Clase 8

Desintegración radiactiva

8.1 ¿Qué es desintegración radiactiva?

Ver el siguiente artículo: `http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/cuantica/nucleo/nucleo.html`

Es importante resaltar el caso $\gamma < 0$ en la fórmula de crecimientos de poblaciones. Si en ella se reemplaza $P(t)$ y P_0 por $Q(t)$ y Q_0, respectivamente, obtenemos

$$Q(t) = Q_0 e^{\gamma(t-t_0)},\ \gamma < 0 \tag{8.1}$$

solución del

$$PVI = \begin{cases} \dfrac{dQ}{dt} = \gamma Q & \gamma < 0 \\ Q(t_0) = Q_0 \end{cases}$$

donde $Q(t)$ es la variable que representa el número de átomos de un material radiactivo en el tiempo t, Q_0, es el material radiactivo existente en el tiempo t_0, Además, la ecuación diferencial $\dfrac{dQ}{dt} = \gamma Q$, $\gamma < 0$ es la expresión de la **Ley de Rutherford**.

Nota: La tasa de desintegración de un material radiactivo es proporcional a la cantidad del material radiactivo presente en cada instante. En la ecuación 8.1 *podemos encontrar el tiempo que tarda el material para perder la mitad* *de su radiactividad, así*:

Hagamos $Q(t) = \dfrac{Q_0}{2}$. Entonces

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{\gamma(t-t_0)} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{\gamma(t-t_0)}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} &= e^{\gamma(t-t_0)} \\
\ln\left(\frac{1}{2}\right) &= \ln\left(e^{\gamma(t-t_0)}\right) \\
\ln 1 - \ln 2 &= \gamma\,(t - t_0) \\
-\ln 2 &= \gamma\,(t - t_0) \\
t - t_0 &= \frac{\ln 2}{\gamma}
\end{aligned}$$

finalmente, al aplicar la función exponencial, obtenemos

$$T = t - t_0 = \frac{\ln 2}{\gamma}; \gamma < 0$$

T se llama **Vida Media** (o periodo radicativo) del material radiactivo. Según T sea grande o no, el material radiactivo es más o menos estable.

Por ejemplo, el isótopo [1] de uranio que más comúnmente aparece, el U 238 tiene una vida media de cerca de 4.500 millones de años; la del isótopo Carbono C 14 es de 5568 años, la del rubudio 87 es de 60.000 millones de años. De estos tres elementos el mas estable es el último.

Figura 8.1: Elementos Químicos

[1]Se denomina isótopos a los átomos de un mismo elemento, cuyos núcleos tienen una cantidad diferente de neutrones, y por lo tanto, difieren en número másico.

Un elemento que tenga, por ejemplo, dos vidas medias ha perdido ya $\frac{3}{4}$ de su radiactividad. En el caso del $C14$ que es un elemento presente en los seres vivos, un pedazo de carbón que tenga la cuarta parte de la radicatividad del carbón 14 presente en árbol vivo, provino de un árbol que murio hace 11.136 años, aproximadamente.

La estimación de fecha de eventos que ocurrieron hace unos 50.000 años puede lograrse sin buena aproximación utilizando una técnica basada en el carbón radiactivo y desarrollada por Willard F. Libby.

Se sabe que las plantas absorben, junto con el gas carbónico, el dióxido de carbón radiactivo que se produce en la alta atmósfera y que a lo largo de su ciclo vital fijan $C14$ se mantiene en equilibrio con la tasa de desintegración, calculada en 6.68 desintegraciones por minuto y por gramo.

Cuando un ser vivo muere, se rompe el equilibrio

y únicamente continúa la desintegración del carbón radiactivo presente en sus células. Si se acepta la hipótesis razonable de que la tasa de desintegración del carbón radiactivo en los seres vivos es constante, es decir, los mismo ahora que en el pasado, a saber, 6.68 desintegraciones por minuto y por gramo, se puede determinar la edad de una sustancia orgánica que murió hace miles de años atras, midiendo la radicatividad que tiene todavia esa sustancia y comparándola con la de una sustancia viva.

Para ser precisos, supongamos que en el tiempo t_0 una sustancia orgánica muere. En ese instante la cantidad de $C14$ es $Q(t_0) = Q_0$ y para $t \geq t_0$ la cantidad de carbón radiactivo está dada por la fórmula

$$Q\left(t\right)=Q_0e^{\gamma\left(t-t_0\right)},\ \gamma<0$$

Derivándola obtenemos la tasa de desintegración a partir de t_0, a saber

$$\begin{aligned}Q'\left(t\right)&=\gamma Q_0e^{\gamma\left(t-t_0\right)}\\Q'\left(t\right)&=Q'\left(t_0\right)e^{\gamma\left(t-t_0\right)}\\\frac{Q'\left(t\right)}{Q'\left(t_0\right)}&=e^{\gamma\left(t-t_0\right)}\\\gamma\left(t-t_0\right)&=\ln\left[\frac{Q'\left(t\right)}{Q'\left(t_0\right)}\right]\end{aligned}$$

de donde,

$$t-t_0=\frac{1}{\gamma}\ln\left[\frac{Q'\left(t\right)}{Q'\left(t_0\right)}\right]$$

En esta ecuación son conocidas $\gamma=-1.2449\times10^{-4}$ años, obtenida con la ayuda de la fórmula

$$T=t-t_0=\frac{\ln 2}{\gamma};\gamma<0$$

y $Q'\left(t_0\right)=6.68$ desintegraciones por minuto y por gramo. Además, $Q'\left(t\right)$ es la tasa de desintegración observada.

Ejemplo 1:

Como aplicación de lo anterior, se pide encontrar la **edad aproximada** de un fósil hallado en ***1950***, sabiendo que la tasa desintegración del $C14$ detectado en él, era de 0.97 desintegraciones por minuto y por gramo.

Aplicando los datos $t=1950$, $Q'\left(t\right)=0.97$ y $Q'\left(t_0\right)=6.68$ en la fórmula

$$t-t_0=\frac{1}{\gamma}\ln\left[\frac{Q'\left(t\right)}{Q'\left(t_0\right)}\right]$$

se tiene

$$\begin{aligned}t-t_0&=-\frac{10^4}{1.2449}\ln\frac{0.97}{6.68}\text{años}\\&=1.5499\times10^4\text{ años}\end{aligned}$$

Por lo tanto, la edad aproximada del fósil es de 15.499 años contados hacia atrás desde 1950.

Ejercicio

1. Si la vida media del radio es de 1700 años, ¿Qué porcentaje de radio quedará después de 50, 100 años?. **Rta:** 98 %, 96 %