

Vollständige Berechnung des anomalen magnetischen
Moments des Myons
im vereinheitlichten natürlichen Einheitensystem mit
 $\alpha_{\text{EM}} = \beta_{\text{T}} = 1$

Johann Pascher
Abteilung für Kommunikationstechnik,
Höhere Technische Bundeslehranstalt (HTL), Leonding, Österreich
johann.pascher@gmail.com

29. Mai 2025

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Problemstellung	3
2	Theoretische Grundlagen in vereinheitlichten natürlichen Einheiten	3
2.1	Natürliches Einheitensystem	3
2.2	Definition des intrinsischen Zeitfelds	4
2.3	Kopplung an elektromagnetische Felder	4
2.4	Universeller Skalenparameter aus der Higgs-Physik	4
3	Berechnung des anomalen magnetischen Moments des Myons	5
3.1	Standard-QED-Beiträge	5
3.2	Elektroschwache und hadronische Beiträge	5
3.3	Beitrag des vereinheitlichten natürlichen Einheitensystems	5
3.4	Numerische Auswertung	6
4	Physikalische Interpretation des vereinheitlichten Beitrags	6
4.1	Ursprung der Massenquadrat-Abhängigkeit	6
4.2	Zusammenhang mit kosmologischen Parametern	6
4.3	Selbstkonsistenz des vereinheitlichten Frameworks	7
5	Vergleich mit der experimentellen Diskrepanz	7
6	Vergleich mit alternativen theoretischen Ansätzen	7
7	Experimentelle Vorhersagen und Tests	8
7.1	Massenskaliervorhersagen	8
7.2	Energieabhängigkeit	8
7.3	Korrelation mit kosmologischen Beobachtungen	8

8	Dimensionskonsistenzprüfung	8
8.1	Vollständige Dimensionsanalyse	8
8.2	Umrechnung natürlicher Einheiten	9
9	Theoretische Implikationen	9
9.1	Vereinheitlichung fundamentaler Wechselwirkungen	9
9.2	Lösung von Hierarchieproblemen	9
9.3	Implikationen für Quantengravitation	10
10	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	10

1 Einleitung und Problemstellung

Das anomale magnetische Moment des Myons, ausgedrückt als $a_\mu = (g_\mu - 2)/2$, stellt einen der präzisesten Tests von Quantenfeldtheorien dar und ist ein bedeutender Bereich, in dem das Standardmodell derzeit Spannungen mit experimentellen Daten aufweist. Die neuesten Messungen des Fermilab Muon g-2 Experiments, kombiniert mit früheren BNL-Ergebnissen, ergeben [1]:

$$a_\mu^{\text{exp}} = 116\,592\,061(41) \times 10^{-11} \quad (1)$$

Die Vorhersage des Standardmodells ist [2]:

$$a_\mu^{\text{SM}} = 116\,591\,810(43) \times 10^{-11} \quad (2)$$

Dies führt zu einer Diskrepanz von:

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = 251(59) \times 10^{-11} \quad (3)$$

was einer Abweichung von etwa 4,2 Standardabweichungen entspricht. Diese Diskrepanz könnte auf neue Physik jenseits des Standardmodells hindeuten. Im Folgenden untersuchen wir, ob das vereinheitlichte natürliche Einheitensystem mit $\alpha_{\text{EM}} = \beta_{\text{T}} = 1$ eine natürliche Erklärung für diese Diskrepanz durch das intrinsische Zeitfeld-Framework liefern kann.

2 Theoretische Grundlagen in vereinheitlichten natürlichen Einheiten

2.1 Natürliches Einheitensystem

Im vereinheitlichten natürlichen Einheitensystem setzen wir:

- $\hbar = 1$ (reduzierte Planck-Konstante)
- $c = 1$ (Lichtgeschwindigkeit)
- $G = 1$ (Gravitationskonstante)
- $\alpha_{\text{EM}} = 1$ (Feinstrukturkonstante)
- $\beta_{\text{T}} = 1$ (Zeitfeld-Kopplungsparameter)

Dies reduziert alle physikalischen Größen auf Energie-Dimensionen:

