OPRAZERDAMATEMÁTICA

gradiva

JOÃO PEDRO NETO e JORGE NUNO SILVA JOGOS HISTÓRIAS DE FAMÍLIA



JOGOS: HISTÓRIAS DE FAMÍLIA

©João Pedro Neto & Jorge Nuno Silva Revisão do texto: José Soares de Almeida

Capa: ilustração: José Bandeira

 $\begin{tabular}{l} design gráfico: $Multitipo - Artes Gráficas, L.da \\ Fotocomposição: $João Pedro Neto & Jorge Nuno Silva$ \\ Impressão e acabamento: $Tipografia Guerra - Viseu$ \\ \end{tabular}$

Reservados os direitos para Portugal por
: $\mathit{Gradiva} - \mathit{Publicações}\ L^{.da}$

Rua Almeida e Sousa, 21, r/c, esq. — 1399-041 Lisboa Telefs. 21 397 40 67/8 — 21 397 13 57 — 21 395 34 70 Fax: 21 395 34 71 — Email: geral@gradiva.mail.pt

URL: http://www.gradiva.pt 1.ª edição: *Janeiro de 2006* Depósito legal n.º 235 372/2005

Os diagramas foram construídos com o programa Cinderella ou através da linguagem Postscript da Adobe a partir de ferramentas gráficas desenvolvidas por Cameron Browne.

Visite-nos na Internet http://www.gradiva.pt

Para a minha família

À memória de Henrique Diogo de Carvalho, o meu querido primo Lico JNS

JPN

Índice

1.	Introdução	9
2 .	Xadrez	15
	As origens	19
	Xadrez oficial	28
	Xadrez progressivo	36
	Alice	50
	Perde-ganha	56
	Xadrez com trocas	61
3.	Damas	65
	As origens	69
	Damas internacionais	74
	Damas inglesas/americanas	82
	Damas portuguesas/espanholas	84
	Damas turcas	88
	Croda	92
	Bashnya	96
	Emergo	100
4.	Go	105
	As origens	109
	Go	111
	Alak	121
	Go progressivo	124
	Roseta	132
5.	Jogos combinatórios	139
	Jogos combinatórios imparciais	143
	Nim	150
	Euclides	153
	Chomp	154
	Par ou ímpar, loiras ou morenas	156
	Nim ávido, avarento	157
	Quim	158
	Nim em matrizes	159
	Jogos partizanos	160
6.	Jogos de eleições	167
Ri	hliografia	183

Capítulo 1

Introdução

Os jogos de tabuleiro ocupam um lugar milenar nas culturas humanas. Para além das funções místicas e religiosas que desempenharam, o aspecto lúdico esteve sempre presente. Desde o Egipto antigo e a Suméria até aos nossos dias, as pessoas encontram-se para mover peças num tabuleiro segundo um conjunto acordado de regras. Quem tem prazer neste exercício sabe que não interessa se as peças são de madeira, de plástico ou metal, se o tabuleiro é mais ou menos trabalhado, qual o nome que o adversário dá às peças, se ambos falam a mesma língua ou nasceram no mesmo continente. Tudo isso pode ser abstraído, sobrando apenas a posição actual que os divide, as respectivas possibilidades tácticas e estratégicas, o prazer de contemplar o jogo a fluir...

Não há limite às possibilidades de jogos e de regras diferentes, elas dependem somente da imaginação dos seus inventores e do muito trabalho de experimentação necessário para conseguir um conjunto de restrições que resultem num bom jogo. Não basta criar um passatempo que facilmente se repete, para o qual seja simples encontrar a melhor solução, que não exija do jogador algo da sua atenção. A ligação e dependência entre as diversas peças, o equilíbrio entre os exércitos adversários, a clareza e a profundidade de uma partida são factores que muito contribuem para a sobrevivência de um jogo, bem como para o agrado de quem o estuda e joga. Os seres humanos são impacientes por natureza e, sem uma diversidade inteligente, um jogo de tabuleiro que procure estimular o intelecto não se torna atractivo.

Considerando tudo isto, não é difícil aceitar que o desafio de criar jogos é uma actividade subtil. O drama e a interacção das peças, o tempo que demora o confronto, a dinâmica das primeiras jogadas, do meio jogo, dos fins de partida, o carácter decisivo de certas jogadas, as possibilidades tácticas e o planeamento estratégico são factores que entram em conflito na construção de um novo jogo. Assim, os bons jogos de tabuleiro são objectos valiosos pelas ideias, pelo prazer e pelo potencial pedagógico que encerram. Quem aprende a jogar está também a aprender a concentrar-se, a controlar o impulso da jogada rápida, a aceitar um modelo de regras fixo (aprendendo a separar a brincadeira do jogo), a estabelecer planos e a analisar linhas de raciocínio, a abstrair-se da parte física das peças para as considerar entes abstractos regidos por certas regras.

Os méritos pedagógicos e formativos deste tipo de jogos estão hoje bem estabelecidos. Os autores honram-se de ajudarem a promover em Portugal esta prática entre os jovens, nomeadamente através da sua participação na organização do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, que envolve centenas de escolas e milhares de alunos (http://ludicum.org).

Existe uma classe de jogos, designada por jogos abstractos, em que está restringida a imensa liberdade de inventar, estando banidos os elementos aleatórios, como o lançamento de dados, bem como a informação escondida, como na maioria dos jogos de cartas. É sobre este género de jogos que focamos a nossa atenção. Para além disso, a nossa preferência reside nos jogos para dois jogadores, onde factores sociais como aliancas, ameacas e promessas não são relevantes na dinâmica do jogo. Na obra anterior dos autores, Jogos Matemáticos, Jogos Abstractos, surgida nesta mesma colecção, apresentámos um conjunto de jogos abstractos, a maioria quase desconhecida, onde era possível explorar novos modos de jogar. Procuramos agora fazer o mesmo através de três jogos tradicionais famosos no mundo inteiro: o xadrez, as damas e o Go. Apesar de estes nomes criarem múltiplas associações a quem os lê (o Go é menos conhecido em Portugal, mas os outros são muito jogados por pessoas de todas as idades), é comum pensar-se que se trata de jogos únicos, ou seja, com regras estabelecidas há muito tempo e com nenhuma variação. A realidade é mais complexa. Um jogo é um objecto cultural, como um quadro, uma música, um artesanato típico. E, como cultura que é, cada jogo sofreu um processo evolutivo de avancos e recuos, pelo menos sob a nossa perspectiva presente, adaptando-se, dialogando com os adversários que juntava na frente da mesa, nas paredes e no chão dos mercados ou nos tempos mortos dos marinheiros. As regras do xadrez e das damas nem sempre foram como são hoje em dia. Para além disso, a geografia do passado era diferente, menos permeável às mudanças. Por exemplo, quando na Inglaterra se inventava uma regra que originava uma variante local, esta talvez nunca chegasse à Itália, ou chegasse passado muito tempo. Um caso exemplar é o jogo das damas, onde cada região, da Turquia ao Canadá, tem as suas regras e dimensão de tabuleiro muito próprias, apesar de ser fácil entender que se trata do mesmo jogo ou, se quisermos, da mesma ideia de jogo. E esta relação muito próxima que permite aos autores classificar os jogos por famílias. Assim, as damas inglesas, as canadianas, as portuguesas, pertencem todas à família das damas. Neste sentido, perguntar quais são as regras das damas é o mesmo que perguntar qual a gramática do português. Depende se estamos em Portugal, no Brasil ou num dos PALOP. No entanto, sabemos estarmos a escrever em português, como sabemos estarmos a jogar uma partida de damas.

A história do xadrez e das damas é fascinante e ocupa milhares de livros dos mais consagrados especialistas. Não pretendemos substituir esse corpo de conhecimento, queremos apenas mostrar alguns pontos interessantes desta aventura, nomeadamente um breve percurso histórico, bem como as regras de algumas variantes, umas regionais, outras inventadas recentemente.

O terceiro jogo que referimos é o Go, de origem chinesa e desenvolvido no Japão. Para além das regras tradicionais, que constituem um jogo fascinante, campeão de beleza e complexidade, mostramos também variantes, para quem já conhece o jogo, para ilustrar que, por muito simples e profundas que sejam as regras de um jogo abstracto, estas são apenas uma das possibilidades, o irmão de sucesso da família onde nasceu.

Para além da componente lúdica de mostrar aos leitores jogos novos, no capítulo final faremos uma incursão numa área da matemática que teve origem na análise de certo tipo de jogos. Estes, designados por jogos combinatórios ou jogórios, adequam-se, em princípio, a um estudo matemático exaustivo. As respectivas técnicas são mencionadas e exibidos vários exemplos. Uns tratados completamente, para maior clareza da exposição, outros propostos para estudo do leitor. A teoria de jogos combinatórios, ramo jovem da combinatória, é mais um exemplo da influência cultural dos jogos. Os avanços teóricos ainda não são suficientes para resolver os três jogos que este livro trata, nomeadamente não sabemos se as respectivas posições iniciais são ganhadoras para algum dos jogadores. Mas esta incerteza contribui para manter vivo o interesse pela prática destes jogos.

Atendendo à capacidade de sobrevivência e adaptação que os jogos de tabuleiro possuem, é licito pensar que daqui a mil anos, quando as grandes multinacionais e a maioria das grandes nações forem apenas memória do passado, quando o desenvolvimento dos computadores, da biotecnologia e de outros mundos ultrapassar a nossa imaginação actual, possa haver ainda encontros entre amigos para desfrutar de uma simples partida do seu jogo de tabuleiro favorito.

Contactos com os autores

Para qualquer dúvida, quer na ambiguidade das regras — muito difícil, se não impossível, de remover quando se usa uma língua natural, como o português —, quer nas inevitáveis gralhas, não hesitem em contactar os autores através, por exemplo, dos seus *emails*. Esperamos que este livro seja útil e agradecemos o vosso interesse. Fica também aqui o nosso agradecimento à Gradiva pela sua aposta na divulgação deste tema, tão difícil de transmitir num mundo repleto de desejos multimédia.

jpn@di.fc.ul.pt

jnsilva@cal.berkeley.edu

Capítulo 2

Xadrez

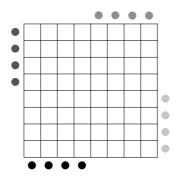
"The chess pieces are the block alphabet which shapes thoughts; and these thoughts, although making a visual design on the chess-board, express their beauty abstractly, like a poem... I have come to the personal conclusion that while all artists are not chess players, all chess players are artists."

MARCEL DUCHAMP

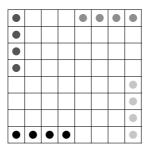
As origens

O xadrez é um jogo muito antigo, crê-se que tenha nascido na Índia por volta do século VI.

Alguns especialistas acreditam que o xadrez evoluiu de jogos anteriores, nomeadamente do Ashtapada, que era um jogo de perseguição, para dois ou quatro jogadores, em que se utilizava um tabuleiro 8×8 .

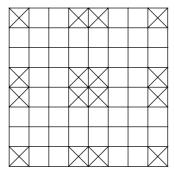


Yuri Averbahk ([SS]) defende que o xadrez evoluiu a partir deste jogo (do qual não se conhecem as regras). O primeiro passo nesta mutação de um jogo de corrida para um jogo de guerra teria consistido em alterar a regra segundo a qual uma peça capturada deve voltar para o início do trajecto, passando as peças capturadas a abandonar definitivamente o jogo. Com esta nova regra o jogo já se pode classificar como sendo de guerra: o objectivo é "matar" as peças adversárias. Todas as peças começam o jogo no tabuleiro, as que forem capturadas não regressam à partida.



Não se conhecem as regras deste jogo, mas sabe-se que era um jogo de perseguição, para dois ou quatro jogadores, e que o tabuleiro tinha dezasseis

casas marcadas. Ainda hoje muitos tabuleiros utilizados na Índia estão marcados da mesma forma, se bem que as marcas não desempenhem qualquer função.



O jogo original utilizava peças reminiscentes dos carros de combate. É admissível que as outras forças militares da época viessem a ser representadas: a infantaria, a cavalaria, os homens em elefantes. As quatro forças estavam representadas assim num jogo de guerra que, originalmente, se destinava a dois ou quatro jogadores, o Chaturanga. Este jogo retratava já as batalhas da época e com ele podiam analisar-se as correspondentes estratégias e tácticas.

(b)	Do			ф	R	¥	7
D	Do			T	T	T	T
5	Doo						
	Doo					×	
						@	*
				Z .	2 -		S
A	Å	Å	Å				8
4		R	*				4

A alusão mais antiga a este jogo é do século XI, como refere Averbahk. Aí o autor, Al-Biruni, descreve as regras deste jogo de guerra com dados que os indianos jogavam. As peças tinham valores (rei=5, elefante=4, cavalo=3, carro=2, peão=1), e todas as peças se podiam capturar. Quem capturasse reis adversários contabilizava os respectivos pontos, a não ser no caso de ainda dispor do seu próprio rei. Neste caso, a captura dos outros três rendia 54 pontos. Ora 54 é a soma dos valores de todas as peças dos três adversários. Parece estar aqui a semente do xeque-mate, já que, com esta regra, basta "matar" os reis adversários para ganhar o jogo.

Talvez tenha sido a influência grega que tenha permitido que estas versões primitivas do xadrez se libertassem do factor sorte, dando origem ao xadrez que conhecemos, já que na Grécia se cultivaram, desde cedo, jogos de tabuleiro sem recurso a dados ou outros elementos aleatórios.

Para outros, como Murray ([HC]), o xadrez pode ter sido inventado por um homem só. Esta é a versão de muitas lendas mais ou menos conhecidas. O seu autor terá tentado recriar, num tabuleiro, uma batalha entre dois exércitos. Uma lenda atribui-lhe o nome de Sessa e é bem conhecido que, como recompensa por tal invenção, Sessa pediu ao seu rei um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro, dois pela segunda, quatro pela terceira, e assim sucessivamente, duplicando sempre o valor anterior, até atingir a 64ª casa. O rei tentou satisfazer este pedido, mas o número de grãos era demasiado grande:

$$2^{64} - 1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615$$

Esta quantidade de trigo, se existisse, cobriria o planeta com uma camada de mais de um metro de altura!

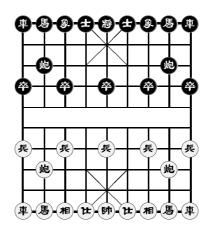
Os exércitos que Sessa tentou reproduzir eram compostos por infantaria, cavalaria, elefantes e carros de combate. Estas divisões deram origem, respectivamente, aos peões, cavalos, bispos e torres. Cada exército dispunha ainda de um rei e de um ministro (que deu origem à dama). A disposição inicial era semelhante à actual, se efectuarmos as identificações sugeridas. Contudo, as regras eram diferentes. O rei, a torre e o cavalo moviam-se como os actuais¹. A dama movia-se uma casa na diagonal (a sua função principal era defender o rei), o bispo movia-se na diagonal, mas saltando uma casa, aterrando na seguinte. Os peões não dispunham da possibilidade do movimento duplo inicial e a sua promoção era sempre para dama.

A vitória era obtida por xeque-mate, como hoje, ou ainda capturando todas as peças adversárias (com excepção do rei, naturalmente).

Da Índia o xadrez expandiu-se para a Ásia, tornando-se muito popular na Pérsia no século VI. Daqui estendeu-se a todo o mundo árabe, sendo já cultivado pelas classes europeias mais eruditas no século XI.

As versões chinesa e japonesa do xadrez, jogos da mesma família, praticados por muitos milhões nos nossos dias, são o *xiangqi* e o *shogi*, respectivamente. No *xiangqi* as peças são semelhantes às do jogo das damas, mas com inscrições identificativas. Movem-se nas intersecções das linhas do tabuleiro.

¹Vamos referir as peças originais pelos nomes daquelas a que deram origem.



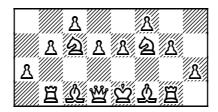
No *shogi* as peças são todas da mesma cor, mas têm uma inclinação, apontando para o adversário. As peças capturadas podem ser reutilizadas, basta introduzi-las no tabuleiro invertendo a sua orientação.



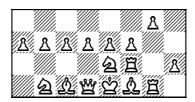
Os árabes foram grandes cultores do xadrez até à sua introdução na Europa. Por motivos religiosos não podiam utilizar representações de pessoas e animais, pelo que as peças adquiriram formas abstractas (recentemente, no Irão da década 90 e no Afeganistão dos talibãs, o xadrez foi proibido). Quando introduziram este jogo na Europa, as peças que haviam começado como representações das diversas divisões militares passaram a retratar a sociedade europeia da época, aparecendo pela primeira vez a rainha e o bispo, tendo as outras peças assumido versões mais fiéis dos seus originais indianos. As suas regras eram semelhantes às descritas acima, mas havia ainda uma outra forma de ganhar um jogo: o bloqueio. Isto é, perdia o jogador que se visse privado de lances legais, por todas as jogadas possíveis colocarem o seu rei em xeque (situação de afogado, ou abafado, como se diz

hoje, e à qual se atribui modernamente o empate). Mais tarde, este tipo de vitória foi considerado menor, dando direito somente a metade da aposta subjacente ao jogo, quando existia.

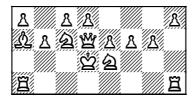
Com estas regras, jogavam-se vários lances antes de ter alguma interacção entre as forças. O jogo arrancava lentamente, sendo necessário esperar que algumas jogadas se sucedessem antes de se sentir o calor da batalha. O conceito de abertura, como o entendemos hoje, não existia. Cada jogador utilizava uma dúzia de lances para dispor as suas forças antes da refrega. Assim, as configurações mais apreciadas eram apresentadas sem necessidade de referir as forças adversárias. Eis alguns exemplos². No primeiro a preocupação está centrada em ocupar boas posições para os peões das colunas "a" e "f".



No segundo podemos admirar uma forma estranha de dispor os peões, altamente assimétrica:



Ainda uma outra "abertura":

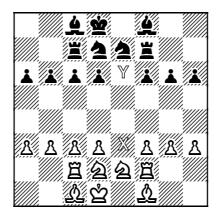


²Utilizamos as figuras modernas para representar as que lhes deram origem.

Uma contribuição europeia importante para a evolução do xadrez consistiu na adopção de um tabuleiro com casas alternadamente claras e escuras, como foi defendido por Alfonso X, o Sábio, em ([ALF]). Os árabes usaram o tabuleiro sem esta característica até ao século XIX.

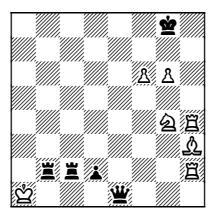
Para acelerar o jogo recorreu-se a modificações nos movimentos das peças, ao uso de dados para decidir que peça mover, bem como à composição de problemas.

Uma dessas tentativas foi o *Short Assize*, praticado na Europa ocidental. Nesta versão, os peões começavam na terceira fila. As peças maiores eram colocadas de forma simétrica, acordada de início pelos jogadores. Na posição inicial duas peças podiam ocupar a mesma casa, mas não se podiam movimentar em conjunto, embora pudessem ser capturadas ao mesmo tempo. No exemplo seguinte "X" representa um peão e a dama brancos, "Y" um peão e a dama negros.



Na obra citada de Alfonso X são apresentados vários problemas de xadrez. As regras são as propostas por D. Alfonso, semelhantes às árabes antigas, mas dispondo agora a dama e o bispo de um salto de duas casas, mas só na primeira jogada da respectiva peça, e nunca para capturar.

No diagrama abaixo as Brancas jogam e dão mate em 5 lances.



Na Idade Média o xadrez tinha versões diferentes nas diversas regiões da Europa, fenómeno que ainda hoje se verifica com o jogo das damas. O xadrez moderno parece ter nascido em Itália ou em Espanha no século XV e ter-se espalhado pela Europa rapidamente. O bispo e a dama ganharam os seus movimentos actuais. Contudo, muitas versões locais continuaram a existir. A promoção dos peões para qualquer peça à escolha, a captura en passant e o roque foram as mais recentes modificações a universalizarem-se. Ainda no século XV surgiu uma obra impressa sobre xadrez, do espanhol Lucena, Repeticion de Amores e Arte de Axedres, e em 1512 surge a obra do português Damiano, em italiano, Questo libro da imparare giocare a scachi.

As modificações nos movimentos das peças tinham aumentado a interacção precoce entre os exércitos rivais, pelo que estes trabalhos consideram já a teoria de aberturas. O xadrez tornou-se mais popular entre as classes nobres, sendo Madrid e Roma centros entusiastas. Por volta de 1560 o espanhol Ruy Lopez, que deu o nome à abertura com o mesmo nome, era dos mais fortes jogadores da Europa, tendo brilhado em Espanha e em Itália. Ruy Lopez publicou, em 1561, o Libro de la Invencion liberal y Arte del Juego del Axedrez, de que a Biblioteca Nacional possui uma cópia. O entusiasmo por este jogo foi aumentando sempre no Ocidente. A França, onde surgiu uma tradução do trabalho de Damiano, em 1560, e a Inglaterra tornaram-se centros muito fortes. Em 1614 é publicado em Inglaterra, por Arthur Saul, The famous Game of Chesse-play.



No século XVIII apareceu em França um jogador de excepção, André Danican Philidor (1726-95), superior aos seus contemporâneos e capaz de jogar dois jogos simultaneamente, às cegas!

Os clubes e torneios popularizaram-se, novos países aderiram com entusiasmo ao xadrez, como a Alemanha e a Rússia.

O jogador mais relevante desta nova época foi talvez o inglês Howard Staunton (1810-74), que também publicou livros sobre o xadrez. Contudo, em 1858 recusou-se a defrontar o americano Paul Morphy (1837-1884), que maravilhou todos os adeptos na sua viagem à Europa.

O vienês William Steinitz (1836-1900), que ficou conhecido como o pai da escola moderna do xadrez, ganhou muitos torneios contra os melhores, começando a referir-se aos seus duelos como "campeonatos do mundo". Assim surgiu, informalmente, um campeão mundial de xadrez.

A partir de 1924 a FIDE (Fédération Internationale des Échecs) organiza o campeonato mundial de xadrez.

Steinitz foi batido pelo matemático oriundo da Prússia Emanuel Lasker (1868-1941) em 1894. A Lasker sucedeu o cubano José Raul Capablanca (1888-1942) e a este o russo Alexander Alekhine (1892-1946), que veio a falecer no Estoril, mas tudo isto é história demasiado recente...

The famous game

Being a Princely exercise; wherein the Learner may profite more by reading of this small Booke, then by playing of a thousand Mates.

Now augmented of many materiall things formerly wanting, and beautified with a three-soice Methode, viz. Of the Cheffe Men, of the Cheffe Physofthe Cheffe laws.

By 10. BARBIER. P.

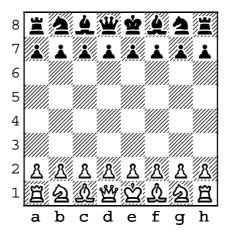


Printed at London by BAR: ALSOP, or ROGER IACKSON, and are to be folde at his finop neere Fleetifreet Conduit, 1618.

Xadrez oficial

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, juntamente com as peças necessárias para criar a posição inicial descrita no diagrama seguinte:



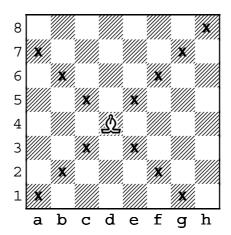
Regras

Em cada turno, cada jogador move uma sua peça de acordo com as seguintes regras:

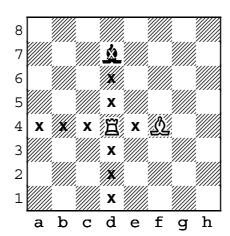
- Cada peça pode mover-se para um quadrado vazio ou ocupado por uma peça de outra cor, respectivamente, a partir da sua capacidade de movimento e captura (ver a seguir);
- Se se deslocar para uma casa ocupada por uma peça inimiga, esta é capturada e removida do tabuleiro (capturar não é obrigatório).

As capacidades de cada tipo de peça são as seguintes:

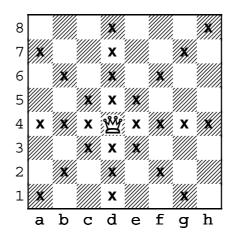
Bispo – desloca-se para qualquer quadrado nas diagonais do quadrado que ocupa. O bispo, porém, não pode saltar sobre outras peças.



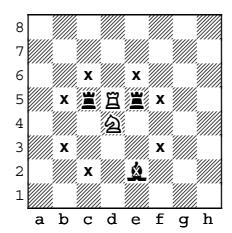
Torre — desloca-se para qualquer quadrado na coluna ou na linha do quadrado que ocupa. A torre, porém, não pode saltar sobre outras peças.



Rainha – combina os movimentos da torre e do bispo.

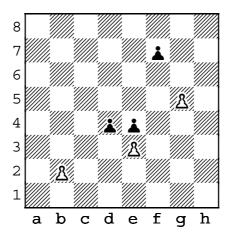


Cavalo – desloca-se para os quadrados mais próximos que não pertençam à diagonal, à coluna ou à linha do quadrado que ocupa. O cavalo pode saltar sobre qualquer outra peça.



Peão – desloca-se para o quadrado da frente se este estiver vazio (exceptuando no seu primeiro movimento, em que se pode mover dois quadrados desde que ambos estejam vazios). Captura uma peça adversária se esta se situar num dos dois quadrados dianteiros na diagonal.

No diagrama seguinte, o peão branco em e3 pode capturar d4. Se forem as Negras a jogar, o peão em d4 pode mover-se para d3 ou capturar e3. O peão b2 pode deslocar-se para b3 ou b4.



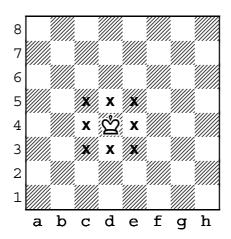
Os peões também capturam de passagem (do francês, en passant), isto é, um peão, atacando a casa atravessada por um peão inimigo que avance dois quadrados, pode capturar este peão como se este se tivesse movido apenas um quadrado. Esta captura é válida apenas no movimento seguinte ao referido avanço.

Ainda no diagrama anterior, se as Negras moverem o peão f7 para f5, as Brancas podem, no turno seguinte, capturar esse peão, movendo g5 para f6.

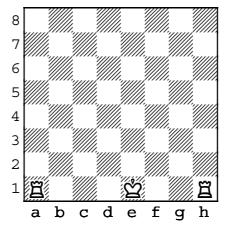
Um peão que atinja a última linha é promovido, isto é, transforma-se numa rainha, numa torre, num bispo ou num cavalo da mesma cor (a decisão é do jogador a quem pertence o peão).

Rei – pode mover-se de duas formas:

• Para qualquer quadrado adjacente na ortogonal ou na diagonal;



Através de um roque. Um roque ocorre movendo o rei duas casas na direcção da torre escolhida, colocando essa torre no último quadrado atravessado pelo rei. Porém, o roque só é válido nas seguintes condições:
(a) o rei e a torre não se podem ter movido antes;
(b) não há peças entre a torre e o rei;
(c) nenhuma das duas casas que o rei vai percorrer se encontra atacada (o rei não pode ficar em xeque nem passar por baixo de xeque).



No diagrama, o rei branco pode mover-se por roque para g1 (colocando a torre h1 em f1) ou para c1 (colocando a torre a1 em d1).

Diz-se que o rei está em xeque se for atacado por uma peça inimiga. Uma jogada é inválida se deixar o seu próprio rei em xeque. Diz-se que o rei sofre um xeque-mate se estiver em xeque e não existir nenhuma jogada válida que permita retirá-lo de xeque.

