

Isabella Salgado 201730418
Johan Hernández 201729696
Juan Pablo Naranjo 201730006

Tarea 3

1. a) Se grafica la señal de audio tanto en tiempo como en frecuencia:

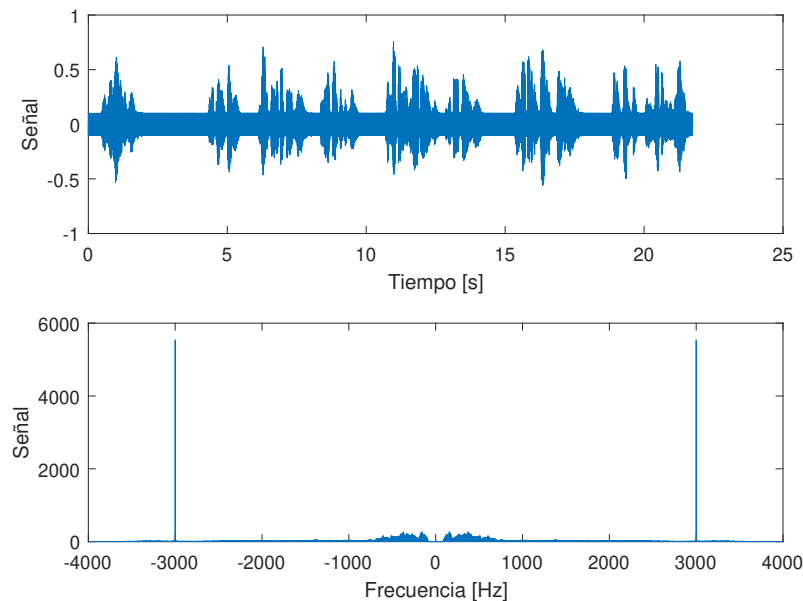


Figura 1: Señal de audio en tiempo y en frecuencia

De la figura anterior, se puede apreciar un ruido constante durante toda la señal. Del espectro de frecuencia, se puede determinar que la frecuencia de este ruido es de 3 KHz.

- b) Se diseña un filtro tipo FIR rechazabandas que permite eliminar la frecuencia de 3 KHz. El filtro está diseñado con una frecuencia de corte inferior de 2.8 KHz y superior de 3.2 KHz. Para lograr esto, se implementaron tres filtros pasabajos, con $\omega_{c1} = 2.8$ KHz, $\omega_{c2} = 3.2$ KHz y $\Omega_c = \pi$. Además, se establece el orden del filtro como $N = 30$. A continuación se observa información del filtro.

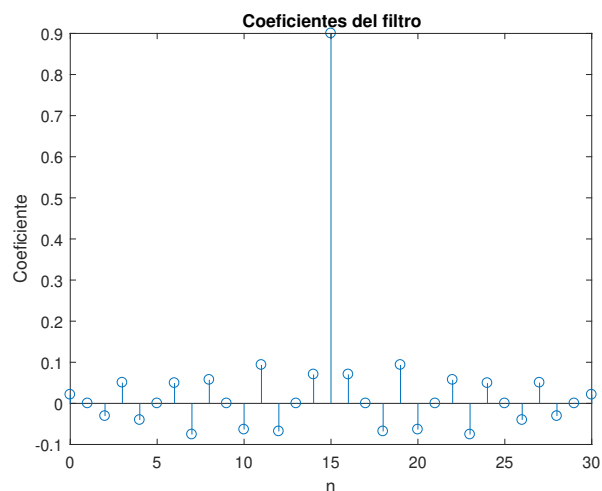


Figura 2: Coeficientes del filtro rechazabanda

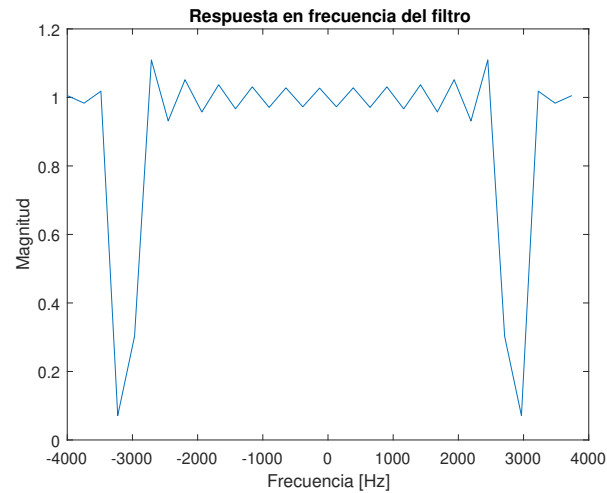


Figura 3: Respuesta en frecuencia del filtro rechazabanda

- c) Se escribió una rutina que implementara la ecuación de diferencias asociada a un filtro FIR, para así filtrar la señal de audio con el filtro diseñado. Los resultados en tiempo y en frecuencia son los siguientes:

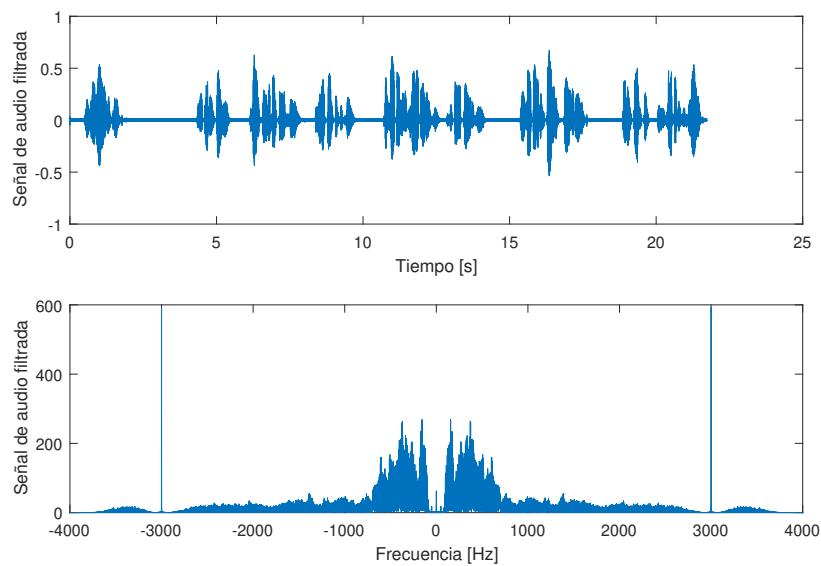


Figura 4: Señal de audio filtrada en tiempo y en frecuencia

Del espectro de frecuencia se puede apreciar que aún persisten los picos en la frecuencia de 3 KHz después de pasar por el filtro, sin embargo, su magnitud es casi 10 veces menor a la evidenciada en la figura 1.

