

La clarté et la rigueur des raisonnements, ainsi que la qualité de la rédaction seront des éléments importants d'appréciation des copies.

En particulier, *les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.*

Les résultats non *encadrés* ne seront pas pris en compte.

L'utilisation de tout *document*, de toute *calculatrice* et de tout *matériel électronique* est *interdite*.

### Exercice 1

Soient  $x$  et  $y$  deux réels. Écrire la négation des propositions suivantes.

1.  $P : 0 < x \leq 1$ .
2.  $Q : xy = 0$ .
3.  $R : x^2 = 1 \implies x = 1$ .

### Exercice 2

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,  $\left| x + \sqrt{2 - 3x} \right| = 0$ .

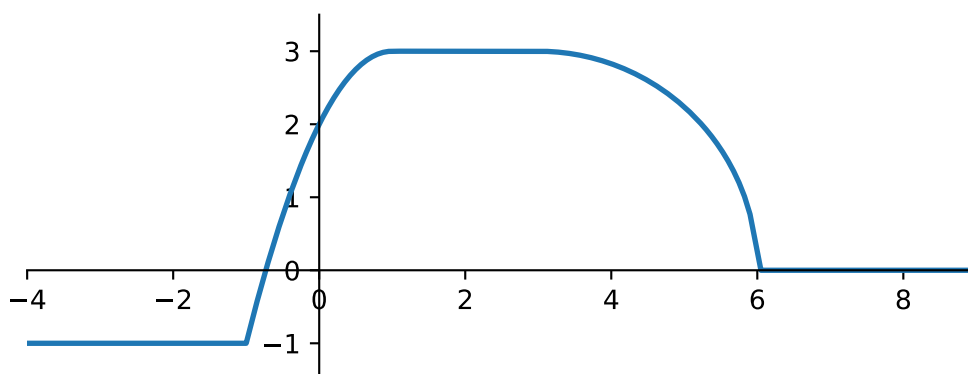
### Exercice 3

Soit  $m$  un paramètre réel. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\sqrt{1 + x^2} \leq x + m$ .

### Exercice 4

Connaissant le graphe de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  (voir la figure 4), esquisser les courbes d'équation cartésienne

- |                     |                                |                   |
|---------------------|--------------------------------|-------------------|
| 1. $y = f(2x)$ ;    | 4. $y = f(-x)$ ;               | 7. $y = -f(x)$ ;  |
| 2. $y = f(x/2)$ ;   | 5. $y = 2f(x)$ ;               | 8. $y =  f(x) $ ; |
| 3. $y = f(x + 3)$ ; | 6. $y = \frac{1}{2}f(x) + 1$ ; | 9. $y = f( x )$ ; |



Vous trouverez en dernière page des figures à compléter. Placez deux ou trois courbes par graphique afin de garder de la lisibilité.

### Exercice 5

Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$  définie par

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \ln(e^x + 1).$$

Montrer que  $f$  réalise une bijection de  $\mathbb{R}$  sur un intervalle à préciser de deux manières.

On note  $g$  cette bijection, exprimer  $g^{-1}$  à l'aide des fonctions usuelles  $\exp$  et  $\ln$ .

### Exercice 6

Résoudre l'équation

$$8^{6x} - 3 \times 8^{3x} - 4 = 0.$$

### Exercice 7

Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur  $]0, +\infty[$  par

$$f(x) = \sqrt{x+1} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right).$$

1. Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .
2. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .
3. Quel est le minimum de  $f$  sur  $]0, +\infty[$ .
4. En déduire que, pour tous réels  $a > 0$  et  $b > 0$ , on a

$$\sqrt{a+b} \left( \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right) \geq 2\sqrt{2}.$$

## Exercice 8

Faire une étude complète de la fonction

$$f : x \mapsto \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 2}.$$

On soignera en particulier les points suivants.

1. Domaines de définition, de dérivabilité.
2. Limites aux bornes du domaine, comportement asymptotique, position du graphe par rapport aux asymptote.
3. Dérivée et tableau de variations.
4. Représentation graphique.

## Exercice 9

1. Résoudre

$$\arccos(1/3) + \arccos(1/4) = \arcsin(x). \quad (1)$$

2. Vérifier

$$\arccos \frac{9}{\sqrt{82}} + \arcsin \frac{4}{\sqrt{41}} = \frac{\pi}{4}. \quad (2)$$

## Exercice 10

Deviner une expression de

$$\arctan 1 + \arctan 2 + \arctan 3$$

à l'aide du dessin suivant puis démontrer cette conjecture.

