
Índice general

1. Mínimo Común Múltiplo	3
1.1. Problemas	4



Clase 1

Mínimo Común Múltiplo

El mínimo común múltiplo **mcm** de dos o más números es el menor de todos los múltiplos comunes.

Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o mas números debemos de descomponer el número en factor primos.

Por ejemplo, buscaremos el mínimo común multiplo de 40 y 60. ¿Cuáles son los múltiplos de 40 y 60?

○ 40 : 40, 80, 120, 160, 200, ...

○ 60 : 60, 120, 180, 240, ...

Por lo tanto el mínimo común es 120.

Un método mas **simple** es el siguiente:

40	60	2
20	30	2
10	15	2
5	15	3
5	5	5
1	1	

por lo tanto el mcm $(40, 60) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$.

1.1 Problemas

1. En un vecindario, un camión de helados pasa cada 8 días y un food truck pasa cada dos semanas. Se sabe que 15 días atrás ambos vehículos pasaron el mismo día. Raul, cree dentro de un mes los vehículos, volveran a encontrarse y Oscar cree que esto ocurriría dentro de dos semanas.

Solución: Primero se calcula cada cuánto coinciden los vehículos sin tener en cuenta la última vez que coincidieron. Para ello debemos calcular el mcm de 8 y 14

8		14	2
4		7	2
2		7	2
1		7	7
1		1	

el $\text{mcm}(8, 14) = 56$ entonces, los vehículos coinciden cada 56 días, menos 15 días que ya habían pasado da como resultado 41 días.

2. En una banda compuesta por un baterista, un guitarrista, un bajista y un saxofonista, el baterista toca lapsos de 8 tiempos, el guitarrista en lapsos de 12 tiempos, el bajista en 6 tiempos y el saxofonista en 16 tiempos. Si todos empiezan al mismo tiempo. ¿En cuántos tiempos sus periodos volverán a iniciar al mismo tiempo?

Baterista	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
Guitarrista	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
Bajista	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
Saxofonista	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160

Solución: Debemos calcular el mcm (6, 8, 12, 16)

6	8	12	16	2
3	4	6	8	2
3	2	3	4	2
3	1	3	2	2
3	1	3	1	3
1	1	1	1	

el $\text{mcm}(6, 8, 12, 16) = 2^4 \cdot 3 = 48$. Por lo tanto los tiempos volverán a iniciar cada 48 tiempos.

3. Simón tiene una pista de carreras con dos autos. El primer auto da una vuelta completa a la pista en 31 segundos y el segundo lo hace en 17 segundos. Carlos también tiene su pista de carreras con dos autos, pero el primero da una vuelta completa en 36 segundos y el segundo en 42 segundos. Como Carlos siempre pierde cuando juegan, propone a Simón que el ganador sea quien tenga en su pista sus dos autos situados en la meta al mismo tiempo. ¿Quién ganará?

Solución: Primero calculamos, en cada pista, cuándo coinciden los dos autos. Para ello se calcula el mcm de los tiempos después de calcular el tiempo cuál es el menor.

$$\begin{array}{cc|c} 17 & 31 & 17 \\ 1 & 31 & 31 \\ 1 & 1 & \end{array}$$

el mcm(17, 31) = 527 segundos

$$\begin{array}{cc|c} 36 & 42 & 2 \\ 18 & 21 & 2 \\ 9 & 21 & 3 \\ 3 & 7 & 3 \\ 1 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & \end{array}$$

el mcm(36, 42) = 252.

Los autos de Carlos coinciden antes que los de Simón.

4. Un sitio turístico en el Caribe ofrece tres diferentes cruceros. Uno tarda 6 días en ir y regresar a su punto de inicio, el segundo tarda 8 días y el tercero tarda 10 días. Si los tres cruceros partieron al mismo tiempo hace 39 días ¿Cuántos días faltan para que vuelvan a partir el mismo día todos los cruceros?

Solución: Calculamos el mcm para saber cuántos días los cruceros coinciden.

Crucero 1	Crucero 2	Crucero 3	
6	8	10	2
3	4	5	2
3	2	5	2
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	

el mcm $(6, 8, 10) = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ luego se le restan los 39 días, $120 - 39 = 81$

Los cruceros volverán a salir juntos dentro de 81 días.

