UNIVERSIDADE DO MINHO

CÁLCULO DE PROGRAMAS

2º ANO - 2º SEMESTRE

Trabalho Prático

Grupo 33
Bruno Renato Fernandes Carvalho - a67847
João Pedro Pereira Fontes - a71184
Pedro Vieira Fortes - a64309

Braga, 31 de Maio de 2015

2 de Junho de 2015

Conteúdo

1 Preâmbulo

A disciplina de Cálculo de Programas tem como objectivo principal ensinar a programação de computadores como uma disciplina científica. Para isso parte-se de um repertório de *combinadores* que formam uma álgebra da programação (conjunto de leis universais e seus corolários) e usa-se esses combinadores para construir programas *composicionalmente*, isto é, compondo programas já existentes.

Na sequência pedagógica dos planos de estudo dos dois cursos que têm esta disciplina, restringe-se a aplicação deste método ao desenvolvimento de programas funcionais na linguagem Haskell.

O presente trabalho tem por objectivo concretizar na prática os objectivos da disciplina, colocando os alunos perante problemas de programação que deverão ser abordados composicionalmente e implementados em Haskell. Há ainda um outro objectivo: o de ensinar a documentar programas e a produzir textos técnico-científicos de qualidade.

2 Documentação

Para cumprir de forma integrada e simples os objectivos enunciados acima vamos recorrer a uma técnica de programação dita literária [**?**], cujo princípio base é o seguinte:

> *Um programa e a sua documentação devem coincidir.*

Por outras palavras, o código fonte e a sua documentação deverão constar do mesmo documento (ficheiro).

O ficheiro `cp1415t.pdf` que está a ler é já um exemplo de programação literária: foi gerado a partir do texto fonte `cp1415t.lhs`[1] que encontrará no material pedagógico desta disciplina descompactando o ficheiro `cp1415t.zip` e executando

```
lhs2TeX cp1415t.lhs > cp1415t.tex
pdflatex cp1415t
```

em que `lhs2tex` é um pre-processador que faz "pretty printing" de código Haskell em LaTeX e que deve desde já instalar a partir do endereço

```
https://hackage.haskell.org/package/lhs2tex.
```

Por outro lado, o mesmo ficheiro `cp1415t.lhs` é executável e contém o "kit" básico, escrito em Haskell, para realizar o trabalho. Basta executar

```
ghci cp1415t.lhs
```

para ver que assim é:

```
GHCi, version 7.8.3: http://www.haskell.org/ghc/  :? for help
Loading package ghc-prim ... linking ... done.
Loading package integer-gmp ... linking ... done.
Loading package base ... linking ... done.
[ 1 of 11] Compiling ListUtils        ( ListUtils.hs, interpreted )
[ 2 of 11] Compiling Cp               ( Cp.hs, interpreted )
[ 3 of 11] Compiling BTree            ( BTree.hs, interpreted )
[ 4 of 11] Compiling LTree            ( LTree.hs, interpreted )
[ 5 of 11] Compiling Exp              ( Exp.hs, interpreted )
[ 6 of 11] Compiling Nat              ( Nat.hs, interpreted )
[ 7 of 11] Compiling Show             ( Show.hs, interpreted )
[ 8 of 11] Compiling Probability      ( Probability.hs, interpreted )
[ 9 of 11] Compiling List             ( List.hs, interpreted )
[10 of 11] Compiling X3d              ( X3d.hs, interpreted )
[11 of 11] Compiling Main             ( cp1415t.lhs, interpreted )
Ok, modules loaded: List, Show, Nat, Exp, Cp, BTree, LTree, X3d,
Probability, Main, ListUtils.
```

[1] O suffixo 'lhs' quer dizer *literate Haskell*.

O facto de o interpretador carregar as bibliotecas do material pedagógico da disciplina, entre outras, deve-se ao facto de, neste mesmo sítio do texto fonte, se ter inserido o seguinte código Haskell:

```
import Data.List
import System.Process
import Cp
import List
import Nat
import Exp
import BTree
import LTree
import X3d
import Control.Parallel.Strategies
import Probability hiding (· → ·, ·)
import System.Environment (getArgs)
```

Abra o ficheiro `cp1415t.lhs` no seu editor de texto preferido e verifique que assim é: todo o texto que se encontra dentro do ambiente

```
\begin{code}
...
\end{code}
```

vai ser seleccionado pelo GHCi para ser executado.

3 Como realizar o trabalho

Este trabalho teórico-prático deve ser realizado por grupos de três alunos. Os detalhes da avaliação (datas para submissão do relatório e sua defesa oral) são os que forem publicados na página da disciplina na *internet*.

Recomenda-se uma abordagem equilibrada e participativa dos membros do grupo de trabalho por forma a poderem responder às questões que serão colocadas na defesa oral do relatório.

Em que consiste, então, o *relatório* a que se refere o parágrafo anterior? É a edição do texto que está a ser lido, preenchendo o anexo C com as respostas. O relatório deverá conter ainda a identificação dos membros do grupo de trabalho, na folha de rosto.

