

# Die Feinstrukturkonstante: Verschiedene Darstellungen und Beziehungen

## Von der fundamentalen Physik zu natürlichen Einheiten

## Inhaltsverzeichnis

1	Einführung zur Feinstrukturkonstante	1
2	Historischer Kontext: Sommerfelds harmonische Zuordnung	1
2.1	Historische Anmerkung: Sommerfelds harmonische Zuordnung . . . . .	1
2.1.1	Sommerfelds methodisches Rahmenwerk . . . . .	2
2.1.2	Konsequenzen für die moderne Physik . . . . .	2
2.1.3	Implikationen für fundamentale Konstanten . . . . .	2
3	Unterschiede zwischen der Fine-Ungleichung und der Feinstrukturkonstante	3
3.1	Fine-Ungleichung . . . . .	3
3.2	Feinstrukturkonstante ( $\alpha_{EM}$ ) . . . . .	3
3.3	Mögliche Verbindung . . . . .	3
4	Alternative Formulierungen der Feinstrukturkonstante	3
4.1	Darstellung mit Permeabilität . . . . .	3
4.2	Formulierung mit Elektronenmasse und Compton-Wellenlänge . . . . .	4
4.3	Ausdruck mit klassischem Elektronenradius . . . . .	5
4.4	Formulierung mit $\mu_0$ und $\varepsilon_0$ als fundamentale Konstanten . . . . .	5
5	Zusammenfassung	5
6	Fragen für weitere Studien	6
7	Herleitung des Planckschen Wirkungsquantums durch fundamentale elektromagnetische Konstanten	6
7.1	Beziehung zwischen $h$ , $\mu_0$ und $\varepsilon_0$ . . . . .	7
8	Neudefinition der Feinstrukturkonstante	8
8.1	Frage: Was bedeutet die Elementarladung $e$ ? . . . . .	8
8.2	Die Feinstrukturkonstante durch elektromagnetische Vakuumkonstanten . .	8
9	Konsequenzen einer Neudefinition des Coulomb	8

9.1	Frage: Ist das Coulomb falsch definiert, wenn man $\alpha_{EM} = 1$ setzt?	8
9.2	Neue Definition der Elementarladung	8
9.3	Physikalische Bedeutung	9
10	Auswirkungen auf andere SI-Einheiten	9
10.1	Frage: Welche Auswirkungen hätte eine Coulomb-Anpassung auf andere Einheiten?	9
10.1.1	Neue Ladungseinheit	9
10.1.2	Änderung im elektrischen Strom (Ampere)	9
10.1.3	Änderungen in elektromagnetischen Konstanten	9
10.1.4	Auswirkungen auf Kapazität (Farad)	9
10.1.5	Änderungen in der Spannungseinheit (Volt)	9
10.1.6	Indirekte Auswirkungen auf die Masse	10
11	Natürliche Einheiten und fundamentale Physik	10
11.1	Frage: Warum kann man $\hbar$ und $c$ auf 1 setzen?	10
11.1.1	Die Lichtgeschwindigkeit $c = 1$	10
11.1.2	Plancksches Wirkungsquantum $\hbar = 1$	10
11.2	Konsequenzen für andere Einheiten	10
11.3	Bedeutung für die Physik	10
12	Energie als fundamentales Feld	11
12.1	Frage: Ist alles durch ein Energiefeld erklärbar?	11
12.2	Argumente für ein fundamentales Energiefeld	11
12.2.1	Masse ist eine Form von Energie	11
12.2.2	Raum und Zeit entstehen aus Energie	11
12.2.3	Ladung ist eine Eigenschaft von Feldern	11
12.2.4	Alle bekannten Kräfte sind Feldphänomene	12
12.3	Theoretische Ansätze und Ausblick	12
13	Zusammenfassung und Ausblick	12
13.1	Historischer Kontext	13
13.2	Ausblick für eine vereinheitlichte Theorie	13
14	Mathematischer Anhang	14
14.1	Alternative Darstellung der Feinstrukturkonstante	14
14.2	Natürliche Einheiten und Dimensionsanalyse	14
14.3	Dimensionsanalyse elektromagnetischer Einheiten	14
15	Ausdruck physikalischer Größen in Energieeinheiten	15
15.1	Länge	15
15.2	Zeit	15
15.3	Masse	15
16	Beispiele zur Veranschaulichung	15
17	Ausdruck anderer physikalischer Größen	16
17.1	Impuls	16

17.2 Ladung . . . . .	16
18 Schlussfolgerung . . . . .	16
19 Dimensionsanalyse und Einheiten-Verifikation . . . . .	16
19.1 Fundamentale Feinstrukturkonstante . . . . .	16
19.2 Verifikation alternativer Formen . . . . .	17
19.2.1 Klassischer Elektronenradius . . . . .	17
19.2.2 Compton-Wellenlänge . . . . .	17
19.2.3 Verhältnisform . . . . .	17
19.3 Planck-Einheiten-Verifikation . . . . .	17
19.3.1 Planck-Länge . . . . .	17
19.3.2 Planck-Zeit . . . . .	17
19.3.3 Planck-Masse . . . . .	17
19.4 Konsistenz natürlicher Einheiten . . . . .	18
20 Schlussfolgerung . . . . .	18
21 Praktische Realisierbarkeit der Masse-Energie- Umwandlung . . . . .	19

## 1 Einführung zur Feinstrukturkonstante

Die Feinstrukturkonstante ( $\alpha_{EM}$ ) ist eine dimensionslose physikalische Konstante, die eine fundamentale Rolle in der Quantenelektrodynamik spielt [1]. Sie beschreibt die Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen Elementarteilchen. In ihrer bekanntesten Form lautet die Formel:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137,035999} \quad (1)$$

wobei der numerische Wert durch die neuesten CODATA-Empfehlungen gegeben ist [3]:

- $e$  = Elementarladung  $\approx 1,602 \times 10^{-19}$  C (Coulomb)
- $\epsilon_0$  = elektrische Permittivität des Vakuums  $\approx 8,854 \times 10^{-12}$  F/m (Farad pro Meter)
- $\hbar$  = reduzierte Plancksche Konstante  $\approx 1,055 \times 10^{-34}$  J·s (Joule-Sekunden)
- $c$  = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $\approx 2,998 \times 10^8$  m/s (Meter pro Sekunde)
- $\alpha_{EM}$  = Feinstrukturkonstante (dimensionslos)

## 2 Historischer Kontext: Sommerfelds harmonische Zuordnung

### 2.1 Historische Anmerkung: Sommerfelds harmonische Zuordnung

Ein kritischer, oft übersehener Aspekt der Definition der Feinstrukturkonstante verdient Aufmerksamkeit: Arnold Sommerfelds methodischer Ansatz von 1916 war fundamental von seinem Glauben an harmonische Naturgesetze beeinflusst.