- d) Al escuchar la nueva señal filtrada, se aprecia que el mensaje se escucha de manera más clara, pero el ruido sigue estando presente. A diferencia del audio original, en este nuevo predomina el mensaje de voz sobre el ruido.

e) Se realiza el mismo procedimiento anterior pero cambiando el valor orden del filtro N .

■ $N = 80$

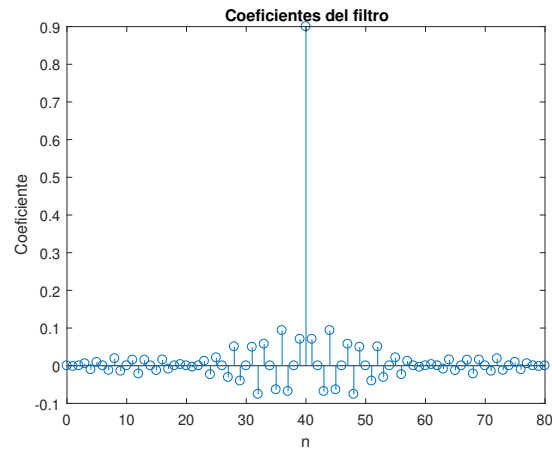


Figura 5: Coeficientes del filtro rechazabanda con $N = 80$

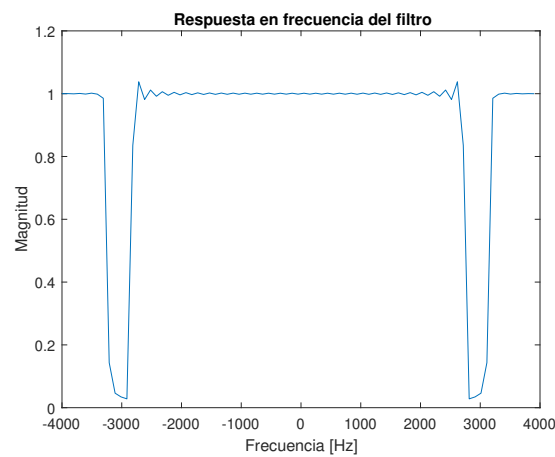


Figura 6: Respuesta en frecuencia del filtro rechazabanda con $N = 80$

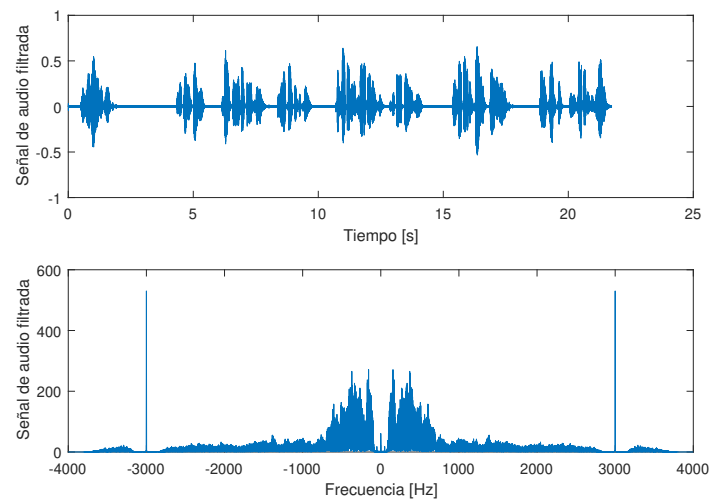


Figura 7: Señal de audio filtrada en tiempo y en frecuencia con $N = 80$

En la figura 6 se observa un filtro que tiene una forma mucho más similar a la de un rechazabanda ideal que la observada en la figura 3. Por otro lado, los picos en frecuencia de la señal filtrada (figura 7) son de menor magnitud que los de la señal filtrada con un filtro de orden $N = 30$. Por lo tanto, al escuchar la señal de audio filtrada se sigue escuchando el ruido. Sin embargo, este es de menor volumen, lo que genera que el mensaje de voz sea más claro.