Para gerar o PDF integral do relatório deve-se ainda correr os comando seguintes, que actualizam a bibliografia (com BibTEX) e o índice remissivo (com `makeindex`)

```
bibtex cp1415t.aux
makeindex cp1415t.idx
```

e recompilar o texto como acima se indicou.

4 Parte A

Nesta primeira parte do trabalho pretende-se averiguar a capacidade de utilização por parte dos alunos das bibliotecas fornecidas no material pedagógico da disciplina. Algumas respostas são validadas por testes unitários. Sempre que o resultado de um teste unitário for $False$, a solução proposta falha a validação e deve ser revista.

4.1 Biblioteca LTree

1. A seguinte função

$$balanced\ (Leaf\ \_) = True$$
$$balanced\ (Fork\ (t, t')) = balanced\ t \wedge balanced\ t' \wedge abs\ (depth\ t - depth\ t') \leqslant 1$$

testa se uma árvore binária está equilibrada ou não. Defina como catamorfismo em LTree a função auxiliar $depth$.

2. Seja dada:

$$t = Fork\ (Fork\ (Leaf\ 10, Fork\ (Leaf\ 2, Fork\ (Leaf\ 5, Leaf\ 3))), Leaf\ 23)$$

Testes unitários 1 *Verifique que árvore t está desequilibrada:*

$$test01 = balanced\ t \equiv False$$

3. Recorrendo a funções da biblioteca LTree, escreva numa única linha de Haskell a função

$$balance :: LTree\ a \to LTree\ a$$

que equilibra uma qualquer árvore binária.

Testes unitários 2 *Verifique que $balance\ t$ é uma árvore equilibrada:*

$$test02 = balanced\ (balance\ t) \equiv True$$

4.2 Biblioteca BTree

Pretende-se construir um anamorfismo que produza uma árvore binária de procura *equilibrada* que contenha o intervalo definido por dois inteiros (n, m):

$$abpe\ (n, m) = anaBTree\ qsplit\ (n, m)$$

Comece por definir o gene $qsplit$ e depois construa a árvore

$$t1 = abpe\ (20, 30)$$

que será precisa na secção 6.4.

Testes unitários 3 *Faça os testes seguintes:*

$$test03a = qsplit\ (4, 30) \equiv i_2\ (17, ((4, 16), (18, 30)))$$
$$test03b = qsplit\ (4, 3) \equiv i_1\ ()$$
$$test03c = qsplit\ (0, 0) \equiv i_1\ ()$$
$$test03d = qsplit\ (1, 1) \equiv i_2\ (1, ((1, 0), (2, 1)))$$
$$test03e = balBTree\ t1 \equiv True$$
$$test03f = inordt\ t1 \equiv [20\,..\,30]$$

4.3 Biblioteca para listas com sentinelas

Considere o tipo de dados que representa listas finitas com uma sentinela no fim:

$$\mathbf{data}\ SList\ a\ b = Sent\ b \mid Cons\ (a, SList\ a\ b)\ \mathbf{deriving}\ (Show, Eq)$$

1. Derive os isomorfismos $inSList$ e $outSList$, adicione-os a este ficheiro e passe aos testes que se seguem.

Testes unitários 4 *Faça os testes seguintes:*

$$test04a = \mathbf{let}\ x = Cons\ (1, Sent\ \texttt{"end"})\ \mathbf{in}\ inSList\ (outSList\ x) \equiv x$$
$$test04b = \mathbf{let}\ x = i_2\ (\texttt{"ola"}, Sent\ \texttt{"2"})\ \mathbf{in}\ outSList\ (inSList\ x) \equiv x$$

2. Derive os combinadores $cataSList$, $anaSList$ e $hyloSList$, e mostre que a função $merge$ da biblioteca LTree se pode escrever da forma seguinte,

$$merge' :: Ord\ a \Rightarrow ([a], [a]) \to [a]$$
$$merge' = hyloSList\ [id, cons]\ mgen$$

para um dado gene $mgen$ que deverá definir.

Testes unitários 5 *Faça os seguintes testes:*

$$test05a = mgen\ ([0, 2, 5], [0, 6]) \equiv i_2\ (0, ([2, 5], [0, 6]))$$
$$test05b = mgen\ ([0, 2, 5], [\,]) \equiv i_1\ [0, 2, 5]$$
$$test05c = merge'\ ([\,], [0, 6]) \equiv [0, 6]$$

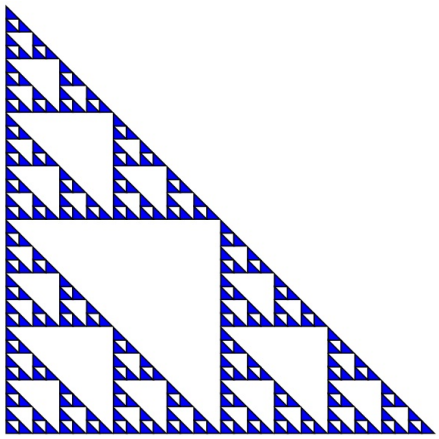


Figura 1: Um triângulo de Sierpinski

5 Parte B

O triângulo de Sierpinski é uma figura fractal que tem o aspecto da figura 1 e que se obtém da seguinte forma: considere-se um triângulo rectângulo e isósceles A cujos catetos têm comprimento s. A estrutura fractal é criada desenhando-se três triângulos no interior de A, todos eles rectângulos e isósceles e com catetos de comprimento $s/2$. Este passo é depois repetido para cada um dos triângulos desenhados, e assim sucessivamente. O resultado dos cinco primeiros passos é dado na Fig. 1.

