

# Automatización III

## Clase 9

Juan Pablo Restrepo Uribe

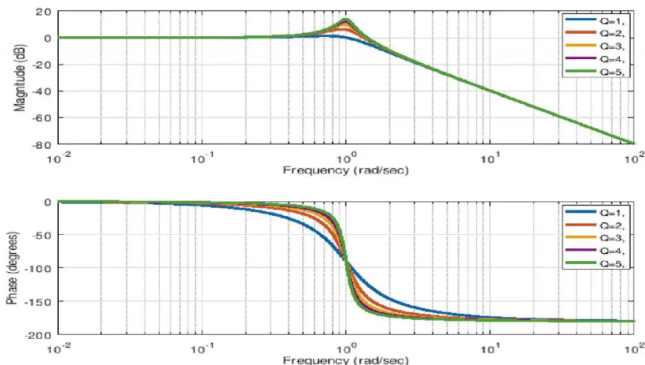
Instituto Tecnológico Metropolitano

April 24, 2025

**Juan Pablo Restrepo Uribe**  
**Ingeniero Biomédico**  
**MSc. Automatización y Control Industrial**

# Diagramas de Bode y Nyquist

Son herramientas esenciales en el análisis de sistemas de control lineales y en el estudio de la respuesta en frecuencia de sistemas dinámicos. Ambos proporcionan una visión intuitiva del comportamiento de un sistema frente a señales sinusoidales y permiten evaluar la estabilidad y el rendimiento del sistema.



# Diagrama de Bode

Representa la función de transferencia de un sistema en el dominio de la frecuencia. Se compone de dos gráficos separados pero relacionados:

- ▶ Diagrama de Magnitud: Se grafica la amplitud (o ganancia) en decibelios (dB) en función de la frecuencia (normalmente en una escala logarítmica).
- ▶ Diagrama de Fase: Se representa la fase (en grados) de la respuesta del sistema versus la frecuencia (también en escala logarítmica).

La representación en dos gráficos separados permite una interpretación clara de cómo el sistema atenúa o amplifica ciertas frecuencias y cómo desplaza la fase de la señal de entrada.

# Diagrama de Bode - Construcción

Para construir el diagrama de Bode se siguen varios pasos:

1. **Transformada de la Función de Transferencia:** Se parte de la función de transferencia  $G(s)$  del sistema. Al evaluar  $s = j\omega$  (donde  $\omega$  es la frecuencia angular), se obtiene  $G(j\omega)$ .
2. **Magnitud en dB:** Se calcula

$$20 \log_{10} |G(j\omega)|$$

para cada valor de  $\omega$ .

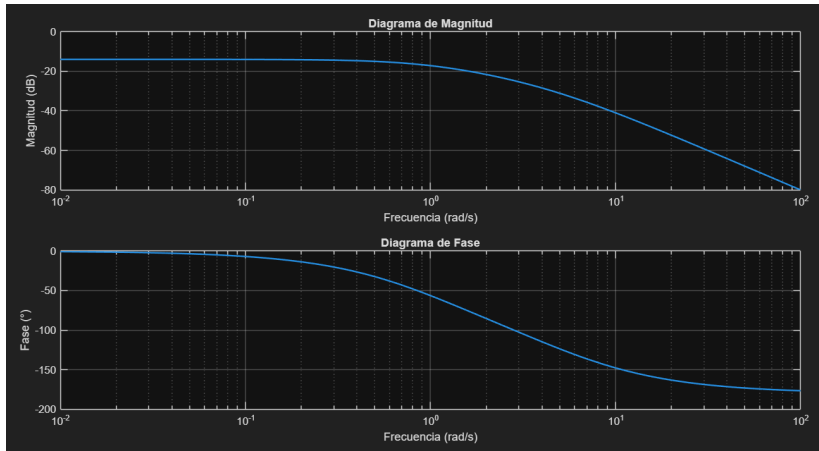
3. **Fase:** Se calcula el argumento de  $G(j\omega)$ , es decir,  $\angle G(j\omega)$  en grados.
4. **Escala Logarítmica:** Se utiliza una escala logarítmica en el eje de la frecuencia porque permite visualizar un rango muy amplio de frecuencias y facilita la identificación de puntos críticos, como la frecuencia de corte.