- $N = 300$

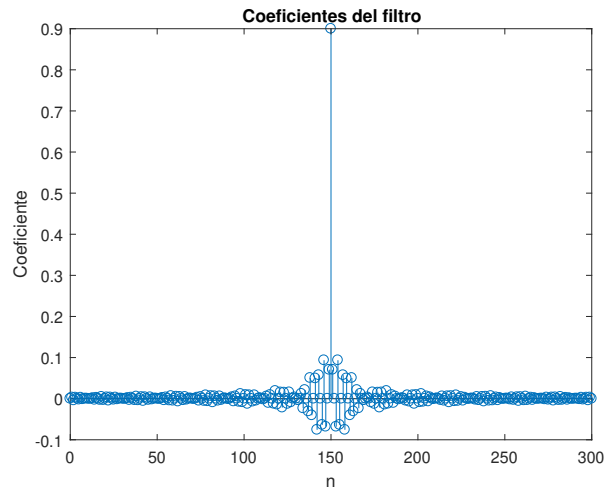


Figura 8: Coeficientes del filtro rechazabanda con $N = 300$

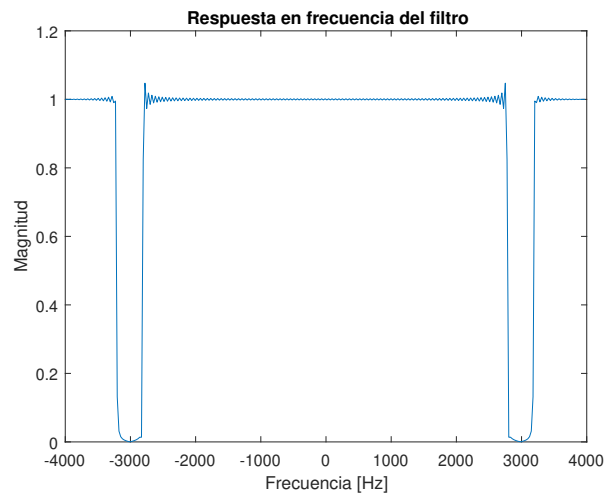


Figura 9: Respuesta en frecuencia del filtro rechazabanda con $N = 300$

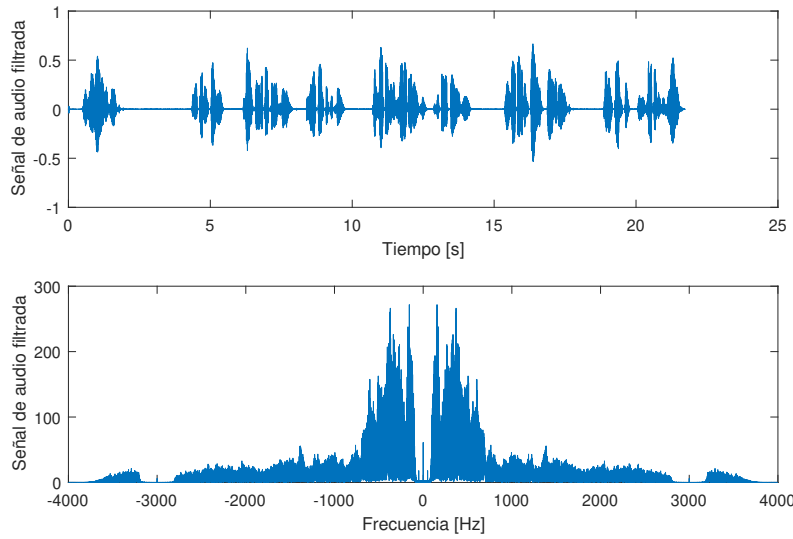


Figura 10: Señal de audio filtrada en tiempo y en frecuencia con $N = 300$

Finalmente, al utilizar un filtro de orden $N = 300$, se evidencia una forma del filtro (figura 9) muy similar a un rechazabanda ideal. Al pasar la señal por este filtro, se observa que los picos de 3 KHz casi desaparecieron por completo, debido a la forma del filtro. Esto ocasionó que al escuchar la señal de audio, únicamente fuera audible el mensaje de voz. Sin embargo, no es posible afirmar que el ruido desapareció por completo, ya que se siguen observando picos de magnitud muy pequeña en 3 KHz. No obstante, este ruido no es perceptible al oído humano por su baja intensidad.

2. Se considera la ecuación

$$y[n] = x[n] + \beta y[n - N] \quad (1)$$

para un n entero, un corrimiento $N > 0$ y una constante $\beta \in \mathbb{R}$

- a) A continuación se muestra el procedimiento para encontrar la función de transferencia $H(z) = Y(z)/X(z)$ para el sistema descrito por la ecuación 1, asumiendo un $\beta \geq 0$.

$$Y(z) = X(z) + \beta z^{-N} Y(z) \quad (2)$$

$$Y(z) - \beta z^{-N} Y(z) = X(z) \quad (3)$$

$$Y(z) (1 - \beta z^{-N}) = X(z) \quad (4)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - \beta z^{-N}} \quad (5)$$

Para encontrar los casos en los que el sistema es inestable, se procede a encontrar los polos de la ecuación 5:

$$1 - \beta z^{-N} = 0 \quad (6)$$

$$z^{-N} = \frac{1}{\beta} \quad (7)$$

$$z = \left(\frac{1}{\beta} \right)^{\frac{1}{N}} = \beta^{\frac{1}{N}} \quad (8)$$

Sabiendo que los polos se encuentran cuando $z = \beta^{\frac{1}{N}}$, se sabe ahora que el sistema solo es estable en el rango

$$\left| \beta^{\frac{1}{N}} \right| < 1 \quad (9)$$

Se sabe que $\left| \beta^{\frac{1}{N}} \right| = \beta^{\frac{1}{N}}$. Por lo tanto, la inecuación 9 pasa a ser

$$\beta^{\frac{1}{N}} < 1 \quad (10)$$

$$\beta < 1^N \quad (11)$$

$$\beta < 1 \quad (12)$$

Como se asumió desde el inicio del problema que $\beta \geq 0$, el intervalo en el que el sistema descrito por la ecuación 1 es estable corresponde a:

$$0 \leq \beta < 1 \quad (13)$$

De lo contrario, el sistema será inestable.

- b) En el archivo *monoAudio.wav* adjunto a este informe se puede escuchar una señal de audio monoaural que se utiliza como señal de entrada ($x[n]$) del sistema descrito en la ecuación 1.

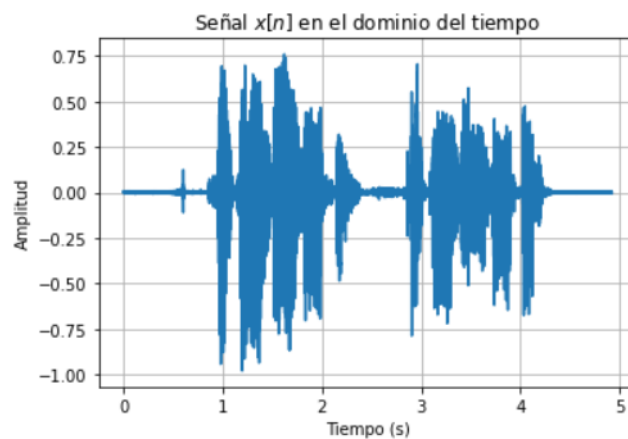


Figura 11: Señal de entrada al sistema $x[n]$

Se escuchó la señal de salida $y[n]$ de este sistema para diferentes valores de β . En la figura 12 se puede apreciar la señal de salida con un β de 0.7, en la figura 13 con un β de 0.9 y en la figura 14 con un β de 1.1.

