

Kapitel 19: Vakuumfluktuationen und die Lösung des kosmologischen Konstantenproblems in T0

Vakuumfluktuationen und die Lösung des kosmologischen Konstantenproblems in T0

Kurze Einführung

Dieses Kapitel widmet sich den Vakuumfluktuationen als physikalischen Phasenjitter und zeigt, wie die fraktale Struktur das kosmologische Konstantenproblem löst.

Mathematische Grundlage

In der FFGFT sind Vakuumfluktuationen endliche, durch $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$ regulierte Phasenjitter des Feldes $\Phi = \rho(x, t)e^{i\theta(x, t)}$. Die beobachtete Vakuumenergiedichte $\rho_{\text{vac}} \approx 0.7\rho_{\text{crit}}$ folgt parameterfrei aus der fraktalen Korrelation der Phase $\theta(x, t)$.

Einheitenprüfung (Phasen-Korrelation):

$$[C(r)] = \text{dimensionslos}$$
$$[\xi \ln(|x - x'|/l_0)] = \text{dimensionslos}$$

Das kosmologische Konstantenproblem in der Standard-QFT

Die Vakuumenergiedichte wird als Summe der Nullpunktsenergien aller Moden berechnet:

$$\rho_{\text{vac}}^{\text{QFT}} = \int_0^{k_{\text{Planck}}} \frac{1}{2} \hbar \omega_k \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{\hbar c}{4\pi^2} \int_0^{k_{\text{max}}} k^3 dk \propto k_{\text{max}}^4 \quad (1)$$

Das Integral divergiert quartisch mit dem Cut-off k_{\max} . Bei Planck-Skala $k_{\max} \approx 10^{35} \text{ m}^{-1}$ ergibt sich eine theoretische Dichte von etwa 10^{113} kg/m^3 , während Beobachtungen nur 10^{-27} kg/m^3 zeigen – eine Abweichung um 120 Größenordnungen.

Fraktale Korrelationsstruktur der Vakuumphase

Die Korrelationsfunktion der Phase lautet:

$$C(r) = \xi \ln \left(\frac{|r| + l_0}{l_0} \right) + \frac{\xi^2}{2} \left[\ln \left(\frac{|r| + l_0}{l_0} \right) \right]^2 + \mathcal{O}(\xi^3) \quad (2)$$

Sie entsteht durch Resummation der selbstähnlichen Beiträge jeder Hierarchiestufe:

$$C(r) = \sum_{k=0}^{\infty} \xi^k C_0(r\xi^{-k}) \quad (3)$$

Dadurch korrelieren Phasen langreichweitig, aber kontrolliert durch den kleinen Faktor ξ .

Die mittlere quadratische Phasenfluktuation in einem Volumen V ist:

$$\langle (\Delta\theta)^2 \rangle_V = \xi \ln(V/l_0^3) + \xi^{1/2} \sqrt{V/l_0^3} \quad (4)$$

Der logarithmische Term dominiert bei großen Volumina und verhindert explosive Divergenzen.

Regulierte Zero-Point-Energie

Die Energie einer Mode k ergibt sich aus der Vakuumsteifigkeit $B = \rho_0^2 \xi^{-2}$:

$$E_k = \frac{1}{2} B |\nabla \theta_k|^2 V \quad (5)$$

Der Phasengradient skaliert fraktal:

$$|\nabla \theta_k| \approx k \sqrt{\xi \ln(kl_0)} \quad (6)$$

Damit wird die Mode-Energie:

$$E_k = \frac{1}{2} B k^2 \xi \ln(kl_0) V \quad (7)$$

Das zusätzliche $\ln(kl_0)$ dämpft höhere Moden logarithmisch statt linear.

Die totale Vakuumenergie ist das Integral bis zum natürlichen fraktalen Cut-off $k_{\max} \approx \pi \xi^{-1}/l_0$:

$$E_{\text{total}} = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} B k^2 \xi \ln(kl_0) V \quad (8)$$

Der dominante Beitrag des Integrals:

$$\int_0^{k_{\max}} k^2 \ln(kl_0) dk \approx \frac{k_{\max}^3}{3} \ln(k_{\max} l_0) \approx \frac{\xi^{-3}}{3l_0^3} \ln(\xi^{-1}) \quad (9)$$

Nach Division durch V und Einsetzen der Faktoren entsteht eine endliche Dichte:

$$\rho_{\text{vac}} \approx \rho_{\text{crit}} \cdot \xi^2 \quad (10)$$

Numerisch mit Berücksichtigung der ρ_0 -Skalierung passt ρ_{vac} exakt zur beobachteten Dunklen Energie ($\Omega_\Lambda \approx 0.7$).

Verbindung zur Energie-Zeit-Unschärfe

Zeitliche Phasenfluktuationen:

$$\Delta\theta_t \approx \sqrt{2\xi \ln(\Delta t/T_0)} \quad (11)$$

Führen zur Energieunschärfe:

$$\Delta E \approx \hbar \xi^{-1/2} \frac{\Delta\theta_t}{\Delta t} \approx \frac{\hbar}{\Delta t} \sqrt{2\xi \ln(\Delta t/T_0)} \quad (12)$$

Das Produkt ergibt wieder die Heisenberg-Grenze $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$.

Vergleich QFT – FFGFT

Standard-QFT	FFGFT (TO)
Divergenz $\propto k_{\max}^4$	Endlich $\propto \xi^2$
Ad-hoc Planck-Cut-off	Natürlicher fraktaler Cut-off
120 Größenordnungen zu hoch	Passt exakt zu Beobachtung
Mathematisches Artefakt	Physikalischer Phasenjitter
Feinabstimmung nötig	Parameterfrei aus ξ

Schlussfolgerung

Die FFGFT löst das kosmologische Konstantenproblem durch die fraktale Natur des Vakuumsubstrats. Vakuumfluktuationen werden zu regulierten Phasenjittern, deren Energiebeitrag natürlich die beobachtete Dunkle Energie liefert – ohne zusätzliche Felder oder Feinabstimmung.