Índice general

Clase 3
Función Lineal

La función lineal se clasifica dentro de las funciones algebraicas-polinómicas y tiene la forma

$$f(x) = a_1x^1 + a_0x^0$$

desde el punto de vista de la función polinómica, pero en forma general se conoce de esta forma

$$f(x) = mx + b$$

- m es la pendiente de la recta
- b es el corte con el eje y

3.1 Dominio y Rango

Esta función no tiene restricción en su dominio ni en su rango, de tal forma que cada uno de estos se define así:

- $\mathrm{Dom} f = \{\forall x \in \mathbb{R}\}$
- $\mathrm{Rango} f = \{\forall y \in \mathbb{R}\}$

Nota: ¿Cuál es la diferencia entre Codominio y Rango?

Si tenemos un conjunto de números reales X y **aplicamos sobre esta una función**, se ***espera*** que el resultado sea otro conjunto de números reales.

Se dice entonces que el **codominio** es lo posible que salga de la función sobre un conjunto, mientras que el rango es lo que realmente sale.

En el caso de la función lineal, ingresamos el conjunto de los números reales, esperamos que el conjunto de salida sean los reales y efectivamente el conjunto de salida son los reales, de tal forma que el Codominio es igual al rango y se dice entonces que la función es sobreyectiva (concepto que se estudiará en próximas clases).

Ejemplo: Determinar el dominio y el rango de la función

$$f(x) = 3x + 1$$

Solución:

- Dom $f = \{\forall x \in \mathbb{R}\}$
- Rango $f = \{\forall y \in \mathbb{R}\}$

3.2 Gráfica de la Función

Para graficar una función lineal, basta con dos puntos, para ello se pueden usar por lo menos dos métodos:

- **Tabulación:** Se dan dos valores para x y se evaluan de la función, obteniendo dos puntos que se ubican en el plano cartesiano y que se unen mediante una línea recta.
- **Analíticamente:** Se sabe que b es el corte con el eje y por lo tanto ese valor se ubica sobre el eje y y con la pendiente se calcula el siguiente punto cercano y se unen mediante una línea recta.

Ejemplo: Graficar la función lineal

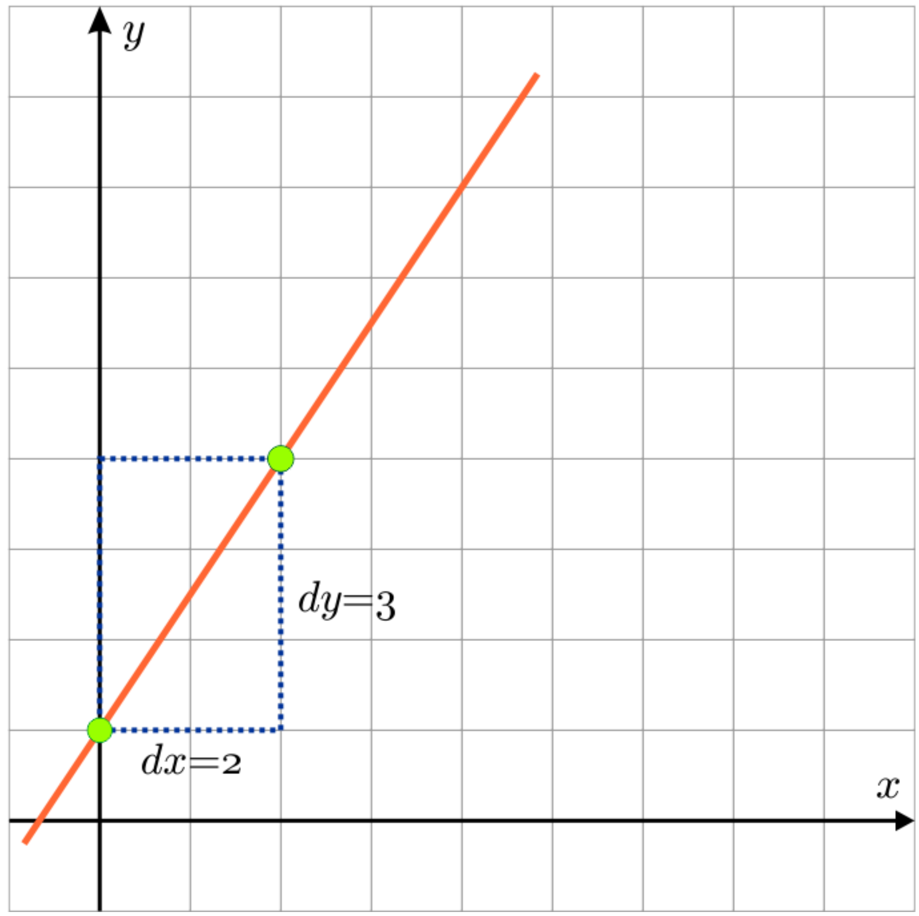
$$f(x) = \frac{3}{2}x + 1$$

Solución: Dependiendo del valor y la forma que tenga la pendiente se puede aplicar un método u otro. En esta caso como la pendiente es una fracción se puede aplicar el segundo método.

