

Isabella Salgado 201730418  
Johan Hernández 201729696  
Juan Pablo Naranjo 201730006

## Tarea 6

### Punto 1

Se utiliza el algoritmo de Structure from Motion para reconstruir una estructura presentada en cuatro imágenes de esta pero en diferentes ángulos. Para realizar esto, en primer lugar se escogen doce puntos de las cuatro imágenes, los cuales deben ser los mismos y seleccionados en el mismo orden.



Figura 1: Puntos escogidos

Luego, a estos puntos se les remueve la media y después se realiza factorización de la matriz de datos  $D$  utilizando SVD.

$$D = TWQ^T$$

Se toman las tres primeras columnas de  $T$  y de  $Q$ , y los tres primeros valores propios de  $W$ . Luego se calculan las expresiones para  $A0$  y  $P0$ .

$$A0 = T_3 \sqrt{W_3} \quad P0 = \sqrt{W_3} Q_3^T$$

Después, se realiza el euclidian upgrade ( $invCP0$ ), para así finalmente realizar la reconstrucción. Para este propósito, se toma cada una de las columnas de  $invCP0$  para representar cada uno de los 12 puntos escogidos al principio. Luego, se unen los respectivos puntos para así formar la estructura. Es importante resaltar que se realizó el mismo proceso con  $P0$  para así comparar la reconstrucción antes y después del euclidian upgrade. Se puede evidenciar que, a pesar de que en ambos casos se llega a la figura correcta, el euclidian upgrade le da una dimensión y ubicación más adecuada y congruente, comparada con la real.

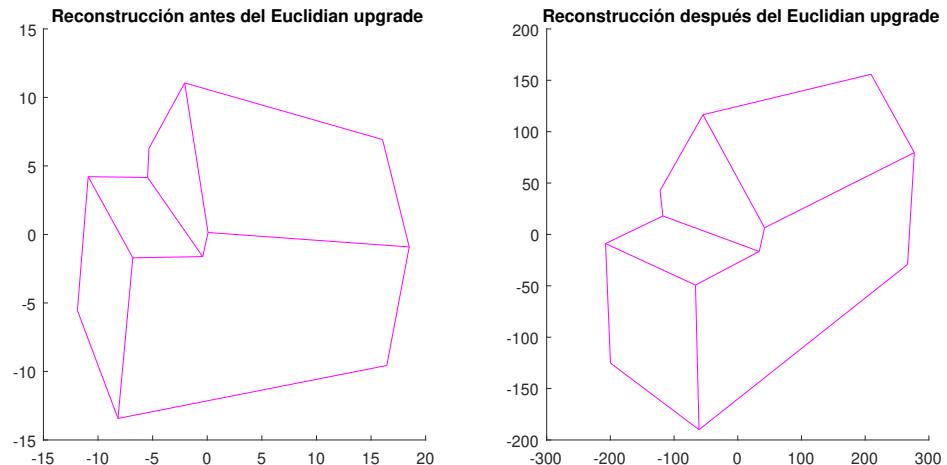


Figura 2: Reconstrucción de la estructura

## Punto 2

### Literal a.

Para este literal se graficaron tres grupos de caras, con seis expresiones cada una, acompañados de sus correspondientes landmarks, estos gráficos se pueden observar en las figuras 3, 4 y 5.

