Clase 14

Multiplicación de Polinomios

La Multiplicación es una operación que tiene por objeto, dadas dos cantidades llamadas multiplicando y multiplicador, hallar una tercera cantidad, llamada producto, que sea respecto del multiplicando, en valor absoluto y signo, lo que el multiplicador es respecto de la unidad positiva.

El multiplicando y multiplicador son llamados **factores** del producto.

Ejemplo 1:

Multiplicar los siguientes polinomios $x^2 + xy + y^2$ por $x - y$

Observación

Cuando se realiza el producto entre términos se deja la misma base y se suman los exponentes

$$(a^m)(a^n) = a^{m+n}$$

$$\begin{aligned}\left(x^2 + xy^1 + y^2\right)\left(x - y^1\right) &= x^3 + x^2y + xy^2 - x^2y - xy^2 - y^3 \\ &= x^3 - y^3\end{aligned}$$

se debe tener en cuenta algunas propiedades:

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- La ley de los signos
  1. $+$ por $+$ es $+$
  2. $+$ por $-$ es $-$

3. – por + es –
4. – por – es +

14.1 Productos notables

Los productos notables son expresiones de la forma

- $(a+b)^n$
- $(a^n - b^n)(a^n + b^n)$

que se citan como sigue en los siguentes casos:

14.2 Binomios a la potencia n-ésima

Este tipo de expresiones se resuelven haciendo multiplicaciones sucesivas de las expresión que se conoce como base, por ejemplo:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a^2+ab+ab+b^2\\ &= a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$

14.2.1 Triángulo de Pascal

$$\begin{array}{ccccccccccccc|c|}
 & & & & & & & & & & & & \text{Grado}\\ \cline{13-13}
 & & & & & 1 & & & & & & \rightarrow & 1\\ \cline{13-13}
 & & & & 1 & 2 & 1 & & & & & \rightarrow & 2\\ \cline{13-13}
 & & & 1 & 3 & & 3 & 1 & & & & \rightarrow & 3\\ \cline{13-13}
 & & 1 & 4 & & 6 & & 4 & 1 & & & \rightarrow & 4\\ \cline{13-13}
 & 1 & 5 & 10 & & & & 10 & 5 & 1 & & \rightarrow & 5\\ \cline{13-13}
\end{array}$$

Ejemplo 2:

Calcular $(a+b)^5$

$$\begin{aligned}
(a+b)^5 &= (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b) \\
&= \left(a^2+ab+ab+b^2\right)(a+b)(a+b)(a+b) \\
&= \left(1a^2+2ab+1b^2\right)(a+b)(a+b)(a+b) \\
&= \left(a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+ab^2+b^3\right)(a+b)(a+b) \\
&= \left(1a^3+3a^2b+3ab^2+1b^3\right)(a+b)(a+b) \\
&= \left(a^4+a^3b+3a^3b+3a^2b^2+3a^2b^2+3ab^3+ab^3+b^4\right) \\
&= \left(1a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+1b^4\right)(a+b) \\
&= ...
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(a+b)^5 &= 1a^5b^0+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+1a^0b^5 \\
&= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(a+b)^5 &= 1a^5b^0+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+1a^0b^5 \\
&= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5
\end{aligned}$$

nótese que los coeficiente se distribuyen en el orden que se muestran en el triángulo de pascal. Luego las variables inician con elevadas a la potencia que tiene el binomio, en este caso 5, la primera variable con la potencia dada y la segunda iniciando en cero, de esta manera se sigue el conteo hacia atras de la primera variable, $4, 3, 2, 1$ hasta llegar a cero, y en la segunda variable se inicia el conteo $0, 1, 2, 3, 4$ hasta llegar a 5.

Luego siguen el caso en que el binomio es una diferencia. En éste, se sigue la misma distribución de coeficientes y de exponentes para cada una de las variables.

Ejemplo 3:

Desarrollar el producto notable $(a-b)^4$

$$\begin{aligned}
(a-b)^4 &= 1a^4b^0-4a^3b^1+6a^2b^2-4a^1b^3+1a^0b^4 \\
&= a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4
\end{aligned}$$