Introdução ao Matlab

Implementação do método sequencial implícito no escoamento bifásico (água-óleo) em reservatórios de petróleo.

João Paulo Rodrigues de Andrade

Objetivos

Geral

- Desenvolver um simulador bifásico água-óleo, utilizando o método sequencial implícito para resolver a pressão e a saturação na linguagem de programação Matlab.

Objetivos

Específicos

- Estudar o escoamento bifásico e o método de solução sequencial implícito;
- Explanar a metodologia aplicada no simulador;
- Explanar o fluxograma do código de simulação;
- Explicitar a função da rotina principal e das subrotinas;
- Apresentação dos resultados em figuras, tabelas ou gráficos como curvas de produção acumulada de óleo, razão água-óleo de produção, valor dos passos de tempo e quantidade de iterações no cálculo da saturação;

Escoamento monofásico

Conservação da massa

$$\frac{\partial\left(\rho\phi\right)}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\rho\vec{v}\right) + q$$

$\rho =$ densidade

$\phi =$ porosidade $= \dfrac{V_p}{V_T}$

$t =$ tempo

$\vec{v} =$ velocidade

$q =$ termo fonte ou sumidouro

$V_p =$ volume do poro

$V_T =$ volume do poro + volume da rocha

Lei de Darcy

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu}\nabla p$$

$K =$ permeabilidade

$\mu =$ viscosidade

$p =$ pressão

Escoamento monofásico

Integrando a equação da conservação da massa no volume

$$\int_V \frac{\partial\left(\rho\phi\right)}{\partial t} dV = \int_V -\nabla\cdot\left(\rho\vec{v}\right) dV + \int_V q dV$$

Aplicando o teorema da Divergência de Gauss na segunda integral

$$\int_V -\nabla\cdot\left(\rho\vec{v}\right) dV = \int_{\partial V} -\rho\vec{v}\cdot\vec{n} d\partial V = -\sum_{F\in\partial V} \rho\vec{v}\cdot\vec{n}$$

$\partial V =$ superfície de contorno de V

$F =$ Face de V

$\vec{n} = \hat{n}\left|F\right|$

$\hat{n} =$ versor que aponta para fora de V

$\left|F\right| =$ área de F

Escoamento bifásico

Equação hiperbólica da saturação

$$\phi \frac{\partial \left(S_\alpha\right)}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\vec{v}_\alpha\right) + Q_\alpha$$

$S_\alpha =$ Saturação da fase $\alpha = w, o$ (água ou óleo) $\quad S_\alpha = \dfrac{V_\alpha}{V_p}$

$\vec{v}_\alpha =$ velocidade da fase α $\quad \vec{v}_\alpha = \lambda_\alpha K \nabla p$

$Q_\alpha =$ termo fonte da fase $\alpha = \dfrac{q_\alpha}{\rho_\alpha}$

$\lambda_\alpha =$ mobilidade da fase α $\quad \lambda_\alpha = \dfrac{kr_\alpha}{\mu_\alpha}$

$kr_\alpha =$ permeabildade relativa da fase α

Modelo de Brooks e Corey

Escoamento bifásico

Equação discreta da saturação

$$\phi V\left(\frac{S_\alpha^t - S_\alpha^{t-1}}{\Delta t}\right) = -\sum_{F\in\partial V}(\vec{v}_\alpha\cdot\vec{n}) + Q_\alpha V$$

$\Delta t =$ passo de tempo

Escoamento bifásico

Equação elíptica da pressão

$$\sum_{F \in \partial V} \vec{v}_T \cdot \vec{n} = Q_T V$$

$$\vec{v}_T = \sum_\alpha \vec{v}_\alpha = \left(\sum_\alpha \lambda_\alpha \right) K \nabla p = \lambda_T K \nabla p$$

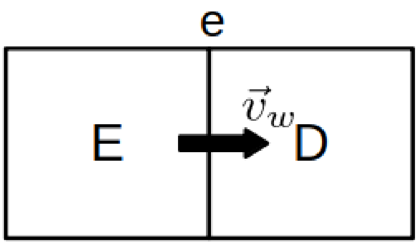
$$\vec{v}_\alpha = \left(\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_T} \right) \vec{v}_T = f_\alpha \vec{v}_T$$

$$Q_T = \sum_\alpha Q_\alpha$$

Escoamento bifásico

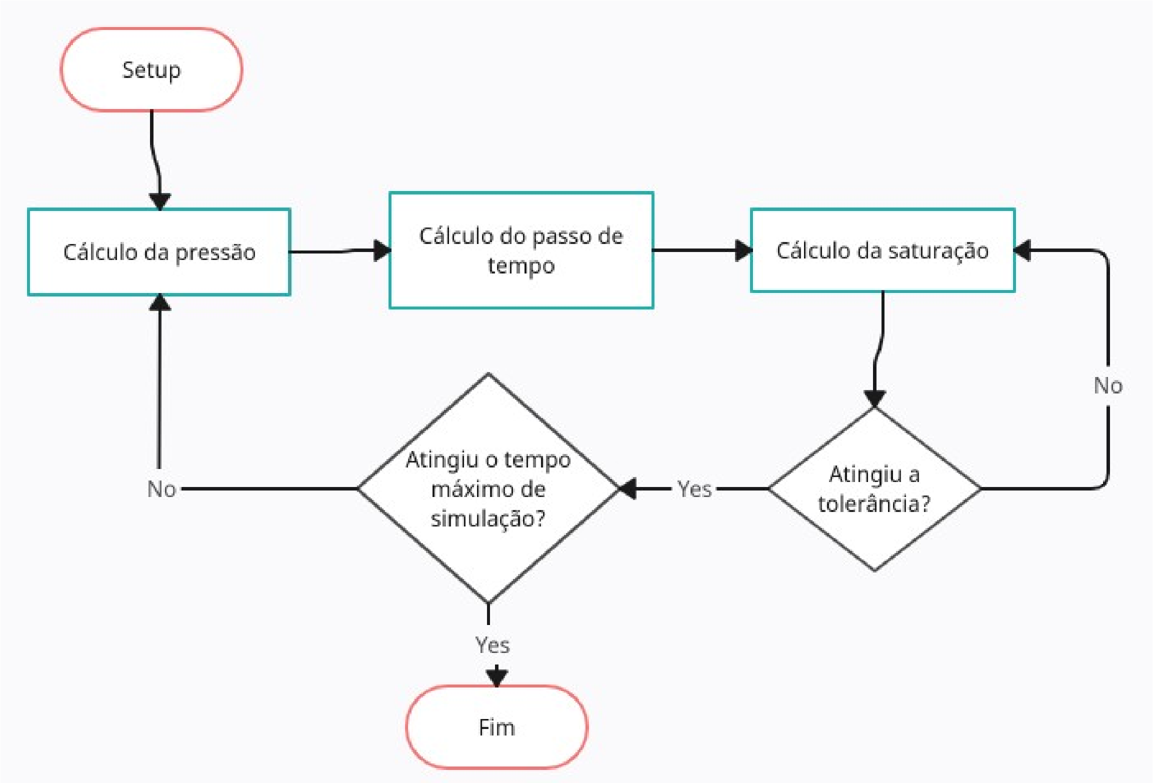
Método *Upwind* de primeira ordem

$$\begin{cases} S_w \mid_e = S_E, \text{ se } \vec{v}_w \geq 0 \\ S_w \mid_e = S_D, \text{ caso contrário} \end{cases}$$



