

## Modelos Determinísticos de Investigação Operacional

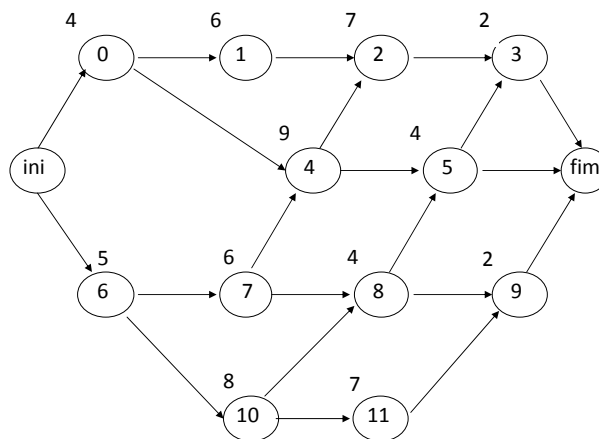
MIEI - UMinho

Trabalho 3 (data de entrega: 05 de janeiro)

Considere o projecto, já abordado no Trabalho 1, com as actividades e as relações de precedência a seguir indicadas:

Actividade	Duração	Precedências
0	4	–
1	6	0
2	7	1,4
3	2	2,5
4	9	0,7
5	4	4,8
6	5	–
7	6	6
8	4	7,10
9	2	8,11
10	8	6
11	7	10

No método do caminho crítico, a rede que representa o projecto pode ser representada de duas formas alternativas: uma, em que as actividades do projecto são representadas por arcos do grafo, e a outra, em que são representadas por nós. Neste trabalho, vamos considerar a segunda representação. O grafo associado a este projecto é:



No problema em análise, o caminho crítico corresponde às actividades 6, 7, 4, 2 e 3, com uma duração de 29 unidades de tempo, que é também o menor tempo necessário para completar a execução de todo o projecto.

Neste trabalho, cada grupo deverá considerar um problema em que algumas actividades são eliminadas do projecto, da forma indicada no fim do texto do enunciado, na secção Determinação da lista de actividades, sendo portanto as redes diferentes consoante os grupos.

## PARTE I

Considere o modelo de programação linear usado no Trabalho 1, em que cada variável de decisão  $t_i, \forall i$ , representa o tempo de início da actividade  $i$  e em que o objectivo é minimizar o tempo de execução total do projecto obedecendo a todas as restrições de precedência.

Neste modelo, é assumido que quaisquer duas actividades entre as quais não haja restrições de precedência (*i.e.*, não exista um caminho no grafo orientado) podem ser realizadas em paralelo. Há, no entanto, situações em que os recursos são limitados, e a realização das actividades depende dos recursos disponíveis.

Considere, por exemplo, as actividades 0, 7 e 10 do grafo acima apresentado. No Trabalho 1, elas poderiam decorrer em paralelo. No entanto, se existir apenas um equipamento necessário à realização dessas actividades, e se a empresa não pretender recorrer a serviços externos, as actividades não podem decorrer em simultâneo, devendo cada uma ser executada de cada vez. Claramente, pode haver casos em que a duração global do projecto aumenta em consequência disso.

Escolha três actividades quaisquer que, no Trabalho 1, pudessem ser realizadas em paralelo, e considere agora que elas não podem ser realizadas em simultâneo.

1. Apresente um modelo de programação inteira mista para este problema, explicando com detalhe e justificando as alterações a efectuar ao modelo da Parte II do Trabalho 1. Teça comentários sobre o desenvolvimento do modelo e a sua validação (ver informação no Anexo).
2. Apresente o ficheiro de input (*cut-and-paste*).
3. Apresente o output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
4. Apresente o diagrama de Gantt que resultaria de aplicar as novas restrições; mostre que o custo da solução óptima está correcto.
5. No caso que considerou, houve aumento da duração global do projecto? Em caso afirmativo, indique o valor do aumento da duração. Justifique sucintamente.

## PARTE II

Considere agora uma variante à Parte I deste Trabalho em que existe a possibilidade de contratar o serviço de uma empresa exterior para executar uma (**e uma só**) das três actividades seleccionadas. Adicionalmente, sabe-se que, para a actividade realizada pela empresa exterior, por questões relacionadas com a articulação dos serviços internos com a empresa exterior, a duração da actividade é igual à duração normal mais uma unidade de tempo.

