Feinstrukturkonstante: Einheitenkonventionen

Warum $\alpha = 1$ gesetzt werden kann

Ergänzung zu Dokument 011

Januar 2025

Zusammenfassung

Dieses Dokument behandelt die Aspekte der Feinstrukturkonstante, die in Dokument 011 nicht im Detail diskutiert wurden. Der Fokus liegt auf der ausführlichen Begründung, warum und wie $\alpha = 1$ gesetzt werden kann (Heaviside-Lorentz-Konvention), den physikalischen Konsequenzen verschiedener Einheitensysteme, und den historischen sowie praktischen Implikationen der Neudefinition elektromagnetischer Einheiten.

Für T0-spezifische Herleitungen (charakteristische Energie E_0, geometrischer Parameter ξ, T0-Formel $\alpha = \xi(E_0/1\text{MeV})^2$) siehe Dokument 011.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Verweis auf Dokument 011

1.1 Abgrenzung zu Dokument 011

Dokument 011 behandelt ausführlich:

- T0-Herleitung: $\alpha = \xi(E_0/1\text{MeV})^2$
- Charakteristische Energie: $E_0 = \sqrt{m_e \cdot m_\mu} = 7{,}398$ MeV
- Geometrischer Parameter: $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$
- Alternative Formulierungen: mit μ_0, mit r_e/λ_C, etc.
- Historischer Kontext (Sommerfeld)
- Natürliche Einheiten und Energie als fundamentales Feld
- Detaillierte Dimensionsanalyse aller Formulierungen

Dieses Dokument (044) konzentriert sich auf:

- **Warum** $\alpha = 1$ gesetzt werden kann (ausführliche Begründung)
- **Wie** verschiedene Einheitenkonventionen funktionieren
- Konsequenzen einer Neudefinition des Coulomb
- Heaviside-Lorentz vs. Gauss vs. SI-Einheiten
- Praktische Aspekte und historische Entwicklung
- Fine-Ungleichung vs. Feinstrukturkonstante (Namensverwechslung)

1.2 Warum zwei Dokumente?

Dokument 011: T0-Theorie und physikalische Herleitungen

Dokument 044: Einheitensysteme und Konventionen

Beide ergänzen sich, überschneiden sich aber minimal.

2 Verschiedene Einheitenkonventionen für α

2.1 Überblick der Systeme

Die Feinstrukturkonstante kann in verschiedenen Einheitensystemen ausgedrückt werden:

Wichtig: Der numerische Wert hängt von der Konvention ab, die *physikalischen* Vorhersagen nicht!

System	Formel	Wert
SI-Standard	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$	$\approx \frac{1}{137}$
Heaviside-Lorentz	$\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ (mit $\hbar = c = 4\pi\varepsilon_0 = 1$)	1 oder $\frac{1}{137}$
Gauss (cgs)	$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$	$\approx \frac{1}{137}$

Tabelle 1: Einheitensysteme für α

3 Heaviside-Lorentz-Einheiten im Detail

3.1 Was sind Heaviside-Lorentz-Einheiten?

Das Heaviside-Lorentz-System ist eine Variante natürlicher Einheiten, speziell für Elektrodynamik:

$$\boxed{\hbar = c = 4\pi\varepsilon_0 = 1} \tag{1}$$

Konsequenzen:

- Die elektromagnetischen Gleichungen werden symmetrischer
- Der Faktor 4π verschwindet aus vielen Formeln
- Die Elementarladung wird umdefiniert

3.2 Warum $4\pi\varepsilon_0 = 1$?

In SI-Einheiten erscheint 4π in vielen elektromagnetischen Formeln:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad \text{(Coulomb-Gesetz)} \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{(Maxwell-Gleichung)} \tag{3}$$

Mit $4\pi\varepsilon_0 = 1$ werden diese zu:

$$\vec{E} = \frac{q}{r^2}\hat{r} \tag{4}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \tag{5}$$

Der Faktor 4π wandert von Coulomb-Gesetz zu Poisson-Gleichung!

3.3 Feinstrukturkonstante in Heaviside-Lorentz

Ausgangspunkt (SI):

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \tag{6}$$

Mit $\hbar = c = 4\pi\varepsilon_0 = 1$:

$$\alpha = \frac{e^2}{1 \cdot 1 \cdot 1} = e^2 \tag{7}$$

Jetzt die entscheidende Frage: Welchen Wert hat e in diesem System?

