

Estimación MMSE:

1. (35 puntos) **Filtrado de señal ruidosa:** Para obtener puntos en este ejercicio, tiene que intentar resolver todos los problemas propuestos. Soluciones incompletas tendrán 0 puntos.
Las mediciones de temperatura en un proceso físico se modelan a través de una variable aleatoria continua Y que sigue una distribución Gaussiana con media 30 y varianza 1,5. Suponga que observamos Y con un error aleatorio W aditivo. En particular, se observa la variable aleatoria $X = Y + W$, donde el ruido W se modela como una variable Gaussiana con media 0 y varianza 1. La variable W es independiente de Y .
 - (a) Genere observaciones de Y y el valor correspondiente de X , y gráfíquelas como puntos 2D en un plano X vs Y .
 - (b) Encuentre la distribución Gaussiana multivariable del vector $Z = [Y, X]^T$. Grafique las curvas de nivel de la PDF de Z en una figura con los datos encontrados en (a) traslapados.
 - (c) Encuentre la función del estimador lineal MMSE (es decir, LMMSE) de Y basado en X .
 - (d) Grafique la función resultante con respecto a los posibles valores de X , es decir, grafique \hat{Y} vs X (donde \hat{Y} es la estimación de Y). Interprete este resultado basado en el hecho de que $X = Y + W$, es decir, de que se tienen observaciones ruidosas de una variable.
2. (65 puntos) **Experimento con datos reales.** Para obtener puntos en este ejercicio, tiene que intentar resolver todos los problemas propuestos. Soluciones incompletas tendrán 0 puntos.
Las mediciones de temperatura T (unidades en $^{\circ}C$) y humedad relativa H (unidades en %) en un invernadero real de un cultivo de rosas ¹ se modelan como variables aleatorias Gaussianas conjuntas a través del vector aleatorio $Z = [T, H]^T$, cuyo vector de medias y matriz de covarianza son desconocidos. Sin embargo, se logran obtener varias observaciones de Z , y se guardan en el archivo *datosCaso6.txt*.
 - (a) Grafique las observaciones en el plano coordenado H vs T (indique las unidades de las variables en las etiquetas de los ejes), y realice una inspección visual sobre el comportamiento de los datos. Por ejemplo, hable sobre la correlación entre la temperatura y la humedad, valores más comunes de temperatura y humedad, entre otros aspectos del comportamiento de los datos.
 - (b) Encuentre la estimación el vector de medias y la matriz de covarianza a partir de los datos obtenidos utilizando las funciones de Matlab `mean` y `cov` o sus equivalentes en Python. Escriba la PDF conjunta que resulta con estos parámetros estimados. Grafique las observaciones en un plano coordenado H vs T , y traslape las curvas de nivel de la PDF estimada.
 - (c) Se tomaron unas muestras nuevas de parejas de temperatura y humedad, en el archivo *DatosNuevosCaso6.txt*. Sin embargo, algunos de los datos de temperatura y otros de humedad se perdieron durante las mediciones. Es decir, en algunos datos se dispone de la medición de una de las variables pero no de la otra. Estos vacíos se llenaron con valores de -10000 en el archivo. Para resolver este problema de medición, se requiere utilizar la estimación MMSE para llenar estos vacíos de una forma que es consistente con la relación estadística entre temperatura y humedad.

¹Tomado de IEEE Data Port

- Utilizando la información encontrada en el enunciado b), encuentre y escriba la expresión del estimador MMSE lineal de T dada la observación de H , denotado como $\hat{T}_{MMSE}(h)$.
- Utilizando la información encontrada en el enunciado b), encuentre y escriba la expresión del estimador MMSE lineal de H dada la observación de T , denotado como $\hat{H}_{MMSE}(t)$.

Utilizando estas ecuaciones, estime cada uno de los valores incompletos en el archivo *DatosNuevos-Caso9.txt*. Grafique cada una de las parejas de datos ya completos con las estimaciones, y traslape el contorno de la PDF encontrada en el enunciado (b) para verificar si los datos estimados son consistentes con la distribución.

Ajunte el código fuente para realizar cada uno de los pasos (código comentado y organizado).