

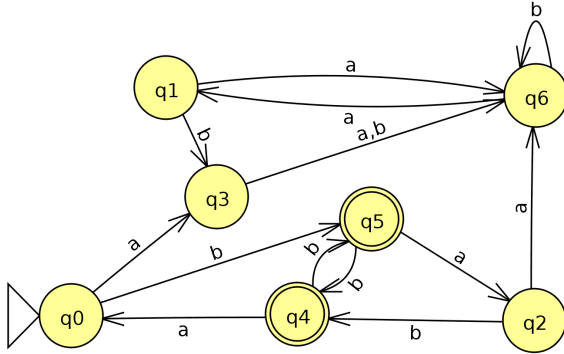


Tarea 2 - TALF

Jorge Contreras 201573547-6
Juan Pablo Jorquera 201573533-6

1. Pregunta 1

Primero realizamos el AFD de la tabla para poder trabajar sobre él.



1.1. Parte (a)

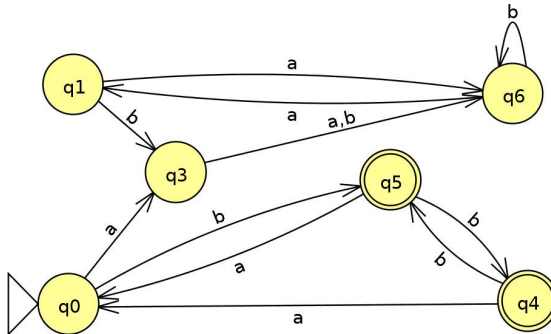
Primero hacemos la tabla correspondiente al autómata.

q1	X					
q2	O	X				
q3	X	O	X			
q4	X	X	X	X		
q5	X	X	X	X	O	
q6	X	O	X	O	X	X
	q0	q1	q2	q3	q4	q5

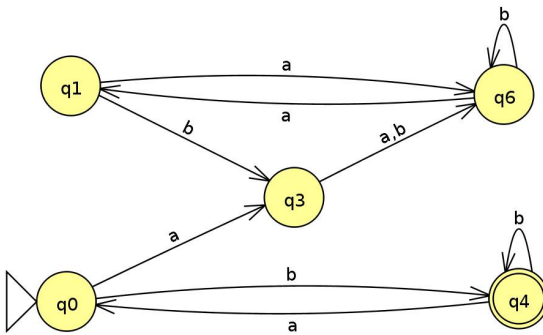
Tabla 1: Tabla de equivalencias

Luego continuamos eliminando los que son equivalentes:

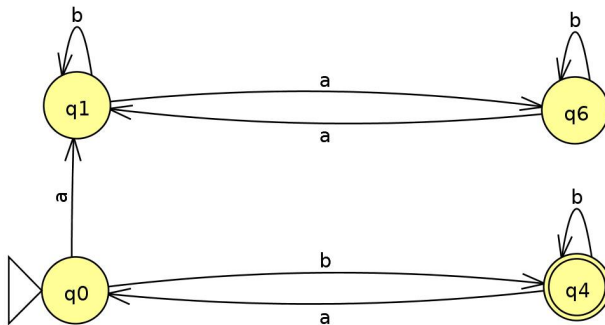
- Eliminar q2:



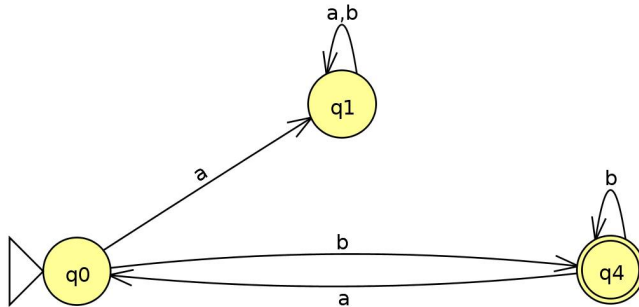
- Eliminar q5:



- Eliminar q3:



- Eliminar q_6 :

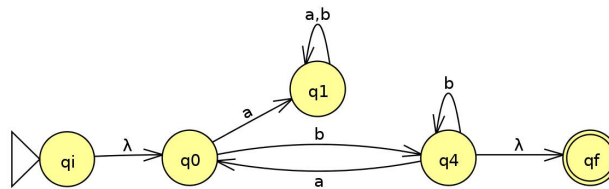


1.2. Parte (b)

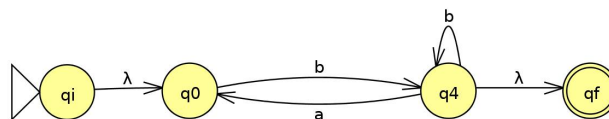
- Tomando q_0 y q_1 : la palabra “b” distingue a ambos, ya que quedan en distinto estado de aceptación.
- Tomando q_0 y q_4 : simplemente “ab” los distingue.
- Tomando q_1 y q_4 : “b” los distingue.

1.3. Parte (c)

- Primero normalizamos para tener un nodo de entrada y de salida claros.