Considere que o objectivo continua a ser realizar o projecto global na menor duração possível.

1. Apresente um modelo de programação inteira mista para este problema, explicando com detalhe e justificando as alterações a efectuar ao modelo da Parte II do Trabalho 1. Teça comentários sobre o desenvolvimento do modelo e a sua validação (ver informação no Anexo).

2. Apresente o ficheiro de input (*cut-and-paste*).
3. Apresente o output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
4. Apresente o diagrama de Gantt que resultaria de aplicar as novas restrições; mostre que o custo da solução óptima está correcto.
5. No caso que considerou, houve aumento da duração global do projecto? Em caso afirmativo, indique o valor do aumento da duração. Justifique sucintamente.

### PARTE III

Vamos considerar uma variante do problema tratado na Parte V do Trabalho 1, em que era possível, aumentando os recursos aplicados numa actividade, e com custos suplementares, reduzir a sua duração, num caso em que o custo da redução é não-linear.

Considere agora um modelo em que a função contínua linear por partes tem um custo de redução maior na primeira parte, tendo portanto a função custo de redução uma forma côncava.

Esses valores estão apresentados na seguinte Tabela (considere apenas aqueles que dizem respeito às actividades da lista do grupo):

Actividade	Custo Normal	$c_1$	Máx. red. a custo $c_1$	$c_2$	Máx. red. a custo $c_2$
0	400	200	0,5	100	0,5
1	1000	600	1	300	1
2	1400	1000	3	500	1
3	300	200	0,5	100	0,5
4	2000	800	2	400	1
5	1000	1600	0,5	800	0,5
6	800	180	1	90	1
7	900	–	0	–	0
8	600	200	0,5	100	0,5
9	300	–	0	–	0
10	1600	1000	0,5	500	0,5
11	1400	600	1	300	1

A título ilustrativo, para a Actividade 2, cuja duração normal é de 7 U.T. e cujo custo normal é 1400 U.M., reduzir a duração da actividade de 3 U.T., passando a 4 U.T., tem um custo suplementar de 3000 U.M., ou seja, a Actividade 2 passa a ter um custo total de 4400 U.M.. A redução máxima que se pode obter a este custo é de 3 U.T.. Para além disso, é possível reduzir a duração da actividade de 1 U.T., e o custo suplementar de redução torna-se mais económico, 500 U.M./U.T., ou seja, a realização desta actividade no tempo mínimo de 3 U.T. tem um custo de 4900 U.M. (=1400+3\*1000+500).

É de salientar que, embora os valores dos custos de realização para as durações de 7 e de 3 U.T. sejam iguais para as funções da Parte V do Trabalho 1 e desta Parte III deste Trabalho 3, respectivamente, os valores intermédios da função de custo de redução são diferentes, porque uma função é convexa e a outra é côncava.

1. Apresente um modelo de programação inteira mista para este problema, explicando com detalhe e justificando as alterações a efectuar ao modelo da Parte V do Trabalho 1. Teça comentários sobre o desenvolvimento do modelo e a sua validação (ver informação no Anexo).
2. Apresente o ficheiro de input (*cut-and-paste*).
3. Apresente o output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
4. Identifique as actividades cujas durações são reduzidas e os respectivos custos; apresente um diagrama de Gantt representando as actividades com as novas durações; mostre que o custo da solução óptima está correcto.

### **Determinação da lista de actividades**

Seja  $ABCDE$  o número de inscrição do aluno do grupo com maior número de inscrição. Remova da lista de actividades as actividades  $D$  e  $E$ , passando as precedências a ser estabelecidas da seguinte forma:

- os sucessores da actividade  $D$  passam a ter como novas precedências os antecessores da actividade  $D$ ; e
- o mesmo para  $E$ .

A título ilustrativo, se a actividade 4 for removida, a actividade 2 passa a ter como novas precedências as actividades 0 e 7 (em vez da actividade 4), o mesmo acontecendo com a actividade 5.

## **ANEXO**

### **Objectivo**

Os trabalhos práticos experimentais visam desenvolver a capacidade de analisar sistemas complexos, de criar modelos para os descrever, de obter soluções para esses modelos utilizando programas computacionais adequados, de validar os modelos obtidos, de interpretar as soluções obtidas, e de elaborar recomendações para o sistema em análise.

