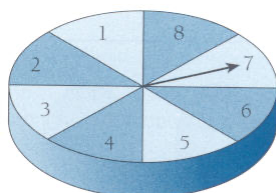


Conceitos de Matemática II (1º ano, 2º semestre, 2021/2022)

Folha Prática 4

Probabilidades

1. Observe a roleta da sorte representada na figura:



Considere a experiência aleatória de rodar o ponteiro e anotar o número que sai:

- 1.1. Defina o espaço de resultados.
1.2. Especifique cada um dos seguintes acontecimentos representando por extenso o conjunto de resultados possíveis que o compõe:

- A : "sair múltiplo de 8"
- B : "sair número par"
- C : "sair número primo"
- D : "sair número ímpar maior que 7"
- E : "não sair número par"
- F : "sair um número múltiplo de 1"

- 1.3. De entre os acontecimentos da alínea anterior, identifique :

- um acontecimento elementar;
- dois acontecimentos compostos;
- dois acontecimentos complementares;
- um acontecimento impossível;
- um acontecimento certo.

- 1.4. Considerando novamente os acontecimentos B, C e E:

determine: $B \cup E$; $B \cup C$ e $B \cap E$

- 1.5. Na experiência descrita indique dois acontecimentos (diferentes de qualquer um dos identificados anteriormente):

- incompatíveis e não contrários;
- contrários.

2. Considere a seguinte experiência aleatória: um aluno de Conceitos de Matemática II vai a exame após o que consulta a pauta para ver a nota que teve. Na pauta as notas são dadas de 0 a 20 (valores inteiros).

- 2.1. Defina o espaço dos possíveis desta experiência.

- 2.2. Defina o acontecimento A: "o aluno obtém aproveitamento" através do conjunto de resultados possíveis que o constituem.

2.3. Considere os acontecimentos \bar{A} e B : “o aluno tem mais do que 16 valores”.

2.3.1. Represente os acontecimentos A , B e \bar{A} num diagrama de Euler.

2.3.2. \bar{A} e B são incompatíveis?

2.3.3. \bar{A} e B são complementares?

2.3.4. A e B são complementares?

2.3.5. A e B são incompatíveis?

3. Um saco contém bolas azuis, brancas e pretas. Tira-se, ao acaso, uma bola do saco.

Sejam os acontecimentos:

A : “a bola retirada é azul”

B : “a bola retirada é branca”

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

A) A e B são contrários

B) A e \bar{B} são contrários

C) A e B são incompatíveis

D) A e \bar{B} são incompatíveis

4. Uma caixa de chocolates tem 12 chocolates de leite e 10 chocolates negros. Tirando um chocolate ao acaso, qual é a probabilidade de ser de leite?

5. Uma turma de uma escola secundária tem nove rapazes e algumas raparigas. Escolhendo ao acaso um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz é $1/3$. Quantas raparigas tem a turma?

6. Abre-se, ao acaso, um livro ficando à vista duas páginas numeradas. Qual dos seguintes valores corresponde à probabilidade de a soma dos números dessas páginas ser ímpar? 0 $1/3$ $1/2$ 1

7. Num certo dia, para o bar da escola encomendaram-se 120 croissants. Colocou-se fiambre em 70 croissants e queijo em 50. Entre estes, 20 levaram as duas coisas. Os restantes croissants ficaram simples. Se se escolher um croissant ao acaso, qual é a probabilidade de:

7.1. Ter apenas um ingrediente?

7.2. Ser simples?

8. Um dado equilibrado, com a forma de um cubo, tem os seguintes números nas faces: -1, 0, 1, 1, 2, 3. O dado é lançado e regista-se a soma das cinco faces visíveis.

8.1. Indique o espaço de resultados possíveis.

8.2. Calcule a probabilidade de o resultado ser um número ímpar.

9. Qual é a probabilidade de se conseguir ganhar o totoloto com uma aposta simples?

10. Uma moeda é lançada ao ar cinco vezes. Qual a probabilidade de saírem 2 caras e 3 coroas (não necessariamente por esta ordem)? Qual a probabilidade de nos 2 primeiros lançamentos saírem caras e nos seguintes saírem coroas?

11. Uma turma tem 26 alunos, 12 rapazes e 14 raparigas. Escolhem-se 4 alunos ao acaso para formar um grupo de trabalho. Qual a probabilidade de esse grupo ficar só com raparigas?

12. De quantas maneiras podemos dispor em fila as 12 figuras de um baralho de modo a que as pretas fiquem todas seguidas e as vermelhas também? Qual a probabilidade de isto acontecer quando dispomos as 12 figuras em fila, ao acaso?