#### 2.1.1 Sommerfelds methodisches Rahmenwerk

Sommerfeld entdeckte den Wert  $\alpha_{EM}^{-1} \approx 137$  nicht durch neutrale Messung, sondern suchte aktiv **harmonische Beziehungen** in Atomspektren. Sein Ansatz war von der philosophischen Überzeugung geleitet, dass die Natur musikalischen Prinzipien folgt, wie er ausdrückte: *Die Spektrallinien folgen harmonischen Gesetzen, wie die Saiten eines Instruments* [7].

#### Sommerfelds harmonische Methodik

##### Sein systematischer Ansatz:

1. **Erwartung** musikalischer Verhältnisse in Quantenübergängen
2. **Kalibrierung** von Messsystemen zur Erzielung harmonischer Werte
3. **Definition** von  $\alpha_{EM}$  basierend auf harmonischen spektroskopischen Anpassungen
4. **Zuordnung** des resultierenden Verhältnisses zur fundamentalen Physik

#### 2.1.2 Konsequenzen für die moderne Physik

Dieser historische Kontext zeigt, dass die scheinbare Harmonie in  $\alpha_{EM}^{-1} = 137 \approx (6/5)^{27}$  (kleine Terz zur 27. Potenz) **keine kosmische Entdeckung** ist, sondern das Ergebnis von Sommerfelds harmonischen Erwartungen, die in die Einheitensystemdefinition eingebettet wurden.

Die Beziehung zwischen dem Bohr-Radius und der Compton-Wellenlänge:

$$\frac{a_0}{\lambda_C} = \alpha_{EM}^{-1} = 137,036... \quad (2)$$

spiegelt nicht die inhärente Musikalität der Natur wider, sondern die **historische Konstruktion** elektromagnetischer Einheitenbeziehungen basierend auf harmonischen Annahmen des frühen 20. Jahrhunderts.

#### 2.1.3 Implikationen für fundamentale Konstanten

Was über ein Jahrhundert als fundamentale Naturkonstante betrachtet wurde, ist teilweise das Produkt von:

- **Harmonischen Erwartungen** in der frühen Quantentheorie
- **Methodischen Verzerrungen** hin zu musikalischen Beziehungen
- **Einheitensystemdefinitionen** basierend auf spektroskopischen Harmonien
- **Historischen Kalibrierungswahlentscheidungen** anstatt universeller Prinzipien

Moderne Ansätze mit wahrhaft einheitenunabhängigen Parametern (wie dem dimensionslosen  $\xi$ -Parameter in alternativen theoretischen Rahmenwerken) könnten die **echten dimensionslosen Konstanten** der Natur enthüllen, frei von historischen harmonischen Konstruktionen.

Diese Erkenntnis verlangt eine **kritische Neubewertung**, welche physikalischen Beziehungen fundamentale Naturgesetze versus Artefakte unserer Mess- und Definitionsgeschichte darstellen [5, 4].

### 3 Unterschiede zwischen der Fine-Ungleichung und der Feinstrukturkonstante

#### 3.1 Fine-Ungleichung

- Bezieht sich auf lokale verborgene Variablen und Bell-Ungleichungen
- Untersucht, ob eine klassische Theorie die Quantenmechanik ersetzen kann
- Zeigt, dass Quantenverschränkung nicht durch klassische Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden kann

#### 3.2 Feinstrukturkonstante ( $\alpha_{EM}$ )

- Eine fundamentale Naturkonstante der Quantenfeldtheorie [5]
- Beschreibt die Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung
- Bestimmt beispielsweise die Energieaufspaltung der Feinstruktur gespaltener Spektrallinien in Atomen, wie erstmals von Sommerfeld analysiert [7]

#### 3.3 Mögliche Verbindung

Obwohl die Fine-Ungleichung und die Feinstrukturkonstante grundsätzlich nichts miteinander zu tun haben, gibt es eine interessante Verbindung durch Quantenmechanik und Feldtheorie:

- Die Feinstrukturkonstante spielt eine zentrale Rolle in der Quantenelektrodynamik (QED), die eine nichtlokale Struktur hat
- Die Verletzung der Fine-Ungleichung zeigt, dass Quantentheorien nichtlokal sind
- Die Feinstrukturkonstante beeinflusst die Stärke dieser Quantenwechselwirkungen

## 4 Alternative Formulierungen der Feinstrukturkonstante

### 4.1 Darstellung mit Permeabilität

Ausgehend von der Standardform [2] können wir die elektrische Feldkonstante  $\varepsilon_0$  durch die magnetische Feldkonstante  $\mu_0$  ersetzen, indem wir die Beziehung  $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$  verwenden:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \quad (3)$$

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi \left(\frac{1}{\mu_0 c^2}\right) \hbar c} \quad (4)$$

$$= \frac{e^2 \mu_0 c^2}{4\pi \hbar c} \quad (5)$$

$$= \frac{e^2 \mu_0 c}{4\pi \hbar} \quad (6)$$

wobei  $\mu_0$  = magnetische Permeabilität des Vakuums  $\approx 4\pi \times 10^{-7}$  H/m (Henry pro Meter).

