Clase 20

Límites Infinitos

Los límites infinitos sirven para determinar a que valor crece o decrece una función y para encontrar las asíntotas verticales.

Ejemplo 1: se observa en la gráfica que existen un problema e

Sea la función

$$f(x) = \frac{10}{x^2}$$

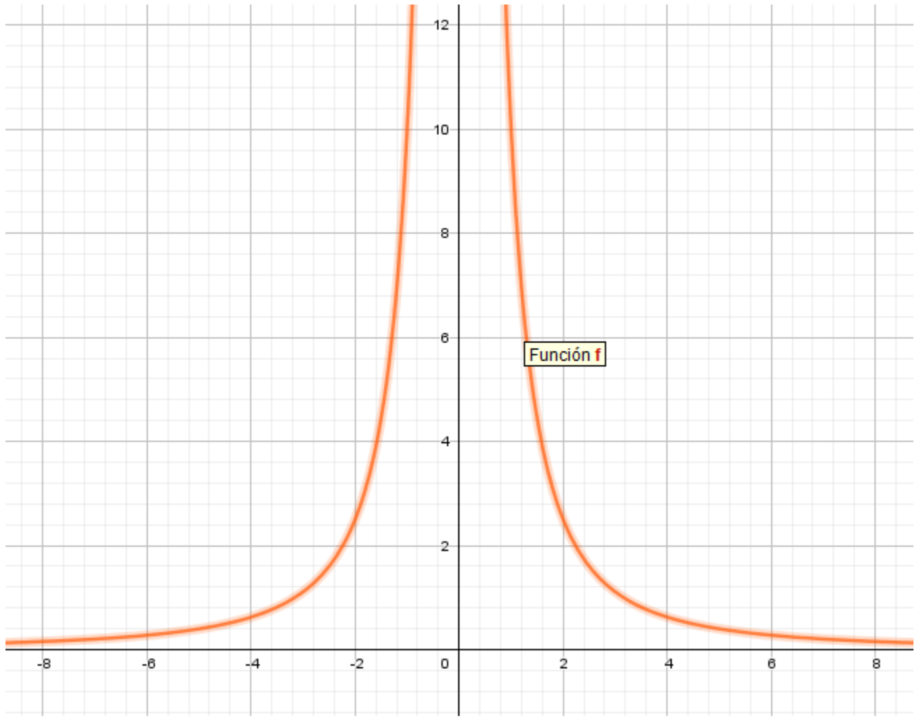

Figura 20.1: Gráfica de la función

Podemos realizar la siguiente tabla para mostrar que la función crece sin límite

x	$f(x) = \dfrac{10}{x^2}$
1	10
0.5	40
0.25	160
0.1	1000
0.01	100000
0.001	$10000000 \approx +\infty$

Cuadro 20.1: Aproximación de la función cuando $x \to 0^+$

Se observa en la tabla que

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$$

Teorema 1:

Si r es cualquier número entero positivo entonces

- $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x^r} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x^r} = \begin{cases} -\infty & \text{si } r \text{ es impar} \\ +\infty & \text{si } r \text{ es par} \end{cases}$

Ejemplo 2:

Determine los siguientes límites

- $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x^3}$
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x^4}$
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x^5}$

- $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x^3} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x^4} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x^5} = -\infty$

Ejemplo 3:

Utilice la calculadora para determinar y tabular los valores de la función indicados.

