Modulo 10
Caracterização no tempo e frequência de sinais e sistemas

6.1 Resposta de fase

$$x(t) \overset{\mathcal{F}}{\leftrightarrow} X(j\omega) = |X(j\omega)| e^{j\underbrace{\angle X(j\omega)}}$$

- Alterações no ângulo de fase $\boxed{\phi(j\omega) = \angle X(j\omega)}$
  $\rightarrow$ deformações na função do tempo $x(t)$

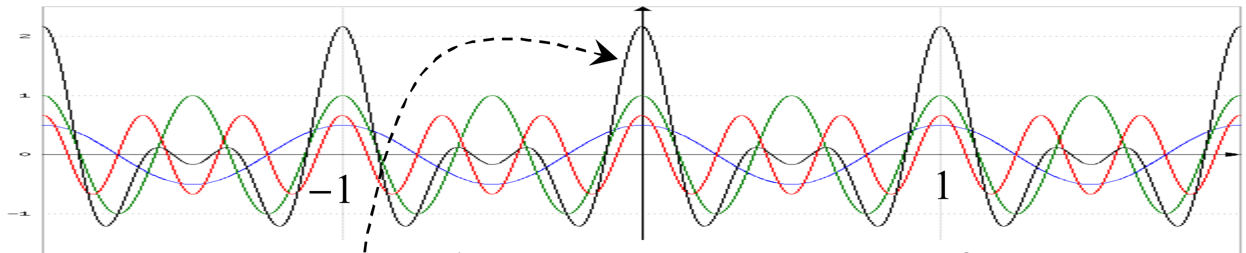
- Distorções de fase podem ser irrelevantes (ex.:percepção sonora)

- Exemplo

$$x(t) = \frac{1}{2}\cos(2\pi t + \underset{\downarrow \atop \phi(2\pi)}{\phi_1}) + \cos(4\pi t + \underset{\downarrow \atop \phi(4\pi)}{\phi_2}) + \frac{2}{3}\cos(6\pi t + \underset{\downarrow \atop \phi(6\pi)}{\phi_3})$$

$$\phi_i = \omega_i \cdot t_i$$

continua...



$$x(t)=\frac{1}{2}\cos(2\pi t+0)+\cos(4\pi t+0)+\frac{2}{3}\cos(6\pi t+0)$$

$$\phi_i=\omega_i\cdot t_i \rightarrow t_i=\frac{\phi_i}{\omega_i}$$

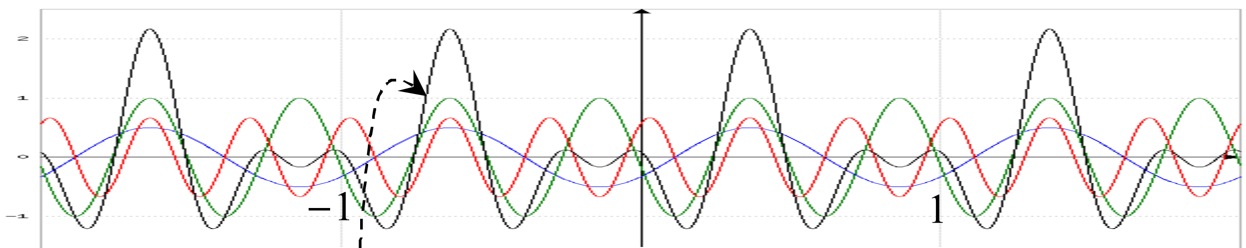
Deslocamento de Fase linear

$$t_1=\frac{4}{2\pi}=\frac{2}{\pi}\approx 0{,}64s$$

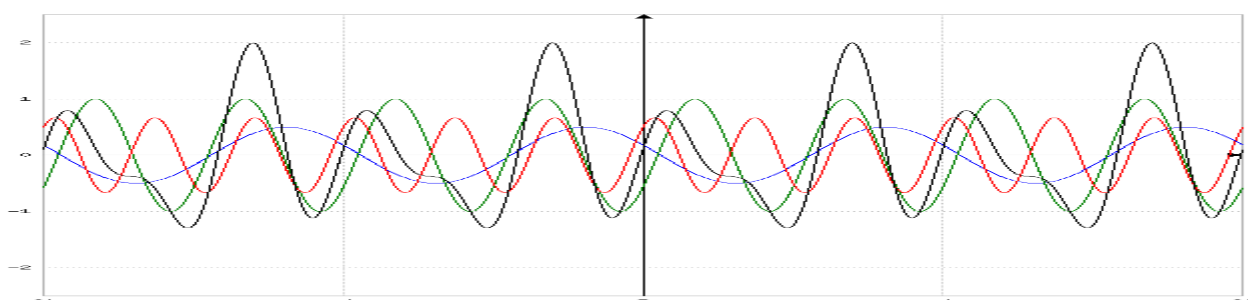
$$t_2=\frac{8}{4\pi}=\frac{2}{\pi}$$

$$t_3=\frac{12}{6\pi}=\frac{2}{\pi}$$

$$\boxed{\phi=\frac{2}{\pi}\omega}$$



$$x(t)=\frac{1}{2}\cos(2\pi t+4)+\cos(4\pi t+8)+\frac{2}{3}\cos(6\pi t+12)$$



$$x(t)=\frac{1}{2}\cos(2\pi t+1{,}20)+\cos(4\pi t+4{,}10)+\frac{2}{3}\cos(6\pi t-7.02)$$

$$t_1=\frac{1.2}{2\pi}\approx 0{,}19s$$

$$t_2=\frac{4.1}{4\pi}\approx 0{,}32s$$

$$t_3=\frac{-7.02}{6\pi}\approx -0{,}37s$$

$$x(t)=\frac{1}{2}\cos(2\pi t+\phi_1)+\cos(4\pi t+\phi_2)+\frac{2}{3}\cos(6\pi t+\phi_3)$$

http://www.mathe-fa.de

6.2 Magnitude e fase da resposta em freqüência

$$X(j\omega) \rightarrow \underset{H(j\omega)}{\boxed{\text{SLIT}}} \rightarrow Y(j\omega) = H(j\omega)\cdot X(j\omega)$$

$$\underbrace{|Y(j\omega)| = |H(j\omega)||X(j\omega)|}_{\text{Ganho ou Magnitude}}$$

$$\Downarrow$$

Produto de ganhos

$$\underbrace{\sphericalangle Y(j\omega) = \sphericalangle H(j\omega) + \sphericalangle X(j\omega)}_{\text{Deslocamento ou Resposta de fase}}$$

$$\Downarrow$$

soma de fases

Fase linear e não linear

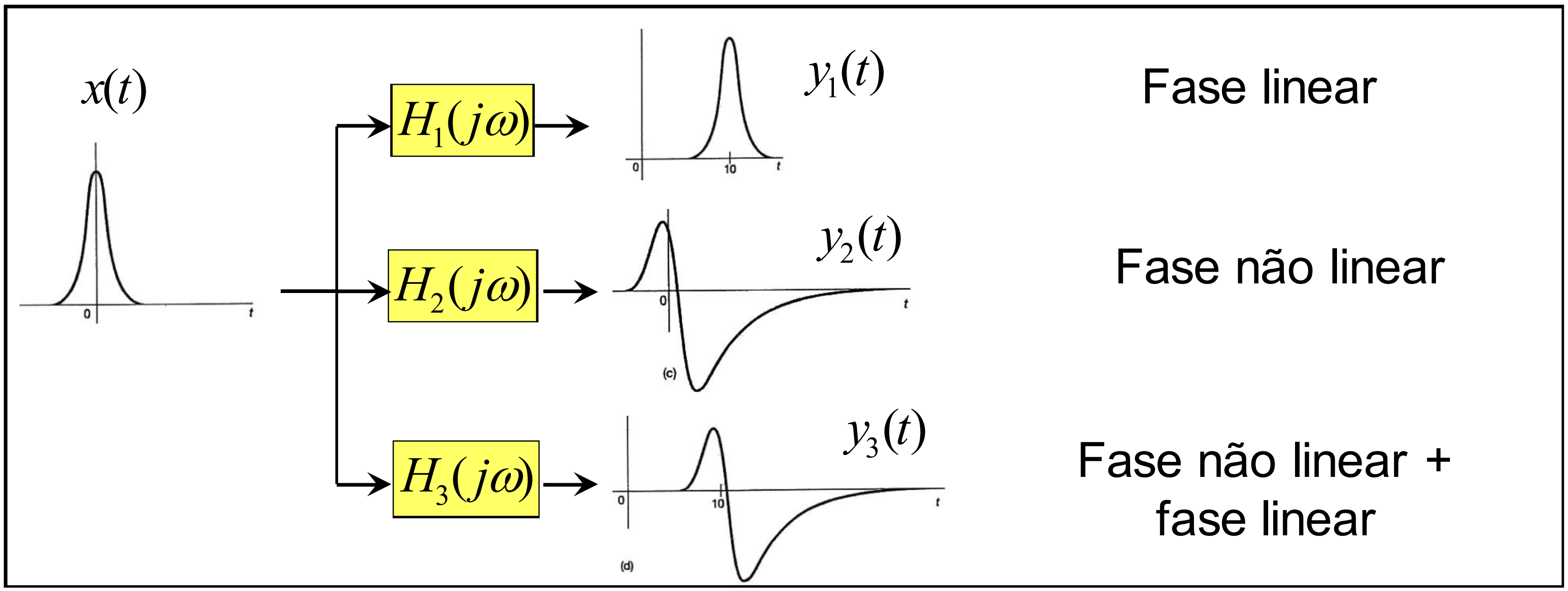
$$x(t) = y(t - t_0) \quad \overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow} \quad Y(j\omega) = X(j\omega) \cdot e^{-j\omega t_0}$$

