Kapitel 20: Quantengravitation in der fraktalen T0-Geometrie

Quantengravitation in der fraktalen T0-Geometrie

Kurze Einführung

Dieses Kapitel vereinheitlicht Quantenmechanik und Gravitation durch die fraktale Struktur des Vakuums, wobei das Yang-Mills-Massenlücken-Problem als Beispiel dient.

Mathematische Grundlage

Das Yang-Mills-Massenlücken-Problem erfordert den Nachweis einer positiven Energie-Lücke $\Delta > 0$ in quantisierten SU(N)-Eichtheorien. In der FFGFT wird dies durch die Time-Mass-Dualität $T(x,t) \cdot m(x,t) = 1$ und fraktale Vakuumsteifigkeit gelöst, reguliert durch $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$.

Das Yang-Mills-Problem

Die klassische Lagrangedichte ist:

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{4}\,\text{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}), \tag{1}$$

mit Feldstärke:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu. \tag{2}$$

Die nichtlinearen Terme erzeugen Interaktionen, aber in der Quantisierung fehlt eine intrinsische Masse-Skala, was zu Infrarot-Divergenzen führt. Das Problem: Beweise $\Delta > 0$ für alle Anregungen.

Einheitenprüfung:

$$[\mathcal{L}_{\text{YM}}] = \text{m}^4,$$
$$[g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu] = \text{dimensionslos} \cdot 1/\text{m} \cdot 1/\text{m} = \text{m}^2.$$

Fraktales Vakuum und Eichfelder

Gauge-Potentiale emergieren aus Phasen:

$$A_\mu^a = \frac{1}{g}\partial_\mu \theta^a + \xi \cdot w_\mu^a(\theta), \tag{3}$$

wobei w_μ^a topologische Korrekturen aus Fraktalität sind.
Effektive Lagrangedichte:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + B \cdot (\partial_\mu \theta^a)(\partial^\mu \theta^a) + \xi \cdot V_{\text{top}}(\theta), \tag{4}$$

mit Steifigkeit:

$$B = \rho_0^2 \cdot \xi^{-2}. \tag{5}$$

Der kinetische Term für Phase erzeugt Masse-Skala durch ξ^{-2}.
Einheitenprüfung:

$$[B(\partial_\mu \theta^a)^2] = \text{J} \cdot \text{m}^2 = \text{J/m}^3.$$

Ableitung der Vakuum-Steifigkeit B

Die fraktale Metrik:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} \xi^k \cdot \delta D_k(x)\right), \tag{6}$$

definiert Defekte über Stufen.
Das Vakuumfeld:

$$\Phi(x) = \rho(x)\, e^{i\theta(x)/\xi}. \tag{7}$$

Kinetische Dichte:

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = \frac{1}{2}\rho_0^2\, (\partial_\mu \theta)(\partial^\mu \theta) \cdot \prod_{k=0}^{N} (1 + \xi^k), \tag{8}$$

das Produkt summiert zu $1/(1-\xi)$ für unendlich viele Stufen.
Aus Wirkung:

$$S = \int \rho_0^2 \cdot \xi^{-2} \cdot (\partial_\mu \theta)^2 \sqrt{-g}\, d^4x, \tag{9}$$

liefert $B = \rho_0^2 \xi^{-2}$. Mit $\xi^{-2} \approx 5.625 \times 10^6$ und $\rho_0 \approx \rho_{\text{Planck}} \cdot \xi^3$ ergibt $\sqrt{B} \approx 300\,$MeV.

Ableitung des Massenlückens Δ

Kinetische Energie der Phase:

$$E_{\text{kin}} = \int B\,(\nabla\theta^a)^2\,d^3x. \tag{10}$$

Stabile Anregungen erfordern ganzzahlige Windung:

$$n^a = \frac{1}{2\pi}\oint_{S^2} \nabla\theta^a \cdot d\vec{S} \geq 1. \tag{11}$$

Minimaler Gradient:

$$|\nabla\theta^a| \geq \frac{2\pi}{r} \cdot \xi^{1/2}. \tag{12}$$

Minimale Energie:

$$E_{\text{min}} \geq B \cdot 16\pi^3 \cdot \xi^{-1}, \tag{13}$$

damit Massenlücke:

$$\Delta \geq 16\pi^3\sqrt{B} \cdot \xi^{-3/2} \approx 300\,\text{MeV bis }400\,\text{MeV}. \tag{14}$$

Vergleich Reine Yang-Mills – FFGFT

Reine Yang-Mills	**FFGFT (T0)**
Kein Maßstab	ξ setzt Skala
Leeres Vakuum	Fraktales mit B
Kein Beweis	Strukturell durch Dualität
Divergenzen	Fraktal reguliert
Kein Confinement	$V(r) \sim r(1+\xi \ln r)$

Schlussfolgerung

Die FFGFT löst das Massenlücken-Problem durch fraktale Vakuumsteifigkeit und topologische Windungen. Dies vereinheitlicht Eichtheorien mit Gravitation – die Lücke ist geometrische Konsequenz der Time-Mass-Dualität.