# Diagrama de Bode - Interpretación

El diagrama de Bode no solo muestra la respuesta del sistema ante distintas frecuencias, sino que también facilita:

- ▶ Evaluación de la Estabilidad: A través del margen de ganancia y margen de fase. Por ejemplo, un sistema es generalmente estable si tiene suficiente margen de fase (por lo general mayor a  $45^\circ$ ) y margen de ganancia (por lo general mayor a 6 dB).
- ▶ Diseño de Controladores: Permite ajustar compensadores como filtros de avance o retardo para cumplir con especificaciones de estabilidad y desempeño.
- ▶ Análisis de Robustez: Se analizan las variaciones en la respuesta del sistema ante perturbaciones o incertidumbres en el modelo.

# Ejemplo



## Ejemplo

- ▶ Ganancia en baja frecuencia: A muy bajas frecuencias, el sistema se comporta casi como una ganancia constante (no amplifica ni atenúa de manera significativa).
- ▶ Pendiente en alta frecuencia: Conforme la frecuencia aumenta, la magnitud desciende con una pendiente que, a simple vista, parece alcanzar aproximadamente  $-40$  dB década
- ▶ Fase en baja frecuencia: En frecuencias bajas, la fase se acerca a  $0$ . Esto es típico de sistemas cuyo comportamiento en DC es de ganancia unitaria.
- ▶ Fase a media y alta frecuencia: La fase desciende hasta valores cercanos a  $-180$  en altas frecuencias. Esto coincide con la hipótesis de que hay al menos dos polos (cada polo aporta aproximadamente  $-90$  de fase a muy alta frecuencia).
- ▶ No se observa que la fase llegue mucho más allá de  $-180$ , lo que podría indicar que no hay más de dos polos dominantes influyendo de forma significativa en la banda mostrada en el gráfico.



# Diagrama de Nyquist

El diagrama de Nyquist es una representación gráfica que muestra la trayectoria que recorre  $G(j\omega)$  (o  $L(j\omega)$  en lazo abierto) en el plano complejo a medida que la frecuencia  $\omega$  varía desde 0 hasta  $\infty$  (y, en ocasiones, hasta  $-\infty$  para sistemas con simetría). En este diagrama se representan tanto la magnitud como la fase en un solo gráfico:

- ▶ **Eje Real (x):** Representa la parte real de  $G(j\omega)$ .
- ▶ **Eje Imaginario (y):** Representa la parte imaginaria de  $G(j\omega)$ .

# Diagrama de Nyquist - Criterio de Nyquist

El diagrama de Nyquist es la base para el criterio de Nyquist, una herramienta de análisis de estabilidad que establece condiciones para sistemas en lazo cerrado a partir de la forma del diagrama de lazo abierto. Los pasos clave son:

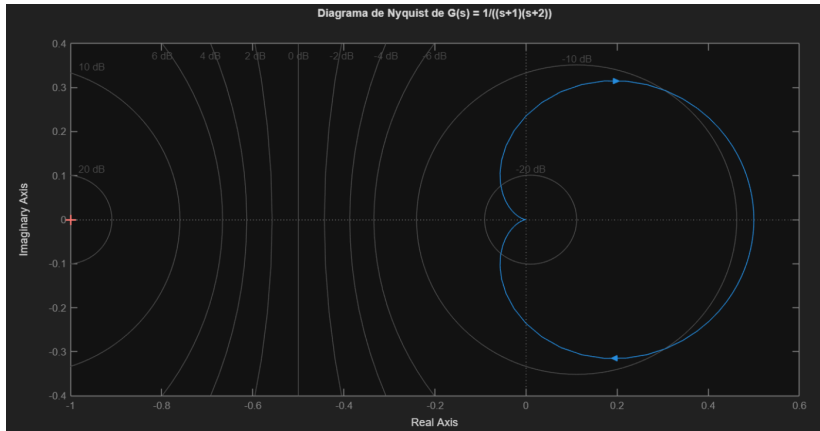
1. **Contorno de Nyquist:** Se traza un contorno en el plano  $s$  (generalmente alrededor de los polos en el semiplano derecho) y se mapea en el plano  $G(j\omega)$ .
2. **Encierro del Punto Crítico  $(-1, 0)$ :** Se analiza cuántas veces el diagrama encierra el punto crítico  $(-1, 0)$ . Según el criterio, el número de encierros (contados en sentido horario y antihorario) se relaciona con la cantidad de polos de  $G(s)$  ubicados en el semiplano derecho y, por lo tanto, con la estabilidad del sistema.
3. **Conclusiones de Estabilidad:** Si el diagrama no encierra el punto  $(-1, 0)$  (o lo hace de una forma que cumpla con ciertas condiciones), el sistema es estable. De lo contrario, existen inestabilidades o tendencias a la oscilación.