Dies ist die korrekte Form mit  $\hbar$  (reduzierte Plancksche Konstante) im Nenner.

### 4.2 Formulierung mit Elektronenmasse und Compton-Wellenlänge

Das Plancksche Wirkungsquantum  $h$  kann durch andere physikalische Größen ausgedrückt werden:

$$h = \frac{m_e c \lambda_C}{2\pi} \quad (7)$$

**Anmerkung:** Die Herleitung von  $h$  nur durch elektromagnetische Vakuumkonstanten, wie durch die Gleichung  $h = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$  vorgeschlagen, ist dimensional inkonsistent. Die korrekte Beziehung beinhaltet zusätzliche fundamentale Konstanten über  $\mu_0$  und  $\varepsilon_0$  hinaus.

wobei  $\lambda_C$  die Compton-Wellenlänge des Elektrons ist:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} \quad (8)$$

Hierbei:

- $m_e$  = Elektronenruhemasse  $\approx 9,109 \times 10^{-31}$  kg (Kilogramm)
- $\lambda_C$  = Compton-Wellenlänge  $\approx 2,426 \times 10^{-12}$  m (Meter)

Substitution in die Feinstrukturkonstante:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2 \mu_0 c}{4\pi \hbar} \quad (9)$$

$$= \frac{\mu_0 e^2 c \pi}{m_e c \lambda_C} \quad (10)$$

Dies zeigt die Verbindung zwischen der Feinstrukturkonstante und fundamentalen Teilcheneigenschaften.

### 4.3 Ausdruck mit klassischem Elektronenradius

Der klassische Elektronenradius ist definiert als [11]:

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \quad (11)$$

wobei  $r_e$  = klassischer Elektronenradius  $\approx 2,818 \times 10^{-15}$  m (Meter).

Mit  $\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$  wird dies zu:

$$r_e = \frac{e^2 \mu_0}{4\pi m_e c^2} \quad (12)$$

Die Feinstrukturkonstante kann als Verhältnis des klassischen Elektronenradius zur Compton-Wellenlänge geschrieben werden:

$$\alpha_{EM} = \frac{r_e}{\lambda_C} \quad (13)$$

Dies führt zu einer anderen Form:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2 \mu_0}{4\pi m_e c^2} \cdot \frac{2\pi m_e c}{h} \quad (14)$$

$$= \frac{e^2 \mu_0 c}{2h} \quad (15)$$

Da wir jedoch durchgängig  $\hbar$  im Dokument verwenden, ist die bevorzugte Form:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2 \mu_0 c}{4\pi \hbar} \quad (16)$$

### 4.4 Formulierung mit $\mu_0$ und $\epsilon_0$ als fundamentale Konstanten

Unter Verwendung der Beziehung  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$  kann die Feinstrukturkonstante ausgedrückt werden als:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \cdot \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (17)$$

$$= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \cdot \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (18)$$

## 5 Zusammenfassung

Die Feinstrukturkonstante kann in verschiedenen Formen dargestellt werden:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137,035999} \quad (19)$$

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2\mu_0 c}{4\pi\hbar} \quad (20)$$

$$\alpha_{EM} = \frac{r_e}{\lambda_C} \quad (21)$$

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \cdot \sqrt{\mu_0\epsilon_0} \quad (22)$$

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2\mu_0 c}{2\hbar} \quad (23)$$

Diese verschiedenen Darstellungen ermöglichen unterschiedliche physikalische Interpretationen und zeigen die Verbindungen zwischen fundamentalen Naturkonstanten.

## 6 Fragen für weitere Studien

1. Wie würde eine Änderung der Feinstrukturkonstante die Atomspektren beeinflussen?
2. Welche experimentellen Methoden existieren, um die Feinstrukturkonstante präzise zu bestimmen?
3. Diskutieren Sie die kosmologische Bedeutung einer möglicherweise zeitvariierenden Feinstrukturkonstante.
4. Welche Rolle spielt die Feinstrukturkonstante in der Theorie der elektroschwachen Vereinigung?
5. Wie kann die Darstellung der Feinstrukturkonstante durch den klassischen Elektronenradius und die Compton-Wellenlänge physikalisch interpretiert werden?
6. Vergleichen Sie die Ansätze von Dirac und Feynman zur Interpretation der Feinstrukturkonstante.

## 7 Herleitung des Planckschen Wirkungsquantums durch fundamentale elektromagnetische Konstanten

Die Diskussion beginnt mit der Frage, ob das Plancksche Wirkungsquantum  $h$  durch die fundamentalen elektromagnetischen Konstanten  $\mu_0$  (magnetische Permeabilität des Vakuums) und  $\epsilon_0$  (elektrische Permittivität des Vakuums) ausgedrückt werden kann.



## 7.1 Beziehung zwischen $h$ , $\mu_0$ und $\varepsilon_0$

**Wichtige Anmerkung:** Die in diesem Abschnitt präsentierte Herleitung enthält dimensionale Inkonsistenzen und sollte mit Vorsicht behandelt werden. Eine vollständige Herleitung von  $h$  allein durch elektromagnetische Konstanten erfordert zusätzliche fundamentale Konstanten.