Escoamento bifásico

Método Sequencial Implícito



Escoamento bifásico

Método Sequencial Implícito

$$\begin{cases} \sum_{F \in \partial V} \vec{v}_T(p^{t-1}) \cdot \vec{n} = Q_T^{t-1} V \\ \phi V \left(\dfrac{S_w^t - S_w^{t-1}}{\Delta t} \right) = - \sum_{F \in \partial V} \left(\vec{v}_w(S_w^t) \cdot \vec{n} \right) + Q_w(S_w^t) V \end{cases}$$

$$\frac{|\vec{v}|}{\phi} \left| \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right| \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq CFL$$

$$\phi V \left(\frac{S_w^t - S_w^{t-1}}{\Delta t} \right) + \sum_{F \in \partial V} \left(\vec{v}_w(S_w^t) \cdot \vec{n} \right) - Q_w(S_w^t) V = R$$

$$J = \frac{\partial R}{\partial S_w}$$

$$S_w^{\nu+1} - S_w^{\nu} = dS_w = -J^{-1} R$$

Condição de parada

$$\|dS_w\| < \varepsilon$$

Solução

$$S_w^t = S_w^{\nu+1}$$

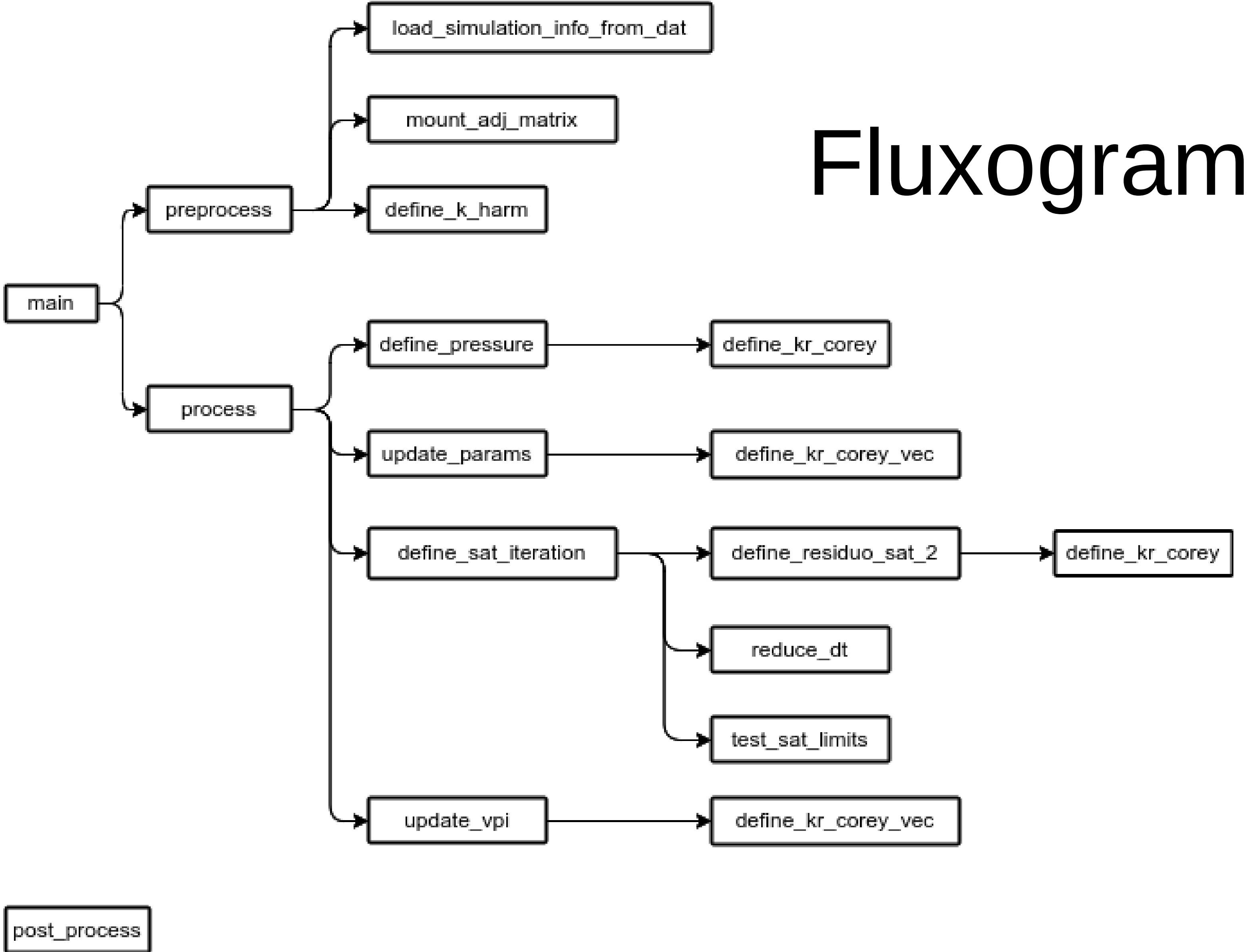
Pré-processamento

- geração da malha computacional, leitura e obtenção das propriedades da malha (geometria e estrutura de dados) utilizando a biblioteca pymoab;
- definição dos campos de permeabilidade e porosidade;
- definição das condições de contorno e iniciais;
- exportação dessas informações por meio da biblioteca *scipy*, que permite escrita e leitura de dados no formato .mat.

Pós-processamento

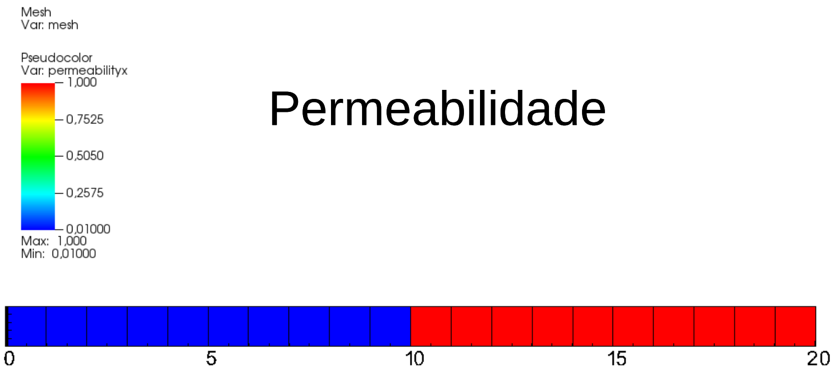
- Exportar arquivos para o formato .mat
- Geração de gráficos no matlab
- Geração de arquivos no formato .vtk (python) para posterior visualização no software Visit.

Fluxograma

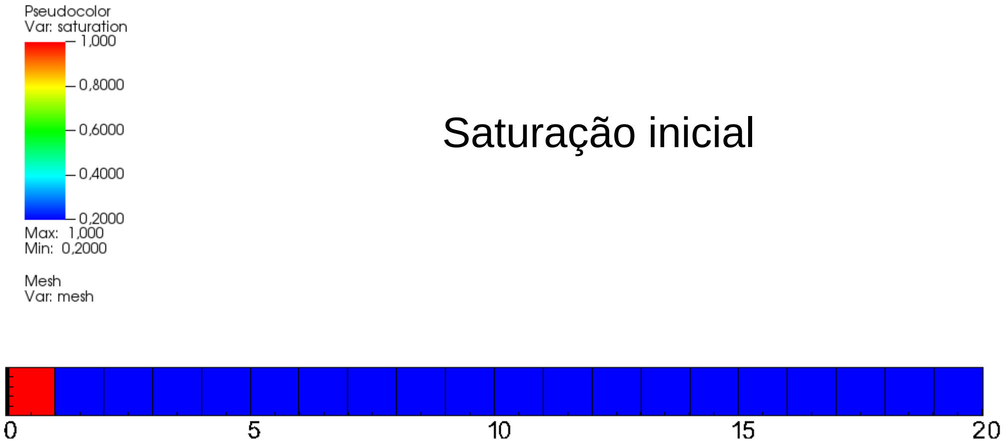

main
preprocess
load_simulation_info_from_dat
mount_adj_matrix
define_k_harm
process
define_pressure
define_kr_corey
update_params
define_kr_corey_vec
define_sat_iteration
define_residuo_sat_2
define_kr_corey
reduce_dt
test_sat_limits
update_vpi
define_kr_corey_vec
post_process

Resultados

Problema 1 - Escoamento bifásico 1D em meio heterogêneo



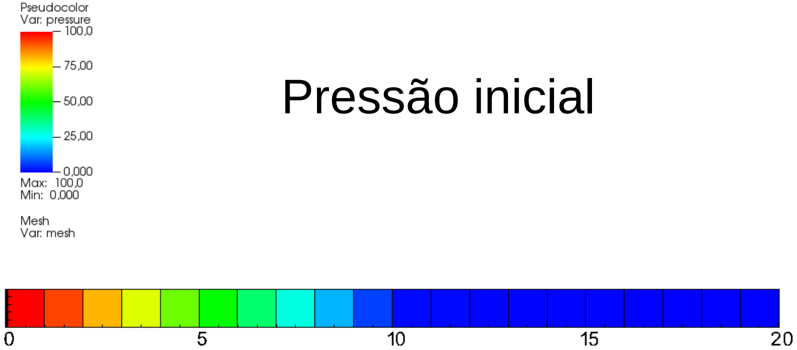
Permeabilidade



Saturação inicial

Pressão inicial

P = 100



P = 0

Resultados

Problema 1 - Escoamento bifásico 1D em meio heterogêneo

número máximo de iterações no cálculo da saturação = 10000;

valor máximo do erro = 100 (entre duas iterações consecutivas);

valor máximo de *loops* para reduzir o passo de tempo: 20;