Um triângulo de Sierpinski é gerado repetindo-se infinitamente o processo acima descrito. No entanto, para efeitos de visualização num monitor, cuja resolução é forçosamente finita, faz sentido escolher uma representação adequada do triângulo, parando o processo recursivo a um determinado nível. A figura a desenhar é constituída por um conjunto finito de triângulos todos da mesma dimensão (por exemplo, na figura 1 há 243 triângulos).

5.1 Criação de Triângulos de Sierpinski

Seja cada triângulo geometricamente descrito pelas coordenadas do seu vértice inferior esquerdo e o comprimento dos seus catetos:

$$\textbf{type}\ \mathit{Tri} = (\mathit{Point}, \mathit{Side})$$

onde

$$\textbf{type}\ \mathit{Side} = \mathit{Int}$$
$$\textbf{type}\ \mathit{Point} = (\mathit{Int}, \mathit{Int})$$

A estrutura recursiva de (uma representação finita de) um triângulo de Sierpinski é captada por uma árvore ternária, em que cada nó é um triângulo com os respectivos três sub-triângulos:

$$\textbf{data}\ \mathsf{TLTree} = \mathit{Tri}\ \mathit{Tri} \mid \mathit{Nodo}\ \mathsf{TLTree}\ \mathsf{TLTree}\ \mathsf{TLTree}$$

Nas folhas dessa árvore encontram-se os triângulos mais pequenos, todos da mesma dimensão, que deverão ser desenhados. Apenas estes conterão informação de carácter geométrico, tendo os nós da árvore um papel exclusivamente estrutural. Portanto, a informação geométrica guardada em cada folha consiste nas coordenadas do vértice inferior esquerdo e no lado dos catetos do respectivo triângulo. A função

$$\mathit{sierpinski} :: \mathit{Tri} \to \mathit{Int} \to [\,\mathit{Tri}\,]$$
$$\mathit{sierpinski}\ t = \mathit{apresentaSierp} \cdot (\mathit{geraSierp}\ t)$$

recebe a informação do triângulo exterior e o número de níveis pretendido, que funciona como critério de paragem do processo de construção do fractal. O seu resultado é a lista de triângulos

a desenhar. Esta função é um hilomorfismo do tipo TLTree, i.e. a composição de duas funções: uma que gera TLTrees,

$$
\begin{aligned}
&geraSierp :: Tri \to Int \to \mathsf{TLTree} \\
&geraSierp\ t\ 0 = Tri\ t \\
&geraSierp\ ((x,y),s)\ n = \\
&\quad \mathbf{let}\ s' = s \div 2 \\
&\quad \mathbf{in}\ Nodo \\
&\qquad (geraSierp\ ((x,y),s')\ (n-1)) \\
&\qquad (geraSierp\ ((x+s',y),s')\ (n-1)) \\
&\qquad (geraSierp\ ((x,y+s'),s')\ (n-1))
\end{aligned}
$$

e outra que as consome:

$$
\begin{aligned}
&apresentaSierp :: \mathsf{TLTree} \to [Tri] \\
&apresentaSierp\ (Tri\ t) = [t] \\
&apresentaSierp\ (Nodo\ a\ b\ c) = (apresentaSierp\ a) +\!\!+ (apresentaSierp\ b) +\!\!+ (apresentaSierp\ c)
\end{aligned}
$$

5.2 Trabalho a realizar

Preparação:

1. Desenvolva a biblioteca "pointfree" `TLTree.hs` de forma análoga a outras bibliotecas que conhece (*eg.* BTree, LTree, etc) e que estão disponíveis no material pedagógico.

2. Defina como catamorfismos de TLTree as funções

$$
\begin{aligned}
&tipsTLTree :: \mathsf{TLTree}\ b \to [b] \\
&countTLTree :: \mathsf{TLTree}\ b \to Int \\
&depthTLTree :: \mathsf{TLTree}\ b \to Int \\
&invTLTree :: \mathsf{TLTree}\ b \to \mathsf{TLTree}\ b
\end{aligned}
$$

   respectivamente semelhantes a *tips*, *countLTree*, *depth* e *inv* ("mirror") de LTree.

3. Exprima as funções *geraSierp* e *apresentaSierp* recorrendo a anamorfismos e catamorfismos, respectivamente, do tipo TLTree.