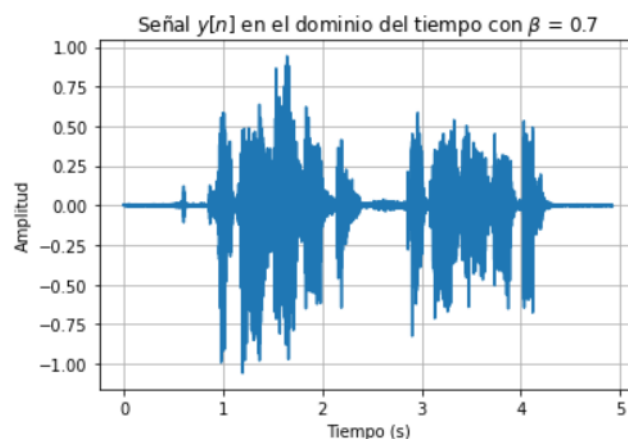


Figura 12: Señal de salida $y[n]$ del sistema con $\beta = 0,7$

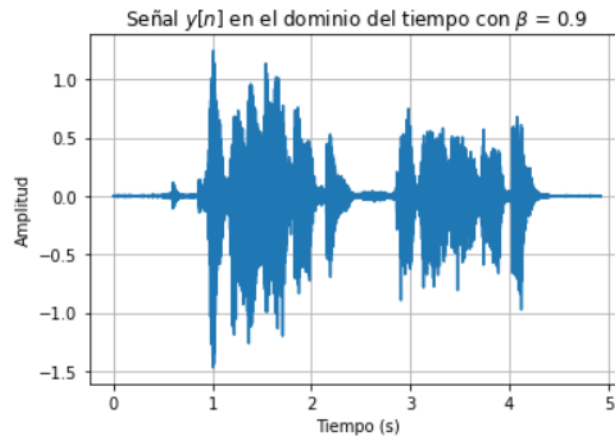


Figura 13: Señal de salida $y[n]$ del sistema con $\beta = 0,9$

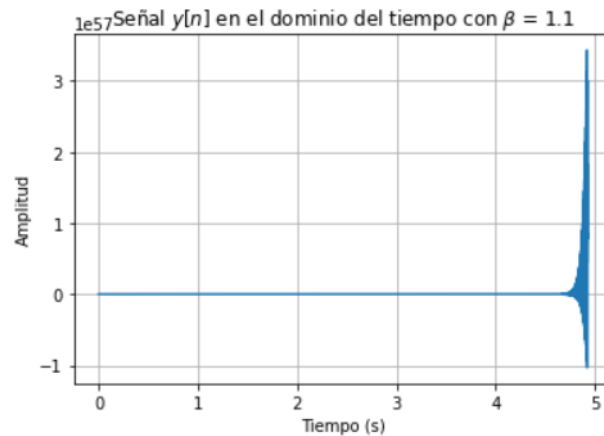


Figura 14: Señal de salida $y[n]$ del sistema con $\beta = 1,1$

Se escuchó cada una de estas señales por separado para determinar el efecto que tuvo el parámetro β en la salida del sistema (estos archivos de audio también están adjuntos a este informe como *b1.wav* para $\beta = 0,7$, *b2.wav* para $\beta = 0,9$ y *b3.wav* para $\beta = 1,1$) y se determinó que a medida que el valor de β aumentaba, la voz del audio se escuchaba cada vez más robótica y con más eco. Esto se deba a que con un β más alto se le está dando más peso al valor de la realimentación del sistema en la ecuación de la salida del mismo, ocasionando que se escuche cada vez más eco.

Como se puede notar en la figura 14, con un β que se encuentra por fuera de los límites establecidos que garantizan la estabilidad del sistema ($1,1 > 1$), la señal de salida del sistema se satura por completo y en su respectivo archivo de audio solo se escucha un pitido muy fuerte. Esto concuerda perfectamente con lo encontrado en el apartado *a)* de este punto.

- c) Para analizar el efecto que tuvo el parámetro N sobre la salida $y[n]$ del sistema, se procedió a escuchar la salida del sistema para valores de $N = 200$, $N = 2000$ y $N = 20000$. Los archivos de audio correspondientes a estas pruebas también se encuentran adjuntos a este informe como *N200.wav*, *N2000.wav* y *N20000.wav*. En las figuras 15, 16 y 17 se pueden encontrar las señales de salida del sistema para $N = 200$, $N = 2000$ y $N = 20000$, respectivamente. Cabe aclarar que al momento de realizar estas pruebas, se trabajó con un $\beta = 0,7$.

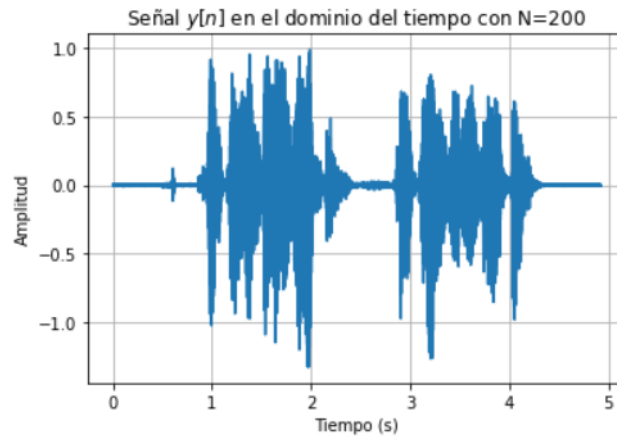


Figura 15: Señal de salida $y[n]$ del sistema con $N = 200$

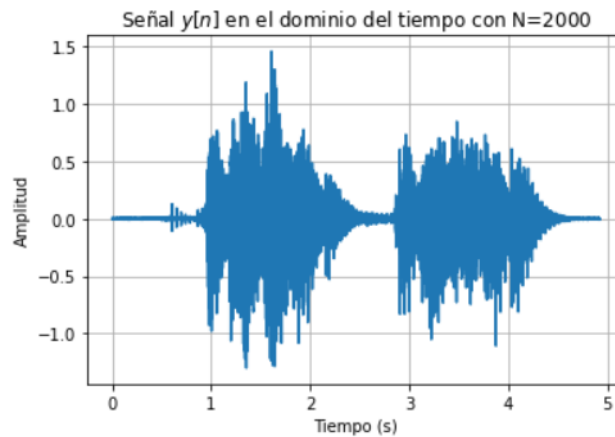


Figura 16: Señal de salida $y[n]$ del sistema con $N = 2000$

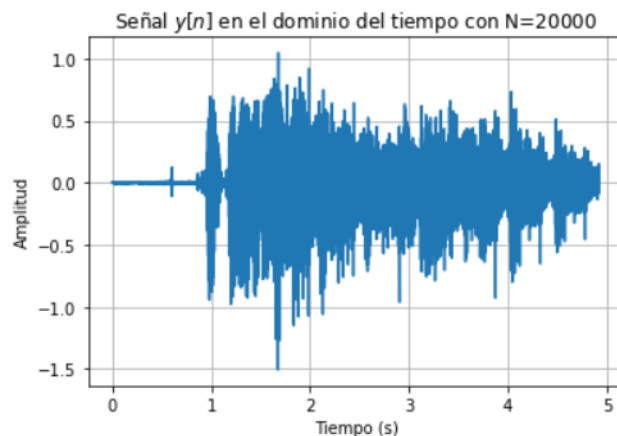


Figura 17: Señal de salida $y[n]$ del sistema con $N = 20000$

Como se puede notar de las anteriores tres figuras y de escuchar los audios correspondientes a las mismas, a medida que incrementa el valor de N , la frecuencia con la que se escucha el eco aumenta drásticamente. Esto se debe a que cada vez se está tomando la realimentación del sistema en un tiempo mayor, ocasionando que se repita con más frecuencia. En la figura 17 se puede notar que la cantidad de tiempo en el que se encuentran amplitudes altas del audio

es mucho mayor al de los otros dos casos, y esto se puede corroborar fácilmente escuchando el audio *N20000.wav*.

3. La decodificación de estos mensajes se logró realizando los siguientes pasos:

- a) Se cargó el audio codificado en *Matlab* y se obtuvo su representación frecuencial, las gráficas de tiempo y frecuencia correspondientes a esta señal pueden observarse en las figuras 18 y 19, respectivamente.

