

Clase 23

— — Ecuaciones con dos Variables

Las ecuaciones con dos variables tienen la forma

$$s = \begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Para resolver este tipo de sistemas de ecuaciones se usa:

1. Método gráfico
2. **Método de sustitución**
3. **Método de igualación**
4. **Método de reducción**
5. **Método de los determinantes**

Ejemplo 1:

Resolver el sistema de ecuaciones $s = \begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 3x + 8y = 25 \end{cases}$

Método de Sustitución

Para usar este método se debe despejar una de las variables y reemplazarla en la otra ecuación.

De $2x - 5y = -4$ despejamos a x

$$\begin{aligned} 2x - 5y &= -4 \\ 2x &= 5y - 4 \\ x &= \frac{5y - 4}{2} \end{aligned}$$

ahora reemplazamos en la otra ecuación $3x + 8y = 25$ de tal forma que obtenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} 3x + 8y &= 25 \\ 3\left(\frac{5y - 4}{2}\right) + 8y &= 25 \\ \frac{15y - 12}{2} + \frac{8y}{1} &= 25 \\ \frac{15y - 12 + 16y}{2} &= \frac{25}{1} \\ 15y - 12 + 16y &= 50 \\ 31y &= 50 + 12 \\ 31y &= 62 \\ y &= \frac{62}{31} \\ y &= 2 \end{aligned}$$

luego encontramos el valor de

$$\begin{aligned} x &= \frac{5y - 4}{2} \\ &= \frac{5(2) - 4}{2} \\ &= \frac{10 - 4}{2} \\ &= \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

por lo tanto la solución de este sistema de ecuaciones es $x = 3$ y $y = 2$

Ejemplo 2:

Resolver el sistema de ecuaciones $s = \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 12x - 6y = 90 \end{cases}$

Método de Igualación

Consiste en despejar alguna variable de cada ecuación e igualarlas

○ $3x + 2y = 5$ despejamos a x

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \\ 3x &= 5 - 2y \\ x &= \frac{5 - 2y}{3} \end{aligned}$$

○ $12x - 6y = 90$ despejamos a x

$$\begin{aligned} 12x - 6y &= 90 \\ 12x &= 6y + 90 \\ x &= \frac{6y + 90}{12} \end{aligned}$$

entonces

$$\begin{aligned} \frac{6y + 90}{12} &= \frac{5 - 2y}{3} \\ 3(6y + 90) &= 12(5 - 2y) \\ 18y + 270 &= 60 - 24y \\ 18y + 24y &= 60 - 270 \\ 42y &= -210 \\ y &= -\frac{210}{42} \\ y &= -5 \end{aligned}$$

y usamos alguna de las dos ecuaciones de x para encontrar su valor

$$\begin{aligned} x &= \frac{6y + 90}{12} \\ &= \frac{6(-5) + 90}{12} \\ &= 5 \end{aligned}$$

Por lo tanto la solución del sistema es $x = 5$ y $y = -5$

Ejemplo 3:

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones $s = \begin{cases} 12x - 3y = 75 \\ 3x - 12y = -15 \end{cases}$

Método de reducción

Este método consiste en buscar un número (multiplo de alguna de las dos ecuaciones) multiplicar algunas de las dos ecuaciones para que el coeficiente

de x o y sea igual pero con signo contrario para proceder a eliminar términos semejantes.

$$s = \begin{cases} 12x - 3y = 75 \\ 3x - 12y = -15 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl} +12x & -3y & = 75 \\ -12x & +48y & = 60 \\ \hline 0 & 45y & = 135 \end{array}$$

de aquí

$$45y = 135$$

$$y = \frac{135}{45}$$

$$y = 3$$

luego $3x - 12y = -15$ se reemplaza el valor de y

$$3x - 12(3) = -15$$

$$3x - 36 = -15$$

$$3x = -15 + 36$$

$$3x = 21$$

$$x = 7$$

Por lo tanto la solución es $x = 7$ y $y = 3$

Ejemplo 4:

Resolver el sistema de ecuaciones $s = \begin{cases} 11x + 13y = 290 \\ 13x + 11y = 286 \end{cases}$

Se deben calcular cuatro determinantes

$$1. \det(s) = \begin{vmatrix} 11 & 13 \\ 13 & 11 \end{vmatrix} = 11^2 - 13^2 = -48$$

$$2. \det(x) = \begin{vmatrix} 290 & 13 \\ 286 & 11 \end{vmatrix} = 290 \cdot 11 - 286 \cdot 13 = -528$$

$$3. \det(y) = \begin{vmatrix} 11 & 290 \\ 13 & 286 \end{vmatrix} = 11 \cdot 286 - 13 \cdot 290 = -624$$

$$\text{Luego } x = \frac{\det x}{\det s} = \frac{-528}{-48} = 11 \text{ y } y = \frac{\det y}{\det s} = \frac{-624}{-48} = 13$$

Por lo tanto la solución al sistema es $x = 11$ y $y = 13$

23.1 Cómo generar sistemas de ecuaciones con resultados enteros

1. En la calculadora se hace la operación $5 \rightarrow X$, $-7 \rightarrow Y$



2. Se escribe en la calculadora $12x - 13y$ y se presiona la tecla =



3. Se escribe en la calculadora $5x + 7y$ y se presiona la tecla =



Se escribe el sistema

$$s = \begin{cases} 12x - 13y & = 151 \\ 5x + 7y & = -24 \end{cases}$$

Ejemplo 5:

Resolver el sistema de ecuaciones $s = \begin{cases} 12x - 13y & = 151 \\ 5x + 7y & = -24 \end{cases}$

Resolver por sustitución

1. Despejar x de la primera ecuación

$$\begin{aligned}12x - 13y &= 151 \\x &= \frac{151 + 13y}{12}\end{aligned}$$

2. Reemplazar en la segunda ecuación

$$\begin{aligned}5\left(\frac{151 + 13y}{12}\right) + 7y &= -24 \\ \frac{755 + 65y}{12} + 7y &= -24 \\ \frac{755 + 65y + 84y}{12} &= -24 \\ 755 + 149y &= -288 \\ 149y &= -1043 \\ y &= -\frac{1043}{149} \\ y &= -7\end{aligned}$$

3. Luego encontramos el valor de x

$$\begin{aligned}x &= \frac{151 + 13(-7)}{12} \\ &= \frac{151 - 91}{12} \\ &= 5\end{aligned}$$

Por lo tanto la solución al sistema de ecuaciones es $x = 5$ y $y = -7$