$\Downarrow$

Atraso no tempo

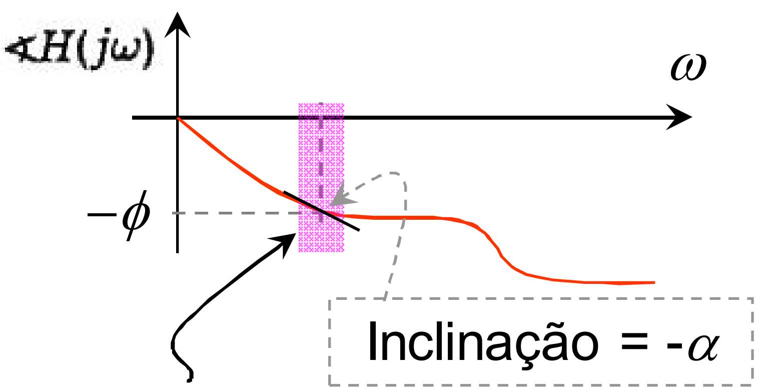
$$H(j\omega) = e^{-j\omega t_0} \quad \begin{cases} |H(j\omega)| = 1 \\ \measuredangle H(j\omega) = -\omega t_0 \end{cases}$$

Fase linear $\Uparrow$



Atraso de grupo

- Conceito de atraso estendido a resposta de fase não linear (→ “dispersão” em sistemas físicos: diferentes freqüências propagam com diferentes velocidades)
- Atraso visto numa banda estreita (“grupo”) do espectro



$$\sphericalangle H(j\omega) \simeq -\phi - \omega\alpha$$

$$\boxed{\tau(j\omega) = \frac{-d}{d\omega}(-\phi - \omega\alpha) = \alpha}$$

$$Y(j\omega) \simeq X(j\omega)\left|H(j\omega)\right| e^{-j\phi} e^{-j\omega\alpha}.$$

fase ≃ cte de grupo

atraso α ≃ cte de grupo

Em geral, para qualquer ω

$$\tau(\omega) = -\frac{d}{d\omega}\{\sphericalangle H(j\omega)\}$$

Diagramas do log da magnitude

$$Y(j\omega) = H(j\omega) \cdot X(j\omega)$$

- Ângulo de fase é aditivo: $\angle Y(\omega) \;=\; \angle H(j\omega) \;+\; \angle X(j\omega)$

- Uso do logaritmo para somar magnitudes:

$$\log|Y(j\omega)| = \log|H(j\omega)| + \log|X(j\omega)|,$$

- Maior “faixa dinâmica” do gráfico
  → melhor visualização de detalhes da magnitude do espectro

Magnitude em decibel (dB)

$$\log|Y(j\omega)| = \log|H(j\omega)| + \log|X(j\omega)|,$$

- Decibel

Valor é comparado a uma referência

Quadrado da razão é expressa numa escala $\log_{10}$

$$|Y(j\omega)|_{dB} = \overbrace{10\cdot\log_{10}\left(\frac{|Y(j\omega)|}{\underbrace{\cancel{Y_{ref}}}_{=1}}\right)^2}^{bel} = 20\cdot\log_{10}|Y(j\omega)|$$

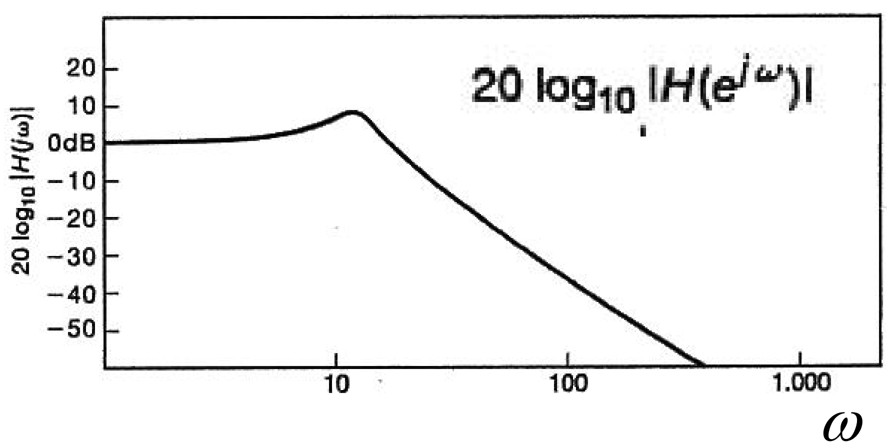
Valores úteis

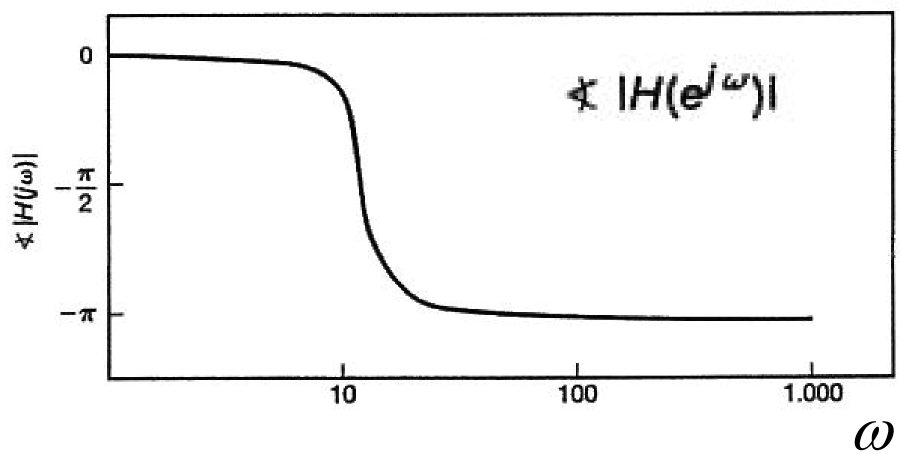
$\lvert Y(j\omega)\rvert$	dB
1	0
$1/10$	-20
10	$+20$
$1/2$	-6
2	$+6$

Diagramas de Bode

$$|Y(j\omega)|_{dB} \times \log_{10}(\omega)$$
$$\angle Y(j\omega) \times \log_{10}(\omega)$$

- Tempo contínuo
  - Uso de escala de freqüência logarítmica $\rightarrow$ aproximação por assíntotas
  - Facilidade p/ representar "ampla" faixa de freqüências
  - Formato da curva não muda com mudança de escala de freqüências
  - Sinais reais: apenas freqüências positivas (simetrias)

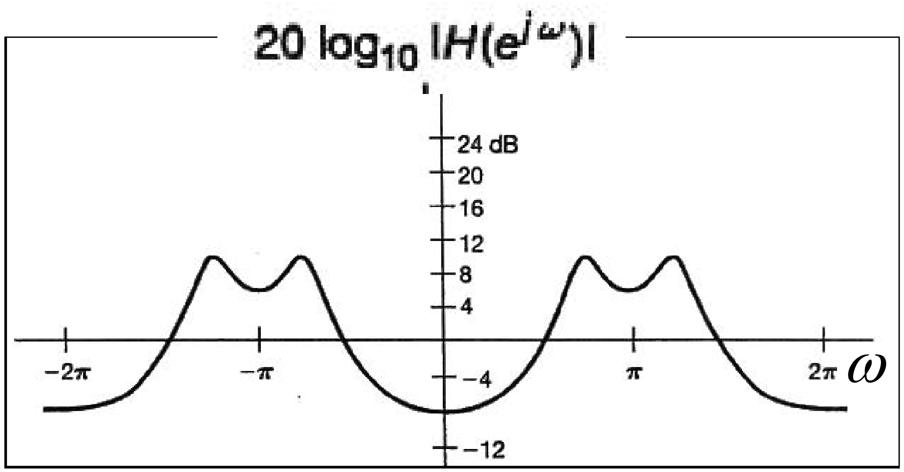


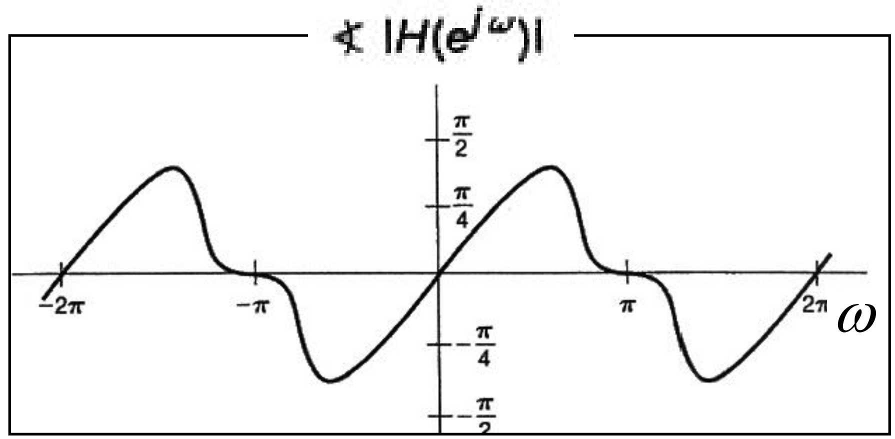


Diagramas de Bode

$$|Y(j\omega)|_{dB} \times \omega$$
$$\angle Y(j\omega) \times \omega$$

- Tempo discreto
  - Uso de escala linear de freqüência (±π) → não há aproximação por assíntotas





Curvas de Bode aproximadas (tempo contínuo)

- Ref: Diagramas de Bode – Seção 8.2 de Ogata, Teoria de Controle Moderno, 3ª. Edição (p. 387-399)

- Termos básicos “padronizados” em funções de transferência:
  - Ganho: K
  - Fatores integrativo e derivativo: $(j\omega)^{\pm 1}$
  - Fatores de 1ª. Ordem: $(1+j\omega\tau)^{\pm 1} = (1+j\omega/\omega_n)^{\pm 1}$
  - Fatores de 2ª. Ordem: $[1+2\zeta(j\omega/\omega_n)+(j\omega/\omega_n)^2]^{\pm 1}$

fator de amortecimento (0 < ζ <1) freqüência não amortecida

Diagramas de Bode aproximados. Método:

1) Dada uma função de sistema *H*(s), expressar a resposta em freqüência $H(j\omega)|_{dB}$ em soma de termos básicos:

$$H(s) = \frac{-(5+s)}{s\,(s^2+3s+1)} = \frac{-(5+s)}{s\,(1+3s+s^2)} = \frac{-5\cdot(1+s/5)}{s\cdot\left[1+2\cdot\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{s}{1}\right)+\left(\frac{s}{1}\right)^2\right]}$$

$$\therefore\ H(j\omega) = \frac{-5\cdot(1+j\omega/5)}{j\omega\cdot\left[1+2\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{j\omega}{1}+\left(\frac{j\omega}{1}\right)^2\right]}$$

