

# “Introducción a la Estadística, Probabilidad e Inferencia”

Maestría en Estadística Aplicada  
Facultad de Ciencias Económicas y Estadística  
UNR

# Unidad 1

- Estadística y método científico.
- Estudios experimentales y estudios observacionales.
- El rol de la estadística en la toma de decisiones; introducción a los contrastes de hipótesis.

# **Acercas de la estadística**

En el mundo moderno de la computación y la tecnología de la información, es ampliamente reconocida la importancia de la estadística en todas las disciplinas.

Si bien la estadística se originó como una ciencia del estado, lenta e incesantemente encontró aplicaciones en Agricultura, Economía, Comercio, Biología, Medicina, Industria, etc.

En la actualidad, prácticamente no hay ámbito en que no se aplique o no se pueda aplicar la estadística.

(Varalakshmi *et al*, 2004)

La palabra estadística deriva de la palabra latina *estado*, en su significado de estado político y, de hecho, esto se encuentra muy ligado a los orígenes del uso de la estadística como herramienta. Si bien los primeros registros del uso de la palabra estadística datan del siglo XVIII, mucho antes la gente utilizaba y registraba datos:

- El viejo testamento contiene información sobre censos.
  - Los gobiernos de Babilonia, Egipto y Roma reunieron registros detallados sobre población y recursos.
  - En la Edad Media los gobernantes empezaron a registrar la propiedad de la tierra.
  - Debido al temor de Enrique VII a la peste, Inglaterra empezó a registrar sus muertos en 1532 y comenzaron a publicar semanalmente las estadísticas de mortalidad y nacimiento clasificadas según sexo, en la misma época la ley francesa requirió al clero que registrara bautismos, defunciones y matrimonios.
- (Patiño Herrera, 2002).



En el siglo XVII John Graunt (comerciante inglés, ajeno al mundo científico) utilizó los boletines de mortalidad ingleses como base documental para establecer sus investigaciones estadísticas, actuariales y demográficas.

En 1662 publica "*Natural and Political Observations Made up on the Bills of Mortality*" en el cual utiliza, entre otros, los datos de tasas de mortalidad de Londres para intentar crear un sistema que avise de la aparición y propagación de la peste bubónica en la ciudad.

Aunque el sistema nunca se llegó a crear, el trabajo de Graunt en el estudio de los informes de mortalidad dio lugar a la primera estimación estadística de la población de Londres.

En el siglo XIX se deben destacar los aportes de John Snow (1813-1858) , brillante médico inglés, quien se destacó por su agudo sentido de observación, razonamiento lógico y perseverancia, primero en el ámbito de la anestesia y posteriormente en epidemiología.

Los sucesivos brotes de cólera que afectaron Londres lo motivaron a estudiar esta enfermedad desde un punto de vista poblacional, relacionando la incidencia de casos al consumo de aguas contaminadas por una “materia mórbida”, responsable de la diarrea aguda con deshidratación que la caracteriza.

Snow se opuso a las teorías vigentes de su época, sacrificando su prestigio. Fue pionero en el uso de metodologías de investigación epidemiológica moderna: la implementación de encuestas y la epidemiología espacial.

Cerda J. L. y Valdivia C. (2007)

Por otro lado, si nos remitimos a la definición que brinda la Real Academia Española, encontramos:

**estadística.**

(Del al. *Statistik*).

1. f. Estudio de los datos cuantitativos de la población, de los recursos naturales e industriales, del tráfico o de cualquier otra manifestación de las sociedades humanas.
2. f. Conjunto de estos datos.
3. f. Rama de la matemática que utiliza grandes conjuntos de datos numéricos para obtener inferencias basadas en el cálculo de probabilidades.

De acuerdo a esta fuente, el origen pareciera ser alemán, pero también encontramos que deriva de la palabra latina "*status*", de la palabra italiana "*statista*" o de la palabra germana "*statistik*". En cualquiera de los casos, el significado es el mismo: "estado político".



Esta definición se acerca de manera natural a lo que usualmente asociamos con la “estadística”.

Escuchamos de estadísticas en eventos deportivos (número de goles que hizo un futbolista durante determinado campeonato), estadísticas relacionadas con la economía (ingreso medio, tasas de desempleo), y estadísticas relacionadas con opiniones, creencias y comportamientos (porcentaje de estudiantes que consumen drogas).