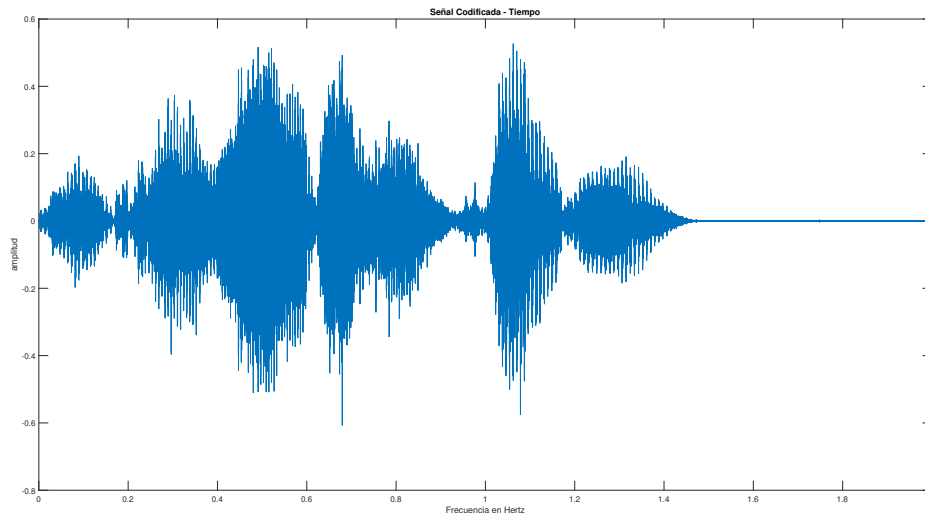


Figura 18: Señal Codificada - Tiempo

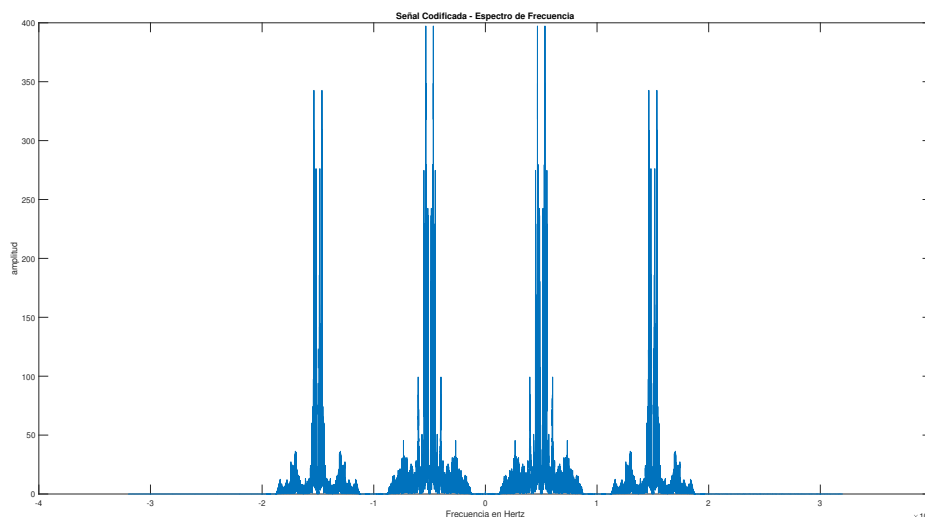


Figura 19: Señal Codificada - Frecuencia

Tal como se puede apreciar en la figura 19, esta señal cuenta con cuatro importantes zonas donde se distribuyen sus frecuencias más importantes o representativas, las cuales son $-15kHz$, $-5kHz$, $5kHz$ y $15kHz$, sin embargo, debido a los complejos conjugados que se generan al momento de representar una señal en frecuencia, realmente tenemos dos frecuencias centrales de interés, $\pm 5kHz$ y $\pm 15kHz$. Por lo tanto, el siguiente paso es diseñar dos filtros, un pasa bajas y un pasa altas, que permitan separar estas dos frecuencias para trabajarlas de forma independiente.

- b) Se desarrolló un filtro FIR pasa bajas con frecuencia de corte en $10kHz$, esta señal se seleccionó observando la figura 19 y notando que esta frecuencia se ubica en un punto aproximadamente

intermedio entre las dos zonas de interés. En las figuras 20 y 21 puede apreciarse la gráfica de tiempo y frecuencia de la señal codificada filtrada, respectivamente.

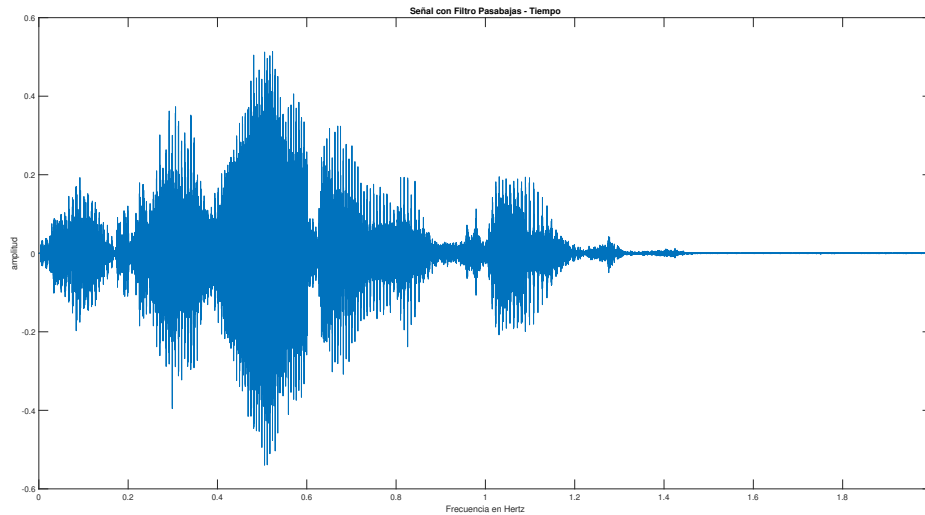


Figura 20: Señal con Filtro Pasabajas - Tiempo

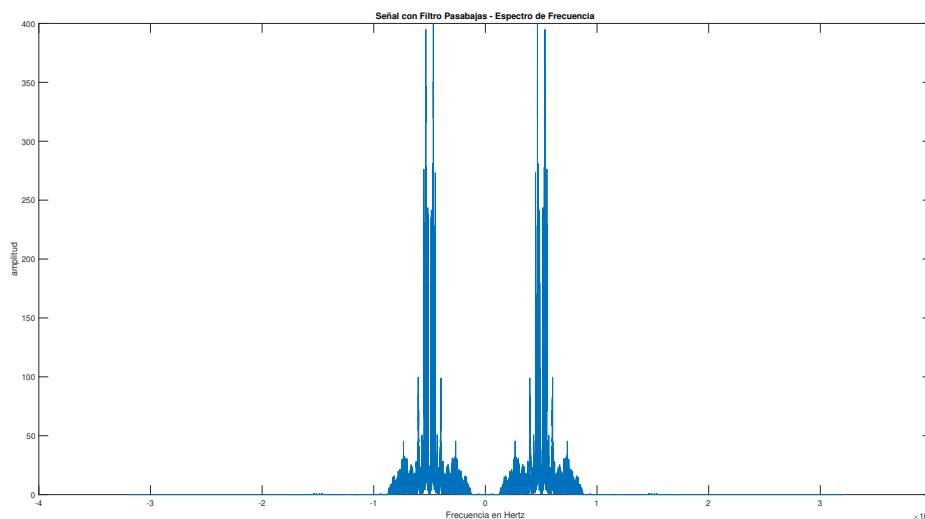


Figura 21: Señal con Filtro Pasabajas - Frecuencia

Con el fin de obtener el segundo mensaje codificado en el audio se desarrolló otro filtro FIR también con frecuencia de corte en 10kHz , pero, ahora como un pasa altas, con lo que se obtiene la señal en tiempo y frecuencia que se puede apreciar en las figuras 22 y 23, respectivamente.

