Tarea 4 y final

1. [25pt] Construya una máquina de Turing estándar que calcule la función $\mathbf{min}(x, y)$, donde $x, y \geq 1$ se reciben codificados en binario, en formato $x\#y$, y la respuesta también debe quedar en binario. Puede suponer que los números no tienen ceros a la izquierda (de modo que el número 5 se escribirá 101, y no 0101 ni 000101).

2. [20pt] Construya una máquina de Turing que decida el lenguaje $\{w : w = uu, u \in \{a,b\}^*\}$. Si quiere puede usar una máquina no estándar (o sea: puede usar más de una cinta, marcas, variables internas, no determinismo).

3. [25pt] Un joven informático, Juan Turing Contreras, propone un modelo de máquinas similar a las máquinas de Turing, salvo por un detalle: la función de transición δ se lee de manera distinta. Aquí indicará lo que *no* debemos estar viendo frente al cabezal, para que una transición sea posible. Por ejemplo: una transición puede ser

$$\delta(q_5, \{a, c\}) \;=\; (q_2, a, R)$$

   e indicará que si estoy en el estado q_5 y el cabezal *no está viendo* una a ni una c, entonces puedo pasar al estado q_2, escribir a, y moverme a la derecha. Tal como en las MT normales, la máquina se detiene cuando no encuentra ninguna regla aplicable.

   Muestre que las MT Contreras tienen el mismo poder de cómputo que las MT estándar.

   Hint/ojo: Ninguno de los dos modelos es estrictamente un caso particular del otro, así que hay trabajo que hacer en las dos direcciones. Ojo también con los estados de aceptación y las detenciones.

4. [30pt = 2×15] Muestre que los siguientes problemas son indecidibles:

   (a) Dada una máquina de Turing M con dos cintas, y un input w (que viene escrito en la primera cinta), determinar acaso M, al partir con ese input, alguna vez usará su segunda cinta (es decir, acaso alguna vez escribirá en ella algo distinto de los $\Diamond$ que inicialmente contiene).

   (b) Dadas dos máquinas de Turing M_1 y M_2, determinar acaso existe o no una infinidad de posibles inputs que sean aceptados por ambas máquinas.

Bonus [15pt por respuesta buena, 0 si no. O sea: no tiene puntajes intermedios] Definimos la función $\mathbf{Tinta}(\langle M\rangle, w)$ que cuenta la cantidad de veces que la máquina M modifica su cinta, cuando parte con input w. Los valores que **Tinta** toma son números naturales, o bien "∞". Muestre que **Tinta** es una función incomputable.

Pueden hacerla solos o de a dos; tres es multitud. Cualquier formato que se pueda visualizar en un PC sin tener que instalar software norcoreano es válido. Entrega por email a amoreira@inf.utfsm.cl antes de que salga el sol del día siguiente al que definamos como plazo. Usen su(s) nombre(s) o rol para identificar el archivo; nada de "tarea3.pdf", por favor. Dudas: de preferencia en moodle, para que otros se beneficien de la aclaración. Suerte.