En este sentido, una estadística es simplemente un número calculado a partir de ciertos datos.

Pero la estadística como un campo puede ser de manera más amplia vista como una forma de pensar acerca de los datos y de cuantificar la incertidumbre, no sólo una masa de números y fórmulas confusas. (Agresti y Franklin, 2013)



## Estadística

La estadística es el arte y la ciencia que se dedica al diseño de estudios y al análisis de los datos que dichos estudios producen. Su objetivo final es traducir los datos en conocimiento y así entender el mundo que nos rodea.

En síntesis, la estadística es *el arte y la ciencia del aprendizaje por medio de los datos*.

(Agresti y Franklin, 2013)

En la misma línea, encontramos que Frederick Croxton y Dudley Cowden a mediados del siglo XX definieron a la estadística como

*“...la ciencia de recolección, presentación, análisis e interpretación de datos numéricos para el análisis lógico”.*

(Varalakshmi *et al*, 2004)

De acuerdo a esta definición hay cuatro etapas:

1. **Recolección de los datos:** es la base sobre la cual se asienta el resto del análisis. Es por esto que es esencial un planeamiento cuidadoso previo a la recolección de los datos. Los métodos de recolección son muy diversos y el investigador en cada caso deberá elegir cuál utilizar de acuerdo a sus objetivos, disponibilidad de la información, etc.
2. **Presentación de los datos:** los datos recolectados pueden ser presentado en forma tabular o gráfica, de manera de obtener una primera descripción de las características que presentan.
3. **Análisis de los datos:** los datos deben ser analizados cuidadosamente para la realización de inferencias.
4. **Interpretación de los datos:** la etapa final es la elaboración de conclusiones a partir del análisis realizado de manera de poder obtener una conclusión válida que dé respuesta al problema que originó dicho análisis.

# Estadística descriptiva y estadística inferencial

## La descripción en el análisis estadístico

La **estadística descriptiva** abarca los métodos para resumir la información recolectada (que puede provenir tanto de una población como de una muestra). El análisis descriptivo combina gráficos y medidas de resumen numéricas como promedios y porcentajes.

El propósito principal es reducir la información de manera tal de que se distorsione o se pierda la menor cantidad de información posible.



## La inferencia en el análisis estadístico

La **estadística inferencial** abarca los métodos para tomar decisiones o realizar predicciones acerca de una población, en base a los datos obtenidos a partir de una muestra de tal población.

- La estadística descriptiva se utiliza tanto en poblaciones como en muestras.
- La estadística inferencial se utiliza cuando los datos sólo están disponibles para una muestra pero necesitamos sacar conclusiones sobre la población total.

# Estadística y el método científico

De la definición dada por Croxton y Cowden, junto con las etapas planteadas, surge de manera natural la vinculación con el método científico (en su versión tradicional).



# “Observación”



## ¿Cómo obtenemos los datos que analizamos?

En primer lugar es necesario introducir algunos conceptos.

**Observamos muestras, pero estamos interesados en poblaciones...**

Las entidades que medimos en un estudio son denominadas **sujetos**.

Generalmente los sujetos son individuos, por ejemplo entrevistados en una encuesta, pero no necesariamente deben ser personas.

Las **unidades de análisis** pueden ser *países* (si se mide el % de habitantes que viven en la pobreza o la tasa de natalidad), *máquinas* (si se mide el % de unidades defectuosas producidas) o alguna unidad de tiempo como *días* (en un determinado bar puede medirse la cantidad gastada en café a diario).

La **población** es el conjunto de todas las unidades en las que estamos interesados, de las cuales queremos obtener conclusiones.

Una **muestra** es un subconjunto de la población para el cual tenemos (o planeamos tener) datos.

La **unidad de análisis** es el elemento mínimo de una población. Se refiere a qué o quién es objeto de interés en una investigación.



Las **variables** son propiedades, atributos o características que forman parte del problema y a través de las cuales podremos explorarlo, describirlo o explicarlo. Las variables toman distintos *valores*.

Un **dato** es el *valor* que adopta una *variable* medida en una *unidad de análisis*.

Las variables pueden clasificarse según sea el rol que desempeñan en el análisis.

El análisis de los datos intenta determinar cómo el resultado observado en la **variable respuesta** *depende de o es explicado por* el valor que toma la **variable explicativa**.

