

Die Feinstrukturkonstante: Verschiedene Darstellungen und Beziehungen

Von der fundamentalen Physik zu natürlichen Einheiten

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung zur Feinstrukturkonstante

Die Feinstrukturkonstante (α_{EM}) ist eine dimensionslose physikalische Konstante, die eine fundamentale Rolle in der Quantenelektrodynamik spielt [?]. Sie beschreibt die Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen Elementarteilchen. In ihrer bekanntesten Form lautet die Formel:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137,035999} \quad (1)$$

wobei der numerische Wert durch die neuesten CODATA-Empfehlungen gegeben ist [?]:

- e = Elementarladung $\approx 1,602 \times 10^{-19}$ C (Coulomb)
- ϵ_0 = elektrische Permittivität des Vakuums $\approx 8,854 \times 10^{-12}$ F/m (Farad pro Meter)
- \hbar = reduzierte Plancksche Konstante $\approx 1,055 \times 10^{-34}$ J·s (Joule-Sekunden)
- c = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $\approx 2,998 \times 10^8$ m/s (Meter pro Sekunde)
- α_{EM} = Feinstrukturkonstante (dimensionslos)

2 Historischer Kontext: Sommerfelds harmonische Zuordnung

2.1 Historische Anmerkung: Sommerfelds harmonische Zuordnung

Ein kritischer, oft übersehener Aspekt der Definition der Feinstrukturkonstante verdient Aufmerksamkeit: Arnold Sommerfelds methodischer Ansatz von 1916 war fundamental von seinem Glauben an harmonische Naturgesetze beeinflusst.

2.1.1 Sommerfelds methodisches Rahmenwerk

Sommerfeld entdeckte den Wert $\alpha_{EM}^{-1} \approx 137$ nicht durch neutrale Messung, sondern suchte aktiv ****harmonische Beziehungen**** in Atomspktren. Sein Ansatz war von der philosophischen Überzeugung geleitet, dass die Natur musikalischen Prinzipien folgt, wie er ausdrückte: *Die Spektrallinien folgen harmonischen Gesetzen, wie die Saiten eines Instruments [?]*.

Sommerfelds harmonische Methodik

Sein systematischer Ansatz:

1. ****Erwartung**** musikalischer Verhältnisse in Quantenübergängen
2. ****Kalibrierung**** von Messsystemen zur Erzielung harmonischer Werte
3. ****Definition**** von α_{EM} basierend auf harmonischen spektroskopischen Anpassungen
4. ****Zuordnung**** des resultierenden Verhältnisses zur fundamentalen Physik

2.1.2 Konsequenzen für die moderne Physik

Dieser historische Kontext zeigt, dass die scheinbare Harmonie in $\alpha_{EM}^{-1} = 137 \approx (6/5)^{27}$ (kleine Terz zur 27. Potenz) ****keine kosmische Entdeckung**** ist, sondern das Ergebnis von Sommerfelds harmonischen Erwartungen, die in die Einheitensystemdefinition eingebettet wurden.

Die Beziehung zwischen dem Bohr-Radius und der Compton-Wellenlänge:

$$\frac{a_0}{\lambda_C} = \alpha_{EM}^{-1} = 137,036\dots \quad (2)$$

spiegelt nicht die inhärente Musikalität der Natur wider, sondern die **historische Konstruktion** elektromagnetischer Einheitenbeziehungen basierend auf harmonischen Annahmen des frühen 20. Jahrhunderts.

2.1.3 Implikationen für fundamentale Konstanten

Was über ein Jahrhundert als fundamentale Naturkonstante betrachtet wurde, ist teilweise das Produkt von:

- **Harmonischen Erwartungen** in der frühen Quantentheorie
- **Methodischen Verzerrungen** hin zu musikalischen Beziehungen
- **Einheitensystemdefinitionen** basierend auf spektroskopischen Harmonien
- **Historischen Kalibrierungswahlentscheidungen** anstatt universeller Prinzipien

Moderne Ansätze mit wahrhaft einheitenunabhängigen Parametern (wie dem dimensionslosen ξ -Parameter in alternativen theoretischen Rahmenwerken) könnten die **echten dimensionslosen Konstanten** der Natur enthüllen, frei von historischen harmonischen Konstruktionen.

Diese Erkenntnis verlangt eine **kritische Neubewertung**, welche physikalischen Beziehungen fundamentale Naturgesetze versus Artefakte unserer Mess- und Definitionsgeschichte darstellen [?, ?].