2) Obter aproximações assintóticas para os termos básicos (módulo e fase) e superpô-los. Para o módulo:

$$\therefore |H(j\omega)|_{dB} = 20\log(5) - 20\log(j\omega) + 20\log(1+j\omega/5) - 20\log\left[1+2\cdot 1{,}5\cdot\frac{j\omega}{1}+\left(\frac{j\omega}{1}\right)^2\right]$$

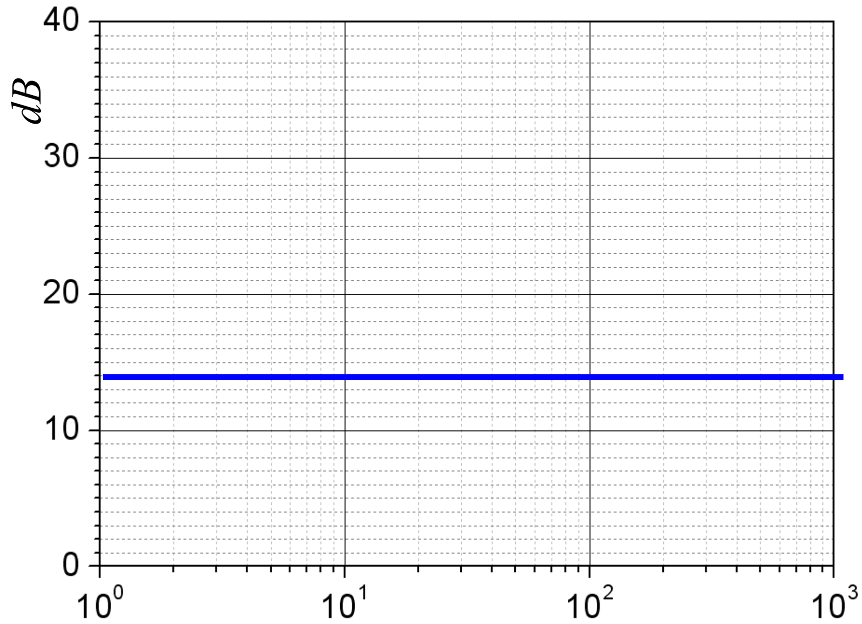
As aproximações (de módulo e fase) serão discutidas em seguida

Termo constante $H(j\omega) = K$

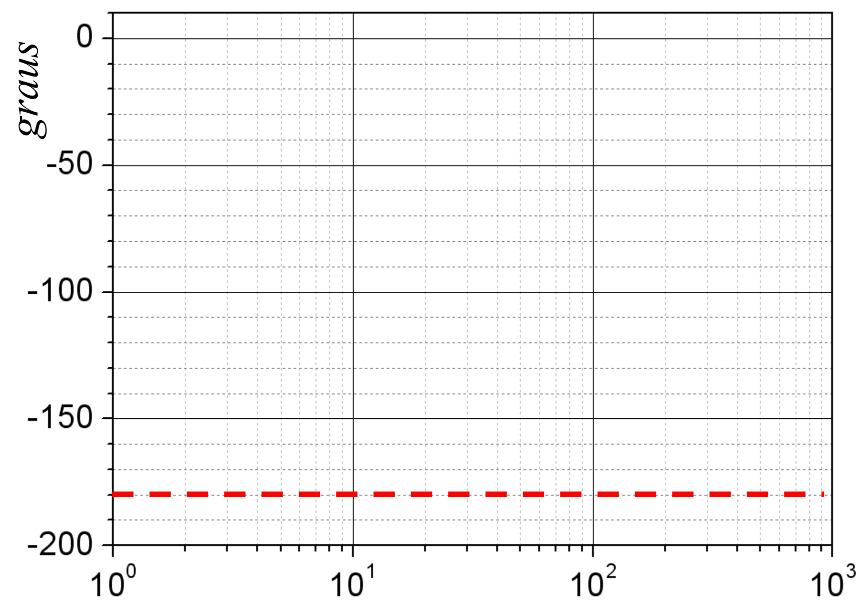
$$|H(j\omega)|_{dB} = 20 \cdot \log_{10}(|K|)$$

$$\angle H(j\omega) = \begin{cases} 0^o & se \;\; K \geq 0 \\ 180^o & se \;\; K < 0 \end{cases}$$

$H(j\omega) = -5 \;\; \rightarrow \;\; \boxed{|H(j\omega)|_{dB} \cong 13{,}9}$ $\quad\quad$ $\angle H(j\omega) = 180^o$



$\omega \;\; (rad/s)$



$\omega \;\; (rad/s)$

Termo derivativo $\quad H(j\omega)=j\omega \quad \rightarrow |H(j\omega)|=\omega$

$$\underbrace{|H(j\omega)|_{dB}}_{y} = \underbrace{20}_{b}\cdot\underbrace{\log_{10}(\omega)}_{x}$$

$$\angle H(j\omega)=90^o$$

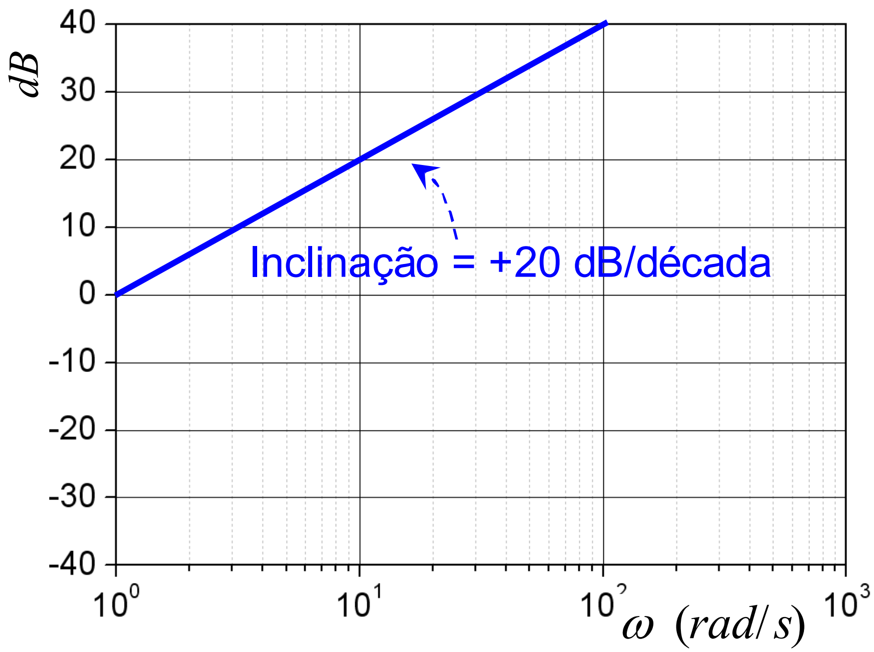
oitava

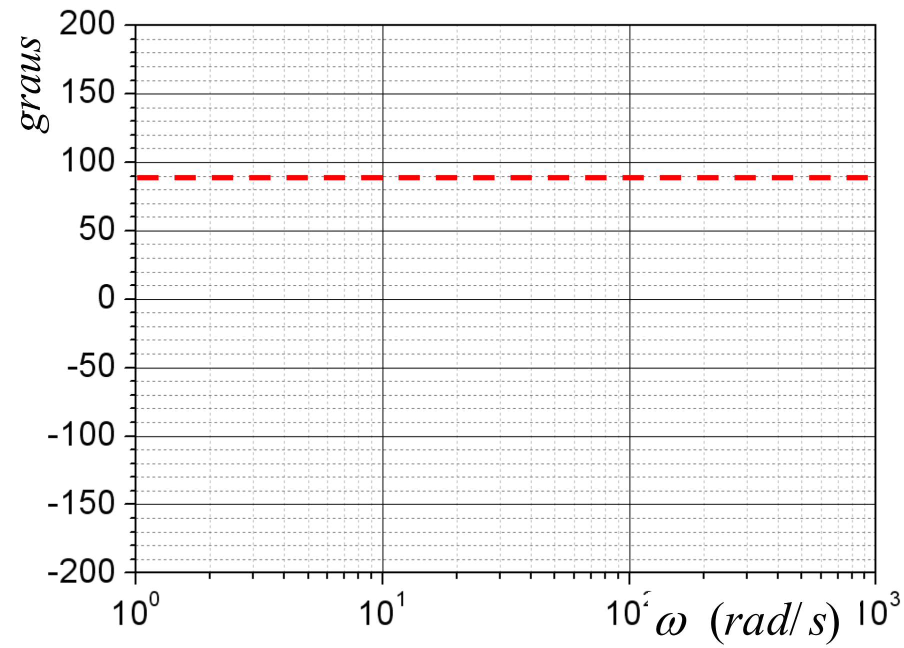
década

$$\omega=1 \;\therefore\; |H(j\omega)|_{dB}=0\ dB$$

$$\omega=2 \;\therefore\; |H(j\omega)|_{dB}=+6\ dB$$

$$\omega=10 \;\therefore\; |H(j\omega)|_{dB}=+20\ dB$$





$$H(j\omega)=\left(j\omega\right)^n \;\therefore\; |H(j\omega)|_{dB}:\ +20\cdot n\ dB/\,década\ ,\quad \angle H(j\omega):\ +90^o\cdot n$$