4. Defina a árvore

$$ts = geraSierp\ tri\ 5\ \mathbf{where}\ tri = ((0,0),256)$$

   e faça os testes seguintes:

   Testes unitários 6 *Verifique a profundidade da árvore gerada e o respectivo número de triângulos:*

$$
\begin{aligned}
&test06a = depthTLTree\ ts \equiv 6 \\
&test06b = countTLTree\ ts \equiv 243 \\
&test06c = countTLTree\ ts \equiv length\ (tipsTLTree\ ts) \\
&test06d = countTLTree\ ts \equiv countTLTree\ (invTLTree\ ts)
\end{aligned}
$$

Visualização: Para visualizarmos triângulos de Sierpinski vamos usar X3DOM, uma biblioteca "open-source" para construção e visualização de gráficos 3D no Web.[2] No pacote disponibilizado para a realização deste trabalho encontra a biblioteca *X3d*, que inclui a função *drawTriangle* para geração de triângulos em 3D, usando X3DOM. Nesta abordagem, um ficheiro *x3dom* é construído em dois passos:

[2] Ver `http://examples.x3dom.org` para mais informação. Em `http://examples.x3dom.org/IG/buddha-anim/x3dom_imageGeometry.html`, por exemplo, pode ser visualizado um objecto gráfico com mais de um milhão de triângulos. Mais documentação em: `http://doc.x3dom.org/tutorials/index.html`.

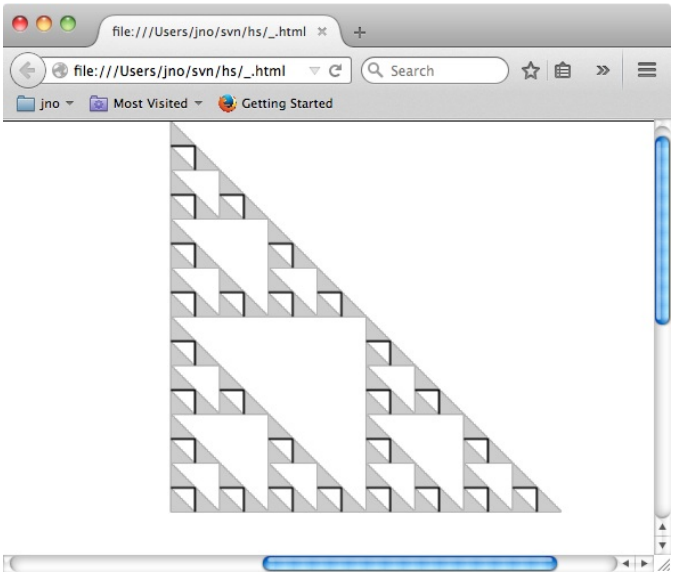


Figura 2: Um triângulo de Sierpinski em x3dom

- Desenham-se os triângulos, utilizando:

  $$drawTriangle :: ((Int, Int), Int) \rightarrow String$$

- Finaliza-se o ficheiro com as tags de início e final:

  $$finalize :: String \rightarrow String$$

1. Usando estas funções e as que definiu anteriormente, faça a geração do HTML que representa graficamente o triângulo de Sierpinski definido por

   $$dados = (((0, 0), 32), 4)$$

   isto é, centrado na origem, com lado 32 e 4 níveis de recursividade. No anexo C sugere-se o recurso à função,

   $$render\ html = \textbf{do}\ \{writeFile\ \texttt{"\_.html"}\ html; system\ \texttt{"open \_.html"}\}$$

   (adapte-a, se necessário) para visualizar o triângulo gerado num "browser". Espera-se que o resultado final seja como o que se mostra na Figura 2.

Valorização

Se tiver tempo, investigue como é que a sua resolução desta parte do trabalho evolui para o desenho, não de *triângulos* de Sierpinski, mas sim de *pirâmides* de Sierpinski — ver a imagem da figura 3. Pode recorrer, se desejar, às funções disponibilizadas no anexo B.1.

6 Parte C

6.1 Mónades

Os mónades são functores com propriedades adicionais que nos permitem obter efeitos especiais em programação. Por exemplo, a biblioteca Probability oferece um mónade para abordar problemas de probabilidades. Nesta biblioteca, o conceito de distribuição estatística é captado pelo tipo

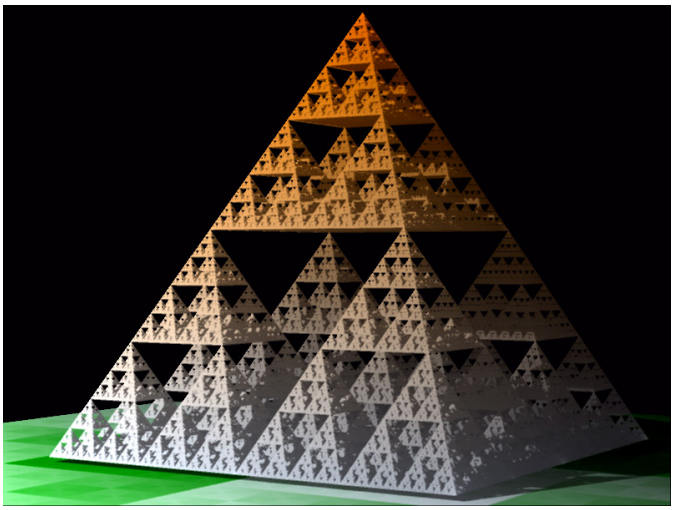
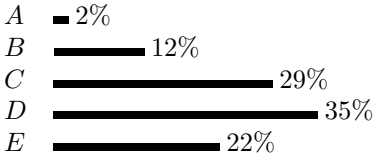


Figura 3: Uma pirâmide de Sierpinski

$$\textbf{newtype}\ \mathit{Dist}\ a = D\ \{\mathit{unD} :: [(a, \mathit{ProbRep})]\}$$

em que $\mathit{ProbRep}$ é um real de 0 a 1, equivalente a uma escala de 0 a 100%.

