
Índice general

8. Función a Trozos	5
8.1. Funciones a trozos conocidas	5
8.1.1. Función escalón de Heaviside	5
8.1.2. Función Signo	6
8.1.3. Función Valor Absoluto	7



Clase 8

Función a Trozos

Una función a trozos tiene la forma

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{si condición } a_1 \\ f_2(x) & \text{si condición } a_2 \\ \vdots & \\ f_n(x) & \text{si condición } a_n \end{cases}$$

Este tipo de funciones nos permite definir funciones para distintos problemas.

8.1 Funciones a trozos conocidas

Existen algunas funciones a trozos (o por partes) definidas en la teoría.

8.1.1 Función escalón de Heaviside

La función escalón de Heaviside tiene la forma

$$\forall x \in \mathbb{R} : H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Se usa esta función es procesamiento de señales y en la ingeniería de control.

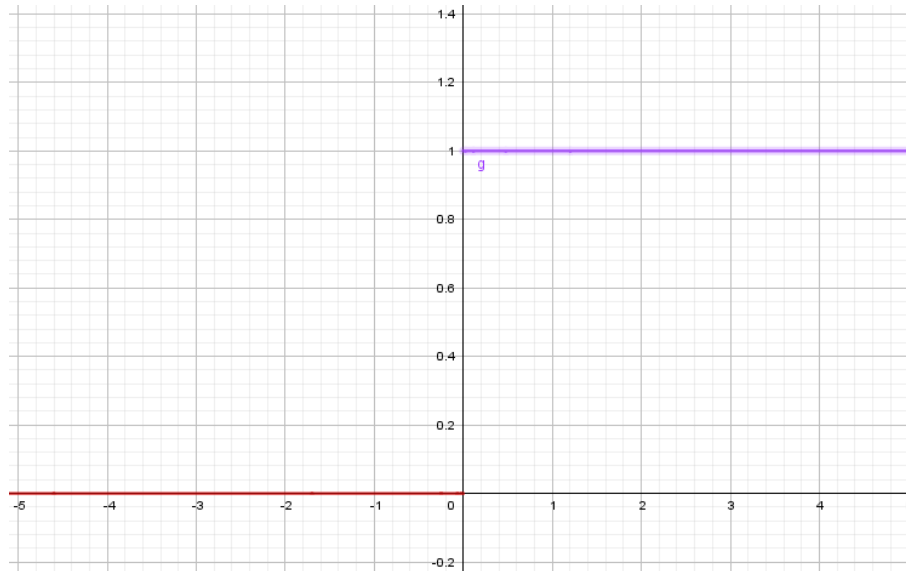


Figura 8.1: Gráfica de la función escalon unitario

8.1.2 Función Signo

La función signo se define como

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

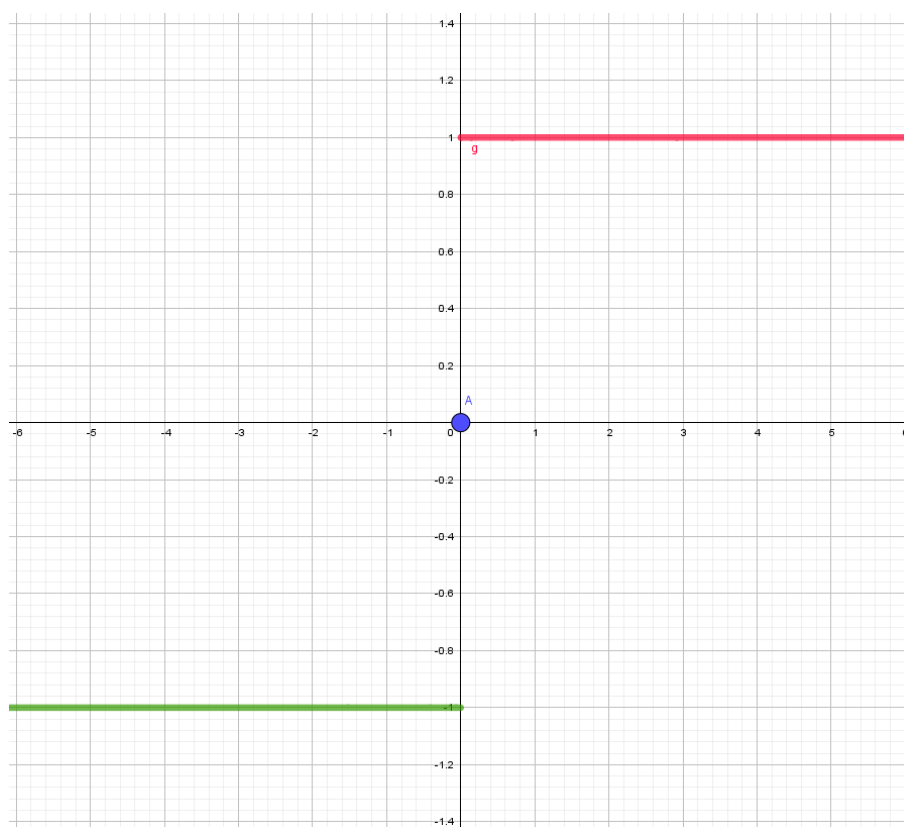


Figura 8.2: Gráfica de la función Signo

8.1.3 Función Valor Absoluto

La función valor absoluto se define como

$$f(x) = |x| = \sqrt{x^2}$$

que es igual a

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Como se observa es una función a trozos y su gráfica es la siguiente

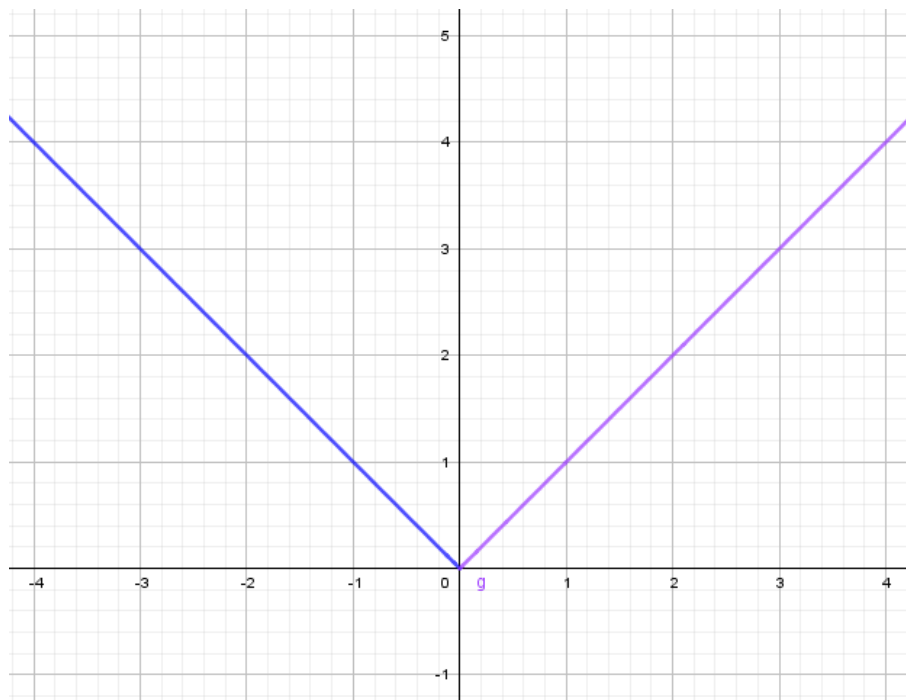


Figura 8.3: Gráfica de la función $f(x) = |x|$

Ejemplos

En los siguientes ejercicios dibuje la función y determine su dominio y rango.