CFL = 1;

vpi máximo = 0.75

$$n\alpha = 2$$

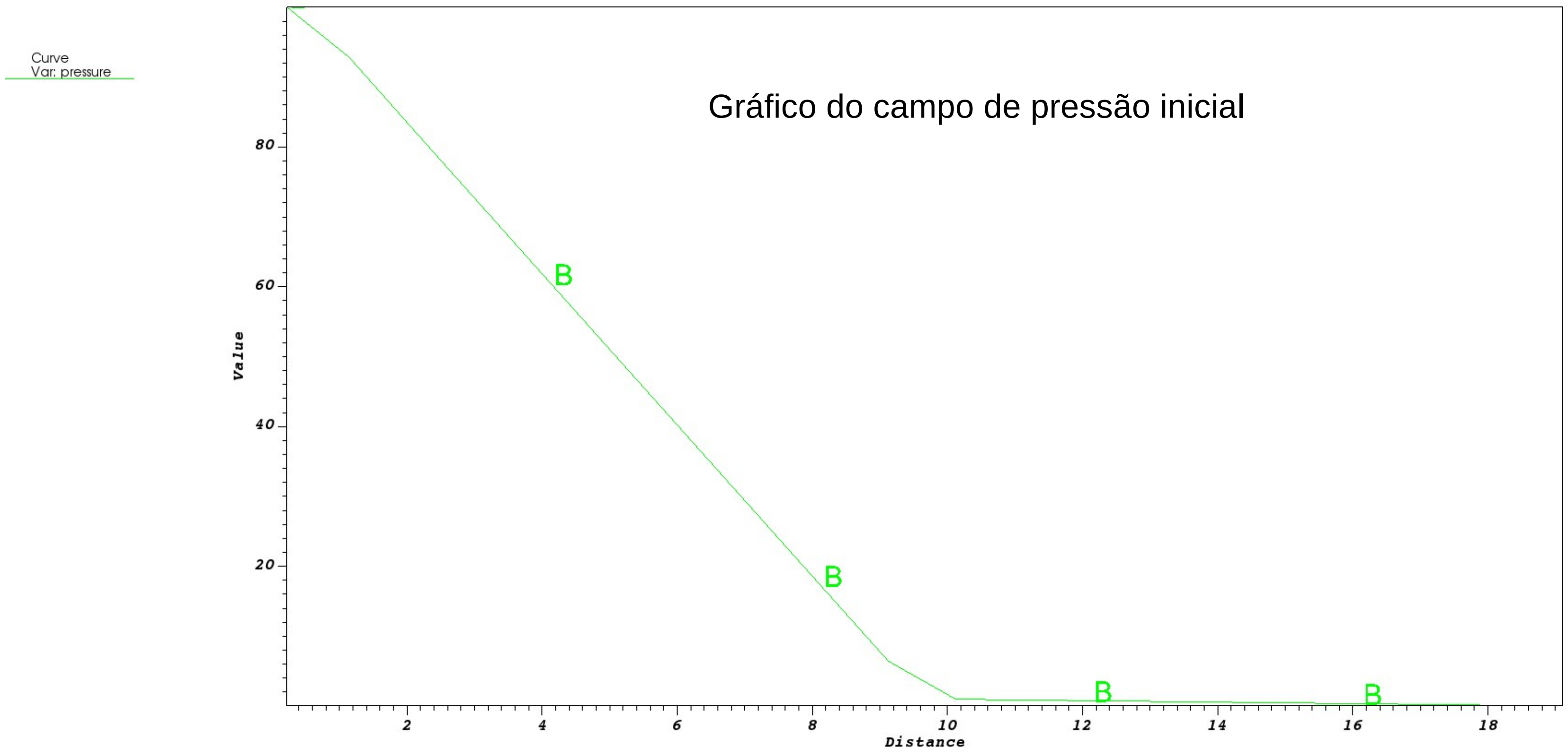
$$S_{wr} = S_{or} = 0.2$$

$$\varepsilon = 10^{-5}$$

$$kr_{\alpha}^{0} = 1 \qquad \frac{\mu_o}{\mu_w} = 1.5$$

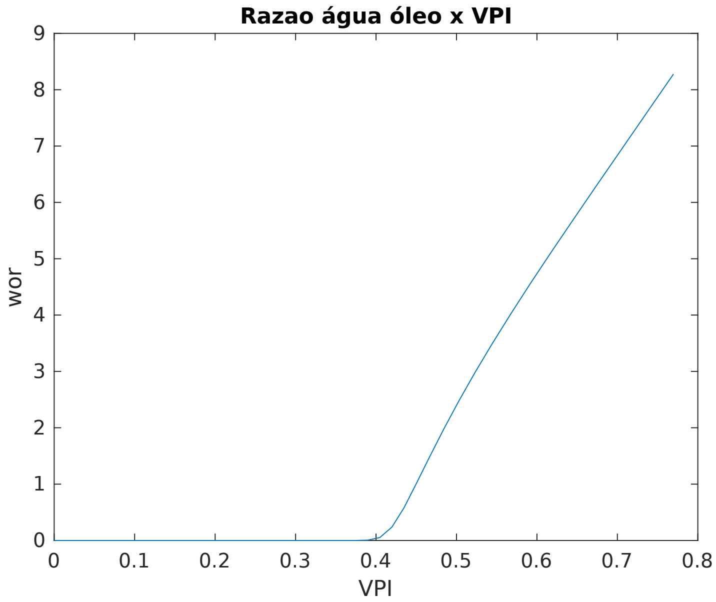
Resultados

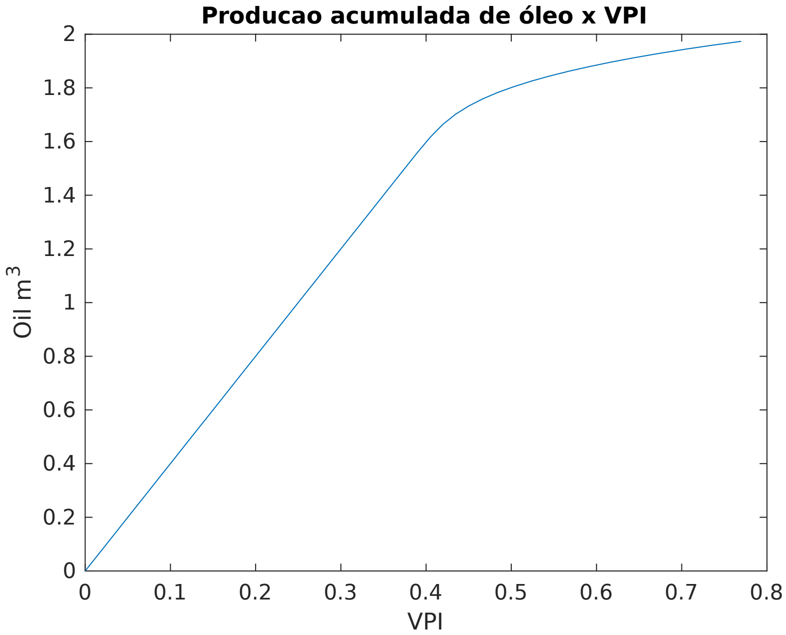
Problema 1 - Escoamento bifásico 1D em meio heterogêneo