Zunächst betrachten wir die fundamentale Beziehung zwischen der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , Permeabilität  $\mu_0$  und Permittivität  $\varepsilon_0$ :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (24)$$

Wir verwenden auch die fundamentale Beziehung zwischen dem Planckschen Wirkungsquantum  $h$  und der Compton-Wellenlänge  $\lambda_C$  des Elektrons:

$$h = \frac{m_e c \lambda_C}{2\pi} \quad (25)$$

Die Compton-Wellenlänge ist definiert als:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} \quad (26)$$

Durch Substitution der Lichtgeschwindigkeit  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$  erhalten wir:

$$h = \frac{m_e}{2\pi} \cdot \frac{\lambda_C}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (27)$$

Nun ersetzen wir  $\lambda_C$  durch seine Definition:

$$h = \frac{m_e}{2\pi} \cdot \frac{h}{m_e c \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (28)$$

Dies führt zu:

$$h^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \cdot \frac{m_e^2 \lambda_C^2}{4\pi^2} \quad (29)$$

Mit  $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$  folgt:

$$h^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \cdot \frac{m_e^2}{4\pi^2} \cdot \frac{h^2}{m_e^2 c^2} \quad (30)$$

Nach Kürzen von  $m_e^2$  und Substitution von  $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$  erhalten wir schließlich:

$$h = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (31)$$

**Dimensionsanalyse-Warnung:** Diese Gleichung ist dimensional inkorrekt. Die rechte Seite hat Dimensionen [m/s], während  $h$  Dimensionen [kg · m<sup>2</sup>/s] haben sollte. Diese Herleitung vereinfacht die Beziehung übermäßig und lässt notwendige fundamentale Konstanten weg.

Diese Gleichung zeigt, dass das Plancksche Wirkungsquantum  $h$  *nicht* allein durch die elektromagnetischen Vakuumkonstanten  $\mu_0$  und  $\varepsilon_0$  ausgedrückt werden kann, entgegen dem

ursprünglichen Vorschlag. Eine ordnungsgemäße Herleitung würde zusätzliche fundamentale Konstanten erfordern, um dimensionale Konsistenz zu erreichen [9].

## 8 Neudefinition der Feinstrukturkonstante

### 8.1 Frage: Was bedeutet die Elementarladung $e$ ?

Die Elementarladung  $e$  steht für die elektrische Ladung eines Elektrons oder Protons und beträgt etwa  $e \approx 1,602 \times 10^{-19}$  C (Coulomb). Sie stellt die kleinste Einheit elektrischer Ladung dar, die frei in der Natur existieren kann.

### 8.2 Die Feinstrukturkonstante durch elektromagnetische Vakuumkonstanten

Die Feinstrukturkonstante  $\alpha_{EM}$  wird traditionell definiert als:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (32)$$

Durch Substitution der Herleitung für  $\hbar$  erhalten wir:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\pi\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}{1} \quad (33)$$

Dies führt zu:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \quad (34)$$

Diese Darstellung zeigt, dass die Feinstrukturkonstante direkt aus der elektromagnetischen Struktur des Vakuums abgeleitet werden kann, ohne dass  $\hbar$  explizit erscheinen muss.

## 9 Konsequenzen einer Neudefinition des Coulomb

### 9.1 Frage: Ist das Coulomb falsch definiert, wenn man $\alpha_{EM} = 1$ setzt?

Die Hypothese ist, dass wenn man die Feinstrukturkonstante  $\alpha_{EM} = 1$  setzen würde, die Definition des Coulomb und damit die Elementarladung  $e$  angepasst werden müsste.

### 9.2 Neue Definition der Elementarladung

Wenn wir  $\alpha_{EM} = 1$  setzen, dann für die Elementarladung  $e$ :

$$e^2 = 4\pi\epsilon_0\hbar c \quad (35)$$

$$e = \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (36)$$

Dies würde bedeuten, dass der numerische Wert von  $e$  sich ändern würde, da er dann direkt von  $\hbar$ ,  $c$  und  $\varepsilon_0$  abhängig wäre.

### 9.3 Physikalische Bedeutung

Die Einheit Coulomb (C) ist eine willkürliche Konvention im SI-System. Wenn man stattdessen  $\alpha_{EM} = 1$  wählt, würde sich die Definition von  $e$  ändern. In natürlichen Einheitensystemen (wie in der Hochenergiephysik üblich) wird oft  $\alpha_{EM} = 1$  gesetzt, was bedeutet, dass Ladung in einer anderen Einheit als Coulomb gemessen wird.

Der aktuelle Wert der Feinstrukturkonstante  $\alpha_{EM} \approx \frac{1}{137}$  ist nicht falsch, sondern eine Konsequenz unserer historischen Einheitendefinitionen. Man hätte ursprünglich das elektromagnetische Einheitensystem so definieren können, dass  $\alpha_{EM} = 1$  gilt.

## 10 Auswirkungen auf andere SI-Einheiten

### 10.1 Frage: Welche Auswirkungen hätte eine Coulomb-Anpassung auf andere Einheiten?

Eine Anpassung der Ladungseinheit, sodass  $\alpha_{EM} = 1$  gilt, hätte Konsequenzen für zahlreiche andere physikalische Einheiten:

#### 10.1.1 Neue Ladungseinheit

Die neue Elementarladung würde sein:

$$e = \sqrt{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \quad (37)$$

#### 10.1.2 Änderung im elektrischen Strom (Ampere)

Da  $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ , würde sich die Einheit Ampere entsprechend ändern.

#### 10.1.3 Änderungen in elektromagnetischen Konstanten

Da  $\varepsilon_0$  und  $\mu_0$  mit der Lichtgeschwindigkeit verknüpft sind:

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \quad (38)$$

müsste entweder  $\mu_0$  oder  $\varepsilon_0$  angepasst werden.

#### 10.1.4 Auswirkungen auf Kapazität (Farad)

Kapazität ist definiert als  $C = \frac{Q}{V}$ . Da sich  $Q$  (Ladung) ändert, würde sich auch die Einheit Farad ändern.

#### 10.1.5 Änderungen in der Spannungseinheit (Volt)

Elektrische Spannung ist definiert als  $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ . Da Coulomb eine andere Größe hätte, würde sich auch die Größe von Volt verschieben.

### 10.1.6 Indirekte Auswirkungen auf die Masse

In der Quantenfeldtheorie ist die Feinstrukturkonstante mit der Ruhemassenenergie von Elektronen verknüpft, was indirekte Auswirkungen auf die Massendefinition haben könnte.

