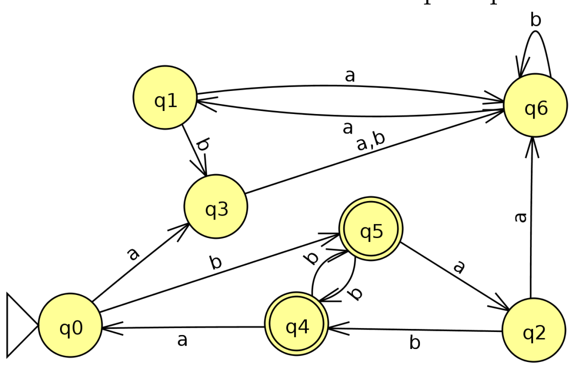
Universidad Técnica Federico Santa María
Campus Santiago San Joaquín
Segundo Semestre 2016

Tarea 2 - TALF

Jorge Contreras 201573547-6
Juan Pablo Jorquera 201573533-6

1. Pregunta 1

Primero realizamos el AFD de la tabla para poder trabajar sobre él.



1.1. Parte (a)

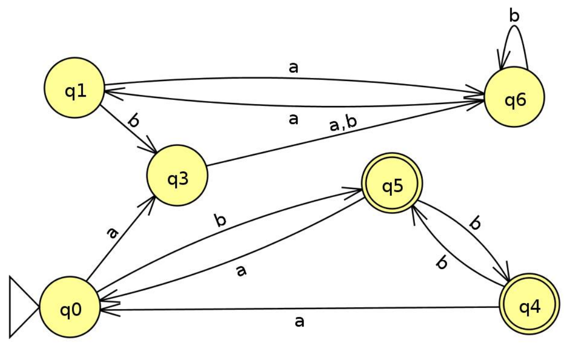
Primero hacemos la tabla correspondiente al autómata.

q1	X					
q2	O	X				
q3	X	O	X			
q4	X	X	X	X		
q5	X	X	X	X	O	
q6	X	O	X	O	X	X
	q0	q1	q2	q3	q4	q5

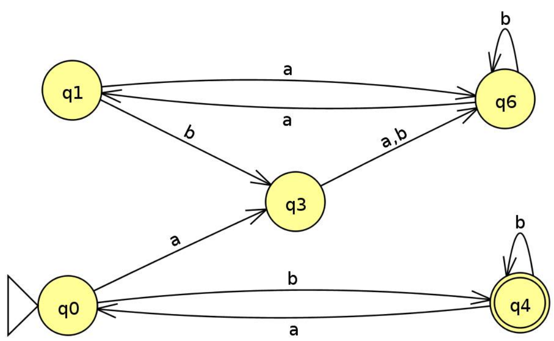
Tabla 1: Tabla de equivalencias

Luego continuamos eliminando los que son equivalentes:

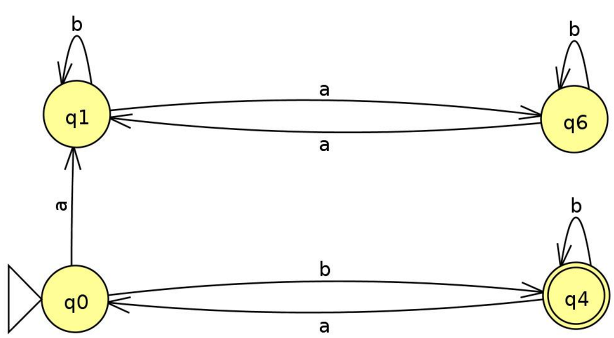
- Eliminar q2:



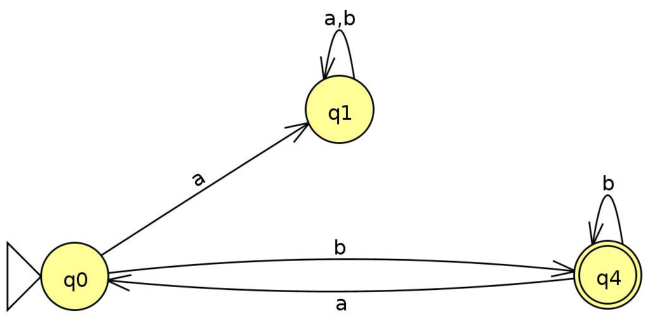
- Eliminar q5:



- Eliminar q3:



- Eliminar q6:

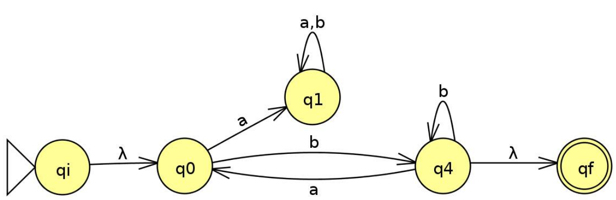


1.2. Parte (b)

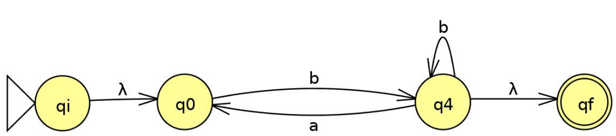
- Tomando q0 y q1: la palabra "b" distingue a ambos, ya que quedan en distinto estado de aceptación.
- Tomando q0 y q4: simplemente "ab" los distingue.
- Tomando q1 y q4: "b" los distingue.

