

Clase 24

Resolución de Ecuaciones Cuadráticas

Las ecuaciones cuadráticas tienen la siguiente forma

$$ax^2 + bx + c = 0$$

¿De dónde se obtiene la ecuación general de segundo grado?

Vamos a factorizar la ecuación cuadrática usando el método de completación de cuadrados

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

tomamos el segundo término $\frac{b}{a}$ lo dividimos entre 2 y elevamos al cuadrado, para no alterar la ecuación sumamos y restamos

$$\begin{aligned}
 x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b/a}{2}\right)^2 - \left(\frac{b/a}{2}\right)^2 + \frac{c}{a} &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} &= 0 \\
 \left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \right] &= \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2}{4a^2} - \frac{4ac}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\
 x + \frac{b}{2a} &= \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x + \frac{b}{2a} &= \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
 \end{aligned}$$

Entonces la fórmula general de segundo grado es

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo 1:

Resolver la ecuación cuadrática $x^2 - 4x + 4 = 0$

Para ello sabemos que $a = 1$, $b = -4$, $c = 4$ entonces

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)} \\
 &= \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} \\
 &= \frac{4}{2} = 2
 \end{aligned}$$

Por lo tanto la solución para esta ecuación es $x = 2$

Ejemplo 2:Resolver la ecuación cuadrática $x^2 - 4x + 3 = 0$ Sabemos que $a = 1$, $b = -4$ y $c = 3$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$\text{luego } x_1 = \frac{4+2}{2} = 3 \text{ y } x_2 = \frac{4-2}{2} = 1.$$

Por lo tanto las soluciones de la ecuación son $x = 3$ y $x = 1$ **Ejemplo 3:**Modelar una ecuación cuadrática que tiene solución $x = 5$ y $x = 7$

¿Qué hacemos?

$$(x = 5)(x = 7) = 0$$

$$(x - 5)(x - 7) = 0$$

$$x^2 - 7x - 5x + 35 = 0$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

Ejemplo 4:Modelar y resolver una ecuación cuadrática con solución $x = \sqrt{7}$ y $x = \sqrt{3}$

¿Cómo se modela?

$$(x = \sqrt{7})(x = \sqrt{3}) = 0$$

$$(x - \sqrt{7})(x - \sqrt{3}) = 0$$

$$x^2 - \sqrt{3}x - \sqrt{7}x + \sqrt{7}\sqrt{3} = 0$$

$$x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{7})x + \sqrt{21} = 0$$

Sea $a = 1$, $b = -(\sqrt{3} + \sqrt{7})$ y $c = \sqrt{21}$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \pm \sqrt{(-(\sqrt{3} + \sqrt{7}))^2 - 4(1)(\sqrt{21})}}{2(1)} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \pm \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}}{2} \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) + \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}}{2}$$

$$\approx 2.645751311$$

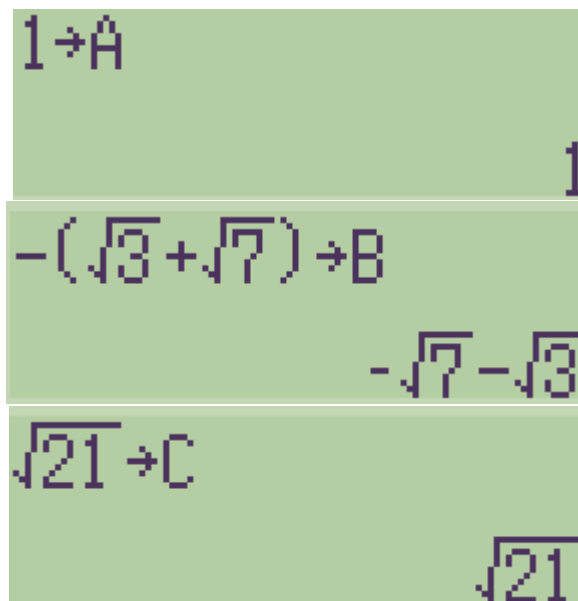
y

$$x_2 = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{7}) - \sqrt{10 - 2\sqrt{21}}}{2}$$

$$= 1.732050808$$

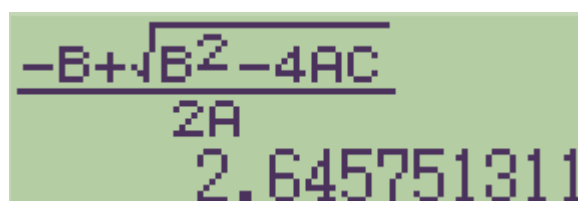
¿Cómo usar la calculadora para resolver ecuaciones cuadráticas?

1. Almacenar todos los valores en A , B y C



The image shows three sequential calculator screen captures on a green background. The first screen shows '1 → A' with a '1' in the bottom right corner. The second screen shows '-(√3+√7) → B' with '-√7-√3' in the bottom right corner. The third screen shows '√21 → C' with '√21' in the bottom right corner.

2. Escribir la ecuación en la calculadora, un valor con + y otro con -



The image shows a calculator screen capture on a green background. It displays the quadratic formula:
$$\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$
 followed by the result '2.645751311'.

$$\frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

1.732050808