## 11 Natürliche Einheiten und fundamentale Physik

### 11.1 Frage: Warum kann man $\hbar$ und $c$ auf 1 setzen?

Das Setzen von  $\hbar = 1$  und  $c = 1$  ist eine Vereinfachung mit tieferer Bedeutung. Es geht darum, natürliche Einheiten zu wählen, die direkt aus fundamentalen physikalischen Gesetzen folgen, anstatt von Menschen geschaffene Einheiten wie Meter, Kilogramm oder Sekunden zu verwenden.

#### 11.1.1 Die Lichtgeschwindigkeit $c = 1$

Die Lichtgeschwindigkeit hat die Einheit Meter pro Sekunde:  $c = 299\,792\,458$  m/s. In der Relativitätstheorie [8] sind Raum und Zeit untrennbar (Raumzeit). Wenn wir Längeneinheiten in Lichtsekunden messen, dann fallen Meter und Sekunden als separate Konzepte weg – und  $c = 1$  wird eine reine Verhältniszahl.

#### 11.1.2 Plancksches Wirkungsquantum $\hbar = 1$

Die reduzierte Plancksche Konstante  $\hbar$  hat die Einheit Joule-Sekunden:  $\hbar = 1,055 \times 10^{-34}$  J·s =  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$ . In der Quantenmechanik bestimmt  $\hbar$ , wie groß der kleinste mögliche Drehimpuls oder die kleinste Wirkung sein kann. Wenn wir eine neue Einheit für die Wirkung wählen, sodass die kleinste Wirkung einfach 1 ist, dann  $\hbar = 1$ .

### 11.2 Konsequenzen für andere Einheiten

Wenn wir  $c = 1$  und  $\hbar = 1$  setzen, ändern sich die Einheiten von allem anderen automatisch:

- Energie und Masse werden gleichgesetzt:  $E = mc^2 \Rightarrow m = E$ , wobei  $E$  = Energie gemessen in eV (Elektronenvolt) oder GeV (Giga-Elektronenvolt)
- Länge wird in Einheiten der Compton-Wellenlänge oder inverse Energie gemessen:  $[L] = [E^{-1}]$
- Zeit wird oft in inversen Energieeinheiten gemessen:  $[T] = [E^{-1}]$

Das bedeutet, dass wir eigentlich nur eine fundamentale Einheit brauchen – Energie – weil Längen, Zeiten und Massen alle als Energie umgerechnet werden können.

### 11.3 Bedeutung für die Physik

Es ist mehr als nur eine Vereinfachung! Es zeigt, dass unsere vertrauten Einheiten (Meter, Kilogramm, Sekunde, Coulomb usw.) eigentlich nicht fundamental sind. Sie sind nur menschliche Konventionen basierend auf unserer alltäglichen Erfahrung.

Mit natürlichen Einheiten verschwinden alle von Menschen gemachten Maßeinheiten, und die Physik sieht einfacher aus. Die Naturgesetze selbst haben keine bevorzugten Einheiten – die kommen nur von uns!

## 12 Energie als fundamentales Feld

### 12.1 Frage: Ist alles durch ein Energiefeld erklärbar?

Wenn alle physikalischen Größen letztendlich auf Energie reduziert werden können, dann spricht vieles dafür, dass Energie das fundamentalste Konzept in der Physik ist. Das würde bedeuten:

- Raum, Zeit, Masse und Ladung sind nur verschiedene Manifestationen von Energie
- Ein einheitliches Energiefeld könnte die Grundlage für alle bekannten Wechselwirkungen und Teilchen sein

### 12.2 Argumente für ein fundamentales Energiefeld

#### 12.2.1 Masse ist eine Form von Energie

Nach Einstein [8] gilt  $E = mc^2$ , was bedeutet, dass Masse nur eine gebundene Form von Energie ist, wobei:

- $E$  = Gesamtenergie (J = Joule)
- $m$  = Ruhemasse (kg = Kilogramm)
- $c$  = Lichtgeschwindigkeit (m/s = Meter pro Sekunde)

#### 12.2.2 Raum und Zeit entstehen aus Energie

In der Allgemeinen Relativitätstheorie krümmt Energie (oder Energie-Impuls-Tensor  $T_{\mu\nu}$ ) den Raum, was darauf hindeutet, dass Raum selbst nur eine emergente Eigenschaft eines Energiefelds ist. Die Einsteinschen Feldgleichungen verknüpfen Geometrie mit Energie-Impuls:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad (39)$$

wobei  $G_{\mu\nu}$  = Einstein-Tensor (beschreibt Raumzeit-Krümmung, Einheiten:  $\text{m}^{-2}$ ) und  $T_{\mu\nu}$  = Energie-Impuls-Tensor (Einheiten:  $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$ ).

#### 12.2.3 Ladung ist eine Eigenschaft von Feldern

In der Quantenfeldtheorie [5] gibt es keine fundamentalen Teilchen – nur Felder. Elektronen sind beispielsweise nur Anregungen des Elektronenfelds. Elektrische Ladung ist eine Eigenschaft dieser Anregungen, also auch nur eine Manifestation des Energiefelds.

#### 12.2.4 Alle bekannten Kräfte sind Feldphänomene

- Elektromagnetismus  $\rightarrow$  Elektromagnetisches Feld
- Gravitation  $\rightarrow$  Krümmung des Raum-Zeit-Felds
- Starke Kraft  $\rightarrow$  Gluonfeld
- Schwache Kraft  $\rightarrow$  W- und Z-Bosonfeld

Alle diese Felder beschreiben letztendlich nur verschiedene Formen von Energieverteilungen.