# Diagrama de Nyquist

El diagrama de Nyquist se utiliza principalmente cuando:

- ▶ **Sistemas con Polos en el Lado Derecho:** Permite evaluar la estabilidad de sistemas que pueden tener polos en el semiplano derecho sin necesidad de convertir la función de transferencia al dominio de frecuencia de forma asintótica.
- ▶ **Análisis Completo de la Respuesta Compleja:** Al integrar la información de magnitud y fase en un solo gráfico, permite identificar rutas de retroalimentación y la robustez del sistema frente a variaciones del modelo.
- ▶ **Diseño de Controladores:** Es útil en el diseño robusto, especialmente al analizar cómo varían las características del sistema ante cambios en parámetros.

# Ejemplo



# Comparación

Comparación y Relación entre Ambos Diagramas Aunque ambos diagramas se basan en la función de transferencia del sistema y en la respuesta en frecuencia, se diferencian en varios aspectos:

- ▶ Representación:
  - ▶ Bode: Separa la magnitud y la fase en dos gráficos, facilitando una rápida estimación de márgenes de ganancia y de fase.
  - ▶ Nyquist: Combina ambas en un solo gráfico en el plano complejo, enfatizando la geometría de la respuesta.
- ▶ Aplicación en la Estabilidad:
  - ▶ Bode: Proporciona indicadores como los márgenes de ganancia y fase para determinar la estabilidad.
  - ▶ Nyquist: Utiliza el criterio de encierro del punto crítico  $(-1,0)$  para establecer la estabilidad en lazo cerrado.

# Comparación

- Interpretación de Oscilaciones y Resonancias: Los diagramas de Bode facilitan la identificación de resonancias y caídas en ganancia mediante pendientes y cortes de frecuencia, mientras que los diagramas de Nyquist muestran de forma directa cómo las oscilaciones en la respuesta del sistema afectan la estabilidad.

# Proyecto final - Objetivo

Mantener una temperatura constante (ej.  $37.5^{\circ}\text{C}$ ) dentro de una cámara usando un sensor de temperatura y un actuador térmico (como una resistencia controlada por PWM).

# Proyecto final - Materiales

- ▶ Arduino Uno/Nano/ESP32
- ▶ Sensor de temperatura (LM35, DHT22, DS18B20 o similar)
- ▶ Actuador térmico Resistencia, bombillo de 12 V, calefactor
- ▶ MOSFET o relay para controlar el actuador desde el Arduino
- ▶ Fuente de alimentación Adecuada para el actuador (12V o según el caso)
- ▶ Display LCD o serial: Para mostrar temperatura y estado
- ▶ Caja aislada Cajón, icopor, neverita, caja plástica con tapa, etc.
- ▶ Ventilador pequeño: Para distribuir el calor uniformemente



# Conexión del actuador (bombillo/resistencia) con MOSFET

- Drena (Drain) del MOSFET a negativo del actuador.
- Fuente (Source) del MOSFET a GND Arduino.
- Gate del MOSFET a pin PWM (D9) del Arduino.
- Positivo del actuador a +12V.