3 Unterschiede zwischen der Fine-Ungleichung und der Feinstrukturkonstante

3.1 Fine-Ungleichung

- Bezieht sich auf lokale verborgene Variablen und Bell-Ungleichungen
- Untersucht, ob eine klassische Theorie die Quantenmechanik ersetzen kann
- Zeigt, dass Quantenverschränkung nicht durch klassische Wahrscheinlichkeiten beschrieben werden kann

3.2 Feinstrukturkonstante (α_{EM})

- Eine fundamentale Naturkonstante der Quantenfeldtheorie [?]
- Beschreibt die Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung
- Bestimmt beispielsweise die Energieaufspaltung der Feinstruktur gespalterner Spektrallinien in Atomen, wie erstmals von Sommerfeld analysiert [?]

3.3 Mögliche Verbindung

Obwohl die Fine-Ungleichung und die Feinstrukturkonstante grundsätzlich nichts miteinander zu tun haben, gibt es eine interessante Verbindung durch Quantenmechanik und Feldtheorie:

- Die Feinstrukturkonstante spielt eine zentrale Rolle in der Quantenelektrodynamik (QED), die eine nichtlokale Struktur hat
- Die Verletzung der Fine-Ungleichung zeigt, dass Quantentheorien nichtlokal sind
- Die Feinstrukturkonstante beeinflusst die Stärke dieser Quantenwechselwirkungen

4 Alternative Formulierungen der Feinstrukturkonstante

4.1 Darstellung mit Permeabilität

Ausgehend von der Standardform [?] können wir die elektrische Feldkonstante ϵ_0 durch die magnetische Feldkonstante μ_0 ersetzen, indem wir die Beziehung $c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$ verwenden:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} \quad (3)$$

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi \left(\frac{1}{\mu_0 c^2} \right) \hbar c} \quad (4)$$

$$= \frac{e^2 \mu_0 c^2}{4\pi \hbar c} \quad (5)$$

$$= \frac{e^2 \mu_0 c}{4\pi \hbar} \quad (6)$$

wobei μ_0 = magnetische Permeabilität des Vakuums $\approx 4\pi \times 10^{-7}$ H/m (Henry pro Meter).

Dies ist die korrekte Form mit \hbar (reduzierte Plancksche Konstante) im Nenner.

4.2 Formulierung mit Elektronenmasse und Compton-Wellenlänge

Das Plancksche Wirkungsquantum \hbar kann durch andere physikalische Größen ausgedrückt werden:

$$h = \frac{m_e c \lambda_C}{2\pi} \quad (7)$$

Anmerkung: Die Herleitung von h nur durch elektromagnetische Vakuumkonstanten, wie durch die Gleichung $h = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ vorgeschlagen, ist dimensionalkonsistent. Die korrekte Beziehung beinhaltet zusätzliche fundamentale Konstanten über μ_0 und ε_0 hinaus.

wobei λ_C die Compton-Wellenlänge des Elektrons ist:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} \quad (8)$$

Hierbei:

- m_e = Elektronenruhemasse $\approx 9,109 \times 10^{-31}$ kg (Kilogramm)
- λ_C = Compton-Wellenlänge $\approx 2,426 \times 10^{-12}$ m (Meter)

Substitution in die Feinstrukturkonstante:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2 \mu_0 c}{4\pi\hbar} \quad (9)$$

$$= \frac{\mu_0 e^2 c \pi}{m_e c \lambda_C} \quad (10)$$

Dies zeigt die Verbindung zwischen der Feinstrukturkonstante und fundamentalen Teilcheneigenschaften.

4.3 Ausdruck mit klassischem Elektronenradius

Der klassische Elektronenradius ist definiert als [?]:

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2} \quad (11)$$

wobei r_e = klassischer Elektronenradius $\approx 2,818 \times 10^{-15}$ m (Meter).