1. Se ubica el corte con el eje y que seria en el punto $(0, 1)$ y a partir de ese punto se usa la pendiente, ya que

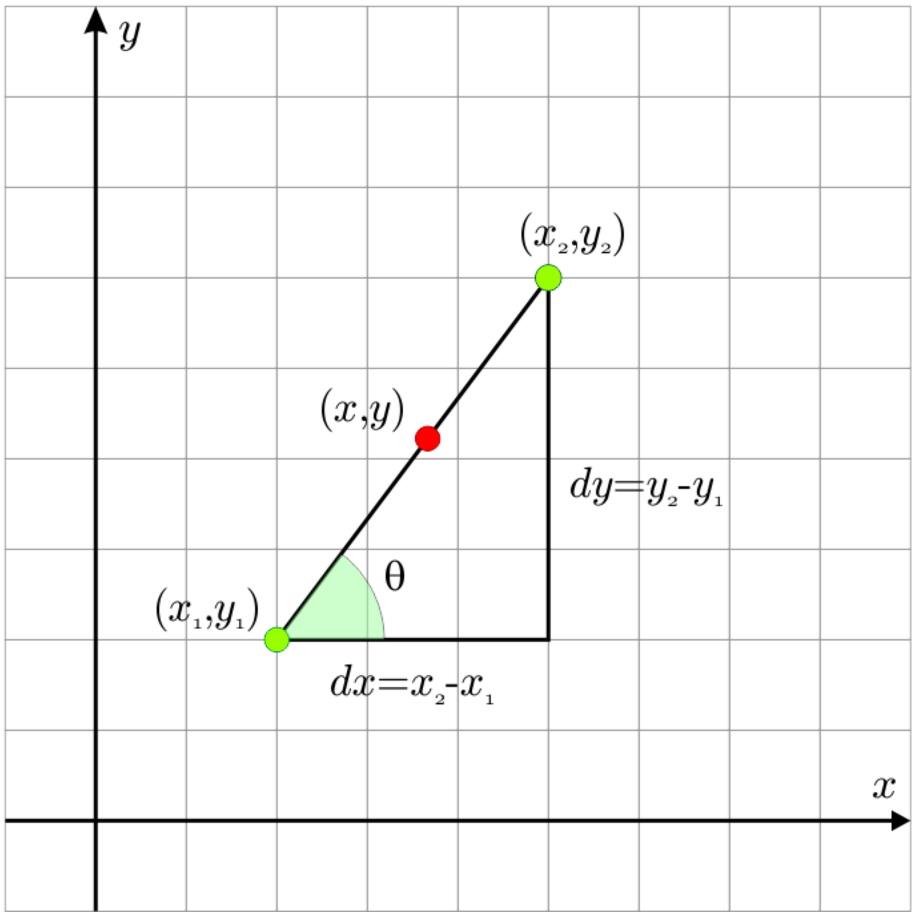
$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}$$

es decir que $dy = 3$ y $dx = 2$



3.3 Modelar una función Lineal

Para modelar una función lineal se necesitan dos puntos de la misma



Establecemos el valor del ángulo mediante la función tangente, así

$$\tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

luego se puede establecer un nombre para el ángulo. Sea $m = \tan\theta$ por lo que

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Supongamos ahora, que si se toma otro punto de la misma linea por ejemplo, (x, y) el cálculo del ángulo será el mismo que los puntos anteriores, de tal forma que tenemos

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

así que

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{3.1}$$

pero podemos simplificar la fórmula si decimos que

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{3.2}$$

entonces de la formula

$$\begin{aligned} \frac{y-y_1}{x-x_1} &= m \\ y-y_1 &= m\left(x-x_1\right) \end{aligned} \tag{3.3}$$

Cómo expresar la fórmula en términos de función

Se tiene la fórmula punto pendiente

$$y-y_1=m\left(x-x_1\right)$$

y se ha definido $y=f\left(x\right)$ entonces

$$\begin{aligned} f\left(x\right)-y_1 &= mx-mx_1 \\ f\left(x\right) &= mx+y_1-mx_1 \end{aligned}$$

Ejemplo: Modelar una función lineal que pasa por los puntos $A\left(3,2\right)$ y $B\left(5,7\right)$.

Solución: De los puntos se obtienen los datos $x_1=3$, $y_1=2$, $x_2=5$ y $y_2=7$. Aplicando la fórmula de la pendiente

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \\ &= \frac{7-2}{5-3} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

luego se aplica la fórmula punto-pendiente

$$\begin{aligned} y-y_1 &= m\left(x-x_1\right) \\ y-2 &= \frac{5}{2}\left(x-3\right) \\ y-2 &= \frac{5}{2}x-\frac{15}{2} \\ f\left(x\right) &= \frac{5}{2}x-\frac{15}{2}+2 \\ f\left(x\right) &= \frac{5}{2}x-\frac{11}{2} \end{aligned}$$

Respuesta: La función lineal que pasa por los puntos $A\left(3,2\right)$ y $B\left(5,7\right)$ es $f\left(x\right)=\frac{5}{2}x-\frac{11}{2}$