### **Classificação dos trabalhos**

O aspecto que é mais valorizado é a correcção e a apresentação dos modelos. A apresentação dos modelos deve incluir a identificação das variáveis de decisão e dos parâmetros (dados) e a explicitação da função objectivo e das restrições, mas deverá ser acompanhada de explicações detalhadas e de justificações. Por exemplo, a escolha das variáveis de decisão deve ser justificada, mostrando como é que elas representam as decisões a tomar no sistema real. As restrições (ou os grupos de restrições) devem ser também justificadas com detalhe, mostrando como é que traduzem as regras de funcionamento do sistema e como é que representam as decisões admissíveis. Deve também ser mostrado que a função objectivo traduz uma medida de eficiência do sistema. A dimensão (por exemplo, artigos/mês, horas, etc.) em que estão expressos os vários elementos do modelo (variáveis de decisão, parâmetros, função objectivo, restrições) deve ser claramente indicada.

Outros aspectos que são também valorizados são os relacionados com a metodologia da Investigação Operacional. Por exemplo, o trabalho de validação do modelo, que deve necessariamente incluir uma verificação de que a solução obtida pelo solver é uma decisão admissível, e a tradução da solução do solver numa decisão adequada ao sistema real.

### **Formato do Relatório**

O relatório de cada trabalho experimental deve traduzir a experiência de modelação e resolução dos casos propostos e conter as peças requeridas no enunciado do trabalho.

Poderá incluir a discussão de dificuldades surgidas durante a realização do trabalho.

O relatório deve ser feito em folhas formato A4, ter uma folha de capa com a identificação dos alunos do grupo, do trabalho e da data, devendo o conjunto ser agrafado no canto superior esquerdo.

Não é desejável que o aluno perca muito tempo com a qualidade de "apresentação gráfica", que não é valorizada. O relatório pode incluir texto editado com processador de texto e impresso, texto manuscrito legível, desenhos feitos em computador e desenhos feitos manualmente. É aceitável haver páginas que combinem elementos de todos estes tipos. No caso de haver páginas que tenham uma matriz comum (template), o original com a matriz pode ser fotocopiado, e depois manuscrito.

### **Grupos de Trabalho**

Os trabalhos experimentais devem ser realizados em grupos de 3 ou 4 alunos, excepcionalmente 5. A inscrição nos grupos é feita pelos alunos no BlackBoard > Grupos.

## **Entrega dos Relatórios dos Trabalhos**

A entrega dos relatórios dos trabalhos deverá ser feita:

- alunos de MIEI: no cacifo de correio de Valério de Carvalho (DPS, Braga, 1º piso; após subir as escadas, virar à direita para um corredor estreito, e novamente à direita).
- alunos de MIEGSI: na Secretaria do Departamento de Produção e Sistemas (DPS, Guimarães).

Estudantes com estatuto de trabalhador-estudante que não possam deslocar-se à UMinho poderão fazer o envio para [vc@dps.uminho.pt](mailto:vc@dps.uminho.pt)

## **Outras Informações**

Os trabalhos em que haja uma conduta académica imprópria serão anulados, de acordo com o definido no Art. 108.º do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM), e proceder-se-á conforme está definido nesse artigo. A classificação final dos alunos envolvidos nessas situações será "não admitido", pelo que deverão voltar a frequentar a disciplina no ano seguinte.

## **Dispensa de realização de Trabalhos Práticos Experimentais**

### **1. Alunos com estatuto de aluno ordinário**

A classificação obtida nos trabalhos num ano lectivo anterior não dispensa um aluno reprovado da realização dos trabalhos no ano lectivo corrente.

### **2. Alunos com estatuto de trabalhador-estudante**

Segundo está determinado no Artigo 33.º - Regime de frequência - do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM):

4. O trabalhador estudante que obtenha aproveitamento na componente de natureza experimental ou componente de trabalho prático num dado ano letivo e sem aproveitamento na respetiva UC fica dispensado de efetuar essa componente no ano letivo seguinte.

Assim, no corrente ano, essa dispensa não é válida para os alunos trabalhadores estudantes que realizaram os trabalhos há dois ou mais anos.

A verificação do estatuto do aluno é feita à data de emissão das classificações, no final do semestre.