Cada par (a, p) numa distribuição $d :: \mathit{Dist}\ a$ indica que a probabilidade de a é p, devendo ser garantida a propriedade de que todas as probabilidades de d somam 100%. Por exemplo, a seguinte distribuição de classificações por escalões de A a E,



será representada pela distribuição

$$\begin{aligned}&\mathit{d1} :: \mathit{Dist}\ \mathit{Char}\\ &\mathit{d1} = D\ [(\texttt{'A'}, 0.02), (\texttt{'B'}, 0.12), (\texttt{'C'}, 0.29), (\texttt{'D'}, 0.35), (\texttt{'E'}, 0.22)]\end{aligned}$$

que o GHCi mostrará assim:

```
'D'  35.0%
'C'  29.0%
'E'  22.0%
'B'  12.0%
'A'   2.0%
```

É possível definir geradores de distribuições, por exemplo distribuições *uniformes*,

$$\mathit{d2} = \mathit{uniform}\ (\mathit{words}\ \texttt{"Uma frase de cinco palavras"})$$

isto é

```
     "Uma"  20.0%
   "cinco"  20.0%
      "de"  20.0%
   "frase"  20.0%
"palavras"  20.0%
```

distribuição *normais*, eg.

$$\mathit{d3} = \mathit{normal}\ [10\,..\,20]$$

etc.[3]

Dist forma um **mónade** cuja unidade é $return\ a = D\ [(a, 1)]$ e cuja multiplicação é dada por (simplificando a notação)

$$(f \bullet g)\ a = [(y, q * p) \mid (x, p) \leftarrow g\ a, (y, q) \leftarrow f\ x]$$

em que $g : A \to Dist\ B$ e $f : B \to Dist\ C$ são funções **monádicas** que representam *computações probabilísticas*.

Este mónade é adequado à resolução de problemas de *probabilidades e estatística* usando programação funcional, de forma elegante e como caso particular de programação monádica. Vejamos um exemplo:

Problema: qual é a soma de faces mais provável quando lançamos dois dados num tabuleiro?

Assumindo que os dados não estão viciados, cada um oferece uma distribuição uniforme das suas faces (1 a 6). Basta correr a expressão monádica

$$\mathbf{do}\ \{x \leftarrow uniform\ [1\,..\,6]; y \leftarrow uniform\ [1\,..\,6]; return\ (x + y)\}$$

e obter-se-á:

```
*Main> do { x <- uniform [1..6] ;  y <- uniform [1..6] ; return(x+y) }
 7  16.7%
 6  13.9%
 8  13.9%
 5  11.1%
 9  11.1%
 4   8.3%
10   8.3%
 3   5.6%
11   5.6%
 2   2.8%
12   2.8%
```

A soma mais provável é 7, com 16.7%.

6.2 Trabalho a realizar

É possível pensarmos em catamorfismos, anamorfismos etc probabilísticos, quer dizer, programas recursivos que dão distribuições como resultados. Por exemplo, neste enunciado é dado o combinador

$$pcataList :: (Either\ ()\ (a, b) \to Dist\ b) \to [a] \to Dist\ b$$

que é muito parecido com

$$cataList :: (Either\ ()\ (a, b) \to b) \to [a] \to b$$

da biblioteca List. A única diferença é que o gene de $pcataList$ é uma função probabilística.

Exemplo de utilização: recorde-se que $cataList\ [zero, add]$ soma todos os elementos da lista argumento, por exemplo:

$$cataList\ [zero, add]\ [20, 10, 5] = 35.$$

Considere agora a função $padd$ (adição probabilística) que, com probabilidade 90% soma dois números e com probabilidade 10% os subtrai:

$$padd\ (a, b) = D\ [(a + b, 0.9), (a - b, 0.1)]$$

Se se correr

$$d4 = pcataList\ [pzero, padd]\ [20, 10, 5]\ \mathbf{where}\ pzero = return \cdot zero$$

obter-se-á:

[3] Para mais detalhes ver o código fonte de Probability, que é uma adaptação da biblioteca PHP ("Probabilistic Functional Programming"). A quem quiser souber mais recomenda-se a leitura do artigo [**?**].

```
35  81.0%
25   9.0%
 5   9.0%
15   1.0%
```

Com base nestes exemplos, resolva o seguinte

> ***Problema**: Uma unidade militar pretende enviar uma mensagem urgente a outra, mas tem o aparelho de telegrafia meio avariado. Por experiência, o telegrafista sabe que a probabilidade de uma palavra se perder (não ser transmitida) é 5%; no final de cada mensagem, o aparelho envia o código* `"stop"`*, mas (por estar meio avariado), falha 10% das vezes.*
>
> *Qual a probabilidade de a palavra* `"atacar"` *da mensagem words* `"Vamos atacar hoje"` *se perder, isto é, o resultado da transmissão ser* `["Vamos","hoje","stop"]`*? e a de seguirem todas as palavras, mas faltar o* `"stop"` *no fim? E a da transmissão ser perfeita?*

Responda a todas estas perguntas encontrando g tal que

$$transmitir = pcataList\ gene$$

descreve o comportamento do aparelho.