1.
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

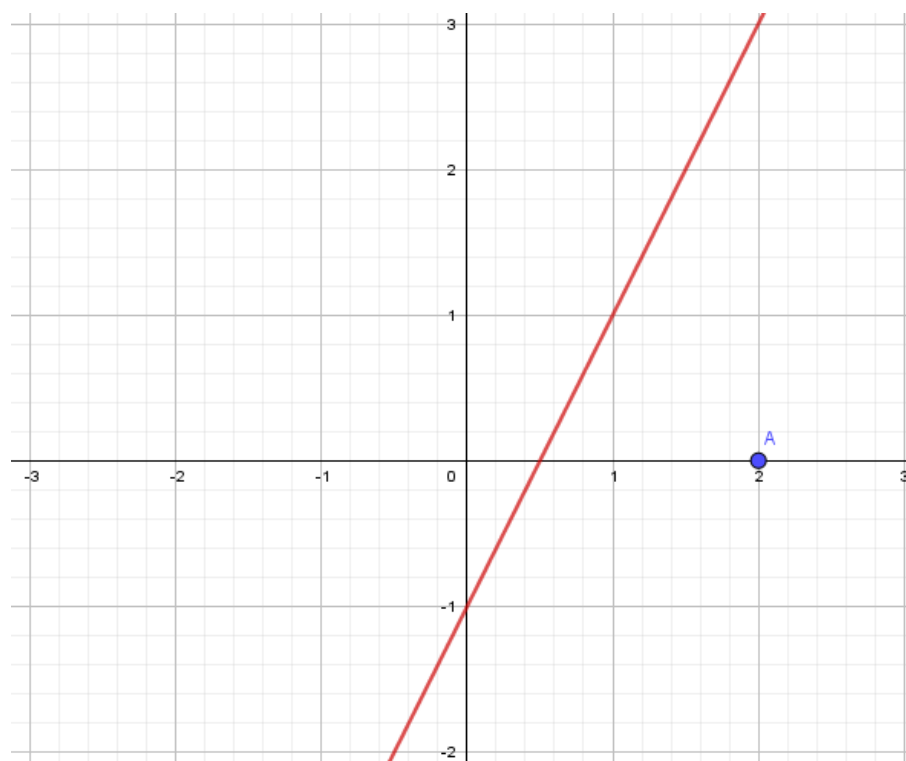


Figura 8.4: Gráfica de la Función

○ **Dominio** se define como

$$\text{Dom}f : \{x/x \in \mathbb{R}\}$$

○ El **Rango**

$$\text{Rango}f : \{y/y \in \mathbb{R} - 3\}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 6x + 7 & \text{si } x \leq -2 \\ 4 - x & \text{si } x > -2 \end{cases}$$

