

Isabella Salgado 201730418  
Johan Hernández 201729696  
Juan Pablo Naranjo 201730006

## Tarea 10

### Punto 1

Se tiene un sistema dinámico de consenso con  $n = 4$  agentes, donde el estado del agente  $i$  en el tiempo  $t$  está definido por la variable  $x_i(t) \in \mathbb{R}^2$ . La comunicación entre agentes se define con las topologías de red anillo, línea y estrella. En la figura 1 se puede observar la disposición física de cada topología, así como la nomenclatura de agentes que se utilizó para resolver este punto.

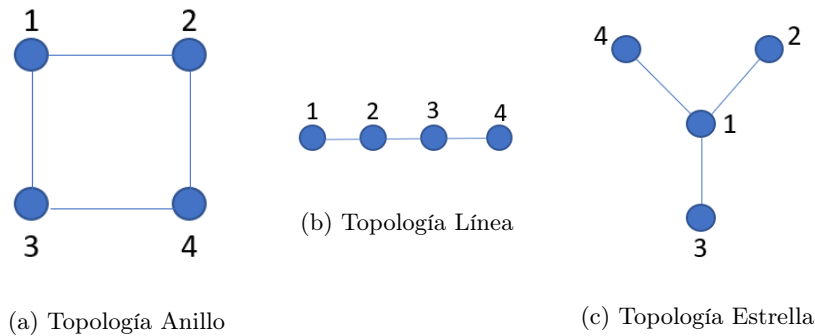


Figura 1: Topologías de red

Se utilizó la herramienta *ode45* de MATLAB para aproximar la solución de las ecuaciones diferenciales que representan la trayectoria que cada agente sigue para llegar a un consenso en un tiempo definido de 36.5 segundos.

Se definió la misma condición inicial para cada agente en las tres topologías, que correspondió al vector  $x_0 = [0, 0, 2, 1, 1, 1, 3, 0]^T$ . Se escogió este vector de condición inicial dado a que con este vector, la posición inicial de los cuatro agentes se encontraba cada uno lo más cerca posible a alguna de las esquinas de la gráfica, y esto permitió observar y analizar mejor las trayectorias de cada agente.

A continuación se presenta la trayectoria de cada agente para cada topología de red traslapada contra el tiempo, teniendo en cuenta que las relaciones de atracción entre los agentes depende de qué vecinos tenga cada agente.

En la figura 2 se pueden observar las trayectorias de los cuatro agentes para la topología anillo:

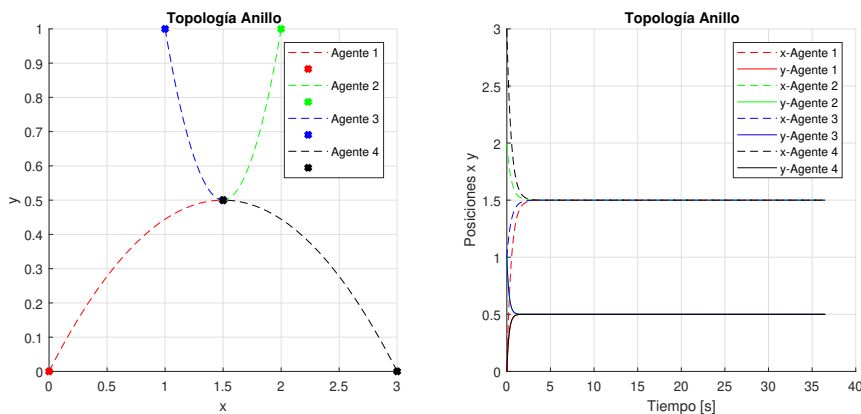


Figura 2: Trayectorias de los agentes en topología anillo

Como se puede notar, en el subplot de la izquierda está graficada la trayectoria de cada agente, mientras que en el subplot de la derecha están graficadas la posiciones  $x$  y  $y$  de cada agente contra el

tiempo. Lo primero que se debe resaltar de esta gráfica es que efectivamente todos los agentes llegan al punto de consenso, que en este caso corresponde a las coordenadas  $(x=1.5, y=0.5)$ . Se puede notar que la convergencia a estos puntos es bastante rápida.

Hablando de las trayectorias en sí para esta topología, primero es importante recordar que el agente 1 es vecino de los agentes 2 y 3, el agente 2 es vecino de los agentes 1 y 4, el agente 3 es vecino de los agentes 1 y 4, y finalmente, el agente 4 es vecino de los agentes 2 y 3. De la gráfica se puede notar, cómo todos los agentes convergen al punto  $(1.5, 0.5)$ , pero se puede notar especialmente cómo las trayectorias de los agentes 1 y 3 muestran atracción entre ellos, así como con el agente 2. Esto se puede notar por la forma en la que abren sus curvaturas hacia sus vecinos. Por otro lado, el agente 4, que no es vecino del agente 1, abre su curvatura en la dirección completamente opuesta al agente 1, demostrando así que no son vecinos y que no hay relación de atracción entre ellos. Vemos esta misma relación entre los agentes 2 y 3, pues sus trayectorias no demuestran atracción entre ellos. Finalmente, se puede notar cómo la posición final de cada uno de los agentes corresponde al punto final de consenso igual a  $(1.5, 0.5)$ , demostrando una correcta definición de la trayectoria de cada agente.

