SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE

V A R A Ž D I N

**Robert Manestar**

**Josip Petanjek**

**Sabina Pintar**

ANALIZA SLABOSTI GRADSKE PROMETNE MREŽE

PROJEKTNI ZADATAK

Varaždin, 2020.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU

FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE

V A R A Ž D I N

Robert Manestar

Matični broj: 0016126820

Studij: *Informacijsko i programsko inženjerstvo*

Josip Petanjek

Matični broj: 0016124756

Studij: *Informacijsko i programsko inženjerstvo*

Sabina Pintar

Matični broj: 0177050711

Studij: *Informacijsko i programsko inženjerstvo*

ANALIZA SLABOSTI GRADSKE PROMETNE MREŽE

PROJEKTNI ZADATAK

Mentor:

Doc. dr. sc. Marcel Maretić

Varaždin, siječanj 2020.

Sadržaj

[Sadržaj iii](#_Toc30881412)

[1. Problem 1](#_Toc30881413)

[1.1. Povezanost s teorijom grafova 1](#_Toc30881414)

[1.2. Ranjivost ulica prometne mreže 1](#_Toc30881415)

[1.2.1. Računanje referentne vrijednosti 2](#_Toc30881416)

[1.2.2. Računanje kritičnosti pojedinih bridova 3](#_Toc30881417)

[1.3. Ranjivost raskrižja prometne mreže 3](#_Toc30881418)

[1.3.1. Računanje referentne vrijednosti 4](#_Toc30881419)

[1.3.2. Računanje kritičnosti pojedinih vrhova 5](#_Toc30881420)

[2. Zadaci 6](#_Toc30881421)

[2.1. Zadatak 1 6](#_Toc30881422)

[2.2. Rješenje zadatka 1 7](#_Toc30881423)

[2.3. Zadatak 2 14](#_Toc30881424)

[2.4. Rješenje zadatka 2 15](#_Toc30881425)

[2.5. Zadatak 3 25](#_Toc30881426)

[2.6. Rješenje zadatka 3 26](#_Toc30881427)

1. Problem

Uslijed naglog razvoja urbanih sredina pojedine gradske prometne mreže postale su izložene različitim problemima u vidu nedostupnosti pojedinih dijelova grada zbog prevelikih gužvi ili nemogućnosti korištenja pojedinih ulica. Slabosti se očituju u nemogućnosti prometne mreže da se učinkovito nosi s posljedicama određenih događaja kao što su blagdani, kvar ceste, prometna nesreća i sl. Zbog ovakvih događaja pojedine ulice postaju nedostupne na neodređeno vrijeme i to može prouzrokovati brojne probleme u prometu. Cilj je otkriti ulice koje u slučaju nedostupnosti mogu potencijalno prouzrokovati najveće probleme u prometu te na osnovu dobivenih rezultata poboljšati gradsku prometnu mrežu.

* 1. Povezanost s teorijom grafova

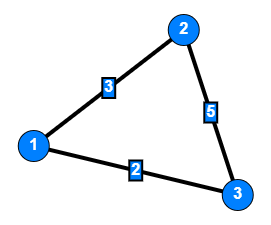
Opisani problem moguće je riješiti primjenom teorije grafova. Naime, gradska prometna mreža može se na intuitivan način može zamisliti kao graf, gdje raskrižja čine vrhove grafa, a ulice njegove bridove. Također, riječ je o težinskom grafu pri čemu težine predstavljaju broj minuta potreban da se određena ulica ili brid pređe normalnim hodom. U pojedinim grafovima koriste se i usmjereni bridovi (lukovi), koji predstavljaju jednosmjerne ulice. Nadalje, analiza slabosti prometne mreže vršit će se korištenjem dva jednostavna osmišljena algoritma koji se zasnivaju na teoriji grafova (Appert i Laurent, 2007).