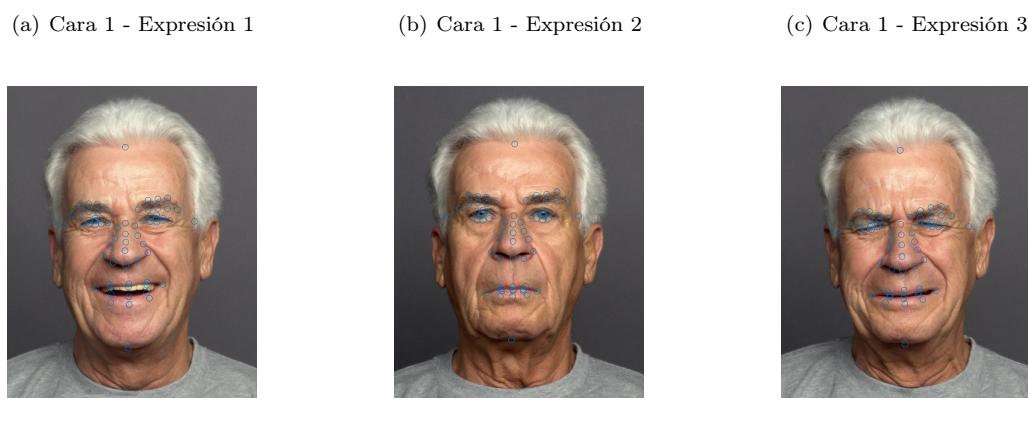
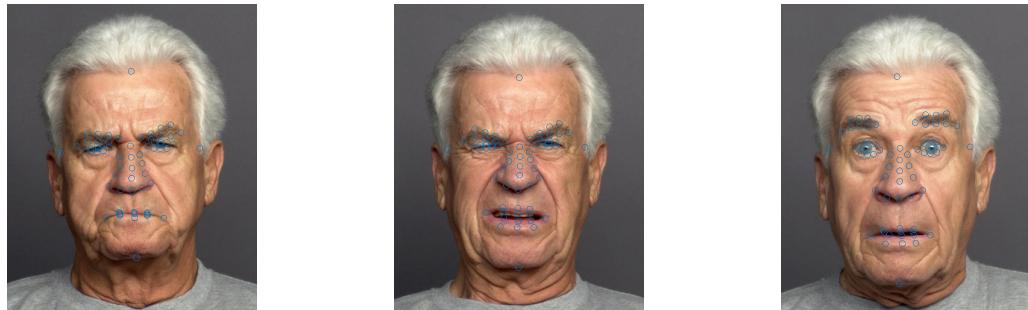