Termo integrativo

$$H(j\omega)=\frac{1}{j\omega} \rightarrow |H(j\omega)|=\omega^{-1}$$

$$|H(j\omega)|_{dB} = -20\cdot\log_{10}(\omega)$$

$$\angle H(j\omega)=-90^o$$

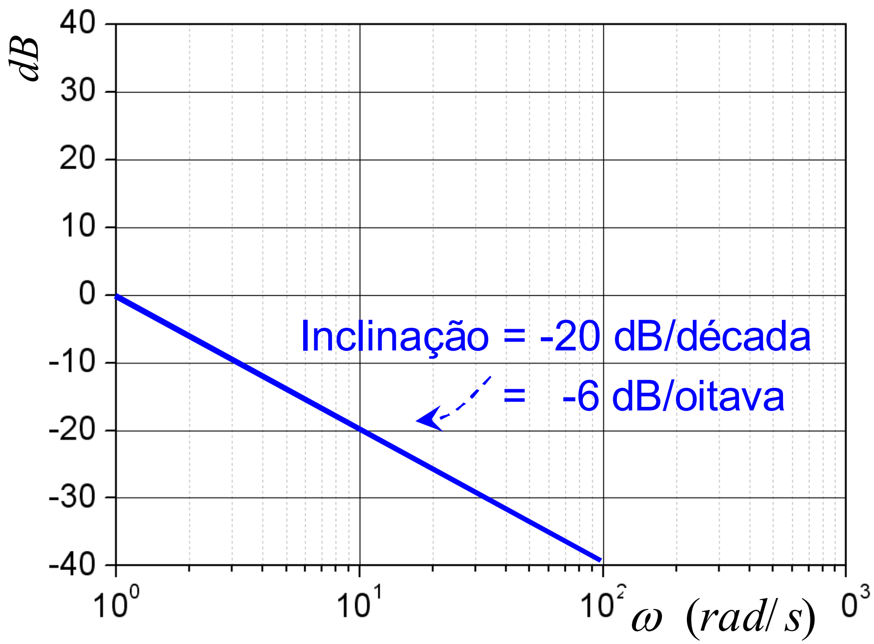
$$\omega=1 \therefore |H(j\omega)|_{dB}=0\ dB$$

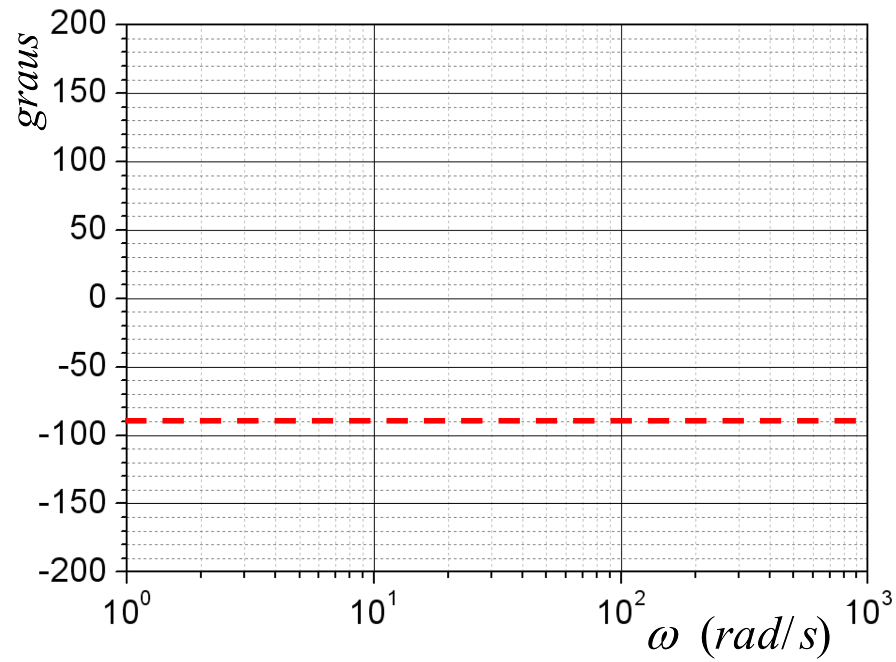
oitava

$$\omega=2 \therefore |H(j\omega)|_{dB}=-6\ dB$$

década

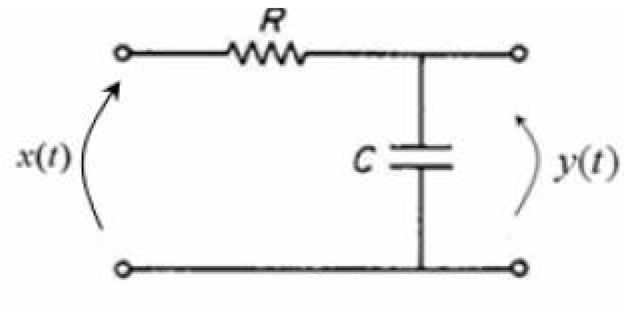
$$\omega=10 \therefore |H(j\omega)|_{dB}=-20\ dB$$





$$H(j\omega)=(1/j\omega)^n \therefore \quad |H(j\omega)|_{dB}: \ -20\cdot n\ dB/\,década\ , \quad \angle H(j\omega): \ -90^o\cdot n$$

6.5 – Pólo de 1ª. Ordem (tempo contínuo)



$$x(t) = \underbrace{RC}_{=\tau\ (cte.\ tempo)}\frac{dy}{dt} + y(t)$$

$$\tau\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$$

$\updownarrow \mathcal{L}$ (...)

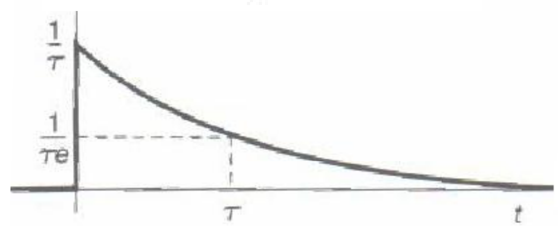
$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega\tau + 1}$$

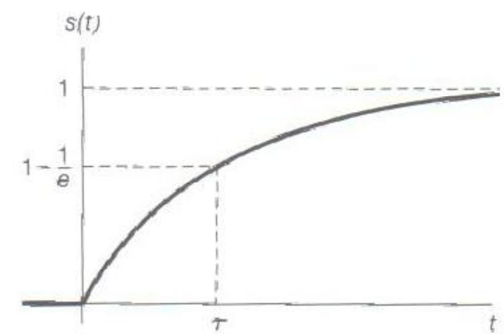
$\updownarrow \mathcal{L}$

$$h(t) = \frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}u(t).$$

$$s(t) = \int_0^t h(t)\cdot dt$$

$$= (1 - e^{-t})\cdot u(t)$$



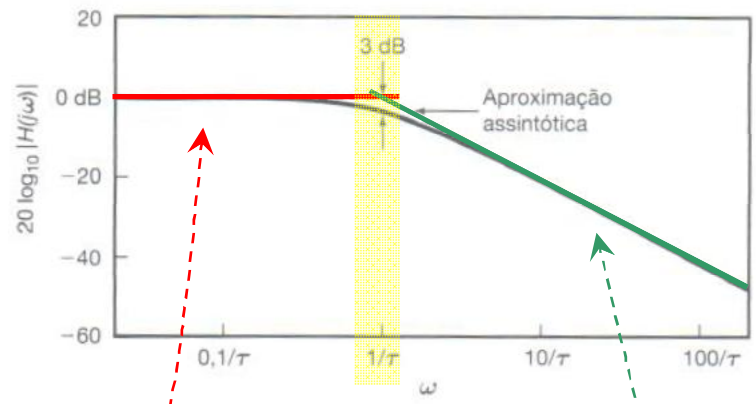


acomodação:

$s(t)$	t
0,950	$\approx 3\tau$
0,980	$\approx 4\tau$
0,995	$\approx 5\tau$

$|H(j\omega)|$: Diagramas de Bode aproximados...

$$H(j\omega)=\frac{1}{j\omega\tau+1} \rightarrow |H(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{(\omega\tau)^2+1}}$$



$$\rightarrow |H(j\omega)|_{dB}=20\ log_{10}\,[(\omega\tau)^2+1]^{-1/2}$$

$$=-10\ log_{10}\,[(\omega\tau)^2+1]$$

Assíntotas

Baixa freqüência: $\omega\tau<<1\ \ ou\ \ \omega<<\frac{1}{\tau}$: $|H(j\omega)|_{dB}\approx-10\ log_{10}\,(1)=0$

Alta freqüência: $\omega\tau>>1\ ou\ \ \omega>>\frac{1}{\tau}$: $|H(j\omega)|_{dB}\approx-10\ log_{10}\,(\omega\tau)^2$

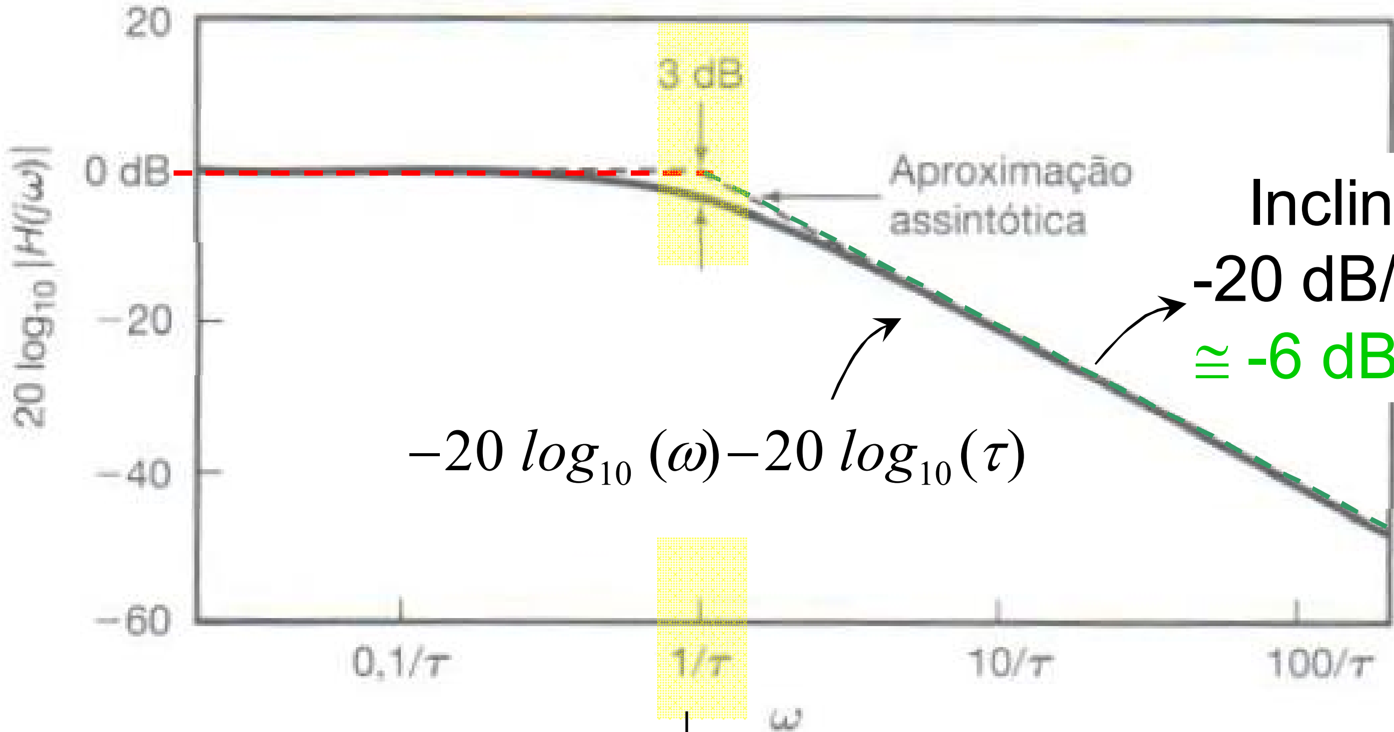
$$|H(j\omega)|_{dB}\approx-20\ log_{10}\,(\omega)-20\ log_{10}(\tau)$$