* 1. Ranjivost ulica prometne mreže

Često zbog različitih razloga pojedine ulice mogu postati nedostupne. Ova analiza koristit će se za otkrivanje ulica čija nedostupnost može prouzrokovati najveće probleme za određenu prometnu mrežu. Analiza se provodi tako što se prvo izračuna zbroj svih najkraćih udaljenosti između svakog raskrižja, odnosno zbroj duljina najkraćih puteva između vrhova grafa. Dobivena vrijednost predstavlja referentnu vrijednost. Nakon toga pojedini brid se izbacuje iz grafa i ponavlja se računanje zbroja najkraćih puteva između vrhova, s tim da se izbačeni brid ne uzima u obzir. Dobivena vrijednost mora biti jednaka ili veća od referentne vrijednosti dobivene kod cijelog grafa. Razlika ove vrijednosti i referentne vrijednosti označava kritičnost brida. Nadalje, što je razlika veća, to je veći gubitak dostupnosti u prometnoj mreži.

Algoritam se ponavlja za sve ostale bridove grafa. Nakon toga utvrđuje se brid s najvećom vrijednosti, odnosno najkritičniji brid.

Provođenje algoritma prikazati ćemo na sljedećem jednostavnom grafu:



* + 1. Računanje referentne vrijednosti

Dakle, potrebno je izračunati i zbrojiti duljine najkraćih puteva između vrhova:

* i ostalih vrhova,
* i ostalih vrhova i
* i ostalih vrhova.

Podaci:

|  |  |
| --- | --- |
|  | broj vrhova grafa |
|  | broj bridova grafa |
|  | zbroj duljina najkraćih puteva između vrhova (referentna vrijednost) |
|  | duljina najkraćeg puta između vrha i |

* + 1. Računanje kritičnosti pojedinih bridova

Započet ćemo s bridom između vrhova i . Dakle, računamo zbroj udaljenosti najkraćih puteva između svakog vrha, ali bez navedenog brida.

A picture containing object, clock

Description automatically generated

Podaci:

|  |  |
| --- | --- |
|  | broj vrhova grafa |
|  | broj bridova grafa |
|  | brid između vrhova  i |
|  | zbroj duljina najkraćih puteva između  vrhova bez brida |
|  | kritičnost brida |
|  | duljina najkraćeg puta između vrha  i |

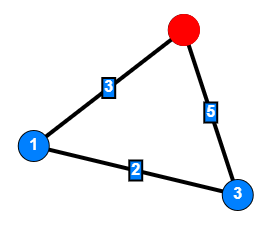
Postupak se ponavlja za ostale bridove grafa. Zatim se odredi najkritičniji brid, odnosno brid koji ima najveću kritičnu vrijednost.

* 1. Ranjivost raskrižja prometne mreže

Često zbog različitih razloga pojedina raskrižja mogu postati nedostupna. Ova analiza koristit će se za otkrivanje raskrižja čija nedostupnost može prouzrokovati najveće probleme za određenu prometnu mrežu. Analiza je djelomično slična analizi ranjivosti ulica prometne mreže. Jedna od razlika je u tome što se za svaki vrh posebno računa referenta vrijednost. Odabere se jedan od vrhova i izbaci se iz grafa. Bridovi izbačenog vrha ostaju i mogu se koristiti pri pronalasku najkraćeg puta. Nakon toga računa se zbroj svih najkraćih udaljenosti između svakog raskrižja. Dobivena vrijednost predstavlja referentnu vrijednost za izbačeni vrh. U nastavku algoritma izbacuju se bridovi izbačenog vrha i opet se računa zbroj svih najkraćih udaljenosti između svakog raskrižja, ali bez bridova izbačenog vrha. Dobivena vrijednost mora biti jednaka ili veća od referentne vrijednosti dobivene kod cijelog grafa. Razlika ove vrijednosti i referentne vrijednosti označava kritičnost vrha. Što je dobivena razlika veća, to je veći gubitak dostupnosti u prometnoj mreži. Algoritam se ponavlja za sve ostale vrhove grafa. Nakon toga utvrđuje se vrh s najvećom vrijednosti, odnosno najkritičniji vrh.

* + 1. Računanje referentne vrijednosti

Odaberemo jedan od vrhova, recimo da je to vrh . Nakon odabiranja potrebno je izračunati i zbrojiti duljine najkraćih puteva između vrhova, odnosno bez vrha . Nakon uklanjanja vrha njegovi bridovi ostaju i mogu se koristiti za pronalazak najkraćeg puta. U ovom slučaju oni se mogu zamisliti kao jedan brid duljine koji povezuje vrhove i .