- $f(x) = \dfrac{1}{x-5}$ cuando $x = 4; 4.5; 4.9; 4.99; 4.999; 4.9999$

x	$f(x)$
4	-1
4.5	-2
4.9	-10
4.99	-100
4.999	-1000
4.9999	-10000

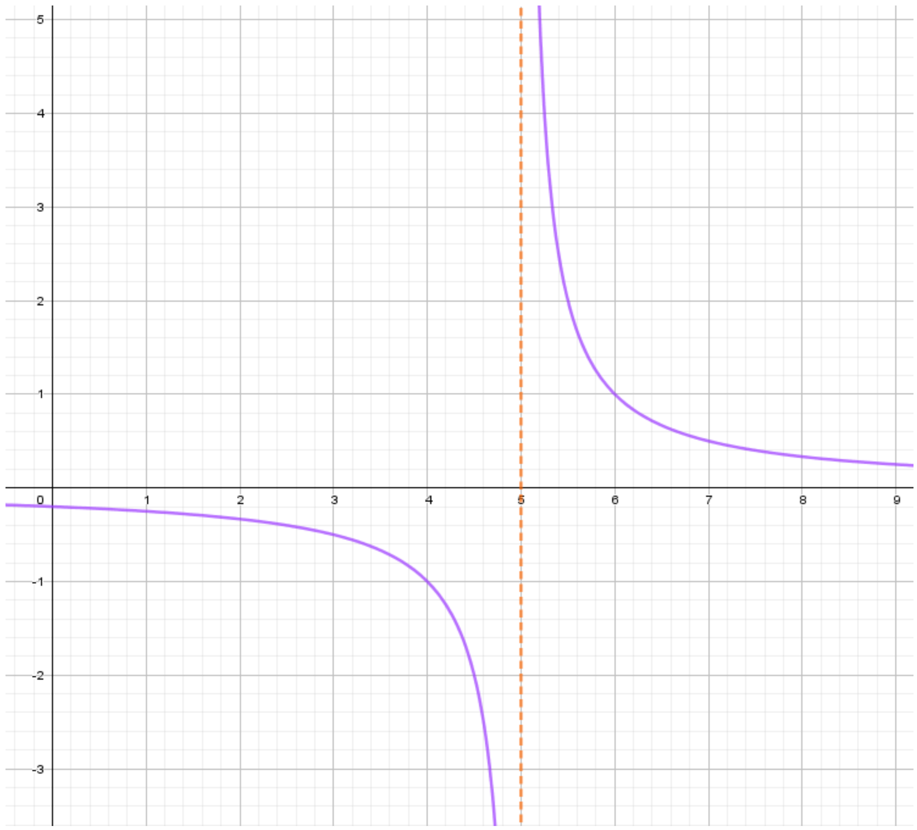

Figura 20.2: Gráfica de la función

- $\lim\limits_{x \to 5^-} f(x) = -\infty$

- $\lim\limits_{x \to 5^+} f(x) = +\infty$

Ejemplo 4:

Determine el límite analíticamente y realice una gráfica de la función.

$$\lim_{x \to 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{3}{x^2-4} \right)$$

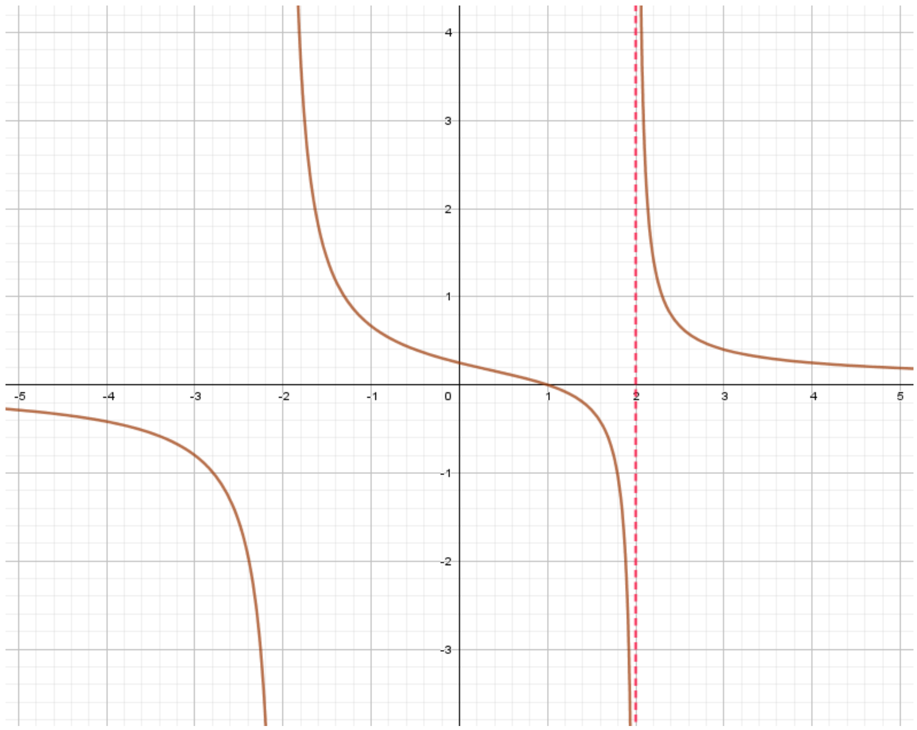

Figura 20.3: Gráfica de la función

Para determinar el límite se hace

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 2^-}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{3}{x^2-4}\right) &= \lim_{x\to 2^-}\frac{(x+2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{3}{x^2-4}\\
&= \lim_{x\to 2^-}\frac{x+2}{x^2-4}-\frac{3}{x^2-4}\\
&= \lim_{x\to 2^-}\frac{x+2-3}{x^2-4}\\
&= \lim_{x\to 2^-}\frac{x-1}{x^2-4}\\
&= \lim_{x\to 2^-}\frac{x-1}{(x+2)(x-2)}
\end{aligned}$$

por lo tanto $\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$