Figura 3: Cara 1

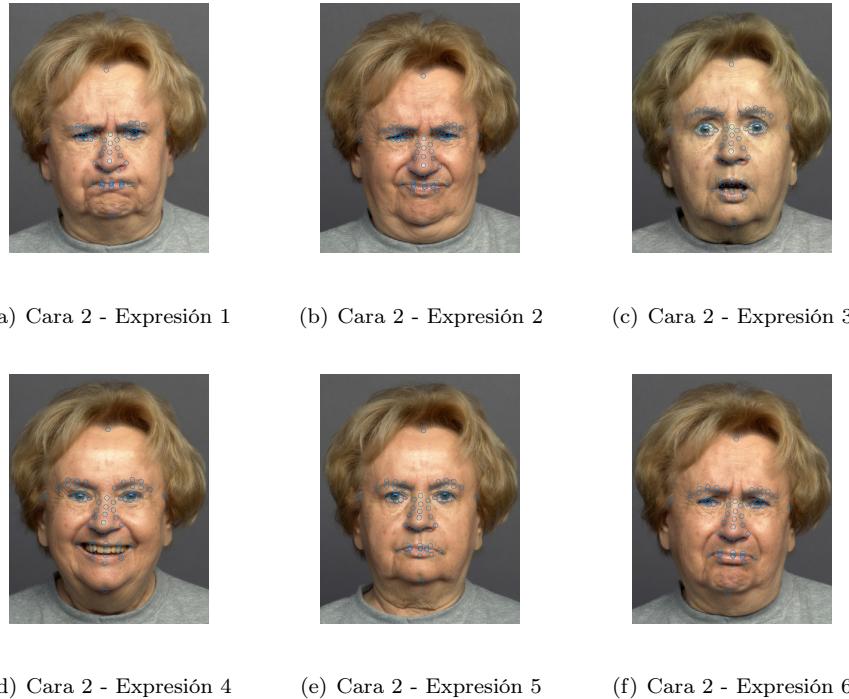


Figura 4: Cara 2

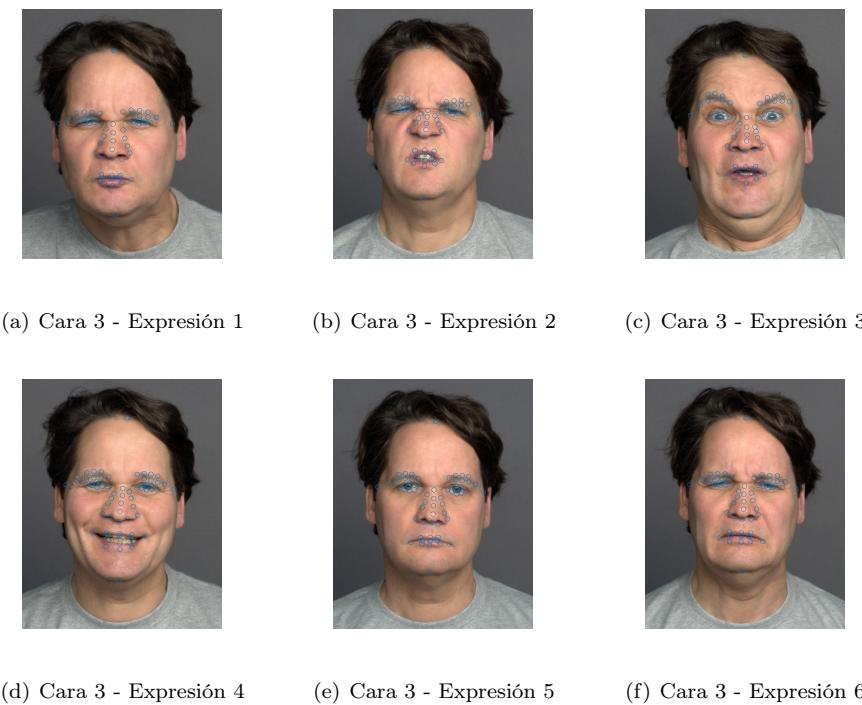


Figura 5: Cara 3

**Literal b.**

En la figura 6 se pueden observar todos los landmarks de la base de datos suministrada graficados al mismo tiempo.

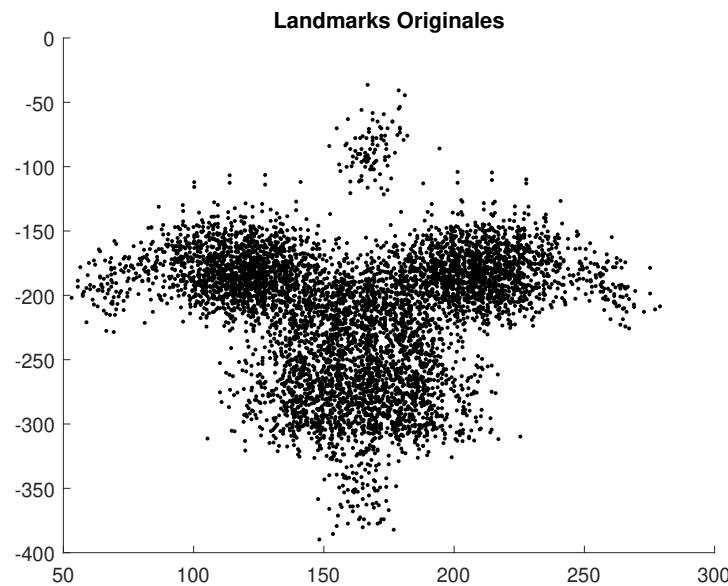


Figura 6: Landmarks Originales

**Literal c.**

El primer paso para realizar un ajuste de procrustes es remover la media de cada forma en el conjunto. El resultado de este primer paso se puede observar en la figura 7.

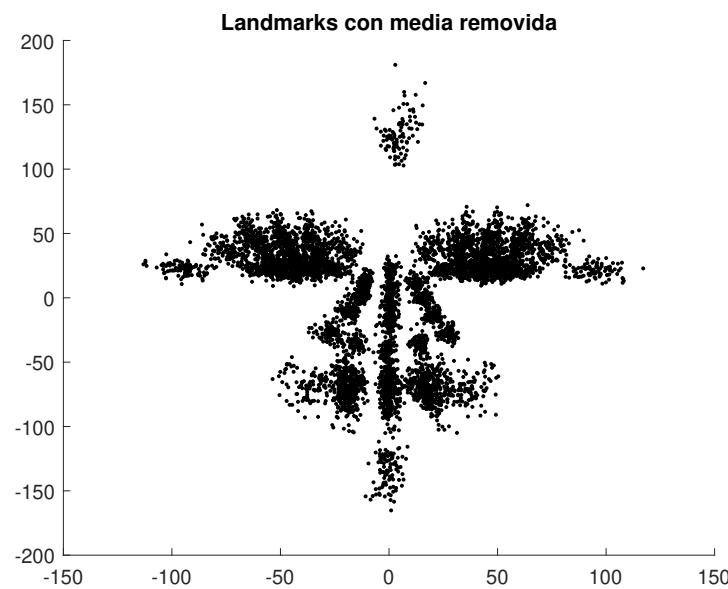


Figura 7: Landmarks con Media Removida

En este momento ya se puede evidenciar un cambio entre las formas mostradas en las figuras 7 y 6. Además de poder observar como los datos están mejor agrupados, también, se puede observar que al remover la media los datos quedan centrados alrededor del origen, lo cual tiene sentido, dado que, precisamente, se está removiendo la media de cada forma.

