

# Chapter 21 Fractions rationnelles

## Exercice 21.1

Décomposer en éléments simples dans  $\mathbb{C}(X)$ .

1.  $\frac{1}{X^3+4X^2+4X}$ .
2.  $\frac{X^4}{(X^2+1)^2}$ .
3.  $\frac{1}{X^n+1}$  avec  $n \in \mathbb{N}^*$ .
4.  $\frac{X^6+2}{X^5-2X^3+X}$ .

## Exercice 21.2

Décomposer en éléments simples dans  $\mathbb{R}(X)$ .

1.  $\frac{1}{X^2+a}$  avec  $a \in \mathbb{R}$ .
2.  $\frac{3}{X^3+1}$ .
3.  $\frac{1}{(X^2-1)(X^2+4)}$ .
4.  $\frac{2n}{X^{2n}-1}$  avec  $n \geq 2$ .
5.  $\frac{1}{X^4+X^2+1}$ .

## Exercice 21.3

Soit  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ .

1. Décomposer dans  $\mathbb{C}(X)$

$$F_n = \frac{n!}{X(X-1)\dots(X-n)}.$$

2. En déduire

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{\binom{n}{k}}{k+1} = \frac{1}{n+1}.$$