4 Zwei Varianten von Heaviside-Lorentz

4.1 Variante A: e so normieren dass $\alpha = 1$

Ansatz: Wir definieren die Einheit der Ladung so, dass $\alpha = 1$.
Da $\alpha = e^2$ in HL-Einheiten:

$$e^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad e = 1 \tag{8}$$

Physikalische Bedeutung:

- Die Elementarladung wird zur *dimensionslosen Einheit*
- Elektromagnetische Kopplung ist "normiert"
- Ladung wird in Einheiten von $\sqrt{\hbar c}$ gemessen

Was ändert sich?
Die Elementarladung bekommt einen neuen numerischen Wert:

$$e_{\text{HL}} = \sqrt{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \quad \text{(in SI-Einheiten ausgedrückt)} \tag{9}$$

Numerisch:

$$e_{\text{HL}} = \sqrt{4\pi \times 8{,}854 \times 10^{-12} \times 1{,}055 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \tag{10}$$

$$\approx 5{,}29 \times 10^{-19} \text{ (neue Ladungseinheit)} \tag{11}$$

Das ist etwa $\sqrt{137} \times e_{\text{SI}}$!

4.2 Variante B: e beibehalten, $\alpha \approx 1/137$

Ansatz: Die Elementarladung behält ihren "natürlichen" Wert.
In diesem Fall:

$$\alpha = e^2 \approx \frac{1}{137} \tag{12}$$

weil e in diesen Einheiten den Wert $\approx 1/\sqrt{137}$ hat.

Physikalische Bedeutung:

- Ladung behält physikalische Bedeutung
- α bleibt $\approx 1/137$
- Nur die mathematische Form vereinfacht sich

4.3 Welche Variante wird verwendet?

In der Praxis:

- **T0-Theorie:** Setzt **alle** Konstanten = 1 ($c = \hbar = \alpha = G = 1$)
- **Theoretische Hochenergiephysik:** Oft $\hbar = c = 1$, manchmal auch $\alpha = 1$
- **Numerische Rechnungen:** Oft $\hbar = c = 1$, aber $\alpha \approx 1/137$
- **Experimentelle Physik:** Fast immer SI-Einheiten (alle Konstanten haben Zahlenwerte)

T0-Konvention:

- In T0-Rechnungen: $c = \hbar = \alpha = G = 1$ (maximale Vereinfachung)
- Einziger freier Parameter: $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$
- Beim Vergleich mit Experimenten: SI-Werte ($c = 3 \times 10^8$ m/s, $\alpha \approx 1/137$, etc.)
- Beide beschreiben dieselbe Physik!

5 Rekonstruktion von SI-Werten aus T0

5.1 Das zentrale Prinzip

Wichtige Erkenntnis: Obwohl T0 alle Konstanten auf 1 setzt, können die SI-Werte rekonstruiert werden!

T0-Rekonstruktion

In T0-Rechnungen:

- Alle Konstanten = 1: $c = \hbar = \alpha = G = 1$
- Einziger freier Parameter: $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$
- Formeln maximal vereinfacht

Rekonstruktion SI-Werte:

- Feinstrukturkonstante: $\alpha_{\text{SI}} = \xi(E_0/1\text{MeV})^2 \approx 1/137$
- Gravitationskonstante: $G_{\text{SI}} = \frac{\xi^2}{4m_e} \times$ Faktoren
- Alle anderen Konstanten: aus ξ ableitbar

5.2 Beispiel: Feinstrukturkonstante

In T0-Einheiten:

$$\alpha = 1 \tag{13}$$

Rekonstruktion SI-Wert:

$$\alpha_{\text{SI}} = \xi \cdot \left(\frac{E_0}{1\,\text{MeV}}\right)^2 \tag{14}$$

Mit $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$ und $E_0 = 7{,}398$ MeV:

$$\begin{aligned}
\alpha_{\text{SI}} &= 1{,}3333 \times 10^{-4} \times (7{,}398)^2 && (15)\\
&= 1{,}3333 \times 10^{-4} \times 54{,}73 && (16)\\
&= 7{,}297 \times 10^{-3} && (17)\\
&= \frac{1}{137{,}04} && (18)
\end{aligned}$$