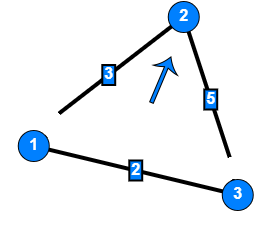


Podaci:

|  |  |
| --- | --- |
|  | broj vrhova grafa |
|  | broj bridova grafa |
|  | zbroj duljina najkraćih puteva između vrhova bez vrha 2 (referentna vrijednost) |
|  | duljina najkraćeg puta između vrha i |

* + 1. Računanje kritičnosti pojedinih vrhova

Započet ćemo s vrhom . Dakle, računamo zbroj udaljenosti najkraćih puteva između svakog vrha, ali bez navedenog vrha i njegovih bridova. Ostaju nam samo vrhovi i .



Podaci:

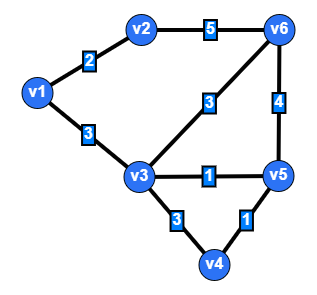
|  |  |
| --- | --- |
|  | broj vrhova grafa |
|  | broj bridova povezanih s vrhom |
|  | broj bridova grafa bez bridova |
|  | zbroj duljina najkraćih puteva između vrhova bez vrha i bridova |
|  | kritičnost vrha |
|  | duljina najkraćeg puta između vrha  i |

Sad se odabire sljedeći vrh i računa njegova referentna vrijednost i kritičnost. Ovo se ponavlja dok nisu obrađeni svi vrhovi, a nakon toga se odabire najkritičniji vrh, tj. vrh koji ima najkritičniju vrijednost.

1. Zadaci
   1. Zadatak 1

Na slici je prikazan manji dio prometne mreže. Sve ulice su dvosmjerne. Napravite analizu ranjivosti ulica i raskrižja prometne mreže i odgovorite na sljedeća pitanja:

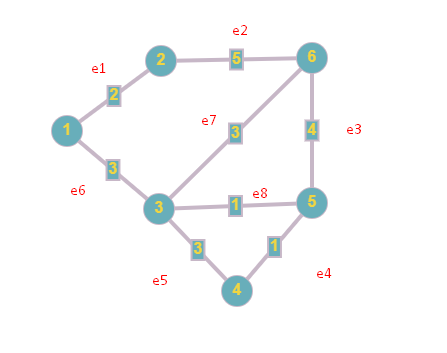
1. Koja ulica je najkritičnija?
2. Koji vrh je najkritičniji?
3. Koji algoritam ste koristili prilikom računanja najkraćih puteva između vrhova i zašto? Napomena: Ako ste koristili neki alat ili program, napišite koji algoritam on koristi)
4. Je li moguće obići sve ulice ovog dijela grada tako da se prođe svakom ulicom samo jednom i da se vratimo u početnu ulicu? Ako jest, navedite tu šetnju i što ona predstavlja?
5. Jeste li primijetili kakvih nedostataka ili redundantnosti algoritma u računanju najkraćih puteva između čvorova? Prodiskutirajte i predložite moguće poboljšanje.



* 1. Rješenje zadatka 1

1. Koja ulica je najkritičnija?

Ovaj problem se rješava kako je naznačeno u opisu problema, prvo se računaju duljine najkraćih puteva između vrhova, te se rezultati sumiraju. Za ovo ćemo koristiti alat *Graph Online*, dostupan na <https://graphonline.ru/en/> [1]. Sam izrađeni graf dostupan je na <http://graphonline.ru/en/?graph=dqRWThMqlPCdRCrw> .



Najkraće puteve nalazimo preko Dijkstrinog algoritma, te je rezultat sljedeća matrica:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 6 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

Njezina suma je

Nadalje računamo kritičnost pojedinih bridova.