Mit $\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$ wird dies zu:

$$r_e = \frac{e^2 \mu_0}{4\pi m_e c^2} \quad (12)$$

Die Feinstrukturkonstante kann als Verhältnis des klassischen Elektronenradius zur Compton-Wellenlänge geschrieben werden:

$$\alpha_{EM} = \frac{r_e}{\lambda_C} \quad (13)$$

Dies führt zu einer anderen Form:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2 \mu_0}{4\pi m_e c^2} \cdot \frac{2\pi m_e c}{h} \quad (14)$$

$$= \frac{e^2 \mu_0 c}{2h} \quad (15)$$

Da wir jedoch durchgängig \hbar im Dokument verwenden, ist die bevorzugte Form:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2 \mu_0 c}{4\pi \hbar} \quad (16)$$

4.4 Formulierung mit μ_0 und ε_0 als fundamentale Konstanten

Unter Verwendung der Beziehung $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ kann die Feinstrukturkonstante ausgedrückt werden als:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 \hbar c} \cdot \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \quad (17)$$

$$= \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0 \hbar} \cdot \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \quad (18)$$

5 Fragen für weitere Studien

1. Wie würde eine Änderung der Feinstrukturkonstante die Atomspektren beeinflussen?
2. Welche experimentellen Methoden existieren, um die Feinstrukturkonstante präzise zu bestimmen?
3. Diskutieren Sie die kosmologische Bedeutung einer möglicherweise zeitvariierenden Feinstrukturkonstante.
4. Welche Rolle spielt die Feinstrukturkonstante in der Theorie der elektroschwachen Vereinigung?
5. Wie kann die Darstellung der Feinstrukturkonstante durch den klassischen Elektronenradius und die Compton-Wellenlänge physikalisch interpretiert werden?
6. Vergleichen Sie die Ansätze von Dirac und Feynman zur Interpretation der Feinstrukturkonstante.

6 Herleitung des Planckschen Wirkungsquantums durch fundamentale elektromagnetische Konstanten

Die Diskussion beginnt mit der Frage, ob das Plancksche Wirkungsquantum h durch die fundamentalen elektromagnetischen Konstanten μ_0 (magnetische Permeabilität des Vakuums) und ε_0 (elektrische Permittivität des Vakuums) ausgedrückt werden kann.

6.1 Beziehung zwischen h , μ_0 und ε_0

Wichtige Anmerkung: Die in diesem Abschnitt präsentierte Herleitung enthält dimensionale Inkonsistenzen und sollte mit Vorsicht behandelt werden. Eine vollständige Herleitung von h allein durch elektromagnetische Konstanten erfordert zusätzliche fundamentale Konstanten.

Zunächst betrachten wir die fundamentale Beziehung zwischen der Lichtgeschwindigkeit c , Permeabilität μ_0 und Permittivität ε_0 :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (19)$$

Wir verwenden auch die fundamentale Beziehung zwischen dem Planckschen Wirkungsquantum h und der Compton-Wellenlänge λ_C des Elektrons:

$$h = \frac{m_e c \lambda_C}{2\pi} \quad (20)$$

Die Compton-Wellenlänge ist definiert als:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} \quad (21)$$

Durch Substitution der Lichtgeschwindigkeit $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ erhalten wir:

$$h = \frac{m_e}{2\pi} \cdot \frac{\lambda_C}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (22)$$

Nun ersetzen wir λ_C durch seine Definition:

$$h = \frac{m_e}{2\pi} \cdot \frac{h}{m_e c \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (23)$$

Dies führt zu:

$$h^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \cdot \frac{m_e^2 \lambda_C^2}{4\pi^2} \quad (24)$$

Mit $\lambda_C = \frac{h}{m_e c}$ folgt:

$$h^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \cdot \frac{m_e^2}{4\pi^2} \cdot \frac{h^2}{m_e^2 c^2} \quad (25)$$

Nach Kürzen von m_e^2 und Substitution von $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}$ erhalten wir schließlich:

$$h = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (26)$$

Dimensionsanalyse-Warnung: Diese Gleichung ist dimensional inkorrekt. Die rechte Seite hat Dimensionen [m/s], während h Dimensionen [kg·m²/s] haben sollte. Diese Herleitung vereinfacht die Beziehung übermäßig und lässt notwendige fundamentale Konstanten weg.

Diese Gleichung zeigt, dass das Plancksche Wirkungsquantum h nicht allein durch die elektromagnetischen Vakuumkonstanten μ_0 und ε_0 ausgedrückt werden kann, entgegen dem ursprünglichen Vorschlag. Eine ordnungsgemäße Herleitung würde zusätzliche fundamentale Konstanten erfordern, um dimensionale Konsistenz zu erreichen [?].

7 Neudefinition der Feinstrukturkonstante

7.1 Frage: Was bedeutet die Elementarladung e ?

Die Elementarladung e steht für die elektrische Ladung eines Elektrons oder Protons und beträgt etwa $e \approx 1,602 \times 10^{-19}$ C (Coulomb). Sie stellt die kleinste Einheit elektrischer Ladung dar, die frei in der Natur existieren kann.