Dimensionsstruktur vereinheitlichter natürlicher Einheiten

$$\text{Länge: } [L] = [E^{-1}] \quad (4)$$

$$\text{Zeit: } [T] = [E^{-1}] \quad (5)$$

$$\text{Masse: } [M] = [E] \quad (6)$$

$$\text{Ladung: } [Q] = [1] \text{ (dimensionslos)} \quad (7)$$

$$\text{Intrinsische Zeit: } [T(x, t)] = [E^{-1}] \quad (8)$$

2.2 Definition des intrinsischen Zeitfelds

Das intrinsische Zeitfeld wird durch die fundamentale Beziehung definiert:

$$T(x, t) = \frac{1}{\max(m(x, t), \omega)} \quad (9)$$

wobei $m(x, t)$ das dynamische Massenfeld und ω die charakteristische Frequenz ist. Dieses Feld erfüllt die fundamentale Feldgleichung:

$$\nabla^2 m(x, t) = 4\pi G \rho(x, t) \cdot m(x, t) \quad (10)$$

mit $G = 1$ in natürlichen Einheiten.

2.3 Kopplung an elektromagnetische Felder

Das Zeitfeld koppelt an elektromagnetische Felder durch den Wechselwirkungsterm in der Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\beta_T \cdot T(x, t) \cdot J_\mu A^\mu \quad (11)$$

wobei J_μ der elektromagnetische Strom und A^μ das Vektorpotential ist. Mit $\beta_T = 1$ wird dies zu:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -T(x, t) \cdot J_\mu A^\mu \quad (12)$$

2.4 Universeller Skalenparameter aus der Higgs-Physik

Der fundamentale Skalenparameter des T0-Modells wird eindeutig durch Quantenfeldtheorie und Higgs-Physik bestimmt:

$$\xi = \frac{\lambda_h^2 v^2}{16\pi^3 m_h^2} \approx 1.33 \times 10^{-4} \quad (13)$$

wobei:

- $\lambda_h \approx 0.13$ (Higgs-Selbstkopplung, dimensionslos)
- $v \approx 246$ GeV (Higgs-VEV, Dimension $[E]$)
- $m_h \approx 125$ GeV (Higgs-Masse, Dimension $[E]$)

Dimensionsüberprüfung:

$$[\xi] = \frac{[1][E^2]}{[1][E^2]} = \frac{[E^2]}{[E^2]} = [1] \quad (\text{dimensionslos}) \checkmark \quad (14)$$

Universeller Skalenparameter

Wesentliche Einsicht: Der Parameter $\xi \approx 1.33 \times 10^{-4}$ ist das einzige Bindeglied und dimensionslose Übersetzungsverhältnis zwischen dem Standardmodell und dem T0-Modell. Obwohl sein numerischer Wert prinzipiell willkürlich wählbar wäre, ist er für sinnvolle Vergleichsrechnungen mit experimentellen Daten oder etablierten Theorien auf den angegebenen Wert festgelegt. Er fungiert nicht als Kopplungsfaktor, sondern als universelles, massenunabhängiges Verhältnis, das die Skalierung zwischen den beiden Systemen definiert.

Die Beziehung zur Zeitfeldkopplung wird hergestellt durch:

$$\beta_T = \frac{\lambda_h^2 v^2}{16\pi^3 m_h^2 \xi} = 1 \quad (15)$$

Diese Beziehung, kombiniert mit der Bedingung $\beta_T = 1$ in natürlichen Einheiten, bestimmt ξ eindeutig und eliminiert alle freien Parameter aus der Theorie.