-20 dB/década = -6 dB/oitava

Pólo de 1ª. Ordem: magnitude

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega\tau + 1}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(\omega\tau)^2 + 1}}$$



$-20\ log_{10}(\omega) - 20\ log_{10}(\tau)$

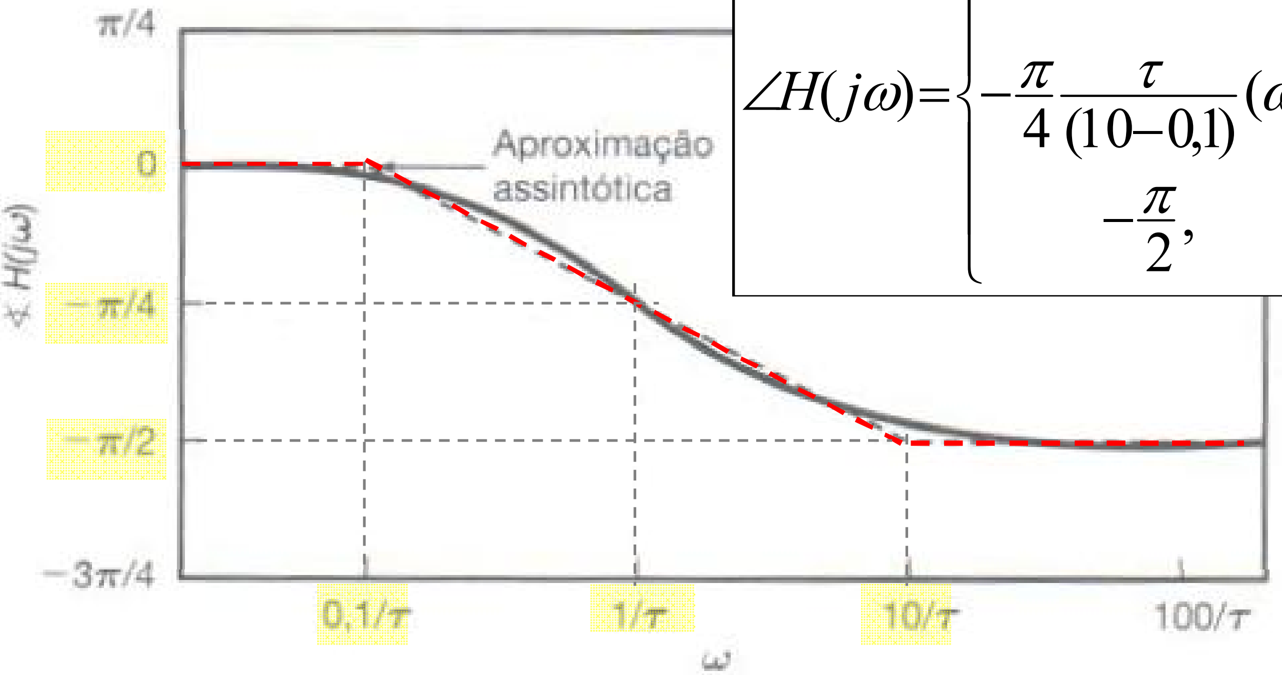
Inclinação:
-20 dB/década
≅ -6 dB/oitava*

Freqüência de corte

Sistemas de 1ª. Ordem (resposta de fase)

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega\tau + 1}$$

$$\angle H(j\omega) = -tg^{-1}(\omega\tau)$$



$$\angle H(j\omega) = \begin{cases} 0, & \omega \le \dfrac{0{,}1}{\tau} \\ -\dfrac{\pi}{4}\dfrac{\tau}{(10-0{,}1)}\left(\omega - \dfrac{0{,}1}{\tau}\right), & \dfrac{0{,}1}{\tau} \le \omega \le \dfrac{10}{\tau} \\ -\dfrac{\pi}{2}, & \omega \ge \dfrac{10}{\tau} \end{cases}$$

Exemplo

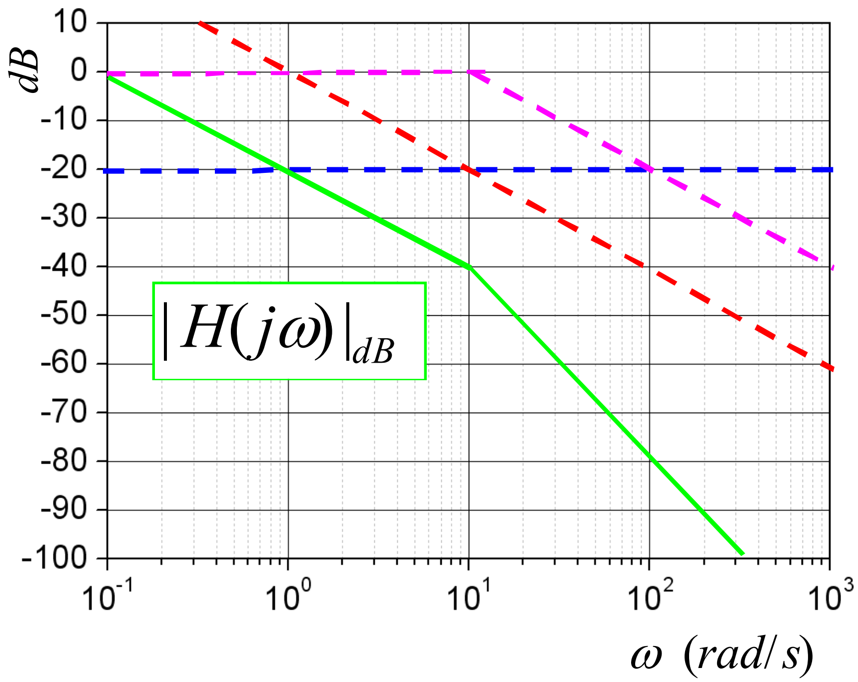
Ganho

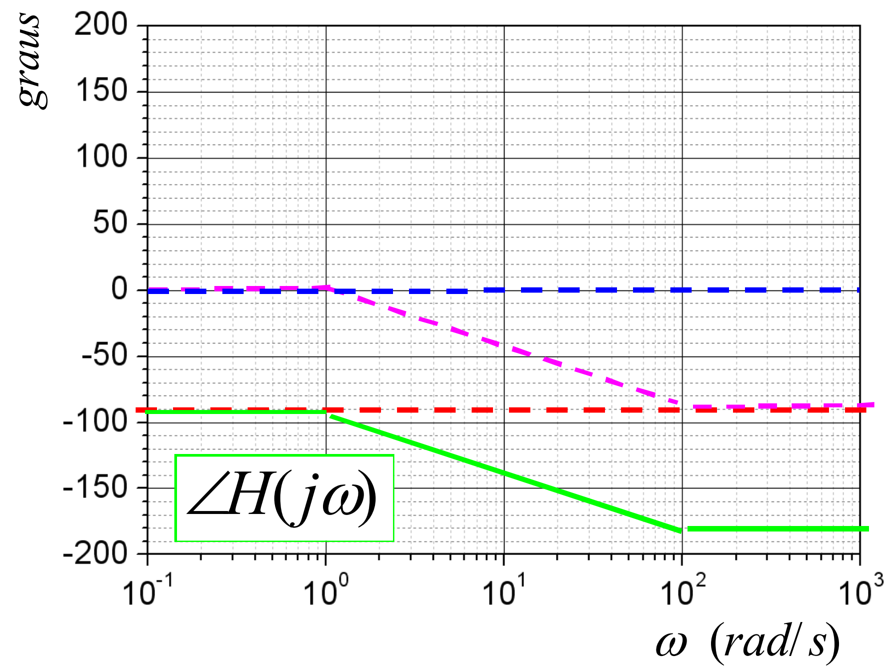
$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega+10)} = \frac{0{,}1}{j\omega(1+j\omega/10)}$$

Pólo real:

$(1/\tau = 10)$

integrador

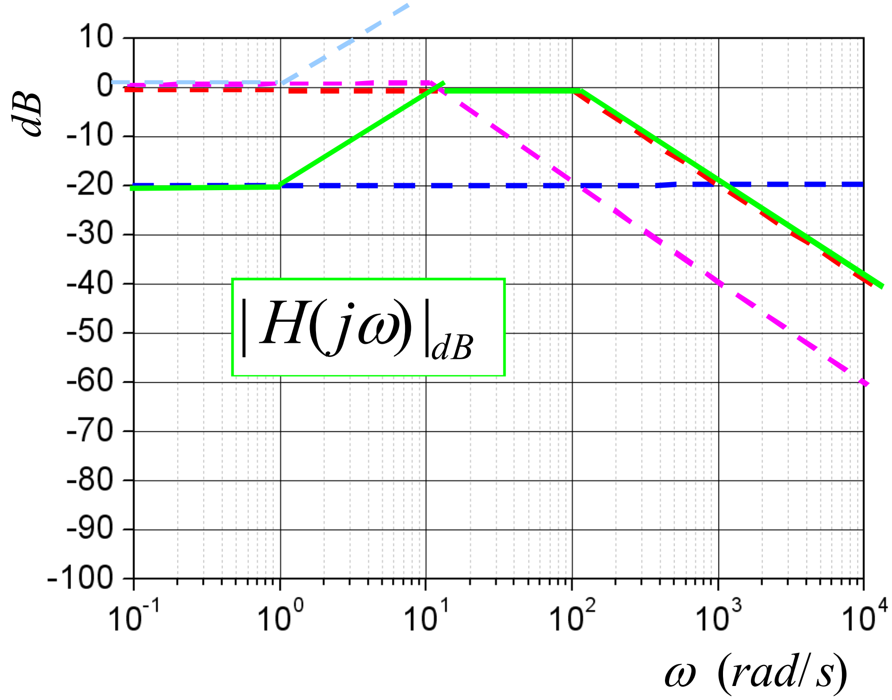


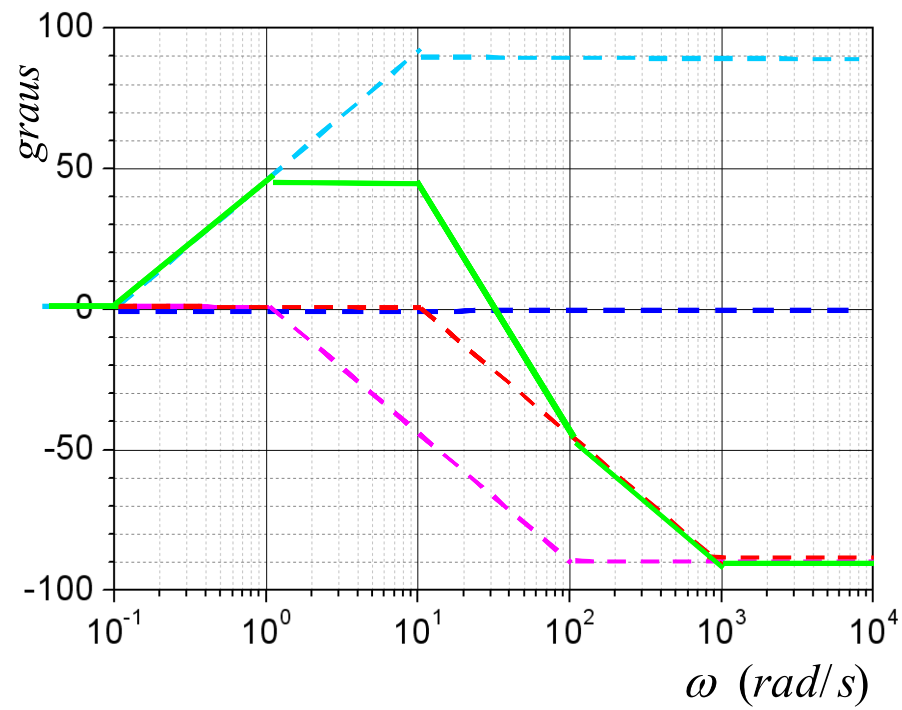


Estudar ex. 6.5 (pág. 269)

$$H(j\omega)=\frac{100(1+j\omega)}{(10+j\omega)(100+j\omega)}$$

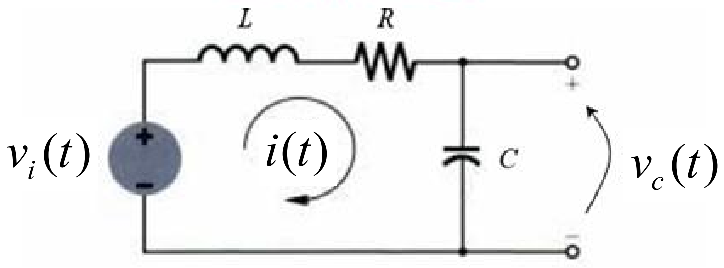
$$H(j\omega)=\left(\frac{1}{10}\right)\left(\frac{1}{1+j\omega/10}\right)\left(\frac{1}{1+j\omega/100}\right)(1+j\omega)$$





Sistemas de 2ª. Ordem

Circuito RLC



Estado nulo:

$$v_i(t) = L\frac{d}{dt}i(t) \quad + R\cdot i(t) \quad + \quad \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\cdot dt$$

$$\Updownarrow \mathcal{L}$$

$$V_i(s) = sL\cdot I(s) + R\cdot I(s) + \frac{1}{sC}I(s)$$

$$\boxed{I(s) = \frac{V_i(s)}{R + sL + \dfrac{1}{sC}}}$$

$$\boxed{I(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}}}$$

$$= \frac{V_i(j\omega)}{R + j\omega L - j\dfrac{1}{\omega C}} = \frac{V_i(j\omega)}{Z(j\omega)}$$

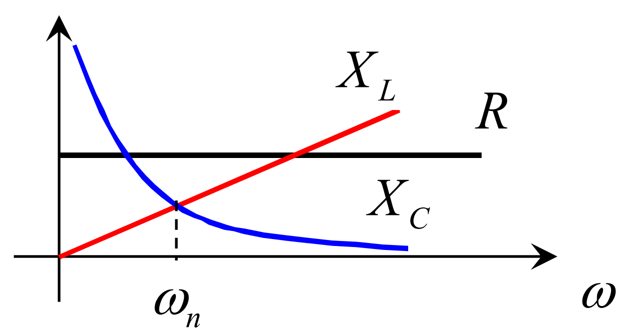
reatância Indutiva

jX_L

reatância capacitiva

$-jX_C$

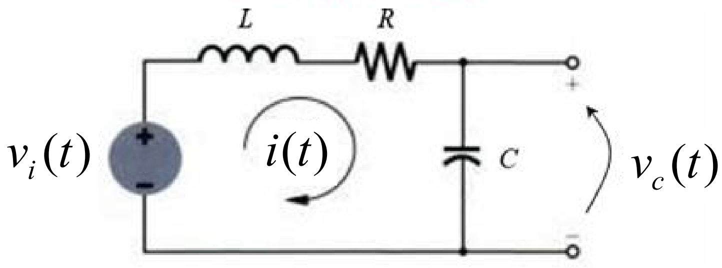
impedância



Sistemas de 2ª. Ordem

Resposta em freqüência

Circuito RLC

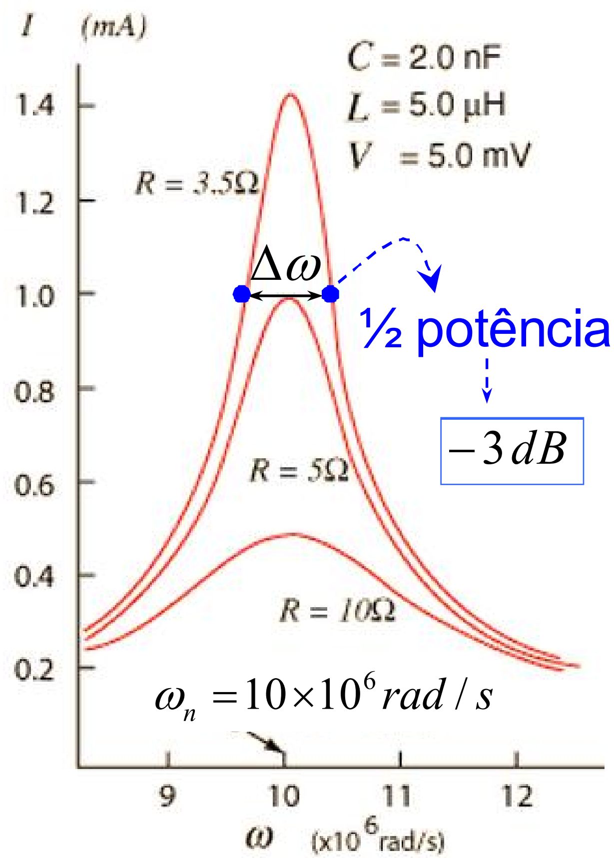


$$\boxed{I(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{R + j\omega L - j\dfrac{1}{\omega C}}}$$

$$\boxed{|Z(j\omega)| = \sqrt{R^2 + (X_L(\omega) - X_C(\omega))^2}}$$

$$I(j\omega)_{máx} \rightarrow Z(j\omega)_{mín} = R \;\therefore\; \underbrace{X_L(\omega) = X_C(\omega)}$$

Ressonância: $\boxed{\omega_n = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$

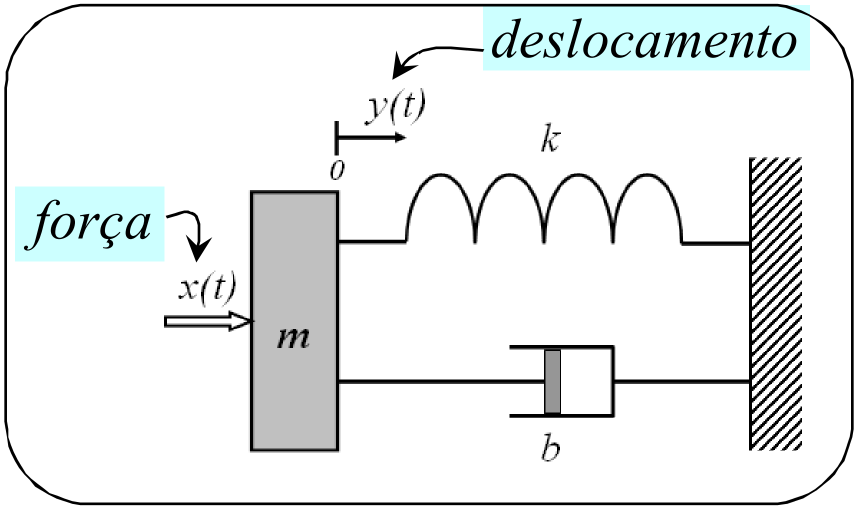


½ potência: $I = \dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}}$

$\boxed{-3\,dB}$

Fator de mérito (seletividade) $\boxed{Q = \dfrac{\omega_n}{\Delta\omega}}$

Demonstra-se que: $Q = \dfrac{\omega_n \cdot L}{R}$



$$x(t) = m\frac{d^2y(t)}{dt^2} + ky(t) + b\frac{dy(t)}{dt}$$

$$\therefore X(s) = ms^2Y(s) + kY(s) + bsY(s)$$

$$\rightarrow X(s) = Y(s)[ms^2 + bs + k]$$

$$\rightarrow \frac{Y(s)}{X(s)} = H(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

$$\rightarrow H(s) = \frac{1/m}{s^2 + (b/m)s + (k/m)}$$

Definindo: $\omega_n = \sqrt{k/m}$ Freqüência natural não amortecida

$\varsigma = \dfrac{b}{2\sqrt{k \cdot m}}$ Fator de amortecimento

$$k \cdot H(s) = \frac{k/m}{s^2 + (b/m)s + (k/m)}$$

Trabalhando...