El segundo paso para realizar un ajuste de procrustes es hacer que la norma de cada forma en el conjunto sea 1, esto se realizó dividiendo cada forma entre su norma. El resultado de este segundo paso se puede observar en la figura 8.

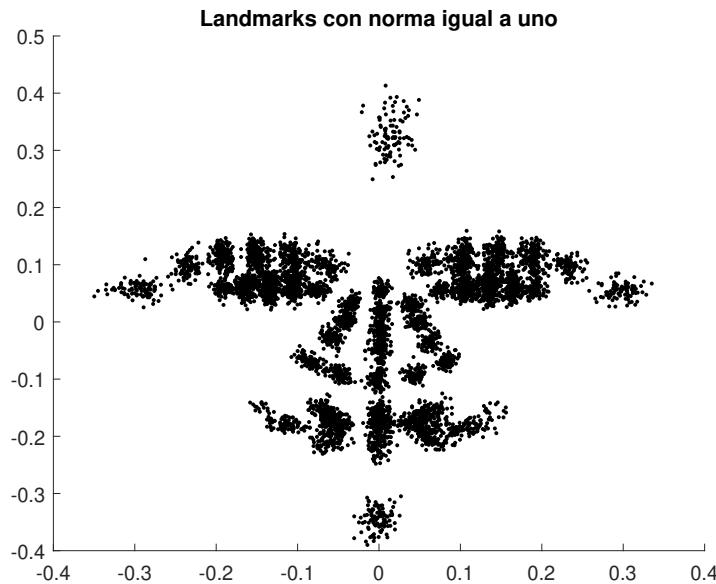


Figura 8: Landmarks con norma igual a uno

En este punto es posible notar, comparando las figuras 8 y 7, que al igualar la norma a uno para cada forma se logra evidenciar un mejor agrupamiento de los datos, y, adicionalmente, también se observan un cambio en las dimensiones de todos los landmarks.

El tercer paso para realizar un ajuste de procrustes es obtener el vector  $\hat{\mu}$ , el cual se define como el vector propio asociado al mayor valor propio de  $S$ , con,

$$S = \sum_{i=1}^n W_i \cdot W_i^*$$

Donde  $n$  se refiere al número de grupos de landmarks que se tienen,  $W_i$  se refiere a un vector columna complejo donde su parte real corresponde a las coordenadas en el eje  $x$  y su parte compleja corresponde a las coordenadas en el eje  $y$  de los landmarks, y  $W_i^*$  se refiere al vector  $W_i$  conjugado y transpuesto.

Después de realizar el cálculo de la matriz  $S$ , se procedió a encontrar el vector propio asociado a su mayor valor propio. En la figura 9 se pueden observar los puntos proporcionados por el vector  $\hat{\mu}$  hallado, tanto en su forma original, dispersión de puntos, como con sus puntos conectados automáticamente y manualmente.

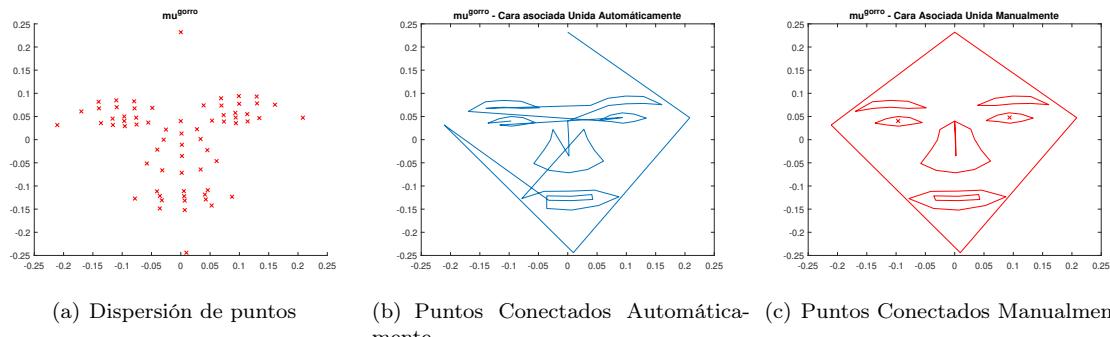


Figura 9: Puntos asociados a  $\hat{\mu}$

Finalmente, el cuarto paso para realizar un ajuste de procrustes es proyectar cada forma  $W_i$  a la media de procrustes  $W_i^P$ , donde,