Testes unitários 7 *Faça o seguinte teste unitário da sua versão para gene:*

$$test07 = gene\ (i_2\ (\texttt{"a"}, [\texttt{"b"}])) \equiv D\ [([\texttt{"a"}, \texttt{"b"}], 0.95), ([\texttt{"b"}], 0.05)]$$

Responda então às perguntas do problema acima correndo a expressão:

$$transmitir\ (words\ \texttt{"Vamos atacar hoje"})$$

6.3 Programação funcional paralela

Uma outra aplicação do conceito de mónade é a programação funcional paralela. A biblioteca Control.Parallel.Strategies, já carregada no início deste texto, implementa esse tipo de programação, que hoje está na ordem do dia. O mónade respectivo chama-se *Eval* e disponibiliza duas funções,

$$\begin{aligned} &rpar :: a \to Eval\ a \\ &rseq :: a \to Eval\ a \end{aligned}$$

conforme se deseja que uma dada computação seja efectuada em paralelo ou sequencialmente.[4] Por exemplo,

$$\begin{aligned} &parmap :: (a \to b) \to [a] \to Eval\ [b] \\ &parmap\ f\ [\,] = return\ [\,] \\ &parmap\ f\ (a : lt) = \mathbf{do} \\ &\quad a' \leftarrow rpar\ (f\ a) \\ &\quad lt' \leftarrow parmap\ f\ lt \\ &\quad return\ (a' : lt') \end{aligned}$$

é um *map* monádico que usa *rpar* para aplicar f a todos os elementos de uma lista *em paralelo*.

Se corrermos o *map* habitual em

$$map\ fib\ [20\,..\,30] = [10946, 17711, 28657, 46368, 75025, 121393, 196418, 317811, 514229, 832040, 1346269]$$

(cálculo dos números de Fibonacci do vigésimo ao trigésimo), o tempo que o cálculo vai demorar numa máquina com 2 cores[5] será da ordem de 1.1s. Já no caso de usar *parmap* em vez de *map*, fará o mesmo cálculo em cerca de 60% desse tempo.

Para verificar esta diferença siga as instruções seguintes:[6]

[4] Esta explicação é bastante simplista, mas serve de momento. Para uma abordagem completa e elucidativa ver a referência [**?**].

[5] Intel Core 2 Duo a 2.53 GHz.

[6] Ver detalhes em [**?**].

1. Compile o presente enunciado correndo:

   ```
   ghc -O2 cp1415t -rtsopts -threaded
   ```

2. De seguida execute numa "shell" o seguinte comando,

   ```
   ./cp1415t exemplo seq +RTS -s -N2
   ```

   onde o 2 em *N2* indica 2 *cores* (se a máquina em questão tiver mais *cores*, este número deverá ser actualizado). Como pode ver inspecionando o código da função *main* na secção A, o que vai ser executado é

   $$putStrLn \cdot show \cdot (map\ fib)\ \$\ [20\,..\,30]$$

   Das estatísticas que lhe aparecem no écran retenha esta:

   ```
   Total   time    1.41s  (  1.11s elapsed)
   ```

   Em particular, o campo *elapsed* apresenta o tempo decorrido desde o início da execução do programa até ao respectivo fim.

3. De seguida execute

   ```
   ./cp1415t exemplo par +RTS -s -N2
   ```

   que irá chamar, desta vez

   $$putStrLn \cdot show \cdot runEval \cdot (parmap\ fib)\ \$\ [20\,..\,30]$$

   A estatística correspondente à de cima será, desta vez, da ordem seguinte:

   ```
   Total   time    1.13s  (  0.69s elapsed)
   ```

   Em suma, a versão paralela é cerca de 1.61x mais rápida ($\frac{1.11}{0.69}$) que a sequencial.

6.4 Trabalho a realizar

Com base na definição de *parmap* acima, defina a função

$$parBTreeMap :: (a \to b) \to (BTree\ a) \to Eval\ (BTree\ b)$$

que implemente o "map paralelo" sobre BTree's.

De seguida, corra testes semelhantes aos apresentados acima para apurar o ganho em *performance* da aplicação da função *fib* a todos os números da árvore *t1* da secção 4.2, em duas versões:

1. *fmap fib* (sem paralelismo, usando a função definida em BTree), ou
2. usando *parBTreeMap fib*.

Em máquinas mais rápidas e/ou com mais "cores" deve usar números maiores para obter uma melhor distinção entre as duas versões.