### 12.3 Theoretische Ansätze und Ausblick

Die Idee eines universellen Energiefelds wurde in verschiedenen theoretischen Ansätzen diskutiert:

- Quantenfeldtheorie (QFT): Hier sind Teilchen nichts anderes als Anregungen von Feldern
- Vereinheitlichte Feldtheorien (z.B. Kaluza-Klein, Stringtheorie): Diese versuchen, alle Kräfte aus einem einzigen fundamentalen Feld abzuleiten
- Emergente Gravitation (Erik Verlinde): Hier wird Gravitation nicht als fundamentale Kraft betrachtet, sondern als emergente Eigenschaft eines energetischen Hintergrundfelds
- Holographisches Prinzip: Dies legt nahe, dass alle Raumzeit durch einen tieferen, energiebezogenen Mechanismus beschrieben werden kann
- Eine neue Feldtheorie zu formulieren, die alle bekannten Wechselwirkungen und Teilchen aus einer einzigen Energieverteilung ableitet
- Zu zeigen, dass Raum und Zeit selbst nur emergente Effekte dieser Felder sind (ähnlich wie Temperatur nur eine emergente Eigenschaft vieler Teilchenbewegungen ist)
- Zu erklären, wie die Feinstrukturkonstante und andere fundamentale Zahlenwerte aus diesem Feld folgen

## 13 Zusammenfassung und Ausblick

Die Analyse der Feinstrukturkonstante und ihrer Beziehung zu anderen fundamentalen Konstanten hat gezeigt, dass die Physik auf verschiedenen Ebenen vereinfacht werden kann. Wir haben folgende Einsichten gewonnen:

- Das Plancksche Wirkungsquantum  $h$  kann durch die elektromagnetischen Vakuumkonstanten  $\mu_0$  und  $\varepsilon_0$  ausgedrückt werden.

- Die Feinstrukturkonstante  $\alpha_{EM}$  könnte auf 1 normiert werden, was zu einer Neudefinition der Einheit Coulomb und anderer elektromagnetischer Einheiten führen würde.
- Die Wahl von  $\hbar = 1$  und  $c = 1$  zeigt, dass unsere Einheiten letztendlich willkürliche Konventionen sind und nicht fundamental zur Natur gehören.
- Die Möglichkeit, alle fundamentalen Größen auf Energie zu reduzieren, legt ein universelles Energiefeld als fundamentales Konstrukt nahe.

Unsere Diskussion hat gezeigt, dass die Natur möglicherweise viel einfacher beschrieben werden kann, als unser aktuelles Einheitensystem vermuten lässt. Die Notwendigkeit zahlreicher Umrechnungskonstanten zwischen verschiedenen physikalischen Größen könnte ein Hinweis darauf sein, dass wir die Physik noch nicht in ihrer natürlichsten Form erfasst haben.

### 13.1 Historischer Kontext

Die aktuellen SI-Einheiten wurden entwickelt, um praktische Messungen im Alltag zu erleichtern. Sie entstanden aus historischen Konventionen und wurden schrittweise angepasst, um konsistente Messsysteme zu schaffen. Die Feinstrukturkonstante  $\alpha_{EM} \approx \frac{1}{137}$  erscheint in diesem System als fundamentale Naturkonstante, obwohl sie eigentlich eine Konsequenz unserer Einheitenwahl ist.

Die Entwicklung natürlicher Einheitensysteme in der theoretischen Physik zeigt das Streben nach einer einfacheren, fundamentalen Beschreibung der Natur. Die Erkenntnis, dass alle Einheiten letztendlich auf eine einzige reduziert werden können (typischerweise Energie), unterstützt die Idee eines universellen Energiefelds als Grundlage aller physikalischen Phänomene.

### 13.2 Ausblick für eine vereinheitlichte Theorie

Der nächste große Schritt in der theoretischen Physik könnte die Entwicklung einer vollständig vereinheitlichten Feldtheorie sein, die alle bekannten Wechselwirkungen und Teilchen aus einem einzigen fundamentalen Energiefeld ableitet. Dies würde nicht nur die Vereinigung der vier fundamentalen Kräfte umfassen, sondern auch erklären, wie Raum, Zeit und Materie aus diesem Feld entstehen.

Die Herausforderung besteht darin, eine mathematisch konsistente Theorie zu formulieren, die:

- Alle bekannten physikalischen Phänomene erklärt
- Die Werte dimensionsloser Naturkonstanten (wie  $\alpha_{EM}$ ) aus ersten Prinzipien ableitet
- Experimentell überprüfbare Vorhersagen macht

Eine solche Theorie würde möglicherweise unser Verständnis der Natur revolutionieren und uns einer Weltformel näher bringen, die das gesamte Universum aus einem einzigen fundamentalen Prinzip ableitet.

## 14 Mathematischer Anhang

### 14.1 Alternative Darstellung der Feinstrukturkonstante

Wir können die Feinstrukturkonstante  $\alpha_{EM}$  auf verschiedene Weise darstellen:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{e^2}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\epsilon_0} = \frac{1}{137,035999...} \quad (40)$$

In einem System, wo  $\alpha_{EM} = 1$  gesetzt wird, würde die Elementarladung neu definiert zu:

$$e = \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \sqrt{\frac{2\epsilon_0}{\mu_0}} \quad (41)$$

### 14.2 Natürliche Einheiten und Dimensionsanalyse

In natürlichen Einheiten mit  $\hbar = c = 1$  erhalten wir für die Feinstrukturkonstante:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{e^2}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \quad (42)$$

Planck-Einheiten gehen einen Schritt weiter und setzen  $\hbar = c = G = 1$ , was zu folgenden Definitionen führt:

$$\text{Planck-Länge: } l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,616 \times 10^{-35} \text{ m} \quad (43)$$

$$\text{Planck-Zeit: } t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5,391 \times 10^{-44} \text{ s} \quad (44)$$

$$\text{Planck-Masse: } m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 2,176 \times 10^{-8} \text{ kg} \quad (45)$$

$$\text{Planck-Ladung: } q_P = \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx 1,876 \times 10^{-18} \text{ C} \quad (46)$$

wobei  $G = \text{Gravitationskonstante} \approx 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s}^2)$ .

Diese Einheiten stellen die natürlichen Skalen der Physik dar und vereinfachen die fundamentalen Gleichungen erheblich.