5. Juan, Paul, David y Andrea van a correr a un parque todos los días. Juan le da una vueltal al parque en 2 minutos, Paul le da 3 vueltas en 7 minutos y 30 segundos, David le da 4 vueltas en 9 minutos con 20 segundos y Andrea le da 2 vueltas al parque en 4 minutos con 20 segundos. Si todos parten al mismo tiempo y del mismo lugar, contestar.

a) ¿Quién es el mas veloz?

b) ¿Cuánto tardarán en encontrarse todos en el punto de partida?

Solución: Se calcula el tiempo en segundos de cada corredor y se determina el tiempo empleado en una sola vuelta

$$\text{Juan } \frac{120s}{1v} = 120s/v$$

$$\text{Paul } \frac{450s}{3v} = 150s/v$$

$$\text{David } \frac{540s}{4v} = 140s/v$$

$$\text{Andrea } \frac{260s}{2v} = 130s/v$$

Se calcula el mcm de 120, 150, 140 y 130

Juan	Andrea	David	Paul	
120	130	140	150	2
60	65	70	75	2
30	65	35	75	2
15	65	35	75	3
5	65	35	25	5
1	13	7	5	5
1	13	7	1	7
1	13	1	1	13
1	1	1	1	

El mcm $(120, 130, 140, 150) = 54600$ que convertimos a minutos $\frac{54600}{60s} = 910$ minutos

Concluimos que tardaran $\frac{910 \text{ m}}{60 \text{ m}} = 15$ horas y 10 minutos para salir del mismo punto (Lo cual no es real)

6. Un estudiante de astronomía sabe que venus le da vuelta al Sol en 225 días y Marte en 687 días. Si se sabe que la última vez que Venus, Tierra y Marte se alinearon fue hace 1805645 días, ¿en cuánto tiempo se volverán a alinear los 3 planetas en el mismo punto?

a) Solución: Se calcula el mcm

	Venus		Marte		Tierra	
	225		365		687	3
	75		73		229	3
b)	25		73		229	5
	5		73		229	5
	1		73		229	73
	1		1		229	73
	1		1		1	229

c) El mcm $(225, 365, 687) = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 73 \cdot 229 = 3761325$

d) Como hace 1805645 días se alinearon hacemos

$$3761325 - 1805645 = 1955680 \text{ días}$$

convertimos a años y tenemos

$$\frac{1955680}{365} = 5358 \text{ años y } 10 \text{ días}$$

7. Marco quiere instalar en su jardín tres diferentes tomas de agua automáticas para regar. La primera toma se abrirá cada 6 horas, la segunda lo hará cada 8 horas y la tercera, cada 14 horas.

Si la primera vez que inicia el contador es al mediodía, ¿Cuántos veces al mes empezarán todas las tomas a regar al mismo tiempo?

Solución: Se debe calcular el mcm del tiempo de cada toma

Toma 1	Toma 2	Toma 3	
6	8	14	2
3	4	7	2
3	2	7	2
3	1	7	3
1	1	7	7
1	1	1	

El $\text{mcm}(6, 8, 14) = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168$, así cada 168 horas todas las tomas inician.

Un mes tiene $30 \text{ días} \times 24 \text{ horas} = 720 \text{ horas}$ por lo tanto

$$\frac{720}{168} = 4.28$$

en el mes se iniciaran cuatro veces las tomas.

8. Una empresa internacional de dispositivos tecnológicos posee sucursales en España, Argentina y México. Cuando el sistema operativo de una de las sucursales se reinicia, todas sus computadoras dejan de funcionar durante un tiempo y sus tareas deben llevarse a cabo por las otras dos sucursales.

Para evitar males mayores, los ingenieros de la empresa establecen que los sistemas deben reiniciarse cada cierto tiempo según indica la siguiente tabla.

	Tiempo en Días
España	56
Argentina	48
México	50

Calcular cuántas veces los tres sistemas se reinician en el mismo día durante un periodo de 30 años.

Solución: Para determinar el periodo de tiempo se debe calcular el mcm de los periodos de reinicio de cada sucursal.

España	Argentina	México	
56	48	50	2
29	24	25	2
29	12	25	2
29	6	25	2
29	3	25	3
29	1	25	5
29	1	5	5
29	1	1	29
1	1	1	

El mcm $(56, 48, 50) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 29 = 1229$, el sistema operativo se reiniciará cada 1229 días. Luego 30 años son $30 \times 365 = 10950$ días que al dividirlos por 1229 obtenemos

$$\frac{10950}{1229} = 8.90$$

los sistemas operativos se reiniciarán en un periodo de 30 años, aproximadamente 8 veces.