13. Sejam A e B dois acontecimentos. Então: (Escolha a resposta correcta)

A) $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$

B) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

C) $P(A \cup B) < P(A) + P(B)$

D) $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$

14. Seja \bar{B} o acontecimento contrário (ou complementar) de B . Então: (Escolha a resposta correcta)

A) $P(\bar{B}) = P(B)$

B) $P(\bar{B}) = 1 + P(B)$

C) $P(\bar{B}) + P(B) = 1$

D) $P(\bar{B} \cup B) = 0$

15. Sejam A e B dois acontecimentos independentes (e ambos possíveis) tais que $P(A) + P(B) = 1$. Então pode-se afirmar que:

A) $P(A) = 0,5$

B) $A \cap B$ é um acontecimento impossível

C) $A \cap B$ é um acontecimento certo

D) $A \cup B$ não é um acontecimento certo

16. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset E$ e $B \subset E$). Tem-se que: $P(A) = 0,3$ e $P(B) = 0,5$. Qual dos números seguintes pode ser o valor de $P(A \cup B)$? 0,1; 0,4; 0,6; 0,9

17. De dois acontecimentos A e B sabe-se que $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ e $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{1}{3}$.

Então $P(A \cup B)$ é:

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{11}{5}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{1}{15}$

e $P(A \cap B)$ é:

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{11}{5}$

C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{1}{15}$

18. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis de um mesmo espaço de resultados (finito). Sabe-se que $P(A) = \frac{2}{3}$ e $P(B) = \frac{1}{3}$.

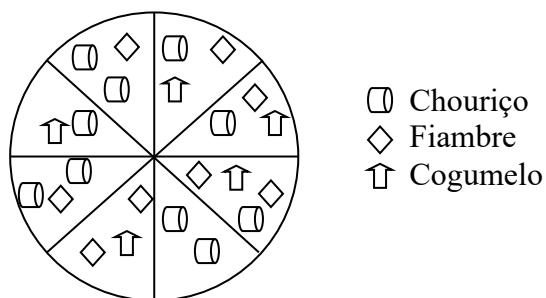
18.1. Indique o intervalo de valores possíveis para $P(A \cup B)$ e para $P(B|A)$.

18.2. Complete a tabela, indicando o valor lógico de cada afirmação constante na primeira coluna, assumindo a condição indicada no cabeçalho de coluna.

Recorde que $P(A) = \frac{2}{3}$ $P(B) = \frac{1}{3}$

	$P(A \cap B) = 0$	$P(A \cap B) = 1/9$	$P(A \cap B) = 2/9$	$P(A \cap B) = 3/9$
A e B são independentes				
$A B$ é um acontecimento certo				
A e B são incompatíveis				
A e B são complementares				

19. Uma pizza foi dividida em 8 fatias de acordo com a figura seguinte:



19.1. Escolhida uma fatia ao acaso, qual a probabilidade de:

- Ter cogumelos?
- Ter fiambre?
- Ter cogumelos e fiambre?
- Ter cogumelos, sabendo que tem fiambre?
- Não ter cogumelos, sabendo que tem fiambre?
- Ter chouriço, sabendo que não tem fiambre?
- Ter fiambre, cogumelos e chouriço?

19.2. Escolhidas duas fatias ao acaso, qual a probabilidade de a segunda ter fiambre?

20. O João utiliza, por vezes, o autocarro para ir de casa para a escola.

Seja A o acontecimento: «O João vai de autocarro para a escola».

Seja B o acontecimento: «O João chega atrasado à escola».

Uma das seguintes igualdades abaixo indicadas traduz a seguinte afirmação: «Metade dos dias em que vai de autocarro para a escola, o João chega atrasado».

Qual é essa igualdade?

A) $P(A \cap B) = 0,5$

B) $P(A \cup B) = 0,5$

C) $P(A | B) = 0,5$

D) $P(B | A) = 0,5$

21. Seja A um acontecimento possível, cuja probabilidade é diferente de 0. Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|A)$?

22. Os alunos de uma turma fizeram as seguintes opções, em relação à escolha das línguas estrangeiras:

- 25% dos estudantes escolheram a disciplina de Inglês (podendo, ou não, ter escolhido Alemão);
- 15% escolheram a disciplina de Alemão (podendo, ou não, ter escolhido Inglês);
- 10% escolheram ambas as disciplinas.

Um estudante dessa turma é selecionado aleatoriamente. Sabendo que ele escolheu Inglês, qual é a probabilidade de ter escolhido também Alemão?

- A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$

23. Os alunos que ingressaram num determinado ano letivo, nos cursos de Economia e Medicina de um Universidade, distribuem-se de acordo com a tabela:

	Rapazes	Raparigas
Economia	38	39
Medicina	28	26

Escolhendo um aluno ao acaso:

23.1. A probabilidade dele ter ingressado em Medicina é:

- A) 1 B) $\frac{54}{131}$ C) $\frac{77}{131}$ D) $\frac{38}{39}$

23.2. A probabilidade dele ter ingressado em Economia, sabendo que é rapaz é:

- A) $\frac{14}{33}$ B) $\frac{26}{131}$ C) $\frac{19}{33}$ D) $\frac{66}{131}$

24. Um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes. Qual é a probabilidade de saírem três números ímpares?

25. Numa casa de produtos regionais, duas caixas de cartão contêm cada uma 6 frascos de mel de Monchique, 2 da Serra da Estrela e 4 de Grândola. Os frascos vistos de cima são idênticos e a sua distribuição nas caixas é aleatória.

