Índice general

Clase 2

Clasificación de Funciones

Las funciones se clasifican en funciones algebraicas y funciones trascedentes, luego las funciones algebraicas se clasifican en funciones polinómicas, racionales, radicales y a trozos y las funciones trascendentes se clasifican en funciones exponenciales, funciones logaritmicas y trigonométricas.

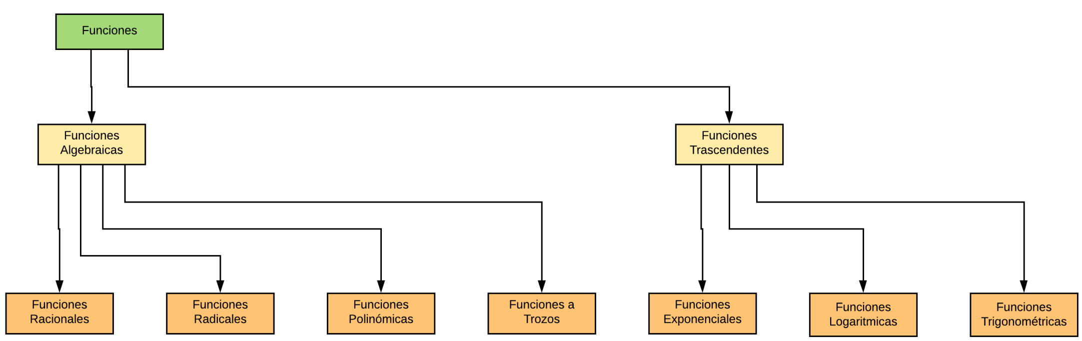

Figura 2.1: Tipos de Funciones

2.1 Funciones Algebraicas

Las funciones algebraicas son las funciones que estan compuestas por operaciones aritméticas con variables, estas operaciones son: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Las funciones algebraicas pueden ser implicitas o explicitas.

2.1.1 Funciones Algebraicas Explicitas

Son aquellas funciones en donde se puede obtener el valor de la variable dependiente por una simple sustitución de la variable independiente, por ejemplo

$$y = 5x + 3$$
$$f(x) = 5x + 3$$

2.1.2 Funciones Algebraicas Implicitas

En las funciones implicitas, el valor de la variable dependiente, no se puede obtener por simple sustitución de la variable dependiente, para ello son necesarias diferentes operaciones, por ejemplo, en la función implicita

$$5x - y + 3 = 0$$

hay que hacer operaciones para despejar a y.

2.1.3 Las funciones polinómicas

Las funciones polinómicas tiene la forma

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + ax + a_0$$

Ejemplo: Sea la función polinómica

$$f(x) = 2x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x^1 - 3$$

Las funciones polinómicas tienen unas **subclases** muy usadas en el estudio del cálculo diferencial.

2.1.3.1 Funciones Constantes

Las funciones constantes son un derivado de las funciones polinómicas, se representan algebraicamente como

$$f(x) = a_0$$

donde generalmente encontramos en la literatura que $k = a_0$ así,

$$f(x) = k$$

es una función constante, donde k es una constante y $k \in \mathbb{R}$

2.1.3.2 Función Lineal

La función lineal es de la subclase dos (2) de las funciones polinómicas que se representa algebraicamente como

$$f(x) = a_1 x^1 + a_0$$

que en la literatura la encontramos como $a_1 = m$ y $a_0 = b$ así la función se representa como

$$f(x) = mx + b$$

donde m representa la pendiente y b representa el corte con el eje y

2.1.3.3 Función Cuadrática

Es de la tercera subclase de las funciones polinómicas, se representa algebraicamente como

$$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

donde generalmente encontramos en libros de cálculo que $a_2 = a$, $a_1 = b$ y $a_0 = c$ para ver una función cuadrática de la siguiente forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

2.1.3.4 Función Cúbica

La función cúbica pertenece a la cuarta subclase de las funciones polinómicas y se representa algebraicamente como

$$f\left(x\right)=a_{3}x^{3}+a_{2}x^{2}+a_{1}x^{1}+a_{0}$$

y de la misma forma que se hizo en las funciones anteriores la función también se puede representar como

$$f\left(x\right)=ax^{3}+bx^{2}+cx+d$$

2.1.3.5 Funciones Polinómicas

A partir del grado cuatro (4) las funciones polinómicas ya no tienen una denominación particular, simplemente las llamaremos funcinoes polinómicas.

2.1.4 Funciones Racionales

Las funciones racionales tiene la forma

$$f\left(x\right)=\frac{p\left(x\right)}{q\left(x\right)}$$

donde $p\left(x\right)$ y $q\left(x\right)$ son dos polinomios de la forma

$$p\left(x\right)=p_{n}x^{n}+p_{n-1}x^{n-1}+\cdots+p_{1}x^{1}+p_{0}x^{0}$$

y

$$q\left(x\right)=q_{n}x^{n}+q_{n-1}x^{n-1}+\cdots+q_{1}x^{1}+q_{0}x^{0}$$

También se tiene la condición que

$$q\left(x\right)\neq 0$$

(el polinomio $q\left(x\right)$ debe ser diferente de cero).

Luego la función racional se expresa como

$$f\left(x\right)=\frac{p_{n}x^{n}+p_{n-1}x^{n-1}+\cdots+p_{1}x^{1}+p_{0}x^{0}}{q_{n}x^{n}+q_{n-1}x^{n-1}+\cdots+q_{1}x^{1}+q_{0}x^{0}}$$

2.1.5 Funciones Radicales

Las funciones radicales tiene la forma

$$f(x) = \sqrt[n]{p(x)}$$

donde $p(x)$ es un polinomio, visualizando la función de esta forma

$$f(x) = \sqrt[n]{p_n x^n + p_{n-1} x^{n-1} + \cdots + p_1 x^1 + p_0 x^0}$$

2.1.6 Funciones a trozos

Las funciones a trozos tiene la forma

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \textbf{si } x \to \alpha_1 \\ f_2(x) & \textbf{si } x \to \alpha_2 \\ \vdots & \\ f_n(x) & \textbf{si } x \to \alpha_n \end{cases}$$

Ejemplo: Sea la función escalon unitario definida como

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \textbf{si } x < 0 \\ 1 & \textbf{si } x \geq 0 \end{cases}$$

2.2 Funciones Trascendentes

En las funciones trascendetes, la variable independiente tiene otros usos a diferencia de las algebraicas donde es operada mediante operadores aritméticos, en este caso viene a ser, un exponente, un índice, un argumento de una función. Dentro de las funciones trascedentes tenemos tres o mas tipos.

2.2.1 Función Exponencial

Esta función tiene la forma

$$f(x) = a^x$$

aquí la variable x es la potencia. Es un nuevo tipo de función en donde ya no se hacen operaciones con la variable x

2.2.2 Funciones Logaritmicas

La función logaritmo es la función inversa de la función exponencial, tiene la forma

$$f(x) = \log_a x$$

donde $a > 0$ y $a \neq 1$

2.2.3 Funciones Trigonométricas

Las funciones trigonométricas son seis y provienen de la relación que existe en los catetos y la hipotenusa de un triángulo **rectángulo**.

$\sin(x) = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$	$\csc(x) = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$
$\cos(x) = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$	$\sec(x) = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$
$\tan(x) = \dfrac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$	$\cot(x) = \dfrac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$