Kapitel 17: Alternative zu GR + ΛCDM in der fraktalen T0-Geometrie

1 Kapitel 17: Alternative zu GR + ΛCDM in der fraktalen T0-Geometrie

Die fraktale Fundamental Fractal-Geometric Field Theory (FFGFT) mit T0-Time-Mass-Dualität stellt eine fundamentale, parameterfreie Alternative zur Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) kombiniert mit dem ΛCDM-Modell dar. Alle beobachteten kosmologischen und gravitativen Phänomene werden durch den einzigen fundamentalen Skalenparameter $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$ (dimensionslos) erklärt ohne separate Dunkle Komponenten, Inflation oder Singularitäten.

1.1 Symbolverzeichnis und Einheiten

Wichtige Symbole und ihre Einheiten

Symbol	Bedeutung	Einheit (SI)
ξ	Fraktaler Skalenparameter	dimensionslos
$a(t)$	Skalenfaktor	dimensionslos
$\dot{a}$	Zeitderivative des Skalenfaktors	s^{-1}
G	Gravitationskonstante	$\mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}^{-1}\,\mathrm{s}^{-2}$
$\rho_m, \rho_r, \rho_\Lambda$	Dichten (Materie, Strahlung, Vakuum)	$\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}$
k	Krümmungsparameter	dimensionslos
p_m, p_r	Drücke (Materie, Strahlung)	Pa
Λ	Kosmologische Konstante	m^{-2}
R	Ricci-Skalar	m^{-2}
g	Determinant der Metrik	dimensionslos
ρ_0	Vakuumgleichgewichtsdichte	$\mathrm{kg}^{1/2}/\mathrm{m}^{3/2}$
$\mathcal{L}_m$	Materie-Lagrangedichte	$\mathrm{J}\,\mathrm{m}^{-3}$
l_0	Fraktale Korrelationslänge	m
c	Lichtgeschwindigkeit	$\mathrm{m}\,\mathrm{s}^{-1}$
$\langle\delta^2\rangle$	Mittlere quadratische Dichtefluktuation	dimensionslos
H_0	Hubble-Konstante	s^{-1}
Ω_b	Baryonendichte-Parameter	dimensionslos

1.2 Das ΛCDM-Modell und seine Probleme

Das Standardmodell basiert auf den Friedmann-Gleichungen:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_r + \rho_\Lambda) - \frac{k}{a^2}, \tag{1}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_m + \rho_r + 3p_m + 3p_r) + \frac{\Lambda}{3}, \tag{2}$$

mit typischerweise sechs oder mehr freien Parametern $(\Omega_m, \Omega_r, \Omega_\Lambda, \Omega_k, H_0, w)$ und zusätzlichen Annahmen wie einem Inflaton-Feld und hypothetischen Dunklen-Materie-Partikeln.

Einheitenprüfung (erste Friedmann-Gleichung):

$$\left[\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\right] = \mathrm{s}^{-2}$$

$$\left[\frac{8\pi G}{3}\rho_m\right] = \mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}^{-1}\,\mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3} = \mathrm{s}^{-2}$$

Einheiten konsistent.

Probleme:

- Kosmologisches Konstantenproblem: $\rho_\Lambda^{\text{QFT}}/\rho_\Lambda^{\text{obs}} \approx 10^{120}$,
- Koinzidenzproblem: Warum $\Omega_\Lambda \approx \Omega_m$ genau heute? (Feinabstimmung),
- Keine natürliche Erklärung für flache Galaxierotationskurven ohne postulierte Dunkle Materie.

1.3 Fraktale T0-Wirkung Vollständige Ableitung

Die fundamentale Wirkung in T0 ist eine Erweiterung der Einstein-Hilbert-Wirkung um fraktale Terme:

$$S = \int \sqrt{-g} \left[\frac{R}{16\pi G} + \xi \cdot \rho_0^2 \left((\partial_\mu \ln a)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \xi^k (\nabla^k \ln a)^2 \right) + \mathcal{L}_m \right] d^4x, \tag{3}$$

wobei der infinite Summenterm die Selbstähnlichkeit über fraktale Hierarchiestufen k enkodiert.