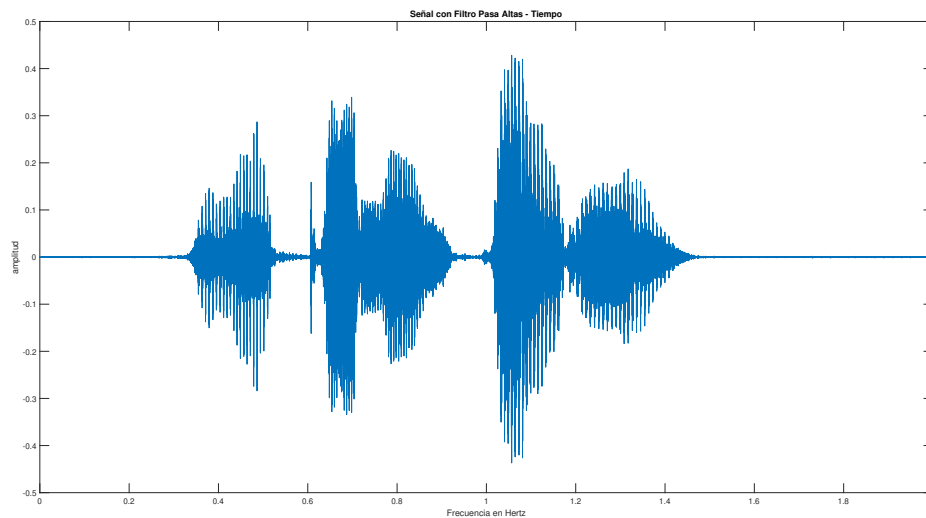


Figura 22: Señal con Filtro Pasabajas - Tiempo

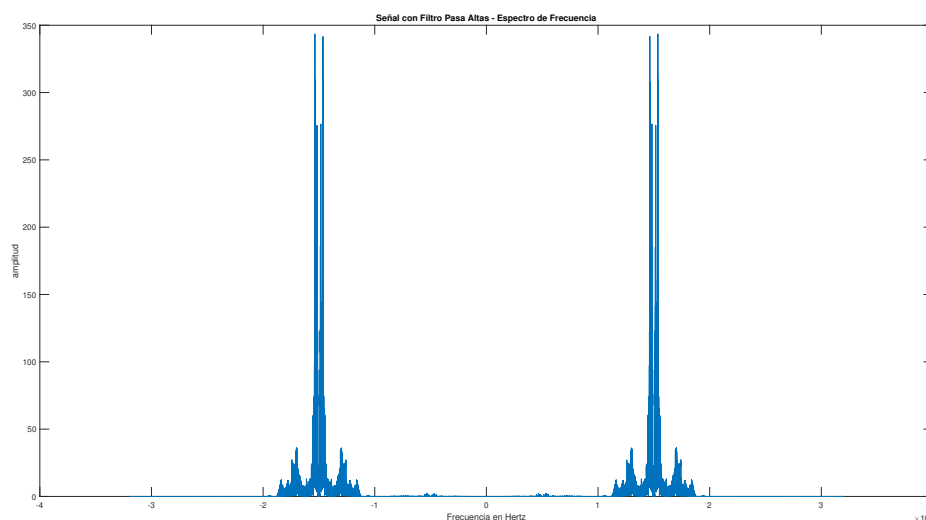


Figura 23: Señal con Filtro Pasabajas - Frecuencia

Algo importante que se puede analizar es que si se suman las señales vistas en las figuras 21 y 23 se obtiene la figura 19, lo que indica que se realizó correctamente el filtrado.

- c) El siguiente paso es demodular la señal. Dado que la modulación utilizada fue de amplitud (AM), fue necesario multiplicar por un coseno donde el argumento era la frecuencia central de cada señal por tiempo, es decir, $\cos(5000 \cdot 2\pi \cdot t)$ y $\cos(15000 \cdot 2\pi \cdot t)$ para la señales que tienen frecuencia central en $5kHz$ y $15kHz$, respectivamente.

En las figuras 24 y 25 se pueden observar las gráficas en tiempo y frecuencia de la señal con frecuencia central en $5kHz$, mientras que, en las figuras 26 y 27 se pueden observar las gráficas en tiempo y frecuencia de la señal con frecuencia central en $15kHz$.