Referências

Anexos

A Programa principal

```
main :: IO ()
main = getArgs >>= (¬ · null) → exemp_or_exer, errInvArgs
  where
    exemp_or_exer = (((≡) "exemplo") · head) → exemp, exer
    exemp = (((≡) 2) · length) → execExemp, errInvArgs
    execExemp = isPar → execExemPar, execExempSeq
    exer = (((≡) 3) · length) → execExer, errInvArgs
    execExer = isPar → execExerPar, execExerSeq
    execExempSeq = (putStrLn · show · (fmap fib) $ t1)
    execExempPar = (putStrLn · show · runEval · (parBTreeMap fib) $ t1)
```

B Bibliotecas e código auxiliar

```
errInvArgs :: a → IO ()
errInvArgs = _ $ putStrLn msgInvArgs
  where
  msgInvArgs = "Invalid arguments"
execExerPar :: [String] → IO ()
execExerPar = ⊥
execExerSeq :: [String] → IO ()
execExerSeq = ⊥
isPar :: [String] → Bool
isPar = (((≡) "par") · head · tail) → True, False
pcataList g = mfoldr (curry (g · i2)) ((g · i1) ()) where
  mfoldr f d [] = d
  mfoldr f d (a : x) = do {y ← mfoldr f d x; f a y}
```

B.1 "Easy X3DOM access"

Defina-se a seguinte composição de funções

```
x3dom = html · preamble · body · x3d · scene · items
```

para gerar um texto HTML que represente um objecto gráfico em X3DOM. Esta função usa as seguintes funções auxiliares:

```
html = tag "html" []
preamble = headx `with` [title "CP/X3DOM generation", links, script]
body = tag "body" []
x3d = tag "x3d" [("width","\"500px\""),("height","\"400px\"")]
scene = tag "scene" []
items = concat
links = ctag "link" [
  ("rel", quote "stylesheet"),("type", quote "text/css"),
  ("href", quote "http://www.x3dom.org/x3dom/release/x3dom.css")]
script = ctag "script" [
  ("type", quote "text/javascript"),
```

```
    ("src", quote "http://www.x3dom.org/x3dom/release/x3dom.js")]
ctag t l = tag t l ""
```

onde

```
tag t l x = "<" ++ t ++ "  " ++ ps ++ ">" ++ x ++ "</" ++ t ++ ">"
  where ps = unwords [concat [t, "=", v] | (t, v) ← l]
headx = tag "head" []
```

De seguida dão-se mais algumas funções auxiliares facilitadoras:

```
transform (x, y, z) = tag "transform" [("translation", quote (show3D (x, y, x)))]
groupx (x, y, z) = (tag "group" [("bboxSize", quote (show3D (x, y, z)))]) · items
shapex = tag "shape" []
title = tag "title" []
appearance = tag "appearance" []
show3D (x, y, z) = show x ++ "  " ++ show y ++ "  " ++ show z
t `with` l = ((t $ items l)++)
quote s = "\"" ++ s ++ "\""
prime s = "'" ++ s ++ "'"
box p col = (transform p · shapex · items) [color col, ctag "box" [("size", prime "2,2,2")]]
cone p col b h = (transform p · shapex · items)
  [color col,
    ctag "cone" [("bottomRadius", prime (show b)), ("height", prime (show h))]]
color c = appearance (ctag "material" [("diffuseColor", prime c)])
```

C Soluções propostas

Os alunos devem colocar neste anexo as suas soluções aos exercícios propostos, de acordo com o "layout" que se fornece. Podem ser adicionadas outras funções auxiliares que sejam necessárias.

Secção 4.1

```
depth :: LTree a → Integer
depth = cataLTree [zero, succ · max̂]
balance :: LTree a → LTree a
balance = (anaLTree lsplit) · tips
```

Secção 4.2

```
qsplit :: Integral a ⇒ (a, a) → Either () (a, ((a, a), (a, a)))
qsplit (x, y)
  | (x > y)              = i1 ()
  | (x ≡ 0) ∧ (y ≡ 0)    = i1 ()
  | otherwise            = i2 (x + y ÷ 2, ((x, x + y ÷ 2 − 1), (x + y ÷ 2 + 1, y)))
```

Secção 4.3

```
inSList :: Either a (a1, SList a1 a) → SList a1 a
inSList = [Sent, Cons]
```

$$
\begin{aligned}
&outSList :: SList\ b\ a \to Either\ a\ (b, SList\ b\ a)\\
&outSList\ (Sent\ b) = i_1\ (b)\\
&outSList\ (Cons\ (a, t)) = i_2\ (a, t)\\
&anaSList :: (c \to Either\ a\ (b, c)) \to c \to SList\ b\ a\\
&anaSList\ f = inSList \cdot recList\ (anaSList\ f) \cdot f\\
&cataSList :: (Either\ b\ (a, d) \to d) \to SList\ a\ b \to d\\
&cataSList\ g = g \cdot (recList\ (cataSList\ g)) \cdot outSList\\
&hyloSList :: (Either\ b\ (d, c) \to c) \to (a \to Either\ b\ (d, a)) \to a \to c\\
&hyloSList\ c\ a = cataSList\ c \cdot anaSList\ a\\
&mgen :: Ord\ a \Rightarrow ([a], [a]) \to Either\ [a]\ (a, ([a], [a]))\\
&mgen\ (l, []) = i_1\ (l)\\
&mgen\ ([], l) = i_1\ (l)\\
&mgen\ ((x : xs), l) = i_2\ ((x, (xs, l)))
\end{aligned}
$$