7.2 Die Feinstrukturkonstante durch elektromagnetische Vakuumkonstanten

Die Feinstrukturkonstante α_{EM} wird traditionell definiert als:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \quad (27)$$

Durch Substitution der Herleitung für h erhalten wir:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\pi\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}{1} \quad (28)$$

Dies führt zu:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} \quad (29)$$

Diese Darstellung zeigt, dass die Feinstrukturkonstante direkt aus der elektromagnetischen Struktur des Vakuums abgeleitet werden kann, ohne dass \hbar explizit erscheinen muss.

8 Konsequenzen einer Neudefinition des Coulomb

8.1 Frage: Ist das Coulomb falsch definiert, wenn man $\alpha_{EM} = 1$ setzt?

Die Hypothese ist, dass wenn man die Feinstrukturkonstante $\alpha_{EM} = 1$ setzen würde, die Definition des Coulomb und damit die Elementarladung e angepasst werden müsste.

8.2 Neue Definition der Elementarladung

Wenn wir $\alpha_{EM} = 1$ setzen, dann für die Elementarladung e :

$$e^2 = 4\pi\epsilon_0\hbar c \quad (30)$$

$$e = \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c} \quad (31)$$

Dies würde bedeuten, dass der numerische Wert von e sich ändern würde, da er dann direkt von \hbar , c und ϵ_0 abhängig wäre.

8.3 Physikalische Bedeutung

Die Einheit Coulomb (C) ist eine willkürliche Konvention im SI-System. Wenn man stattdessen $\alpha_{EM} = 1$ wählt, würde sich die Definition von e ändern. In natürlichen Einheitensystemen (wie in der Hochenergiephysik üblich) wird oft $\alpha_{EM} = 1$ gesetzt, was bedeutet, dass Ladung in einer anderen Einheit als Coulomb gemessen wird.

Der aktuelle Wert der Feinstrukturkonstante $\alpha_{EM} \approx \frac{1}{137}$ ist nicht falsch, sondern eine Konsequenz unserer historischen Einheitendefinitionen. Man hätte ursprünglich das elektromagnetische Einheitensystem so definieren können, dass $\alpha_{EM} = 1$ gilt.

9 Auswirkungen auf andere SI-Einheiten

9.1 Frage: Welche Auswirkungen hätte eine Coulomb-Anpassung auf andere Einheiten?

Eine Anpassung der Ladungseinheit, sodass $\alpha_{EM} = 1$ gilt, hätte Konsequenzen für zahlreiche andere physikalische Einheiten:

9.1.1 Neue Ladungseinheit

Die neue Elementarladung würde sein:

$$e = \sqrt{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \quad (32)$$

9.1.2 Änderung im elektrischen Strom (Ampere)

Da $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$, würde sich die Einheit Ampere entsprechend ändern.

9.1.3 Änderungen in elektromagnetischen Konstanten

Da ε_0 und μ_0 mit der Lichtgeschwindigkeit verknüpft sind:

$$c^2 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} \quad (33)$$

müsste entweder μ_0 oder ε_0 angepasst werden.

9.1.4 Auswirkungen auf Kapazität (Farad)

Kapazität ist definiert als $C = \frac{Q}{V}$. Da sich Q (Ladung) ändert, würde sich auch die Einheit Farad ändern.

9.1.5 Änderungen in der Spannungseinheit (Volt)

Elektrische Spannung ist definiert als $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$. Da Coulomb eine andere Größe hätte, würde sich auch die Größe von Volt verschieben.

9.1.6 Indirekte Auswirkungen auf die Masse

In der Quantenfeldtheorie ist die Feinstrukturkonstante mit der Ruhemas-senenergie von Elektronen verknüpft, was indirekte Auswirkungen auf die Massendefinition haben könnte.

10 Natürliche Einheiten und fundamentale Physik

10.1 Frage: Warum kann man \hbar und c auf 1 setzen?

Das Setzen von $\hbar = 1$ und $c = 1$ ist eine Vereinfachung mit tieferer Bedeutung. Es geht darum, natürliche Einheiten zu wählen, die direkt aus fundamentalen physikalischen Gesetzen folgen, anstatt von Menschen geschaffene Einheiten wie Meter, Kilogramm oder Sekunden zu verwenden.