La **variable respuesta** es la variable de resultado sobre la cual se hacen las comparaciones y la **variable explicativa** es una variable que creemos que explica o causa los resultados observados.

Por último, las **variables de confusión** son aquellas cuyos efectos sobre la respuesta no pueden ser separados de los efectos que la variable explicativa tiene sobre las mismas. En otras palabras, influyen la asociación entre la respuesta y la explicativa debido a su propia asociación con cada una de ellas.

# ¿Cómo obtenemos los datos que analizamos?

## **Estudios experimentales**

Estudios en los cuales los sujetos son asignados a ciertas condiciones experimentales y luego se observan los resultados en la variable respuesta. Las condiciones experimentales, que corresponden a valores de la variable explicativa, son llamadas *tratamientos*.

## **Estudios observacionales**

Estudios en los cuales se observan los valores de la variable respuesta y de las variables explicativas en los sujetos que integran la muestra, sin realizar ninguna acción sobre los individuos; es decir simplemente se *observa, sin experimentar*.

# Ejemplo

## ¿Cuán seguros son los celulares para la salud?

Los celulares emiten radiaciones electromagnéticas y sus antenas son la principal fuente de esta energía. Mientras más cerca está la antena de la cabeza del usuario, mayor es la exposición a la radiación.

Con el incremento en el uso de los teléfonos celulares ha habido una creciente preocupación acerca del potencial riesgo sobre la salud. Varios estudios han explorado la posibilidad de tales riesgos.

A continuación se presentan 3 de ellos, a modo de ejemplo.



# Teléfonos celulares y Salud...

- **Estudio 1:** Un estudio alemán (Stang et al., 2001) comparó 118 pacientes con una forma rara de cáncer ocular con 475 pacientes sanos. El uso de celular de los pacientes fue evaluado mediante un cuestionario. **En promedio, los pacientes con cáncer utilizaban celular con mayor frecuencia.**
- **Estudio 2:** Un estudio británico (Hepworth et al., 2006) comparó 966 pacientes con cáncer cerebral con 1716 pacientes sin dicho cáncer. El uso de celular de los pacientes fue evaluado mediante un cuestionario. **El uso del celular de ambos grupos fue similar.**

# Teléfonos celulares y Salud...

- **Estudio 3:** Un estudio norteamericano (Volkow et al., 2011) indicó que el uso de celulares acelera la actividad cerebral. Como parte de este estudio, a 47 participantes se les colocó un dispositivo con un teléfono celular en cada oído y luego se los sometió a dos escaneos de emisión de dos tipos de partículas para medir cierto tipo de actividad cerebral. Durante uno de los escaneos, ambos celulares estaban apagados. Durante el otro, se realizó una llamada al dispositivo de la oreja derecha. El orden en el que se realizó la llamada (para el primer o el segundo escaneo) fue aleatorizado. La comparación de los escaneos mostró un incremento significativo en la actividad cerebral en la parte del cerebro más cercana a la antena durante la transmisión de la llamada.

# Teléfonos celulares y Salud...

- En la unidad siguiente se retomará este ejemplo y se discutirá sobre distintos interrogantes que surgen al comparar los resultados de los tres estudios.

Ahora repasemos los conceptos presentados en función de los estudios descriptos.

- ¿Cuál es la unidad de análisis? ¿Se trata de unidades *muestrales* o *poblacionales*?
- ¿Se trata de estudios observacionales o experimentales?
- ¿Cuál es la variable respuesta y cuál puede considerarse como variable explicativa?
- ¿Pueden estar presentes variables de confusión? ¿Cuáles?

## “Planteo de una hipótesis”

Un problema que plantea la investigación científica es el de decidir la veracidad o falsedad de una hipótesis.

*“...una hipótesis es una conjetura, una afirmación de carácter incierto que se propone sin conocimiento de su verdad o falsedad...”*  
(Klimovsky, 1997).

La estadística provee métodos adecuados para el establecimiento de la veracidad o falsedad de una hipótesis y es por este motivo que está tan vinculada al método científico.



En toda prueba estadística de hipótesis, se plantean 2 teorías que compiten.

Los test de hipótesis corresponden a procedimientos de inferencia estadística que enfrentan un problema de decisión en base a la información parcial brindada por una muestra.