Secção 5.2

$$
\begin{aligned}
&inTLTree = [L, N]\\
&outTLTree\ (L\ x) = i_1\ (x)\\
&outTLTree\ (N\ (l, (m, r))) = i_2\ (l, (m, r))\\
&baseTLTree\ g\ f = g + (f \times (f \times f))\\
&recTLTree\ f = id + (f \times (f \times f))\\
&cataTLTree\ g = g \cdot (recTLTree\ (cataTLTree\ g)) \cdot outTLTree\\
&anaTLTree\ f = inTLTree \cdot (recTLTree\ (anaTLTree\ f)) \cdot f\\
&hyloTLTree\ c\ a = cataTLTree\ c \cdot anaTLTree\ a\\
&tipsTLTree = cataTLTree\ [singl, \mathsf{conc}]\\
&\quad \textbf{where}\ \mathsf{conc}\ (l, (m, r)) = l +\!\!+ m +\!\!+ r\\
&invTLTree = cataTLTree\ (inTLTree \cdot (id + swap3))\\
&\quad \textbf{where}\ swap3\ (l, (m, r)) = (r, (m, l))\\
&depthTLTree = cataTLTree\ [one, succ \cdot \widehat{max} \cdot (id \times \widehat{max})]\\
&geraSierp :: Tri \to Int \to \mathsf{TLTree}\ Tri\\
&geraSierp = curry\ (anaTLTree\ gera3)\\
&gera3 :: (Tri, Int) \to Either\ Tri\ ((Tri, Int), ((Tri, Int), (Tri, Int)))\\
&gera3\ (t, 0) = i_1\ (t)\\
&gera3\ (((x, y), s), n) = i_2\ ((((x, y), s'), n - 1), ((tx, n - 1), (ty, n - 1)))\\
&\quad \textbf{where}\\
&\qquad s' = s \div 2\\
&\qquad x' = x + s'\\
&\qquad y' = y + s'\\
&\qquad tx = ((x', y), s') :: Tri\\
&\qquad ty = ((x, y'), s') :: Tri\\
&apresentaSierp :: \mathsf{TLTree}\ Tri \to [Tri]\\
&apresentaSierp = cataTLTree\ [singl, \widehat{(+\!\!+)} \cdot (id \times \widehat{(+\!\!+)})]\\
&countTLTree :: \mathsf{TLTree}\ b \to Int\\
&countTLTree = fromIntegral \cdot (cataTLTree\ [one, add \cdot (id \times add)])\\
&draw = render\ html\ \textbf{where}\\
&\quad html = rep\ dados\\
&rep = finalize \cdot concat \cdot (map\ drawTriangle) \cdot apresentaSierp \cdot gera\\
&gera\ (t, nr) = geraSierp\ t\ (fromIntegral\ nr)
\end{aligned}
$$

Secção 6.2

Defina

$$
\begin{aligned}
&gene = [pempty, pcat] \\
&\quad \textbf{where} \\
&\qquad pempty = return\ (D\ [([\texttt{"stop"}], 0.9), ([], 0.1)]) \\
&\qquad pcat\ (a, b) = D\ [((a : b), 0.95), (b, 0.05)]
\end{aligned}
$$

e responda ao problema do enunciado aqui.

Sendo o output da execução de *"transmitir (words "Vamos atacar hoje")"* o seguinte:

```
["Vamos","atacar","hoje","stop"]  77.2%
       ["Vamos","atacar","hoje"]   8.6%
        ["atacar","hoje","stop"]   4.1%
       ["Vamos","atacar","stop"]   4.1%
         ["Vamos","hoje","stop"]   4.1%
              ["Vamos","atacar"]   0.5%
                ["Vamos","hoje"]   0.5%
               ["atacar","hoje"]   0.5%
                ["Vamos","stop"]   0.2%
               ["atacar","stop"]   0.2%
                 ["hoje","stop"]   0.2%
                      ["atacar"]   0.0%
                       ["Vamos"]   0.0%
                        ["hoje"]   0.0%
                        ["stop"]   0.0%
                              []   0.0%
```

Concluímos as seguintes respostas:

```
"Vamos hoje stop"          -> 4,1%
"Vamos atacar hoje"        -> 8,6%
"Vamos atacar hoje stop"   -> 77,2%
```

Secção 6.4

Defina

$$
\begin{aligned}
&parBTreeMap\ f\ (Empty) = return\ Empty \\
&parBTreeMap\ f\ (Node\ (a, (esq, dir))) = \\
&\quad \textbf{do} \\
&\qquad a' \leftarrow rpar\ (f\ a) \\
&\qquad esq' \leftarrow parBTreeMap\ f\ esq \\
&\qquad dir' \leftarrow parBTreeMap\ f\ dir \\
&\qquad return\ (Node\ (a', (esq', dir')))
\end{aligned}
$$

e apresente aqui os resultados das suas experiências com essa função.

Os testes foram executados numa máquina com 2 cores[7]

```
Versão Sequencial
  Total   time    1.01s   (  0.80s elapsed)

Versão Paralela
  Total   time    0.69s   (  0.40s elapsed)
```

[7] Intel Core i5 a 2.6 GHz.

Índice