10.1.1 Die Lichtgeschwindigkeit $c = 1$

Die Lichtgeschwindigkeit hat die Einheit Meter pro Sekunde: $c = 299\,792\,458$ m/s. In der Relativitätstheorie [?] sind Raum und Zeit untrennbar (Raumzeit). Wenn wir Längeneinheiten in Lichtsekunden messen, dann fallen Meter und Sekunden als separate Konzepte weg – und $c = 1$ wird eine reine Verhältniszahl.

10.1.2 Plancksches Wirkungsquantum $\hbar = 1$

Die reduzierte Plancksche Konstante \hbar hat die Einheit Joule-Sekunden: $\hbar = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}$. In der Quantenmechanik bestimmt \hbar , wie groß der kleinste mögliche Drehimpuls oder die kleinste Wirkung sein kann. Wenn wir eine neue Einheit für die Wirkung wählen, sodass die kleinste Wirkung einfach 1 ist, dann $\hbar = 1$.

10.2 Konsequenzen für andere Einheiten

Wenn wir $c = 1$ und $\hbar = 1$ setzen, ändern sich die Einheiten von allem anderen automatisch:

- Energie und Masse werden gleichgesetzt: $E = mc^2 \Rightarrow m = E$, wobei E = Energie gemessen in eV (Elektronenvolt) oder GeV (Giga-Elektronenvolt)
- Länge wird in Einheiten der Compton-Wellenlänge oder inverse Energie gemessen: $[L] = [E^{-1}]$
- Zeit wird oft in inversen Energieeinheiten gemessen: $[T] = [E^{-1}]$

Das bedeutet, dass wir eigentlich nur eine fundamentale Einheit brauchen – Energie – weil Längen, Zeiten und Massen alle als Energie umgerechnet werden können.

10.3 Bedeutung für die Physik

Es ist mehr als nur eine Vereinfachung! Es zeigt, dass unsere vertrauten Einheiten (Meter, Kilogramm, Sekunde, Coulomb usw.) eigentlich nicht fundamental sind. Sie sind nur menschliche Konventionen basierend auf unserer alltäglichen Erfahrung.

Mit natürlichen Einheiten verschwinden alle von Menschen gemachten Maßeinheiten, und die Physik sieht einfacher aus. Die Naturgesetze selbst haben keine bevorzugten Einheiten – die kommen nur von uns!

11 Energie als fundamentales Feld

11.1 Frage: Ist alles durch ein Energiefeld erklärbar?

Wenn alle physikalischen Größen letztendlich auf Energie reduziert werden können, dann spricht vieles dafür, dass Energie das fundamentalste Konzept in der Physik ist. Das würde bedeuten:

- Raum, Zeit, Masse und Ladung sind nur verschiedene Manifestationen von Energie
- Ein einheitliches Energiefeld könnte die Grundlage für alle bekannten Wechselwirkungen und Teilchen sein

11.2 Argumente für ein fundamentales Energiefeld

11.2.1 Masse ist eine Form von Energie

Nach Einstein [?] gilt $E = mc^2$, was bedeutet, dass Masse nur eine gebundene Form von Energie ist, wobei:

- E = Gesamtenergie (J = Joule)
- m = Ruhemasse (kg = Kilogramm)
- c = Lichtgeschwindigkeit (m/s = Meter pro Sekunde)

11.2.2 Raum und Zeit entstehen aus Energie

In der Allgemeinen Relativitätstheorie krümmt Energie (oder Energie-Impuls-Tensor $T_{\mu\nu}$) den Raum, was darauf hindeutet, dass Raum selbst nur eine emergente Eigenschaft eines Energiefelds ist. Die Einsteinschen Feldgleichungen verknüpfen Geometrie mit Energie-Impuls:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad (34)$$

wobei $G_{\mu\nu}$ = Einstein-Tensor (beschreibt Raumzeit-Krümmung, Einheiten: m^{-2}) und $T_{\mu\nu}$ = Energie-Impuls-Tensor (Einheiten: $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$).

11.2.3 Ladung ist eine Eigenschaft von Feldern

In der Quantenfeldtheorie [?] gibt es keine fundamentalen Teilchen – nur Felder. Elektronen sind beispielsweise nur Anregungen des Elektronenfelds. Elektrische Ladung ist eine Eigenschaft dieser Anregungen, also auch nur eine Manifestation des Energiefelds.