Resultados

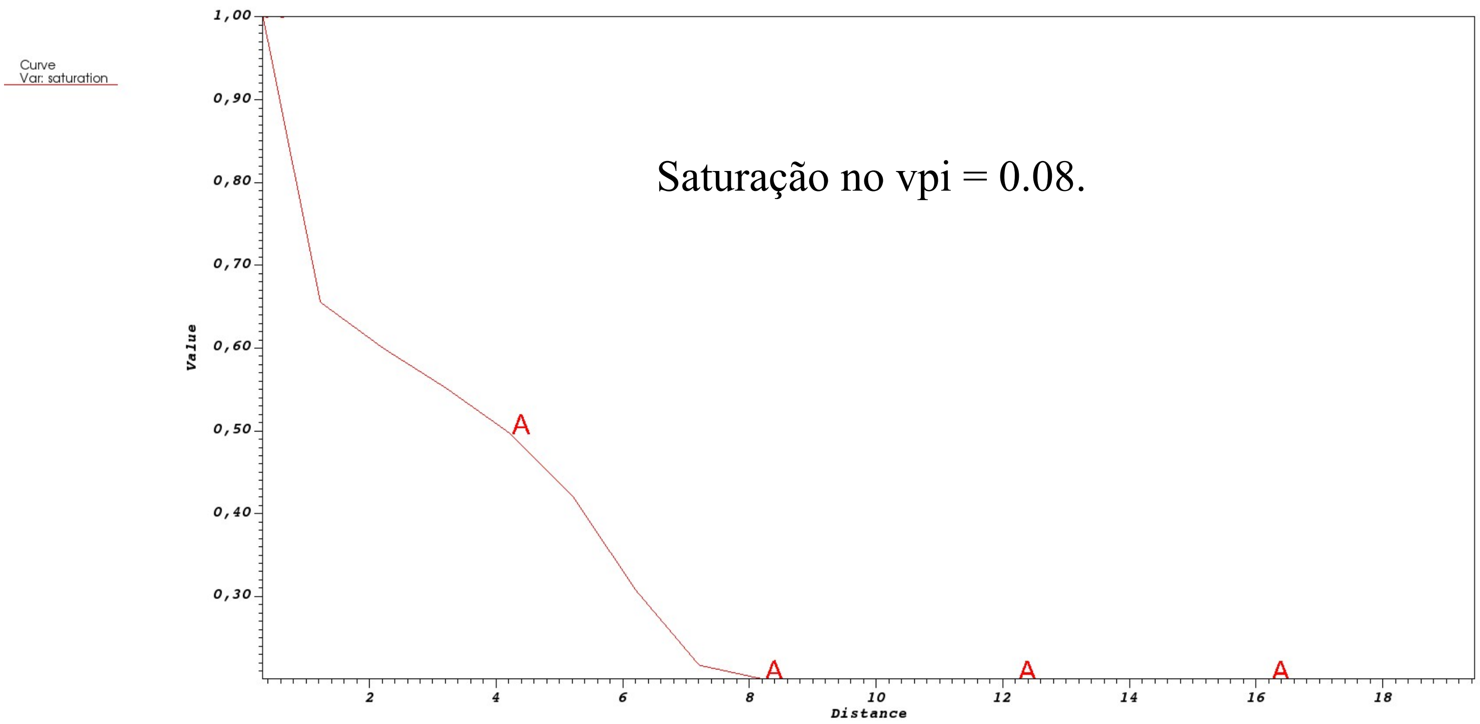
Problema 1 - Escoamento bifásico 1D em meio heterogêneo





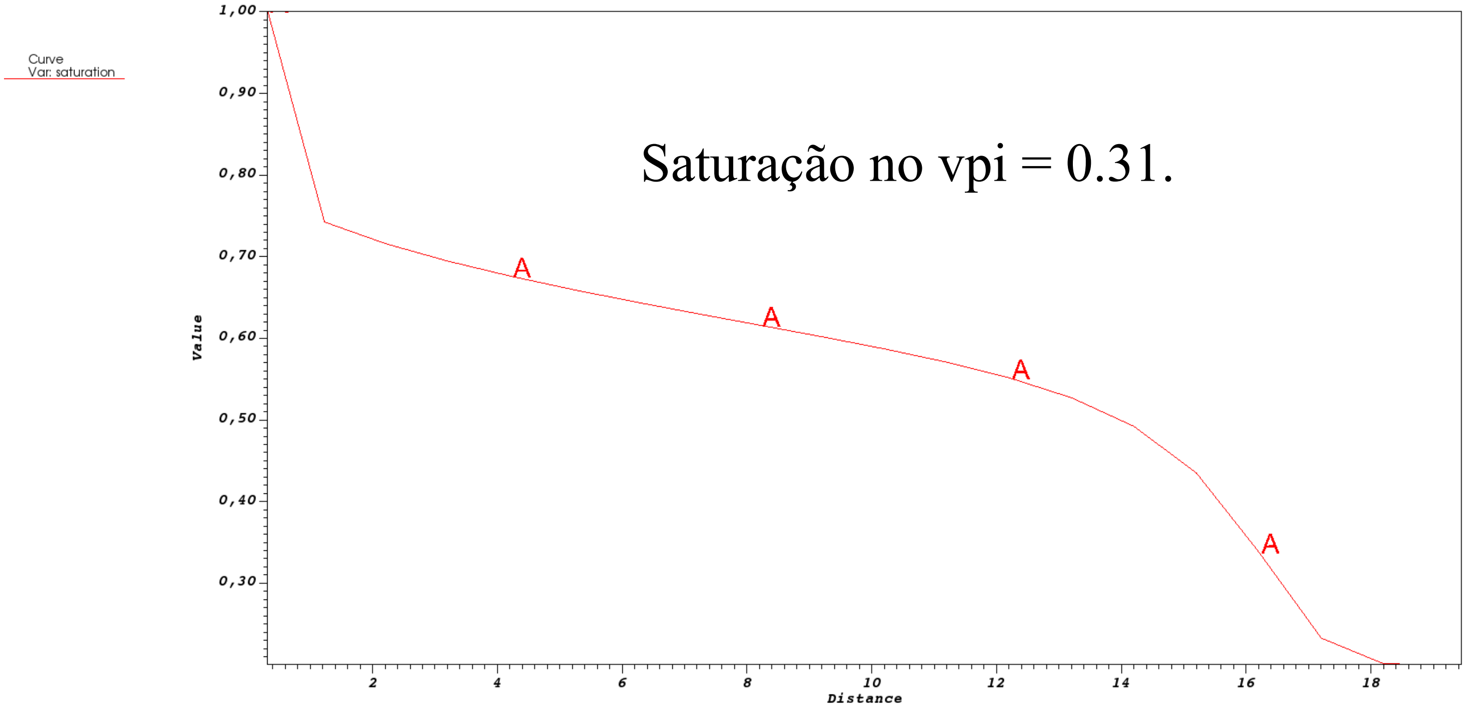
Resultados

Problema 1 - Escoamento bifásico 1D em meio heterogêneo



Resultados

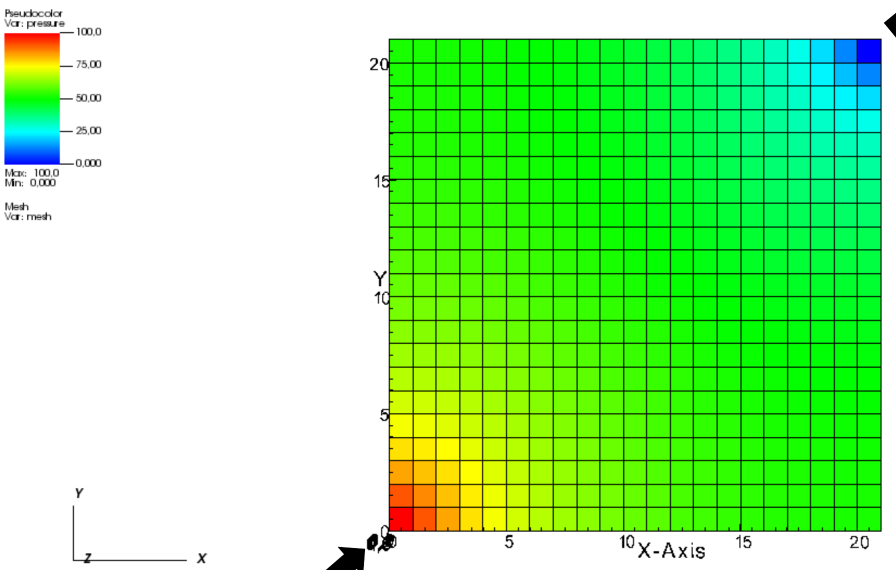
Problema 1 - Escoamento bifásico 1D em meio heterogêneo