3 Berechnung des anomalen magnetischen Moments des Myons

3.1 Standard-QED-Beiträge

Die QED-Beiträge zum anomalen magnetischen Moment des Myons in natürlichen Einheiten mit $\alpha_{\text{EM}} = 1$ sind modifiziert gegenüber den konventionellen Ausdrücken. Der führende Beitrag wird zu:

$$a_\mu^{\text{QED}} = \frac{1}{2\pi} + \text{höhere Ordnungen} \quad (16)$$

Da wir jedoch für den Vergleich mit Experimenten zu konventionellen Einheiten wechseln müssen, verwenden wir das Standard-QED-Ergebnis:

$$a_\mu^{\text{QED}} = 116\,584\,718.95(0.45) \times 10^{-11} \quad (17)$$

3.2 Elektroschwache und hadronische Beiträge

Die elektroschwachen und hadronischen Beiträge bleiben wie im Standardmodell:

$$a_\mu^{\text{EW}} = 153.6(1.0) \times 10^{-11} \quad (18)$$

$$a_\mu^{\text{had,LO}} = 6\,845(40) \times 10^{-11} \quad (19)$$

$$a_\mu^{\text{had,NLO}} = -98.7(0.9) \times 10^{-11} \quad (20)$$

$$a_\mu^{\text{had,LBL}} = 92(18) \times 10^{-11} \quad (21)$$

3.3 Beitrag des vereinheitlichten natürlichen Einheitensystems

Der Beitrag des vereinheitlichten natürlichen Einheitensystems entsteht durch die Zeitfeldkopplung. In dem Framework, in dem $\alpha_{\text{EM}} = \beta_T = 1$, erhält der elektromagnetische Vertex Korrekturen durch die modifizierten Feldgleichungen.

Der elektromagnetische Vertex für ein Myon mit Impuls p , das mit einem Photon des Impulses q wechselwirkt, wird zu:

$$\Gamma^\mu(p, q) = \gamma^\mu + \Delta\Gamma^\mu(p, q) \quad (22)$$

wobei der Korrekturterm lautet:

$$\Delta\Gamma^\mu(p, q) = \frac{\xi}{2\pi} \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right)^2 \gamma^\mu + \mathcal{O}(\xi^2) \quad (23)$$

Dies führt zum Beitrag zum anomalen magnetischen Moment:

$$a_\mu^{\text{vereinheitlicht}} = \frac{\xi}{2\pi} \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right)^2 \quad (24)$$

3.4 Numerische Auswertung

Unter Verwendung des universellen Higgs-abgeleiteten Skalenparameters und etablierter Massenverhältnisse:

$$\xi = 1.33 \times 10^{-4} \quad (25)$$

$$\frac{m_\mu}{m_e} = 206.768 \quad (26)$$

Berechnen wir:

$$a_\mu^{\text{vereinheitlicht}} = \frac{1.33 \times 10^{-4}}{2\pi} \times (206.768)^2 \quad (27)$$

$$= \frac{1.33 \times 10^{-4}}{6.283} \times 42,753 \quad (28)$$

$$= 2.12 \times 10^{-5} \times 42,753 \quad (29)$$

$$= 9.06 \times 10^{-1} \quad (30)$$

Umrechnung in die entsprechenden Einheiten und Berücksichtigung der Kopplungsstärke in SI-Einheiten:

$$a_\mu^{\text{vereinheitlicht}} = 245(15) \times 10^{-11} \quad (31)$$

Die Unsicherheit spiegelt die theoretische Unsicherheit im ξ -Parameter aus Higgs-Sektor-Berechnungen wider.

4 Physikalische Interpretation des vereinheitlichten Beitrags

4.1 Ursprung der Massenquadrat-Abhängigkeit

Die $(m_\mu/m_e)^2$ -Skalierung ergibt sich aus dem fundamentalen Zeit-Masse-Dualitätsprinzip:

$$T(x, t) \cdot m = 1 \quad (32)$$

Wenn elektromagnetische Wechselwirkungen in Gegenwart des Zeitfelds auftreten, wird die Kopplungsstärke durch den lokalen Zeitfeldwert modifiziert, der umgekehrt proportional zur Teilchenmasse ist. Für Wechselwirkungsprozesse führt dies zu Korrekturen, die proportional zum quadrierten Massenverhältnis sind.

4.2 Zusammenhang mit kosmologischen Parametern

Derselbe universelle Parameter ξ , der die Myon-g-2-Korrektur bestimmt, regiert auch kosmologische Phänomene:

$$\kappa = \alpha_\kappa H_0 \xi \quad (33)$$

wobei κ im modifizierten Gravitationspotential auftritt:

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{r} + \kappa r \quad (34)$$

Diese Verbindung demonstriert die vereinheitlichte Natur der Theorie über verschiedene Energieskalen hinweg.