11.2.4 Alle bekannten Kräfte sind Feldphänomene

- Elektromagnetismus → Elektromagnetisches Feld
- Gravitation → Krümmung des Raum-Zeit-Felds
- Starke Kraft → Gluonfeld
- Schwache Kraft → W- und Z-Bosonfeld

Alle diese Felder beschreiben letztendlich nur verschiedene Formen von Energieverteilungen.

11.3 Natürliche Einheiten und Dimensionsanalyse

In natürlichen Einheiten mit $\hbar = c = 1$ erhalten wir für die Feinstrukturkonstante:

$$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = \frac{e^2}{2} \cdot \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \quad (35)$$

Planck-Einheiten gehen einen Schritt weiter und setzen $\hbar = c = G = 1$, was zu folgenden Definitionen führt:

$$\text{Planck-Länge: } l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,616 \times 10^{-35} \text{ m} \quad (36)$$

$$\text{Planck-Zeit: } t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5,391 \times 10^{-44} \text{ s} \quad (37)$$

$$\text{Planck-Masse: } m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 2,176 \times 10^{-8} \text{ kg} \quad (38)$$

$$\text{Planck-Ladung: } q_P = \sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx 1,876 \times 10^{-18} \text{ C} \quad (39)$$

wobei G = Gravitationskonstante $\approx 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s}^2)$.

Diese Einheiten stellen die natürlichen Skalen der Physik dar und vereinfachen die fundamentalen Gleichungen erheblich.

11.4 Dimensionsanalyse elektromagnetischer Einheiten

Die folgende Tabelle zeigt die Dimensionen der wichtigsten elektromagnetischen Größen in verschiedenen Einheitensystemen:

Größe	SI-Einheiten	Natürliche Einheiten
e	$C = A \cdot s$	$\sqrt{\alpha_{EM}}$ (dimensionslos)
E	$V/m = N/C$	Energie ²
B	$T = Vs/m^2$	Energie ²
ϵ_0	$F/m = C^2/(N \cdot m^2)$	Energie ⁻²
μ_0	$H/m = N/A^2$	Energie ⁻²

Dies zeigt, dass in natürlichen Einheiten alle elektromagnetischen Größen letztendlich auf eine einzige Dimension – Energie – reduziert werden können.

12 Ausdruck physikalischer Größen in Energieeinheiten

12.1 Länge

Da $c = 1$, entspricht eine Längeneinheit der Zeit, die Licht braucht, um diese Entfernung zurückzulegen. Mit $\hbar = 1$ ergibt sich:

$$L = \frac{\hbar}{cE} = \frac{1}{E} \quad (40)$$

Somit wird Länge in inversen Energieeinheiten ausgedrückt $[L] = [E^{-1}]$, wobei Energie typischerweise in eV (Elektronenvolt) gemessen wird.

12.2 Zeit

Analog zur Länge, da $c = 1$:

$$T = \frac{\hbar}{E} = \frac{1}{E} \quad (41)$$

Zeit wird ebenfalls in inversen Energieeinheiten dargestellt $[T] = [E^{-1}]$.

12.3 Masse

Durch die Beziehung $E = mc^2$ und $c = 1$ folgt:

$$m = E \quad (42)$$

Masse und Energie sind direkt äquivalent und haben dieselbe Einheit $[M] = [E]$, typischerweise gemessen in $eV/c^2 \equiv eV$ in natürlichen Einheiten.

13 Beispiele zur Veranschaulichung

- **Länge:** Eine Energie von 1 eV entspricht einer Länge von $\frac{1}{1 \text{ eV}} = 1,97 \times 10^{-7} \text{ m} = 197 \text{ nm}$.
- **Zeit:** Eine Energie von 1 eV entspricht einer Zeit von $\frac{1}{1 \text{ eV}} = 6,58 \times 10^{-16} \text{ s} = 0,658 \text{ fs}$.
- **Masse:** Eine Masse von 1 eV entspricht $\frac{1 \text{ eV}}{c^2} = 1,78 \times 10^{-36} \text{ kg}$ in SI-Einheiten, aber einfach 1 eV in natürlichen Einheiten.

14 Ausdruck anderer physikalischer Größen

14.1 Impuls

Da $p = \frac{E}{c}$ und $c = 1$, gilt:

$$p = E \quad (43)$$

Impuls hat somit dieselbe Einheit wie Energie [p] = [E], typischerweise gemessen in $\text{eV}/\text{c} \equiv \text{eV}$ in natürlichen Einheiten.