Ahora pasamos nuestra atención a la topología línea, en la que el agente 1 solo tiene de vecino al agente 2, el agente 4 solo tiene de vecino al agente 3, el agente 2 tiene de vecinos a los agentes 1 y 3, y el agente 3 tiene de vecinos a los agentes 2 y 4. En la figura 3 se pueden observar las trayectorias de los agentes para esta topología.

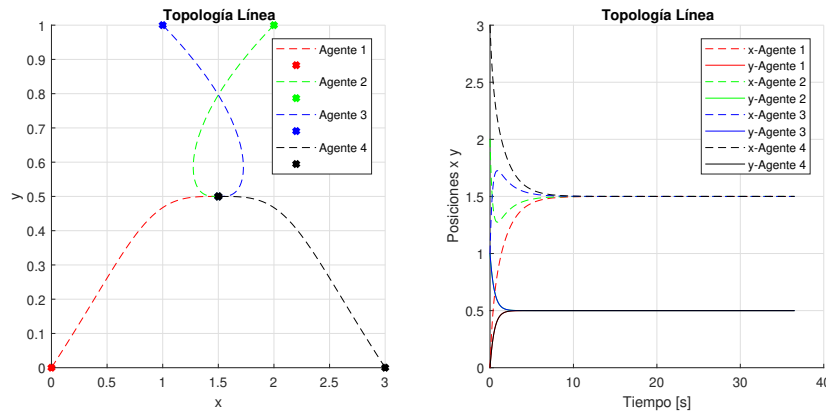


Figura 3: Trayectorias de los agentes en topología línea

Como se puede notar en el subplot de la derecha, nuevamente se puede observar que todas las coordenadas  $x$  convergen en la posición 1.5, y todas las coordenadas  $y$  convergen en la posición 0.5 después de un tiempo muy corto. Hablando de la gráfica de trayectorias (subplot de la izquierda), se puede observar a primera vista cómo la trayectoria de los agentes 1 y 4, que no son vecinos, es completamente opuesta entre ellos. Lo mismo se puede observar entre el agente 1 y 3, que tienen formas de trayectorias absolutamente diferentes. Por otro lado, se puede notar cómo las trayectorias de los agentes 2 y 3 son idénticas en forma (solo se diferencian por su punto inicial de partida), demostrado así su relación de atracción. Lo mismo se puede decir de la relación de trayectorias de los agentes 3 y 4 y los agentes 1 y 2. Finalmente, como nuevamente todos los agentes llegan eventualmente al mismo punto de consenso, se puede concluir que la trayectoria de cada uno se definió correctamente teniendo en cuenta su topología de línea.

La última topología analizada en este punto correspondió a la topología de estrella, en la que el agente 1 tiene de vecinos al resto de agentes, y los agentes 2, 3 y 4 tienen como único vecino al agente 1. Esta relación se puede observar claramente en la figura 4.

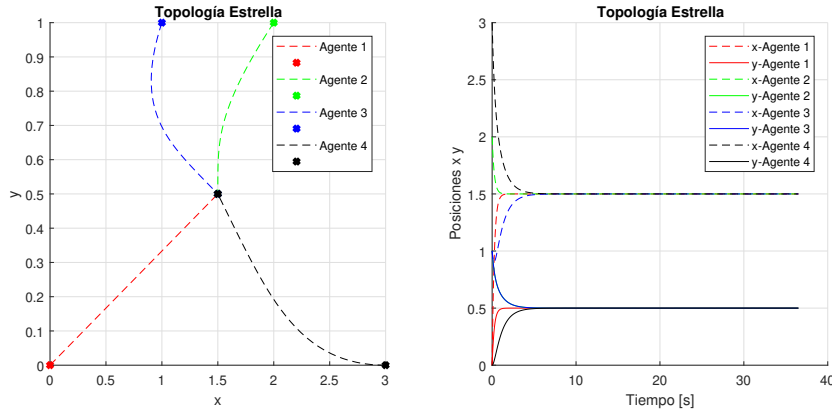


Figura 4: Trayectorias de los agentes en topología estrella

Nuevamente, el subplot del lado derecho demuestra cómo la posición de cada uno de los agentes llega a un consenso en el punto (1.5, 0.5). El subplot del lado izquierdo denota las trayectorias que toman cada uno de los agentes. Se puede notar cómo el agente 1 es el único agente que tiene una trayectoria recta hacia el punto de consenso, mientras que los otros tres agentes tienen trayectorias curvas que tienden a verse atraídas por la trayectoria del agente 1. Por su parte, los agentes 2, 3 y 4 cada uno tiene su propia trayectoria independiente de las otras, pues se puede notar cómo ninguna está acercándose a otra, sino que todas tienden a inclinarse hacia la trayectoria del agente 1. De manera general, la forma particular que tiene la trayectoria del agente 1 y el hecho de que ninguna de las trayectorias de los otros agentes se acerquen o sean similares a esta, demuestra el correcto funcionamiento de la topología estrella y de la programación de las trayectorias.