### **Hipótesis Estadísticas:**

$H_0$ ) **Hipótesis nula:** es la afirmación de que nada está sucediendo, que no existe diferencia, que no hay cambios en la población.

$H_1$ ) **Hipótesis alternativa:** es la afirmación que el investigador espera que sea cierta; representa el cambio en la población que el investigador está buscando.

En general la hipótesis nula es construida para refutarla, con el objetivo de apoyar la hipótesis alternativa.

Una manera bastante pedagógica de entender este proceso es a través del modelo de jurisprudencia, considerando que la hipótesis nula es puesta bajo juicio.

*"Tal como un acusado se presume inocente hasta que se demuestra que es culpable, la hipótesis nula se asume correcta (inocente) hasta que es rechazada (hasta que se prueba que es culpable) a favor de alguna alternativa más plausible.*

*La carga de prueba corresponde al investigador, como el fiscal debe demostrar la culpabilidad de la nula contra una comunidad científica escéptica, el jurado. El investigador es también un detective."*

(Rodgers, 2010).

# Teléfonos celulares y Salud...

En cada uno de los estudios presentados:

- ¿Cuál es la hipótesis nula?
- ¿Cuál es la hipótesis alternativa?

## “Demostración o refutación”



### ¿Cómo tomar una decisión con estadística?

Para conocer cuál de las dos teorías parece más razonable, recabamos información, la analizamos y nos preguntamos:

*¿son estos datos más probables de ser observados si la 1ª teoría es cierta o si la 2ª teoría es cierta?*

Una teoría será rechazada si se puede demostrar estadísticamente que los datos que observamos son muy poco probables de ocurrir si fuera cierta.



Si los datos son poco probables de ocurrir cuando la primer teoría es cierta

**Rechazamos esta teoría** (...y sustentamos la otra)

Tener en cuenta que el **no rechazo** de la  $H_0$  **no implica** necesariamente que la teoría sea cierta.

La lógica detrás de la toma de decisión esta basada en el concepto de **suceso raro**. Dado que la  $H_0$  es en general, el *statu quo*, comenzamos **suponiendo que la  $H_0$  es cierta**.

En diversas fuentes frecuentemente se leen frases como:

*"Los resultados no fueron estadísticamente significativos",*

o bien,

*"No hay diferencias estadísticamente significativas entre los grupos".*

Los datos observados son **estadísticamente significativos** si ellos son poco probables de ser observados bajo el supuesto de que  $H_0$  es cierta.

Es decir, si rechazamos  $H_0$ , decimos que los datos son *estadísticamente significativos*.

# Ejemplo

## Tratamiento de una enfermedad mental

Supongamos que se realiza un estudio para analizar si cierta terapia para tratar depresión mental es efectiva. Si se determinara que su efecto es beneficioso, se comenzarían a tratar a los pacientes con dicha terapia.

Consideremos las hipótesis:

$H_0$ ) La terapia no tiene ningún efecto.

$H_1$ ) La terapia tiene un efecto beneficioso.

Supongamos que al finalizar el estudio se concluye que los datos son estadísticamente significativos.

- ¿Qué hipótesis fue rechazada?
- ¿Qué acción se tomó?

# ¿Qué errores podemos cometer?

Un principio del sistema de la justicia es que

*"El acusado será considerado inocente hasta que se pruebe su culpabilidad"*

En el contexto de un juicio criminal ¿cómo juegan las hipótesis nula y alternativa?

La  $H_0$  es el *statu quo*, el acusado es inocente. Se deberán presentar las evidencias y se evaluarán.

Si hay suficientes pruebas contra el acusado, será declarado "culpable".

Si se dictamina un veredicto "culpable" y el acusado es "inocente" ocurrirá un **ERROR**.

Si se dictamina un veredicto "inocente" y el acusado es "culpable" ocurrirá un **ERROR**.



En términos estadísticos...

**Error tipo I ( $e_I$ ):** error que se comete cuando se rechaza la  $H_0$  siendo cierta.

**Error tipo II ( $e_{II}$ ):** error que se comete cuando no se rechaza la  $H_0$  siendo cierta la  $H_1$ .

Decisión basada en los datos	$H_0$ es cierta	$H_1$ es cierta
No rechazar $H_0$	No hay error	$e_{II}$
Rechazar $H_0$	$e_I$	No hay error

# Ejemplo

## Tratamiento de una enfermedad mental

- ¿Cuáles son los errores que se pueden cometer cuando se decide entre las dos hipótesis planteadas?
- ¿Cuáles son sus consecuencias?