Objectivo

Perde o jogador cujo rei sofre um xeque-mate. O jogo termina empatado se o jogador seguinte: (a) não possuir qualquer jogada válida e o seu rei não estiver em xeque; (b) repetir pela terceira vez uma posição do tabuleiro; (c) realizar a quinquagésima jogada consecutiva sem um peão se haver movido ou ter sido capturada uma peça.

Notas

O peão possui capacidade de movimento diferente da sua capacidade de captura. O rei também (devido ao roque). Todas as restantes peças capturam como se movem.

O roque só pode ser feito uma vez por cada jogador em cada partida, dado que durante o roque o rei se move, tornando inválida a condição (a) descrita na regra do roque.

A literatura deste jogo é imensa, ocupando literalmente milhares de livros publicados no mundo inteiro (também na Internet se encontram inúmeros recursos). Vamos apenas referir alguns pontos para quem não conhece o xadrez.

Como na maioria dos jogos, a forma como se inicia uma partida revela-se fundamental para o resultado final. No xadrez, este estudo (designado por teoria das aberturas) já foi muito explorado, chegando a incluir propostas com mais de dez turnos iniciais (ou seja, uma sequência de vinte jogadas). Como regra geral, é importante dominar o centro, e por isso as aberturas que começam com o movimento inicial do peão da rainha ou do rei (respectivamente os peões d2 e e2) são das mais usadas. Outras aberturas que se iniciam com os cavalos para os quadrados c3 ou f3 também são populares.

O xadrez possui uma notação especial (usada por muitos outros jogos) que facilita a escrita e a leitura das partidas sem requerer o uso de diagramas. Um movimento é descrito por uma inicial que identifica a peça e o quadrado para onde se move. Assim, Re3 representa uma torre (do inglês, rook) que se moveu para o quadrado e3. Uma captura é descrita pelo símbolo de dois pontos (:) entre a inicial da peça e o quadrado. Por exemplo, N:f3 significa que um cavalo (do inglês, $knight^3$) capturou a peça que se encontrava em f3. Se esta informação não for suficiente, é comum adicionar alguma informação do quadrado de origem da peça. A jogada Re:d4 significa que a torre na coluna "e" se moveu e capturou uma peça em d4.

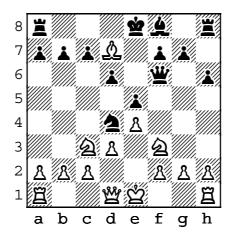
Em resumo: (a) K significa rei (do inglês, king); (b) Q significa rainha (do inglês, queen); (c) B significa bispo; (d) N significa cavalo; (e) R significa torre. Os peões não possuem inicial. Por exemplo: e6 significa que um peão se moveu para o quadrado e6; d2:e3 significa que o peão em d2 capturou uma peça em e3.

Existem ainda outros símbolos especiais: 0-0 para o roque efectuado com a torre da coluna "h" (chamado pequeno roque); 0-0-0 para o roque com a torre da coluna "a" (o grande roque); + para xeque; ++ ou # para xeque-mate; = para empate; ? para uma jogada fraca; ! para uma boa jogada, ...

Segue-se a sequência inicial de uma partida (aconselhamos que a repita num tabuleiro para ver se atinge a mesma posição descrita no tabuleiro seguinte):

 $^{^3{\}rm Como}$ em inglês $king={\rm rei}$ e $knight={\rm cavalo}$ têm a mesma inicial, opta-se por representar o rei por K e o cavalo por N.

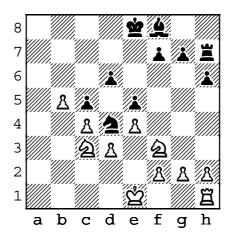
1. e4, Nc6; 2. Bc4, d6; 3. d3, e5; 4. Nf3, Nf6; 5. Bg5, h6; 6. B:f6, Q:f6; 7. Bb5, Bd7; 8. Nc3, Nd4; 9. B:d7+



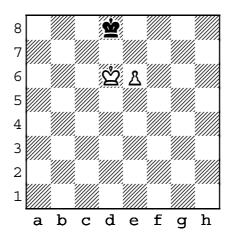
Nesta posição, após a nona jogada branca, as Negras têm de retirar o seu rei do xeque (por exemplo, capturando o bispo com o rei, isto é, K:d7).

Cada tipo de peça tem um valor intrínseco, dado pela sua capacidade de movimentação e captura, mais um valor posicional, que depende da situação específica num determinado jogo. Enquanto o segundo valor varia de tabuleiro para tabuleiro e só é possível estimá-lo com alguma aproximação após a experiência ganha em muitas partidas, o primeiro valor é, grosso modo, de aceitação geral: a rainha vale 9 pontos, a torre 5 pontos, o bispo 3 pontos, o cavalo 2,5 pontos e cada peão 1 ponto. Estes valores servem para avaliar, sem mais informação, se a troca de duas peças (isto é, uma sequência de jogadas em que cada jogador perde uma peça) é ou não desejável.

Um exemplo de valor posicional é o designado peão passado, ou seja, um peão que pode atingir a promoção sem ser atacado ou impedido por qualquer outro peão. Um peão destes vale muito mais do que 1 ponto, podendo ser determinante para a vitória. No tabuleiro seguinte, o peão branco em b5 está passado, tornando-se muito valioso pela forte possibilidade de promoção.



No fim do jogo (quando o número de peças é já pequeno) é conveniente saber se as peças que sobraram são ou não capazes de dar um xeque-mate. Por exemplo, garantem uma vitória as seguintes combinações (exceptuando posições especiais): uma torre (ou uma rainha) e um rei contra um rei solitário; uma rainha e um rei contra uma torre e um rei; dois bispos e um rei contra um rei; um bispo, um cavalo e um rei contra um rei (este é mais difícil). Outras combinações não são suficientes para ganhar: um bispo (ou um cavalo) e um rei contra um rei, dois cavalos e um rei contra um rei. Existem ainda outras que podem ou não garantir uma vitória (sendo este um bom exemplo do valor posicional referido atrás): um peão e um rei contra um rei. Vejamos esta última situação:



O resultado deste diagrama depende de quem se mover. Se forem as Brancas, não há jogada melhor do que dar xeque movendo o peão de e6 para e7 (em notação escreve-se e7+) para depois o rei negro se mover para e8 (em

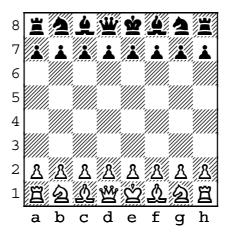
notação, Ke8). De seguida, as Brancas movem Re6 e o jogo termina num empate, dado as Negras não terem uma jogada válida para continuarem. Se forem a Negras a jogar, não há melhor sequência do que Ke8, e7, Kf7, Kd7, e neste momento o peão pode ser promovido a rainha.

Xadrez progressivo

Esta variante moderna das regras oficiais é provavelmente a que tem mais adeptos no mundo inteiro. O princípio é muito simples. Em cada turno, o número de movimentos disponíveis cresce, criando assim partidas muito mais curtas e intensas do que o jogo original.

Material

O mesmo material e posição inicial do xadrez:



Regras

São utilizadas as regras do xadrez, excepto no seguinte: as Brancas fazem um movimento no seu primeiro turno, depois as Negras realizam dois movimentos, as Brancas fazem três, as Negras quatro, e assim sucessivamente, a crescer um lance extra por jogada. Se um determinado movimento coloca o rei inimigo em xeque, a sequência de lances termina e passa-se a vez ao adversário. Uma captura en passant deve realizar-se no primeiro lance da sequência, sendo preciso que o peão a ser capturado tenha realizado apenas o duplo movimento inicial.

Objectivo

 $\acute{\rm E}$ o mesmo que no xadrez, excepto se nenhum peão for movido ou nenhuma peça for capturada durante dez sequências consecutivas, em que o jogo termina em empate.

Notas

Cada movimento da sequência deve ser válido de acordo com as regras do xadrez. Isto significa que, se a anterior sequência terminou num xeque, o primeiro lance desta nova sequência deve ser de tal forma que o rei saia de xeque (se não o conseguir, o jogador actual perde o jogo).

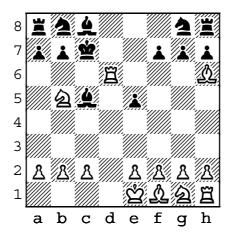
Não há qualquer obrigação de usar todos os lances disponíveis. No entanto, isso não prejudica a próxima sequência do adversário. Por exemplo, se no sétimo lance as Brancas jogarem apenas cinco vezes, a seguir as Negras podem realizar todos os oito lances a que têm direito.

Pelas regras do xadrez, se um jogador não tiver qualquer movimento válido (e o seu rei não está em xeque), o jogo termina em empate.

Vejamos um exemplo de partida (das finais mundiais de 1996 entre Lorinc e Kivijarvi):

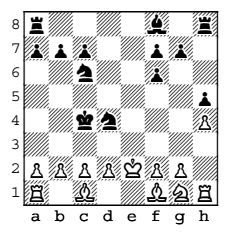
- 1. d4
- 2. d5 c5
- 3. d:c5 Q:d5 Q:d8+
- 4. K:d8 Kc7 e5 B:c5
- 5. Bh
6 Nc3 Rd1 Rd6 Nb5#

resultando na posição seguinte:



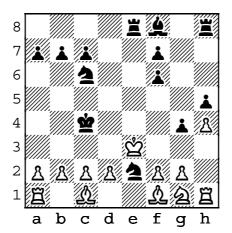
A última regra que determina o término abrupto da sequência é muito importante e pode ser usada como táctica que assegura vantagem decisiva ao jogador que a utiliza. Este golpe táctico de forçar o adversário a dar xeque tem um nome: o fantasma de Galvin (em honra a Fred Galvin, o campeão mundial em 1996). Vejamos um exemplo (Brent Hansen vs. Juha Saukkola, 1998):

- 1. e4
- 2. Nc6 d5
- 3. Qg4 Q:c8 Q:d8+
- 4. K:d8 d:e4 Nf6 h5
- 5. Nc3 N:e4 N:f6 h4 Ke2
- $6.~\mathrm{e:}f6~\mathrm{Ke}7~\mathrm{Kd}6~\mathrm{Kc}5~\mathrm{Kc}4~\mathrm{Nd}4+$



Neste momento, o próximo jogador, ao livrar-se do xeque, dá um xeque ao adversário, não conseguindo aproveitar os outros seis lances a que tinha direito.

- 7. Ke3+
- 8. Ne2 g5 g4 Re8#



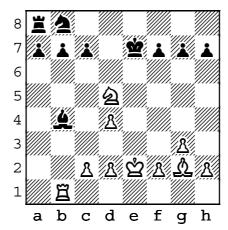
A primeira opção do jogador é tentar dar um mate com a sequência de que dispõe. Se não conseguir encontrar uma combinação vitoriosa, deve tentar aplicar um fantasma ao adversário. Se nenhuma destas opções existe, é necessário preparar o jogo para a sequência do adversário, quer capturando o maior número de peças, quer desenvolvendo as suas peças para futuros ataques, quer colocando o seu rei numa posição com espaço (isto é, adjacente a quadrados vazios para onde pode fugir). Deve também ter o cuidado de não se colocar em posições perto de rainhas, bispos ou torres que estejam sujeitas à táctica do fantasma de Galvin.

Os valores das peças dependem muito da sua posição (ainda mais do que no xadrez clássico), pois uma peça já desenvolvida não precisa de gastar lances para se colocar numa posição de ataque. Devido ao seu poder, as primeiras vítimas são as rainhas, dada a sua enorme capacidade de movimentação. Os peões são muito valiosos nos turnos finais. É possível, numa única sequência, mover um peão da sua posição inicial, promovê-lo a rainha e usá-la em múltiplas capturas. É muito importante parar os peões inimigos antes que possam ser usados desta forma (no jogo anterior, o lance h4 na quinta jogada teve o propósito de parar o peão negro da coluna "h").

Entre jogadores experientes é difícil criar uma situação de mate elementar ou aplicar um fantasma. A maioria dos jogos é decidida quando alguém destroça o exército adversário numa sequência de capturas consecutivas. Vejamos um exemplo (Gerard Jendras vs. Doug Hyatt em 1998):

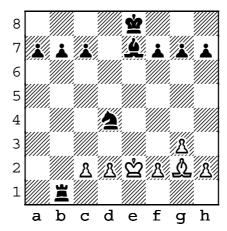
- 1. b4
- 2. d5 Nf6
- 3. Bb2 B:f6 Bd4
- 4. e5 e:d4 B:b4 Ke7
- 5. e3 e:d4 Qg4 Q:c8 Q:d8+

- 6. R:d8 Rd6 Ra6 R:a2 R:a1 R:b1+
- 7. Ke2 Nh3 g3 Bg2 R:b1 Nf4 N:d5+



A partir desta posição, as Negras conseguem destroçar o adversário com a seguinte sequência:

8. Ke
8 Be7 Nc6 Rd8 R:d5 Rb5 R:b1 N:d4+



As Brancas estão reduzidas a um bispo solitário e a um conjunto de peões que, mal promovidos a rainhas, produzem um xeque que lhes termina a sequência. O jogo pouco mais durou:

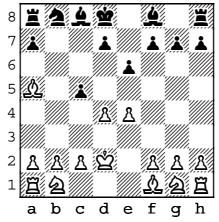
- 9. Kd3 B:b7 c3 c:d4 d5 d6 d:e7 Kc2 K:b1
- 10. K:e7 Kd6 Kc5 Kb4 Kb3 c5 c4 c3 c:d2 d1Q#

Quando se prepara uma sequência de capturas surge usualmente o dilema de escolher capturar poucas peças poderosas ou simplesmente muitas peças mesmo que não sejam as mais fortes no tabuleiro. A escolha mais acertada depende muito da posição, mas tendencialmente é melhor capturar em quan-

tidade do que em qualidade, dado o poder de cada peça ser multiplicado pelo facto de cada jogador poder usar uma peça várias vezes durante o mesmo turno.

Terminar uma sequência com um xeque é um bom sinal (dado que o adversário tem de gastar pelo menos um turno para remover o xeque), mas o seu valor é limitado por duas questões. Primeiro, se o acto de dar um xeque teve como preço não capturar uma peça importante (nesse caso não valerá a pena); segundo, qual a quantidade de movimentos gastos pelo adversário para retomar a iniciativa após removido o xeque. O exemplo seguinte mostra uma situação de xeque tão incómoda para as Negras que acabam por ficar numa posição perdedora (Russell Linnemann vs. Marek Kowalczyk em 1998):

- 1. e4
- 2. e6 Nf6
- 3. Qf3 Q:f6 Q:d8+
- 4. K:d8 b5 b4 c5
- 5. d4 Bd2 B:b4 Kd2 Ba5+



As Brancas não capturaram uma única peça na quinta série. Mas o xeque ao rei e as implicações que daí advêm não permitem às Negras tomar a iniciativa, sendo imediatamente castigadas na sétima série.

- 6. Ke7 Ba6 B:f1 Nc6 N:a5 Nc4+
- 7. Kc3 d:c5 c6 Kb4 Na3 Rd1 R:d7+

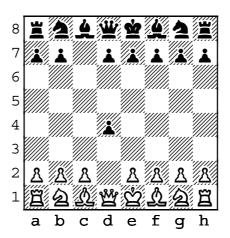
As Negras desistiram.

Terminamos esta secção com uma partida disputada em 1996 (Galvin vs. Elkies) que nos parece bastante pedagógica.

1. d4

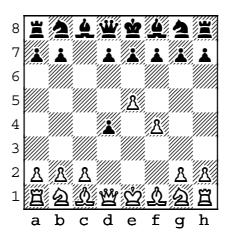
A abertura com e4 tem a vantagem de ameaçar mate na próxima jogada; a jogada escolhida dá alguma liberdade às Negras.

$2.~\mathrm{c}5~\mathrm{c}\mathrm{:}\mathrm{d}5$



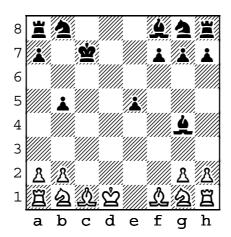
Começam as ameaças de mate (4. Nc6 Nb4 Qa5 N:c2#)...

$3.~\mathrm{e}4~\mathrm{e}5~\mathrm{f}4$



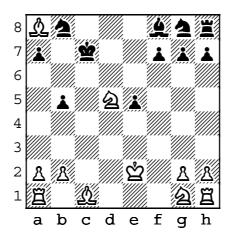
Agora são as Brancas que ameaçam mate em f7.

- $4.\ e6\ d3\ d:c2\ c:d1Q+$
- 5. K:d1 f5 f:e6 e7 e:d8Q+
- 6. K:d8 d6 d:e5 b5 Kc7 Bg4+



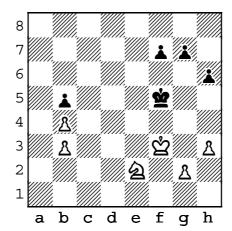
As Brancas têm mate em 8, mas não em 7.

7. Be
2 B:g4 Bf3 B:a8 Ke2 Nc3 N:d5+



As Negras dispoem de mate em 9, mas não em 8.

- 8. Kd7 Nf6 Bb4 Rc8 R:c1 R:a1 N:d5 Nf4+
- 9. Kf3 a3 a:b4 b3 Ne2 N:f4 Nh3 R:a1 R:a7+
- $10. \ Ke6 \ Kf5 \ Nc6 \ N:a7 \ Nc8 \ Nb6 \ N:a8 \ Nb6 \ h6 \ e4+$
- $11.~\mathrm{Ke}3~\mathrm{Nf}2~\mathrm{N:e}4~\mathrm{Nc}3~\mathrm{Na}4~\mathrm{N:b}6~\mathrm{Na}4~\mathrm{Nc}3~\mathrm{Ne}2~\mathrm{Kf}3~\mathrm{h}3$

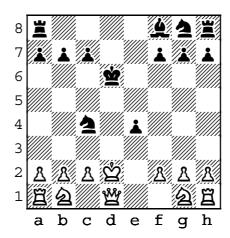


As Negras não têm qualquer sequência boa de lances e abandonam.

Variantes

Existem outras variações sobre o tema progressivo. A descrita anteriormente costuma designar-se por progressiva escocesa.

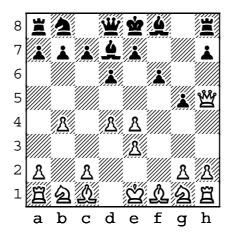
A progressiva italiana é diferente no facto de um xeque só poder ser dado no último lance mas a sequência dever ser completa! Ou seja, um jogador perde o jogo se der um xeque ao rei inimigo antes do término da sua sequência. Por exemplo, no diagrama seguinte, as Negras terminaram o turno com um xeque ao qual o rei branco tem de fugir. Mas ao sair de d2 (e não podendo ir para d3) força um xeque ao rei negro logo no primeiro lance da sequência, perdendo assim o jogo (ou seja, a aplicação de um fantasma equivale à vitória).



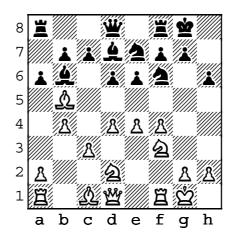
A progressiva inglesa determina que cada peça movida só se move outra vez quando todas as outras peças da mesma cor forem movimentadas (e uma peça só se pode mover pela terceira vez quando todas as outras se moverem duas...). Esta restrição é referente apenas a uma sequência de lances. Cada vez que se inicia um novo lance, o ciclo recomeça. O roque é visto como o movimento do rei e da torre. Uma peça promovida só se pode mover na sequência seguinte. Esta variante é menos dinâmica, especialmente nos primeiros turnos, dado que cada peça só consegue mover-se uma vez.

Na variante portuguesa cada peça só se move uma vez por sequência, independentemente do número de lances que o jogador tem à sua disposição. A dinâmica desta variante é muito semelhante à inglesa durante os primeiros turnos, só se observando diferenças nos últimos turnos, onde estes se aproximam dos fins de jogos do xadrez tradicional.

Os lances seguintes são um exemplo de início de jogo (não esquecer: cada peça só pode mover-se uma vez por turno e um roque conta como movimento para o rei e para a torre). Esta dinâmica assemelha-se ao desenrolar progressivo de uma batalha onde cada vez mais elementos dos respectivos exércitos entram em interacção.



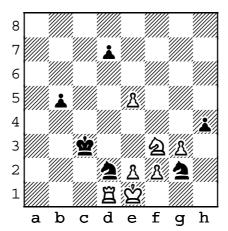
- 1. d4
- 2. e6 Bb4+
- 3. c3 e4 f4
- 4. Nc6 Nf6 O-O Ba5
- 5. Bb5 Nf3 O-O b4 Nd2
- 6. a3 d3 h3 Bd7 Bb6 Ne7



Uma variante da progressiva escocesa é a neozelandesa (ou chamada simplesmente Kiwi). Nesta variante, uma sequência de mate só é válida se não existir qualquer captura durante essa sequência. Desta forma, a acção é mais limitada e o perigo de xeque-mate não surge tão frequentemente como nas variantes progressivas mais tradicionais. Isto favorece uma abordagem menos táctica de procura de sequências de mate e mais estratégica na colocação do exército para o turno seguinte.

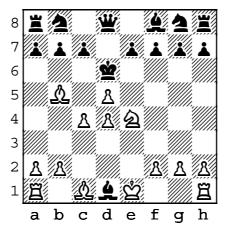
Segue-se uma partida com doze lances mas onde as cinco últimas jogadas foram controladas pelo vencedor (usando o fantasma de Galvin) para colocar a torre inimiga numa posição em que participa no mate do seu próprio rei:

- 1. f3
- 2. e5 h5
- 3. Bh5 Be6 B:f6+
- 4. K:f6 Qh4 Q:h2 Q:h1
- 5. d4 d:e Qd5 Q:h1 Qf3+
- 6. Ke6 b5 Bb7 B:f3 Nh6 Bb4+
- 7. c3 c:b4 N:f3 B:h6 B:g7 B:h8 Nc3
- 8. a5 a:b4 b:c3 c2 Kd5 Kc4 R:a2 c1Q+
- 9. R:c1+
- $10. \ \mathrm{Kd5} \ \mathrm{R:b2} \ \mathrm{c6} \ \mathrm{c5} \ \mathrm{c4} \ \mathrm{c3} \ \mathrm{h4} \ \mathrm{Rd2} \ \mathrm{c2} \ \mathrm{Rd1} +$
- 11. R:d1+
- 12. Kc4 Kc3 c1N Nb3 Nd4 Na6 Nc7 Nd5 Nf4 Ng2#



Claro que nestas regras ainda existem mates rápidos:

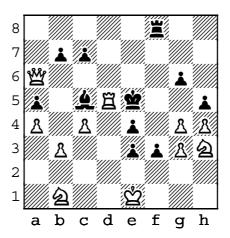
- 1. e4
- 2. d5 Kd7
- 3. e:d5 Nf3 Bb5+
- 4. Kd6 Bg4 B:f3 B:d1
- 5. c4 Nc3 d4 Ne4#



Outra variante, com uma dinâmica ainda mais conservadora, é a australiana, que tem as mesmas regras que a escocesa, mas obriga à paragem de uma sequência após uma captura. Isto significa que, no máximo, há uma captura por turno, tornando o jogo mais lento do que a maioria das variantes progressivas descritas acima. Um exemplo:

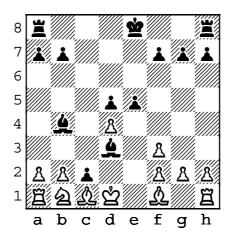
- 1. e4
- 2. d4 d:e4
- 3. Qh5 d5:d8+

- 4. K:d8
- 5. Ke2 c4 g3 Bh3 B:c8
- 6.~e5~Nf6~h5~Nc6~Ke7~R:c8
- 7. a4 h4 Nh3 Ra3 d3 d8:c8
- 8. Nb4 a
5 Ke6 Bc5 Ng4 f5 f4 R:c8
- 9. b3 d3 Rd1 Ba3 B:b4
- 10. e3 Rd8 e4 Kf5 B:b4
- 11. d4 d5 f3 f:g4+
- 12. Ke5 g6 Bc5 Rf8 f3+
- 13. Ke
1 d6 d7 d8Q Qh8 Qh6 Rd5#



Nesta variante existem duas formas de quebrar a sequência do adversário, ou obrigar a dar um xeque prematuro (o referido fantasma de Galvin) ou obrigar a uma captura prematura (esta nova táctica chama-se o fantasma de Taylor). A próxima partida mostra-nos a utilização desta segunda forma após o quarto e o sexto lances:

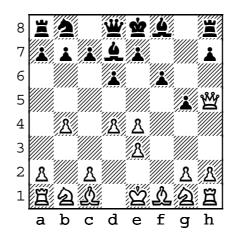
- 1. d4
- 2. Nc6 N:d4
- 3. Nf3 c3 c:d4
- 4. Nh6 Nf5 Nh4 N:f3+
- 5. e:f3
- $6.\ c5\ d5\ e5\ Qb6\ Qb3\ Q:d1+$
- 7. K:d1
- 8. Bf5 Bd3 Bb4 c4 c3 c2#



Existem outras formas de xadrez progressivo. Uma delas, designada por progressiva ortodoxa, tem regras de progressão iguais às anteriores, mas os jogadores movimentam peças de ambas as cores, alternadamente, de modo que no final o registo da partida seja compatível com um jogo de xadrez original. Como? As Brancas movem uma peça branca, depois as Negras movem uma peça negra e uma branca, a seguir as Brancas movem-se três vezes: uma negra, uma branca, uma negra, e assim sucessivamente, mantendo a restrição de que o movimento seguinte é executado com uma peça de cor diferente. Um exemplo de partida (os movimentos carregados são movimentos com peças negras, os outros são de peças brancas):

- 1. b4
- 2. **Nf6** f3
- 3. **Ne4** f:e4 **f6**
- 4. e3 **d6** Ke2 **Bg4**+
- 5. Ke
1 $\mathbf{Bd7}$ d4 $\mathbf{g5}$ Qh5#

As Brancas vencem com a posição final:



Suspeita-se de que, com estas regras, haja vantagem para as Negras. Numa variante similar, o jogo inicia-se com as Negras a moverem uma peça branca (o que compensa a referida vantagem ao afectar o desenvolvimento inicial das peças negras).

Referências

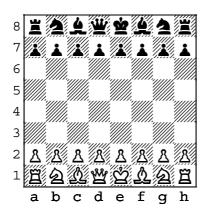
Online Guide to Progressive Chess, http://www.cs.utk.edu/~hyatt/wipcc98/guide.html

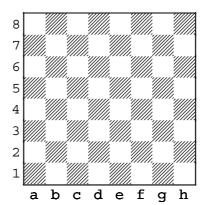
Alice

Esta variante foi inventada por V. R. Parton em 1953. O jogo ocorre em dois tabuleiros. As peças são transferidas entre tabuleiros a cada movimento que façam. O nome do jogo vem da personagem dos livros de Lewis Carroll (*Alice no País das Maravilhas* e *Alice do Outro Lado do Espelho*). É considerada uma das variantes de xadrez mais interessantes.