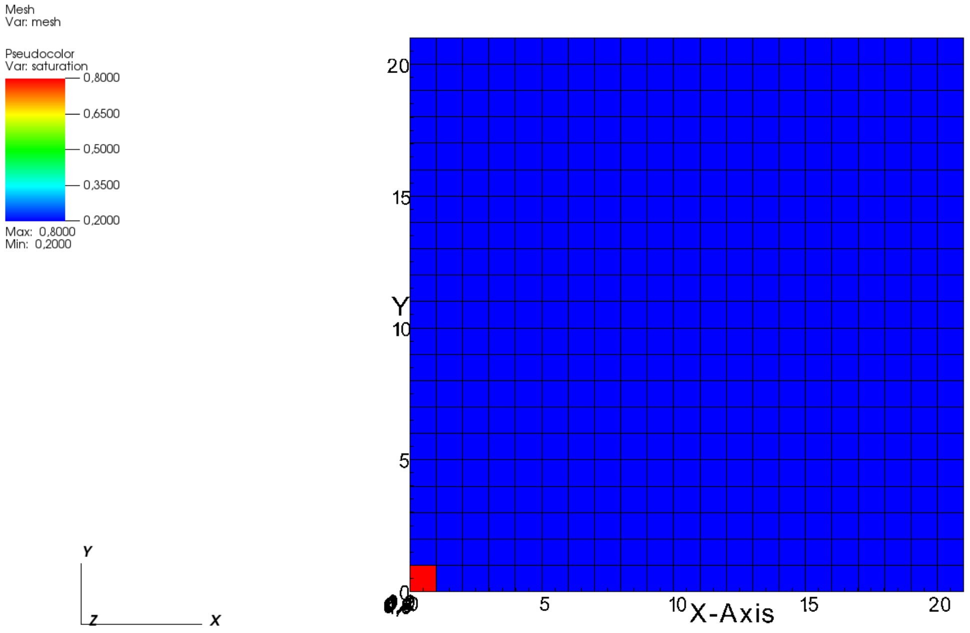
Resultados

Problema 2 – Escoamento 2D num meio homogêneo

P = 0



P = 100

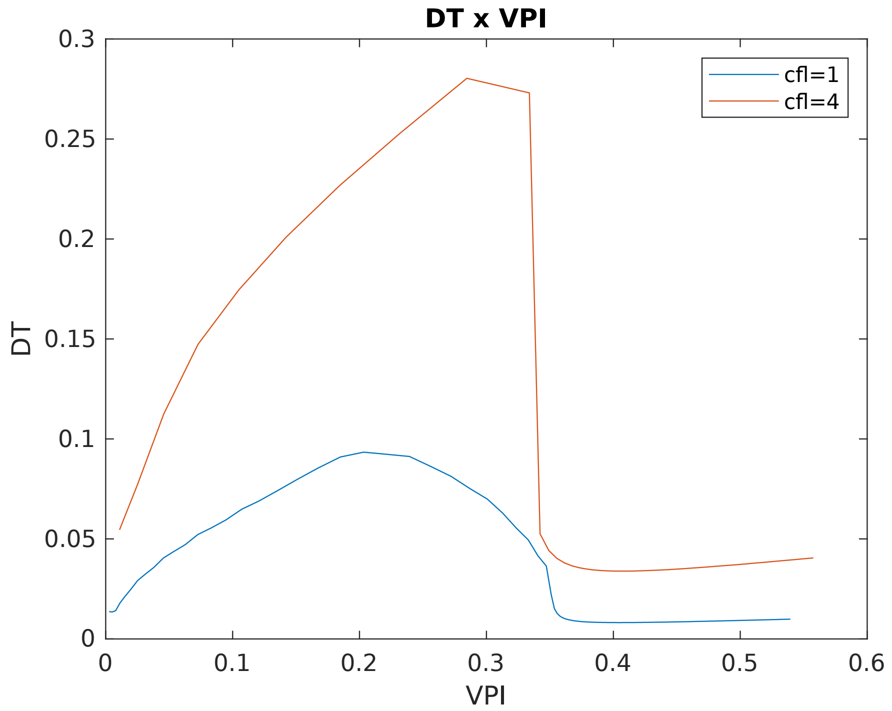


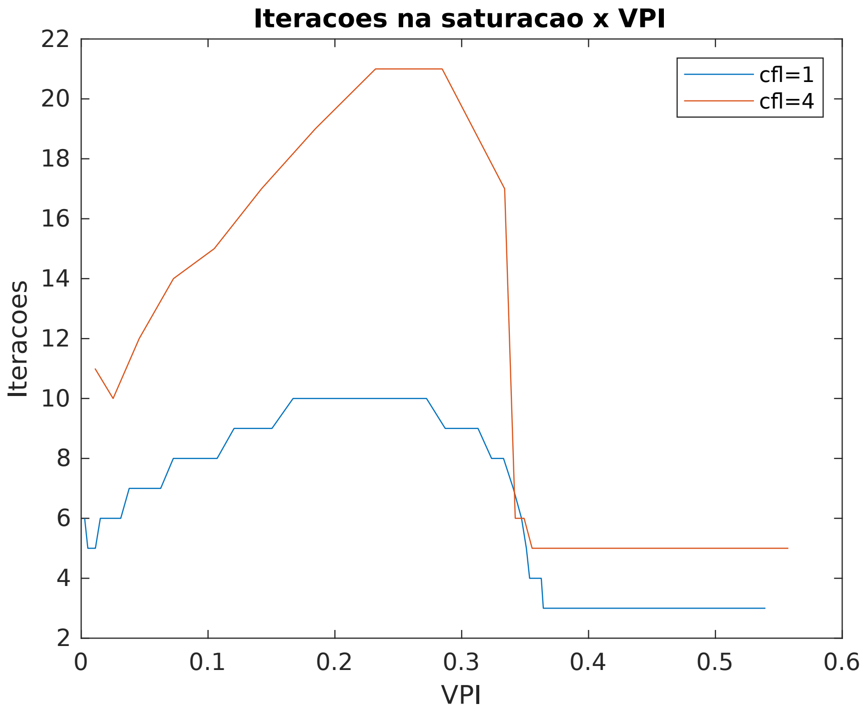
Saturação inicial

Razão água-óleo máxima = 3

Resultados

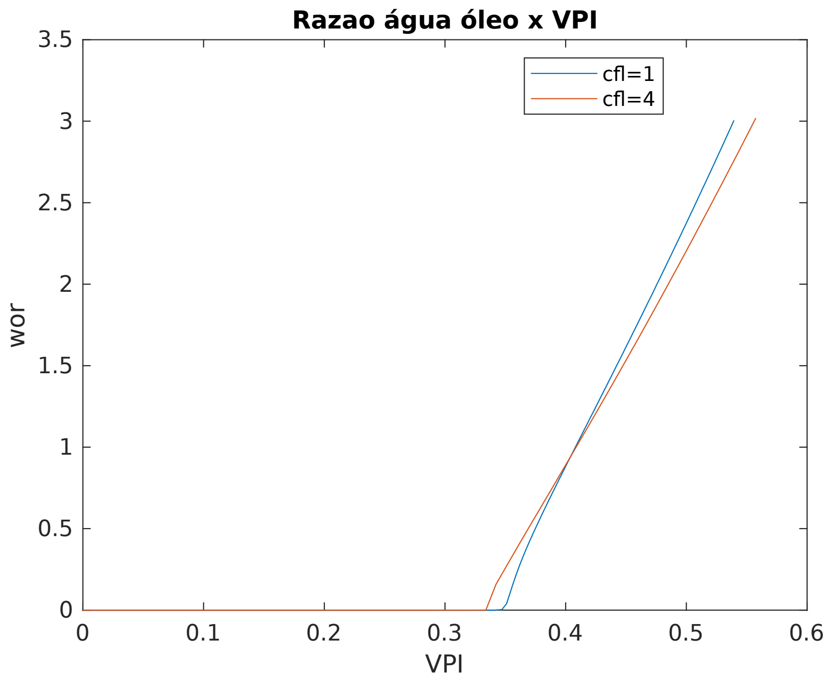
Problema 2 – Escoamento 2D num meio homogêneo

