Conceitos de Matemática II (1° ano, 2° semestre, 2021/2022)

Folha Prática 4 - Soluções

Probabilidades

1. 1.1 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

   1.2 $A = \{8\}$;
   $B = \{2, 4, 6, 8\}$;
   $C = \{2, 3, 5, 7\}$;
   $D = \{\}$;
   $E = \{1, 3, 5, 7\}$;
   $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \Omega$.

   1.3 um acontecimento elementar: A;
   dois acontecimentos compostos: B e C;
   dois acontecimentos complementares: B e E;
   um acontecimento impossível: D;
   um acontecimento certo: F.

   1.4 $B \cup E = \Omega$;
   $B \cup C = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$;
   $B \cap E = \{\}$.

   1.5 dois acontecimentos incompatíveis e não contrários: A e C;
   dois acontecimentos contrários: D e F.

2. 2.1 $\Omega = \{0, 1, 2, \cdots, 18, 18, 20\}$.

   2.2 $A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$.

   2.3

   2.3.1

   2.3.2 Sim;

   2.3.3 Não;

   2.3.4 Não;

   2.3.5 Não.

3. **C**.

4. $\frac{6}{11}$.

5. 18 raparigas.

6. **1**.

7. 7.1 $\frac{2}{3}$.

   7.2 $\frac{1}{6}$.

8. 8.1 $\Omega = \{3,4,5,6,7\}$.

   8.2 $\frac{2}{3}$.

9. Supondo que cada chave do totoloto consiste na escolha de 6 números entre 49, o número total de apostas simples que podem ser realizadas é dado por ${}^{49}C_6 = 13983816$. Logo, a probabilidade de ganhar o totoloto com uma aposta simples é dada por

$$\frac{1}{{}^{49}C_6} = \frac{1}{13983816} \simeq 7,15 \times 10^{-8}.$$

10. P("sairem 2 caras e 3 coroas (não necessariamente por esta ordem)")=$\frac{{}^5C_2}{{}^2A_5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$;
    P("sairem 2 caras e 3 coroas (exatamente por esta ordem)")=$\frac{1}{{}^2A_5} = \frac{1}{32}$.

11. P("o grupo escolhido só ter raparigas")=$\frac{{}^{14}C_4}{{}^{26}C_4} = \frac{77}{1150}$.

12. Número de maneiras diferentes de dispor as 12 figuras de modo a ficarem as pretas todas seguidas e as vermelhas também: $2 \times P_6 \times P_6 = 1036800$.
    P("isto acontecer quando se dispõem as 12 figuras em fila, ao acaso")=$\frac{2\times P_6 \times P_6}{P_{12}} \simeq 0,0022$.

13. **A**.

14. **C**.

15. **D**.

16. 0,6.

17. (a) P($A \cup B$)=$\frac{2}{3}$, resposta **C**.

    (b) P($A \cap B$)=$\frac{1}{15}$, resposta **D**.

18. (a) $\frac{2}{3} \leq P(A \cup B) \leq 1$;
    $0 \leq P(B|A) \leq \frac{1}{2}$.

    (b)

	$P(A \cap B) = 0$	$P(A \cap B) = \frac{1}{9}$	$P(A \cap B) = \frac{2}{9}$	$P(A \cap B) = \frac{3}{9}$
A e B são independentes	F	F	V	F
$A\|B$ é um acontecimento certo	F	F	F	V
A e B são incompatíveis	V	F	F	F
A e B são complementares	V	F	F	F

19. 19.1 a) P("a fatia escolhida ter cogumelos")=$\frac{5}{8}$;
    b) P("a fatia escolhida ter fiambre")=$\frac{3}{4}$;
    a) P("a fatia escolhida ter cogumelos e fiambre")=$\frac{1}{2}$;
    a) P("a fatia escolhida ter cogumelos sabendo que tem fiambre")=$\frac{2}{3}$;
    a) P("a fatia escolhida não ter cogumelos sabendo que tem fiambre")=$\frac{1}{3}$;
    a) P("a fatia escolhida ter chouriço sabendo que não tem fiambre")=1;
    a) P("a fatia escolhida ter fiambre, cogumelos e chouriço")=$\frac{3}{8}$.

    19.2 $\frac{3}{4}$.

20. **D**.

21. 1.

22. $P(A|I) = \frac{2}{5}$, resposta **C**.

23. (a) P("o aluno ter ingressado em Medicina")=$\frac{54}{131}$, resposta **B**.
    (b) P("o aluno ter ingressado em Economia, sabendo que é rapaz")=$\frac{19}{33}$, resposta **C**.

24. $\frac{1}{8}$.

