

Caso de Estudio 1

IELE-4010 Procesos Estocásticos 2021-II

Profesor: Luis Felipe Giraldo

1. Considere el siguiente experimento. Un dado no cargado es lanzado. De acuerdo con el resultado, una de seis monedas es seleccionada (la moneda seleccionada es aquella cuyo número corresponde al número obtenido por el lanzamiento del dado). La moneda i tiene una probabilidad de 'cara' $P_i(C) = \frac{1}{(i+1)^2}$ para $i = 1, \dots, 6$. La moneda correspondiente es entonces lanzada.
 - a) (25 puntos) Encuentre el espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P)
 - b) (12 puntos) Encuentre la probabilidad de que el resultado de la moneda es 'sello'.
Ayuda: Tenga en cuenta que $P_i(C)$ es la probabilidad de obtener cara dado que el lanzamiento del dado dió como resultado i . Es decir, $P(C|\text{dado} = i) = P_i(C) = \frac{1}{(i+1)^2}$.
 - c) (13 puntos) Encuentre la probabilidad de que el dado muestre un número ≤ 2 y que el lanzamiento de la moneda muestre 'cara'.
2. Sean E_1 and E_2 dos eventos y $P(E_1) = \frac{1}{4}$. Evalúe $P(E_2)$, si
 - a) (4 puntos) $E_2 = E_1^c$
 - b) (4 puntos) E_1 and E_2 son mutuamente exclusivos y $P(E_1 \cup E_2) = \frac{1}{2}$
 - c) (4 puntos) E_1 and E_2 son mutuamente exclusivos e independientes
 - d) (4 puntos) E_1 and E_2 son independientes y $P(E_1 \cup E_2) = \frac{1}{2}$
 - e) (4 puntos) $P(E_1|E_2) = \frac{1}{2}$ y $P(E_2|E_1) = \frac{3}{4}$
3. (30 puntos) Experimento
 - Escriba un código en Matlab o Python para generar N repeticiones de un número aleatorio entre 0 y 1. Use el comando `x=rand(N,1)` o su equivalente en Python. Cada fila de `x` es el resultado de un experimento. Defina dos eventos: $A = \{x \leq 0,4\}$ y $B = \{0,2 \leq x \leq 0,5\}$
 - Para su experimento, sea $\frac{n_A}{N}$ la frecuencia relativa de ocurrencia de A (y de manera similar para otros eventos). Para $N = 10$, genere un arreglo `A` de tamaño $N \times 1$ cuyos elementos son 1 si A ocurre, y 0 de lo contrario; repita para B . Use estos arreglos para encontrar la frecuencia relativa de los eventos A , B , $A \cup B$, $A|B$, y $B|A$. El evento $A|B$ es el evento de ocurrencia de A dado B . De antemano se sabe que las probabilidades son $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$, $P(A \cup B) = 0,5$, $P(A|B) = 2/3$, y $P(B|A) = 1/2$. Repita este experimento explicado arriba tres veces, y resume los resultados de las frecuencias relativas utilizando la siguiente tabla:

| | A | B | $A \cup B$ | $A \cap B$ | $A B$ | $B A$ |
|-----------|-----|-----|------------|------------|-------|-------|
| Intento 1 | | | | | | |
| Intento 2 | | | | | | |
| Intento 3 | | | | | | |
 - Repita tabla anterior para $N = 10$, $N = 100$, $N = 1 \times 10^8$, y $N = 1 \times 10^6$. Explique los resultados obtenidos para cada valor de N (es decir, los tres intentos por cada valor de N), y compare con las probabilidades teóricas en cada evento.