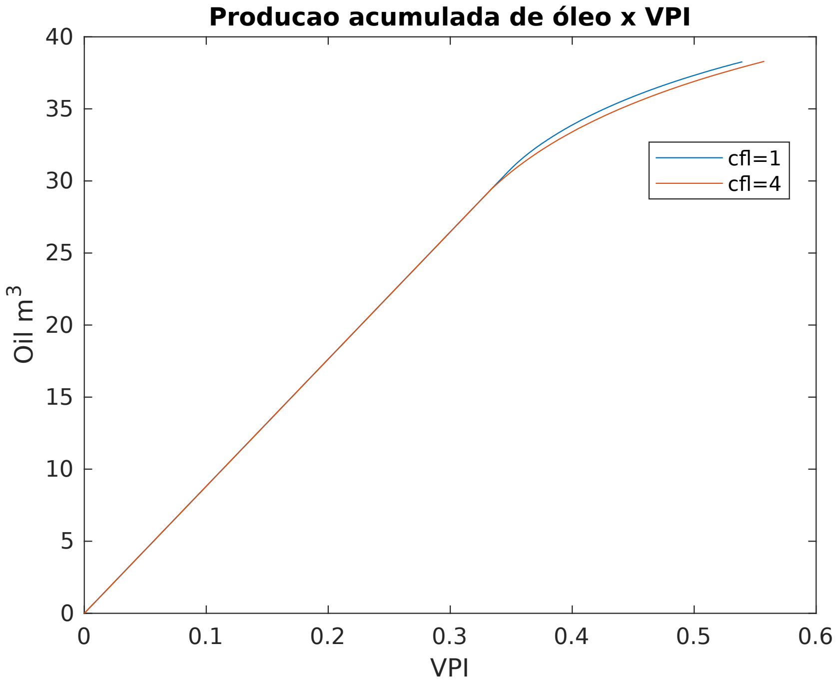




Resultados

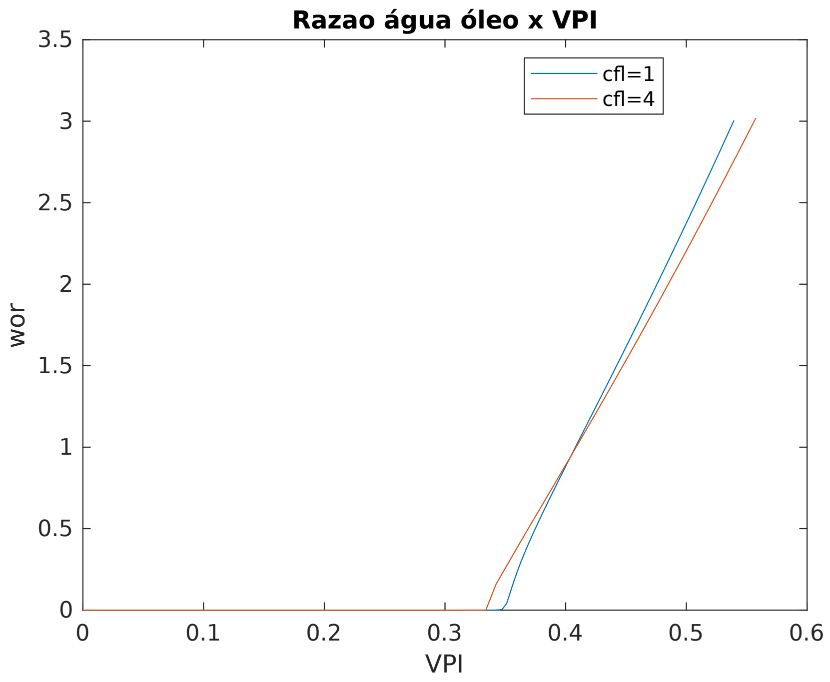
Problema 2 – Escoamento 2D num meio homogêneo

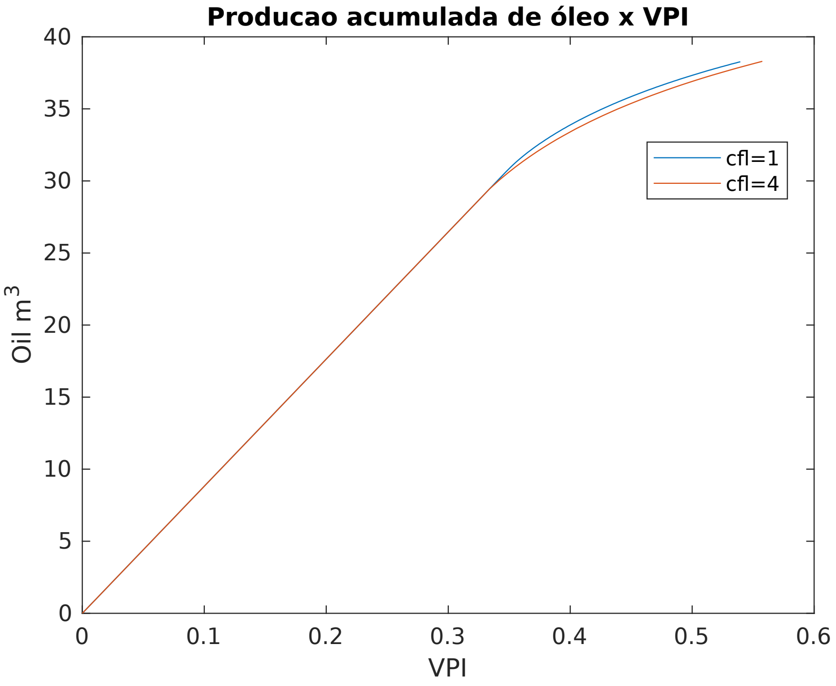




Resultados

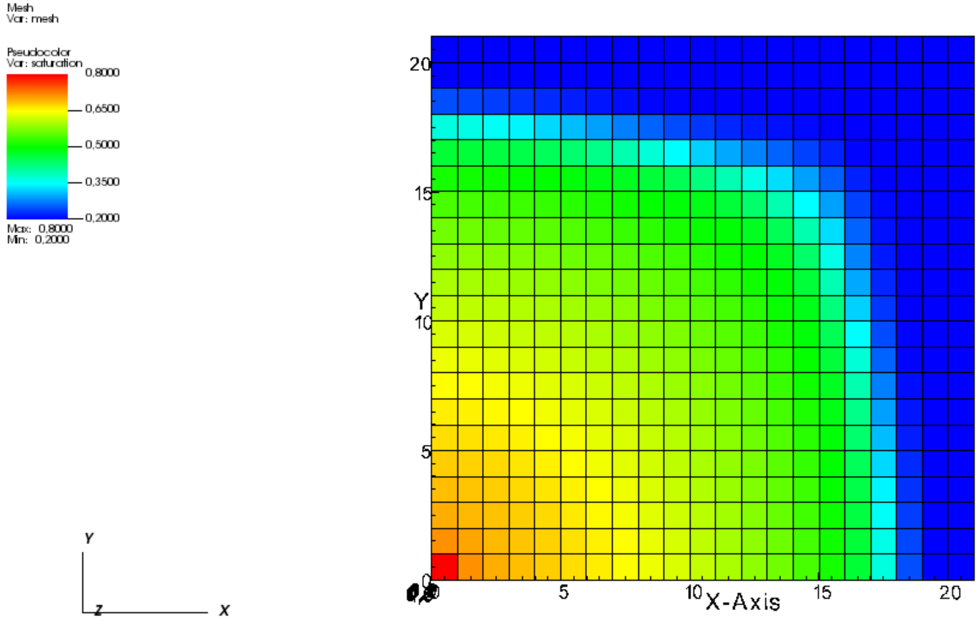
Problema 2 – Escoamento 2D num meio homogêneo