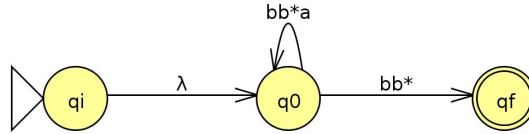


- Luego eliminamos el nodo “basura” que se encuentra.

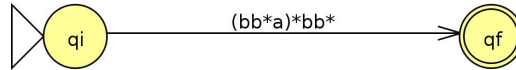




- Eliminamos q4.



- Finalmente eliminamos q0.



1.4. Parte (d)

Corresponde al lenguaje que comienza con una o más “b” y, si lo sigue una “a”, se repite el proceso con “b” nuevamente.

2. Pregunta 2

Si tomamos $L_B = LL_bL$ donde $L_b = \{b\}$, claramente L_B y L_b son regulares al ser parte L. Por otro lado tenemos que:

$$L' \Leftrightarrow L_B - L_b \quad (1)$$

Usando propiedades de conjuntos tenemos:

$$L' \Leftrightarrow L_B - L_b \Leftrightarrow L_B \cap L_b^c \quad (2)$$

Donde por propiedades de clausura se sabe que como L_b es regular, entonces L_b^c también es regular. De igual forma, se deduce que la intersección de ambos lenguajes regulares L_B y L_b^c es regular, por lo que L' también es regular.



3. Pregunta 3

3.1. Parte (a)

Sea $w = a^n b^{n-1}$, $w \in L_1$
 $w = xyz$, con $|xy| \leq n$; $|y| \geq 1$.

Necesariamente x e y están dentro de a^n , Así:

$$\begin{aligned} x &= a^p, p \geq 0 \\ y &= a^q, q \geq 1 \\ z &= a^{n-p-q} b^{n-1} \end{aligned}$$

Aplicamos Teorema del Bombeo, k veces y .

$$xy^k z = a^{n+q(k-1)} b^{n-1}$$

Para que la palabra pertenezca a L_1 se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} |n + q(k-1) - (n-1)| &\leq 42 \\ |q(k-1) - 1| &\leq 42 \end{aligned}$$

Elegimos $k=50$, quedando

$$|49q - 1| \leq 42$$

Como $q \geq 1$, lo anterior es una contradicción y por lo tanto el lenguaje L_1 No es regular.

3.2. Parte (b)

Sea $w = a^n c a^n$, $w \in L_2$
 $w = xyz$, con $|xy| \leq n$; $|y| \geq 1$

Necesariamente x e y están dentro de a^n , Así:

$$\begin{aligned} x &= a^p, p \geq 0 \\ y &= a^q, q \geq 1 \\ z &= a^{n-p-q} c a^n \end{aligned}$$

Aplicamos Teorema del Bombeo, k veces y .

$$xy^k z = a^{n+q(k-1)} c a^n$$

Para que la palabra pertenezca a L_2 se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} n + q(k-1) &= n \\ q(k-1) &= 0 \end{aligned}$$

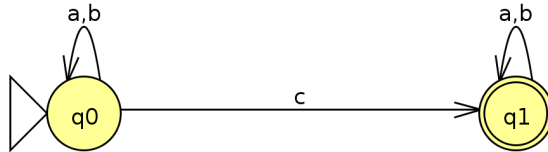
Elegimos $k=2$, quedando



$q = 0$

Pero $q \geq 1$, por lo cual la palabra no pertenece al lenguaje y así demostramos que L_2 No es regular.

3.3. Parte (c)



Como pudimos generar un autómata para el lenguaje, éste es regular.

3.4. Parte (d)

Sea $w = a^{2n}b^{2n-1}$, $w \in L_4$

$w = xyz$, con $|xy| \leq 2n$; $|y| \geq 1$.

Necesariamente x e y están dentro de a^{2n} , Así:

$x = a^p$, $p \geq 0$

$y = a^q$, $q \geq 1$

$z = a^{2n-p-q}b^{2n-1}$

Aplicamos Teorema del Bombeo, k veces y.

$$xy^kz = a^{2n+q(k-1)}b^{2n-1}$$

Para que la palabra pertenezca a L_4 se debe cumplir:

(1)

$$2n + q(k-1) > 2n - 1$$

$$q(k-1) > -1$$

Elegimos $k=0$, quedando

$$-q > -1$$

$$q < 1$$

Pero $q \geq 1$, existiendo así una contradicción.

(2)



$2n + q(k - 1)$ es par

Elegimos $k = \frac{1}{q} + 1$

$2n + q(\frac{1}{q} + 1 - 1)$

$2n + 1$

Lo cual siempre es impar.