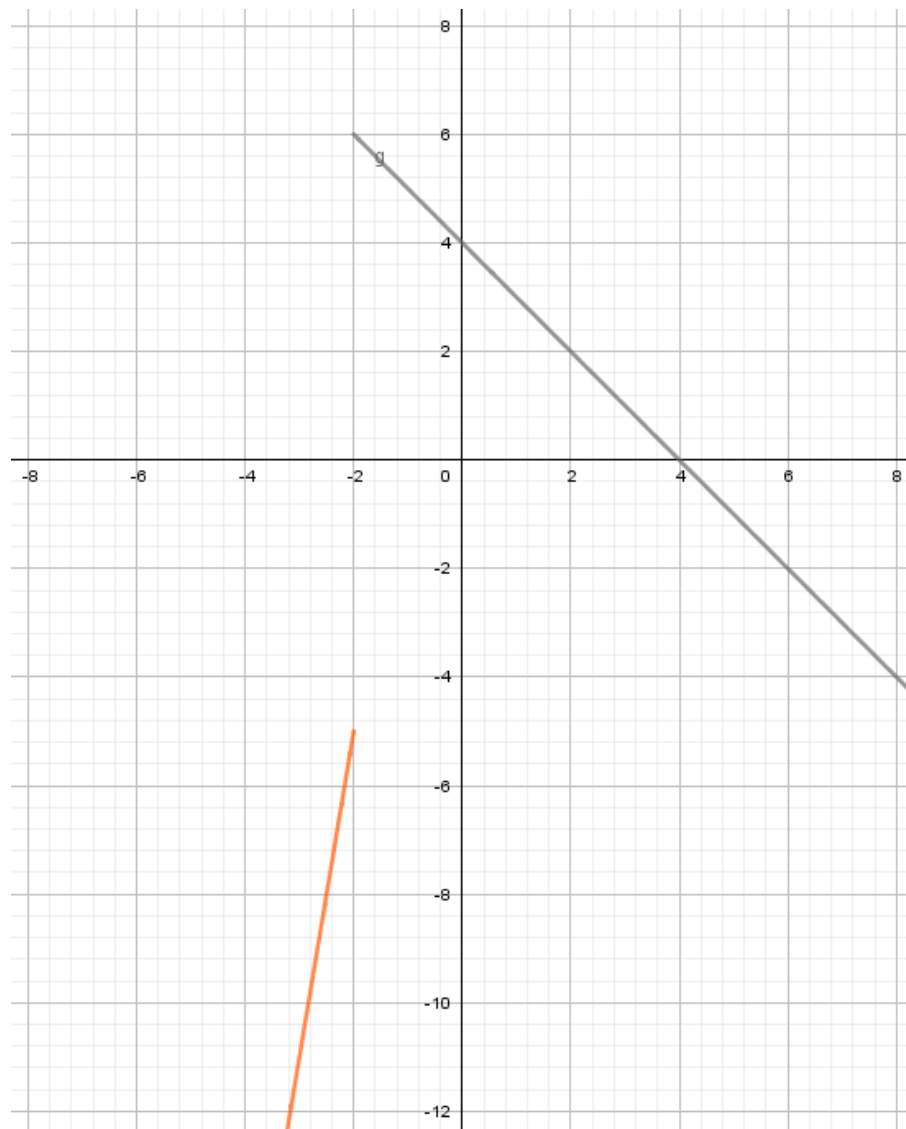


Figura 8.5: Gráfica de la Función

○ **Dominio** se define como

$$\text{Dom}f : \{x/x \in \mathbb{R}\}$$

○ El **Rango**

$$\text{Rango}f : \{y/y \in (-\infty, 6]\}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \neq 3 \\ -2 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