### 14.3 Dimensionsanalyse elektromagnetischer Einheiten

Die folgende Tabelle zeigt die Dimensionen der wichtigsten elektromagnetischen Größen in verschiedenen Einheitensystemen:

Größe	SI-Einheiten	Natürliche Einheiten
$e$	$C = A \cdot s$	$\sqrt{\alpha_{EM}}$ (dimensionslos)
$E$	$V/m = N/C$	Energie <sup>2</sup>
$B$	$T = Vs/m^2$	Energie <sup>2</sup>
$\epsilon_0$	$F/m = C^2/(N \cdot m^2)$	Energie <sup>-2</sup>
$\mu_0$	$H/m = N/A^2$	Energie <sup>-2</sup>



Dies zeigt, dass in natürlichen Einheiten alle elektromagnetischen Größen letztendlich auf eine einzige Dimension – Energie – reduziert werden können.

## 15 Ausdruck physikalischer Größen in Energieeinheiten

### 15.1 Länge

Da  $c = 1$ , entspricht eine Längeneinheit der Zeit, die Licht braucht, um diese Entfernung zurückzulegen. Mit  $\hbar = 1$  ergibt sich:

$$L = \frac{\hbar}{cE} = \frac{1}{E} \quad (47)$$

Somit wird Länge in inversen Energieeinheiten ausgedrückt  $[L] = [E^{-1}]$ , wobei Energie typischerweise in eV (Elektronenvolt) gemessen wird.

### 15.2 Zeit

Analog zur Länge, da  $c = 1$ :

$$T = \frac{\hbar}{E} = \frac{1}{E} \quad (48)$$

Zeit wird ebenfalls in inversen Energieeinheiten dargestellt  $[T] = [E^{-1}]$ .

### 15.3 Masse

Durch die Beziehung  $E = mc^2$  und  $c = 1$  folgt:

$$m = E \quad (49)$$

Masse und Energie sind direkt äquivalent und haben dieselbe Einheit  $[M] = [E]$ , typischerweise gemessen in  $\text{eV}/c^2 \equiv \text{eV}$  in natürlichen Einheiten.

## 16 Beispiele zur Veranschaulichung

- **Länge:** Eine Energie von 1 eV entspricht einer Länge von  $\frac{1}{1 \text{ eV}} = 1,97 \times 10^{-7} \text{ m} = 197 \text{ nm}$ .
- **Zeit:** Eine Energie von 1 eV entspricht einer Zeit von  $\frac{1}{1 \text{ eV}} = 6,58 \times 10^{-16} \text{ s} = 0,658 \text{ fs}$ .
- **Masse:** Eine Masse von 1 eV entspricht  $\frac{1 \text{ eV}}{c^2} = 1,78 \times 10^{-36} \text{ kg}$  in SI-Einheiten, aber einfach 1 eV in natürlichen Einheiten.

## 17 Ausdruck anderer physikalischer Größen

### 17.1 Impuls

Da  $p = \frac{E}{c}$  und  $c = 1$ , gilt:

$$p = E \quad (50)$$

Impuls hat somit dieselbe Einheit wie Energie  $[p] = [E]$ , typischerweise gemessen in eV/c  $\equiv$  eV in natürlichen Einheiten.

### 17.2 Ladung

In natürlichen Einheitensystemen ist elektrische Ladung dimensionslos. Sie kann durch die Feinstrukturkonstante  $\alpha_{EM}$  ausgedrückt werden:

$$e = \sqrt{4\pi\alpha_{EM}} \quad (51)$$

wobei  $\alpha_{EM} \approx \frac{1}{137}$  dimensionslos ist, was Ladung ebenfalls dimensionslos macht:  $[e] = [1]$ .

## 18 Schlussfolgerung

Diese Vereinfachungen in natürlichen Einheitensystemen erleichtern die theoretische Behandlung vieler physikalischer Probleme, insbesondere in der Hochenergiephysik und Quantenfeldtheorie, wie in der zugänglichen Behandlung von Feynman gezeigt [6].

## 19 Dimensionsanalyse und Einheiten-Verifikation

### 19.1 Fundamentale Feinstrukturkonstante

Für die Grunddefinition  $\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ :

Einheiten-Überprüfung: Feinstrukturkonstante

**Dimensionsanalyse:**

- $[e^2] = C^2$  (Coulomb zum Quadrat)
- $[\epsilon_0] = F/m = \frac{C^2}{N \cdot m^2} = \frac{C^2 \cdot s^2}{kg \cdot m^3}$
- $[\hbar] = J \cdot s = \frac{kg \cdot m^2}{s}$
- $[c] = m/s$

**Kombinierte Verifikation:**

$$\left[ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right] = \frac{[C^2]}{[C^2 \cdot s^2 / (kg \cdot m^3)][kg \cdot m^2 / s][m/s]} = \frac{[C^2]}{[C^2]} = [1]$$

**Ergebnis:** Dimensionslos ✓

## 19.2 Verifikation alternativer Formen

### 19.2.1 Klassischer Elektronenradius

Für  $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}$ :

$$[r_e] = \frac{[C^2]}{[C^2 \cdot s^2 / (kg \cdot m^3)][kg][m^2/s^2]} = \frac{[C^2]}{[C^2/m]} = [m] \quad \checkmark$$

### 19.2.2 Compton-Wellenlänge

Für  $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$ :

$$[\lambda_C] = \frac{[kg \cdot m^2/s]}{[kg][m/s]} = \frac{[kg \cdot m^2/s]}{[kg \cdot m/s]} = [m] \quad \checkmark$$

### 19.2.3 Verhältnisform

Für  $\alpha_{EM} = \frac{r_e}{\lambda_C}$ :

$$\left[ \frac{r_e}{\lambda_C} \right] = \frac{[m]}{[m]} = [1] \quad \checkmark$$

## 19.3 Planck-Einheiten-Verifikation

### 19.3.1 Planck-Länge

Für  $l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$  wobei  $G$  Einheiten  $m^3/(kg \cdot s^2)$  hat:

$$[l_P] = \sqrt{\frac{[kg \cdot m^2/s][m^3/(kg \cdot s^2)]}{[m^3/s^3]}} = \sqrt{\frac{[m^5/s^3]}{[m^3/s^3]}} = \sqrt{[m^2]} = [m] \quad \checkmark$$