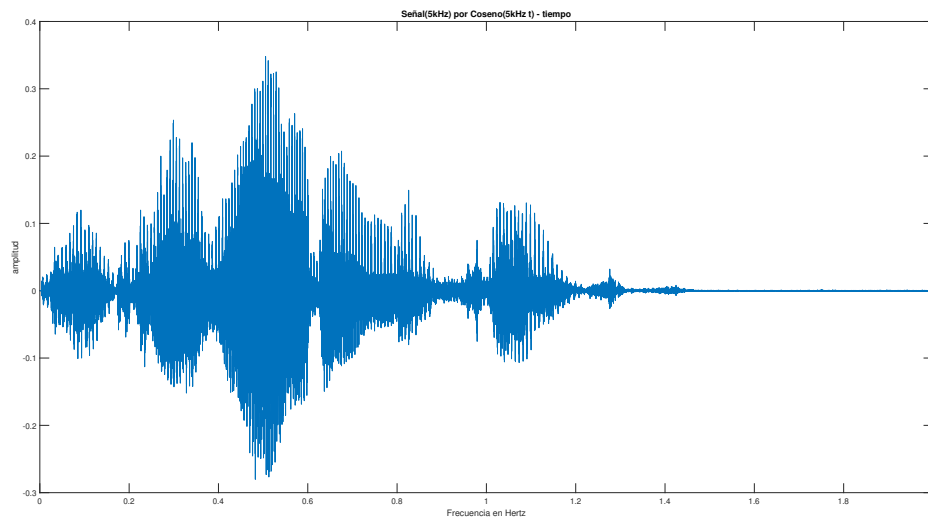


Figura 24: Señal (5kHz) por $\text{Coseno}(5\text{kHz } t)$ - Tiempo

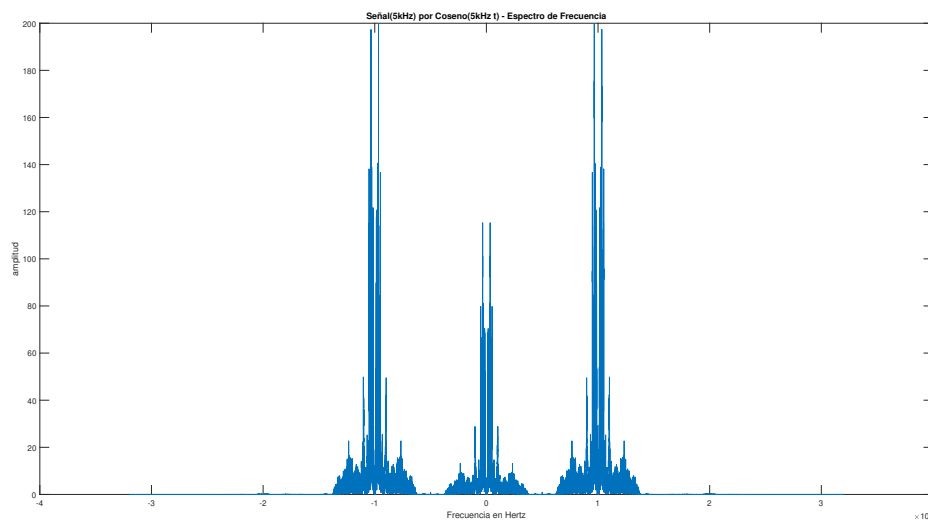


Figura 25: Señal (5kHz) por $\text{Coseno}(5\text{kHz } t)$ - Frecuencia

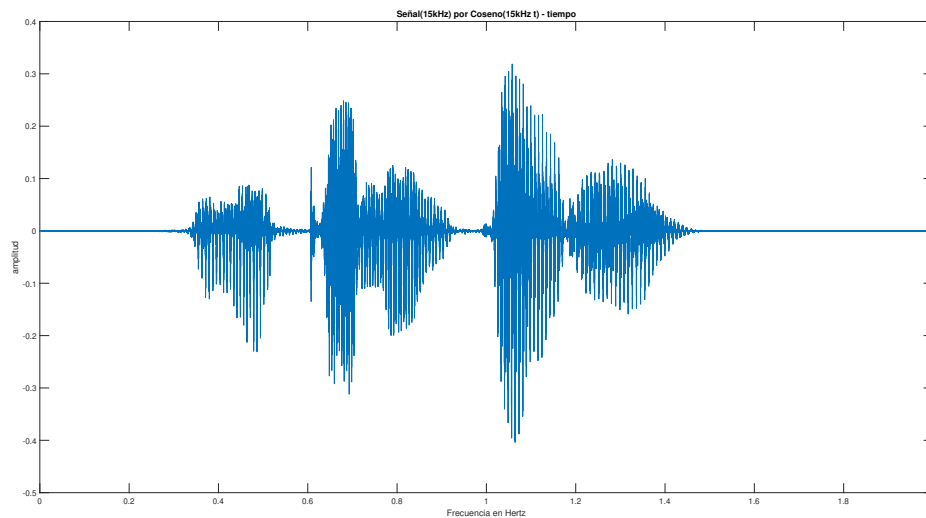


Figura 26: Señal (15kHz) por Coseno(15kHz t) - Tiempo

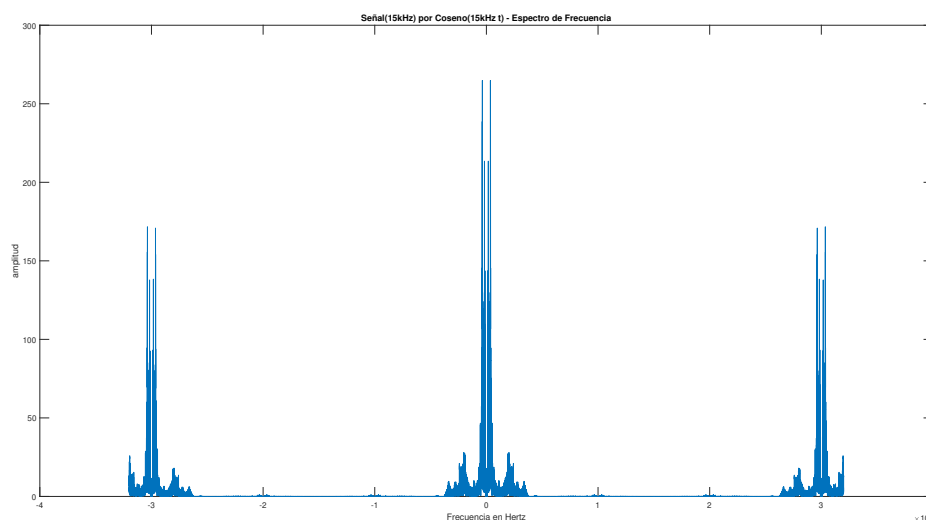


Figura 27: Señal (15kHz) por Coseno(15kHz t) - Frecuencia

Si se compara la figura 25 con la figura 21 y la figura 27 con la figura 23 se puede notar que ahora que se multiplicaron por un coseno se agregó una nueva zona relevante en cuanto en frecuencias, para ambas señales, centrado en la frecuencia cero.

- d) El último paso consistió en filtrar nuevamente ambas señales, pero, ahora con un pasabajos, dado que la señal demodulada de cada audio se encuentra centrada en la frecuencia cero, por este motivo se realizó un filtro pasabajos con frecuencia de corte en 5kHz por el cual se pasaron ambas señales.

En las figuras 28 y 29 se pueden observar las gráficas en tiempo y frecuencia de la señal con frecuencia central en 5kHz, mientras que, en las figuras 30 y 31 se pueden observar las gráficas en tiempo y frecuencia de la señal con frecuencia central en 15kHz.