1.3. Parte (c)

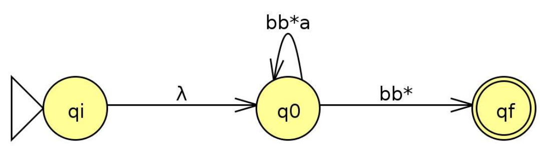
- Primero normalizamos para tener un nodo de entrada y de salida claros.



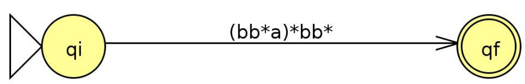
- Luego eliminamos el nodo "basura" que se encuentra.



- Eliminamos q4.



- Finalmente eliminamos q0.



1.4. Parte (d)

Corresponde al lenguaje que comienza con una o más "b" y, si lo sigue una "a", se repite el proceso con "b" nuevamente.

2. Pregunta 2

Si tomamos $L_B = LL_bL$ donde $L_b = \{b\}$, claramente L_B y L_b son regulares al ser parte L. Por otro lado tenemos que:

$$L' \Leftrightarrow L_B - L_b \tag{1}$$

Usando propiedades de conjuntos tenemos:

$$L' \Leftrightarrow L_B - L_b \Leftrightarrow L_B \cap L_b^c \tag{2}$$

Donde por propiedades de clausura se sabe que como L_b es regular, entonces L_b^c también es regular. De igual forma, se deduce que la intersección de ambos lenguajes regulares L_B y L_b^c es regular, por lo que L' también es regular.

3. Pregunta 3

3.1. Parte (a)

Sea $w = a^n b^{n-1}$, $w \in L_1$
$w = xyz$, con $|xy| \leqslant n$; $|y| \geqslant 1$.

Necesariamente x e y están dentro de a^n, Así:
$x = a^p$, $p \geqslant 0$
$y = a^q$, $q \geqslant 1$
$z = a^{n-p-q} b^{n-1}$

Aplicamos Teorema del Bombeo, k veces y.

$xy^k z = a^{n+q(k-1)} b^{n-1}$

Para que la palabra pertenezca a L_1 se debe cumplir que:

$|n + q(k-1) - (n-1)| \leqslant 42$
$|q(k-1) - 1| \leqslant 42$

Elegimos k=50, quedando
$|49q - 1| \leqslant 42$
Como $q \geqslant 1$, lo anterior es una contradicción y por lo tanto el lenguaje L_1 No es regular.

3.2. Parte (b)

Sea $w = a^n c a^n, w \in L_2$
$w = xyz$, con $|xy| \leqslant n; |y| \geqslant 1$

Necesariamente x e y están dentro de a^n, Así:
$x = a^p$, $p \geqslant 0$
$y = a^q$, $q \geqslant 1$
$z = a^{n-p-q} c a^n$

Aplicamos Teorema del Bombeo, k veces y.

$xy^k z = a^{n+q(k-1)} c a^n$

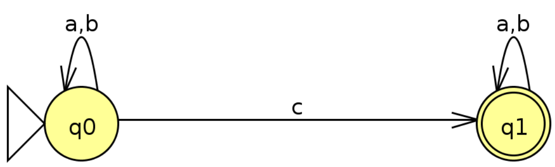
Para que la palabra pertenezca a L_2 se debe cumplir que:

$n + q(k-1) = n$
$q(k-1) = 0$

Elegimos k=2, quedando

q = 0
Pero $q \geqslant 1$, por lo cual la palabra no pertenece al lenguaje y así demostramos que L_2 No es regular.

3.3. Parte (c)



Como pudimos generar un autómata para el lenguaje, éste es regular.

3.4. Parte (d)

Sea $w = a^{2n}b^{2n-1}$, $w \in L_4$
$w = xyz$, con $|xy| \leqslant 2n$; $|y| \geqslant 1$.

Necesariamente x e y están dentro de a^{2n}, Así:
$x = a^p$, $p \geqslant 0$
$y = a^q$, $q \geqslant 1$
$z = a^{2n-p-q}b^{2n-1}$

Aplicamos Teorema del Bombeo, k veces y.

$xy^kz = a^{2n+q(k-1)}b^{2n-1}$

Para que la palabra pertenezca a L_4 se debe cumplir:

(1)
$2n + q(k-1) > 2n - 1$
$q(k-1) > -1$

Elegimos k=0, quedando
$-q > -1$
$q < 1$
Pero $q \geqslant 1$, existiendo así una contradicción.

(2)

$2n + q(k-1)$ es par

Elegimos $k = \frac{1}{q} + 1$
$2n + q(\frac{1}{q} + 1 - 1)$
$2n + 1$
Lo cual siempre es impar.