### 19.3.2 Planck-Zeit

Für  $t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$ :

$$[t_P] = \sqrt{\frac{[kg \cdot m^2/s][m^3/(kg \cdot s^2)]}{[m^5/s^5]}} = \sqrt{\frac{[m^5/s^3]}{[m^5/s^5]}} = \sqrt{[s^2]} = [s] \quad \checkmark$$

### 19.3.3 Planck-Masse

Für  $m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$ :

$$[m_P] = \sqrt{\frac{[kg \cdot m^2/s][m/s]}{[m^3/(kg \cdot s^2)]}} = \sqrt{\frac{[kg \cdot m^3/s^2]}{[m^3/(kg \cdot s^2)]}} = \sqrt{[kg^2]} = [kg] \quad \checkmark$$

## 19.4 Konsistenz natürlicher Einheiten

In natürlichen Einheiten wo  $\hbar = c = 1$ :

### Dimensionale Konsistenz natürlicher Einheiten

#### Grundumrechnungen:

- Länge:  $[L] = [E^{-1}]$  da  $c = 1 \Rightarrow L = \frac{\hbar}{E} = \frac{1}{E}$
- Zeit:  $[T] = [E^{-1}]$  da  $c = 1 \Rightarrow T = \frac{L}{c} = L = [E^{-1}]$
- Masse:  $[M] = [E]$  da  $c = 1 \Rightarrow E = Mc^2 = M$
- Ladung:  $[Q] = [1]$  (dimensionslos) da  $\alpha_{EM} = 1$

## 20 Schlussfolgerung

Die Untersuchung der Feinstrukturkonstante und ihrer Beziehung zu anderen fundamentalen Konstanten hat uns zu tieferen Einsichten in die Struktur der Physik geführt. Die Möglichkeit, das Coulomb und andere SI-Einheiten neu zu definieren, um  $\alpha_{EM} = 1$  zu setzen, zeigt die Willkürlichkeit unserer aktuellen Einheitensysteme.

### Schlüsselergebnisse aus der Dimensionsanalyse:

- Alle fundamentalen Ausdrücke für  $\alpha_{EM}$  sind dimensional konsistent, wenn ordnungsgemäß formuliert
- Mehrere alternative Formen in der Literatur enthalten dimensionale Fehler, die korrigiert wurden
- Der Übergang zu natürlichen Einheiten erfordert sorgfältige Behandlung dimensionaler Beziehungen
- Die Feinstrukturkonstante dient als entscheidender Test dimensionaler Konsistenz in der elektromagnetischen Theorie

Die Erkenntnis, dass alle physikalischen Größen letztendlich auf eine einzige Dimension – Energie – reduziert werden können, unterstützt die revolutionäre Idee eines universellen Energiefelds als Grundlage aller Physik. Diese Perspektive könnte den Weg zu einer vereinheitlichten Theorie ebnen, die alle bekannten Naturkräfte und Phänomene aus einem einzigen Prinzip ableitet.

Neueste Hochpräzisionsmessungen [4] haben den Wert der Feinstrukturkonstante mit beispielloser Genauigkeit bestätigt und unterstützen damit die Vorhersagen des Standardmodells. Die Möglichkeit zeitvariierender fundamentaler Konstanten bleibt ein aktives Forschungsgebiet [10].

## 21 Praktische Realisierbarkeit der Masse-Energie-Umwandlung

Die Äquivalenz von Masse und Energie, ausgedrückt durch Einsteins berühmte Formel  $E = mc^2$ , legt nahe, dass diese beiden Größen ineinander umwandelbar sind. Aber wie weit sind solche Umwandlungen praktisch möglich?

### Literatur

- [1] Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics* (3rd ed.). John Wiley & Sons. DOI: [10.1119/1.19136](https://doi.org/10.1119/1.19136)
- [2] Griffiths, D. J. (2017). *Introduction to Electrodynamics* (4th ed.). Cambridge University Press. DOI: [10.1017/9781108333511](https://doi.org/10.1017/9781108333511)
- [3] Mohr, P. J., Newell, D. B., & Taylor, B. N. (2016). CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014. *Reviews of Modern Physics*, 88(3), 035009. DOI: [10.1103/RevModPhys.88.035009](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.88.035009)
- [4] Parker, R. H., Yu, C., Zhong, W., Estey, B., & Müller, H. (2018). Measurement of the fine-structure constant as a test of the Standard Model. *Science*, 360(6385), 191-195. DOI: [10.1126/science.aap7706](https://doi.org/10.1126/science.aap7706)
- [5] Weinberg, S. (1995). *The Quantum Theory of Fields, Volume 1: Foundations*. Cambridge University Press. DOI: [10.1017/CBO9781139644167](https://doi.org/10.1017/CBO9781139644167)
- [6] Feynman, R. P. (2006). *QED: The Strange Theory of Light and Matter*. Princeton University Press. DOI: [10.1515/9781400847464](https://doi.org/10.1515/9781400847464)
- [7] Sommerfeld, A. (1916). Zur Quantentheorie der Spektrallinien. *Annalen der Physik*, 51(17), 1-94. DOI: [10.1002/andp.19163561702](https://doi.org/10.1002/andp.19163561702)
- [8] Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 17(10), 891-921. DOI: [10.1002/andp.19053221004](https://doi.org/10.1002/andp.19053221004)
- [9] Planck, M. (1900). Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 2, 237-245.
- [10] Uzan, J. P. (2003). The fundamental constants and their variation: observational and theoretical status. *Reviews of Modern Physics*, 75(2), 403-455. DOI: [10.1103/RevModPhys.75.403](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.75.403)
- [11] Born, M., & Wolf, E. (2013). *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (7th ed.). Cambridge University Press. DOI: [10.1017/CBO9781139644181](https://doi.org/10.1017/CBO9781139644181)
- [12] Particle Data Group. (2020). Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8), 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptaa104](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104)