Índice general

Clase 13

Clasificación de las Expresiones Algebraicas

Las expresiones algebraicas se clasifican en dos grupos:

- **Monómio** es una expresión algebraica que consta de un sólo término, como

$$3a, -5b^1 \text{ o } 4xy, 4x^2$$

- **Binomio** es un polinomio que consta de dos términos como

$$a + x,\ z - n$$

- **Trinomio** es un polinomio que consta de tres términos como

$$a + b + c,\ x^2 + 2xy + y^2$$

- **Polinómio** es una expresión algebraica que consta de más de un término, como

$$a + b,\ x - y + z,\ \left(\frac{a}{b} + c\right)$$

13.1 Operaciones entre Polinomios

13.1.1 Suma de Polinomios

La suma o Adición es una operación que tiene por objetivo reunir dos o más expresiones algebraicas (**sumandos**) en una sola expresión algebraica (**suma**). Así, la suma de a y b es $a+b$, porque esta última expresión es la reunión de las dos expresiones algebraicas dadas.

Ejemplo 1:

[redacted]

$$
\begin{aligned}
&= 1x^2 + 2x + 1 + 2x^2 + 3 \\
&= 3x^2 + 2x + 4
\end{aligned}
$$

Ejemplo 2:

[redacted]

$$
\begin{aligned}
&= 3x^3 + 5x^2 - 3x + 2 - 3x^3 - 5x^2 + 6x + 8 \\
&= 0 + 0 + 3x + 10 \\
&= 3x + 10
\end{aligned}
$$

13.1.2 Multiplicación de Polinomios

La Multiplicación es una operación que tiene por objeto, dadas dos cantidades llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad, llamada producto, que sea respecto del multiplicando, en valor absoluto y signo, lo que el multiplicador es respecto de la unidad positiva.

El multiplicando y multiplicador son llamados **factores** del producto.

Ejemplo 3:

[redacted]

Observación

Cuando se realiza el producto entre términos se deja la misma base y se suman los exponentes

$$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$$

$$\begin{aligned}\left(x^2 + xy^1 + y^2\right)\left(x - y^1\right) &= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3 \\ &= x^3 - y^3\end{aligned}$$

se debe tener en cuenta algunas propiedades:

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- La ley de los signos
  1. $+$ por $+$ es $+$
  2. $+$ por $-$ es $-$
  3. $-$ por $+$ es $-$
  4. $-$ por $-$ es $+$

13.1.3 Productos notables

Los productos notables son expresiones de la forma

- $(a+b)^n$
- $(a^n - b^n)(a^n + b^n)$

que se citan como sigue en los siguentes casos:

13.1.3.1 Binomios a la potencia n-ésima

Este tipo de expresiones se resuelven haciendo multiplicaciones sucesivas de las expresión que se conoce como base, por ejemplo:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

13.1.4 Triángulo de Pascal

												Grado
					1						$\rightarrow$	1
				1		2		1			$\rightarrow$	2
			1		3		3		1		$\rightarrow$	3
		1		4		6		4		1	$\rightarrow$	4
	1		5		10		10		5	1	$\rightarrow$	5

Ejemplo 4:

$$
\begin{aligned}
(a+b)^5 &= (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b) \\
&= \left(a^2+ab+ab+b^2\right)(a+b)(a+b)(a+b) \\
&= \left(1a^2+2ab+1b^2\right)(a+b)(a+b)(a+b) \\
&= \left(a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+ab^2+b^3\right)(a+b)(a+b) \\
&= \left(1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3\right)(a+b)(a+b) \\
&= \left(a^4+a^3b+3a^3b+3a^2b^2+3a^2b^2+3ab^3+ab^3+b^4\right) \\
&= \left(1a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+1b^4\right)(a+b) \\
&= \ldots
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(a+b)^5 &= 1a^5b^0+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+1a^0b^5 \\
&= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(a+b)^5 &= 1a^5b^0+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+1a^0b^5 \\
&= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5
\end{aligned}
$$

nótese que los coeficiente se distribuyen en el orden que se muestran en el triángulo de pascal. Luego las variables inician con elevadas a la potencia que tiene el binomio, en este caso 5, la primera variable con la potencia dada y la segunda iniciando en cero, de esta manera se sigue el conteo hacia atras de la primera variable, $4,3,2,1$ hasta llegar a cero, y en la segunda variable se inicia el conteo $0,1,2,3,4$ hasta llegar a 5.

Luego siguen el caso en que el binomio es una diferencia. En éste, se sigue la misma distribución de coeficientes y de exponentes para cada una de las variables.

Ejemplo 5:

$$\begin{aligned}(a-b)^4 &= 1a^4b^0 - 4a^3b^1 + 6a^2b^2 - 4a^1b^3 + 1a^0b^4\\ &= a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$