A cada uno de los errores posibles, se les puede asignar una probabilidad de cometerlos...

- $P(e_I)$ : probabilidad de rechazar  $H_0$  siendo cierta ( $\alpha$ )
- $P(e_{II})$ : probabilidad de no rechazar  $H_0$  siendo cierta  $H_1$  ( $\beta$ )

En un mundo ideal, los errores no ocurrirían. Sin embargo, ya sea en test de hipótesis o en situaciones tales como juicios o en diagnósticos médicos, los errores ocurren.

Dado que ambas,  $P(e_I)$  y  $P(e_{II})$ , representan probabilidades de cometer un error, idealmente deseamos que sean lo más pequeñas posible.

Si el error tipo I es considerado muy serio ¿por qué no tratamos de que la probabilidad de cometerlo sea extremadamente pequeña tal como  $\alpha=0,000001$ ?

Por ejemplo, ¿por qué no hacemos que sea prácticamente imposible declarar culpable a alguien que es realmente inocente?

Cuando tomamos un valor más pequeño de  $\alpha$ , necesitamos un valor más pequeño en la probabilidad asociada para rechazar  $H_0$ . Por lo tanto, se vuelve más difícil rechazar  $H_0$ , pero eso significa que será también difícil aún cuando  $H_0$  sea falsa.

Cuanto más fuerte sea la evidencia requerida para encarcelar a alguien, más probable será que fallemos en condenar a alguien que realmente es culpable. En otras palabras, cuanto más pequeña sea la  $P(e_I)$ , mayor será la  $P(e_{II})$ .



Para lograr un valor 0 en la probabilidad de cometer un  $e_I$ , nunca rechazaríamos la  $H_0$ , nunca sustentaríamos una teoría nueva o alternativa. Por lo tanto debemos aceptar una pequeña probabilidad de cometer un error.

Este razonamiento refleja una relación fundamental entre la  $P(e_I)$  y la  $P(e_{II})$ :

*para un tamaño de muestral fijo ( $n$ ),  
mientras  $P(e_I)$  disminuye, la  $P(e_{II})$  aumenta.*

Ambas probabilidades están inversamente relacionadas.

Si  $n$  se incrementa, aportamos mayor información y ambas probabilidades disminuyen (*lo veremos en la Unidad 6*).

Se desea encontrar un test de manera tal que las  $P(e_I)$  y  $P(e_{II})$  sean mínimas.

Se acostumbra asignar un límite a la

$P(\text{rechazar } H_0 / H_0 \text{ es cierta})$

y minimizar la otra probabilidad.

Es decir seleccionamos un número  $0 < \alpha < 1$ , llamado **nivel de significación** e imponemos la condición:

$$P(\text{rechazar } H_0 / H_0 \text{ es cierta}) \leq \alpha.$$

## Algunas definiciones...

- **Región de rechazo o región crítica:** conjunto de valores para los cuales rechazaríamos  $H_0$  (valores que son contradictorios a la  $H_0$  y favorables a la  $H_1$ ).
- **Región de aceptación:** conjunto de valores para los cuales no rechazaríamos la  $H_0$ .
- **Valor crítico:** aquel que marca el “punto inicial” del conjunto de valores que comprenden la región de rechazo.
- **Potencia del test:**  $1 - \beta$ .

# Un experimento simple para ejemplificar...

Supongamos que se nos presentan 2 bolsas, y se nos pide que elijamos una.

- La bolsa A tiene un total de \$-560, es decir que si la elegimos, perdemos dinero.
- La bolsa B tiene un total de \$1890, es decir que si la elegimos, ganamos dinero.

El experimento consiste en recibir una bolsa, extraer un billete y decidir si el mismo proviene de la bolsa A o de la B.

Lógicamente, si concluimos a través de la información dada por el billete que la bolsa recibida es la A, la cambiaremos.



## Gráfico de frecuencias de la bolsa A:



## Gráfico de frecuencias de la bolsa B:



$H_0$ ) La bolsa mostrada es la A.