Material

Usa-se o mesmo material do xadrez mais um tabuleiro extra:



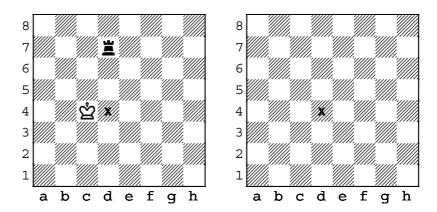


Regras

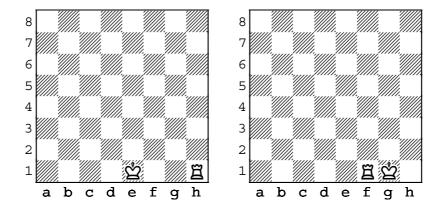
São utilizadas as regras do xadrez, excepto no seguinte: quando uma peça é movimentada (quer capture ou não), é transferida para o mesmo quadrado do outro tabuleiro (designemos este por tabuleiro destino e o outro por tabuleiro origem). Para o movimento ser válido, o quadrado no tabuleiro destino deve estar vazio no início da jogada.

Nota

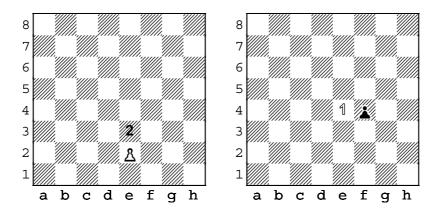
Cada jogada tem de ser válida segundo as regras do xadrez antes de a peça mudar de tabuleiro. Por exemplo, um rei não pode mover-se para uma casa em xeque, mesmo considerando que muda de tabuleiro a seguir. No diagrama seguinte, o rei não pode deslocar-se para d4, porque ficaria em xeque antes de ser transferido para o tabuleiro da direita.



O roque só é válido se, para lá das restrições habituais, os dois quadrados onde a torre e o rei vão ficar estiverem vazios no tabuleiro destino e o rei não ficar em xeque. O exemplo seguinte mostra o antes (à esquerda) e o depois (à direita) do roque pequeno efectuado pelas Brancas.

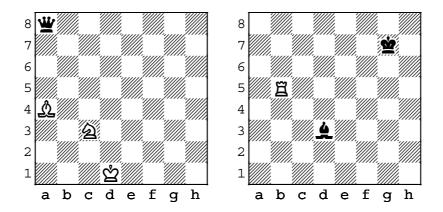


A captura en passant de um peão por outro ocorre nos seguintes casos: cada vez que um peão dê o duplo passo e seja transferido para o lado de um peão inimigo, este pode capturá-lo, mudando, por sua vez, de tabuleiro. No próximo diagrama, o peão em e2 move-se para e4, sendo transferido para o quadrado 1. As Negras podem, na jogada seguinte, capturar esse peão com o peão de f4, sendo transferido para o quadrado 2.

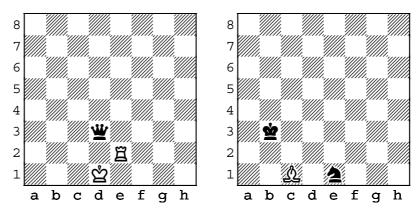


Há jogadores que defendem que a captura en passant seja removida das regras desta variante. Optou-se, neste livro, por adicioná-la com a interpretação referida.

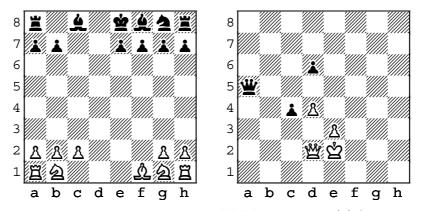
Uma peça não defende outras peças como no xadrez; ela protege as peças nos respectivos quadrados do outro tabuleiro. No exemplo seguinte, a torre e o bispo brancos são atacados por peças negras. A única peça defendida pelo cavalo branco é a torre.



Da mesma forma, não se pode deter um xeque colocando uma peça no caminho, como no xadrez, pois a peça deslocada muda de tabuleiro, deixando o rei descoberto. No diagrama seguinte, a torre branca não consegue deter o xeque, mas o bispo sim.



No exemplo seguinte são as Negras a jogar. A rainha branca parece defendida pelo rei:



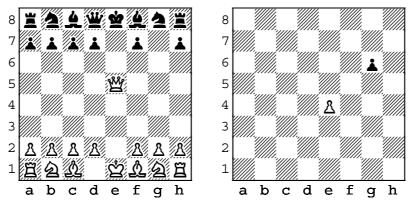
Mas, se as Negras jogarem Bg4+, só há duas opções: (a) fugir com o rei, que é transferido para o outro tabuleiro, isto é, 1. Ke1 Qb4+ 2. Qc3 Q:c3 (perdendo a rainha); ou (b) 1. Kf2 Qc5+ 2. Qg3 Q:g1+ 3. Kf4 Qf2+ 4. Kg5 Qf5+ 5. Kh4 Qf2# (perdendo o jogo).

As peças menores (os cavalos e os bispos) são mais fracas do que no xadrez. Os cavalos (como já sucedia com os bispos) só acedem a metade do tabuleiro (sabe porquê?). Os peões também encontram restrições adicionais ao seu movimento: ambos os quadrados à sua frente (quer no tabuleiro origem, quer no destino) têm de estar vazios.

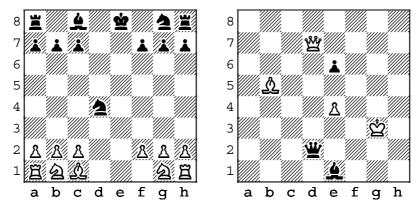
As peças não conseguem defender-se tão eficientemente. Se uma peça guarda outra mas precisa de sair do seu quadrado devido a um ataque, já não é possível manter a guarda. Isto significa, por exemplo, que dois cavalos não conseguem defender-se mutuamente. Nem dois peões que não avancem

da mesma forma (o que desfavorece os movimentos duplos iniciais dos peões).

Seguem-se alguns exemplos de partidas: (Castelli vs. Pugnali, 1993) 1. e4 e5 2. Qh5 g6 3. Q:e5#



 (Betzavs.Ishkan) 1. d
4 e6 2. Q:d7 Nc6 3. e4 Bd6 4. Bb5 Bb4+ 5. Ke2 Qd2+ 6. Kf3 N:d4+ 7. Kg3 Be
1#



Variantes

Uma forma possível de construir variantes deste jogo é aumentar o número de tabuleiros. Por exemplo, com três tabuleiros, a dinâmica de mudança pode ser à escolha do jogador (ele decide para que tabuleiro a peça é transferida) ou através de uma sequência determinada (do tabuleiro A para o B, do B para o C, do C para o A). À medida que se aumenta o número de quadrados (diminuindo assim a densidade das peças) é adequado aumentar a dimensão inicial de cada exército (por exemplo, colocando peças nos restantes tabuleiros).

Referências

As regras originais

http://chessvariants.com/parton/Curiouser&Curiouser.txt

http://www.chessvariants.org/other.dir/alice.html

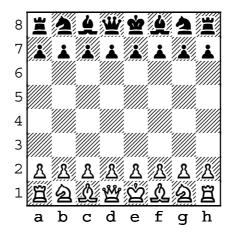
http://www.bcvs.ukf.net/alice.htm

Perde-ganha

Esta variante antiga, já referida por Alfonso X ([ALF]), tem bastantes adeptos entre os jogadores de xadrez. É o equivalente ao perde-ganha muito jogado como variante das damas: é-se obrigado a capturar e o objectivo é perder o maior número de peças para ficar sem movimentos válidos e ganhar o jogo.

Material

O mesmo material e posição inicial do xadrez:



Regras

As mesmas regras do xadrez, excepto:

- É obrigatório capturar, se possível;
- O rei pode ser capturado e perde o estatuto privilegiado que tem nas regras tradicionais. Não há roque;
- Os peões podem promover-se a reis.

Objectivo

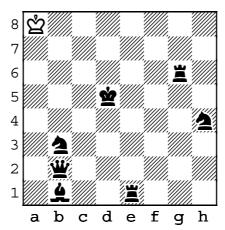
Ganha quem não conseguir mover-se.

Notas

O rei é como outra peça qualquer. Não há xeque nem xeque-mate. Se for capturado e ainda existirem outras peças, o jogo continua normalmente.

O objectivo é ser incapaz de se mover. Uma das melhores formas de o conseguir é perder todas as peças (tendo em conta que a captura é obrigatória), mas também se vence fazendo com que as restantes peças fiquem bloqueadas.

De facto, a tentação inicial pode ser dar o maior número de peças possível ao adversário, o mais cedo possível. Esta táctica pode funcionar com principiantes, mas, como no xadrez, é importante salvaguardar o fim do jogo com material suficiente para desenvolver sequências vencedoras. Um jogador com pouco material possui pouca mobilidade e está sujeito a que o adversário construa uma posição que não seja defensável. O diagrama seguinte mostra um exemplo extremo. Apesar de as Brancas terem apenas uma única peça e as Negras uma grande quantidade de material, as Negras jogam e ganham. A sequência é a seguinte: 1. ... Rc6 2. Kb8 Rc7 3. K:c7 Kd6 4. K:d6 Nc5 5. K:c5 Qd4 6. K:d4 Bd3 7. K:d3 Re4 8. K:e4 Nf5 9. K:f5 e ganham as Negras porque ficaram sem qualquer peça! (Um puzzle: as Negras ganham o jogo qualquer que seja a peça que se encontre em a8. Consegue determinar cada uma dessas sequências vencedoras?)

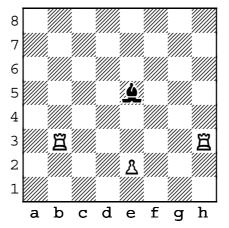


As peças não têm um valor fixo, o seu valor é muito mais dependente da posição onde se encontram. Porém, cada peça possui um conjunto de vantagens e desvantagens que se deve ter em consideração. O rei, mesmo sem o estatuto real, é muito importante devido ao facto de o seu movimento ser limitado. Ou seja, é possível realizar movimentos seguros com esta peça, isto é, criar posições que não dêem ao adversário uma sequência vencedora. A limitação de movimentos é igualmente uma desvantagem devido à lenta deslocação pelo tabuleiro.

A rainha possui uma capacidade de movimento única. Pode ser rapidamente colocada em posições que atraiam peças adversárias para posições perigosas. Por outro lado, esta liberdade é perigosa pelo mesmo motivo se a posição for muito aberta (ou seja, a rainha pode capturar o exército inteiro do adversário sem grande dificuldade, levando a derrota ao jogador).

A torre é uma óptima peça nos finais de jogo, pode ser colocada facilmente em posições que permitam construir sequências vencedoras. No entanto, como no caso da rainha, não é difícil encontrar partidas onde uma torre captura todas as peças adversárias por se encontrar numa má posição.

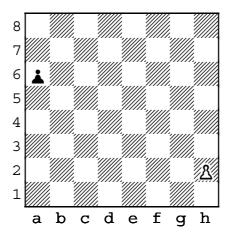
Os bispos, se levados ao fim do jogo, podem ajudar a construir posições de empate (dado nunca poderem capturar em metade do tabuleiro). Podem, ainda mais facilmente do que as torres, tornar-se a desgraça do jogador se forem atraídos eficazmente para o outro lado do tabuleiro nas jogadas iniciais. No tabuleiro seguinte, o bispo negro vê-se obrigado a capturar todas as três peças:



A sequência é: 1. Rb2! B:b2 2. Rh8 B:h8 3. e4 e vence na jogada seguinte. O cavalo pode aproveitar a sua capacidade de salto para enfraquecer estruturas defensivas, especialmente estruturas de peões. Não é suficientemente móvel, o que pode tornar-se um inconveniente nas jogadas finais.

Os peões são úteis para proteger as restantes peças, dado o seu movimento ser muito limitado. Tornam-se especialmente perigosos para o jogador no fim do jogo, por ser fácil prever o seu caminho, e, caso sejam levados à

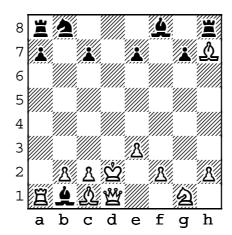
promoção, o resultado pode ser fatal. O exemplo seguinte mostra uma luta de promoções onde vencem as Brancas (Törngren vs. Tidskrift, 1929):



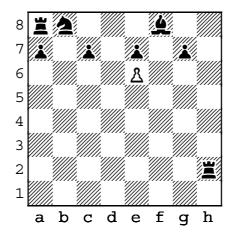
O movimento vencedor é 1. h3 a5 2. h4 a4 3. h5 a3 4. h6 a2 5. h7 a2R 6. h8B e vence.

A abertura no xadrez é importante. A abertura no perde-ganha pode ser uma catástrofe. Existem lances iniciais que levam à derrota imediata. Por exemplo, os primeiros lances dass Brancas 1. d4, 1. e4 ou 1. d3 são jogadas estudadas que levam a vitória das Negras (outros maus começos são 1. Nf3 e 1. Nc3). Um dos inícios mais aconselhados é 1. e3 respondido por 1. ... e6. Costuma seguir-se a entrega dos respectivos bispos (considerados demasiado perigosos para não se lhes aplicar a regra da manutenção de material). Outras jogadas iniciais aceitáveis são: 1. c4, 1. Nh3, 1. g3, 1. Na3, 1. g4 e 1. b3.

O diagrama seguinte mostra a posição de um jogo iniciado com 1. e6 b5 2. B:b5 Bb7 3. B:d7, onde prosseguiu numa destruição mútua dos exércitos pelos respectivos bispos inimigos. Nesta posição, as Brancas decidem esconder a sua torre em a1 (com R:b1), deixando apenas uma única opção às Negras: R:h7.



A partir daí, as Brancas forçam uma sequência de movimentos colocando as Negras numa posição perdedora. Ela é: 1. h4 R:h4 2. Nh3 R:h3 3. Qf3 Rf3 4. e4 R:f3 5. Ke2 R:e2 6. Bd2 R:d2 7. Rh1 R:c2 8. e5 R:b2 9. Rh2 R:h2 10. e6 (ver a posição actual no tabuleiro seguinte).



Neste momento, as Negras, para evitarem perder de imediato, devem mover o seu cavalo para d7. A seguir: 1. e:d7 Rc8 2. d:c8Q. As Brancas promovem o peão com a peça mais poderosa! Pode parecer um perigo dar ao adversário uma peça que pode capturar o que restou do seu exército, mas, neste caso, a mobilidade da rainha garante uma vitória às Brancas. Após 1. ... Rh7 2. Q:c6 as Negras não têm uma jogada aceitável. A rainha branca captura f6 ou h6, ambas defendidas pelo bispo negro.

Referências

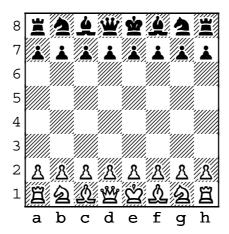
http://www.matf.bg.ac.yu/~andrew/suicide/StanGold/Index.htm

Xadrez com trocas

Esta é uma variante de 1998 inventada por João Neto. A ideia é possibilitar que uma peça troque a sua posição com outra (independentemente da cor). Esta possibilidade abre diversas opções tácticas e torna o jogo muito mais dinâmico.

Material

O mesmo material e posição inicial do xadrez:



Regras

Em cada turno, cada jogador tem de realizar dois movimentos: (1°) uma jogada válida de xadrez; (2°) uma troca de peças.

No primeiro turno das Brancas, estas apenas realizam uma jogada válida de xadrez.

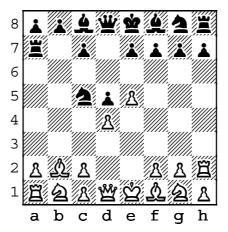
Uma peça pode trocar a sua posição com outra peça se for possível mover-se para o quadrado da segunda peça (caso este esteja vazio ou ocupado por uma peça inimiga).

Um peão na sua primeira linha pode realizar um duplo movimento inicial. Este movimento está sujeito à captura *en passant*.

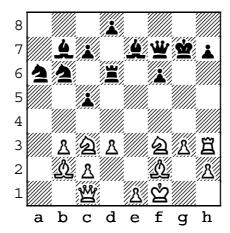
Um jogador que não consiga terminar o seu turno perde a partida.

Notas

Os peões são peças mais fortes nesta variante. Para além do seu movimento natural, podem trocar com qualquer peça que esteja nos três quadrados dianteiros. No diagrama seguinte, o peão em d4 pode trocar com o peão inimigo em d5, com o peão aliado em e5 (o que, para todos os efeitos, não altera a posição do tabuleiro) ou com o cavalo em c5.

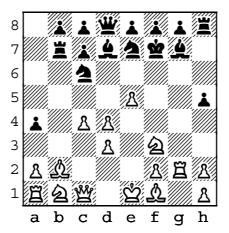


O jogador pode escolher a mesma peça para se mover e depois trocar. Este tipo de movimento permite ataques rápidos enquanto se coloca uma peça inimiga numa posição fragilizada. Isto é mais eficiente quando se consegue trocar a posição com uma peça de maior valor. No diagrama seguinte, a jogada negra Bc8 B/h3 coloca a torre branca numa posição onde esta não consegue escapar, ganhando as Negras uma vantagem material:



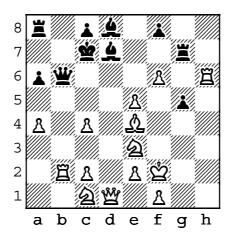
Outro género de táctica é o ataque com sacrifício de uma terceira peça.

Observe a seguinte posição (sendo o turno das Negras):



As Negras optam por R:b2 R/b8 (isto é, capturam o bispo b2 e trocam de posição com o seu peão em b8). Numa única jogada capturam um bispo ao adversário, salvaguardam a torre e colocam um peão a atacar a rainha e a torre branca. A resposta mais aceitável da parte das Brancas seria Q:b2 Qb2/a2, mas o jogo está já comprometido.

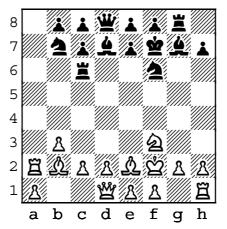
Este tipo de movimento é especialmente perigoso se for o rei inimigo a vítima desta troca:



São as Negras a jogar com Q:f6 Q/f2+. Ao trocar com o rei branco, executa um xeque-mate, pois o rei não encontra uma jogada válida para cumprir a primeira parte do movimento.

Outra táctica típica desta variante é a de transportar os peões para uma promoção rápida. Para isso basta mover uma peça para a última linha e trocar a sua posição com a de um peão, produzindo assim uma promoção

instantânea. Este é o caso no tabuleiro seguinte, com o movimento branco Ra8 R/a1=Q.



Por executar dois movimentos, é mais difícil dar xeque-mate a um rei protegido (devido às escapatórias extra que o rei possui por poder trocar a sua posição com peças vizinhas). Mas o maior número de opções, consequência do duplo movimento, e as tácticas novas daí decorrentes tornam o jogo mais perigoso do que o xadrez tradicional.

Capítulo 3

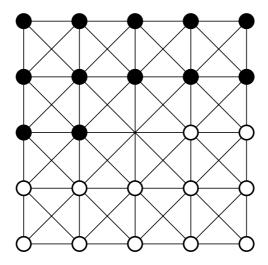
Damas

"The faculty of re-solution is possibly much invigorated by mathematical study, and especially by that highest branch of it which, unjustly, and merely on account of its retrograde operations, has been called, as if par excellence, analysis. Yet to calculate is not in itself to analyse. A chess-player, for example, does the one without effort at the other. It follows that the game of chess, in its effects upon mental character, is greatly misunderstood. I am not now writing a treatise, but simply prefacing a somewhat peculiar narrative by observations very much at random; I will, therefore, take occasion to assert that the higher powers of the reflective intellect are more decidedly and more usefully tasked by the unostentatious game of draughts than by a the elaborate frivolity of chess. In this latter, where the pieces have different and bizarre motions, with various and variable values, what is only complex is mistaken (a not unusual error) for what is profound. The attention is here called powerfully into play. If it flag for an instant, an oversight is committed resulting in injury or defeat. The possible moves being not only manifold but involute, the chances of such oversights are multiplied; and in nine cases out of ten it is the more concentrative rather than the more acute player who conquers. In draughts, on the contrary, where the moves are unique and have but little variation, the probabilities of inadvertence are diminished, and the mere attention being left comparatively unemployed, what advantages are obtained by either party are obtained by superior acumen."

Edgar Allan Poe

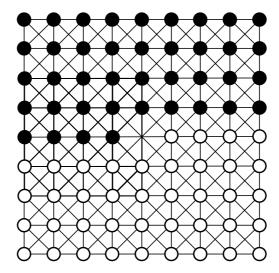
As origens

O antepassado directo do jogo das damas é o Alquerque, um jogo árabe que se desenrolava num tabuleiro como o ilustrado abaixo. Contudo, há quem defenda que as suas origens são mais remotas, já que o mesmo tabuleiro aparece em algumas ilustrações do Egipto antigo.

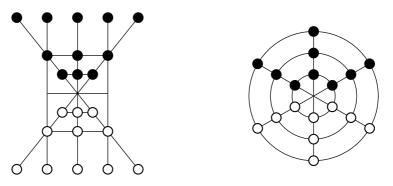


As peças deslocam-se para uma intersecção vazia vizinha ao longo de uma linha do tabuleiro. As capturas, obrigatórias em algumas versões, fazem-se por salto pequeno, isto é, deslocando a peça própria para a casa seguinte à capturada, que deve estar vazia.

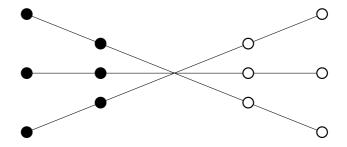
Conhecem-se várias variantes deste jogo. Os tabuleiros e as regras de captura são as características mais variáveis. Por exemplo, o Alquerque também se jogava, com as mesmas regras, num tabuleiro quádruplo do ilustrado acima.



Na Índia usava-se um tabuleiro e posição iniciais com onze peças para cada lado e também uma disposição circular:

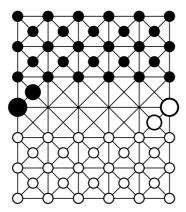


Em Marrocos, a posição era ainda mais simples:

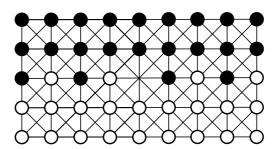


No jogo Dablot, na Suécia, cada jogador dispunha de 28 camponeses, um príncipe e um rei. As regras eram as habituais, mas um camponês não podia

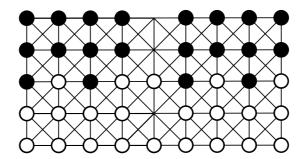
capturar o príncipe ou o rei adversário e o príncipe não podia capturar o rei adversário.



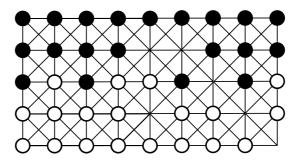
O Fanarona utilizava um tabuleiro e posição inicial como ilustrado abaixo.



As capturas eram por aproximação e afastamento. Quando uma peça se movimentava para um espaço vazio, vizinho ao que ocupava, ao longo de uma linha, ficando adjacente a uma peça adversária, essa peça e qualquer outra da mesma cor que lhe fosse adjacente ao longo da mesma linha eram capturadas. Por exemplo, a partir da posição inicial, as Brancas, avançando a peça que está a sul do espaço vazio, capturam duas peças adversárias, obtendo-se a posição seguinte.

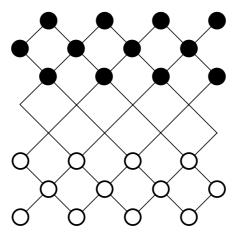


Agora as Negras podem capturar três peças por afastamento, deslocando a peça em f4 para e5 (imginando as colunas marcadas a-i e as linhas 1-5, como habitualmente), dando origem à seguinte situação:



O jogo das damas é o resultado da adaptação do Alquerque ao tabuleiro de xadrez, um produto europeu medieval. Os historiadores dividem-se sobre o país de origem das damas. Murray ([HBG]) sugere a França, com base essencialmente em fontes literárias, van der Stoep ([HD]) deduz, por uma análise linguística, que as damas nasceram em Inglaterra, Westerweld ([RIC]), apoiado em fontes espanholas habitualmente ignoradas, acredita que as damas nasceram em Espanha e que o movimento de salto longo que a peça promovida no jogo das damas, bem como o movimento da rainha do xadrez, podem ter sido reflexo da grande influência política e social da rainha D. Isabel, a Católica.

Na transição entre o Alquerque e as damas está o jogo espanhol Andarraya, que se jogava num reticulado como o ilustrado, com regras semelhantes às do Alquerque.



Esta implementação torna clara a sobreposição entre um reticulado e o tabuleiro 8×8 . O papel da Espanha foi, em qualquer das versões dos especialistas, muito importante. Aí se publicou o primeiro livro dedicado exclusivamente a este jogo, em 1547, *El ingenio a juego de marro de punta o damas*. O seu autor foi Antonio de Torquemada.

Ao adaptar-se do reticulado 5×5 a um tabuleiro 8×8 surgiram certamente alguns problemas. Por exemplo, num terreno maior, os movimentos unitários em todas as direcções viabilizavam jogos pouco combativos, um jogador podia, jogando à defesa, tornar o jogo aborrecido. Este facto pode estar na origem da restrição que consiste em que as peças se movam somente para a frente, bem como da promoção ao atingir a última fila, dando mobilidade superior às peças, no caso do salto longo, ou restaurando a capacidade do movimento para trás, no caso do salto curto. Esta última inovação pode ter sido influenciada pelo xadrez, por semelhança com a promoção dos peões, se bem que pareça uma consequência da obrigatoriedade de mover para a frente. Se no xadrez a promoção é uma das várias nuances estratégicas de um jogo, nas damas a sua importância é muito maior. Desde a abertura que o objectivo é promover o maior número de peças o mais rapidamente possível, já que a vantagem que daí advém é decisiva.

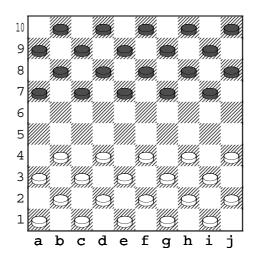
As damas espalharam-se pelo mundo, dando origem a muitas versões regionais, muitas das quais ainda se praticam. As damas são, à semelhança do xadrez, uma família de jogos.

Damas internacionais

Esta variante das damas é reconhecida e jogada em muitos países, especialmente na Europa e em África, possuindo uma maior complexidade do que a maioria das outras variantes tanto pela dimensão do tabuleiro como pelo número inicial das peças de cada jogador. Os programas de computador para jogar damas internacionais ainda não derrotam os melhores jogadores mundiais, mas acredita-se que será possível atingir esse nível por volta de 2010.

Material

Um tabuleiro quadrado de 10 linhas por 10 colunas, juntamente com 20 peças por jogador, para criar a posição inicial descrita no diagrama seguinte:



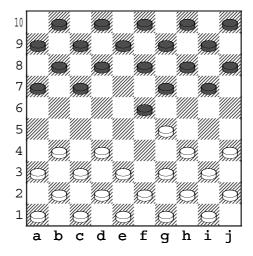
Regras

Em cada turno, cada jogador movimenta uma peça aliada.

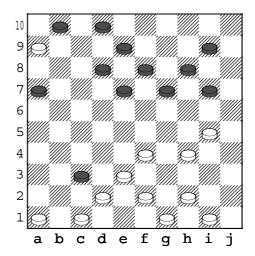
As peças simples (aqui designadas por homens) movem-se para um dos quadrados diagonalmente adjacentes à sua frente que estejam vazios. Um homem que atinja um dos quadrados da última linha do tabuleiro é promovido a dama (uma dama identifica-se como duas peças simples empilhadas).