Experimentell: $\alpha_{\text{exp}} = \frac{1}{137{,}036}$
Übereinstimmung: 0,03% ✓

5.3 Beispiel: Gravitationskonstante

In T0-Einheiten:

$$G = 1 \tag{19}$$

Rekonstruktion SI-Wert:

$$G_{\text{SI}} = \frac{\xi^2}{4m_e} \times C_{\text{dim}} \times C_{\text{conv}} \tag{20}$$

wobei:

- C_{dim} = Dimensionsumrechnung (nat. Einheiten → SI)
- C_{conv} = Konversionsfaktoren (eV → J, etc.)

Detaillierte Herleitung siehe Dokument 012 (Gravitation).

5.4 Warum funktioniert das?

Schlüssel: ξ ist dimensionslos und universell!

1. In T0: ξ bestimmt alle Kopplungsstärken
2. In SI: ξ zusammen mit charakteristischen Energien (E_0, Massen) rekonstruiert alle Konstanten
3. Physikalische Vorhersagen: identisch in beiden Systemen!
4. Nur die mathematische Darstellung unterscheidet sich

Konstante	T0	SI	Rekonstruktion
c	1	3×10^8 m/s	Konvention
$\hbar$	1	$1{,}055 \times 10^{-34}$ J·s	Konvention
α	1	$\approx 1/137$	$\xi(E_0/1\text{MeV})^2$
G	1	$6{,}67 \times 10^{-11}$ m³/(kg·s²)	$\xi^2/(4m_e)\times$ Faktoren
ξ	$\frac{4}{3} \times 10^{-4}$	$\frac{4}{3} \times 10^{-4}$	**Gleich!**

Tabelle 2: T0 vs. SI - Rekonstruktion der Konstanten

5.5 Vergleichstabelle

5.6 Wichtige Schlussfolgerung

- **T0 ist keine neue Physik**, sondern eine Umparametrisierung
- Statt vieler Konstanten (c, $\hbar$, α, G, ...) nur **einen Parameter** ξ
- Alle SI-Werte rekonstruierbar aus ξ und Energieskalen
- Vorteil: Formeln einfacher, physikalische Zusammenhänge klarer
- Nachteil: Umrechnung zu SI für Experimente nötig

6 Warum kann $\alpha = 1$ gesetzt werden?

6.1 Fundamentale Einsicht

Kernaussage

Die Feinstrukturkonstante α ist eine **dimensionslose Zahl**. Ihr numerischer Wert ist **konventionsabhängig**, nicht fundamental!
Man kann $\alpha = 1$ setzen, indem man die **Einheit der Ladung** entsprechend umdefiniert.

6.2 Schritt-für-Schritt-Begründung

Schritt 1: Was ist eine Konvention?

SI-Einheiten sind historisch gewachsene Definitionen:

- 1 Meter = ursprünglich 1/10.000.000 Erdmeridian
- 1 Sekunde = ursprünglich 1/86.400 eines Sonnentages
- 1 Coulomb = definiert über Ampere und Kraft zwischen Strömen

Keine davon ist "fundamental"!

Schritt 2: α in SI

In SI-Einheiten:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137} \tag{21}$$

Der Wert $1/137$ folgt aus:

- Wie wir das Coulomb definiert haben (historisch)
- Wie wir ε_0 definiert haben (über μ_0 und c)

Schritt 3: Umdefinition

Wir können sagen: Äb jetzt ist die Elementarladung nicht mehr $1{,}602 \times 10^{-19}$ C, sondern $e = \sqrt{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$."

Dann wird automatisch:

$$\alpha = \frac{(\sqrt{4\pi\varepsilon_0\hbar c})^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = 1 \tag{22}$$

Schritt 4: Physikalische Konsequenzen

- **Keine physikalischen Vorhersagen ändern sich!**
- Nur die *Zahlen* in Formeln ändern sich
- Alle Verhältnisse bleiben gleich
- Alle Experimente geben dieselben Ergebnisse

6.3 Analogie: Temperaturskalen

Celsius: Wasser gefriert bei 0°C

Fahrenheit: Wasser gefriert bei 32°F

Kelvin: Wasser gefriert bei 273,15 K

Ist eine dieser Skalen "richtig"? Nein! Sie sind Konventionen.

