

Z góry przepraszam za obramówki ale nie chciałem aby rozwiązania się ze sobą „zlewały”.

zad1_praca4_s24512

$$F(x) = \begin{cases} -x & x = [-1, 0) \\ 2x^3 & x = [0, 1] \\ 0 & x = \mathbb{R} \setminus (-1, 1) \end{cases}$$

x	-1	0	1
p(x)	1	0	2

$\text{Var}(X) = E[X^2] - E[X]^2$

$E[X] = -x \cdot -1 + 2x^3 \cdot 0 + wx^3 \cdot 1$

$E[X] = -1 + 0 + 2 = 1$

$E[X]^2 = 1$

$E[X^2] = 1 + 0 + 2 = 3$

$\text{Var}(X) = 3 - 1 = 2$

q

zad2_praca4_s24512

$$F(x) = \begin{cases} -x & x = [-1, 0) \\ 2x^3 & x = [0, 1] \\ 0 & x = \mathbb{R} \setminus (-1, 1) \end{cases}$$

$P(1/2) = 2(1/2)^3 = 2 \cdot 1/8 = 1/4$
 $P(-1/2) = 1/2$

$P(X > -1/2 \mid X < 1/2) = \frac{P(X > -1/2 \text{ SUMA } X < 1/2)}{P(X > -1/2)} = \frac{3/4}{1/2} = \frac{3}{8}$

zad3_praca4_s24512

$$F(x) = \begin{cases} -x & x = [-1, 0) \\ 2x^3 & x = [0, 1] \\ 0 & x = \mathbb{R} \setminus (-1, 1) \end{cases}$$

x	-1	0	1
p(x)	1	0	2
e^(X^2)	2,718281828	1	2,718281828
	.=EXP(POTĘGA(T22;2)) .:=EXP(POTĘGA(U22;2)) .:=EXP(POTĘGA(V22;2)) < takich formuł użyłem powyżej		
p(e^(X^2))	2,718281828	0	5,436563657
E[e^(X^2)] =	8,154845485		

zad4_praca4_s24512

$X \sim N(p, 2p)$ gdzie $N(E(X), \text{Var}(X))$

więc

$E(X) = p$

$\text{Var}(X) = 2p$

$\text{VAR}(Y) = \text{VAR}(5-3X) = \text{VAR}(-3X) = 9\text{Var}(X) = 3$ (wykorzystałem pkt. 9)

więc

$\text{Var}(X) = 4$

z tego wynika, że $2p=4$ więc $p=2$

=>

$E(X) = 2$

$\text{Var}(X) = 4$

Oblicz $P(|X| < EX^2)$.

$|X| < E(X^2)$

więc:

$E(X^2) = \text{Var}(X) + E(X)^2 = 4 + 4 = 8$

$P(|X| < 8)$

$$P\left(\frac{|X-2|}{2} < 2\right) = P(-2 < X < 6)$$

Własności wartości oczekiwanej i wariancji

1. $E(c) = c$, c - dowolna stała.
2. $E(aX) = aE(X)$, a - dowolna stała.
3. $E(X+b) = E(X) + b$, b - dowolna stała.
4. $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$.
5. $X \geq Y \Rightarrow E(X) \geq E(Y)$.
6. $\text{Var}(X) \geq 0$.
7. $\text{Var}(X) = 0 \Leftrightarrow P(X=c) = 1$.
8. $\text{Var}(aX) = a^2 \text{Var}(X)$, a - stała.
9. $\text{Var}(X+b) = \text{Var}(X)$.
10. $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$.

$Z1 = (-2-2)/\sqrt{4} = -2$

$Z2 = (6-2)/\sqrt{4} = 2$

$P(Z1) = P(-2) =$

0.0228

$P(Z2) = P(2) =$

0.9772

Więc:

$P(|X| < 8) = P(Z2) - P(Z1) = 0.9544$