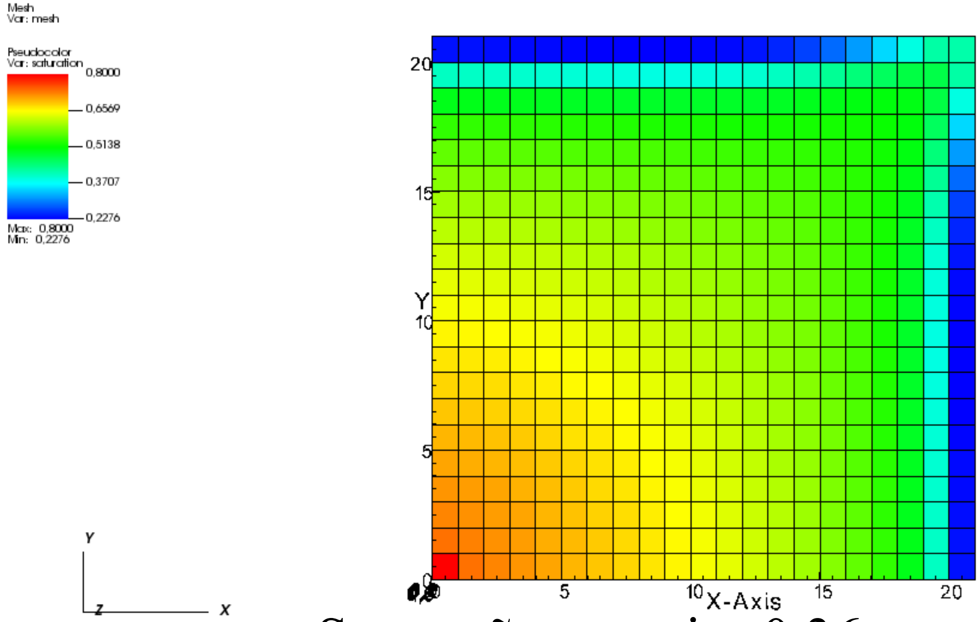


Resultados

Problema 2 – Escoamento 2D num meio homogêneo



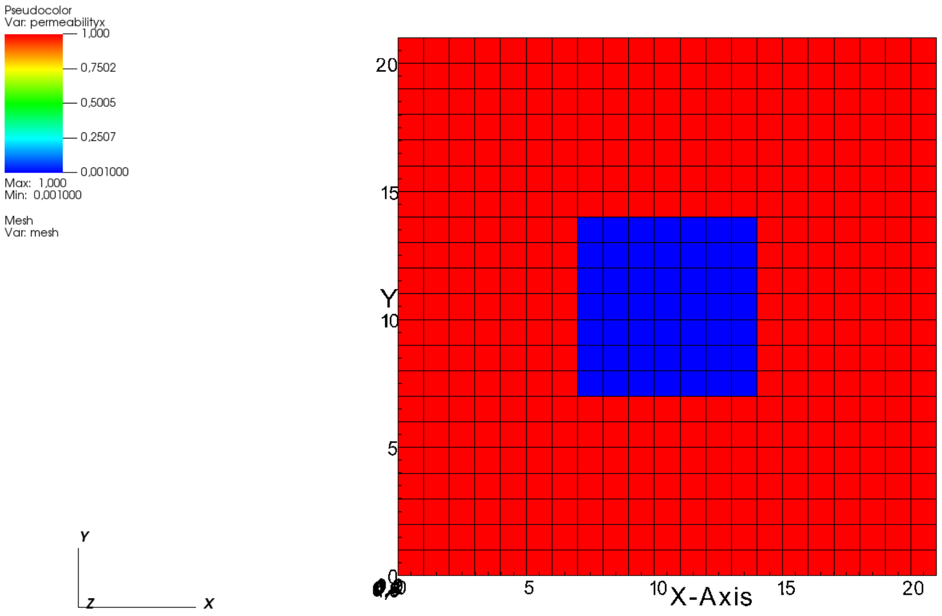
Saturação no vpi = 0.23.



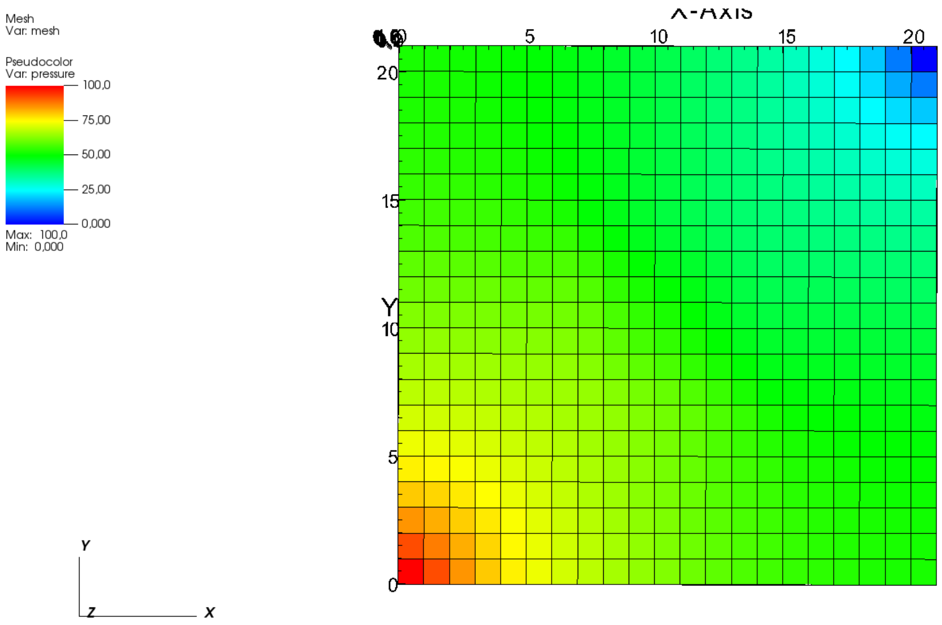
Saturação no vpi = 0.36.

Resultados

Problema 3 - Escoamento bidimensional em meio heterogêneo



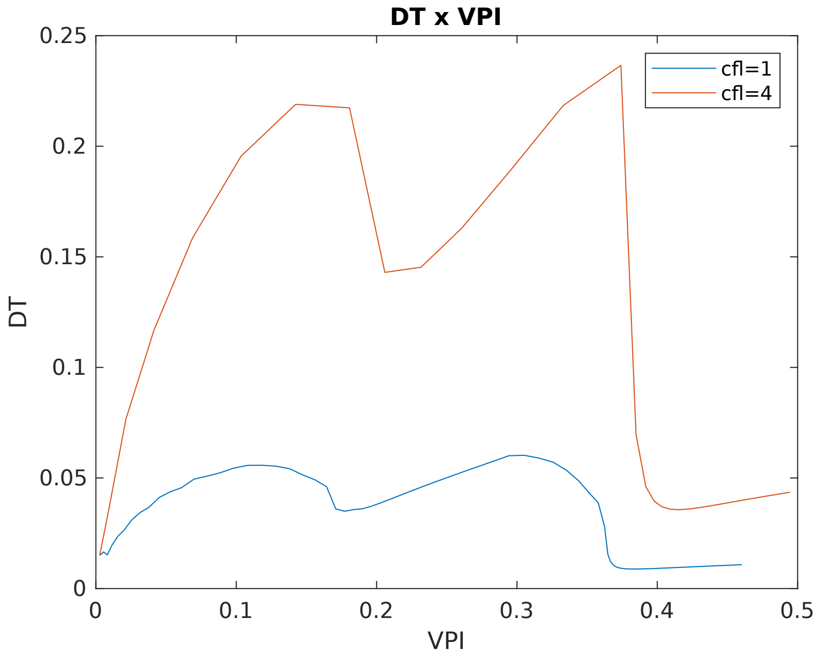
Campo de permeabilidade.

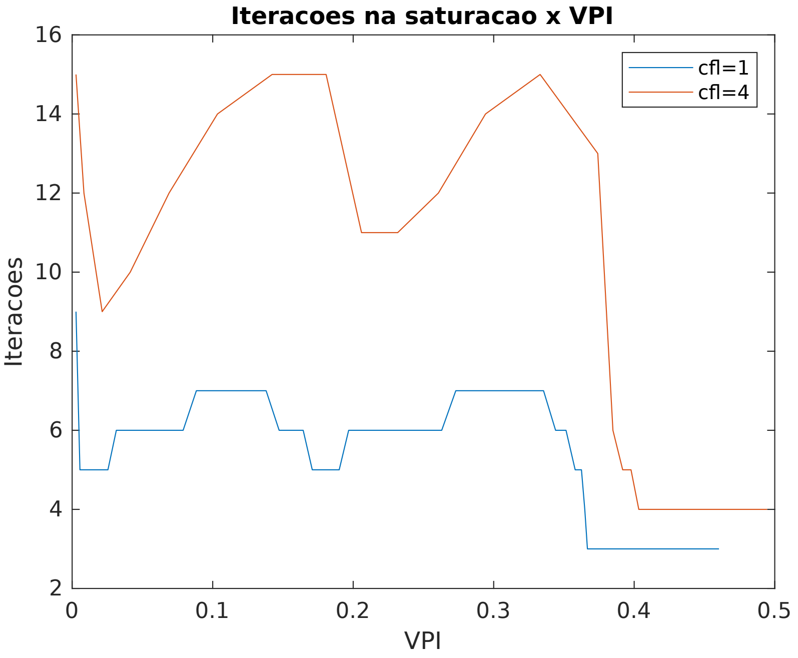


Campo de pressão inicial.