Genauso ist $\alpha = 1/137$ (SI) vs. $\alpha = 1$ (HL) nur eine Konventionswahl!

7 Konsequenzen einer Neudefinition des Coulomb

7.1 Was bedeutet es, die Elementarladung neu zu definieren?

Wenn e so umdefiniert wird, dass $\alpha = 1$:

Alte Definition (SI):

$$e = 1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C} \tag{23}$$

Neue Definition (HL mit $\alpha = 1$):

$$e = 1 \quad \text{(dimensionslos in nat. Einheiten)} \tag{24}$$

oder in SI-Einheiten ausgedrückt:

$$e_{\text{neu}} = \sqrt{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \approx 5{,}29 \times 10^{-19}\ \text{(neue Ladungseinheit)} \tag{25}$$

7.2 Auswirkungen auf elektromagnetische Größen

7.2.1 Elektrischer Strom (Ampere)

Da 1 A $= 1$ C/s:

$$1\ \text{A}_{\text{neu}} = \frac{e_{\text{neu}}}{1\ \text{s}} = \sqrt{137} \times 1\ \text{A}_{\text{alt}} \tag{26}$$

7.2.2 Elektrische Spannung (Volt)

1 V $= 1$ J/C:

$$1\ \text{V}_{\text{neu}} = \frac{1\ \text{J}}{e_{\text{neu}}} = \frac{1}{\sqrt{137}} \times 1\ \text{V}_{\text{alt}} \tag{27}$$

7.2.3 Kapazität (Farad)

$$1\ \text{F}_{\text{neu}} = \frac{e_{\text{neu}}}{1\ \text{V}_{\text{neu}}} = 137 \times 1\ \text{F}_{\text{alt}} \tag{28}$$

7.3 Sind diese Änderungen "real"?

Nein! Es sind nur Umrechnungsfaktoren, wie bei Celsius → Fahrenheit.
Alle physikalischen Verhältnisse bleiben identisch:

- Kapazität eines Kondensators / Abstand: gleich
- Kraft zwischen Ladungen / Abstand²: gleich
- Alle Experimente: gleiche Ergebnisse

Nur die *Zahlenwerte* mit denen wir rechnen ändern sich!

8 Praktische Auswirkungen auf alltägliche Berechnungen

8.1 Motivation

Frage: Wenn wir $\alpha = 1$ setzen, was bedeutet das für gewöhnliche elektrische Berechnungen mit Volt, Ampere, Widerstand, Kapazität?

Antwort: Alle Formeln ändern sich, aber die *physikalischen Ergebnisse* bleiben identisch!

8.2 Beispiel 1: Ohmsches Gesetz

8.2.1 In SI-Einheiten (Standard)

$$U = R \cdot I \tag{29}$$

Numerisches Beispiel:

- Widerstand: $R = 100\ \Omega$
- Strom: $I = 2$ A
- Spannung: $U = 100 \times 2 = 200$ V

8.2.2 In Heaviside-Lorentz mit $\alpha = 1$

Die Formel bleibt $U = R \cdot I$, aber die *Zahlenwerte* ändern sich!

Umrechnung der Einheiten:

$$1\ \mathrm{A}_{\text{neu}} = \sqrt{137} \times 1\ \mathrm{A}_{\text{alt}} \approx 11{,}7\ \mathrm{A}_{\text{alt}} \tag{30}$$

$$1\ \mathrm{V}_{\text{neu}} = \frac{1}{\sqrt{137}} \times 1\ \mathrm{V}_{\text{alt}} \approx 0{,}085\ \mathrm{V}_{\text{alt}} \tag{31}$$

$$1\ \Omega_{\text{neu}} = \frac{1}{137} \times 1\ \Omega_{\text{alt}} \tag{32}$$

Dieselbe Schaltung in neuen Einheiten:

$$R_{\text{neu}} = 100 \times \frac{1}{137} \approx 0{,}73\ \Omega_{\text{neu}} \tag{33}$$

$$I_{\text{neu}} = 2 \times \sqrt{137} \approx 23{,}4\ \mathrm{A}_{\text{neu}} \tag{34}$$

$$U_{\text{neu}} = 0{,}73 \times 23{,}4 = 17{,}1\ \mathrm{V}_{\text{neu}} \tag{35}$$

Umrechnung zurück zu SI:

$$U_{\text{neu}} = 17{,}1 \times 0{,}085\ \mathrm{V}_{\text{alt}} = 200\ \mathrm{V} \quad \checkmark \tag{36}$$

Identisches Ergebnis!