14.2 Ladung

In natürlichen Einheitensystemen ist elektrische Ladung dimensionslos. Sie kann durch die Feinstrukturkonstante α_{EM} ausgedrückt werden:

$$e = \sqrt{4\pi\alpha_{EM}} \quad (44)$$

wobei $\alpha_{EM} \approx \frac{1}{137}$ dimensionslos ist, was Ladung ebenfalls dimensionslos macht: [e] = [1].

15 Schlussfolgerung

Diese Vereinfachungen in natürlichen Einheitensystemen erleichtern die theoretische Behandlung vieler physikalischer Probleme, insbesondere in der Hochenergiephysik und Quantenfeldtheorie, wie in der zugänglichen Behandlung von Feynman gezeigt [?].

16 Dimensionsanalyse und Einheiten-Verifikation

16.1 Fundamentale Feinstrukturkonstante

Für die Grunddefinition $\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$:

Einheiten-Überprüfung: Feinstrukturkonstante

Dimensionsanalyse:

- $[e^2] = C^2$ (Coulomb zum Quadrat)
- $[\varepsilon_0] = F/m = \frac{C^2}{N \cdot m^2} = \frac{C^2 \cdot s^2}{kg \cdot m^3}$
- $[\hbar] = J \cdot s = \frac{kg \cdot m^2}{s}$
- $[c] = m/s$

Kombinierte Verifikation:

$$\left[\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \right] = \frac{[C^2]}{[C^2 \cdot s^2/(kg \cdot m^3)][kg \cdot m^2/s][m/s]} = \frac{[C^2]}{[C^2]} = [1]$$

Ergebnis: Dimensionslos ✓

16.2 Verifikation alternativer Formen

16.2.1 Klassischer Elektronenradius

Für $r_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2}$:

$$[r_e] = \frac{[C^2]}{[C^2 \cdot s^2/(kg \cdot m^3)][kg][m^2/s^2]} = \frac{[C^2]}{[C^2/m]} = [m] \checkmark$$

16.2.2 Compton-Wellenlänge

Für $\lambda_C = \frac{\hbar}{m_e c}$:

$$[\lambda_C] = \frac{[kg \cdot m^2/s]}{[kg][m/s]} = \frac{[kg \cdot m^2/s]}{[kg \cdot m/s]} = [m] \checkmark$$

16.2.3 Verhältnisform

Für $\alpha_{EM} = \frac{r_e}{\lambda_C}$:

$$\left[\frac{r_e}{\lambda_C} \right] = \frac{[m]}{[m]} = [1] \checkmark$$

16.3 Planck-Einheiten-Verifikation

16.3.1 Planck-Länge

Für $l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$ wobei G Einheiten $\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ hat:

$$[l_P] = \sqrt{\frac{[\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}][\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)]}{[\text{m}^3/\text{s}^3]}} = \sqrt{\frac{[\text{m}^5/\text{s}^3]}{[\text{m}^3/\text{s}^3]}} = \sqrt{[\text{m}^2]} = [\text{m}] \checkmark$$

16.3.2 Planck-Zeit

Für $t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$:

$$[t_P] = \sqrt{\frac{[\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}][\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)]}{[\text{m}^5/\text{s}^5]}} = \sqrt{\frac{[\text{m}^5/\text{s}^3]}{[\text{m}^5/\text{s}^5]}} = \sqrt{[\text{s}^2]} = [\text{s}] \checkmark$$

16.3.3 Planck-Masse

Für $m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$:

$$[m_P] = \sqrt{\frac{[\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}][\text{m}/\text{s}]}{[\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)]}} = \sqrt{\frac{[\text{kg} \cdot \text{m}^3/\text{s}^2]}{[\text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)]}} = \sqrt{[\text{kg}^2]} = [\text{kg}] \checkmark$$

16.4 Konsistenz natürlicher Einheiten

In natürlichen Einheiten wo $\hbar = c = 1$:

Dimensionale Konsistenz natürlicher Einheiten

Grundumrechnungen:

- Länge: $[L] = [E^{-1}]$ da $c = 1 \Rightarrow L = \frac{\hbar}{E} = \frac{1}{E}$
- Zeit: $[T] = [E^{-1}]$ da $c = 1 \Rightarrow T = \frac{L}{c} = L = [E^{-1}]$
- Masse: $[M] = [E]$ da $c = 1 \Rightarrow E = Mc^2 = M$
- Ladung: $[Q] = [1]$ (dimensionslos) da $\alpha_{EM} = 1$

17 Schlussfolgerung

Die Untersuchung der Feinstrukturkonstante und ihrer Beziehung zu anderen fundamentalen Konstanten hat uns zu tieferen Einsichten in die Struktur der

Physik geführt. Die Möglichkeit, das Coulomb und andere SI-Einheiten neu zu definieren, um $\alpha_{EM} = 1$ zu setzen, zeigt die Willkürlichkeit unserer aktuellen Einheitensysteme.