Os homens podem capturar uma peça adversária num quadrado diagonal adjacente (para a frente ou para trás) saltando sobre essa peça e aterrando no quadrado seguinte (que tem de estar vazio). Após o salto, o jogador deve continuar a saltar (e capturar) outras peças adversárias que estejam nas mesmas condições. A sequência de saltos/capturas deve ser maximizada, ou seja, deve-se sempre capturar o maior número de peças possível. A sequência não pode saltar pela mesma peça mais do que uma vez. Deve-se retirar as peças capturadas somente no fim da sequência.

A captura tem sempre precedência sobre o movimento. No exemplo seguinte, o jogador é obrigado a capturar f6, saltando com g5 para e7.

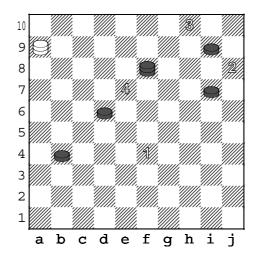


Numa sequência de saltos, se um homem passa por um quadrado na última linha, este só é promovido a dama se a sequência de saltos terminar aí, senão o homem continua a série de capturas sem ser promovido. No diagrama seguinte, a peça negra em c3 é obrigada a executar a sequência c3:e1:g3:e5 de três capturas, passando por e1 sem ser promovida.



As damas movem-se através de uma linha diagonal de quadrados vazios e capturam peças adversárias da mesma forma que os homens, excepto que se podem mover mais do que um quadrado antes e/ou depois de cada salto (designado por salto longo).

No exemplo seguinte mostra-se uma sequência de capturas efectuada por uma dama (não é possível capturar b4 porque não se pode saltar pela mesma peça duas vezes durante a sequência de capturas).



Objectivo

O jogador sem uma jogada válida perde. O jogo é declarado empatado se: (a) uma posição se repetir três vezes; (b) existirem três damas contra uma e quem está em vantagem não for capaz de ganhar em 16 lances; ou (c) por mútuo acordo.

Notas

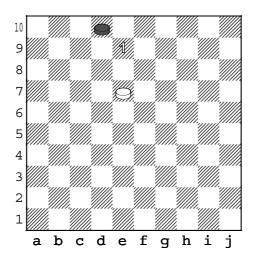
Devido à posição inicial e ao facto de o movimento e captura ser sempre sobre as diagonais, o jogo das damas ocorre somente nas casas negras do tabuleiro.

As peças não podem saltar sobre peças aliadas, apenas sobre peças adversárias (que são assim capturadas).

Quando existem duas ou mais sequências de capturas com igual número de peças capturadas, o jogador pode optar pela que preferir.

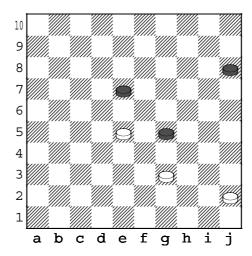
Para deixar o adversário sem jogadas válidas (e assim ganhar) existem dois caminhos: (a) capturar todas as peças inimigas; (b) bloquear as peças restantes para que não se possam mover.

Um conceito táctico importante é o da oposição. Um homem contra outro pode vencer a disputa ao colocar-se em oposição (isto é, frente a frente na vertical). No exemplo seguinte o homem negro, ao mover-se para e9, captura o adversário no próximo turno.

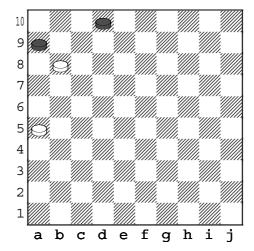


O exemplo seguinte é um pouco mais complexo mas utiliza a mesma ideia. As Brancas forçam a captura com 1. g3-h4, g5:i3 2. j2:h4. Neste mo-

mento, as Negras movem j8-i7 e as Brancas forçam a oposição com h4-i5, ganhando a partida.

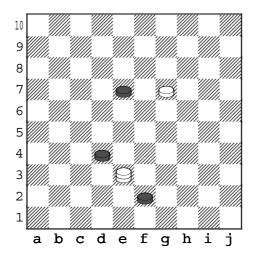


Por vezes, pode ser necessário sacrificar uma peça para obter oposição. No diagrama seguinte, as Brancas sacrificam a peça em b8 com 1. b8-c9, d10:b8 2. a5-b6 (oposição conseguida), b8-a7 3. b6-c7 e obtêm uma posição vencedora com a promoção a dama.

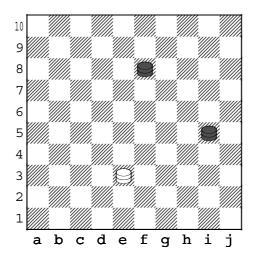


Outra táctica básica é usar a regra que força a maximização da captura. Por exemplo, no diagrama seguinte, as Negras jogam e sacrificam tudo, menos uma peça que lhes permite capturar o exército adversário: 1. e7-f6, g7:e5:c3 2. f2:d4:c3, e ganham. Ao permitirem a captura de duas peças, as

Brancas não conseguiram capturar f2, deixando, assim, a sua dama desprotegida.



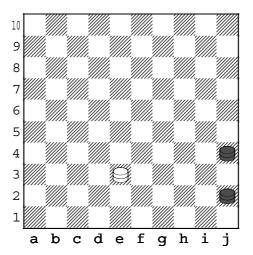
Não é difícil a ambos os jogadores perceber quando existe uma situação de empate. Normalmente, ocorre no fim do jogo, quando o material existente é insuficiente para garantir uma vitória a qualquer dos jogadores. Por exemplo, no diagrama seguinte, as duas damas brancas não conseguem encurralar a dama negra (se esta jogar para não perder, naturalmente):



A facilidade com que dois bons jogadores chegam a posições de empate é um dos grandes defeitos do jogo das damas (pelo menos, na maioria das

variantes). É estranho que se possa evitar a derrota quando se chega ao fim do jogo com metade ou um terço do material do adversário (duas ou três damas contra uma resultam habitualmente num empate).

Uma forma de diminuir a taxa de empates é diminuir a capacidade de movimentação das damas. Uma proposta de alteração das regras (ou seja, uma variante) simples e elegante é a seguinte: se a última peça capturada por uma dama for também uma dama, então o captor pára no quadrado seguinte ao último salto. Veja-se o exemplo seguinte:

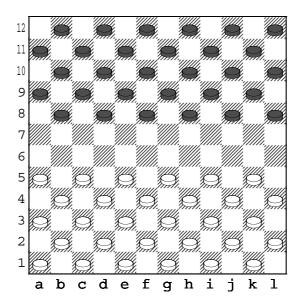


Com as regras normais, esta seria uma posição de empate. Com a redução proposta, as Negras ganhariam com j1-g5. As Brancas teriam de capturar e3:h6 (a dama teve de parar logo após g5), perdendo o jogo com o movimento negro j4:g7.

Variantes

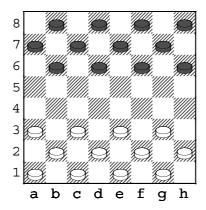
Uma variante com as mesmas regras mas num tabuleiro de 8×8 com 12 peças por jogador é praticada tanto na Suécia como no Brasil.

No Canadá, na Índia e no Sri Lanka são usadas as mesmas regras mas num tabuleiro 12×12 com 30 peças por jogador:



As damas russas possuem as seguintes diferenças em relação às damas internacionais:

 \bullet São jogadas num tabuleiro 8×8 com 12 peças por jogador:



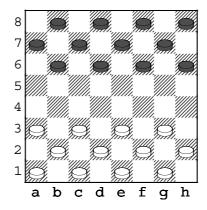
- Não existe obrigação de maximizar o número de capturas (o jogador pode escolher a sequência de capturas que quiser, mas não pode deixar peças por capturar);
- Se um homem, durante uma sequência de capturas, passar por um quadrado na última linha, é promovido a dama e continua a sequência com os seus novos poderes.

Damas inglesas/americanas

As damas inglesas (chamadas draughts) são, talvez, a variante mais conhecida e jogada no mundo. Este jogo é mais simples do que as damas internacionais (tanto na dimensão do tabuleiro como no facto de as damas possuírem um movimento mais restrito). Esta diferença de complexidade permitiu a construção de um programa de computador, designado por Chinook, que joga melhor do que qualquer pessoa. A equipa que criou este software continua a desenvolver as bases de dados de aberturas e finais (que já contam com milhares de milhões de entradas) e é admissível pensar que poderá resolvê-lo (isto é, jogar de forma perfeita) durante esta década.

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, juntamente com 12 peças por jogador, para criar a posição inicial descrita no diagrama seguinte:



Regras

Em cada turno, cada jogador movimenta uma peça aliada.

As peças simples (aqui designadas por homens) movem-se para um dos quadrados adjacentes diagonais à sua frente que estejam vazios. Um homem que atinja um dos quadrados da última linha do tabuleiro é promovido a dama (uma dama identifica-se como duas peças simples empilhadas).

Os homens capturam uma peça adversária num quadrado diagonal adjacente (só para a frente) saltando sobre essa peça e aterrando no quadrado

seguinte (que tem de estar vazio). Após o salto, o jogador deve continuar a saltar (e capturar) outras peças adversárias que estejam nas mesmas condições. Não há necessidade de escolher a sequência que maximize o número de capturas, mas, uma vez escolhida a sequência, o jogador deve capturar todas as peças (isto é, não é válido deixar a peça numa posição onde ainda fosse possível haver capturas). A sequência não pode saltar pela mesma peça mais do que uma vez. Deve-se retirar as peças capturadas somente no fim da sequência.

A captura tem sempre precedência sobre o movimento.

As damas movem-se e capturam como os homens, excepto que também o podem fazer nos quadrados adjacentes para trás (designado por salto curto).

Objectivo

O jogador sem uma jogada válida perde. O jogo é declarado empatado se: (a) uma posição se repetir três vezes; (b) por mútuo acordo.

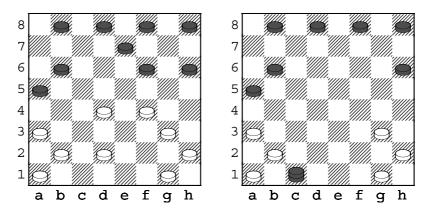
Notas

Para lá da dimensão do tabuleiro e da posição inicial, as diferenças em relação às damas internacionais são as seguintes:

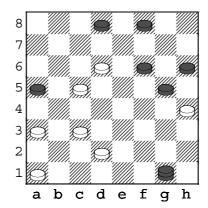
- Os homens não capturam para trás;
- É utilizado o salto curto em vez do salto longo;
- Não é necessário maximizar a sequência de captura das peças.

Como os homens não podem capturar para trás, o maior número de peças capturadas por um homem numa única sequência é de três.

Uma táctica comum consiste no sacrifício de um homem para colocar o adversário numa posição onde se possa aplicar uma sequência de capturas. No exemplo seguinte as Negras movem f6-e5 para obrigarem as Brancas a capturar com d4:f6. De seguida, as Negras capturam três peças brancas e ganham uma dama com e7:g5:e3:c1.



As peças podem apoiar-se umas nas outras para atravessarem quadrados que seriam atacados de outra forma. No diagrama abaixo, a peça branca em d6 não pode mover-se para c7 porque as Negras capturariam com e8:c6:e4:c2. Assim, jogam primeiro c5-b6 para, no turno seguinte, moverem d6-c7, garantindo a promoção.

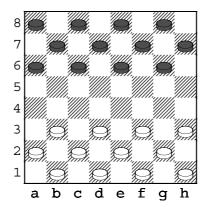


Damas portuguesas/espanholas

Esta é a variante jogada em Portugal, em Espanha, na Argélia e na América Latina (no Brasil, porém, são conhecidas outras variantes).

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, juntamente com 12 peças por jogador, para criar a posição inicial descrita no diagrama seguinte:



Regras

Em cada turno, cada jogador movimenta uma peça aliada.

As peças simples (aqui designadas por homens) movem-se para um dos quadrados adjacentes diagonais à sua frente que estejam vazios. Um homem que atinja um dos quadrados da última linha do tabuleiro é promovido a dama (uma dama identifica-se como duas peças simples empilhadas).

Os homens capturam uma peça adversária num quadrado diagonal adjacente (só para a frente) saltando sobre essa peça e aterrando no quadrado seguinte (que tem de estar vazio). Após o salto, o jogador deve continuar a saltar (e capturar) outras peças adversárias que estejam nas mesmas condições. É necessário escolher a sequência que maximize o número de peças capturadas (uma dama é composta por duas peças, um homem por uma). A sequência não pode saltar pela mesma peça mais do que uma vez. Deve-se retirar as peças capturadas somente no fim da sequência.

A captura tem sempre precedência sobre o movimento.

As damas movem-se através de uma linha diagonal de quadrados vazios e capturam peças adversárias por salto longo, isto é, da mesma forma que os homens, excepto que se podem mover mais do que um quadrado antes e/ou depois de cada salto.

Objectivo

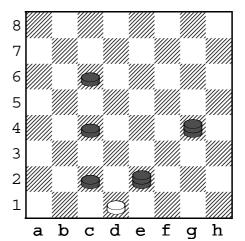
O jogador sem uma jogada válida perde. O jogo é declarado empatado se: (a) uma posição se repetir três vezes; (b) por mútuo acordo.

Notas

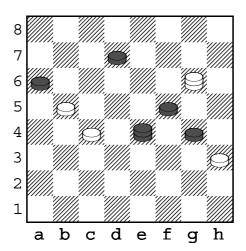
Para lá da dimensão do tabuleiro e da posição inicial, as diferenças em relação às damas internacionais são as seguintes:

- Os homens não capturam para trás;
- É necessário maximizar o número de peças capturadas.

Como a dama tem duas peças, esta diferença vai normalmente obrigar à escolha de sequências de capturas com damas. No diagrama seguinte vemos uma posição em que, de acordo com as regras das damas internacionais, seria obrigatório capturar os três homens, mas nas damas portuguesas é necessário capturar as duas damas (o que implica a captura de quatro peças).



As damas são um jogo extremamente táctico. Um bom planeamento posicional pode decidir o fim do jogo. No diagrama seguinte, as Negras estão em vantagem posicional. Se jogarem d7-c6, ganham o jogo. Porquê?



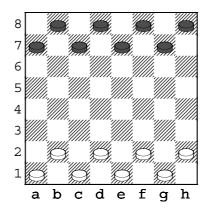
De facto, a dama branca está já comprometida (basta a dama negra recuar para b1 para a capturar no turno seguinte). O que as Negras fazem é prepararem a posição para essa jogada, de modo a aumentarem o número de capturas. Ao moverem d7-c6, as Brancas são obrigadas a capturar com b5:d7. Depois, o jogo prossegue com e4-b1, g6:e4, b1:f5:c8, h3:f5, c8:g4, e as Negras ganham.

Variantes

Na Alemanha usam-se as mesmas regras, com a única diferença de não ser necessário maximizar a sequência capturada.

Na República Checa joga-se com uma diferença: se um homem e uma dama podem efectuar a captura máxima, é-se obrigado a capturar com a dama.

Na Tailândia joga-se apenas com oito peças no tabuleiro seguinte:



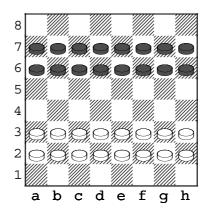
As diferenças para as damas portuguesas são: (a) as damas, após o salto, têm de pousar no quadrado imediatamente a seguir à peça saltada; (b) não é necessário maximizar a sequência capturada.

Damas turcas

Esta variante é jogada nos territórios do antigo Império Otomano, ou seja, não só na Turquia, mas dos Balcãs ao Egipto.

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, juntamente com 16 peças por jogador, para criar a posição inicial descrita no diagrama seguinte:



Regras

Em cada turno, cada jogador movimenta uma peça aliada.

As peças simples (aqui designadas por homens) movem-se para a frente ou para os lados para um dos quadrados adjacentes na horizontal ou vertical que estejam vazios. Um homem que atinja um dos quadrados da última linha do tabuleiro é promovido a dama (uma dama identifica-se como duas peças simples empilhadas).

Os homens capturam uma peça adversária num quadrado horizontal ou vertical adjacente (excepto para trás) saltando sobre essa peça e aterrando no quadrado seguinte (que tem de estar vazio). Após o salto, o jogador deve continuar a saltar (e capturar) outras peças adversárias que estejam nas condições referidas. É necessário escolher a sequência que maximize o número de peças capturadas. A sequência não pode saltar pela mesma peça mais do que uma vez. Deve-se retirar as peças capturadas somente no fim da sequência.

A captura tem sempre precedência sobre o movimento.

Numa sequência de saltos, se um homem passa por um quadrado na última linha, este só é promovido a dama se a sequência de saltos terminar aí, senão o homem continua a série de capturas sem ser promovido.

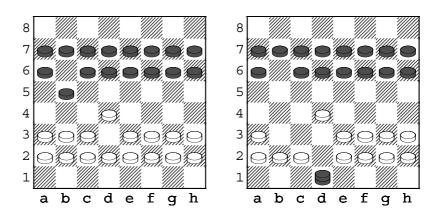
As damas movem-se através de uma linha vertical ou horizontal de quadrados vazios e capturam peças adversárias da mesma forma que os homens, excepto que se podem mover mais do que um quadrado antes e/ou depois de cada salto.

Objectivo

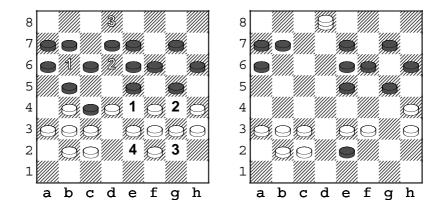
O jogador sem uma jogada válida perde. O jogo é declarado empatado se: (a) uma posição se repetir três vezes; (b) por mútuo acordo.

Notas

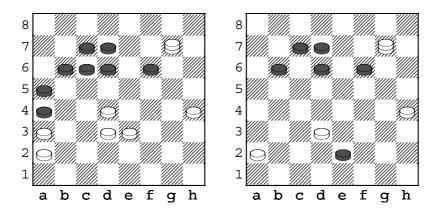
Este jogo de damas substitui as diagonais pelas verticais e horizontais. Dada a posição inicial das peças, as sequências de capturas são ainda mais perigosas, podendo facilmente obter-se uma dama capturando peças na penúltima linha. No diagrama seguinte, concluído o primeiro turno, se as Brancas jogarem b3-b4, as Negras obtêm uma dama através da sequência b5:b3:d3:d1.



Os exércitos inimigos aglomeram-se nas linhas centrais à espera de uma oportunidade para promoverem trocas de peças que os deixem em vantagem. No exemplo seguinte, as Negras avançaram c5-c4, sacrificando três peças para poderem capturar quatro (o que não foi necessariamente bem jogado, dado que a futura dama negra pode estar numa posição sujeita a ataque).

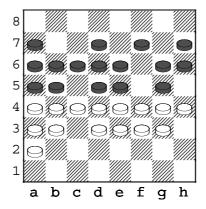


Outro exemplo de sacrifício: as Negras movem a5-b5, deixando que as Brancas capturem duas peças com a3:a5:c5. De seguida, as Negras capturam três peças com c6:c4:e4:e2 e ficam à beira de uma promoção:



Se a Brancas tentarem evitar a promoção com g7-g1, as Negras sacrificam f6-g6, obrigando à captura dessa peça pelas Brancas, promovendo de seguida. Após esta sequência de movimentos e capturas, as Negras possuem uma peça de vantagem.

No diagrama seguinte mostra-se como garantir um empate prematuro devido à forma como as peças se aglomeram inicialmente nas linhas centrais. As Negras, ao moverem-se entre g5 e h5, obrigam as Brancas a responder sempre com a peça entre g3 e h3. Ao fim de três repetições, o jogo termina num empate:



Referências

http://perso.wanadoo.fr/alemanni/index.html

 $\rm http://www.jimloy.com/checkers/checkers.htm$

http://www.cs.ualberta.ca/~chinook/

Variantes

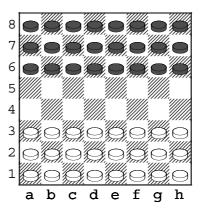
Existe uma variante da Arménia com uma diferença nos movimentos (não nas capturas, onde as regras são idênticas): (a) os homens podem também mover-se para a frente nas diagonais; (b) as damas podem mover-se também pelas diagonais (ficando com movimentos iguais aos da dama no xadrez).

Croda

Este jogo foi inventado pelo mestre de damas croata Ljuban Dedic em 1995.

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, juntamente com 24 peças por jogador, para criar a posição inicial descrita no diagrama seguinte:



Regras

Em cada turno, cada jogador movimenta uma peça aliada.

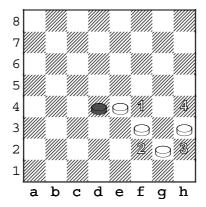
As peças simples (aqui designadas por homens) movem-se para a frente para um dos três quadrados adjacentes (na vertical ou diagonal) que estejam vazios. Um homem que termine o seu movimento num dos quadrados da última linha do tabuleiro é promovido a dama (uma dama identifica-se como duas peças simples empilhadas).

Os homens capturam uma peça adversária num quadrado horizontal ou vertical adjacente (para os lados, à frente ou para trás) saltando sobre essa peça e aterrando no quadrado seguinte (que tem de estar vazio). Após o salto,

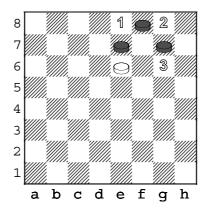
o jogador deve continuar a saltar (e capturar) outras peças adversárias que estejam nas condições referidas. A sequência de saltos/capturas deve ser maximizada, ou seja, deve-se sempre capturar o maior número de peças possível. A sequência não pode saltar pela mesma peça mais do que uma vez. Deve-se retirar as peças capturadas somente no fim da sequência.

A captura tem sempre precedência sobre o movimento.

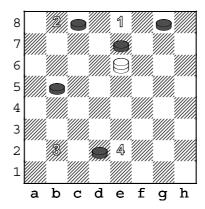
No exemplo seguinte, o jogador é obrigado a capturar as peças brancas através de d4:f4:f2:h2:h4.



Numa sequência de saltos, se um homem passa por um quadrado na última linha, este só é promovido a dama se a sequência de saltos terminar aí, senão o homem continua a série de capturas sem ser promovido. No diagrama seguinte, a peça em e6 é obrigada a executar a sequência e6:e8:g8:g6 de três capturas, passando por e8 sem ser promovida.



As damas movem-se através de uma linha vertical ou horizontal de quadrados vazios e capturam peças adversárias da mesma forma que os homens, excepto que se podem mover mais do que um quadrado antes e/ou depois de cada salto. No exemplo seguinte mostra-se uma sequência de capturas efectuada por uma dama (não é possível capturar g8 porque não se pode saltar por e7 duas vezes durante a sequência de capturas).

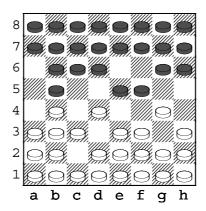


Objectivo

O jogador sem uma jogada válida perde. O jogo é declarado empatado se: (a) uma posição se repetir três vezes; (b) por mútuo acordo.

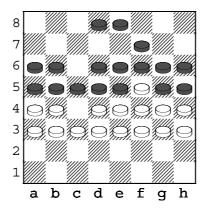
Notas

Este é um jogo muito táctico onde o sacrifício de peças pode resultar em ganhos de material decisivos. Um simples exemplo de sacrifício de uma peça para captura de duas:



As Negras jogam b5-c4. As Brancas têm de responder c3:c5, cuja resposta negra captura duas peças com c6:c4:e6.

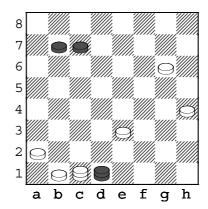
Após uma sequência de trocas, é usual chegar a um ponto de quase impasse onde um dos jogadores tem de sacrificar alguma peça para continuar a jogar (pois, se ficar completamente bloqueado, perde a partida). No exemplo seguinte, isso aconteceu com as Brancas: a única jogada disponível é c3-c4, que abre uma brecha na estrutura para uma futura promoção das Negras.



No diagrama seguinte, as Negras estão numa posição materialmente inferior, mas existe uma sequência vencedora:

1. c7-c6, c1:c7:a7 2. d1:a1:a3:h3:h6:a6:a8

capturando todas as peças!



Referências

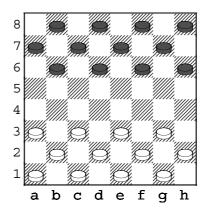
http://www.mindsports.net/Arena/Croda/

Bashnya

Este jogo foi jogado na Rússia no século XIX. Uma das descrições mais antigas data de 1875, sendo naturalmente aparentado com as damas russas.

Material

Um tabuleiro quadrado de 8 linhas por 8 colunas, juntamente com 12 peças por jogador, para criar a posição inicial descrita no diagrama seguinte:



Existem ainda outras 12 peças por jogador que representam as damas (neste jogo, uma dama não é definida por duas peças empilhadas). Nos diagramas seguintes usamos uma peça com um ponto para identificar uma dama.

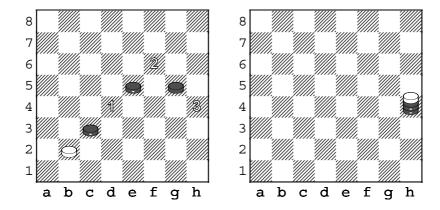
Regras

Em cada turno, cada jogador joga uma peça aliada.

As peças simples (aqui designadas por homens) movem-se para a frente para um dos quadrados adjacentes diagonais que estejam vazios. Um homem que atinja um dos quadrados da última linha do tabuleiro é promovido a dama.

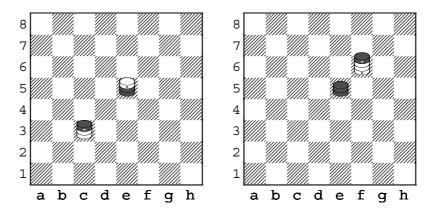
Os homens capturam uma peça adversária num quadrado diagonal adjacente (para a frente ou para trás) saltando sobre essa peça e aterrando no quadrado seguinte (que tem de estar vazio). Após o salto, o jogador deve continuar a saltar (e capturar) outras peças adversárias que estejam nas condições referidas. Não há necessidade de escolher a sequência que maximize o número de capturas, mas, uma vez escolhida a sequência, o jogador deve capturar todas as peças (isto é, não é válido deixar a peça numa posição onde ainda fosse possível haver capturas). A peça capturada é colocada debaixo da peça que salta (construindo-se, assim, uma pilha de peças).

Um exemplo para clarificar esta regra (que marca a diferença com as variantes descritas anteriormente): a peça branca captura as três peças negras (colocando-as sucessivamente debaixo de si) para terminar transformada numa pilha de 4 peças:



A peça superior da pilha (designada por comandante) define sempre qual o tipo de movimento e de captura. As peças debaixo do comandante não afectam as capacidades da pilha. Não existe um limite à altura das pilhas.

Se uma peça salta por cima de uma pilha, apenas captura o comandante, deixando o resto da pilha intacto e no mesmo local. Assim, a peça que estava em segundo lugar passa a ser o novo comandante. Veja-se o exemplo seguinte, onde a peça c3 captura o comandante em e5:



Se um homem ou uma pilha cujo comandante é um homem atinge um quadrado na última linha, somente o comandante é promovido a dama. Se isto ocorrer durante uma sequência de capturas, é efectuada a promoção e a sequência continua, podendo a pilha usar os seus novos poderes.