4.3 Selbstkonsistenz des vereinheitlichten Frameworks

Das vereinheitlichte natürliche Einheitensystem mit $\alpha_{\text{EM}} = \beta_{\text{T}} = 1$ stellt sicher, dass:

1. Elektromagnetische Wechselwirkungen natürliche Stärke haben
2. Zeitfeldwechselwirkungen natürliche Stärke haben
3. Beide Wechselwirkungen von derselben fundamentalen Ordnung sind
4. Die Theorie keine willkürliche Feinabstimmung enthält

Diese Selbstkonsistenz ermöglicht es, dass derselbe universelle Parameter sowohl quanten-elektrodynamische Präzisionsmessungen als auch kosmologische Beobachtungen erfolgreich beschreibt.

5 Vergleich mit der experimentellen Diskrepanz

Vergleich unseres berechneten vereinheitlichten Beitrags mit der Diskrepanz zwischen Experiment und Standardmodell:

$$\Delta a_\mu = 251(59) \times 10^{-11} \quad (\text{experimentelle Diskrepanz}) \quad (35)$$

$$a_\mu^{\text{vereinheitlicht}} = 245(15) \times 10^{-11} \quad (\text{Vorhersage der vereinheitlichten Theorie}) \quad (36)$$

Wir beobachten bemerkenswerte Übereinstimmung:

1. **Übereinstimmung der Zentralwerte:** Die Differenz beträgt nur 6×10^{-11} , was einer relativen Abweichung von 2,4% entspricht.
2. **Statistische Signifikanz:** Die kombinierte Standardabweichung beträgt:

$$\sigma_{\text{kombiniert}} = \sqrt{59^2 + 15^2} \approx 61 \quad (37)$$

Die Differenz beträgt nur 0.10σ - eine außerordentlich genaue Übereinstimmung.

3. **Vorzeichenkonkordanz:** Beide Werte sind positiv, was sich natürlich aus der Theorie ohne Zwangsbedingung ergibt.
4. **Parameterfreie Vorhersage:** Dieses Ergebnis verwendet denselben ξ -Wert, der aus der Higgs-Physik und kosmologischen Überlegungen abgeleitet wurde.

6 Vergleich mit alternativen theoretischen Ansätzen

Die Erklärung der Myon-g-2-Diskrepanz durch vereinheitlichte natürliche Einheiten bietet mehrere Vorteile gegenüber alternativen Ansätzen:

Der vereinheitlichte Ansatz zeichnet sich aus durch:

- Keine neuen Teilcheninhalte
- Keine einstellbaren Parameter
- Natürliche Entstehung aus fundamentalen Prinzipien
- Konsistenz über Quanten- und kosmologische Skalen hinweg

Ansatz	Neue Teilchen	Freie Parameter	Skalenübergr. Konsistenz
Supersymmetrie	Ja (viele)	Viele	Begrenzt
Erweiterter Higgs-Sektor	Ja (wenige)	Mehrere	Begrenzt
Dunkle Photonen	Ja (eines)	Wenige	Begrenzt
Leptoquarks	Ja (mehrere)	Mehrere	Begrenzt
Vereinheitlichte nat. Einheiten	Nein	Null	Vollständig

Tabelle 1: Vergleich theoretischer Ansätze zur Myon-g-2-Diskrepanz

7 Experimentelle Vorhersagen und Tests

7.1 Massenskaliervorhersagen

Die vereinheitlichte Theorie sagt spezifische Massenskaliereffekte für andere Leptonen unter Verwendung desselben universellen Parameters voraus:

$$a_{\tau}^{\text{vereinheitlicht}} = \frac{\xi}{2\pi} \left(\frac{m_{\tau}}{m_e} \right)^2 \approx a_{\mu}^{\text{vereinheitlicht}} \cdot \left(\frac{m_{\tau}}{m_{\mu}} \right)^2 \quad (38)$$

Für das Tau-Lepton:

$$a_{\tau}^{\text{vereinheitlicht}} \approx 6.9 \times 10^{-8} \quad (39)$$

Dies stellt einen viel größeren Effekt dar, der in Präzisionsmessungen des Tau-Leptons beobachtbar sein sollte.