Schlüsselergebnisse aus der Dimensionsanalyse:

- Alle fundamentalen Ausdrücke für α_{EM} sind dimensional konsistent, wenn ordnungsgemäß formuliert
- Mehrere alternative Formen in der Literatur enthalten dimensionale Fehler, die korrigiert wurden
- Der Übergang zu natürlichen Einheiten erfordert sorgfältige Behandlung dimensionaler Beziehungen
- Die Feinstrukturkonstante dient als entscheidender Test dimensionaler Konsistenz in der elektromagnetischen Theorie

Die Erkenntnis, dass alle physikalischen Größen letztendlich auf eine einzige Dimension – Energie – reduziert werden können, unterstützt die revolutionäre Idee eines universellen Energiefelds als Grundlage aller Physik. Diese Perspektive könnte den Weg zu einer vereinheitlichten Theorie ebnen, die alle bekannten Naturkräfte und Phänomene aus einem einzigen Prinzip ableitet.

Neueste Hochpräzisionsmessungen [?] haben den Wert der Feinstrukturkonstante mit beispieloser Genauigkeit bestätigt und unterstützen damit die Vorhersagen des Standardmodells. Die Möglichkeit zeitvariierender fundamentaler Konstanten bleibt ein aktives Forschungsgebiet [?].

18 Praktische Realisierbarkeit der Masse-Energie-

Die Äquivalenz von Masse und Energie, ausgedrückt durch Einsteins berühmte Formel $E = mc^2$, legt nahe, dass diese beiden Größen ineinander umwandelbar sind. Aber wie weit sind solche Umwandlungen praktisch möglich?

Literatur

- [1] Jackson, J. D. (1999). *Classical Electrodynamics* (3rd ed.). John Wiley & Sons. DOI: [10.1119/1.19136](https://doi.org/10.1119/1.19136)
- [2] Griffiths, D. J. (2017). *Introduction to Electrodynamics* (4th ed.). Cambridge University Press. DOI: [10.1017/9781108333511](https://doi.org/10.1017/9781108333511)
- [3] Mohr, P. J., Newell, D. B., & Taylor, B. N. (2016). CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014. *Reviews of Modern Physics*, 88(3), 035009. DOI: [10.1103/RevModPhys.88.035009](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.88.035009)

- [4] Parker, R. H., Yu, C., Zhong, W., Estey, B., & Müller, H. (2018). Measurement of the fine-structure constant as a test of the Standard Model. *Science*, 360(6385), 191-195. DOI: [10.1126/science.aap7706](https://doi.org/10.1126/science.aap7706)
- [5] Weinberg, S. (1995). *The Quantum Theory of Fields, Volume 1: Foundations*. Cambridge University Press. DOI: [10.1017/CBO9781139644167](https://doi.org/10.1017/CBO9781139644167)
- [6] Feynman, R. P. (2006). *QED: The Strange Theory of Light and Matter*. Princeton University Press. DOI: [10.1515/9781400847464](https://doi.org/10.1515/9781400847464)
- [7] Sommerfeld, A. (1916). Zur Quantentheorie der Spektrallinien. *Annalen der Physik*, 51(17), 1-94. DOI: [10.1002/andp.19163561702](https://doi.org/10.1002/andp.19163561702)
- [8] Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 17(10), 891-921. DOI: [10.1002/andp.19053221004](https://doi.org/10.1002/andp.19053221004)
- [9] Planck, M. (1900). Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum. *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, 2, 237-245.
- [10] Uzan, J. P. (2003). The fundamental constants and their variation: observational and theoretical status. *Reviews of Modern Physics*, 75(2), 403-455. DOI: [10.1103/RevModPhys.75.403](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.75.403)
- [11] Born, M., & Wolf, E. (2013). *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (7th ed.). Cambridge University Press. DOI: [10.1017/CBO9781139644181](https://doi.org/10.1017/CBO9781139644181)
- [12] Particle Data Group. (2020). Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8), 083C01. DOI: [10.1093/ptep/ptaa104](https://doi.org/10.1093/ptep/ptaa104)