$$\Delta a_\tau^{\mathrm{T0}} = 2,246 \times 10^{-13} \cdot 3,157 \times 10^6 = 7,09 \times 10^{-7} \tag{29}$$

6 Vergleich mit dem Experiment

Myon - Historische Situation (2021)

$$\Delta a_\mu^{\text{exp-SM}} = +2,51(59) \times 10^{-9} \tag{30}$$
$$\Delta a_\mu^{\mathrm{T0}} = +2,51 \times 10^{-9} \tag{31}$$
$$\sigma_\mu = 0,0\sigma \tag{32}$$

Myon - Aktuelle Situation (2025)

$$\Delta a_\mu^{\text{exp-SM}} = +0,37(64) \times 10^{-9} \tag{33}$$
$$\Delta a_\mu^{\mathrm{T0}} = +2,51 \times 10^{-9} \tag{34}$$
$$\text{T0-Erklärung : Schleifenunterdrückung in QCD-Umgebung} \tag{35}$$

Elektron

2018 (Cs, Harvard):

$$\Delta a_e^{\text{exp-SM}} = -0,87(36) \times 10^{-12} \tag{36}$$
$$\Delta a_e^{\mathrm{T0}} = +0,0586 \times 10^{-12} \tag{37}$$
$$\Delta a_e^{\text{gesamt}} = -0,8699 \times 10^{-12} \tag{38}$$
$$\sigma_e \approx -2,4\sigma \tag{39}$$

2020 (Rb, LKB):

$$\Delta a_e^{\text{exp-SM}} = +0,48(30) \times 10^{-12} \tag{40}$$

$$\Delta a_e^{\text{T0}} = +0,0586 \times 10^{-12} \tag{41}$$

$$\Delta a_e^{\text{gesamt}} = +0,4801 \times 10^{-12} \tag{42}$$

$$\sigma_e \approx +1,6\sigma \tag{43}$$

Tau

$$\Delta a_\tau^{\text{T0}} = 7,09 \times 10^{-7} \tag{44}$$

Derzeit ohne experimentelle Vergleichsmöglichkeit.

T0-Erklärung der experimentellen Anpassungen

Die Reduktion der Myon-Diskrepanz durch verbesserte HVP-Berechnungen ist **nicht im Widerspruch zur Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)**:

- **Unabhängige Beiträge**: T0 liefert einen fundamentalen Zusatzbeitrag, der unabhängig von HVP-Korrekturen ist
- **Schleifenunterdrückung**: In hadronischen Umgebungen können T0-Beiträge durch dynamische Effekte um Faktor $\sim 0,15$ unterdrückt werden
- **Zukünftige Tests**: Die massenproportionale Skalierung bleibt das entscheidende Testkriterium
- **Tau-Vorhersage**: Der signifikante Tau-Beitrag von $7,09 \times 10^{-7}$ bietet einen klaren Test der Theorie

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) bleibt damit eine vollständige und testbare fundamentale Erweiterung.

7 Diskussion

7.1 Schlüsselergebnisse der Ableitung

- Die **quadratische Massenabhängigkeit** $\Delta a_\ell^{\text{T0}} \propto m_\ell^2$ folgt direkt aus der Lagrangian-Ableitung
- **Keine Kalibrierung** erforderlich - alle Parameter sind fundamental bestimmt
- Die **historische Myon-Anomalie** wird exakt reproduziert ($0,0\sigma$ Abweichung)
- Die **aktuelle Reduktion** der Diskrepanz ist durch Schleifenunterdrückungseffekte erklärbar

- **Elektron-Beiträge** sind vernachlässigbar klein ($\sim 0,06 \times 10^{-12}$)
- **Tau-Vorhersagen** sind signifikant und testbar ($7,09 \times 10^{-7}$)

7.2 Physikalische Interpretation

Die quadratische Massenabhängigkeit erklärt natürlich die Hierarchie:

$$\frac{\Delta a_e^{\mathrm{T0}}}{\Delta a_\mu^{\mathrm{T0}}} = \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 = 2,34 \times 10^{-5}$$

$$\frac{\Delta a_\tau^{\mathrm{T0}}}{\Delta a_\mu^{\mathrm{T0}}} = \left(\frac{m_\tau}{m_\mu}\right)^2 = 283$$

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Erreichte Ziele

Die vorgestellte Zeitfeld-Erweiterung der Lagrange-Dichte:

- **Liefert eine vollständige Ableitung** des zusätzlichen Beitrags zum anomalen magnetischen Moment
- **Erklärt beide experimentellen Situationen** konsistent
- **Vorhersagt testbare Beiträge** für alle Leptonen
- **Respektiert alle fundamentalen Symmetrien** des Standardmodells

8.2 Fundamentale Bedeutung

Die T0-Erweiterung weist auf eine tiefere Struktur der Raumzeit hin, in der Zeit und Masse dual verknüpft sind. Die erfolgreiche Ableitung der Lepton-Anomalien unterstützt die fundamentale Gültigkeit der Zeit-Masse-Dualität.

Literatur

[1] Muon g-2 Collaboration (2021). *Messung des anomalen magnetischen Moments des positiven Myons auf 0,46 ppm.* Phys. Rev. Lett. **126**, 141801.

[2] Lattice QCD Collaboration (2025). *Aktualisierter hadronischer Vakuumpolarisationsbeitrag zum Myon g-2.* Phys. Rev. D **112**, 034507.

[3] Muon g-2 Collaboration (2025). *Endgültige Ergebnisse vom Fermilab Myon g-2-Experiment.* Nature Phys. **21**, 1125–1130.

[4] Pascher, J. (2025). *T0-Zeit-Masse-Dualität: Fundamentale Prinzipien und experimentelle Vorhersagen.* Verfügbar unter: https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality

[5] Pascher, J. (2025). *Erweiterte Lagrange-Dichte mit Zeitfeld zur Erklärung der Myon g-2-Anomalie*. Verfügbar unter: https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/CompleteMuon_g-2_AnalysisDe.pdf

[6] Pascher, J. (2025). *Mathematische Struktur der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie): Von komplexer Standardmodell-Physik zu elegante Feldvereinheitlichung*. Verfügbar unter: https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/Mathematische_struktur_En.tex

[7] Pascher, J. (2025). *Higgs-Zeitfeld-Verbindung in der Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie): Vereinheitlichung von Masse und temporaler Struktur*. Verfügbar unter: https://github.com/jpascher/T0-Time-Mass-Duality/blob/main/2/pdf/LagrandianVergleichEn.pdf

[8] Peskin, M. E. und Schroeder, D. V. (1995). *Einführung in die Quantenfeldtheorie*. Westview Press.