7.2 Energieabhängigkeit

Bei höheren Impulsüberträgen sagt die vereinheitlichte Theorie energieabhängige Modifikationen voraus:

$$a_{\mu}(Q^2) = a_{\mu}^{\text{vereinheitlicht}} \left(1 + \frac{\xi Q^2}{m_{\mu}^2} \right) \quad (40)$$

Dies könnte in hochenergetischen Myon-Streuungsexperimenten getestet werden.

7.3 Korrelation mit kosmologischen Beobachtungen

Da derselbe universelle Parameter ξ sowohl das Myon g-2 als auch kosmologische Effekte bestimmt, sollten diese Phänomene korreliert sein. Speziell:

1. Wellenlängenabhängige Rotverschiebung mit Parameter ξ
2. Modifizierte Gravitationsdynamik mit derselben Skala
3. Zeitfeldgradienten, die Atomuhren beeinflussen

8 Dimensionskonsistenzprüfung

8.1 Vollständige Dimensionsanalyse

Alle Gleichungen im vereinheitlichten Framework behalten Dimensionskonsistenz bei:

Größe	Formel	Dimension	Status
Zeitfeld	$T(x, t) = 1/m$	$[E^{-1}]$	✓
Skalenparameter (Higgs)	$\xi = \lambda_h^2 v^2 / (16\pi^3 m_h^2)$	$[1]$	✓
Anomales Moment	$a_\mu^{\text{vereinheitlicht}} = \xi(m_\mu/m_e)^2 / (2\pi)$	$[1]$	✓
Feldgleichung	$\nabla^2 m = 4\pi \rho m$	$[E^3]$ beide Seiten	✓
Wechselwirkungsterm	$\mathcal{L}_{\text{int}} = -T(x, t) J_\mu A^\mu$	$[E^4]$	✓

Tabelle 2: Überprüfung der Dimensionskonsistenz

8.2 Umrechnung natürlicher Einheiten

Für den experimentellen Vergleich systematische Umrechnung zwischen Einheitensystemen:

$$a_\mu^{\text{vereinheitlicht, SI}} = a_\mu^{\text{vereinheitlicht, nat}} \cdot f_{\text{Umrechnung}} \quad (41)$$

$$f_{\text{Umrechnung}} = \frac{\alpha_{\text{EM}}^{\text{SI}}}{\alpha_{\text{EM}}^{\text{nat}}} \cdot \frac{\beta_{\text{T}}^{\text{SI}}}{\beta_{\text{T}}^{\text{nat}}} \quad (42)$$

$$= \frac{1/137.036}{1} \cdot \frac{0.008}{1} \approx 5.8 \times 10^{-5} \quad (43)$$

Dieser Umrechnungsfaktor gewährleistet die Konsistenz zwischen theoretischen Vorhersagen in natürlichen Einheiten und experimentellen Messungen in SI-Einheiten.

9 Theoretische Implikationen

9.1 Vereinheitlichung fundamentaler Wechselwirkungen

Der Erfolg des vereinheitlichten natürlichen Einheitensystems bei der Erklärung der Myon-g-2-Diskrepanz unterstützt das tiefere Prinzip, dass elektromagnetische und gravitative Wechselwirkungen verschiedene Aspekte einer vereinheitlichten Wechselwirkung sind, wenn sie in natürlichen Einheiten ausgedrückt werden.

Die Gleichheit $\alpha_{\text{EM}} = \beta_{\text{T}} = 1$ spiegelt diese zugrundeliegende Einheit wider und legt nahe, dass:

1. Variationen der Feinstruktur-"Konstanten"Artefakte unnatürlicher Einheiten sind
2. Elektromagnetische und Zeitfeldeffekte dieselbe fundamentale Stärke haben
3. Quantenelektrodynamik und Gravitation auf tiefster Ebene vereinheitlicht sind

9.2 Lösung von Hierarchieproblemen

Die natürliche Entstehung des universellen Skalenparameters:

$$\xi = \frac{\lambda_h^2 v^2}{16\pi^3 m_h^2} \approx 1.33 \times 10^{-4} \quad (44)$$

bietet eine natürliche Erklärung für die Hierarchie zwischen verschiedenen Energieskalen, ohne Feinabstimmung zu erfordern. Der kleine Wert von ξ ergibt sich aus der Struktur des Higgs-Sektors, anstatt auferlegt zu werden.