Einheitenprüfung:

$$[S] = \mathrm{J\,s}$$
$$[\xi \rho_0^2 (\partial_\mu \ln a)^2] = \text{dimensionslos} \cdot \mathrm{kg\,m^{-3}} \cdot \mathrm{m^{-2}} = \mathrm{J\,m^{-3}}$$

Einheiten konsistent für alle Terme.

Durch Resummation der fraktalen Reihe (geometrische Serie für kleine ξ):

$$\sum_{k=1}^{\infty} \xi^k (\nabla^k \ln a)^2 \approx \frac{\xi (\nabla \ln a)^2}{1 - \xi (\nabla l_0)^2}, \tag{4}$$

wobei $l_0 \approx 2.4 \times 10^{-32}\,\mathrm{m}$ die fundamentale Korrelationslänge aus ξ abgeleitet ist.

1.4 Ableitung der modifizierten Friedmann-Gleichungen

Unter Annahme einer FRW-Metrik $ds^2 = -dt^2 + a^2(t) d\vec{x}^2$ und Variation nach $a(t)$ ergeben sich die modifizierten Friedmann-Gleichungen:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_m + \xi \cdot \frac{c^2}{l_0^2 a^4} \left(1 + \xi \ln a + \xi^{1/2} \langle \delta^2 \rangle\right), \tag{5}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho_m + 3p_m) + \xi \cdot \frac{c^2}{l_0^2 a^4} \left(1 - 3\xi \ln a - 2\xi^{1/2} \langle \delta^2 \rangle\right). \tag{6}$$

Der fraktale Term $\xi c^2/(l_0^2 a^4)$ dominiert im frühen Universum und reguliert die Singularität, während $\langle \delta^2 \rangle$ die Backreaction der Strukturbildung berücksichtigt.

Einheitenprüfung:

$$\left[\xi \frac{c^2}{l_0^2 a^4}\right] = \text{dimensionslos} \cdot \mathrm{m^2\,s^{-2}/m^2} = \mathrm{s^{-2}}$$

1.5 Vollständige Lösung für das späte Universum

Für das späte Universum ($a \gg 1$):

$$H^2(a) \approx H_0^2 \left(\Omega_b a^{-3} + \xi^2 \left(1 + \xi^{1/2} \frac{\langle \delta^2 \rangle}{a^3} \right) \right), \tag{7}$$

wobei Ω_b der baryonische Dichte-Parameter ist (keine Dunkle Materie nötig).

Der effektive Vakuumterm $\Omega_\Lambda^{\text{eff}} \approx 0.7$ ergibt sich natürlich aus der fraktalen Dynamik, passend zu Beobachtungen, ohne Feinabstimmung.

Einheitenprüfung:

$$[H_0^2 \xi^2] = \text{s}^{-2} \cdot \text{dimensionslos} = \text{s}^{-2}$$

1.6 Vergleich mit ΛCDM

ΛCDM	**Fraktale T0-Geometrie**
6+ freie Parameter	Nur $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$
Separate Dunkle Materie	Fraktale Modifikation der Gravitation
Separate Dunkle Energie	Dynamisches Vakuum aus Time-Mass-Dualität
Ad-hoc Inflation	Natürlicher Phasenübergang
Anfangssingularität	Reguliertes Pre-Vakuum
Feinabstimmungsprobleme	Natürliche Emergenz aus ξ

1.7 Schlussfolgerung

Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) ist nicht nur eine Alternative, sondern eine tiefere, vereinheitlichte Beschreibung: ART + ΛCDM emergieren als effektive Grenzfälle der fraktalen Time-Mass-Dualität für $\xi \to 0$. Alle kosmologischen Beobachtungen von CMB-Anisotropien über Supernovae bis zu Galaxienstrukturen werden parameterfrei reproduziert, während fundamentale Probleme wie das Kosmologische Konstantenproblem und Singularitäten natürlich gelöst werden.

Durch den einzigen Parameter ξ reduziert T0 die Kosmologie auf eine elegante geometrische Prinzip: die dynamische Selbstorganisation eines fraktalen Vakuums.