A captura tem sempre precedência sobre o movimento.

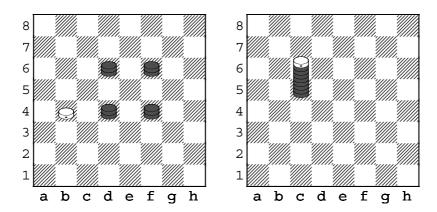
As damas movem-se através de uma linha diagonal de quadrados vazios e capturam peças adversárias da mesma forma que os homens, excepto que se podem mover mais do que um quadrado antes e/ou depois de cada salto.

Objectivo

O jogador que não tiver uma jogada válida perde. O jogo é declarado empatado se: (a) uma posição se repetir três vezes; (b) por mútuo acordo.

Notas

Este tipo de captura é menos restrito do que nas variantes tradicionais. Uma peça pode, durante uma sequência de capturas, capturar várias peças do mesmo quadrado. No exemplo seguinte, a dama branca pode capturar as oito peças negras, dando duas voltas pelos quadrados e7, g5, e3 e c5:

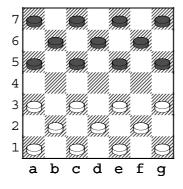


Dadas as regras de captura, não é possível obter pilhas com cores alternadas.

O número de peças aliadas abaixo do comandante determina a força dessa pilha, dado que, mesmo após a captura do comandante, a pilha continua a pertencer ao mesmo jogador.

Variantes

Existe uma variante chamada Laska (ou Lasca), inventada pelo grande mestre de xadrez Emanuel Lasker e baseada neste conceito de captura. As diferenças: (a) um tabuleiro 7×7 com apenas 11 peças iniciais por jogador; (b) uma sequência de capturas não pode passar duas vezes pela mesma pilha; (c) a dama captura, como nas damas inglesas, por saltos curtos.



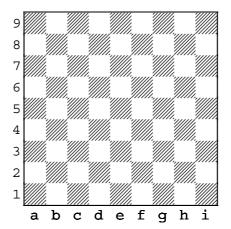
Uma outra variante, MyLaska, por Karl Scherer, restringe o tamanho máximo das pilhas a duas peças (homens ou comandantes). Qualquer peça inimiga capturada por pilhas com duas peças é retirada do jogo.

Emergo

Este jogo foi inventado na década de 1980 por Christian Freeling e Ed van Zon.

Material

Um tabuleiro quadrado de 9 linhas por 9 colunas, juntamente com 12 peças por jogador, que inicialmente se encontram fora do tabuleiro:



Regras

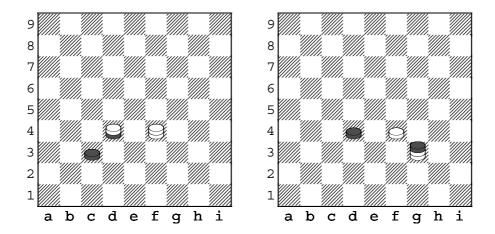
Em cada turno, cada jogador movimenta uma peça ou uma pilha aliada.

Uma pilha é um conjunto de uma ou mais peças (aliadas e/ou inimigas). A cor da peça superior (designada por comandante) determina o jogador que a pode mover.

Existem três tipos de movimentos: capturar com uma pilha, largar uma peça, mover uma pilha. Capturar tem precedência sobre largar, que tem precedência sobre mover.

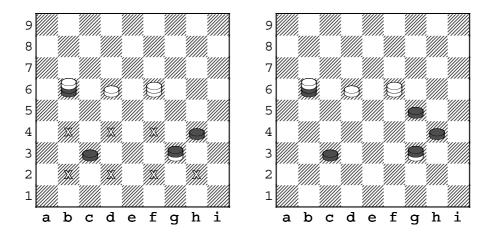
Uma pilha captura uma pilha inimiga diagonalmente adjacente saltando por cima e ficando no quadrado imediatamente a seguir (que tem de estar vazio). Se após a captura for possível continuar a capturar, a pilha deve fazê-lo. A sequência de captura deve maximizar o número de peças capturadas. Numa sequência de captura, a pilha pode visitar um quadrado mais do que uma vez e capturar várias peças da mesma pilha. São inválidos saltos de 180 graus.

No diagrama seguinte mostra-se um exemplo de captura onde a peça negra é obrigada a executar b3:e5:g3. Como é inválido dar saltos de 180°, a peça não pode continuar a sequência saltando novamente por f4.



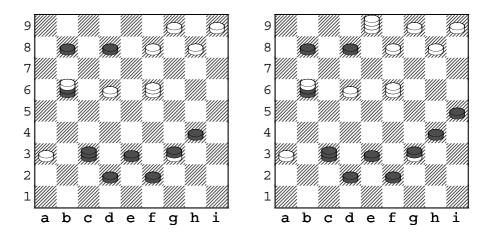
Uma peça deve ser largada num quadrado vazio. No entanto, se o jogador não estiver a ser atacado (isto é, não houver pilhas inimigas prestes a capturarem pilhas aliadas), é inválido colocar uma peça num quadrado atacado pelo adversário.

Os dois exemplos seguintes mostram estas duas possibilidades. No diagrama da esquerda, as Brancas não estão a ser atacadas; logo é-lhes proibido jogar nos quadrados marcados. Já no diagrama da direita estas restrições não existem, dado que a pilha f6 está a ser atacada.



Quando um dos jogadores coloca a sua última peça no tabuleiro, o adversário é obrigado a largar todas as suas restantes peças numa única pilha (designada por pilha sombra).

No exemplo seguinte, as Negras têm uma peça fora do tabuleiro e as Brancas três. Ao largarem a sua última peça em i5, as Brancas são obrigadas a colocar a sua pilha sombra (neste exemplo, largada em e9).



Uma pilha pode mover-se para um quadrado vazio diagonalmente adjacente.

Objectivo

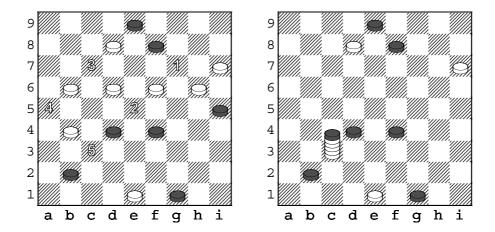
Ganha o jogador que capturar todas as peças do adversário. O jogo é declarado empatado: (a) se uma posição se repetir três vezes; (b) por mútuo acordo; (c) se um jogador, ainda com pilhas suas no tabuleiro, não conseguir moverse.

Notas

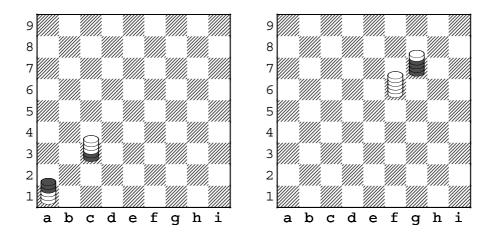
Como está implícito nas precedências, as pilhas só se movimentam para quadrados adjacentes após terem sido largadas todas as peças e se não existirem capturas.

Emergo é um jogo com grande riqueza táctica. É possível fazer extensos sacrifícios de modo a obrigar o adversário a construir grandes pilhas para depois capturar o comandante e ficar na posse de uma pilha mais forte. No exemplo seguinte, as Brancas largaram uma peça em h5 (diagrama da esquerda), obrigando as Negras a capturar cinco peças brancas, obtendo

uma pilha com seis peças (ver diagrama da direita). A partir desta posição, as Brancas largam outra peça em d2. As Negras têm agora de capturar e9:c7, dando tempo para a captura d2:b4, obtendo uma pilha bastante poderosa.

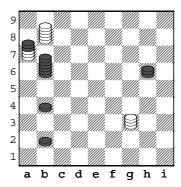


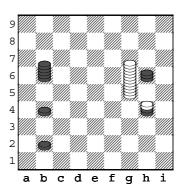
É possível que ocorram confrontos entre pilhas que, dado o facto de se ser obrigado a capturar, desencadeiem uma sequência de capturas até que a pilha mais fraca ceda (isto é, a pilha com menos peças aliadas no topo). No exemplo seguinte (diagrama da esquerda) a pilha em c3 move-se para b2. Os turnos seguintes são obrigatórios: a1:c3, b2:d4, c3:e5, d4:f6, resultando no diagrama da esquerda:



Uma pilha forte pode ser usada para obrigar o adversário a uma série de capturas obrigatórias, dando tempo para um posicionamento vitorioso.

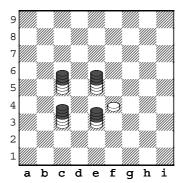
No diagrama da esquerda a seguir, as Brancas moveram a pilha mais forte que tinham de c8 para b7. As Negras têm de gastar cinco turnos a capturar cada peça branca dessa pilha. A jogada completa: 1. a7:c9, g3-f4 2. c9:a7, f4-e5 3. a7:c9, e5-d6 4. c9:a7, d6-e7 5. a7:c9, e7-d8, 6. c9:e7, d8:f6 7. e7:g5, f6:h4. Neste momento obtemos a posição descrita no diagrama da direita:

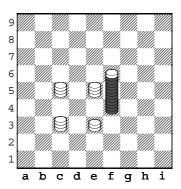




A seguir as Negras têm de capturar o comandante da grande pilha, o que provoca uma sequência final de capturas que levam à vitória branca.

Um padrão muito perigoso a evitar é um quadrado com pilhas aliadas. Se o adversário consegue uma peça numa das esquinas desse quadrado, o resultado pode ser decisivo. No exemplo seguinte, as Negras conseguiram uma posição dessas (diagrama da esquerda) e após a sequência de capturas (por exemplo, repetindo três vezes a sequência f4:d2:b4:d6:f4) ganham o jogo (diagrama da direita):





Referências

http://www.mindsports.net/Arena/Emergo/

Capítulo 4

 \mathbf{Go}

We played on for more than four hours, from Ueno to near Karuizawa. He was cheerfully indestructible, not in the least upset however many times he lost, and seemed likely to have the better of me because of this very indifference. In the face of such honest fecklessness, I thought myself rather perverse and cruel.

Their curiosity aroused by the novel sight of a foreigner at the Go board, four or five other passengers gathered around us. They made me nervous, but they did not seem to bother the foreigner who was losing so effortlessly.

For him it was probably like having an argument in a foreign language learned from grammar texts. One did not of course wish to take a game too seriously, and yet it was quite clear that playing Go with a foreigner was very different from playing Go with a Japanese. I wondered whether the point might be that foreigners were not meant for Go. I had more than once been remarked at Hakoné that there were five thousand devotees of the game in Dr. Dueball's Germany, and that it was beginning to attract notice in America too. One is of course rash to generalize from the single example of an American beginner, but perhaps the conclusion might be valid all the same that Western Go is wanting in spirit. The Oriental game has gone beyond game and test strength and become a way of art. It has about it a certain Oriental mystery and nobility. The Honnimbo of Honnimbo Shusai is the name of a cell at the Jakkoji Temple in Kyoto, and Shusai the Master had himself taken holy orders. On the three-hundredth anniversary of the death of the first Honnimbo, Sansa, whose clerical name was Nikkai, he had taken the clerical name Nichion. I thought, as I played Go with the American, that there was no tradition of Go in his country.

Go came to Japan from China. Real Go, however, developed in Japan. The art of Go in China, now and three hundred years ago, does not bear comparison with that in Japan. Go was elevated and deepened by the Japanese. Unlike many other civilized arts brought from China, which developed gloriously in China itself, Go flowered only in Japan. The flowering of course came in recent centuries, when Go was under the protection of the Edo Shogunate. Since the game was first imported into Japan a thousand years ago, there were long centuries when its wisdom went uncultivated. The Japanese opened the reserves of that wisdom, the road of the three hundred and sixty and one, which the Chinese had seen to encompass the principles of nature and the universe and of human life, which they had named the diversion of the immortals, a game of abundant spiritual powers. It is clear that in Go the Japanese spirit has transcended the merely imported and derivative.

Perhaps no other nation has developed games as intellectual as Go and Oriental chess. Perhaps nowhere else in the world would a match be alloted eighty hours extended over three months. Had Go, like the $N\overline{o}$ drama and the tea cerimony, sunk deeper into the recesses of a strange Japanese tradition? [...]"

Yasunari Kawabata, in *The Master of Go*

As origens

Este jogo nasceu na China, onde é conhecido por Weiqi, há cerca de quatro mil anos. Trata-se, com toda a certeza, do mais antigo jogo de tabuleiro, já que as suas regras nunca sofreram alterações essenciais.

A tradição chinesa atribui a invenção do Go a um de dois imperadores, Yao (reinado 2357-2256 a. C.) ou Shun (2255-2206 a. C.), ou a um vassalo do imperador Kieh Kwei (1811-1767 a. C.), chamado Wu. Na tradição japonesa foi Shun o seu autor, que o terá criado para fortalecer o espírito do seu filho, Shang Kiun. Em qualquer dos casos o jogo teria sido criado entre os séculos XXIII e XVIII a. C. Conta a lenda que Sha An, que viveu durante a dinastia Tsin (265-419), resolveu uma guerra com um sobrinho desafiando-o para um jogo de Go. O jogo floresceu na China, sendo cultivado e reconhecido como forma superior de actividade, tendo os primeiros livros surgido durante a dinastia Tang (618-906).

Da China, onde fazia parte do currículo militar, a sua popularidade estendeu-se à Coreia no século II e ao Japão no século VI, países onde se podem hoje encontrar centenas de jogadores profissionais. Nas últimas décadas tem conquistado adeptos no Ocidente, nomeadamente em França, Inglaterra e EUA.

O maior desenvolvimento do jogo deu-se no Japão, onde o profissionalismo nasceu há quinhentos anos. Primeiro, o Go era praticado somente por militares e religiosos. Depois tornou-se popular na corte, em Quioto. No século XIII era praticado pela generalidade dos samurais. Era vulgar levarem tabuleiro e pecas para as batalhas tanto soldados como generais, ocupando o tempo entre refregas com umas partidas. Até ao século XVII apareceram no Japão vários jogadores de excepção, que viajavam, mostrando os seus dotes no tabuleiro, sendo convidados para as casas senhoriais, onde as suas capacidades eram muito apreciadas. Uma das contribuições mais importantes para o desenvolvimento do Go deu-se pelos séculos XII a XIV e consistiu no abandono da prática chinesa de começar o jogo com duas peças negras e duas brancas nas casas marcadas nos cantos. Em vez de começar numa fase algo adiantada do jogo, a nova maneira de jogar incrementou a teoria de fuseki¹ e juseki². No começo do século XVII apareceram alguns jogadores de categoria muito acima dos que tinham existido até aí. Os mais importantes foram Honimbo Shansha, Hoin, Nakamura Doseki, Hayashi Rigen, Inouye Inseki e Yasui Santetsu. Shansha, quando tinha 9 anos de idade, mudou o nome para Nikkai, rapou a cabeça e tornou-se monge budista, dedicando-se

¹Primeira fase do jogo, que pode ocupar os primeiros 10 a 50 lances.

²Disposição das peças na vizinhança de um canto.

ao Go. Mais tarde abriu uma escola para ensinar o jogo. Contudo, Honimbo Shansha foi nomeado presidente da primeira escola com apoio estatal, a Academia de Go, com boas condições para promover o desenvolvimento do jogo. Outras escolas foram dirigidas por Hayashi, Inouye e Yasui, escolas estas que rivalizaram entre si nos anos seguintes. Nestas escolas o melhor aluno era seleccionado para suceder ao mestre, apropriando-se do respectivo nome. Assim, houve uma sucessão de Honimbo, de Inouye, de Hayashi e de Yasui. A tradição mandava que se realizassem anualmente jogos entre os melhores da Academia na presença do xógum. Esta cerimónia, conhecida por Go zen Go, perdurou até 1868 (data do fim do regime dos xóguns).

Foi Honimbo Shansha quem criou o método, que perdura até aos nossos dias, de classificação dos jogadores de Go profissional em nove níveis. O Go, sendo um jogo muito profundo, permite vários níveis de desempenho, sendo que um jogador de nível superior vence consistentemente um que lhe seja inferior. Para que o resultado não se torne demasiado previsível, um sistema de compensação, o *handicap*, permitindo ao jogador mais fraco colocar inicialmente algumas peças no tabuleiro, torna os jogos mais dramáticos.

No século XIX o Go teve um desenvolvimento ímpar no Japão — o jogo era apoiado fortemente pelo Estado, os melhores mestres não tinham de se preocupar com mais nada para lá do jogo, o seu bem-estar estava superiormente garantido. Como dissemos, tudo mudou em 1868. Após um período de declínio, no final do século XIX, o Go voltou a ser uma prioridade dos Japoneses. Hoje existem duas escolas, a Honimbo e a Hoyensha, criada em 1880. O Go foi sempre visto como fonte de espiritualidade e honra. Era particularmente aconselhado aos guerreiros, a par do Zen e da cerimónia do chá, visto ensinar modéstia, paciência, cortesia, e promover o pensamento claro, livre das nuvens do ego. Muitos senhores feudais mantinham nas suas cortes mestres de Go. Os melhores jogadores puderam contar com o apoio do Estado até fins do século XIX, estando hoje os patrocínios nos jornais, TVs e outras companhias.

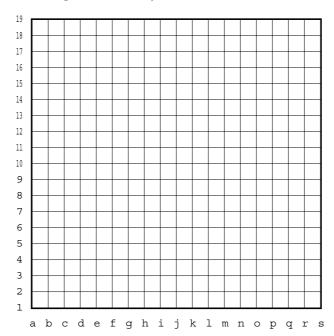
Ao contrário de outros jogos clássicos de estratégia, o Go presta-se à análise matemática especializada; nomeadamente, a teoria de jogos combinatórios conseguiu alguns resultados muito interessantes estudando alguns finais de partida. Nasceu assim um novo jogo, intimamente ligado ao Go, o "Go matemático", que se deve principalmente a Elwyn Berlekamp e David Wolfe (ver [MG]).

Go

Este jogo tradicional do Oriente é um jogo de influência, com regras simples, mas de uma complexidade estratégica notável. Na Antiguidade chegou a ser uma das quatro artes ensinadas aos nobres chineses (as outras eram a música, a caligrafia e a pintura). O desenrolar do jogo modela uma guerra que se opera em diferentes batalhas, conflitos de padrões locais com consequências por todo o tabuleiro. O saber acumulado ao longo dos séculos, quer em literatura temática, quer em conhecimento táctico e estratégico, rivaliza com o do xadrez.

Material

Um tabuleiro quadrado de 19 linhas por 19 colunas (joga-se nas intersecções). Também é costume jogar em tabuleiros 9×9 e 13×13 para jogos mais rápidos e menos estratégicos. Um número suficiente de peças brancas e negras (cerca de 150 para cada cor).

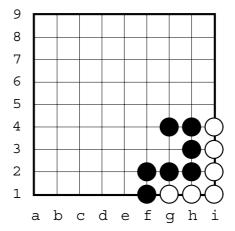


Definições

Grupo — uma ou mais peças da mesma cor adjacentes na vertical ou na horizontal.

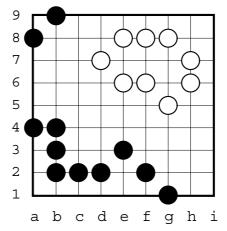
Liberdade de um grupo — a soma das intersecções vazias adjacentes (na vertical ou na horizontal) às peças do grupo.

O diagrama seguinte mostra um grupo de sete peças negras (com liberdade igual a sete) e um grupo de seis peças brancas (com liberdade igual a um).



Território — um conjunto de intersecções rodeadas por peças da mesma cor e eventualmente pelos limites do tabuleiro.

No exemplo seguinte observamos três territórios: um território negro com uma intersecção (em a9); outro, também negro, com nove intersecções; um branco com quatro intersecções.



O número de peças necessárias para criar um território é menor nos cantos do tabuleiro e maior no centro, como se verifica no diagrama.

Regras

Por tradição, começam as Negras. Em cada turno, cada jogador coloca uma peça da sua cor numa intersecção vazia.

Se, como consequência de colocar a nova peça, algum grupo adversário ficar sem liberdades, esse grupo é capturado e removido do tabuleiro, sendo as respectivas peças designadas por prisioneiros.

Uma peça não se pode suicidar, isto é, não pode ser colocada de tal modo que o grupo a que pertence fique sem liberdades, a não ser que esta jogada capture alguma peça adversária.

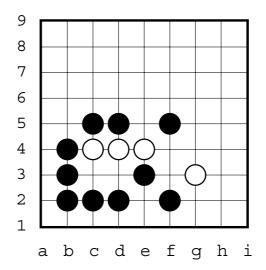
Regra do Ko — um jogador não pode repetir a posição do tabuleiro do turno anterior.

Objectivo

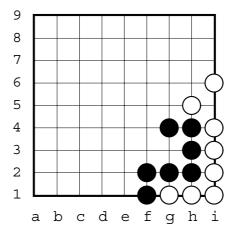
Quando os dois jogadores passarem consecutivamente, o jogo termina. São retiradas as peças que se encontram dentro do território inimigo cuja captura seja inevitável. Cada jogador soma o seu número de peças e o número de intersecções nos territórios que controla. Ganha quem detiver a maior soma. Em caso de empate ganham as Brancas (isto é, o segundo jogador).

Notas

Quanto maior é a liberdade de um grupo, mais força este tem. Um grupo que possui só uma liberdade está ameaçado de captura. Os jogadores devem evitar essa situação precária em relação aos seus grupos. No exemplo seguinte o grupo branco possui quatro liberdades. Se for colocada uma peça branca em c3, o grupo passa a ter três liberdades. Se for colocada uma peça branca em f4, o grupo passa a ter cinco liberdades (uma jogada melhor do que a primeira).



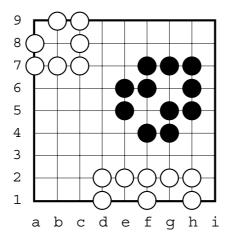
Em relação à regra de suicídio, é permitido colocar uma peça num local sem liberdades desde que existam capturas. Assim, depois de remover as peças capturadas, o grupo ao qual a peça pertence volta a ter liberdades. No diagrama seguinte pode jogar-se uma peça negra em i5 porque é capturado o grupo das seis peças brancas.



A regra do suicídio viabiliza a existência de um padrão essencial ao Go, os grupos vivos. Um grupo diz-se vivo se a sua estrutura for tal que o jogador adversário não o consiga capturar em nenhuma circunstância.

O exemplo seguinte mostra alguns grupos vivos. Em todos eles existem dois territórios separados. Não é possível colocar uma peça num dos

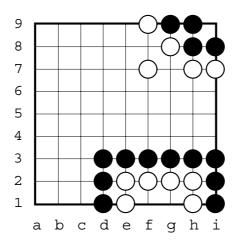
territórios (seria suicídio). Para o adversário conseguir capturar um desses grupos teria de jogar duas peças ao mesmo tempo, o que é ilegal. Estes dois territórios chamam-se olhos, e diz-se que um grupo vive se conseguir formar dois olhos.



Já o diagrama seguinte mostra dois grupos que não estão vivos.

O grupo negro do canto superior direito só possui uma liberdade em i9. Se as Brancas jogarem aí, capturam o grupo.

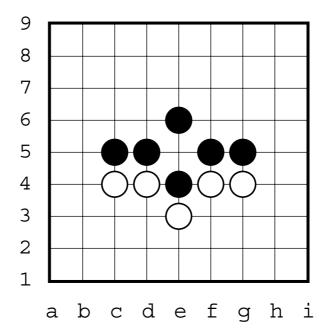
O grupo branco em baixo possui duas liberdades. Porém, se as Negras jogarem em f1, o grupo branco fica em perigo. Mesmo que as Brancas capturem f1 (jogando g1), de seguida o grupo é capturado com uma nova jogada negra em f1.



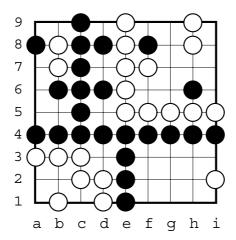
A regra do Ko é utilizada para evitar situações em que ambos os jogadores ficariam eternamente a repetir a mesma sequência de lances.

No exemplo seguinte considere que as Negras acabaram de jogar e4, capturando uma peça branca em e5. Pela regra do Ko, as Brancas não podem capturar e4, jogando e5, porque isso implicaria repetir a posição do turno anterior. Por isso têm de jogar noutra intersecção.

De notar que no turno seguinte esta restrição deixa de ter efeito. Se as Negras não se protegerem, jogando e5, as Brancas poderão fazê-lo (e nesse momento a regra do Ko passa a ser aplicada às Negras).



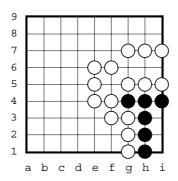
O diagrama seguinte é um exemplo de um fim de partida (ambos os jogadores passaram) num tabuleiro pequeno. São removidas as peças que pertencem a grupos que não estão vivos e que se encontram dentro de território adversário. Neste exemplo são três peças brancas (i2, b7 e b8) e duas peças negras (f8 e h6).



Contam-se os respectivos territórios. Cada jogador tem dois. O território branco à esquerda vale 4, enquanto o da direita vale 13. Já o território negro da esquerda vale 8, enquanto o da direita vale 12. Existem ainda territórios que não pertencem às Negras nem às Brancas (por exemplo, d3 ou d9) e que não são contabilizados. Para além disso, contamos o número de peças de cada jogador: as Negras têm 20 peças e as Brancas têm 19. Assim, a pontuação das Brancas é igual a 19 (peças) + 17 (territórios) = 36 pontos. A pontuação das Negras é igual a 20 (peças) + 20 (territórios) = 40 pontos. Ganharam a Negras!

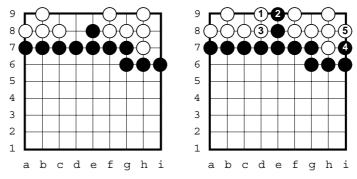
Como as Negras possuem uma certa vantagem por começarem, é comum dar uma pontuação extra às Brancas (que no Oriente se denomina komi). Um valor comum para o komi é de 5,5 (a parte decimal permite evitar empates).

Existem muitos problemas de Go que perguntam qual a sequência de movimentos correcta para que um determinado grupo de peças possa viver ou morrer. No exemplo seguinte, qual o movimento das Brancas para capturarem o grupo negro?



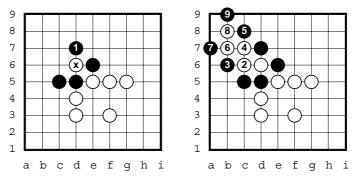
O movimento correcto (e único) das Brancas é jogarem uma peça em i2. Deste modo, reduzem para dois a liberdade do grupo negro. Se as Negras capturarem i2 com i1 ou i3, as Brancas jogam novamente i2 e ameaçam capturar o grupo no turno seguinte, ameaça que as Negras não conseguem evitar.

O problema seguinte é um pouco mais complicado. Como devem as Brancas jogar para salvarem todas as suas peças?



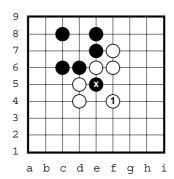
Ao jogarem d9, as Brancas têm duas opções para salvarem o grupo do canto superior esquerdo. Por exemplo, se as Negras atacarem e9 (diagrama da direita), o grupo torna-se vivo em d8.