Resultados

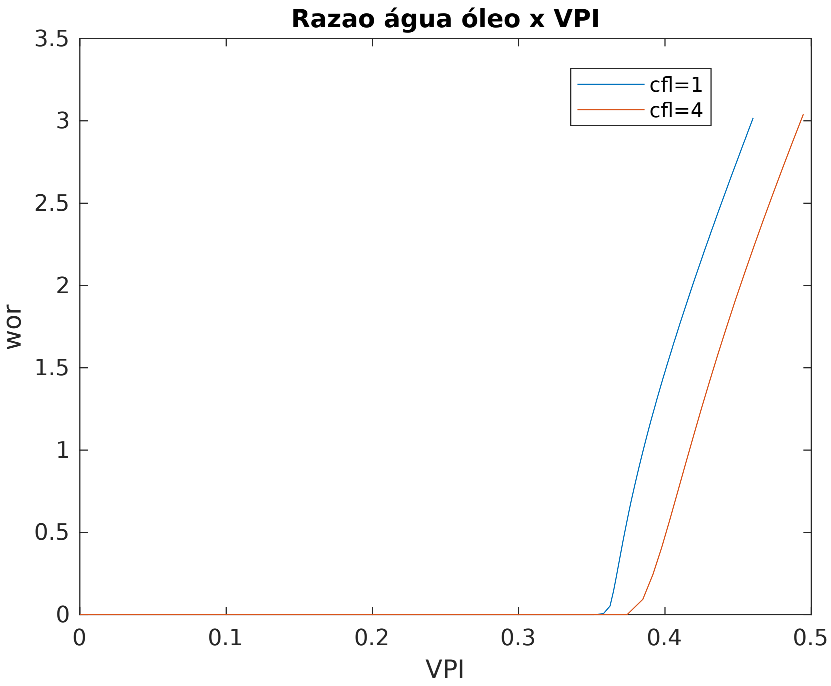
Problema 3 - Escoamento bidimensional em meio heterogêneo

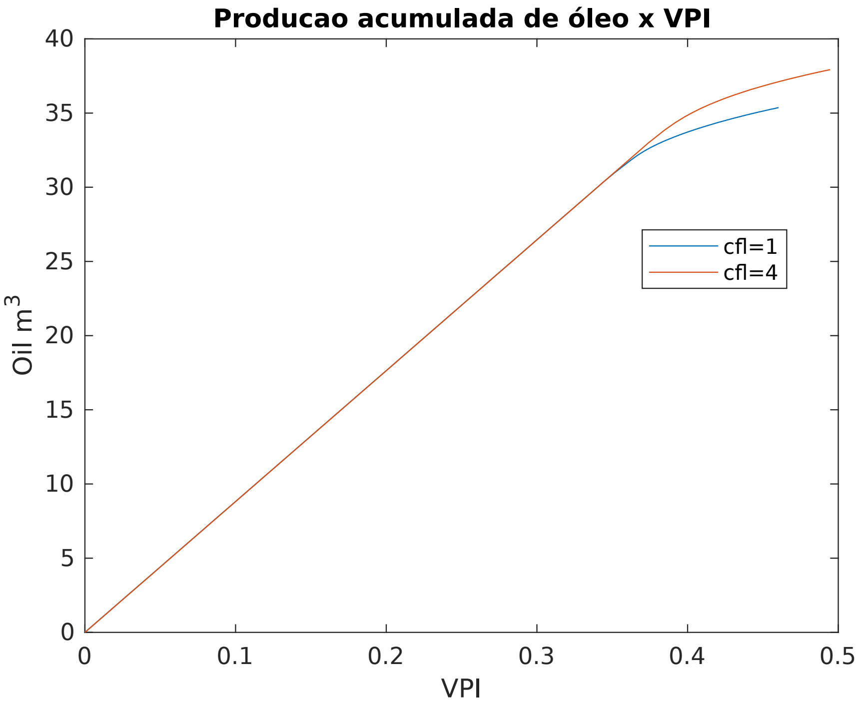




Resultados

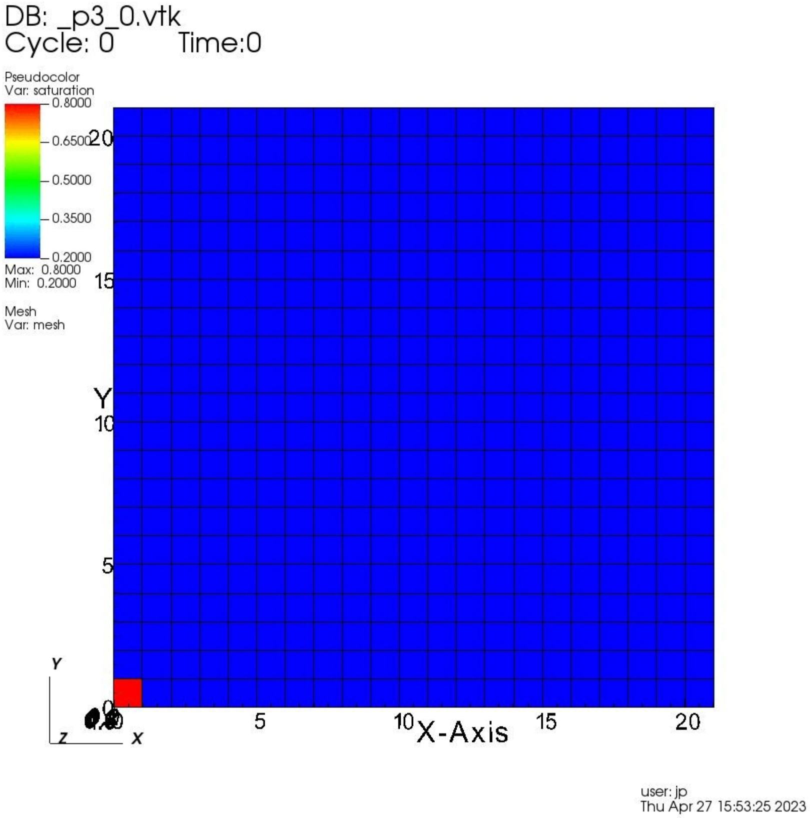
Problema 3 - Escoamento bidimensional em meio heterogêneo





Resultados

Problema 3 - Escoamento bidimensional em meio heterogêneo



Campo de saturação. CFL = 4.

Conclusões

- No Problema 1, é possível notar a diferença do gradiente de pressão nas regiões com diferentes campos de permeabilidade, como era de se esperar.
- Nos problemas 2 e 3 nota-se que a quantidade de iterações com CFL = 4 é maior que com o CFL = 1. Isso acontece devido a distância no tempo entre as soluções: quanto mais distante, mais iterações são necessárias para atingir a convergência.
- No gráfico da razão água-óleo do Problema 2, observa-se que as soluções estão próximas, diferentemente do Problema 3, onde a curva com CFL = 4 atrasou o *water cut,* gerando um cenário otimista em relação à simulação com CFL = 1.

Referências

CONTRERAS, F. R. L. Um Método de Volumes Finitos Centrado na Célula para a Simulação de Escoamentos Bifásicos em Reservatórios de Petróleo Heterogêneos e Anisotrópicos. Universidade Federal de Pernambuco. Recife. Dissertação (Mestrado). 2012.

CAVALCANTE, T. M. A finite volume scheme coupled with a hybrid-grid method for the 2-D simulation of two-phase flows in naturally fractured reservoirs. Universidade Federal de Pernambuco. Recife. Dissertação (Mestrado). 2019.

MARTIN F. Automatic Differentiation for Matlab (https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/15235-automatic-differentiation-for-matlab). Acessado em 8 de Maio de 2023.

Obrigado!