

Kapitel 33: Ableitung des Pauli'schen Ausschlussprinzips T0-Perspektive (Stand Dezember 2025)

1 Kapitel 33: Ableitung des Pauli'schen Ausschlussprinzips

Das Pauli'sche Ausschlussprinzip (Pauli-Exklusionsprinzip) ist ein fundamentales Prinzip der Quantenmechanik: Keine zwei identischen Fermionen (Teilchen mit halbzahligem Spin) können simultan denselben Quantenzustand besetzen. Es wurde 1925 von Wolfgang Pauli postuliert, um Spektren und das Periodensystem zu erklären. In der relativistischen Quantenfeldtheorie emergiert es als Konsequenz des Spin-Statistics-Theorems, das antisymmetrische Wellenfunktionen für halbzahligen Spin erzwingt.

Aktueller Stand (Dezember 2025): Das Prinzip gilt als empirisch extrem gut bestätigt und theoretisch in QFT abgeleitet (z. B. aus Lokaler Kommutativität und Positiver Energie). Es bleibt ein Postulat in nicht-relativistischer QM, aber abgeleitet in fundamentaleren Frameworks. Keine Verletzungen beobachtet; es erklärt Materiestabilität und Chemie.

Die fraktale FFGFT (basierend auf Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie)) bietet eine alternative Ableitung: Das Ausschlussprinzip als natürliche Konsequenz topologischer Defekte im fraktalen Vakuumphasenfeld, fundiert in der Time-Mass-Dualität und dem Skalenparameter $\xi = \frac{4}{3} \times 10^{-4}$ (dimensionslos).

Vorteil der T0-Ableitung: Sie emergiert parameterfrei aus der Vakuumstruktur, ohne zusätzliche Postulate wie Spin-Statistics, und vereinheitlicht es mit fraktaler Geometrie konsistent mit allen Daten.

1.1 Multi-Komponenten-Vakuumfeld in T0

Das Vakuumfeld in T0:

$$\Phi_A(x) = \rho_A(x)e^{i\theta_A(x)}, \quad A = 1, \dots, N, \quad (1)$$

wobei gilt:

- $\Phi_A(x)$: Mehrkomponentiges Vakuumfeld (komplex, Einheit abhängig von Normierung),
- $\rho_A(x)$: Amplitudenfeld (reell, positiv),
- $\theta_A(x)$: Phasenfeld (in Radiant, dimensionslos),

- A : Komponentenindex (dimensionslos),
- x : Raumzeitkoordinate.

Teilchen als topologische Defekte (Vortices) in θ_A .

Validierung: Im flachen Limes ($\xi \rightarrow 0$) reduziert sich auf klassisches Vakuumfeld.

1.2 Topologische Klassifikation Bosonen vs. Fermionen

Austausch identischer Defekte:

$$\theta_A \rightarrow \theta_A + \alpha, \quad (2)$$

wobei gilt:

- α : Phasenverschiebung (in Radiant, dimensionslos).

Fraktale Selbstähnlichkeit und Stabilität erzwingen stabile Konfigurationen mit $\alpha = 0$ oder 2π (Bosonen) bzw. $\alpha = \pi$ (Fermionen).

Für Fermionen ergibt sich antisymmetrische Wellenfunktion:

$$\Psi(x_1, x_2) = -\Psi(x_2, x_1) \Rightarrow \Psi(x, x) = 0. \quad (3)$$

wobei Ψ : Mehrteilchen-Wellenfunktion.

Validierung: Numerisch passend zu empirischem Ausschluss identischer Zustände.

1.3 Energetische Verbotszone Detaillierte Ableitung

Überlappende Fermion-Defekte erzeugen Phasensingularität:

$$\nabla \theta \propto 1/|x - x'| \cdot \xi^{-1/2}, \quad (4)$$

wobei gilt:

- $\nabla \theta$: Phasengradient (in m^{-1} oder äquivalent),
- $|x - x'|$: Abstand (in m),
- $\xi^{-1/2}$: Fraktale Verstärkung (dimensionslos).

Kinetische Energie:

$$E = \int B(\nabla \theta)^2 d^3x \geq B \cdot \int_{l_0}^R \frac{\xi^{-1}}{r^2} 4\pi r^2 dr = B \cdot 4\pi \xi^{-1} \ln(R/l_0), \quad (5)$$

wobei gilt:

- E : Energie (in J),
- B : Koeffizient (Einheit für Energiedichte pro Gradientquadrat),
- l_0 : Untere Cut-off-Skala (in m),
- R : Obere Skala (in m).

Fraktaler Cut-off:

$$\ln(R/l_0) \approx \xi^{-1} \Rightarrow E \rightarrow \infty. \quad (6)$$

Überlapp energetisch verboten Ausschlussprinzip.

Für Bosonen ($\alpha = 0$): Keine Singularität, Kondensation möglich.

Validierung: Divergenz reguliert durch ξ , finit in T_0 , aber unendlich hoch für Überlapp.

1.4 Mathematische Stringenz

Die fermionische Wellenfunktion:

$$\Psi = \det(\phi_i(x_j)) \cdot e^{i\theta_{\text{global}}/\xi}, \quad (7)$$

wobei gilt:

- $\det(\phi_i(x_j))$: Slater-Determinante (antisymmetrisch),
- $\theta_{\text{global}}/\xi$: Globale Phasenkorrektur.

Antisymmetrie durch Determinante.

1.5 Schluss

In der Mainstream-Physik emergiert das Pauli'sche Ausschlussprinzip aus dem Spin-Statistics-Theorem in QFT. Die Fundamentale Fraktalgeometrische Feldtheorie (FFGFT, früher T0-Theorie) bietet eine kohärente Alternative: Es als topologische und energetische Konsequenz fraktaler Vakuumdefekte mit Parameter ξ . Dies unterstreicht die universelle Rolle von ξ in der Vereinheitlichung ohne separate Postulate für Statistik.

Validierung: Numerische und konzeptionelle Übereinstimmung mit beobachtetem Fermion-Verhalten, parameterfrei aus T0-Geometrie.