Slijede matrice s najkraćim udaljenostima pojedinih vrhova, bez naznačenog brida.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 11 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| v2 | 11 | 0 | 8 | 10 | 9 | 5 |
| v3 | 3 | 8 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 5 | 10 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 9 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 6 | 8 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 8 | 3 | 5 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 6 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 8 | 6 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 3 | 1 | 3 |
| v4 | 6 | 8 | 3 | 0 | 4 | 6 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 4 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 6 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 6 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 6 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 10 | 12 | 11 | 7 |
| v2 | 2 | 0 | 8 | 10 | 9 | 5 |
| v3 | 10 | 8 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 12 | 10 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 11 | 9 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 7 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 | 7 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 6 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 1 | 5 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 7 | 5 | 5 | 5 | 4 | 0 |

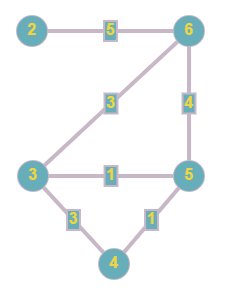
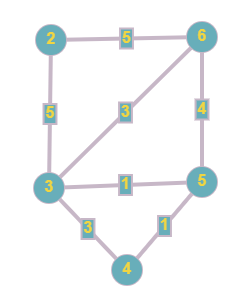
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 6 | 7 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 8 | 9 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 3 | 4 | 3 |
| v4 | 6 | 8 | 3 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 7 | 9 | 4 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

Dakle, dobivamo da je **e4** najkritičnija ulica.

1. Koji vrh je najkritičniji?

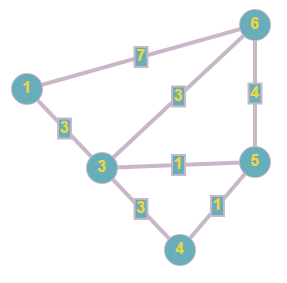
Ponovo pratimo upute problema, računamo zbroj najkraćih puteva između vrhova bez određenog vrha (referentnu vrijednost), te zbroj duljina najkraćih puteva između vrhova bez određenog vrha i njegovih bridova.

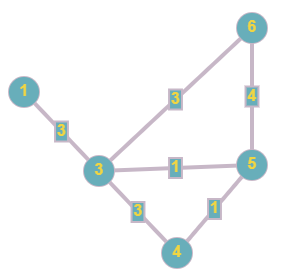
* Bez vrha 1



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v2 | 0 | 8 | 10 | 9 | 5 |
| v3 | 8 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 10 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 9 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 5 | 3 | 5 | 4 | 0 |

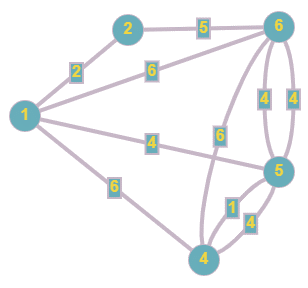
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v2 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v2 | 0 | 5 | 7 | 6 | 5 |
| v3 | 5 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 7 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 6 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 8 | 3 | 5 | 4 | 0 |

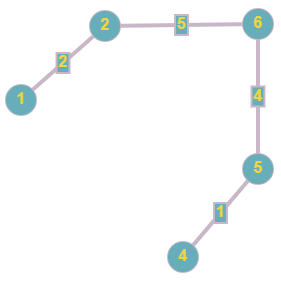
* Bez vrha 2



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| v3 | 3 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 5 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 3 | 5 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v3 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 3 | 5 | 4 | 6 |
| v3 | 3 | 0 | 2 | 1 | 3 |
| v4 | 5 | 2 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 1 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 3 | 5 | 4 | 0 |

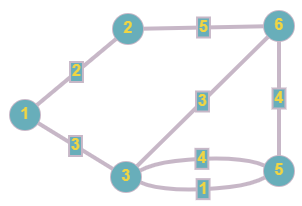
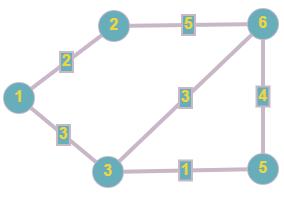
* Bez vrha 3



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 5 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 7 | 6 | 5 |
| v4 | 5 | 7 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 5 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v4 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 12 | 11 | 7 |
| v2 | 2 | 0 | 10 | 9 | 5 |
| v4 | 12 | 10 | 0 | 1 | 5 |
| v5 | 11 | 9 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 7 | 5 | 5 | 4 | 0 |