## Punto 2

En primer lugar, se realizó un diseño de formaciones de cuatro agentes que terminan formando un cuadrado, donde cada uno de sus lados tiene distancia 1.

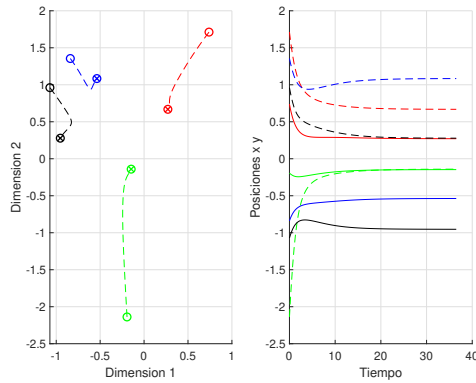
Ahora bien, se realizó la relación atracción/repulsión entre los diferentes agentes con la siguiente ecuación:

$$\dot{x}_i = - \sum_{j \in N_i} \left[ w_{ij}(x_i - x_j) - \frac{\beta}{\sigma^2}(x_i - x_j)e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\|x_i - x_j\|^2} \right]$$

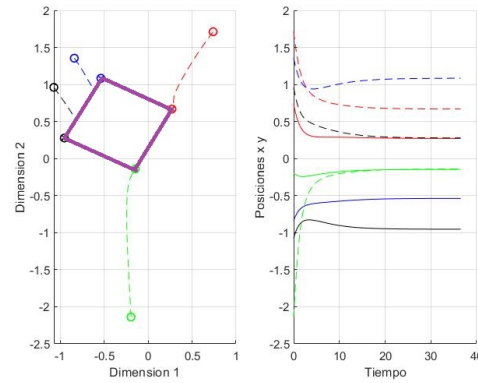
Se utilizaron los valores  $\beta = 0,5$  y  $\sigma = 2$ , para cada uno de los agentes. Los pesos  $w_{ij}$  se definen de esta manera, donde  $\delta_{ij}$  es la distancia entre agentes:

$$w_{ij} = \frac{\beta}{\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\delta_{ij}}$$

Con lo anterior en mente, se calcularon las trayectorias para formar un cuadrado, graficando la posición  $x$  y  $y$  para cada uno de los agentes en el transcurso del tiempo, siendo las líneas punteadas la posición en  $y$ :

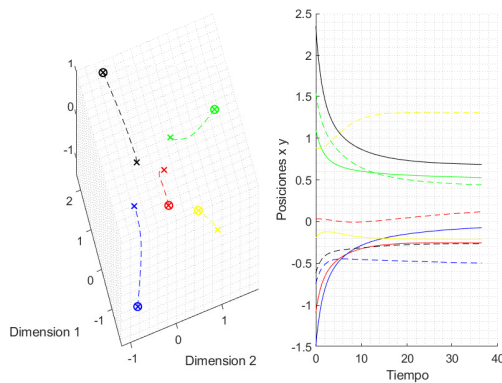


(a) Formación de un cuadrado

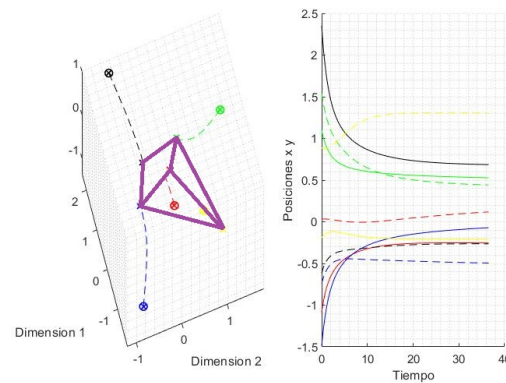


(b) Figura del cuadrado

Por otro lado, se realizó el mismo proceso anterior pero con cinco agentes para formar una pirámide en un espacio de tres dimensiones. La base de la pirámide es un cuadrado con lados de distancia 1 y una distancia de 5 entre cada uno de los agente y la punta. El resultado se muestra en la figura 6a.



(a) Formación de una pirámide



(b) Figura de una pirámide

Cabe aclarar, que las gráficas de la parte derecha en las figuras 6a y 6b corresponden al cambio de la posición  $x$  y  $y$  de cada agente en el transcurso del tiempo. Las líneas punteadas corresponden a la posición en  $y$  y las continuas a la posición en  $x$ .

Se puede apreciar que las formaciones anteriores se dieron por la relación de atracción y repulsión entre los diferentes agentes, las cuales se dieron de manera exitosa. En las gráficas que muestran la posición de cada agente, se muestra como todos los agentes cambian tanto en  $x$  y  $y$  hasta que llegan a una posición estable que define la formación indicada.