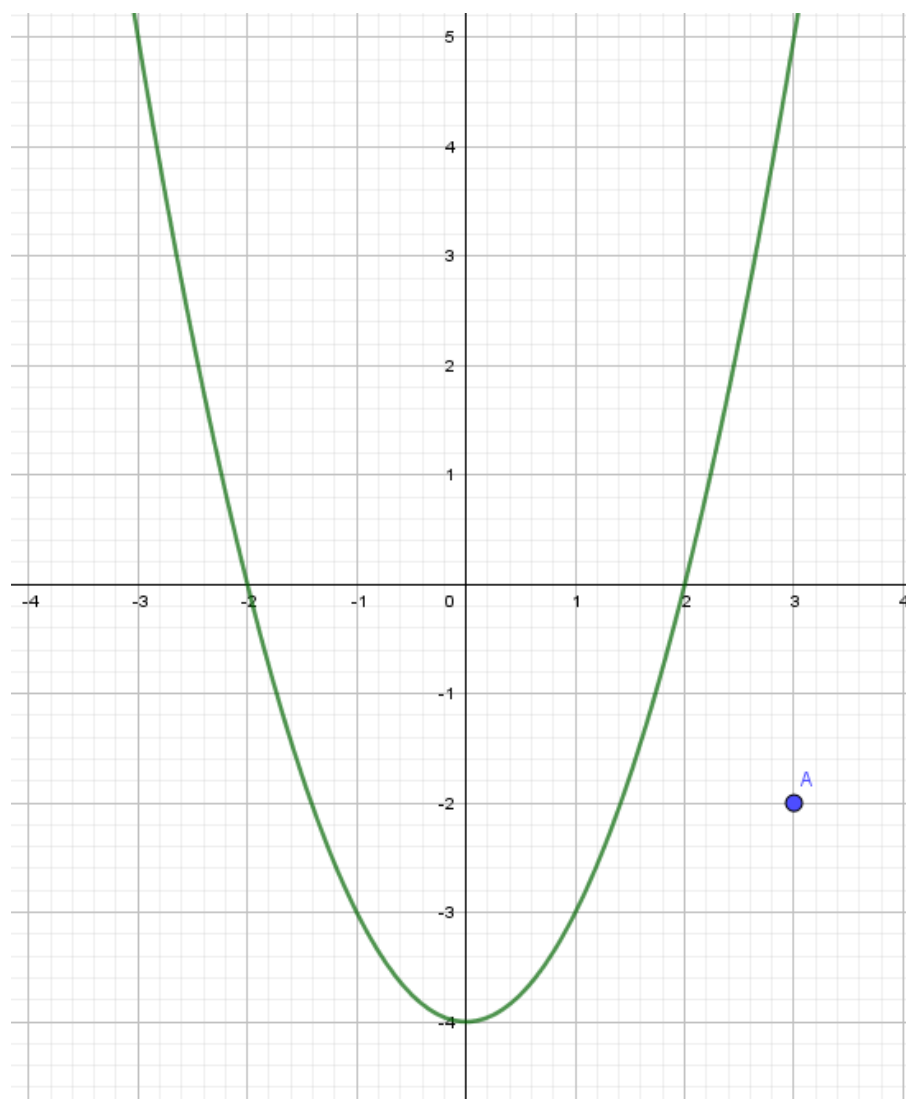


Figura 8.6: Gráfica de la Función

○ **Dominio** se define como

$$\text{Dom } f : \{x/x \in \mathbb{R}\}$$

○ El **Rango**

$$\text{Rango } f : \{y/y \in [-4, 5) \cup (5, +\infty)\}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

