

Clase 15

Productos notables

Los productos notables son expresiones de la forma

$$\bigcirc (a + b)^n$$

$$\bigcirc (a^n - b^n)(a^n + b^n)$$

que se citan como sigue en los siguientes casos:

15.1 Binomios a la potencia n -ésima

Este tipo de expresiones se resuelven haciendo multiplicaciones sucesivas de la expresión que se conoce como base, por ejemplo:

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

15.1.1 Triángulo de Pascal

				1					→	Grado
				2					→	1
		1		3		1			→	2
	1	4		6		4		1	→	3
1	5	10		10		5		1	→	4
									→	5

Ejemplo 1:

Calcular $(a + b)^5$

$$\begin{aligned}
 (a + b)^5 &= (a + b)(a + b)(a + b)(a + b)(a + b) \\
 &= (a^2 + ab + ab + b^2)(a + b)(a + b)(a + b) \\
 &= (1a^2 + 2ab + 1b^2)(a + b)(a + b)(a + b) \\
 &= (a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3)(a + b)(a + b) \\
 &= (1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3)(a + b)(a + b) \\
 &= (a^4 + a^3b + 3a^3b + 3a^2b^2 + 3a^2b^2 + 3ab^3 + ab^3 + b^4) \\
 &= (1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4)(a + b) \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a + b)^5 &= 1a^5b^0 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1a^0b^5 \\
 &= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a + b)^5 &= 1a^5b^0 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1a^0b^5 \\
 &= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5
 \end{aligned}$$

nótese que los coeficiente se distribuyen en el orden que se muestran en el triángulo de pascal. Luego las variables inician con elevadas a la potencia que tiene el binomio, en este caso 5, la primera variable con la potencia dada y la segunda iniciando en cero, de esta manera se sigue el conteo hacia atras de la primera variable, 4, 3, 2, 1 hasta llegar a cero, y en la segunda variable se inicia el conteo 0, 1, 2, 3, 4 hasta llegar a 5.

Luego siguen el caso en que el binomio es una diferencia. En éste, se sigue la misma distribución de coeficientes y de exponentes para cada una de las variables.

Ejemplo 2:

Desarrollar el producto notable $(a - b)^4$

$$\begin{aligned}(a - b)^4 &= 1a^4b^0 - 4a^3b^1 + 6a^2b^2 - 4a^1b^3 + 1a^0b^4 \\ &= a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$