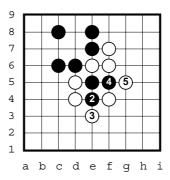
Existem padrões que, por surgirem diversas vezes nas partidas, têm nomes e técnicas específicos de desenvolvimento. Talvez o mais conhecido seja a escada. No exemplo seguinte, as Negras jogam a peça 1, ameaçando a captura da peça branca em d6. Se as Brancas tentarem prolongar a liberdade dessa peça em c6, obtemos a sequência descrita no diagrama da direita:



A partir deste ponto, o grupo branco não pode ser salvo e as Negras obtêm uma grande influência nesse sector do tabuleiro. Neste género de situação, um jogador que se veja cercado por uma escada deve evitar o seu prolongamento e desistir de imediato do grupo que está ameaçado.

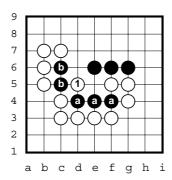
Outra estrutura comum é a rede. Neste padrão, um jogador coloca uma peça que fecha todas as saídas de um certo grupo adversário. Vejamos uma situação simples:





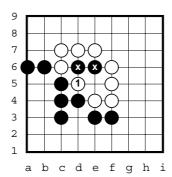
Para qualquer das tentativas para encontrar liberdade para a peça negra marcada, as Brancas têm uma resposta adequada. O grupo negro é capturado após o $5^{\rm o}$ lance.

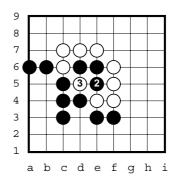
Outra técnica poderosa é o ataque duplo. Por vezes é possível criar um ataque que ameace dois grupos que isoladamente estariam seguros mas, devido ao tempo que se gasta a apoiar um, deixa-se o outro desprotegido. A estrutura seguinte mostra um exemplo desta situação:



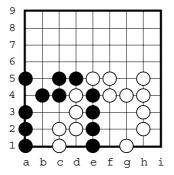
As Negras só têm tempo de salvar um dos grupos (preferencialmente o grupo "a"). O outro grupo será capturado pelas peças brancas.

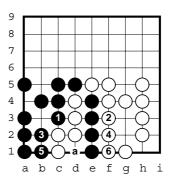
Os sacrifícios são, por vezes, muito úteis. No exemplo seguinte, as Brancas jogam a peça em d5, ameaçando de captura as peças marcadas. Porém, esta peça pode ser capturada pelas Negras em e5 (ver diagrama da direita). Após essa jogada, as Brancas jogam novamente d5, capturando três peças negras.





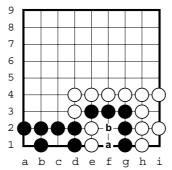
Por vezes dois grupos adversários adjacentes podem capturar-se um ao outro. O primeiro que conseguir cercar o outro ganha. Isto é designado por corrida de captura. No exemplo seguinte observamos como as Brancas e as Negras se confrontam numa situação destas:





No diagrama da esquerda, quem começar ganha a corrida. Por exemplo, se começarem as Negras, ao fim de seis jogadas (diagrama da direita) o grupo branco é capturado no sétimo lance após uma peça negra na intersecção "a".

No entanto, há situações que parecem corridas mas cujo resultado é muito diferente. São corridas onde quem começa perde (designadas por seki) e por isso tornam-se equilíbrios instáveis, liberdades partilhadas que mantêm grupos vivos. Veja-se o tabuleiro seguinte:



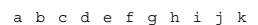
As intersecções "a" e "b" são partilhadas por grupos adversários. Se qualquer jogador largar uma peça numa destas intersecções, o outro joga na intersecção restante e captura peças adversárias. Temos, assim, um *seki*: os dois grupos (o grupo branco e1,e2 e o negro e3,f3,g3,g2,g1) tornam-se vivos mesmo sem terem olhos.

Alak

Alak é o jogo do Go transposto para o universo de uma dimensão. Surgiu inicialmente como uma referência no livro *The Planiverse*, de A. K. Dewdney, sobre aventuras num mundo a duas dimensões. Este mundo estaria na vertical, ao contrário do livro de Edwin Abbott, *Flatland* (em português, *O País Plano*, editado pela Gradiva na colecção "Ciência Aberta"), que se encontrava na horizontal. Em 2001, Alan Baljeu adaptou as regras e criou o jogo que agora se apresenta.

Material

Uma linha com 11 pontos, 10 peças brancas e 10 peças negras.



Regras

Em cada turno, cada jogador deve colocar uma peça sua num ponto vazio. Se um grupo adversário ficar sem liberdades, este é capturado e removido do tabuleiro (as peças são devolvidas ao respectivo jogador). É ilegal colocar uma peça num ponto ocupado por uma peça capturada na jogada anterior.

Objectivo

O jogo termina quando um dos jogadores não puder executar uma jogada válida. Ganha quem tiver mais peças no tabuleiro.

Notas

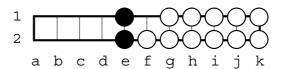
Ao contrário do Go, não é permitido passar a vez.

Como o jogo só requer uma dimensão, é possível descrever numa folha de papel um jogo inteiro, mostrando as sequências das jogadas, uma por linha. Os diagramas seguintes são o resultado desta propriedade. Os números não representam coordenadas, mas sim o número da jogada.

É possível realizar uma jogada que deixe um dos seus grupos sem liberdades (no Go, este tipo de jogada, denominada suicídio, é ilegal). Esta é uma táctica muito vantajosa em numerosas situações. Neste exemplo, as Negras protegem a sua peça na coluna "b" com uma jogada na coluna "a". As Brancas não podem atacar este grupo (por enquanto).

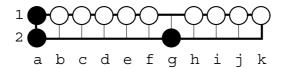


Se um jogador conseguir obter uma situação destas com mais de metade das suas peças, em princípio, deve vencer. É muito difícil ao adversário conseguir que o jogador perca esta posição (a não ser na última jogada, onde este grupo lhe garante a vitória). Por exemplo, a jogada seguinte das Brancas consegue uma destas posições.



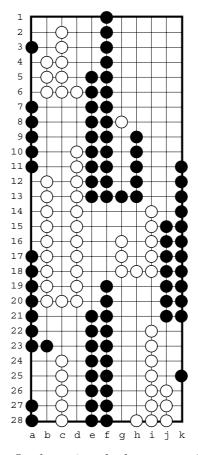
A partir daqui, as Brancas "garantiram" 6 dos 11 pontos em questão, bastando que evitem capturar a peça negra na coluna "e".

Um grande número de peças não é um sinónimo directo de vantagem. Na situação seguinte, as Brancas possuem muito mais peças do que as Negras, mas, se forem estas a jogar, vencem a partida de imediato com a peça em "g".



Nesta posição, as Brancas não possuem qualquer jogada válida, vencendo as Negras por 2-0.

Vejamos um jogo completo:



As Negras desistem. Qualquer jogada de ataque sobre um dos dois grupos brancos pode ser defendida no outro ponto vazio. As Brancas, seguindo esta táctica, vencerão por 6-5.

O jogo pode terminar empatado (pode haver pontos vazios e não existir jogadas válidas). Existe um outro potencial resultado de uma partida: o surgir de um ciclo, isto é, atingir uma posição anteriormente jogada. Isto pode implicar uma partida ilimitada (onde se repetiria sempre, ao fim de

uns tantos lances, a mesma posição). No entanto, até onde sabemos, nunca ocorreu um ciclo nas partidas efectuadas de Alak (na pior das hipóteses, é uma situação muito rara).

Este jogo pode ser jogado em linhas com maior número de pontos, podendo desenvolver-se partidas mais estratégicas. No entanto, a dimensão proposta é suficiente para se experimentarem partidas intelectualmente estimulantes.

Referências

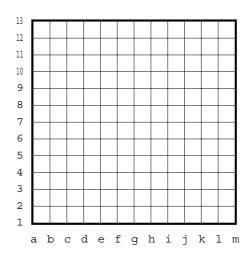
João Neto, Bill Taylor, "A family for Go", in *Abstract Games Magazine*, no 13, 2001.

Go progressivo

Como referido no capítulo dedicado ao xadrez, existe um modificador de jogo que estabelece uma sequência progressiva de lances à medida que o jogo avança. No caso do xadrez existem várias variantes progressivas. No caso do Go também é possível adaptar este modificador de modo a criarmos um novo tipo de jogo. Porém, é necessário incluir neste modificador determinadas restrições para que a estratégia não se torne trivial. No xadrez progressivo, a sequência parava necessariamente ao ocorrer um xeque prematuro. A regra equivalente aqui diz que a sequência parará sempre que um grupo inimigo tiver só uma liberdade.

Material

Um tabuleiro de 13 linhas por 13 colunas e cerca de 80 peças brancas e 80 peças negras.



Regras

Aplicam-se as regras e o objectivo do Go, com as seguintes excepções:

Na sua primeira jogada, o primeiro jogador larga uma peça. A seguir, o segundo jogador larga duas peças. No turno seguinte, o primeiro jogador larga três, o segundo jogador depois larga quatro, e assim sucessivamente...

Os jogadores não são obrigados a jogar todas as peças a que têm direito. Porém, isso não interfere com a dimensão da próxima sequência do adversário (por exemplo, se um jogador tem direito a largar sete peças e só joga duas, o próximo jogador pode largar as suas oito peças na mesma).

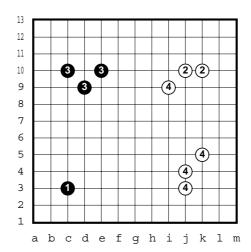
Se a actual peça largada reduzir para um a liberdade de um ou mais grupos inimigos, a sequência pára imediatamente (veja o segundo diagrama).

Notas

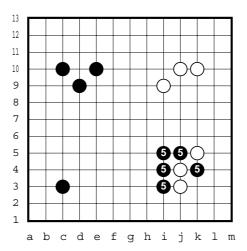
Muito do conhecimento adquirido no Go continua a ser válido na variante progressiva. Os grupos vivos (aqueles que circundam dois terrenos separados) continuam a ser seguros.

É a restrição às sequências que dá a este jogo uma forte componente táctica e que o torna muito interessante. Ao restringirem a sequência à ameaça de captura, os grupos ainda não vivos têm alguma flexibilidade e capacidade de resposta a ameaças do adversário.

O diagrama seguinte mostra as primeiras quatro jogadas de uma partida:



De seguida, as Negras podem largar cinco peças e fazem-no desta forma:

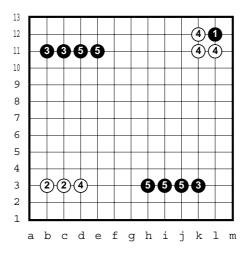


A resposta das Brancas tem de ser cuidadosa. Se jogarem k3 ou l4, a sequência termina de imediato, pois estariam a ameaçar a captura de k4. Uma das implicações deste facto é a impossibilidade de jogarem k3 e l4 nesta mesma sequência. E, mesmo que joguem k3 ou l4, deverão fazê-lo no último lance da sequência para aproveitarem ao máximo a largada de peças.

Observemos o desenrolar de um jogo:

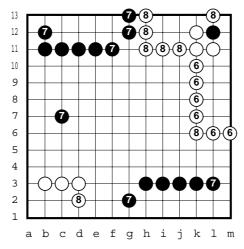
- 1. 112
- 2. b3 c3
- 3. b11 c11 k3
- 4. d3 k11 l11 k12

5. h3 i3 j3 d11 e11



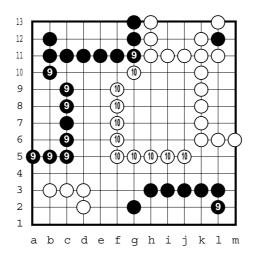
Os jogadores procuram a influência dos cantos. A peça em 112 foi sacrificada pelas Negras de forma a consolidar os dois grupos actuais.

- 6. k7 k8 k9 k10 l6 m6
- $7.~{\rm g2}~{\rm l3}~{\rm c7}~{\rm b12}~{\rm g12}~{\rm g13}~{\rm f11}$
- 8. d2 k6 j11 h11 i11 h12 h13 l13



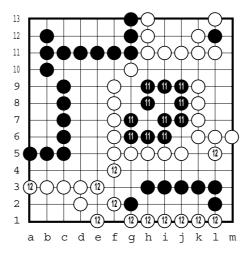
O processo de consolidação dos cantos terminou. Já se entrou na fase de expandir a influência dos cantos aos lados do tabuleiro.

- 9. a5 b5 c5 c6 c8 c9 b10 g11 l2
- $10.\ f5\ f6\ f7\ f8\ f9\ g10\ g5\ h5\ i5\ j5$



As Brancas conseguiram uma poderosa influência sobre o centro, o que é essencial para uma futura vitória. No entanto, na próxima jogada, as Negras podem largar 11 peças.

- 11. g7 g6 h6 i6 i7 j7 h8 j8 h9 i9 j9
- 12. a
3 e3 f2 f4 e1 g1 h1 i1 j1 k1 l1 l5
- As Negras desistem.



As Negras escolheram minar o terreno central das Brancas ao criarem um grupo vivo no seu interior, mas gastaram toda a sua sequência para o fazerem. Assim, desprotegeram o grupo do canto inferior direito, que ficou exposto a um ataque inteligente do adversário. As Negras não conseguem

criar um grupo vivo, por mais peças de que disponham, perdendo esse canto e, com ele, a partida.

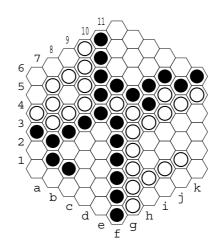
É possível alterar o modificador de regra de duas formas:

- Mudar a progressão dos lances. Em vez da sequência 1,2,3,4..., podem escolher-se progressões mais lentas, como 1,2,2,2..., ou 1,2,1,1,2,1,1,2,1... (isto é, um ciclo de 1,2,1 lances), ou ainda 1,3,4,4,4... (sendo esta sequência progressiva mais equilibrada), que permitem jogos mais estratégicos, ou sequências mais rápidas, como 1,3,5,7..., criando jogos ainda mais tácticos;
- Mudar a restrição. Em vez de parar a sequência numa ameaça de captura, pode exigir-se que todas as peças largadas na mesma jogada pertençam a grupos diferentes. Desta forma, é possível capturar vários grupos na mesma jogada, mas a construção de grupos vivos é mais lenta. Uma partida com esta restrição demorará mais lances a terminar.

Estas duas ideias são muitos gerais, podendo ser aplicadas em vários jogos diferentes (como o xadrez ou o Hex). Vejamos agora outra aplicação deste conceito para produzir uma outra variante do Go.

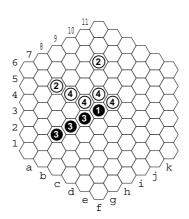
O tabuleiro quadrado não é a única superfície onde se pode jogar Go. O próximo exemplo utiliza o tabuleiro hexagonal para que cada célula disponha de seis liberdades (em vez das quatro com as regras tradicionais). Este tabuleiro com as regras originais é de pouco interesse táctico precisamente pelo aumento de graus de liberdade dos grupos (é bastante mais difícil atacar o adversário). Mas, usando lances progressivos, obtemos um jogo muito dinâmico. E, devido à maior liberdade por célula, a restrição de parar a sequência na ameaça de captura não é utilizada.

O cálculo dos territórios para definir a vitória é o mesmo que nas regras para tabuleiros quadrados. Segue-se um exemplo de fim de partida onde as Negras venceram por 48-43.



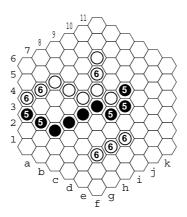
Vejamos o desenrolar de uma partida:

- 1. f6
- 2. c6 f9
- 3. c3 d4 e5
- $4.\ d6\ e6\ f7\ g7$



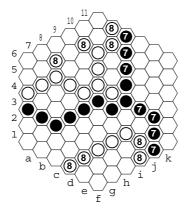
As primeiras jogadas discutem a influência inicial do tabuleiro. As Brancas tentam segurar a parte de cima mas sem deixarem de atacar o centro do tabuleiro.

- 5. a3 b3 g6 h7 h8
- $6.\ a4\ b5\ f3\ g4\ h5\ f8$



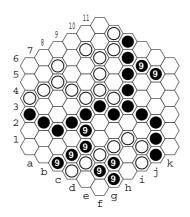
Na quinta jogada, as Negras tentam isolar mais de metade do tabuleiro, mas a resposta das Brancas deixa um grupo de três peças (com dez liberdades) dentro desse sector. Ao mesmo tempo, as Brancas tentam controlar a zona superior esquerda.

- 7. h11 h10 h9 j7 j6 j5 i7
- 8. d1 e2 i2 i1 c7 e9 g11 g10



As Negras utilizam as sete peças para controlarem o território da direita com 14 hexágonos (porém, ainda é possível criar um grupo vivo branco dentro deste território; consegue ver como?). A seguir, as Brancas executam duas tarefas: em baixo criam um pequeno território de sete hexágonos (e possuem 12 liberdades; logo não podem ser capturadas no turno seguinte, onde as Negras apenas podem largar nove peças); em cima controlam um terreno de 13 hexágonos onde as Negras não conseguem criar grupos vivos (foi essa a razão das jogadas c7 e e9).

- 9. c1 d2 e3 e4 i10 j10 f2 g3 g2
- 10. As Brancas desistem.



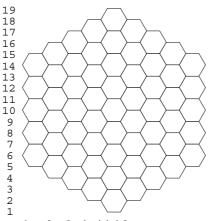
As Brancas perdem o jogo porque o seu grupo na parte inferior não consegue proteger-se do ataque das Negras. Mesmo que capturem as três peças adversárias no seu interior, ficarão apenas com sete liberdades. No próximo lance, as Negras podem capturar esse grupo, ganhando, assim, a partida.

Roseta

Em 1975, Mark Berger apresentou a ideia de usar as intersecções de um tabuleiro hexagonal para jogar o Go. Curiosamente, reparou que podia ser usado muito conhecimento táctico e estratégico do jogo original. Porém, num tabuleiro quadriculado as intersecções possuem quatro liberdades (excepto aquelas no limite do tabuleiro), enquanto num hexagonal existem somente três liberdades. Esta característica tem como consequência que um grupo com apenas uma liberdade, se se colocar mais uma peça, mantém essa liberdade (e não a aumenta, como é o caso geral no Go). Um grupo de peças ameaçado não teria, assim, forma de escapar. O jogo perdia estratégia para se transformar num palco de constantes lutas tácticas. Para obviar a isto e recuperar a profundidade estratégica característica do Go, Mark inventou um novo conceito, a Roseta.

Material

Um tabuleiro hexagonal com cinco hexágonos de cada lado (isto é, com 150 intersecções) e cerca de 70 peças brancas e 70 peças negras.

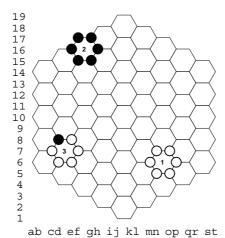


ab cd ef gh ij kl mn op qr st

Definição

Roseta — um conjunto de seis peças da mesma cor sobre as intersecções de um mesmo hexágono

No exemplo seguinte existem duas rosetas (uma branca à volta do hexágono 1 e uma negra à volta do hexágono 2). No hexágono 3 não temos uma roseta. Temos sim um grupo branco com cinco peças a ameaçar a captura da peça isolada das Negras.



Repare-se que as coordenadas referem as intersecções dos hexágonos. Por

exemplo, a peça isolada das Negras encontra-se em d8. Regras e objectivo iguais ao do Go, excepto que um grupo que contenha

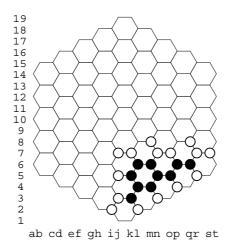
pelo menos uma roseta não pode ser capturado.

Notas

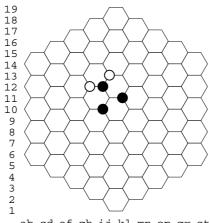
No artigo original (no nº 34 da revista *Games*, de Março de 1975) o tabuleiro possui sete hexágonos por lado (isto é, 291 intersecções) com 150 peças por jogador. Apresentamos uma versão menor por considerarmos tornar o jogo mais célere sem perder muito do seu interesse.

O uso da roseta é quase uma necessidade pelo facto do menor número de liberdades que um grupo possui em comparação com o tabuleiro quadrado. Por exemplo, um grupo com duas peças tem, no máximo, seis liberdades no Go e apenas quatro liberdades na Roseta. No caso geral, um grupo com N peças possui o máximo de 2N+2 liberdades no Go e apenas N+2 na Roseta. Esta estrutura especial permite recuperar um pouco da fragilidade dos grupos desta variante moderna.

Assim, um grupo pode não ser adjacente a qualquer intersecção vazia e mesmo assim sobreviver (bastando ter uma roseta no seu seio). No diagrama seguinte, o grupo negro mantém-se vivo devido à sua roseta:



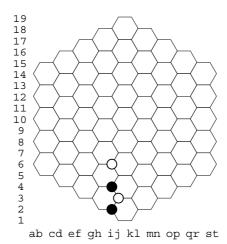
Como referido, muito do conhecimento do Go pode ser utilizado na Roseta. O diagrama seguinte mostra uma posição de Ko:



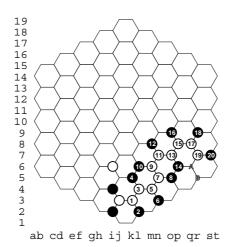
ab cd ef gh ij kl mn op qr st

Se as Brancas largarem uma peça em j11, capturam a peça negra em i12. Devido à regra do Ko (que proíbe a repetição da posição anterior do tabuleiro), as Negras não podem colocar uma peça em i12 na próxima jogada.

Outra estrutura conhecida pelos jogadores do Go é a escada, isto é, uma posição onde um dos jogadores, por sucessivas ameaças, consegue capturar o grupo adversário. Seja o exemplo seguinte (jogam as Brancas para tentarem salvar a peça j3):



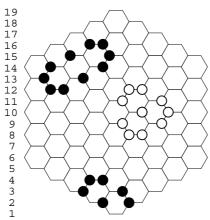
O próximo diagrama mostra a sequência forçada pelas Negras:



As Negras sustêm o avanço das peças brancas, de modo a impedi-las de chegarem à peça branca em i6 (que teria salvo o grupo inteiro) e obrigá-las a jogarem na intersecção q6 (marcada com A), com a qual todo o grupo branco tem apenas uma liberdade, podendo ser capturado, jogando uma peça negra em r5 (marcada com B).

Se, em vez da peça 20 em s7, as Negras tivessem jogado em A, isso teria permitido às Brancas atingirem o limite do tabuleiro (jogando elas s7) e salvarem-se. Porquê? Estas intersecções são de dois tipos: com duas ou três liberdades. Por exemplo, a intersecção B tem três liberdades, enquanto as intersecções vizinhas (q4 e s5) têm apenas duas. Este segundo tipo será muito fraco se uma das vizinhas estiver ocupada com peças inimigas; qualquer peça aí colocada está exposta a captura imediata. Assim, as intersecções como B são muito fortes. Qualquer peça aí pode proteger-se facilmente de ataques directos. Este é um dado essencial para entender e executar lutas nos diversos lados do tabuleiro (que tendem, devido à força destas intersecções, a ocorrer mais cedo do que no Go).

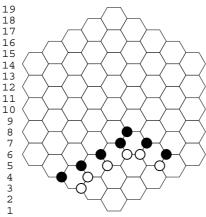
Mas não é só através de rosetas que os grupos podem salvaguardar-se. É também possível criar grupos com dois ou mais olhos (reveja a secção de notas do jogo original). Alguns exemplos:



ab cd ef gh ij kl mn op qr st

A aquisição de território continua a ser mais fácil nos lados do que no centro, mas neste jogo a linha de fronteira é composta por um maior conjunto de grupos separados por intersecções armadilha (ou seja, intersecções que promovem capturas imediatas se o adversário lá colocar uma peça).

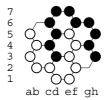
No tabuleiro seguinte, as Brancas estão prestes a segurar um território, tendo para isso de jogar p4 (caso contrário, as Negras poderão entrar por aí para ameaçarem a integridade das estruturas brancas). Repare-se que i4, k5 e n5, apesar de vazias, não podem ser ocupadas directamente pelas Negras, pois seriam de imediato capturadas com as respectivas respostas, j3, l4 e m4.

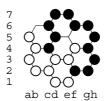


ab cd ef gh ij kl mn op qr st

Como no Go, existem posições onde não interessa aos jogadores continuar a partida. No diagrama seguinte da esquerda, nem as Brancas nem as Negras têm interesse em colocar mais peças (se um deles o fizer, o adversário pode

capturar todas as suas peças). Mas, como existe a possibilidade de roseta, certas posições apenas prejudicam um dos jogadores. No diagrama da direita, as Negras estão prestes a fazer uma roseta e5. Porém, mesmo que seja a vez das Brancas, elas nada podem fazer. Se jogarem e5, as Negras capturam todas as suas peças ao jogarem b6.





Referências

Mark Berger, "Rosette", in Games, nº 34, Março de 1975.

Capítulo 5

Jogos combinatórios

"The game *solitaire* pleases me much. I take it in reverse order. That is to say, instead of making a figure according to the rules of the game, which is to jump to an empty place and remove the piece over which one has jumped, I thought it better to reconstruct what had been demolished by filling an empty hole over which one has leaped. In this way one may set oneself the task of forming a given figure if that is possible, as it certainly is if it can be destroyed. But why all this?, you ask. I reply: to perfect the art of invention. For we must have the means of constructing everything which is found by the exercise of reason."

Leibniz

Jogos combinatórios imparciais

Este capítulo trata de uma classe de jogos que dispõe de uma teoria matemática muito rica. Apresentaremos aqui, de forma coloquial, os conceitos e resultados mais imediatamente relacionados com a sua prática, indicando a bibliografia adequada aos interessados ([ONAG, WW]). Algum deste material apareceu já em ([JMJA]).

Os primeiros, também conhecidos por jogos Nim, são caracterizados pelas seguintes condições:

- 1. Há dois jogadores;
- 2. Há um conjunto bem definido de posições possíveis do jogo;
- 3. Em cada posição, as jogadas permitidas aos jogadores são as mesmas (não há Brancas e Negras, ou outras formas de distinguir os jogadores);
- 4. Os jogadores jogam alternadamente;
- 5. O jogo acaba quando se atinge uma posição da qual não se pode efectuar nenhuma jogada legal;
- 6. Ganha o último a jogar. Isto é, o primeiro a não dispor de nenhum lance legal perde;
- 7. O jogo acaba num número finito de jogadas, independentemente da forma como é jogado.

Analisemos o jogo seguinte, que parte de uma pilha de 17 feijões. Há dois jogadores e cada jogada consiste em retirar um, dois ou três feijões. Ganha quem retirar o último feijão.

Para compreender bem este jogo devemos fazer uma análise retrógrada a partir da posição final (que corresponde a zero feijões). Se houver um, dois ou três feijões, o jogador seguinte retira todos os feijões e ganha. Se houver quatro, o caso é diferente, o jogador seguinte vai tirar um (deixando três), dois (deixando dois) ou três (deixando um). Em qualquer dos casos o jogador seguinte retira-os todos e ganha. Deixar zero ou quatro é um bom objectivo: garante a vitória a quem o faz. De forma semelhante, constata-se que, se deixarmos oito, doze ou dezasseis, o resultado também é favorável.