$H_1$ ) La bolsa mostrada no es la A.

¿Cómo establecemos la regla de decisión en base a una observación ( $n=1$ )?

Consideremos dos casos obvios:

- Si el billete seleccionado vale \$-1000, sabremos que la bolsa es la A, por lo tanto no rechazaremos  $H_0$ .
- Si el billete seleccionado vale \$1000, sabremos que la bolsa es la B, por lo tanto rechazaremos  $H_0$ .

Pero, ¿qué pasa si el billete vale \$60? O si vale \$10?

Regla de decisión	Región de rechazo	Valor crítico	$P(e_I)$	$P(e_{II})$
#1 - Rechazar $H_0$ si el valor elegido es $\geq \$60$ .	Valores mayores o iguales que \$60.	\$60		
#2 - Rechazar $H_0$ si el valor elegido es $\geq \$50$ .	Valores mayores o iguales que \$50.	\$50		
#3 - Rechazar $H_0$ si el valor elegido es $\geq \$40$ .	Valores mayores o iguales que \$40.	\$40		

**Dada una regla de decisión**, podemos hallar los niveles de  $\alpha$  y  $\beta$  exactamente.

También podemos ir al revés:

**Fijar el nivel de significación**  $\alpha$  y a partir de él, determinar la regla de decisión.



# ¿Cuán raros son los datos si $H_0$ es cierta?

El valor de la **probabilidad asociada** a un resultado ( $p$ ) es la probabilidad de obtener el resultado observado o uno más extremo (en dirección a la  $H_1$ ), suponiendo que la  $H_0$  es la verdadera.

Cuanto menor es el valor  $p$ , mayor es la evidencia provista por los datos en contra de  $H_0$ .

El valor  $p$  se compara con el nivel de significación,  $\alpha$ , requerido para la toma de decisiones.

## Relación entre la probabilidad asociada y el nivel de significación $\alpha$

- Si  $p \leq \alpha \Rightarrow$  se **rechaza**  $H_0$  y se dice que los resultados *son estadísticamente significativos*.
- Si  $p > \alpha \Rightarrow$  no se **rechaza**  $H_0$  y se dice que los resultados *no son estadísticamente significativos*.

# Un experimento simple para ejemplificar...

Supongamos que se extrae un billete y su valor es \$50.  
Si se considera la regla #1:

- ¿Cuál es el valor de la probabilidad asociada a este resultado?
- ¿Cuál es la conclusión a partir de este valor?
- ¿Puede estar cometiendo un error al tomar tal decisión?
- ¿Qué tipo de error puede cometer?
- ¿Cuál es la probabilidad de haber cometido ese error?

Es importante distinguir entre:

- establecer una regla de decisión: "*antes de observar los datos*"  
y
- tomar una decisión "*luego de observar los datos*".

Una vez que se ha tomado una decisión, ésta será correcta o errónea y la probabilidad de cometer una equivocación será igual a 0 ó 1.



## Ejemplo

La siguiente tabla resume los resultados de tres estudios diferentes.

Estudio	$H_0$	$H_1$	$p$
A	La verdadera duración de vida promedio es $\geq 54$ meses.	La verdadera duración de vida promedio es $< 54$ meses.	0,0251
B	La experiencia de supervivencia bajo el tratamiento A es igual a la obtenida con el tratamiento B.	La experiencia de supervivencia bajo el tratamiento A es diferente a la obtenida con el tratamiento B.	0,0018
C	La verdadera proporción de personas que tienen dos empleos es $\leq 0,33$ .	La verdadera proporción de personas que tienen dos empleos es $> 0,33$ .	0,3590

- Para cuál de los estudios, los resultados muestran mayor soporte para la  $H_0$ ? Explique.
- Suponga que en el estudio A se concluyó de manera equivocada, en el lenguaje estadístico, éste es un error tipo I o un error tipo II?
- En el estudio C, cuál es la hipótesis sustentada?