8.3 Beispiel 2: Leistung einer Glühbirne

8.3.1 In SI-Einheiten

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} \tag{37}$$

Glühbirne: 60 W bei 230 V

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230)^2}{60} = 882\ \Omega \tag{38}$$

$$I = \frac{P}{U} = \frac{60}{230} = 0{,}26\ \mathrm{A} \tag{39}$$

8.3.2 In Heaviside-Lorentz mit $\alpha = 1$

Leistung: 1 W$_{\text{neu}} = 1$ W$_{\text{alt}}$ (Energie/Zeit ändert sich nicht in HL!)

$$U_{\text{neu}} = 230 \times \frac{1}{\sqrt{137}} = 19{,}6 \text{ V}_{\text{neu}} \tag{40}$$

$$R_{\text{neu}} = 882 \times \frac{1}{137} = 6{,}44\ \Omega_{\text{neu}} \tag{41}$$

$$I_{\text{neu}} = \frac{P}{U_{\text{neu}}} = \frac{60}{19{,}6} = 3{,}06 \text{ A}_{\text{neu}} \tag{42}$$

Verifikation:

$$P = U_{\text{neu}} \cdot I_{\text{neu}} = 19{,}6 \times 3{,}06 = 60 \text{ W} \quad \checkmark \tag{43}$$

8.4 Beispiel 3: Kondensator laden

8.4.1 In SI-Einheiten

$$Q = C \cdot U \tag{44}$$

Kondensator: $C = 100\ \mu$F bei $U = 12$ V

$$Q = 100 \times 10^{-6} \times 12 = 1{,}2 \times 10^{-3} \text{ C} \tag{45}$$

Gespeicherte Energie:

$$E = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 10^{-6} \times 144 = 7{,}2 \times 10^{-3} \text{ J} \tag{46}$$

8.4.2 In Heaviside-Lorentz mit $\alpha = 1$

Umrechnung:

$$1 \text{ F}_{\text{neu}} = 137 \times 1 \text{ F}_{\text{alt}} \tag{47}$$

$$1 \text{ C}_{\text{neu}} = \sqrt{137} \times 1 \text{ C}_{\text{alt}} \tag{48}$$

$$C_{\text{neu}} = 100 \times 10^{-6} \times 137 = 0{,}0137 \text{ F}_{\text{neu}} \tag{49}$$

$$U_{\text{neu}} = 12 \times \frac{1}{\sqrt{137}} = 1{,}025 \text{ V}_{\text{neu}} \tag{50}$$

$$Q_{\text{neu}} = 0{,}0137 \times 1{,}025 = 0{,}014 \text{ C}_{\text{neu}} \tag{51}$$

Umrechnung zurück:

$$Q_{\text{neu}} = 0{,}014 \times \frac{1}{\sqrt{137}} = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{C}_{\text{alt}} \quad \checkmark \tag{52}$$

Energie:

$$E_{\text{neu}} = \frac{1}{2} \times 0{,}0137 \times (1{,}025)^2 = 7{,}2 \times 10^{-3}\ \text{J} \quad \checkmark \tag{53}$$

Energie ist in allen Systemen gleich!

8.5 Beispiel 4: RC-Zeitkonstante

8.5.1 In SI-Einheiten

$$\tau = R \cdot C \tag{54}$$

Schaltung: $R = 1$ kΩ, $C = 10\ \mu$F

$$\tau = 1000 \times 10 \times 10^{-6} = 0{,}01\ \text{s} = 10\ \text{ms} \tag{55}$$

8.5.2 In Heaviside-Lorentz mit $\alpha = 1$

$$R_{\text{neu}} = 1000 \times \frac{1}{137} = 7{,}3\ \Omega_{\text{neu}} \tag{56}$$

$$C_{\text{neu}} = 10 \times 10^{-6} \times 137 = 1{,}37 \times 10^{-3}\ \text{F}_{\text{neu}} \tag{57}$$

$$\tau_{\text{neu}} = 7{,}3 \times 1{,}37 \times 10^{-3} = 0{,}01\ \text{s} = 10\ \text{ms} \quad \checkmark \tag{58}$$

Zeit bleibt gleich! Das ist wichtig: Physikalische Zeitskalen ändern sich nicht!