$$W_i^P = W_i \cdot \frac{W_i^* \cdot \hat{\mu}}{W_i^* \cdot W_i}$$

Al aplicar esta proyección a cada una de las formas se obtuvo el resultado mostrado en la figura 10.

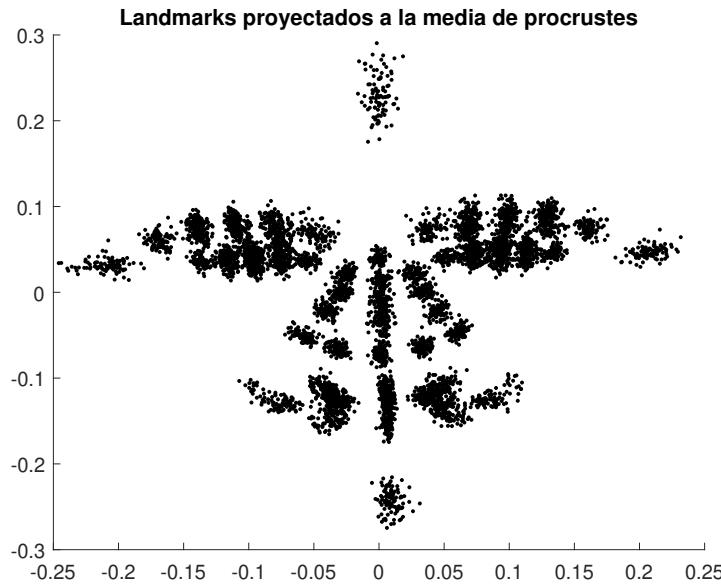


Figura 10: Landmarks Proyectados a la Media de Procrustes

Al comparar la figura 10 con la figura 6, se puede notar a simple vista que luego de realizar todo el ajuste de Procrustes es posible notar un agrupamiento de datos capaz de evidenciar de mejor manera cada grupo de landmarks de forma individual, es decir, en la figura 10 es más fácil notar donde se ubican los ojos o la nariz, a diferencia de la figura 6, con esto queda claro que ahora, después de realizado el ajuste de Procrustes, ya es posible comparar cada una de las formas entre sí.

Por último, en la figura 11 se pueden observar todos los landmarks proyectados a la media de procrustes resaltando los puntos, conectados manualmente, asociados al vector  $\hat{\mu}$ .

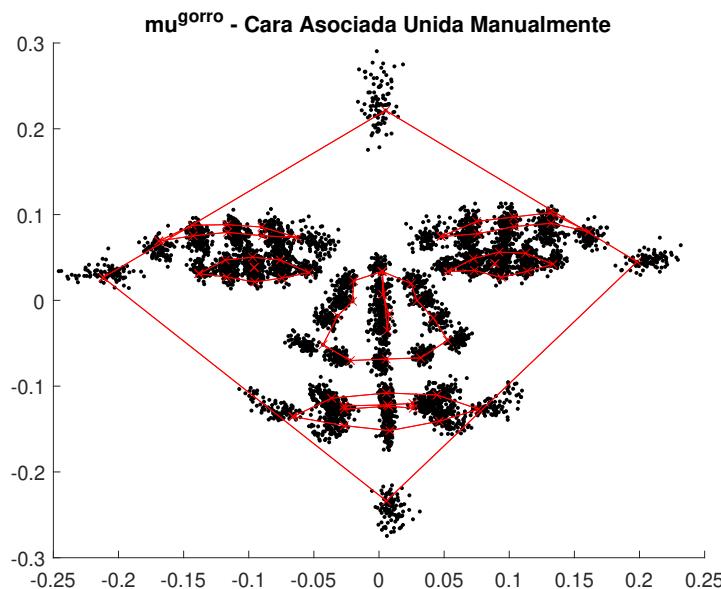


Figura 11: Landmarks Proyectados a la Media de Procrustes y Puntos Asociados a  $\hat{\mu}$