Estas posições, que garantem a vitória de quem as deixa ao adversário, chamam-se posições P, ou P-posições. As posições que não forem posições P dão, necessariamente, a vitória ao jogador a quem cabe a jogada seguinte

e designam-se por $posições\ N$, ou N- $posições^1$. O conjunto de todas as P--posições designa-se por P e o conjunto das N-posições por N.

No exemplo anterior vimos que as P-posições eram 0,4,8,12,16. Tem-se então

$$\mathcal{P} = \{0, 4, 8, 12, 16\}, \quad \mathcal{N} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17\}$$

Se, em vez de 17, tivéssemos outro número de feijões, era fácil ver que as P-posições são sempre os múltiplos de 4.

Dado um jogo combinatório imparcial, é sempre possível determinar quais são as posições P e N, em princípio. Basta partir das posições terminais, que são P-posições, e classificar as seguintes segundo o algoritmo seguinte:

- 1. Todas as posições terminais são P-posições;
- Todas as posições das quais se pode atingir uma P-posição, numa jogada, são N-posições;
- Todas as posições das quais só se podem atingir posições N, numa jogada, são P-posições;
- 4. Se o passo anterior (3) não introduziu novas posições P, o algoritmo termina aqui; caso contrário, deve ir-se de novo para o passo 2.

Outra forma de referir esta partição no conjunto das posições de um jogo imparcial é a seguinte:

Caracterização de \mathcal{P} e \mathcal{N} . As posições P e N são definidas recursivamente pelas condições seguintes:

- i) Todas as posições terminais são P-posições;
- ii) De qualquer N-posição existe pelo menos uma jogada para uma P--posição;
- iii) De qualquer P-posição todas as jogadas conduzem a N-posições.

 $^{^1\}mathrm{As}$ iniciais P e N são tradicionais na literatura especializada e têm origem nas palavras inglesas previous (prévio) e next (seguinte).

Jogos de subtracção

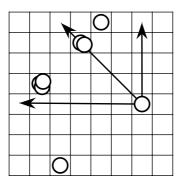
A partir de um conjunto da forma $\{1,2,3,4,5,\ldots,n\}$ (de feijões, por exemplo) podemos definir um jogo semelhante ao analisado acima, mas alterando o número de feijões que se pode retirar em cada jogada. O caso referido correspondia a ser legítimo retirar 1, 2 ou 3 feijões. Dizemos que se tratava do jogo de subtracção relativo ao conjunto $\{1,2,3\}$ e representámo-lo por $S_{\{1,2,3\}}$.

Podemos agora considerar os mais diversos jogos de subtracção fazendo variar o conjunto associado. Analisemos, por exemplo, o jogo $S_{\{2,3\}}.$

As posições terminais são 0,1, que são, portanto, posições P. As posições que nos permitem atingir uma terminal numa jogada só são 2,3,4, que então são posições N. De 5 ou 6 só se podem atingir as posições 2,3,4; portanto, 5 e 6 são posições P. O padrão começa a ficar evidente...

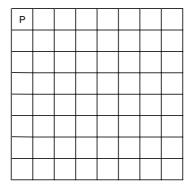
Tem-se

Há outros jogos que podem ser analisados desta forma, mesmo jogos de tabuleiro. Vejamos um exemplo: o jogo Rainhas. Este jogo desenrola-se num tabuleiro quadriculado rectangular do tamanho $n \times m$, que pode ser um tabuleiro de xadrez. As peças são todas iguais: rainhas brancas que se movem para norte, oeste ou noroeste. Cada jogada consiste em mover uma rainha o número de casas que se quiser, de acordo com a descrição acima. Cada casa pode conter qualquer número de rainhas. Perde quem não puder jogar, por todas as rainhas se encontrarem no canto superior esquerdo.



Vamos analisar o caso mais simples em que só há uma rainha no tabuleiro.

Claro que, mais tarde ou mais cedo, a rainha ocupará a asa do canto superior esquerdo, tendo-se atingido a única posição terminal. Portanto podemos assinalar esta casa com um P, significando que quem jogar a rainha para aí ganha.



As casas das quais se pode atingir a casa terminal imediatamente correspondem então a N-posições:

Р	N	N	N	N	N	N	N
N	N						
N		N					
N			N				
N				N			
N					N		
N						N	
N							N

 ${\it Marquemos}$ agora com P
s as casas a partir das quais só se atingem casas já marcadas com N
s:

Р	N	N	N	N	N	N	N
N	N	Р					
N	Р	Ν					
N			N				
N				N			
N					N		
N						N	
N							N

Como temos novos Ps, devemos marcar com Ns as casas que permitem atingir algum destes novos Ps numa só jogada:

Р	N	N	N	N	N	N	N
N	Z	Р	Ν	Ν	Z	Z	N
N	Р	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N			
N	N	Ν	N	N	N		
N	N	N		N	N	N	
N	N	N			N	N	N
N	N	N				N	N

Agora podemos identificar casas que correspondem a posições das quais se joga necessariamente para uma casa marcada com um N:

Р	N	N	Ν	Ν	N	N	N
N	Ν	Р	Z	N	Ν	Ν	N
N	Р	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	Р		
N	N	N	N	N	N		
N	N	N	Р	N	N	N	
N	N	N			N	N	N
N	N	N				N	N

Como introduzimos novos Ps, podemos marcar com Ns as casas que os permitem atingir:

Р	Ν	Ν	N	N	N	Ν	N
N	N	Р	N	N	N	N	N
N	Р	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	Р	N	N
N	N	N	N	N	N	N	
N	N	N	Р	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N		N	N	N

Finalmente, há duas casas que terão de corresponder a P-posições, já que delas todas as jogadas conduzem a Ns:

Р	N	N	N	N	N	N	N
N	N	Р	N	N	N	N	N
N	Р	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	Р	N	N
N	N	N	N	N	N	N	Р
N	N	N	Р	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	Р	N	N	N

 ${\bf E}$ assim classificámos todas as casas do tabuleiro. Esta marcação permite jogar perfeitamente o jogo das rainhas com uma só rainha.

As páginas seguintes contêm algumas propostas para os leitores identificarem as posições P e N e, assim, ficarem mestres absolutos destes jogos.

Nim

Este clássico foi o primeiro jogo combinatório a ser tratado matematicamente no artigo de Bouton ([NGCMT]).

Joga-se com pilhas de feijões. Cada jogador, quando lhe tocar jogar, pode retirar feijões de uma pilha à sua escolha, mas quantos quiser, de um mínimo de um a um máximo de toda a pilha.

Ganha o jogador que retirar o último feijão.

Se o jogo envolver somente uma pilha de feijões, a caracterização é muito simples. Se a pilha não estiver vazia, o próximo jogador ganha, retirando todos os feijões. Se a pilha estiver vazia, o jogador anterior ganhou.

Com uma pilha, o Nim é demasiado evidente:

Com duas pilhas, o jogo também não é difícil. Se as pilhas forem diferentes, o jogador seguinte iguala-as e, a partir daqui, copia a jogada do adversário. Por exemplo, se duas pilhas, com 4 e 6 feijões, forem representadas pelo par (4,6), então a boa jogada é para (4,4). A partir de então, o que um jogador fizer numa pilha fará o adversário na outra. Este tipo de estratégia, que replica as jogadas do adversário, é conhecido por *Tweedledum e Tweedledee*.

A caracterização das posições do Nim com duas pilhas:

$$(n,m)$$
 é
$$\left\{ \begin{array}{ll} P & se & n=m \\ N & se & n \neq m \end{array} \right.$$

No caso de três pilhas, a análise não é tão simples. Necessitamos de novos conceitos para determinar a estratégia óptima.

A soma-nim de dois inteiros não negativos x, y obtém-se representandoos em base 2 e somando os respectivos coeficientes módulo 2 (isto é, 0+0 = 0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=0) e representa-se por $x \oplus y$.

Determinemos, por exemplo, $5 \oplus 7$. Tem-se $5 = 2^2 + 1$, $7 = 2^2 + 2 + 1$, o que pode ser condensado para

$$5 = (101)_2$$
 $7 = (111)_2$

Efectuando a soma (módulo 2) ordenada dos coeficientes, obtemos

portanto, como $(010)_2 = 2$, tem-se $5 \oplus 7 = 2$.

A soma-nim goza de todas as boas propriedades:

- 1. Associativa: tem-se $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$;
- 2. Comutativa: tem-se $x \oplus y = y \oplus x$;
- 3. 0 é neutro: $0 \oplus x = x$;
- 4. Cada número é o seu próprio inverso: $x \oplus x = 0$;
- 5. Vale a lei do corte: se $x \oplus y = z \oplus y$, então x = z.

A importância desta soma reside no facto de Bouton ter caracterizado as posições do jogo Nim geral em termos da soma-nim dos números de feijões nas diversas pilhas. Se representarmos a posição com n pilhas, com número de feijões x_1, \ldots, x_n por (x_1, \ldots, x_n) , temos o

Teorema de Bouton: a posição (x_1, \ldots, x_n) é uma posição P se, e somente se, $x_1 \oplus \cdots \oplus x_n = 0$.

Repare-se que este teorema inclui os casos de o jogo ter somente uma ou duas pilhas, que analisámos antes.

Vejamos um exemplo.

Consideremos o jogo Nim com quatro pilhas (3,5,7,9). Determinemos $3 \oplus 5 \oplus 7 \oplus 9$. Como $3 = (11)_2$, $5 = (101)_2$, $7 = (111)_2$, $9 = (1001)_2$, temos

portanto $3 \oplus 5 \oplus 7 \oplus 9 = 8$. Trata-se de uma posição N. A única jogada vencedora é a que retira 8 feijões à coluna com 9, porque $3 \oplus 5 \oplus 7 \oplus 1 = 0$, como se pode verificar²:

²Aqui, como antes, é irrelevante se escrevemos, ou não, os zeros à esquerda.

Apresentámos a teoria do Nim de forma mais extensa porque muitos outros jogos se tornam acessíveis se a conhecermos bem.

Alguns dos jogos que apresentamos reduzem-se a versões do Nim: o que é preciso é identificar onde estão as pilhas de feijões, quais os respectivos disfarces ou variantes...

Por exemplo, o Nimble, que recordamos aqui, surgiu já em ([JMJA]). O Nimble desenrola-se numa tira $1 \times n$. No início há algumas moedas em posições escolhidas aleatoriamente. Cada jogada consiste em escolher uma moeda e em movimentá-la para a esquerda o número de casas que se quiser. Cada casa pode conter qualquer número de moedas. Pode saltar-se sobre casas ocupadas. O jogo termina quando todas as peças estiverem na casa mais à esquerda da tira. Ganha o último a jogar.



Claro que, se para cada moeda se considerar a sua distância à casa situada na extremidade esquerda da tira, obtemos alguns números inteiros não negativos. Cada jogada consiste, no fundo, em escolher um deles e em substituí-lo por um menor. Isto é exactamente o que sucede com o jogo do Nim.

Com esta identificação, a posição da tira acima, com as regras do Nimble, corresponde a um jogo do Nim com pilhas com 1, 1, 1, 1, 3, 3, 6, 6, 6, 8, 9, 9, 13, 13 feijões. Como

$$1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 8 \oplus 9 \oplus 9 \oplus 13 \oplus 13 = 14$$

e $14 \neq 0$, trata-se de uma N-posição. Uma boa jogada consiste em movimentar a moeda solitária a uma distância 8 da extremidade esquerda para a casa que dista 6 da mesma extremidade, já que

$$1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 3 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 6 \oplus 9 \oplus 9 \oplus 13 \oplus 13 = 0$$

Euclides

Este jogo começa com um par de números inteiros positivos (a, b). Cada jogada consiste em retirar ao maior dos números a, b, um múltiplo do menor (desde que o par resultante ainda seja composto por números positivos). Mais tarde ou mais cedo, os dois números ficam iguais. Aqui o jogo acaba e ganha o último a jogar.

Vejamos um exemplo de um jogo completo:

$$(20,8) \mapsto (12,8) \mapsto (4,8) \mapsto (4,4)$$

Notas

Imagine que, numa dada posição, isto é, para um par (a,b), dispõe de mais do que uma maneira de jogar. Será que pode forçar a vitória, deixando uma P-posição ao seu adversário?

É curioso como o número de ouro

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.61803...$$

ocorre na caracterização das posições P e N deste jogo...

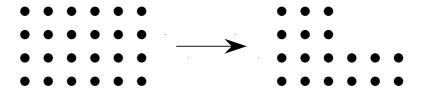
Referências

Lengyel, T., "A Nim-type game and continued fractions", in *Fibonacci Quarterly*, no 41 (2003), pp. 310–320.

Chomp

Neste jogo, de David Gale, dois jogadores têm um arranjo rectangular de pontos na mesa. Eles alternam escolhendo um para remover. Contudo, com este saem também todos os pontos que lhe estejam a norte ou a este. O jogador que se vir forçado a retirar o ponto do canto sudoeste perde.

Um exemplo de posição inicial com um lance legal:



Notas

Suponhamos que se vai iniciar um jogo de Chomp com um rectângulo $n \times m$.

Das duas uma: ou o primeiro tem uma estratégia vencedora, ou o segundo tem uma estratégia vencedora. Suponhamos que é o segundo. O primeiro joga no canto superior direito, retirando o ponto do canto. Se o segundo tem uma estratégia vencedora, agora deve ter um lance que o vai conduzir à vitória; digamos que deve retirar o ponto da fila n_1 e da coluna m_1 e todos os que as regras impõem que desapareçam. Acontece que a posição que o segundo assim deixa ao primeiro, para este jogar, é a mesma que o primeiro deixaria ao segundo se o seu primeiro lance consistisse na mesma jogada que o seu adversário escolheu. Assim, o primeiro poderia ter vencido, roubando a estratégia do segundo. A assunção de que o segundo dispõe de uma estratégia ganhadora levou-nos à conclusão de que é o primeiro que a tem, o que é uma contradição. Devemos então concluir que o primeiro tem uma estratégia vencedora, embora não se saiba, para a maior parte dos valores de n e m, qual é...

 ${\rm O}$ argumento alinhavado acima permite concluir que o Chomp dá sempre a vitória ao primeiro jogador: todas as posições, excepto a terminal, são N-

-posições. Mas descobrir a jogada vitoriosa é um problema completamente diferente... Este jogo pode jogar-se com agrado porque, para dimensões razoáveis, ninguém sabe jogar sem erros.

Claro que, se a disposição dos pontos formar um quadrado, a jogada ganhadora é mais fácil de descobrir...

Referências

Gardner, M., Knotted Doughnuts and Other Mathematical Entertainments, Freeman and Company, 1986.

Par ou ímpar, loiras ou morenas

Par ou ímpar. Esta variante do Nim joga-se da seguinte forma. A primeira jogada consiste em o primeiro jogador dizer se o número de feijões a retirar pelo segundo jogador é par ou ímpar. A partir daqui, cada jogada consiste em retirar alguns feijões, de acordo com a restrição ditada pelo adversário (par ou ímpar), e anunciar uma nova restrição. Como habitualmente, perde quem não puder jogar.

Loiras ou morenas. No jogo das rainhas, que relembrámos na p. 145, pode implementar-se um sistema de restrições semelhante ao do par ou ímpar. Basta distinguir dois conjuntos de rainhas (por exemplo, loiras e morenas, utilizando as peças brancas e negras do xadrez). A restrições consistem em obrigar o adversário, na sua próxima jogada, a mover uma loira ou uma morena.

Notas

Estas variantes são muito divertidas e interessantes, se bem que as P-posições não sejam óbvias. No lugar de par-ímpar pode utilizar-se qualquer outra partição dos números inteiros positivos em dois conjuntos.

Referências

Smith, F., & Stănică, "Comply/constrain games with a Muller twist", in *Integers*, 2, Paper G3, 2002.

Nim ávido, avarento

Nim ávido. Nesta variante do Nim cada jogada deve ser efectuada numa pilha de tamanho máximo. Representando por (5, 4, 7, 8, 9) a posição inicial, temos, por exemplo, os seguintes lances legais:

$$(5,4,7,8,9) \mapsto (5,4,7,8,8) \mapsto (5,4,7,2,8) \mapsto (5,4,7,2,0)$$

Avarento. Nesta variante do jogo Nimble, relembrado na p. 152, cada jogada deve deslocar a moeda mais à direita.

Notas

Nestas variantes, a paridade, quer do número de pilhas de capacidade máxima, quer da distância máxima das moedas à casa final, à esquerda, é relevante na caracterização das P-posições...

Referências

Albert, M. H., & Nowakowski, R. J., "Nim restrictions", in Integers, 4, Paper G1, 2004.

Quim

Este jogo começa com dois paus de comprimentos inteiros consecutivos n, n+1 (por exemplo, 21, 22). Cada jogada consiste em partir um dos paus em duas partes de comprimentos inteiros, ou em retirar k paus de comprimento k, onde k representa um número inteiro positivo qualquer.

Por exemplo, da posição inicial composta por dois paus de comprimentos 4 e 5, o primeiro jogador pode partir o maior em dois pedaços, de comprimentos 3 e 2. A situação agora é composta por três paus de comprimentos 2, 3, 4.

Um outro exemplo. Se, num dado momento, há três paus de comprimento 2 e um de comprimento 8, o próximo jogador pode retirar dois paus de comprimentos 2, ficando agora o jogo reduzido a dois paus, um de comprimento 2 e outro de comprimento 8.

Notas

Este jogo mantém o seu interesse até que, depois de algumas experiências, as P-posições saltam à vista...

Referências

Kim, S. S., & Zhou, L., "Please, you go first", 1687, in *Mathematics Magazine*, Fevereiro de 2004, p. 70.

Nim em matrizes

Uma matriz de números é um rectângulo de números. Representa-se usualmente com grandes parênteses curvos. Eis um exemplo de uma matriz com duas linhas e três colunas (só nos interessam números inteiros não negativos):

$$\left(\begin{array}{ccc} 2 & 0 & 23 \\ 5 & 7 & 9 \end{array}\right)$$

Pode jogar-se um género de Nim numa tal matriz da seguinte forma: cada jogada consiste em escolher uma linha ou uma coluna e subtrair a todos os seus elementos um inteiro positivo. Perde quem não puder jogar, por encontrar em cada linha e cada coluna pelo menos um elemento nulo.

Por exemplo, partindo da matriz acima, uma jogada possível seria subtrair 5 a todos os elementos da segunda linha, deixando ao adversário a matriz seguinte:

$$\left(\begin{array}{ccc} 2 & 0 & 23 \\ 0 & 2 & 4 \end{array}\right)$$

A jogada escolhida não foi brilhante, já que agora, subtraindo 4 aos elementos da terceira coluna, se obtém

$$\left(\begin{array}{ccc} 2 & 0 & 19 \\ 0 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

que é claramente uma posição P.

Referências

Ferguson, T., "Another form of matrix Nim", in *Electronic Journal of Combinatorics*, 8 (2), #R9, 2001.

Jogos partizanos

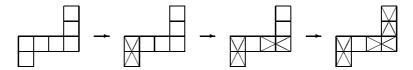
Vamos abordar uma outra classe de jogos que podem, em princípio, ser analisados matematicamente. A teoria difere da do Nim principalmente porque agora consideramos jogos em que jogadores diferentes dispõem, em geral, de opções diferentes (como Brancas e Negras no xadrez ou nas damas).

Estes jogos constituem, juntamente com os imparciais, os jogos combinatórios, normalmente designados por jogórios.

Vamos motivar a introdução de alguma terminologia e teoria com a descrição de dois jogos particulares.

Dominório

Há dois jogadores, E (Esquerdo, Em pé, Encarnado, ...) e D (Direito, Deitado, verDe, ...), e um tabuleiro quadriculado de tamanho e forma a definir no início de cada encontro. Quando lhe toca jogar, E coloca no tabuleiro uma peça de dominó 2×1 na posição vertical; D joga horizontalmente. Não se podem sobrepor peças. Perde o primeiro jogador que não dispuser de nenhum lance legal. Vejamos um exemplo em que E joga primeiro e ganha:



Leões e Dragões

Neste jogo, o jogador E (lEão, o) pode deslocar-se uma casa para a direita, ou saltar sobre uma casa ocupada, desde que a seguinte esteja livre, saltando para esta. D (Dragão, \bullet) joga da direita para a esquerda. Perde quem primeiro se encontrar sem lances legais. O jogo acontece numa tira $1 \times n$. Vejamos um exemplo em que o Dragão joga primeiro e ganha:



Notação

Como vimos, em cada um destes jogos, as escolhas dos jogadores não são as mesmas. Para podermos referir-nos com brevidade a jogos em geral e respectivas opções para os jogadores necessitamos de alguma notação.

Vamos representar cada jogo, J, pelo par ordenado das respectivas opções, $J = \{J^E \mid J^D\}$ (ou simplesmente $J = J^E \mid J^D$), onde J^E representa o conjunto das opções do jogador E e J^D as de D. As opções são as posições que se obtêm após efectuar uma jogada.

Por exemplo, em Dominório temos

Para analisar matematicamente este tipo de jogos temos de fazer recurso à aritmética e criar uma correspondência entre jogos e números.

Como a condição de derrota consiste sempre em ver as respectivas opções esgotadas, faz sentido tentar contar a vantagem que um jogador tem sobre o outro de acordo com o maior número de opções de que dispõe.

Vamos dar valor "numérico" aos jogos de forma a quantificarmos o número de lances de que E dispõe a mais do que D; por exemplo,



terá o valor 1, porque E pode jogar uma vez, e assim acabar o jogo, e D não dispõe de nenhum movimento legal.

Esta correspondência parece natural. Mas para a teoria funcionar a cada inteiro deve corresponder pelo menos um jogo.

A 0 (zero) deve corresponder qualquer jogo que não contenha mais lances nem para E nem para D. Isto é, qualquer jogo em que a vitória pertence ao segundo jogador deve ter o valor 0. O mais simples destes jogos é aquele em que nenhum jogador dispõe de nenhuma opção, $\{\emptyset \mid \emptyset\}$. (Relembremos que \emptyset representa o conjunto vazio, o conjunto sem elementos.)

Pomos então $\{\emptyset \mid \emptyset\} = 0$.

De acordo com isto, tem-se $\{0\,|\,\emptyset\}=1,$ porque E dispõe de uma opção, mas Dnão tem nenhuma.

De forma análoga, $\{1 \mid \emptyset\} = 2$, $\{2 \mid \emptyset\} = 3$, etc.

Entendendo os números negativos como valores dos jogos sob o ponto de vista de D, tem-se $\{\emptyset \mid 0\} = -1$ (este é o jogo em que D dispõe de um lance legal e E de nenhum), $\{\emptyset \mid -1\} = -2$, $\{\emptyset \mid -2\} = -3$, etc.

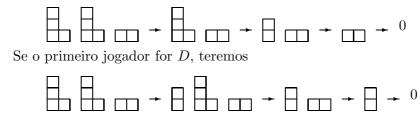
Consideremos de novo o jogo G



Que valor devemos atribuir-lhe? Como se pode ver pelas opções listadas acima, G é mais favorável a E do que a D (E ganha independentemente de quem joga primeiro). Usando valores, em vez de posições, temos $G = \{0, -1 \,|\, 1\}$. Contudo, G não parece favorecer tanto E como o jogo a que atribuímos o valor 1. Vejamos que, se jogarmos a posição composta por duas cópias de G e por



temos sempre a vitória do segundo jogador (que é o jogo nulo), isto é, necessitamos de duas cópias de G para neutralizarmos -1, o que nos leva a escrevermos G=1/2. Relembremos que interpretamos a soma de jogos como o jogo composto pelos somandos, com a convenção de que cada jogador escolhe uma jogada numa só componente de cada vez. Esta definição coincide com a que vimos em ([JMJA]) no caso dos jogos imparciais. Se E joga primeiro, temos a seguinte sequência de jogadas, onde não representamos quadrados isolados, por não permitirem nenhuma jogada legal.



A teoria

Apresentaremos de seguida uma resenha teórica simplificada que permitirá a quem a ler interpretar correctamente muitas situações particulares de jogo e obter as respectivas melhores jogadas.

A soma dos jogos $J=\{J^E\,|\, J^{\widetilde D}\}$ e $G=\{G^E\,|\, G^D\}$ é o jogoJ+G, dado por

$$J+G = \left\{ J^E + G \, , \, J+G^E \, | \, J^D + G \, , \, J+G^D \right\}$$

o que corresponde à ideia intuitiva de que a soma de J com G é o jogo composto por J e G, com a convenção de que cada jogador faz a sua jogada num só somando. Nesta definição de soma entram as somas de opções, o que pode levar a crer que temos circularidade. Veremos adiante que de facto o que temos é uma definição por recorrência.

O jogo simétrico de $J = \{J^E \mid J^D\}$ é $-J = \{-J^D \mid -J^E\}$. Intuitivamente, obtém-se o simétrico de um jogo trocando as cores das peças (no

Dominório corresponde a uma rotação do tabuleiro de 90 graus). Usando uma estratégia de simples cópia, é fácil ver que a soma de um jogo com o seu simétrico é um jogo nulo.

Usamos a notação J-G para simplificar J+(-G). Neste, como em qualquer outro jogório, temos exactamente uma das quatro situações:

- 1. E tem estratégia ganhadora independentemente de quem começa o jogo;
- 2. D tem estratégia ganhadora independentemente de quem começa o jogo;
- 3. O primeiro jogador tem estratégia ganhadora;
- 4. O segundo jogador tem estratégia ganhadora.

Nos jogos introduzimos uma ordem parcial, sempre com a convenção de que, quanto maior for o valor de um jogo, mais favorável ele é para E. Assim:

- J > G se J G for ganho por E, independentemente de quem jogue primeiro;
- J = G se J G for zero, isto é, uma vitória para o segundo jogador;
- J < G se J G for ganho por D, independentemente de quem jogue primeiro;
- J||G (ler "J e G confundem-se") se J-G der a vitória ao primeiro jogador.

A notação $J \geq G$ $(J \leq G)$ significa J > G ou J = G (J < G ou J = G). Por exemplo, $J \geq 0$ $(J \leq 0)$ se e só se E (D), jogando em segundo lugar, ganhar o jogo J.

Como considerámos todas as possibilidades quanto ao desfecho do jogo J-G, temos sempre uma e só uma das relações

$$J > G$$
, $J < G$, $J = G$, $J||G$

J diz-se positivo se J>0, por exemplo, \Box . J é negativo se J<0, por exemplo, \Box . J é confuso se J||0, por exemplo, \Box .

Segundo esta teoria, todas as pilhas Nim com pelo menos um feijão são confusas, porque dão a vitória ao primeiro jogador. A pilha vazia tem valor nulo.

O exemplo de Leões e Dragões acima é um jogo confuso, mas, como se mostra adiante, este jogo admite posições positivas e negativas.

Os jogos podem construir-se de uma forma iterada, por gerações, a partir do jogo mais simples, isto é, a partir do jogo sem opções. Cada geração tem jogos de complexidade superior aos seus antecedentes. Esta construção permite deduzir propriedades por hereditariedade, isto é, por indução na idade dos jogos.