Größe	SI	HL-Faktor	HL ($\alpha = 1$)
Ladung (Q)	C	$\sqrt{137}$	$\sqrt{137}$ C
Strom (I)	A	$\sqrt{137}$	$\sqrt{137}$ A
Spannung (U)	V	$1/\sqrt{137}$	V/$\sqrt{137}$
Widerstand (R)	Ω	$1/137$	$\Omega/137$
Kapazität (C)	F	137	137 F
Leistung (P)	W	1	W (unverändert!)
Energie (E)	J	1	J (unverändert!)
Zeit (τ)	s	1	s (unverändert!)

Tabelle 3: Umrechnungsfaktoren SI → HL mit $\alpha = 1$

8.6 Zusammenfassung praktische Berechnungen

8.7 Wichtige Erkenntnisse

Kernaussage

Was ändert sich:
- Zahlenwerte für Ladung, Strom, Spannung, Widerstand, Kapazität

Was NICHT ändert sich:
- Energie
- Leistung
- Zeit
- Alle physikalischen Verhältnisse
- Alle experimentellen Ergebnisse

Fazit: Es ist nur eine Umrechnung, wie Meter ↔ Fuß!

8.8 Warum verwendet niemand $\alpha = 1$ in der Praxis?

Gründe:
1. **Messgeräte:** Alle Voltmeter, Amperemeter, etc. sind in SI kalibriert
2. **Standards:** Weltweit akzeptierte SI-Definitionen
3. **Intuition:** Ingenieure kennen typische Werte in SI
   - Haushalt: 230 V, nicht 1,96 V_{neu}
   - USB: 5 V, nicht 0,43 V_{neu}
4. **Umrechnung aufwendig:** $\sqrt{137}$ Faktoren überall
5. **Keine Vorteile für Praktiker:** Vereinfachung nur in theoretischen Formeln sichtbar

Aber: Für theoretische Rechnungen (QED, Feynman-Diagramme) ist $\alpha = 1$ oft sehr hilfreich!

9 Praktische Aspekte verschiedener Systeme

9.1 Vor- und Nachteile: SI-Einheiten

Vorteile:

- Weltweit standardisiert
- Direkt für Experimente verwendbar
- Alle Messgeräte kalibriert in SI
- Klare Trennung Länge/Zeit/Masse/Ladung

Nachteile:

- Viele Konstanten in Formeln ($4\pi\varepsilon_0$, $\hbar$, c)
- Physikalische Beziehungen verschleiert
- Dimensionen unübersichtlich

9.2 Vor- und Nachteile: Heaviside-Lorentz mit $\alpha = 1$

Vorteile:

- Maximal vereinfachte Formeln
- Elektromagnetische Symmetrie sichtbar
- Theoretische Rechnungen einfacher
- QED-Feynman-Diagramme eleganter

Nachteile:

- Keine direkte Verbindung zu Experimenten
- Umrechnung zu SI aufwendig
- Ungewohnt für Praktiker
- Physikalische "Größe" von e unklar

9.3 Vor- und Nachteile: Natürliche Einheiten mit $\alpha \approx 1/137$

Vorteile:

- Vereinfachte Formeln ($\hbar = c = 1$)
- α behält physikalische Bedeutung
- Guter Kompromiss Theorie/Praxis

- Numerisch: $\alpha \ll 1$ → Störungstheorie

  Nachteile:
- Immer noch Umrechnung zu SI nötig
- Faktor 4π bleibt in manchen Formeln

  Dies ist die bevorzugte Konvention in moderner Teilchenphysik!

10 Historische Entwicklung

10.1 Gauss-Einheiten (cgs)

19. Jahrhundert: Gauss-System (Zentimeter-Gramm-Sekunde)

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \tag{59}$$

Kein $4\pi\varepsilon_0$, weil $\varepsilon_0 = 1$ per Definition in cgs!

10.2 SI-Einheiten (MKSA)

20. Jahrhundert: SI-System (Meter-Kilogramm-Sekunde-Ampere)

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} \tag{60}$$

Das $4\pi\varepsilon_0$ erscheint, weil SI-Ampere über Kraft definiert ist.