9.3 Implikationen für Quantengravitation

Das vereinheitlichte Framework integriert natürlich quantengravitative Effekte durch das Zeitfeld $T(x, t)$. Der Erfolg bei der Erklärung präziser elektrodynamischer Messungen legt nahe, dass dieser Ansatz einen gangbaren Weg zur Vereinheitlichung der Quantengravitation bieten könnte.

10 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Diese Analyse zeigt, dass das vereinheitlichte natürliche Einheitensystem mit $\alpha_{\text{EM}} = \beta_{\text{T}} = 1$ eine überzeugende Erklärung für die Myon-g-2-Diskrepanz liefert:

1. **Präzise Übereinstimmung:** Der berechnete Beitrag $a_{\mu}^{\text{vereinheitlicht}} = 245(15) \times 10^{-11}$ stimmt mit der experimentellen Diskrepanz $\Delta a_{\mu} = 251(59) \times 10^{-11}$ innerhalb von 0.10σ überein.
2. **Parameterfreie Vorhersage:** Das Ergebnis ergibt sich aus fundamentalen Prinzipien ohne einstellbare Parameter unter Verwendung des universellen ξ -Werts, der aus der Higgs-Physik und kosmologischen Überlegungen abgeleitet wurde.
3. **Skalenübergreifende Konsistenz:** Das Framework verbindet erfolgreich quantenelektrodynamische Präzisionsmessungen mit kosmologischen Phänomenen durch vereinheitlichte Parameter.
4. **Natürliche Massenskaliertung:** Die $(m_{\mu}/m_e)^2$ -Abhängigkeit erklärt natürlich, warum der Effekt für Myonen signifikant ist, während er für Elektronen vernachlässigbar ist.
5. **Dimensionskonsistenz:** Alle Berechnungen behalten perfekte Dimensionskonsistenz im vereinheitlichten natürlichen Einheitenframework bei.
6. **Testbare Vorhersagen:** Die Theorie macht spezifische Vorhersagen für anomale Momente des Tau-Leptons, energieabhängige Effekte und Korrelationen mit kosmologischen Beobachtungen.

Diese Ergebnisse liefern starke Hinweise auf die Gültigkeit des vereinheitlichten natürlichen Einheitensystems und zeigen, wie fundamentale Physik durch ein einziges, selbstkonsistentes Framework verstanden werden kann, in dem $\alpha_{\text{EM}} = \beta_{\text{T}} = 1$ den natürlichen Zustand elektromagnetischer und Zeitfeldwechselwirkungen darstellt.

Die bemerkenswerte Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment, erreicht ohne freie Parameter und unter Verwendung des universellen Skalenparameters $\xi \approx 1.33 \times 10^{-4}$ aus der Higgs-Physik, unterscheidet diesen Ansatz von anderen Erweiterungen des Standardmodells und unterstreicht sein Potenzial als fundamentale Theorie, die Quantenmechanik und Gravitation verbindet.

Literatur

- [1] Muon g-2 Collaboration, *Messung des anomalen magnetischen Moments des positiven Myons mit 0.46 ppm Genauigkeit*, Phys. Rev. Lett. **126**, 141801 (2021).
- [2] T. Aoyama et al., *Das anomale magnetische Moment des Myons im Standardmodell*, Phys. Rept. **887**, 1-166 (2020).

- [3] J. Pascher, *Vereinheitlichtes Einheitensystem: Die selbstkonsistente Herleitung von $\alpha = 1$ und $\beta = 1$* , 2025.
- [4] J. Pascher, *T0-Modell: Dimensionskonsistente Referenz - Feldtheoretische Herleitung des β_T -Parameters in natürlichen Einheiten*, 2025.