Um comprador tira, ao acaso, 2 frascos, um de cada caixa.

25.1. Represente a experiência descrita anteriormente através de um diagrama de probabilidades em árvore.

25.2. Determine a probabilidade de:

- o primeiro frasco retirado ser de mel de Monchique;
- o primeiro frasco retirado não ser de mel da Serra da estrela;
- os dois frascos de mel serem de Monchique;
- os dois frascos de mel serem de variedades diferentes, sendo o primeiro da Serra da Estrela e o segundo de Grândola;
- os dois frascos de mel serem da mesma variedade;

25.3. Repita as alíneas anteriores considerando que o comprador tira os dois frascos sucessivamente (sem reposição) apenas de uma das caixas.

26. Uma caixa tem 5 bolas pretas e 5 verdes e outra tem 2 bolas pretas e 5 verdes. Passa-se, sem ver, uma bola da primeira caixa para a segunda e retira-se uma bola desta segunda caixa. Qual a probabilidade de que a bola extraída seja verde?

27. Numa urna há 10 bolas, sendo 7 verdes e 3 azuis. Sem ver, tiram-se duas bolas da urna.

- 27.1. Desenhe dois diagramas em árvore com a indicação das probabilidades das várias extrações, considerando a extração com e sem reposição.
- 27.2. Considerando que a extração é feita com reposição, determine a probabilidade de obter:
- 27.2.1. duas bolas verdes;
 - 27.2.2. a 1ª bola verde e a 2ª azul.
 - 27.2.3. Uma bola de cada cor.
- 27.3. Considerando que a extração é feita sem reposição, determine a probabilidade de obter:
- 27.3.1. duas bolas da mesma cor;
 - 27.3.2. pelo menos uma bola azul.
28. Um indivíduo que trabalha em Lisboa, mas reside na margem Sul do Tejo, tem diariamente duas possibilidades para se dirigir ao trabalho: o barco ou o autocarro. Ele gosta muito de ir de barco, pelo que escolhe o barco 75% das vezes. A probabilidade de chegar atrasado ao trabalho é 16.25%. Sabe-se ainda que a probabilidade de ir de barco e chegar atrasado é 11.25%.
- 28.1. Num certo dia o indivíduo chegou atrasado. Qual a probabilidade de ter ido de barco?
- 28.2. Construa a árvore de probabilidade completa.
29. Na Sidálvia, a distribuição dos recém-nascidos por sexo e cor dos olhos é a seguinte:

17% rapazes de olhos azuis	34% rapazes de olhos negros
10% raparigas de olhos azuis	39% raparigas de olhos negros

- Fui à maternidade visitar o novo filho de um grande amigo meu. É uma criança de olhos azuis mas, não consigo perceber de que sexo é. Qual é a probabilidade de ser rapaz?
30. Um aluno tem um despertador que toca na hora pretendida com probabilidade 0,7. Se tocar, a probabilidade de o aluno acordar é 0,8. Se não tocar a probabilidade de o aluno acordar a tempo de ir às aulas é 0,3. Qual a probabilidade de o aluno chegar a horas às aulas?
31. Uma loja de brinquedos emprega 3 mulheres para fazerem embrulhos durante a época do Natal. A Raquel embrulha 30% dos presentes e esquece-se de retirar o preço 3% das vezes. A Helena embrulha 20% dos presentes e esquece-se de retirar o preço 8% das vezes. A Joana embrulha os restantes presentes e esquece-se de retirar o preço 5% das vezes.
- 31.1. Qual a probabilidade de um presente comprado nessa loja ainda ter preço?
 - 31.2. Suponha que tinha ido a essa loja, verificando em casa que o seu presente ainda tinha preço. Qual a probabilidade de ter sido embrulhado pela Joana?
32. Suponha um teste de escolha múltipla com 5 respostas possíveis para cada questão. Um aluno sabe a resposta com probabilidade $\frac{1}{3}$. Sabendo a resposta, responde correctamente com probabilidade 0,99; se não, responde correctamente com probabilidade $\frac{1}{5}$. Determine a probabilidade de o aluno saber a resposta dado que respondeu corretamente.
33. Em 3 escolas secundárias a percentagem de alunos a frequentar a área das ciências é 10%, 40% e 25%, respetivamente. A primeira escola tem 500 alunos, a segunda tem

1000 e terceira tem 1500. Escolhendo um aluno ao acaso de entre as 3 escolas, qual a probabilidade de frequentar a área das ciências?

34. Relativamente a uma dada população, sabe-se que 80% dos indivíduos se vacinaram contra a gripe; e que de entre os indivíduos vacinados 25% tiveram gripe; e de entre os indivíduos não vacinados, 75% tiveram gripe. Escolhido 1 indivíduo, ao acaso, calcule a probabilidade de:
- 34.1. ter tido gripe;
 - 34.2. ter sido vacinado, sabendo que teve gripe.