Índice general

Clase 6

Racionalización

En el contexto de las operaciones matemáticas, es importante conocer como transformar una expresión que contiene raices a una expresión más simple. Esta tarea se puede realizar mediante el concepto de la racionalización de fracciones con raíces y amplificación de raíces de distinto índice.

Racionalizar una fracción consiste en encontrar una expresión equivalente que no tenga raíces en el denominador. Esto se consigue multiplicando el denominador por una expresión adecuada, de forma que permita expresar el denominador sin raíces.

Los casos mas comunes de racionalización son:

- Racionalizar fracciones que contengan una raíz cuadrada

- Racionalizar fracciones que contengan una raíz enésima

- Racionalizar fracciones que contegan la suma o resta de dos o más raíces cuadradas o bien la suma o resta de un número natural con una raíz.

6.1 Racionalizar fracciones que contengan una raíz cuadrada

Para racionalizar este tipo de expresiones

$$\frac{a}{\sqrt{b}}$$

se debe multiplicar la fracción por $\sqrt{b}$ así:

$$\frac{a\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}}=\frac{a\sqrt{b}}{b}$$

Sea $\sqrt{b}=b^{\frac{1}{2}}$ luego $b^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}=b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=b^{1}=b$
Ejemplo: Racionalizar la fracción $\frac{3}{\sqrt{5}}$. Se multiplica la fracción por $\sqrt{5}$, así

$$\frac{3}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

6.2 Racionalizar fracciones que contengan una raíz enésima

Este tipo de expresiones tiene la forma

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^{m}}}$$

se debe multiplicar por $\sqrt[n]{b^{n-m}}$ así:

$$\frac{a\sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$$

Sea $\sqrt[n]{b^{n-m}}=b^{\frac{n-m}{n}}$ y luego $\sqrt[n]{b^{m}}=b^{\frac{m}{n}}$ entonces $b^{\frac{m}{n}}\cdot b^{\frac{n-m}{n}}=b^{\frac{m}{n}+\frac{n-m}{n}}=b^{\frac{m+n-m}{n}}=b^{\frac{n}{n}}=b$
Ejemplo: Racionalizar la expresión

$$\frac{2}{\sqrt[5]{49}}$$

como $49 = 7^2$ entonces se transforma la expresión a

$$\frac{2}{\sqrt[5]{7^2}}$$

la cual se debe multiplicar por $\sqrt[5]{7^3}$ lo cual da

$$\frac{2\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^2}\sqrt[5]{7^3}} = \frac{2\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^2 \cdot 7^3}} = \frac{2\sqrt[5]{7^3}}{\sqrt[5]{7^5}} = \frac{2\sqrt[5]{7^3}}{7}$$

6.3 Racionalizar fracciones que contegan la suma o resta de dos o más raíces

Este tipo de expresiones tiene la forma

$$\frac{a}{\sqrt{b} \pm \sqrt{c}}$$

Se debe multiplicar por una suma o resta de la forma $\sqrt{b} \mp \sqrt{c}$. Observe que el signo de la operación se invierte. Esto se hace para lograr obtener una diferencia de cuadrados y eliminar las raices.

Ejemplo: Racionalizar la expresión

$$\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

se debe multiplicar por $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (aquí se cambio el signo mas por el signo menos)

$$\begin{aligned}
\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} &= \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2} \\
&= \frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{3 - 2} \\
&= 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Tomado de `www.portaleducativo.net`

6.4 Ejercicios

1. Racionalizar las siguientes fracciones

   a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

   b) $\dfrac{2}{5\sqrt{7}}$

   c) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{2^3}}$

   d) $\dfrac{6}{7 \cdot \sqrt[5]{4^2}}$

   e) $\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

   f) $\dfrac{5}{3\sqrt{5}+2}$

   g) $\dfrac{5}{3 \cdot \sqrt{7}-\sqrt{2}}$

   h) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{15}-3}$