$$\boxed{k \cdot H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + (2\zeta\omega_n)s + \omega_n^2}}$$

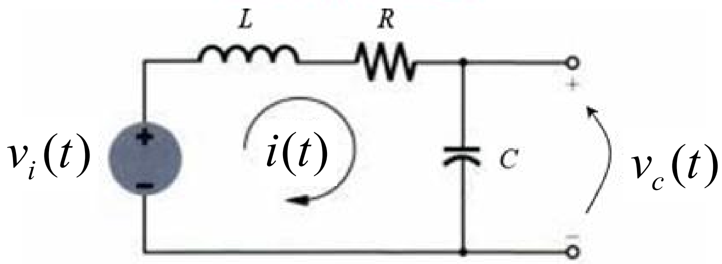
constante

Forma usual

Sistemas 2ª. Ordem mecânicos – forma padrão

Sistema 2ª. Ordem – Forma padrão

Circuito RLC



$v_i(t)$ $i(t)$ $v_c(t)$

$$I(s)=\frac{V_i(s)}{R+sL+\dfrac{1}{sC}}$$

$$H(s)=\frac{V(s)}{I(s)}=\frac{1}{R+sL+\dfrac{1}{sC}}$$

$$=\frac{sC}{sRC+s^2LC+1}\qquad=\frac{sC\cdot\dfrac{1}{LC}}{s^2+s\dfrac{R}{L}+1}$$

Definindo: $\boxed{\varsigma=\dfrac{R}{2\sqrt{L/C}}}$ Fator de amortecimento

Sendo $\boxed{\omega_n=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ freqüência natural (não amortecida)

Segue que

$$\boxed{\frac{1}{sC}\cdot H(s)=\underbrace{\frac{\omega_n^2}{s^2+(2\zeta\omega_n)s+\omega_n^2}}_{\text{Forma padrão do termo de 2ª. ordem}}}$$

Termo integrativo

Note que:

$$Q=\frac{\omega_n\cdot L}{R}=\frac{\dfrac{1}{\sqrt{LC}}\cdot L}{R}=\frac{\sqrt{L/C}}{R}=\boxed{\frac{1}{2\varsigma}=Q}$$

Sistema 2ª. Ordem – Forma padrão

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{a_1}{j\omega - c_1} + \frac{a_2}{j\omega - c_1}$$

Pólos: $c_{1,2} = -\varsigma \cdot \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\varsigma^2 - 1}$

Influência do fator de amortecimento:

$\varsigma = 1 \rightarrow c_1 = c_2 = -\omega_n$

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2}$$

$$h(t) = \omega_n^2 \cdot t e^{\omega_n \cdot t} \cdot u(t)$$ (não oscila)

Criticamente amortecido

Influência do fator de amortecimento:

$\varsigma \neq 1 \rightarrow c_1 \neq c_2$

$$M = \frac{\omega_n}{2\sqrt{\varsigma^2 - 1}}$$

$$H(s) = \frac{M}{s - c_1} - \frac{M}{s - c_2}$$

$$h(t) = M(e^{c_1 \cdot t} + e^{c_2 \cdot t}) \cdot u(t)$$

$\varsigma > 1$: *pólos reais*

(2 sistemas de 1ª. Ordem)

$\therefore h(t)$ não oscila (superamortecido)

$\varsigma < 1$: *pólos complexos conjugados*

$\therefore h(t)$ oscila (subamortecido)

Alfabeto grego			
Αα	Alfa	Νν	Nu
Ββ	Beta	Ξξ	Csi
Γγ	Gama	Οο	Ómicron
Δδ	Delta	Ππ	Pi
Εε	Épsilon	Ρρ	Rô
Ζζ	Zeta	Σσς	Sigma
Ηη	Eta	Ττ	Tau
Θθ	Teta	Υυ	Upsilon
Ιι	Iota	Φφ	Fi
Κκ	Capa	Χχ	Qui
Λλ	Lambda	Ψψ	Psi
Μμ	Miu	Ωω	Ômega

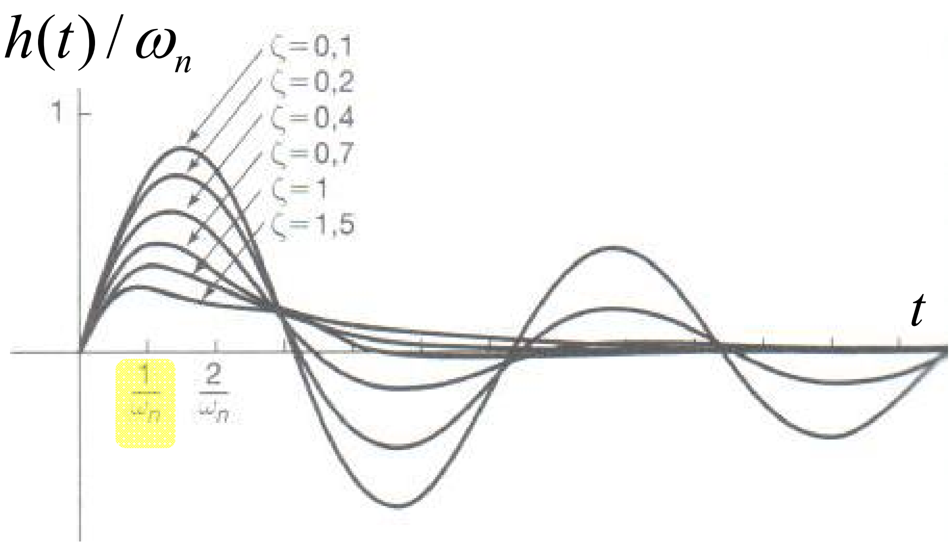
Letras obsoletas			
Ϝϝ	Digamma	Ϙϙ	Qoppa
Ϻϻ	San	Ͳͳ	Sampi

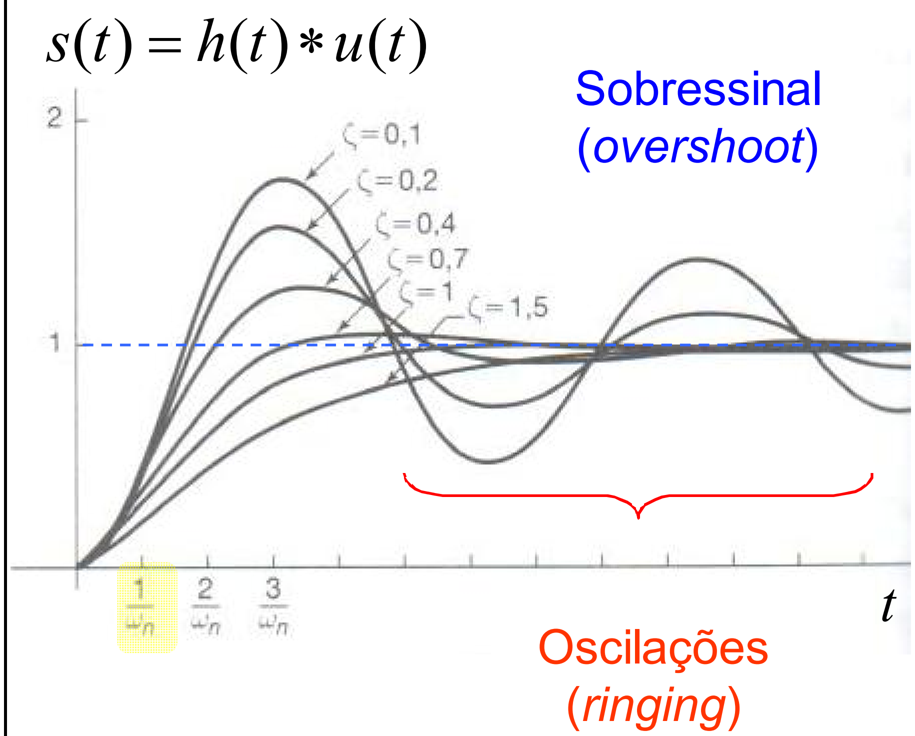
Outros caracteres			
Ϛϛ	Stigma	Ϸϸ	Sho
Ͱͱ	Hetá		