25. 25.1
    25.2 P("o primeiro frasco retirado ser de mel de Monchique")=$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$;
    P("o primeiro frasco retirado não ser de mel da Serra da Estrela")=$1 - \frac{2}{12} = \frac{5}{6}$;
    P("os dois frascos de mel serem de Monchique")=$\frac{6}{12} \times \frac{6}{12} = \frac{1}{4}$;
    P("os dois frascos de mel serem de variedades diferentes, sendo o primeiro da Serra da Estrela e o segundo de Grândola")=$\frac{2}{12} \times \frac{4}{12} = \frac{1}{18}$;
    P("os dois frascos de mel serem da mesma variedade")=$\frac{6}{12} \times \frac{6}{12} + \frac{4}{12} \times \frac{4}{12} + \frac{2}{12} \times \frac{2}{12} = \frac{7}{18}$.
    25.3 P("o primeiro frasco retirado ser de mel de Monchique")=$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$;
    P("o primeiro frasco retirado não ser de mel da Serra da Estrela")=$1 - \frac{2}{12} = \frac{5}{6}$;
    P("os dois frascos de mel serem de Monchique")=$\frac{6}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{5}{22}$;
    P("os dois frascos de mel serem de variedades diferentes, sendo o primeiro da Serra da Estrela e o segundo de Grândola")=$\frac{2}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{2}{33}$;
    P("os dois frascos de mel serem da mesma variedade")=$\frac{6}{12} \times \frac{5}{11} + \frac{4}{12} \times \frac{3}{11} + \frac{2}{12} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{3}$.

26. $\frac{5}{10} \times \frac{5}{8} + \frac{5}{10} \times \frac{6}{8} = \frac{11}{16}$.

27. 27.1
    27.2
    27.2.1 P("obter duas bolas verdes")=$\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$;
    27.2.2 P("obter a 1ª bola verde e a 2ª azul")=$\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$;
    27.2.3 P("obter uma bola de cada cor")=$\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{50}$.
    27.3
    27.3.1 P("obter duas bolas da mesma cor")=$\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{24}{45}$;
    27.3.2 P("obter pelo menos uma bola azul")=$\frac{7}{10} \times \frac{3}{9} + (\frac{3}{10} \times \frac{7}{9} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9}) = \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} + \frac{3}{10} = \frac{24}{45}$.

28. 28.1 P("ter ido de barco sabendo que chegou atrasado")=$\frac{0{,}1125}{0{,}1625} \simeq 0,692$.
    28.2 Considerando os acontecimentos
    A="O indivíduo chega atrasado ao trabalho", B="O indivíduo vai de barco" e
    C="O indivíduo vai de autocarro"
    as probabilidades que necessárias para construir a árvore de probabilidade completa são:
    $P(B) = 0,75$;
    $P(C) = 1 - 0,0,75 = 0,25$;
    $P(A|B) = 0,15$;
    $P(\overline{A}|B) = 1 - P(A|B) = 0,85$;
    $P(A|C) = 0,20$;
    $P(\overline{A}|C) = 1 - P(A|C) = 0,80$.

29. P(”ser rapaz sabendo que tem olhos azuis”)=$\frac{0{,}17}{0{,}27} \simeq 0,63$.

30. Considerando os acontecimentos
T=”o despertador toca na hora certa” e A=”o aluno acorda a tempo de ir às aulas”,

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap T) + P(A \cap \overline{T}) \\ &= P(A|T)P(T) + P(A|\overline{T})P(\overline{T}) \\ &= 0,8 \times 0,7 + 0,3 \times 0,3 \\ &= 0,65. \end{aligned}$$

31. Considerando os acontecimentos
P=”o presente ainda tem preço”, R=”a Raquel embrulha o presente”,
H=”a Helena embrulha o presente” e J=”a Joana embrulha o presente”,

31.1

$$\begin{aligned} P(P) &= P(P \cap R) + P(P \cap H) + P(P \cap J) \\ &= P(P|R)P(R) + P(R|H)P(H) + P(P|J)P(J) \\ &= 0,03 \times 0,30 + 0,08 \times 0,20 + 0,05 \times 0,50 \\ &= 0,05. \end{aligned}$$

31.2 $P(J|P) = \frac{P(J \cap P)}{P(P)} = \frac{P(P|J)P(J)}{P(P)} = \frac{0{,}05 \times 0{,}50}{0{,}05} = 0,50.$

32. P(”o aluno saber a resposta dado que respondeu correctamente”)$\simeq 0,72$.

33. Considerando os acontecimentos
E_i=”o aluno frequenta a escola secundária i” e C=”o aluno frequenta a área de Ciências”,

$$\begin{aligned} P(C) &= P(C \cap E_1) + P(C \cap E_2) + P(C \cap E_3) \\ &= P(C|E_1)P(E_1) + P(C|E_2)P(E_2) + P(C|E_3)P(E_3) \\ &= 0,10 \times \frac{1}{6} + 0,40 \times \frac{1}{3} + 0,25 \times \frac{1}{2} \\ &\simeq 0,275. \end{aligned}$$

34. Considerando os acontecimentos
V=”o indivíduo vacinou-se” e G=”o indivíduo teve gripe”,

34.1

$$\begin{aligned} P(G) &= P(G \cap V) + P(G \cap \overline{V}) \\ &= P(G|V)P(V) + P(G|\overline{V})P(\overline{V}) \\ &= 0,25 \times 0,80 + 0,75 \times 0,20 \\ &= 0,35. \end{aligned}$$

34.2 $P(V|G) = \frac{P(V \cap G)}{P(G)} = \frac{P(G|V)P(V)}{P(G)} = \frac{0{,}25 \times 0{,}80}{0{,}35} \simeq 0,57.$