# Acerca de la dirección del extremo

En el ejemplo de las bolsas A y B, la dirección de los valores extremos fue a la derecha



**Test  
unilateral  
por derecha**

Pueden presentarse otros casos, dependiendo de la posición de los valores que son más probables bajo  $H_1$  que bajo  $H_0$ :

- **Test unilateral por izquierda**
- **Test bilateral**

Gráfico de frecuencias de la bolsa A:

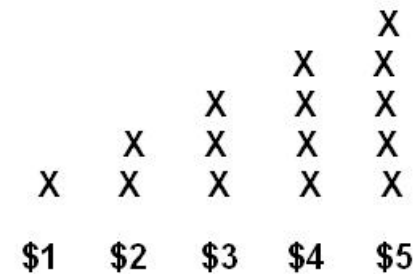
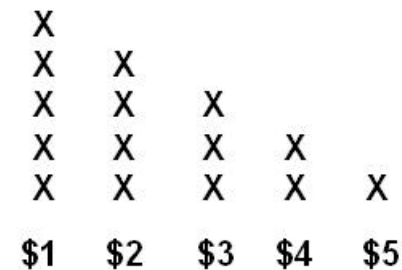


Gráfico de frecuencias de la bolsa B:

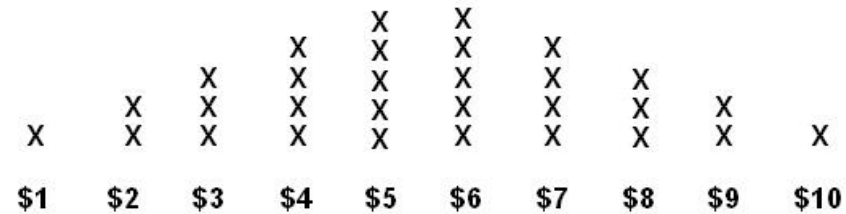


**Ejercicio:**

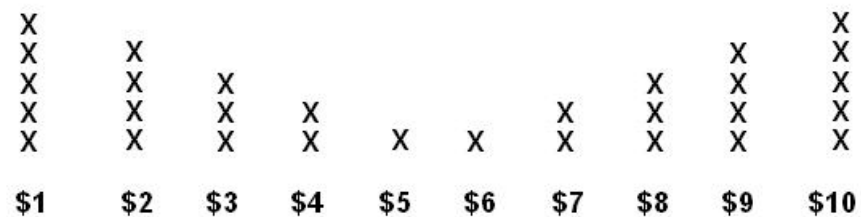
Se deja propuesto trabajar de manera análoga a lo resuelto para el caso unilateral a la derecha.



## Gráfico de frecuencias de la bolsa A:



## Gráfico de frecuencias de la bolsa B:



En este caso las reglas de decisión incluyen valores extremos en ambas direcciones.

Regla de decisión	Región de rechazo	Valor crítico	$P(e_I)$	$P(e_{II})$
#1 - Rechazar $H_0$ si el valor elegido es $\leq \$1$ o bien $\geq \$10$ .	Valores menores o iguales que \$1 y valores mayores o iguales que \$10.	\$1 y \$10		
#2 - Rechazar $H_0$ si el valor elegido es $\leq \$2$ o bien $\geq \$9$ .	Valores menores o iguales que \$2 y valores mayores o iguales que \$9.	\$2 y \$9		

- Si se extrae un billete de \$10, ¿cuál es su probabilidad asociada?

# Bibliografía

- Agresti A., Franklin C. (2009) The art and science of learning from data. 2º Ed. New Jersey. Pearson Prentice Hall.
- Cerda J. L. y Valdivia C. (2007) John Snow, la epidemia de cólera y el nacimiento de la epidemiología moderna.  
[https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0716-10182007000400014](https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0716-10182007000400014) Consultado: marzo 2019.
- Patiño Herrera R. (2002). Introducción al análisis estadístico. Instituto Tecnológico de Celaya.  
<http://www.iqcelaya.itc.mx/~roosph/pye/U1/eu1t1.pdf>. Consultado: julio 2014.
- Rodgers J.L. (2010). The Epistemology of Mathematical and Statistical Modeling. *A Quiet Methodological Revolution. University of Oklahoma.* American Psychologist Association. Vol. 65, No. 1, 1–12 DOI: 10.1037/a0018326.
- Ruggieri M. (2010) Métodos estadísticos I. Reimpresión. Rosario. UNR editora.
- Varalakshmi V., Suseela N., GnanaSundaram G., Ezhilarasi S. Indrani B. (2004). Statistics Higher Secondary – First Year. 1st Ed. India: Government of Tamilnadu. Tamilnadu Textbook Corporation.