Como no se cumple ni (1) ni (2), podemos asegurar que el lenguaje L_4 No es regular

3.5. Parte (e)

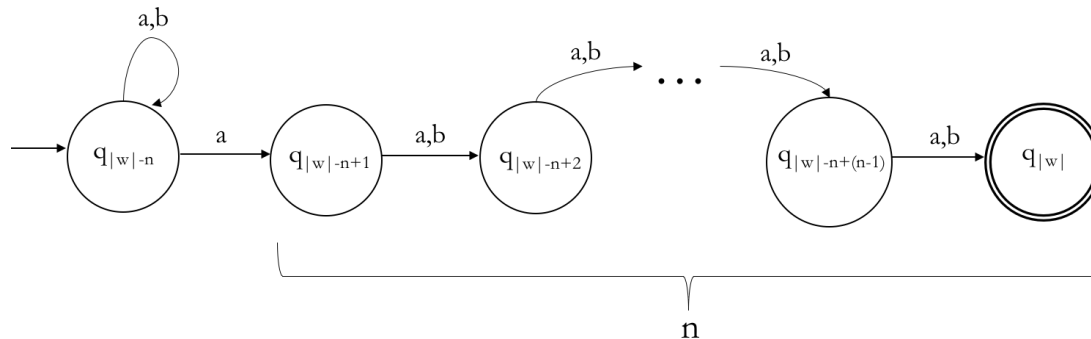
El metro de Santiago posee 5 líneas y 100 estaciones en total, pudiendo llegar desde cualquier estación de cualquier línea a otra estación de cualquier línea igualmente, es decir, es un grafo conexo. Como la cantidad de estaciones es finita, se puede crear un autómata finito en el cual las estaciones hacen de estados, y las transiciones de los estados corresponden a las estaciones que se encuentran inmediatamente conectadas a otra estación, por ejemplo Camino Agrícola posee dos transiciones, a San Joaquín y a Carlos Valdovinos, mientras que Los Heroes posee 4 transiciones, a Toesca, Santa Ana, Moneda y República.

Como es posible la creación de un autómata finito, el lenguaje L_5 es regular.

4. Pregunta 4

4.1. Parte (a)

Como se puede ver el AFND a continuación, antes del n -ésimo símbolo (contado desde atrás) no importa lo que haya, por lo que se produce un loop, luego continua con dicho símbolo seguido por n -estados, por lo que en éste autómata hay $n + 1$ estados.



4.2. Parte (b)

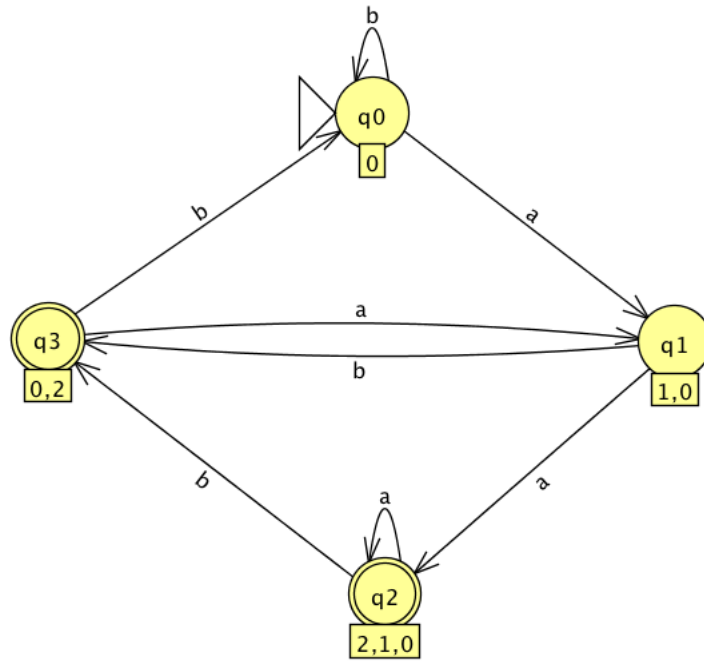
En primer lugar damos más importancia para cada estado después de la “a” requerida (inicialmente siempre hay un loop de “b”, ya que no importa lo que esté concatenado antes), entonces verificamos lo que podemos concatenar después según Myhill-Nerode, ya que dependiendo del n puede variar el resultado, por ejemplo si tenemos (a partir del n -ésimo caracter):



1. “aa”: Al concatenar al final de la palabra “a” se distingue convirtiéndose el segundo “a” en el nuevo n -ésimo y quedando finalmente en aceptación.
2. “ab”: Por otro lado si concatenamos “a” en este caso el “b” pasaría a ser el n -ésimo quedando fuera de la aceptación.

Entonces nos damos cuenta que para cada caracter después del n -ésimo caracter se crean clases de equivalencia distintas diferenciándose en cual es la última posición de “a” y pudiendo volver a éstas según corresponda, por lo que es necesario crear dos estados nuevos por cada caracter de n , por lo que finalmente la cantidad de estados será por lo menos 2^n . Cabe resaltar que la mitad de 2^n serán de aceptación al estar en el último nivel y que en uno de ellos se encontrará un loop de “a”, ya que si se sigue un camino de sólo “a” da lo mismo las que se agreguen, el n -ésimo seguirá siendo “a”.

A continuación se muestra un ejemplo para $n = 2$, para ayudar la visualización.



5. Pregunta 5

5.1. Parte (a)

5.2. Parte (b) *

* Los nombres de los nodos fueron puestos como etiquetas para evitar problemas de visibilidad. asdasd



Universidad Técnica Federico Santa María
Campus Santiago San Joaquín
Segundo Semestre 2016

5.3. Parte (c)