O jogo nulo $\{\emptyset \mid \emptyset\}$ tem data de nascimento zero (representamos o conjunto vazio, sem elementos, pelo símbolo \emptyset). Um jogo J tem data de nascimento N se, quando escrito na forma mais simples, as datas de nascimento das suas opções forem menores do que N e pelo menos uma delas tiver data de nascimento N-1. Por exemplo, os jogos que nascem no dia 1 são:

$$\{0 \mid \emptyset\} = 1, \quad \{\emptyset \mid 0\} = -1, \quad \{0 \mid 0\}$$

Alguns dos jogos nascidos no segundo dia:

$$\{0 \mid 1\} = 1/2, \quad \{0 \mid \{0 \mid 0\}\}, \quad \{1 \mid 1\}, \quad \{1 \mid \emptyset\} = 2$$

Pode mostrar-se que o jogo mais favorável a E nascido até ao enésimo dia é $n = \{n-1 \mid \emptyset\}$ e o mais favorável a D é $(\emptyset \mid 1-n)$ ([SGBDB]).

Este conceito de idade, ou complexidade, permite agora compreender que as definições acima são de facto recursivas, porque as opções de um jogo são sempre mais jovens do que este e tudo começa com o jogo de opções vazias.

Consideremos o jogo $\{\alpha, \beta, \gamma, \dots | J^D\}$, onde $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ são as opções do jogador E, e suponhamos que $\alpha \geq \beta$. Isto significa que E pode prescindir de β porque tem pelo menos uma opção que não lhe é inferior, neste caso α . Queremos com isto dizer que $\{\alpha, \beta, \gamma, \dots | J^D\} = \{\alpha, \gamma, \dots | J^D\}$, porque E nunca escolheria jogar β . Este resultado é intuitivo, mas carece de demonstração rigorosa a partir das noções acima (que não apresentaremos aqui).

Quando temos $\alpha \geq \beta$ dizemos que α domina β , se se trata de opções esquerdas (E nunca escolhe β quando pode optar por α), e que α é dominada por β , se forem opções direitas (D nunca escolhe α se puder eleger β). De forma análoga à anterior, as opções direitas dominadas podem ser excluídas sem alterarem o valor do jogo.

Fica então estabelecido que um jogo não é alterado se lhe retirarem as opções dominadas.

Seja
$$J = \{a, b, c, \dots \mid d, e, f, \dots\}$$
 um jogo tal que

$$L = \{u, v, w, \dots | x, y, z, \dots\} \in d^E$$

isto é, L é uma opção esquerda do jogo d (que, por sua vez, é uma opção direita de J). Suponhamos que $L \geq J$. Então

$$J = \{a, b, c, \dots | x, y, z, \dots, e, f, \dots\}$$

Intuitivamente, isto significa que, se D joga para d, então E pode reverter para L, um jogo que lhe é pelo menos tão favorável quanto J. Podemos supor em J, em vez da opção d, as opções direitas de L. Dizemos que d reverte para x, y, z, ..., através de L.

Um jogo diz-se em *forma canónica* se não contiver opções dominadas ou reversíveis. Esta é a forma mais simples a que nos referimos quando definimos a data de nascimento de um jogo.

Por indução na idade das opções pode ver-se que qualquer jogo admite uma forma canónica.

Vejamos um exemplo. Consideremos o jogo $J=\{-1,0\,|\,2,\{\{0|0\}|0\}\}$. Será que este jogo contém alguma opção esquerda dominada? Será que se tem $-1\leq 0$? Esta desigualdade é óbvia. -1 é dominado por 0, e temos $J=\{0\,|\,2,\{\{0|0\}|0\}\}$. A desigualdade $2\geq\{\{0|0\}|0\}$ é clara porque E, jogando em segundo lugar, ganha o jogo

$$\{1 \mid \emptyset\} + \{\{0\mid 0\} \mid 0\}$$

e temos $J=\{0\,|\,\{\{0|0\}|0\}\}\}$. Não há mais opções dominadas, mas pode haver reversíveis. Será que $\{\{0|0\}|0\}$ tem alguma opção esquerda L tal que $L\geq J$? Só há uma opção a testar, nomeadamente $\{0|0\}$. Será que $\{0|0\}\geq J$? Isto é, E, jogando em segundo lugar, pode ganhar $J+\{0|0\}$? Se D joga para $\{\{0|0\}|0\}+\{0|0\}$, E ganha, jogando para $\{0|0\}+\{0|0\}$, que é zero. Se D joga para J+0, então E joga para 0+0=0 e ganha. $\{\{0|0\}|0\}$ reverte para $\{0,0\}$. Tem-se então $J=\{0,0\}$.

Vejamos um exemplo constituído pela soma de cinco jogos Leões e Dragões individuais.

Qual é o valor e como jogar o jogório seguinte?

0		•	
	0		•
0	•		
	0	•	
	0		•

Entende-se que uma jogada consiste em escolher uma fila e respeitar nela as regras do Leões e Dragões. Perde o primeiro jogador que não dispuser de nenhum lance legal em nenhuma fila:

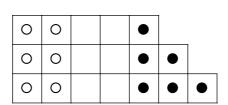
- O jogo da quarta tira horizontal é zero, visto que dá a vitória ao segundo jogador;
- Analisemos a terceira linha. D não pode jogar. E pode jogar para o jogo que dá a vitória ao segundo jogador, isto é, zero. Esta linha é então o jogo $\{0 \mid \emptyset\} = 1$;
- Na primeira linha E pode jogar para uma posição igual à quarta e D pode atingir uma como a terceira; logo o valor desta linha é $\{0 \mid 1\} = 1/2$;
- Por simetria, o valor da segunda e quinta filas é -1/2.

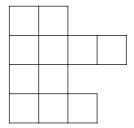
Somando estes valores, obtemos 1/2. Este jogo dá a vitória aos Leões, independentemente de quem começa. Se E jogar primeiro, nem todas as jogadas servem a sua vitória. Tem de escolher uma jogada que deixe um valor global ≥ 0 ; neste caso deve evitar a terceira e a quarta linhas.

Se E joga na terceira fila, por exemplo, muda o valor desta de 1 para zero, já que agora se trata claramente de uma posição favorável ao segundo jogador. O valor global do jogo muda então para 1/2 - 1/2 + 0 + 0 - 1/2 = -1/2 < 0, que dá a vitória a D.

Se E joga na primeira fila, muda o valor desta para zero (fica igual à terceira), e o valor global agora é 0-1/2+1+0-1/2=0, o que lhe garante a vitória.

Terminamos com um exercício para o leitor. A figura seguinte tem a soma de três Leões e Dragões e um Dominório (não esquecer que E joga na vertical, no Dominório, e joga com as peças claras no Leões e Dragões, jogando D horizontalmente e com as peças escuras).





Qual o valor da soma e como jogá-la?

Capítulo 6

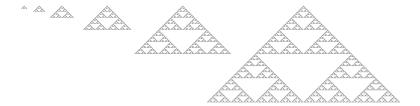
Jogos de eleições

Numa sociedade democrática o acto da eleição tem uma importância dificilmente sobrevalorizada. Como não existe, na prática, unanimidade (e ainda bem que não a há), interessa ser o mais justo possível na distribuição dos poderes disponíveis em relação à percentagem de votos de cada candidato. Numa cultura democrática é natural que esta ideia se transfira, de alguma forma, para outros domínios, como, por exemplo, o dos jogos.

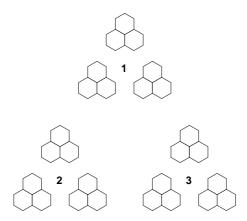
Este capítulo apresenta uma família de jogos abstractos inspirada no conceito de maioria e denominada jogos de eleições. Os jogos a seguir descritos (bem como a ideia subjacente às regras dos mesmos) são de 2005 e da autoria de Bill Taylor.

6.1 Eleição no triângulo de Sierpinski

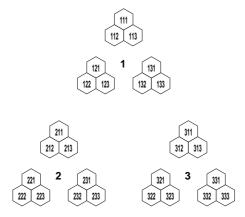
O triângulo de Sierpinski é um fractal, um objecto que se assemelha às partes que o constituem. Este triângulo pode ser definido recursivamente. O triângulo T_0 é composto por um ponto. O triângulo seguinte, T_1 , é composto por três T_0 em formação triangular, o T_2 por três T_1 na mesma formação, e assim sucessivamente... O objecto T_{∞} é designado por triângulo de Sierpinski. O diagrama seguinte representa seis das iterações iniciais deste objecto (de T_2 a T_7):



Para o primeiro jogo deste capítulo aproveitamos o objecto T_3 como tabuleiro, onde cada ponto é representado por um hexágono.



Os números no diagrama serão usados nas coordenadas. Designamos o triângulo superior por 1, o do lado esquerdo por 2 e o do lado direito por 3. Faz-se o mesmo recursivamente para os triângulos interiores. Assim, cada hexágono é identificado por três dígitos: o das centenas indica o T_2 que o contém, o das dezenas indica o respectivo T_1 e o das unidades distingue entre os três hexágonos.



Esta notação é apropriada para representar qualquer coordenada em triângulos maiores. Para o T_4 necessitamos de números com quatro dígitos, para o T_5 precisamos de números com cinco dígitos, etc.

Seguem-se as regras do jogo.

Os jogadores largam, alternadamente, peças da sua cor em hexágonos vazios. O número de peças largadas segue a sequência 1,2,1,1,2,1,1,2,1,..., ou seja, um jogador larga uma peça, depois o jogador seguinte larga duas e

na jogada seguinte larga-se novamente uma; após três jogadas, esta ordem repete-se.

Um jogador domina um T_1 se este triângulo contiver uma maioria de peças suas. Um jogador domina um T_2 se dominar a maioria dos seus T_1 .

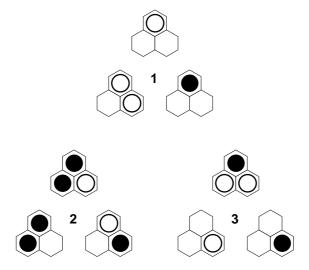
Objectivo: dominar a maioria dos T_2 .

Ganha-se uma partida obtendo uma maioria de T_2 , que, por sua vez, necessita de maiorias de maiorias (nos pequenos T_0). O jogo contém uma tensão na distribuição de recursos pelos diferentes triângulos. Apostar num sector diminui a influência nos restantes. Para além disso, a ordem de largada cria uma complexidade extra: de quatro em quatro jogadas cada jogador larga uma peça extra.

Sigamos um jogo de exemplo (e a respectiva posição final):

	Brancas	Negras
1.	111	$222\ 333$
2.	213	311
3.	123 231	221
4.	312	211 233
5.	313	212
6.	323 121	131

7. As Brancas desistem.



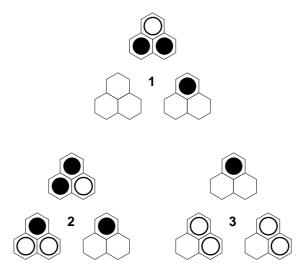
Qual o motivo da desistência? As Negras já controlam o triângulo 2 e na sua próxima jogada as Negras vão largar duas peças. Se as Brancas jogarem no triângulo 3, as Negras jogam 112 e 113 e ganham o triângulo 1 (vencendo de imediato). Se as Brancas jogarem no triângulo 1 (por exemplo, em 112, para obterem aí uma maioria), as Negras respondem em 321 e 322 (obtendo o triângulo 32). Depois, se as Brancas jogarem no triângulo 33, as Negras jogam no hexágono vago e ganham o jogo.

A sequência de jogadas 1,2,1 é essencial à dinâmica do jogo. Se cada jogador largasse apenas uma peça, o primeiro jogador teria uma vantagem decisiva.

Outro exemplo:

	Brancas	Negras
1.	111	$211\ 311$
2.	333	231
3.	331 323	131
4.	321	112 113
5.	222	221
6.	$213\ 223$	212

7. As Brancas desistem.



Mais uma vez, as Brancas não têm resposta para a próxima jogada dupla das Negras. Nesta partida, elas controlam o triângulo 3, mas têm grande desvantagem nos outros dois. As Negras já têm virtualmente o controlo do triângulo 2 (basta uma jogada em 232 ou 233) e o mesmo se passa no triângulo 1 (falta uma jogada em 132 ou 133).

Pela experiência dos autores, nesta versão das regras, o segundo jogador aparenta ter vantagem. Os dois jogadores deverão fazer uma série à melhor

de 3 ou 5 (ou seja, tem de se vencer 2 ou 3 partidas, respectivamente), devendo o melhor jogador começar a primeira partida. Outra alternativa é jogar num tabuleiro maior, por exemplo, num T_4 , onde a vantagem se dilui num jogo mais longo e com maior número de opções.

As próximas regras procuram equilibrar esta vantagem, aumentando a complexidade e a profundidade do jogo original.

Alianças de Sierpinski

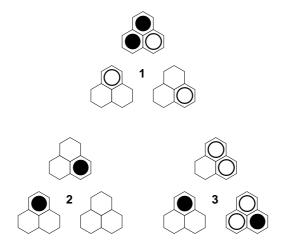
Joga-se no mesmo tabuleiro e com as mesmas regras, excepto no seguinte: em cada turno, cada jogador larga uma peça numa casa vazia e, opcionalmente, move uma sua peça para um hexágono vazio noutro triângulo T_2 com as restantes coordenadas iguais.

Ou seja, deixamos de ter a sequência 1,2,1 para agora movermos peças entre triângulos T_2 . Por exemplo, uma peça em 322 pode deslocar-se para 122 ou 222, desde que esses hexágonos estejam vazios.

Um exemplo (notação: 313-1 representa o movimento da peça 313 para o triângulo 1, isto é, para 113):

	Brancas	Negras
1.	111 —	213 —
2.	313 —	321 —
3.	121 —	312 —
4.	232 313-1	221 —
5.	313 111-3	111 312-1
6.	131 232-3	333 —

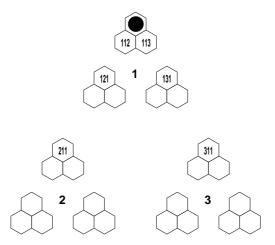
7. 133 131-3 As Negras desistem.



As Brancas controlam o triângulo 3 e as Negras têm vantagem no triângulo 2. Tudo se resolverá no restante triângulo. Porém, as Brancas conseguiram impedir que as Negras se movimentem para o triângulo 1: os hexágonos 113, 121 e 133 estão ocupados; logo as peças negras em 213, 221, 321 e 333 não conseguem invadir o triângulo 1. As Brancas vão controlar os triângulos 12 e 13 nos próximos dois turnos, vencendo assim o jogo.

Nesta variante, os triângulos já com maioria de uma cor podem deixar de a ter, dado que o jogador pode transferir peças entre os triângulos T_2 .

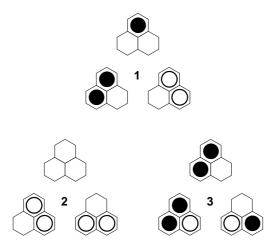
Uma extensão natural deste segundo jogo é permitir que se possam realizar movimentos não só entre T_2 , mas entre T_1 do mesmo T_2 e entre T_0 no mesmo T_1 . Ou seja, haverá três tipos de movimentos: (a) grandes — entre T_2 para hexágonos com as mesmas coordenadas; (b) médios — entre T_1 para hexágonos com as mesmas coordenadas; (c) pequenos — entre hexágonos no mesmo T_0 . Por exemplo, num tabuleiro vazio, uma peça em 111 poderia mover-se para 211 e 311 (movimentos grandes), para 121 e 131 (movimentos médios) e para 112 e 113 (movimentos pequenos). Em diagrama:



Um exemplo desta variante (notação: o ponto significa um movimento pequeno, dois pontos o movimento médio, o traço um movimento grande):

	Brancas	Negras
1.	111 —	221 —
2.	321 111:2	312 321:1
3.	333 —	111 312-1
4.	232 121-2	212 112:3
5.	332 333-2	312 212:2
6.	223 321.2	333 211:3
7.	331 322.3	321 222:3
8.	133 331-1	121 132:2

9. As Brancas desistem.



As Brancas controlam o triângulo 2 e as Negras o triângulo 3. A disputa ocorre no restante triângulo. O triângulo 11 é o único onde as Brancas podem ainda atacar. Porém, nenhuma das suas peças consegue mover-se para lá: não há peças brancas em 21 nem em 31. No máximo, as Brancas colocam uma peça (em 112 ou 113). A próxima jogada das Negras obtém a vitória.

Nas variantes com movimento é essencial bloquear o adversário nas movimentações que ameacem mover-se para triângulos com uma única peça sua (como o triângulo 11 do anterior diagrama). Porquê? Se o adversário pode mover uma peça para esse triângulo, significa que pode colocar lá duas numa única jogada (um jogador pode sempre largar uma peça num hexágono vazio). Dessa forma, um triângulo com vantagem de um jogador pode, num único turno, passar a ser do adversário.

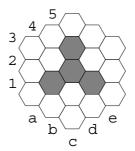
Os movimentos têm uma outra consequência: peças que se encontrem num triângulo T_1 dominado pelo adversário podem ser "recicladas", movendo-as para outras zonas do tabuleiro onde façam mais falta. Ainda no dia-

grama anterior, a peça branca em 323 poderia ser movimentada para outro lado, dado não alterar o domínio desse triângulo em particular.

6.2 Eleições em tabuleiros hexagonais

Este conceito de maioria pode ser expandido para outras superfícies. Mostraremos alguns exemplos com tabuleiros hexagonais.

Os tabuleiros hexagonais possuem três direcções naturais: vertical, diagonal positiva (isto é, a linha sudoeste/nordeste) e diagonal negativa (a linha noroeste/sudeste). Esta propriedade pode ser usada para decidir maiorias (um jogador que domine, pelo menos, duas direcções ganha o jogo). Observemos o tabuleiro seguinte (os hexágonos a cinzento não são considerados):



Cada direcção é composta por um número ímpar de linhas, isto é, existem cinco linhas verticais, cinco linhas diagonais positivas e cinco linhas diagonais negativas. Para além disso, cada linha é composta por exactamente três hexágonos. Tudo no tabuleiro é ímpar: hexágonos por linha, linhas por direcção, número de direcções.

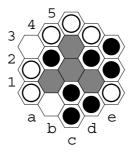
Regras: cada jogador, alternadamente, larga peças suas em hexágonos vazios. O número de peças largadas é dado pela sequência 1,2,1,1,2,1....

Um jogador domina uma linha se tiver uma maioria de peças suas nessa linha. Um jogador domina uma direcção se tiver uma maioria de linhas nessa direcção.

Objectivo: dominar a maioria das direcções.

Observemos as partidas seguintes:

	Brancas	Negras
1.	c5	b3 d4
2.	a1	e5
3.	d5 a2	d2
4.	b4	e4 c2
5.	e3	c1 Vitória negra.

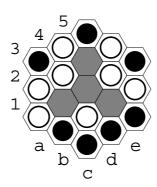


As Negras ganharam na sua $4^{\rm a}$ jogada, pois obtiveram uma ameaça dupla de vitória (em e3 ou em c1). Como as Brancas só podem largar uma peça, não conseguem evitar a derrota. As Negras com a jogada em c1 dominam duas direcções: vertical (as colunas $c,\ d,\ e$) e diagonal positiva (as linhas $a1e5,\ b1e4,\ c1e3$).

O jogo seguinte só se decidiu quando o tabuleiro ficou totalmente preenchido. Esta partida foi ganha pelas Brancas por estas dominarem as direcções vertical e diagonal positiva.

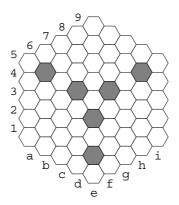
	Brancas	Negras
1.	d4	c5 b1
2.	a2	d2
3.	c2 e4	c1
4.	d5	e5 e3
5.	b3	a3

6. b4 a1 Vitória branca.



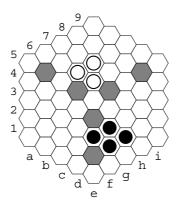
Forçar o adversário a ocupar os três hexágonos de uma linha é uma boa jogada, pois uma dessas peças é desnecessária para obter a maioria (basta controlar duas em cada três). As peças devem ser usadas em conjunto para criar múltiplas oportunidades. Uma peça que contribui para o domínio de três direcções é claramente melhor do que outra que apenas seja útil na maioria de uma direcção. Na partida anterior, a peça branca d4 ajuda na maioria de todas as direcções. Já a peça negra em b1 apenas serve na diagonal negativa a1c1.

O jogo funciona com tabuleiros maiores. O tabuleiro seguinte permite partidas mais longas e de maior teor estratégico. Uma das diferenças é a existência de linhas com diferentes dimensões (5 ou 7 hexágonos), o que resulta em que certas linhas são mais fáceis de dominar do que outras. Os cantos são posições fortes porque se posicionam em duas linhas de cinco hexágonos.



Com esta maior área de jogo surgem padrões que são favoráveis a um domínio múltiplo de linhas. Por exemplo, um triângulo ou um losango contribuem com duas peças, respectivamente, em três e cinco linhas distin-

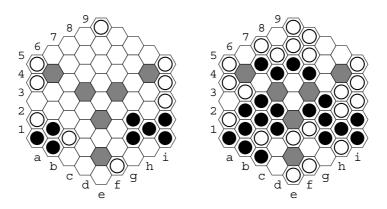
tas. Figuras maiores, como um triângulo equilátero com seis peças ou um hexágono com sete peças, são de execução mais difícil e podem representar um esforço demasiado prolongado num único sector do tabuleiro.



Nesta variante não é necessário manter uma progressão de 1,2,1,... peças por jogada. Optou-se por cada jogador, por turno, largar duas peças em hexágonos vazios. Na sua primeira jogada, o primeiro jogador larga apenas uma peça.

Segue-se uma partida onde as Negras tentam uma estratégia de grupos mais conexos contra uma maior dispersão das Brancas, que apostam num domínio pelas margens. As Brancas ganham ao dominarem a vertical e a diagonal negativa:

	Brancas	Negras
1.	— e9	a1 i5
2.	a5 i9	i6 h5
3.	i8 i7	g5 g4
4.	a4 a2	b1 b2
5.	c2 f2	(ver diagrama da esquerda)

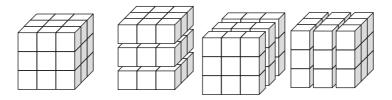


	Brancas	Negras
5		b3 c3
6.	e1 h4	c4 d4
7.	b4 f4	g6 c1
8.	h7 h6	f5 d3
9.	e3 f8	f7 c6
10.	f9 d7	e7 d6
11.	e8 c7	Vitória das Brancas (ver diagrama da direita).

A iniciativa é relevante para manter o adversário numa posição defensiva. Deve-se usar essa iniciativa para o obrigar a gastar peças em hexágonos que pertençam a linhas já dominadas (quer de um, quer do outro jogador).

6.3 Eleições em cubos

Em todos os jogos anteriores, a condição de vitória passa por obter a maioria de três zonas, sejam estas triângulos (no caso das eleições de Sierpinski) ou direcções (no caso dos tabuleiros hexagonais). Para tabuleiros quadrados há naturalmente duas ou quatro direcções: horizontal, vertical e duas diagonais. Eliminar por convenção uma das diagonais é demasiado artificial. Porém, existem três direcções ortogonais quando se consideram três dimensões. Se definirmos como tabuleiro um cubo de dimensão ímpar, obtemos os ingredientes necessários para implementarmos um novo jogo desta família. Um cubo $3\times3\times3$ pode ser dividido em três zonas (horizontal, lateral e vertical), cada uma delas com três linhas, onde cada linha é composta por três pequenos cubos:

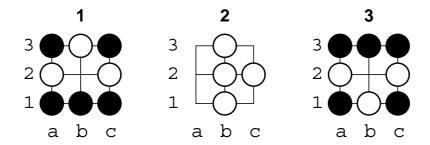


Na partida do exemplo seguinte utilizamos três tabuleiros de 3×3 para representarmos cada um dos planos horizontais. A notação é dada por um algarismo mais à esquerda que designa um dos planos horizontais; a letra intermédia e o algarismo mais à direita indicam a coluna e a linha onde é colocada a peça jogada. Se o cubo escolhido fosse, por exemplo, $5\times 5\times 5$ usar-se-iam cinco tabuleiros de 5×5 .

Também aqui se utiliza a sequência de duas peças por turno, excepto na primeira jogada do primeiro jogador, onde se coloca apenas uma peça.

No exemplo seguinte, as Negras vencem por dominarem a direcção horizontal (ou seja, dominam os tabuleiros 1 e 3) e a lateral (dominam os planos abc1 e abc3).

s.



A noção de posição central e das margens do tabuleiro não é relevante aqui. O tabuleiro é uniforme e qualquer casa domina um número igual de linhas, todas elas iguais. Os jogadores não têm de se preocupar com posições absolutas no cubo, mas antes em travar os futuros domínios do adversário, bloqueando os seus ataques.

Esta variante pode ser jogada em qualquer cubo de largura ímpar. Cubos com $3\times3\times3$ são demasiado pequenos para partidas mais estratégicas, aconselhando-se $5\times5\times5$ ou mesmo $7\times7\times7$. A prática deste jogo pode motivar uma melhor compreensão das três dimensões espaciais.

BIBLIOGRAFIA

Bibliografia

- [ALF] Alfonso X, Libro de Ajedrez, Dados y Tablas, 1283.
- [BTG] Bell, R. C., Board and Table Games from Many Civilizations, Dover, 1979.
- [WW] Berlekamp, E. R., Conway, J. H., & Guy, R. K., Winning Ways, A. K. Peters, 2001.
- [MG] BERLEKAMP, E. R., & Wolfe, D., Mathematical Go: Chilling Gets the Last Point, A. K. Peters, 1994.
- [FG] BINMORE, K., Fun and Games, D. C. Heath and Co., 1992.
- [NGCMT] BOUTON, "Nim, a game with complete mathematical theory", in *Annals of Mathematics*, Princeton (2) **3**, 1901/1902, pp. 35–39.
- [ONAG] CONWAY, J. H., On Numbers and Games, A. K. Peters, 2001.
- [GAO] FALKENER, E., Games Ancient and Oriental, Dover, 1961.
- [OCC] HOOPER, D., & WHYLD, K., The Oxford Companion to Chess, Oxford University Press, 1992.
- [HC] Murray, H. J. R., A History of Chess, Oxford University Press, 1913.
- [HC] Murray, H. J. R., A Short History of Chess, Oxford University Press, 1963.
- [HBG] Murray, H. J. R., A History of Board-Games Other than Chess, Oxford University Press, 1951.
- [JMJA] Neto, J. P., & Silva, J. N., Jogos Matemáticos, Jogos Abstractos, Gradiva 2004.

- [OHBG] PARLETT, D., The Oxford History of Board Games, Oxford University Press, 1999.
- [SS] Retschitzki, J., & Haddad-Zubel, R., Step by Step, Proceedings of the 4th Colloquium Board Games in Academia, Editions Universitaires Fribourg, 2002.
- [GG] SACKSON, S., A Gamut of Games, Random House, 1969.
- [JNS] SILVA, JORGE NUNO, "Jogórios", in *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, nº 40, Maio de 1999, pp. 57–68.
- [SGBDB] SILVA, JORGE NUNO "Some game bounds depending on birth-days", in *Port. Math.*, vol. 50, fasc. 3, 1993, pp. 353–358.
- [GG] SMITH, A., The Game of Go, Tutle, 1956.
- [HD] VAN DER STOEP, A., A History of Draughts: With a Diachronic Study of Words for Draughts, Chess, Backgammon and Morris, 1984.
- [RIC] Westerwald, G., La reina Isabel la Católica: su reflejo en la dama poderosa de Valencia, cuna de ajedrez moderno y origen del juego de damas, Generalitat Valenciana, 2004.
- [BCQ] YALOM, M., Birth of the Chess Queen: A History, Rivers Oram Press, 2004.