http://pt.wikipedia.org/wiki/Alfabeto_grego

Respostas impulsiva e ao degrau

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

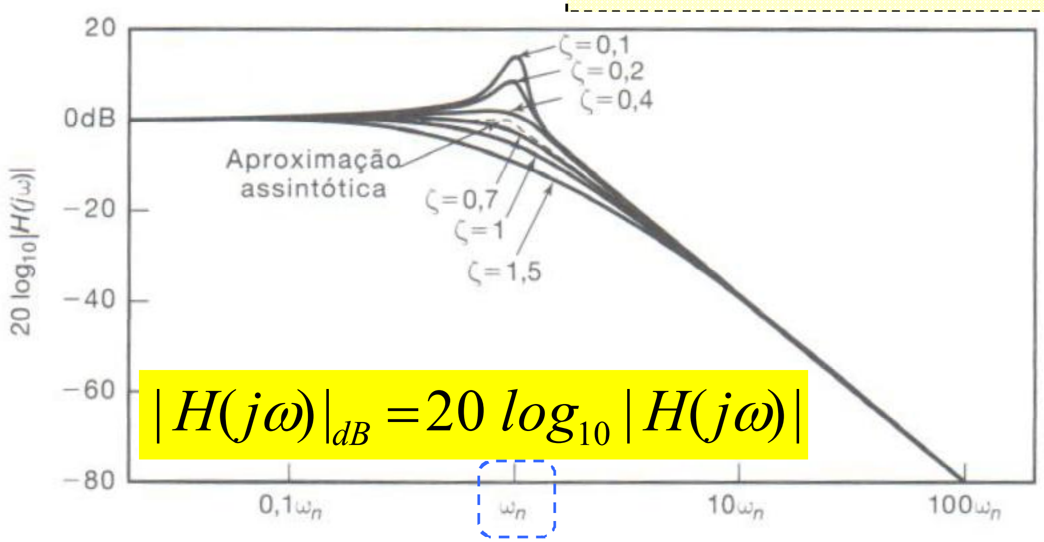




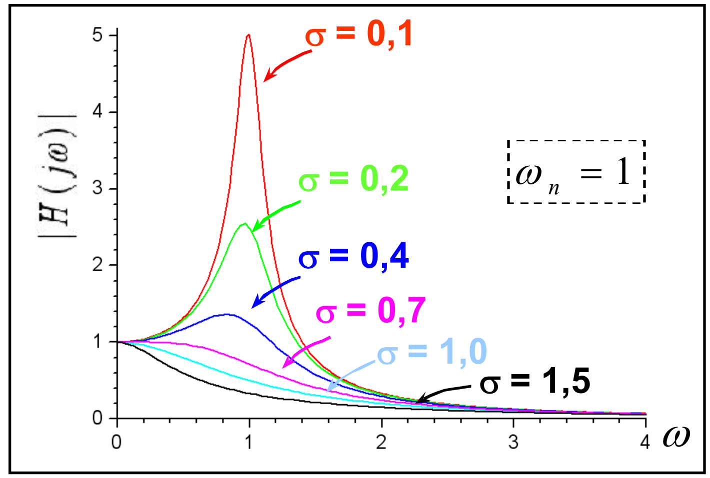
Sistema 2ª. Ordem – Forma padrão

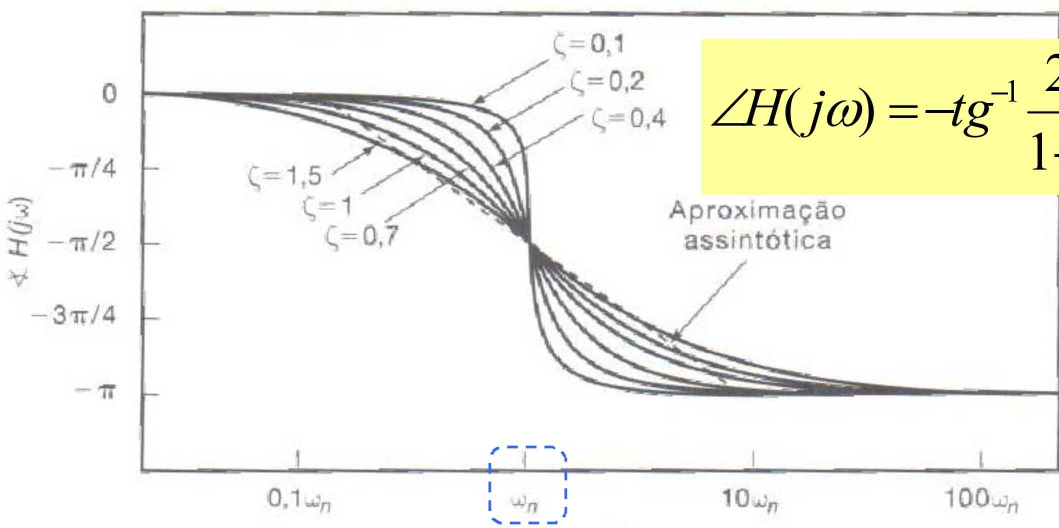
Diagramas de Bode

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2} = \frac{1}{(j\omega/\omega_n)^2 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + 1}$$



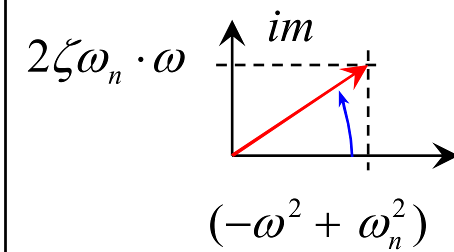
$$|H(j\omega)|_{dB} = 20\ log_{10}|H(j\omega)|$$





$$\angle H(j\omega) = -tg^{-1}\frac{2\varsigma(\omega/\omega_n)}{1-(\omega/\omega_n)^2}$$

No denominador:



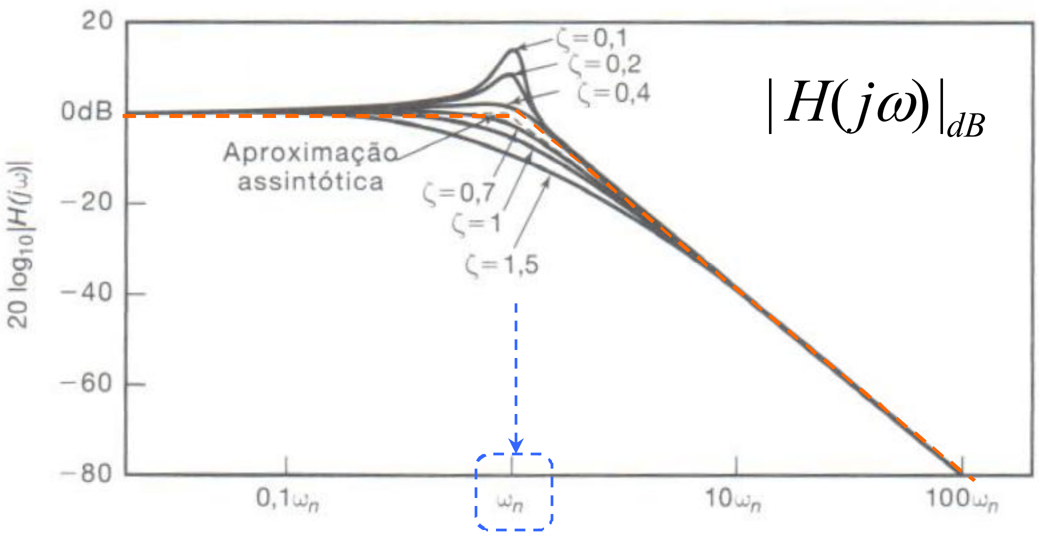
Sistema 2ª. Ordem – Forma padrão

Diagramas de Bode - Magnitude

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}$$

$$= \frac{1}{(j\omega/\omega_n)^2 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + 1}$$

$$|H(j\omega)|_{dB} = 20\ log_{10}|H(j\omega)|$$



Assíntotas

Baixa freqüência

$\omega << \omega_n$ $\quad H(j\omega) \cong 1$

$$|H(j\omega)|_{dB} = 0\ dB$$

Alta freqüência

$\omega >> \omega_n$ $\quad H(j\omega) \cong \dfrac{\omega_n^2}{(j\omega)^2}$

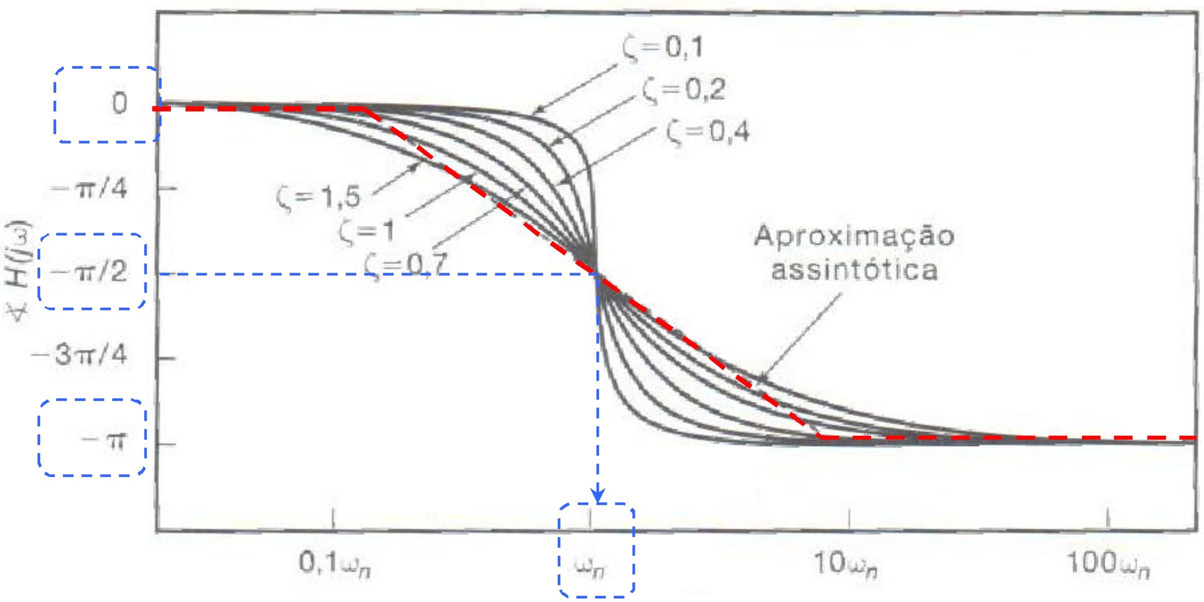
$$\underbrace{|H(j\omega)|_{dB}}_{y} = \underbrace{-40}_{b} \cdot \underbrace{\log_{10}(\omega)}_{x} + \underbrace{40 \cdot \log_{10}(\omega_n)}_{a}$$

$$y = b\ x + a$$

Diagramas de Bode - Fase

$$H(j\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2}$$

$$= \frac{1}{(j\omega/\omega_n)^2 + 2\zeta(j\omega/\omega_n) + 1}$$



$$\angle H(j\omega) = -tg^{-1}\frac{2\varsigma(\omega/\omega_n)}{1-(\omega/\omega_n)^2}$$

Assíntotas

$$\angle H(j\omega) \cong \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-\pi}{2}[\log_{10}(\frac{\omega}{\omega_n})+1] \\ -\pi \end{bmatrix}, \quad \begin{matrix} \omega \le 0{,}1\cdot\omega_n \\ 0{,}1\cdot\omega_n \le \omega \le 10\cdot\omega_n \\ \omega \ge 10\cdot\omega_n \end{matrix}$$

Exercícios recomendados

- 6.10, 6.11, 6.12, 6.15, 6.18, 6.19
- 6.25, 6.27, 6.28 (a i...xi), 6.29a, 6.32a, 6.37(a, b, d), 6.39 (a, b, c, d, f, i), 6.42, 6.45, 6.47 (a, b, c),
- 6.48 (a, b, c, d)

corrigir livro

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n-1] + b_2 x[n-2] + b_3 x[n-3]$$