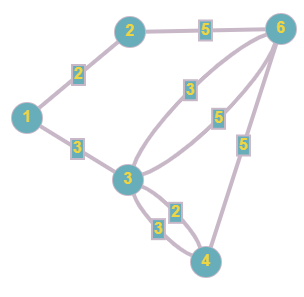
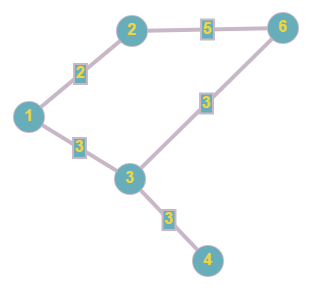
* Bez vrha 4



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 6 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 1 | 3 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 4 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v5 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 6 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 1 | 3 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 0 | 4 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 4 | 0 |

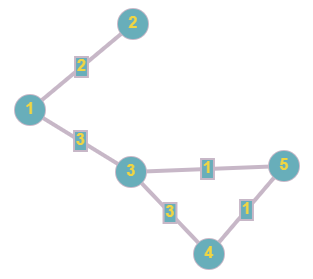
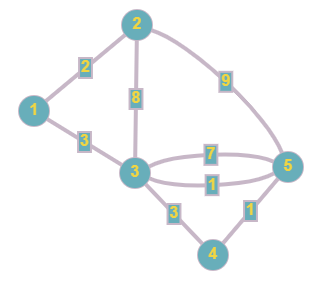
* Bez vrha 5



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 3 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 5 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 5 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v6 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 6 | 6 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 8 | 5 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 3 | 3 |
| v4 | 6 | 8 | 3 | 0 | 6 |
| v6 | 6 | 5 | 3 | 6 | 0 |

* Bez vrha 6



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 6 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 1 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 1 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1 | v2 | v3 | v4 | v5 |
| v1 | 0 | 2 | 3 | 5 | 4 |
| v2 | 2 | 0 | 5 | 7 | 6 |
| v3 | 3 | 5 | 0 | 2 | 1 |
| v4 | 5 | 7 | 2 | 0 | 1 |
| v5 | 4 | 6 | 1 | 1 | 0 |

* Dakle, najkritičniji vrh je vrh 3.

c) Koji algoritam ste koristili prilikom računanja najkraćih puteva između vrhova i zašto? Napomena: Ako ste koristili neki alat ili program, napišite koji algoritam on koristi)

Korišten alat: <https://graphonline.ru/en/> [1]

Ovaj alat koristi Dijkstrin algoritam za pronalaženje najkraćih puteva između vrhova u težinskom grafu, te smo rezultate zapisali u matrice, izračunali njihove sume te ih primijenili pri rješavanju zadatka.

d) Je li moguće obići sve ulice ovog dijela grada tako da se prođe svakom ulicom samo jednom i da se vratimo u početnu ulicu? Ako jest, navedite tu šetnju i što ona predstavlja?,

Nije moguće obići sve ulice samo jednom i vratiti se u početnu ulicu. Ovo je problem Eulerove ture, „*Eulerova tura na G je tura koja prolazi svakim bridom točno jednom, tj. to je zatvorena Eulerova staza na G.*“. Nadalje „*Graf G je Eulerov graf ako dopušta Eulerovu turu.*“, dok po Eulerovom teoremu znamo da „*Neprazni povezani graf G je Eulerov graf akko su mu svi vrhovi parnog stupnja.*“. Dakle, budući da mu nisu svi vrhovi parnog stupnja, tada ne postoji Eulerova tura odnosno takva šetnja. [2]

e) Jeste li primijetili kakvih nedostataka ili redundantnosti algoritma u računanju najkraćih puteva između čvorova? Prodiskutirajte i predložite moguće poboljšanje.

Za ovaj problem mogli bi smo smanjiti količinu posla korištenjem Floyd-Warshallov algoritma umjesto Dijkstre, jer on nam već daje najkraće udaljenosti između svaka dva vrha u grafu. Nadalje primijetili smo da pri izračuni nekog vrha, dolazimo do istog rezultata kao i kod originalne matrice odnosno sume najkraćih puteva, samo što se mora maknuti odabrani vrh.