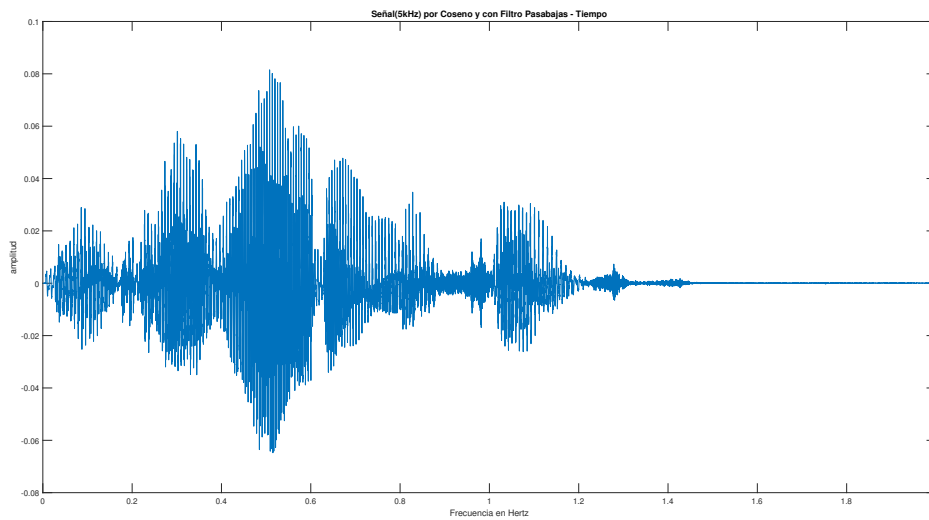


Figura 28: Señal (5kHz) por $\text{Coseno}(5\text{kHz } t)$ y con filtro Pasabajas - Tiempo

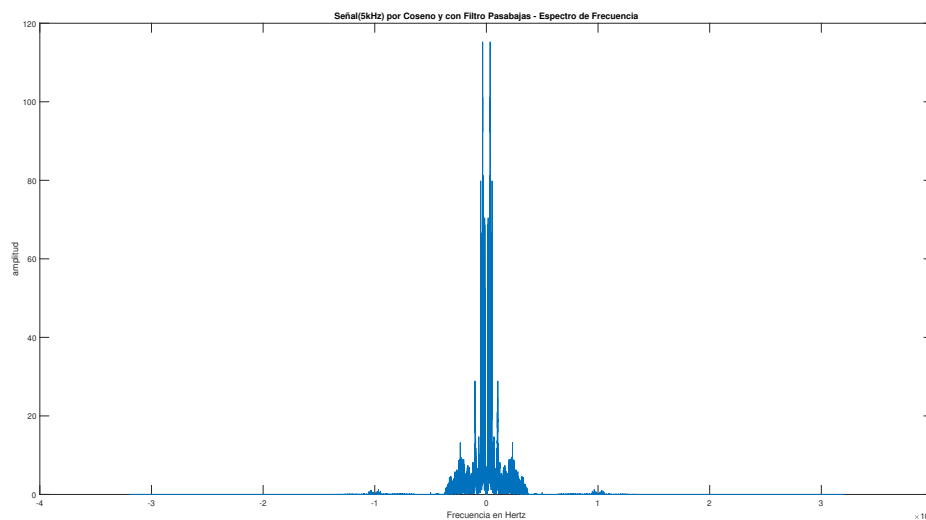


Figura 29: Señal (5kHz) por $\text{Coseno}(5\text{kHz } t)$ y con filtro Pasabajas - Frecuencia

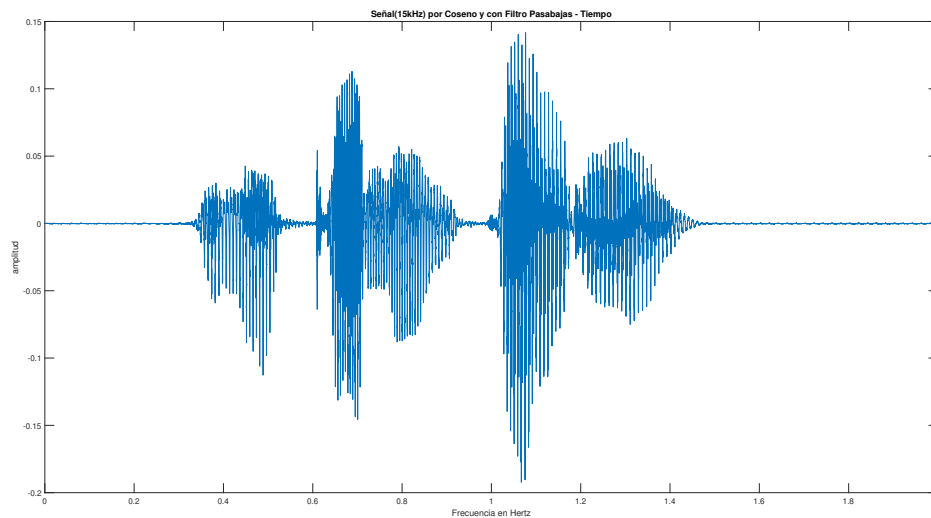


Figura 30: Señal (15kHz) por $\cos(15\text{kHz } t)$ y con filtro Pasabajas - Tiempo

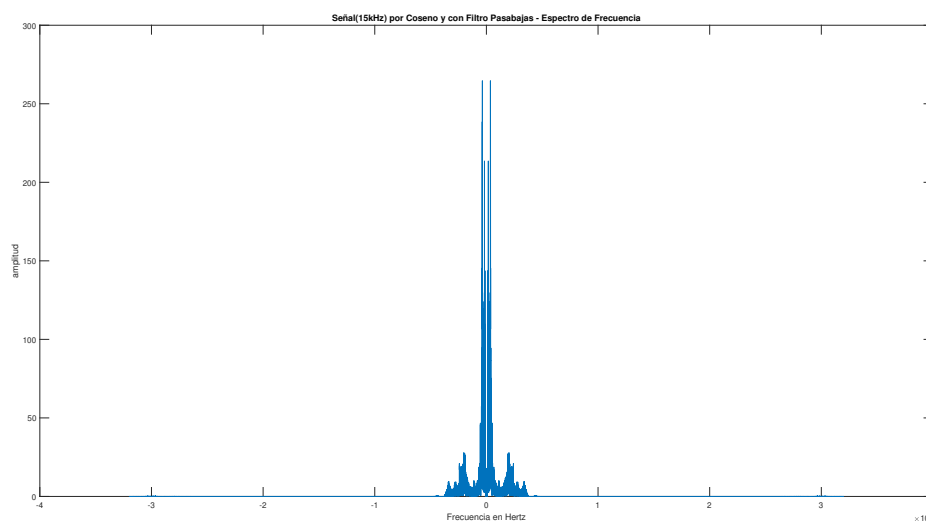


Figura 31: Señal (15kHz) por $\cos(15\text{kHz } t)$ y con filtro Pasabajas - Frecuencia

Finalmente, al escuchar los audios, correspondientes a las señales vistas en las figuras 28 y 30 se lograron identificar los mensajes decodificados:

- Señal con frecuencia central en 5kHz : *Del rigor en la ciencia.*
- Señal con frecuencia central en 15kHz : *En aquel imperio.*