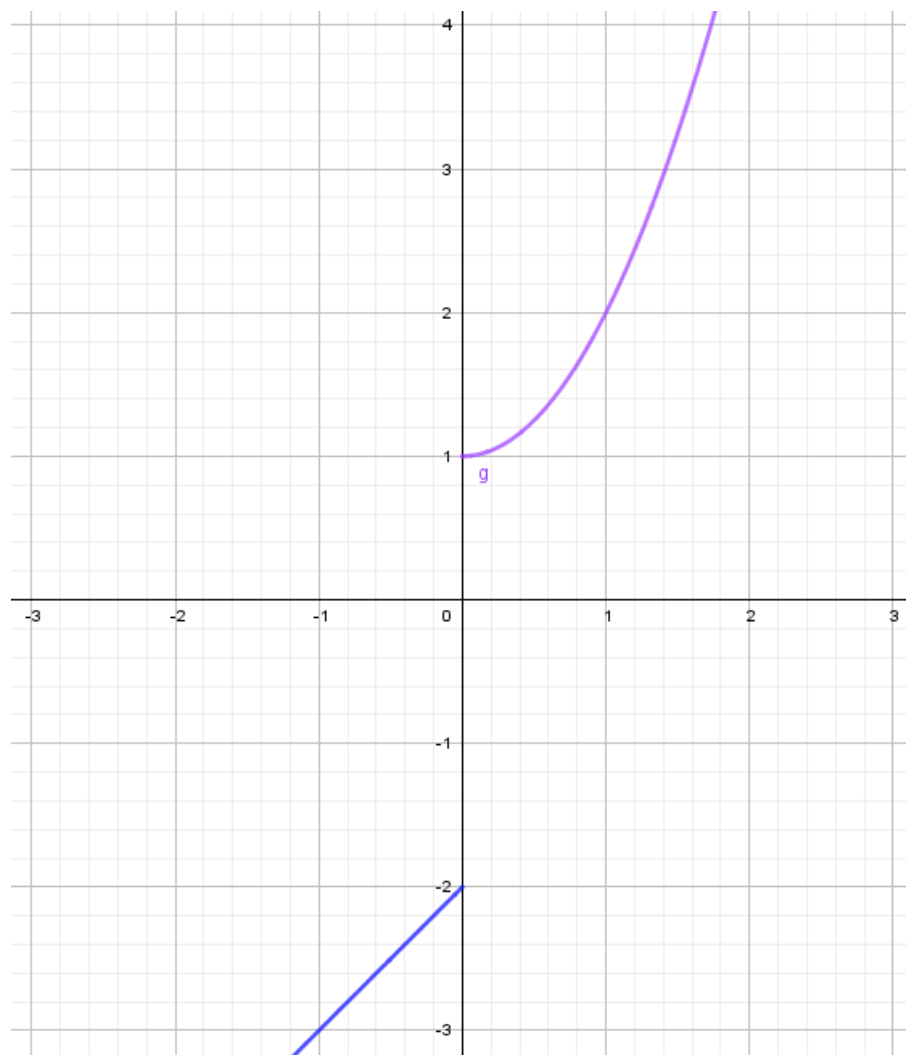


Figura 8.7: Gráfica de la Función

○ **Dominio** se define como

$$\text{Dom}f : \{x/x \in \mathbb{R}\}$$

○ **El Rango**

$$\text{Rango}f : \{y/y \in (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)\}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -5 \\ \sqrt{25-x^2} & \text{si } -5 \leq x \leq 5 \\ 3-x & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

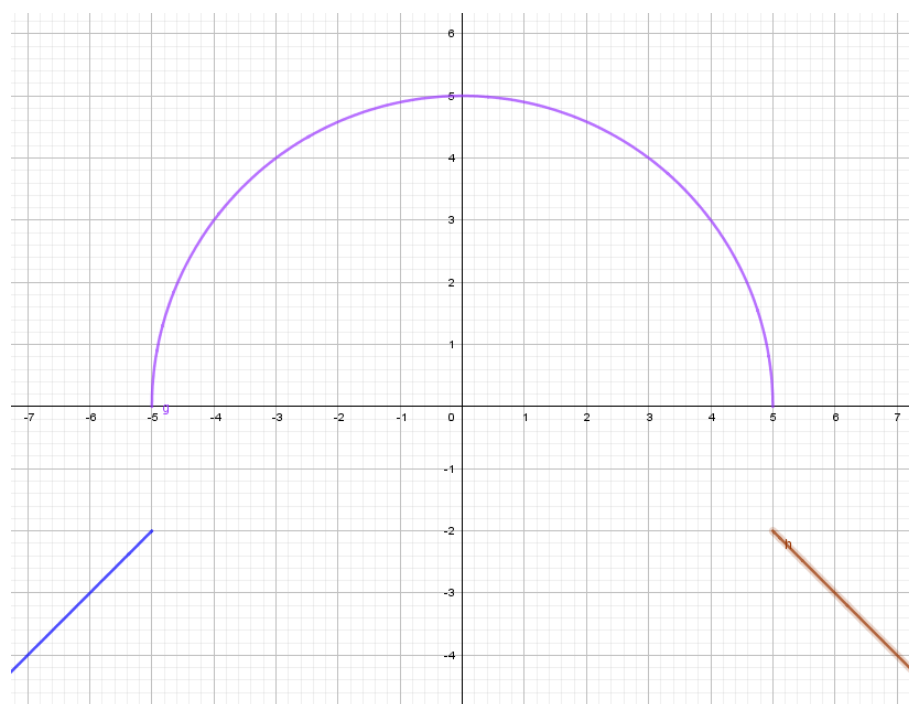


Figura 8.8: Gráfica de la Función

○ **Dominio** se define como

$$\text{Dom}f : \{x/x \in \mathbb{R}\}$$

○ El **Rango**

$$\text{Rango}f : \{y/y \in (-\infty, -2] \cup [0, 5)\}$$