Como no se cumple ni (1) ni (2), podemos asegurar que el lenguaje L_4 No es regular

3.5. Parte (e)

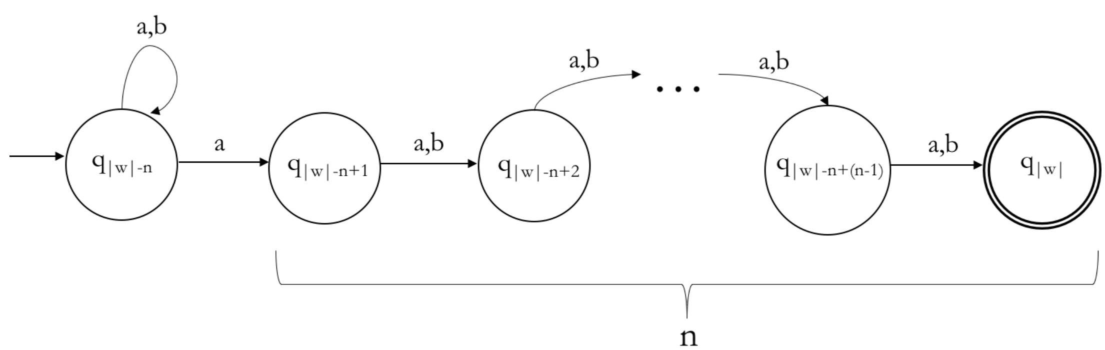
El metro de Santiago posee 5 líneas y 100 estaciones en total, pudiendo llegar desde cualquier estación de cualquier línea a otra estación de cualquier línea igualmente, es decir, es un grafo conexo. Como la cantidad de estaciones es finita, se puede crear un automáta finito en el cual las estaciones hacen de estados, y las transiciones de los estados corresponden a las estaciones que se encuentran inmediatante conectadas a otra estación, por ejemplo Camino Agrícola posee dos transiciones, a San Joaquín y a Carlos Valdovinos, mientras que Los Heroes posee 4 transiciones, a Toesca, Santa Ana, Moneda y República.

Como es posible la creación de un autómata finito, el lenguaje L_5 es regular.

4. Pregunta 4

4.1. Parte (a)

Como se puede ver el AFND a continuación, antes del $n-$ésimo símbolo (contado desde atrás) no importa lo que haya, por lo que se produce un loop, luego continua con dicho símbolo seguido por $n-$estados, por lo que en éste autómata hay $n + 1$ estados.



4.2. Parte (b)

5. Pregunta 5

5.1. Parte (a)

5.2. Parte (b) *

*Los nombres de los nodos fueron puestos como etiquetas para evitar problemas de visibilidad. asdasd

5.3. Parte (c)

El estado inicial (q0q1q2q3) del AFD es de aceptación, lo que significa que acepta la palabra vacía. Como sabemos que la expresión regular acepta “ab”, “aab” o “aba” tantas veces como se requiera, para llegar al segundo estado (q4q5q6) se requiere de una “a”, y como “a” no pertenece a la expresión regular, este no es un estado de aceptación. Luego, Si se ingresa una “b” se llega a una palabra aceptada por la expresión, por lo cual es estado de aceptación (q0q1q2q3q7q9), si en su defecto se elige “a”, se llega a un estado de no aceptación (q8), ya que “aa” no pertenece a la expresión.

Siguiendo ahora desde el estado q0q1q2q3q7q9 con “a” se llega al siguiente estado (q0q1q2q3q4q5q6q11) donde sí hay aceptación dado que se formaría “aba”, la cual pertenece a la expresión, desde este estado si se elige “b” se vuelve al nodo q0q1q2q3q4q7q9, generando un ciclo, porque se repite la expresión “ab” dos veces, siendo esto aceptado. Si por el contrario se opta por “a” se llega al estado q4q5q6q8 que no es de aceptación dado que “abba” no pertenece a la expresión regular.

Desde q8 se puede llegar a q0q1q2q3q10 con “b”, formando la palabra “aab” que pertenece a la expresión, por esto es que es estado de aceptación.

El estado q4q5q6q8 no es de aceptación, tal como se mencionó anteriormente, y eligiendo “a” se va al estado q8 que es el estado de basura, eligiendo en cambio “b” se llega al estado q0q1q2q3q7q9q10 que es de aceptación ya que al llegar a él se forma la palabra “abaab” que es la concatenación de “ab” y “aab”, lo cual es aceptado. Desde este se llega nuevamente al estado q0q1q2q3q4q5q6q11 mediante “a”, y es nuevamente estado de aceptación dado que la palabra al llegar sería “abaaba” que es “aba” dos veces, lo cual es aceptado.

Estando todos los estado ya descritos, las demás posibles interacciones y ciclos se deben sólo a que la expresión regular que finaliza con *, significando que se puede hacer el mismo proceso infinitas veces.