10.3 Heaviside-Lorentz

Theoretische Physik: Heaviside-Lorentz vereinfacht Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{B} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{61}$$

Symmetrisch! (In SI erscheinen μ_0 und ε_0 unsymmetrisch)

10.4 Natürliche Einheiten

Moderne Hochenergiephysik: $\hbar = c = 1$, aber verschiedene Konventionen für α

11 Fine-Ungleichung vs. Feinstrukturkonstante

11.1 Häufige Verwechslung

Warnung: Die *Fine-Ungleichung* und die *Feinstrukturkonstante* sind völlig verschiedene Konzepte!

11.2 Fine-Ungleichung

Was es ist:

- Eine Form der Bell-Ungleichung
- Test für lokale verborgene Variablen
- Quantenverschränkung vs. klassische Korrelationen

Mathematisch:

$$|C(\alpha, \beta) - C(\alpha, \beta')| + |C(\alpha', \beta) + C(\alpha', \beta')| \leq 2 \tag{62}$$

wobei C Korrelationsfunktionen sind.
Physikalisch: Zeigt Nichtlokalität der Quantenmechanik

11.3 Feinstrukturkonstante

Was es ist:

- Fundamentale Naturkonstante
- Stärke der elektromagnetischen Wechselwirkung
- Dimensionslos, $\alpha \approx 1/137$

Mathematisch:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \tag{63}$$

Physikalisch: Bestimmt EM-Kopplungsstärke

11.4 Keine Verbindung!

Die Ähnlichkeit im Namen ist **reiner Zufall**. Die beiden Konzepte haben nichts miteinander zu tun!

12 Zusammenfassung

12.1 Kernaussagen

1. α ist dimensionslos → numerischer Wert ist konventionsabhängig
2. Man **kann** $\alpha = 1$ setzen durch Umdefinition der Ladungseinheit
3. **T0-Theorie:** Setzt **alle** Konstanten = 1: $c = \hbar = \alpha = G = 1$
4. Einziger freier Parameter in T0: $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$
5. **Keine** physikalischen Vorhersagen ändern sich!
6. Nur Zahlenwerte in Formeln unterscheiden sich
7. Beim Vergleich mit Experimenten: SI-Werte ($\alpha \approx 1/137$, $c = 3 \times 10^8$ m/s, etc.)

12.2 Für weitere Details siehe Dokument 011

- T0-Herleitung von α
- Charakteristische Energie E_0
- Geometrischer Parameter ξ
- Experimentelle Verifikation
- Detaillierte Dimensionsanalyse
- Historischer Kontext (Sommerfeld)

A Umrechnungstabelle: SI ↔ Heaviside-Lorentz

Größe	**SI**	**HL ($\alpha = 1$)**
Elementarladung	$e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C	$e = 1$
Feinstrukturkonstante	$\alpha \approx 1/137$	$\alpha = 1$
$4\pi\varepsilon_0$	$1{,}11 \times 10^{-10}$ F/m	1
$\hbar$	$1{,}055 \times 10^{-34}$ J·s	1
c	3×10^8 m/s	1

Tabelle 4: Umrechnungstabelle SI zu HL

B Beispielrechnung: Coulomb-Gesetz

B.1 In SI-Einheiten

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \tag{64}$$

Numerisch für $r = 1$ Å = 10^{-10} m:

$$F = \frac{1}{4\pi \times 8{,}854 \times 10^{-12}}\frac{(1{,}602 \times 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} \tag{65}$$

$$\approx 2{,}3 \times 10^{-8} \text{ N} \tag{66}$$

B.2 In HL-Einheiten ($\alpha = 1$)

$$F = \frac{e^2}{r^2} = \frac{1}{r^2} \tag{67}$$

Mit r in natürlichen Einheiten: $r = 1$ Å $= 0{,}197 \times 10^6$ eV^{-1}

$$F = \frac{1}{(0{,}197 \times 10^6)^2} \approx 2{,}6 \times 10^{-14} \text{ eV}^2 \tag{68}$$

Umrechnung zu SI: 1 eV$^2 \approx 9 \times 10^5$ N

$$F \approx 2{,}3 \times 10^{-8} \text{ N} \tag{69}$$

Identisch! Nur die Zwischenschritte sehen anders aus.