Distribuições de Probabilidade

Aula 04
Inferências

Profa. Carmela Maria Polito Braga, DELT/UFMG

OBJETIVOS

1. Construir e interpretar representações gráficas de dados: histograma e diagrama de caixas.
2. Calcular e interpretar média, variância, desvio padrão e faixa.
3. Explicar/interpretar os conceitos de variável aleatória e distribuição de probabilidade.
4. Determinar probabilidades de distribuições de probabilidades.
5. Entender as suposições de cada uma das distribuições de probabilidades discretas e contínuas apresentadas.
6. Selecionar uma distribuição de probabilidade adequada para uso numa aplicação específica.
7. Usar representações gráficas de probabilidades.

DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS IMPORTANTES

A variável de interesse muitas vezes assume somente dois valores, por exemplo: peça conforme ou não-conforme; criança imunizada ou não imunizada; a favor ou contra, ou aidna, *sucesso ou fracasso*.

Quando o resultado de uma tentativa (experimento) é classificado como "*sucesso*" ou "*fracasso*", estas são chamadas de **Tentativas (ou Provas) de Bernoulli,** e dão origem a uma variável aleatória de mesmo nome.

X segue o Modelo Bernoulli de probabilidade
(p é a probabilidade de sucesso, 0<p<1)

A Função Discreta de Distribuição de Probabilidade de x é:

X Quantidade de sucessos	0 Probab. de fracasso	1 Probab. de sucesso
p_i	1-p	p

$$p(X = x) = \mathrm{p}^{x} (1\text{-p})^{n-x}$$

MODELO BINOMIAL

A repetição de ensaios de Bernoulli independentes dá origem a mais importante variável aleatória discreta, denominada Modelo Binomial.

Se a **probabilidade de sucesso** em qualquer tentativa independente de Bernoulli é **constante** e igual a **p**, então o **número de sucessos**, **x**, em **n tentativas de Bernoulli** tem distribuição binomial com parâmetros n e p definidos como:

No. de maneiras que se pode observar x sucessos em n ensaios ou tentativas

Definição

A função distribuição binomial de probabilidade é:

$$p(X = x) = \binom{n}{x} \mathrm{p}^{\mathrm{x}} (1 - \mathrm{p})^{\mathrm{n-x}} \quad \text{onde } \mathrm{x} = 0, 1, 2, \ldots, \mathrm{n}$$

A média e a variância da distribuição são:

$$\mu = np \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \mathrm{n}p(1 - p)$$

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL

Distribuição frequentemente utilizada em engenharia de qualidade. É o **modelo apropriado para amostrar de uma população infinitamente grande**, onde **p representa a fração defeituosa de itens** da população (neste caso, sucesso corresponde a fração defeituosa) **.**

- ✓ **x** é o número de itens **não conformes** em uma **amostra aleatória** de tamanho **n**.
- ✓ **p(X=x)** pode assumir um número finito de valores distintos.

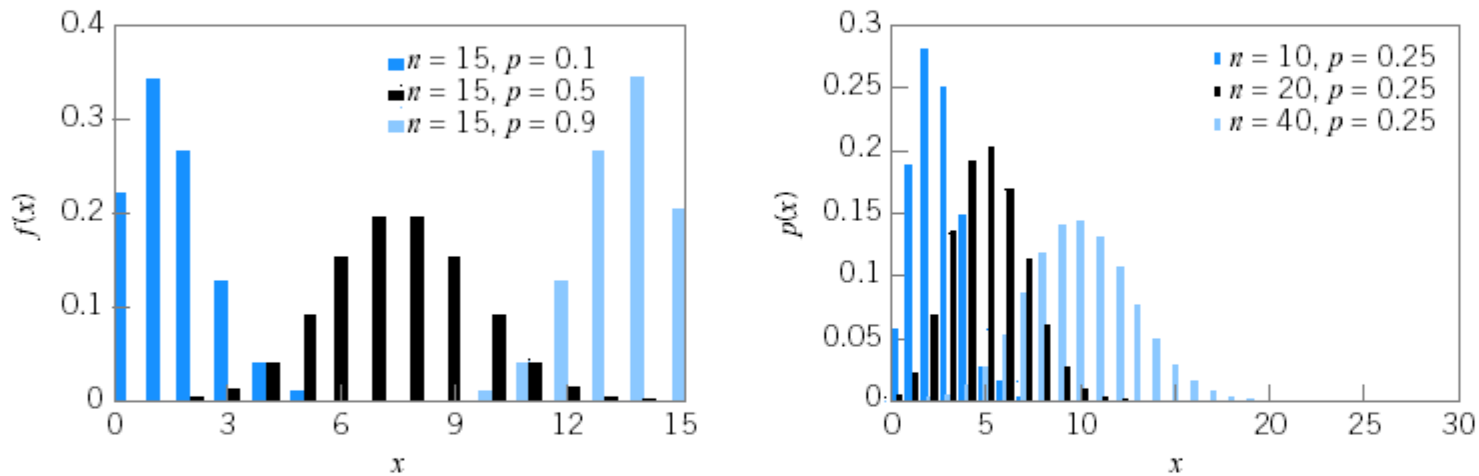
Ex.: Se p=0,10 e n=15, a probabilidade de se obter x itens não conformes é calculada a partir da equação de distribuição binomial:

$$p(x) = \binom{n}{x} \mathrm{p}^{\mathrm{x}} (1 - \mathrm{p})^{\mathrm{n-x}} \quad \text{onde } \mathrm{x} = 0,1,2,\ldots,\mathrm{n}$$

Onde para x=0, p.ex., p(0)=0,2059 e para x=4, p(4)=0,0428.

Uma variável aleatória que aparece frequentemente em CEQ é: $\hat{p} = \dfrac{x}{n}$ Onde x tem distribuição binomial com parâmetros n e p. Muitas vezes $\hat{p}$ é a razão entre o número observado de itens defeituosos, **x,** em uma amostra em relação ao tamanho da amostra **n**. É chamado **Fração Amostral de Defeituosos** e tem distribuição obtida a partir da binomial.

DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL



(*a*) Binomial distributions for different values of p with n = 15.

(*b*) Binomial distributions for different values of n with p = 0.25.

Figure 2-14 Binomial distributions for selected values of n and p.

- A figura acima mostra diferentes distribuições binomiais. Para um **n** fixo, a distribuição se torna mais simétrica à medida em que **p** aumenta de 0 para 0,5 e diminui de 1 para 0,5. Para um **p** fixo, a simetria aumenta à medida em que **n** cresce.

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

Definição
A distribuição de probabilidade de Poisson é:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \quad \text{onde } x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

Onde o parâmetro λ > 0. A média e a variância da distribuição são:

$$\mu = \lambda \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \lambda$$

λ é a frequência média ou esperada de ocorrências num dado intervalo de tempo.

Uma aplicação típica em controle de qualidade é como **modelo do número de defeitos ou não conformidades que ocorrem em uma unidade de produto (*taxa de ocorrência*)**. De fato, qualquer fenômeno aleatório que ocorra em uma base unitária (por unidade de área, de volume, de tempo, etc...) é, freqüentemente, aproximado pela distribuição de Poisson.

Ex.: O número de defeitos em um dispositivo semicondutor tem distribuição de Poisson com λ=4. A probabilidade de que um dispositivo semicondutor, selecionado aleatoriamente, irá conter dois ou mais defeitos é:

$$p\{x \le 2\} = \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-4}4^{x}}{x!} = 0.0183 + 0.0733 + 0.1464 = 0.2380$$

DISTRIBUIÇÃO DE POISSON

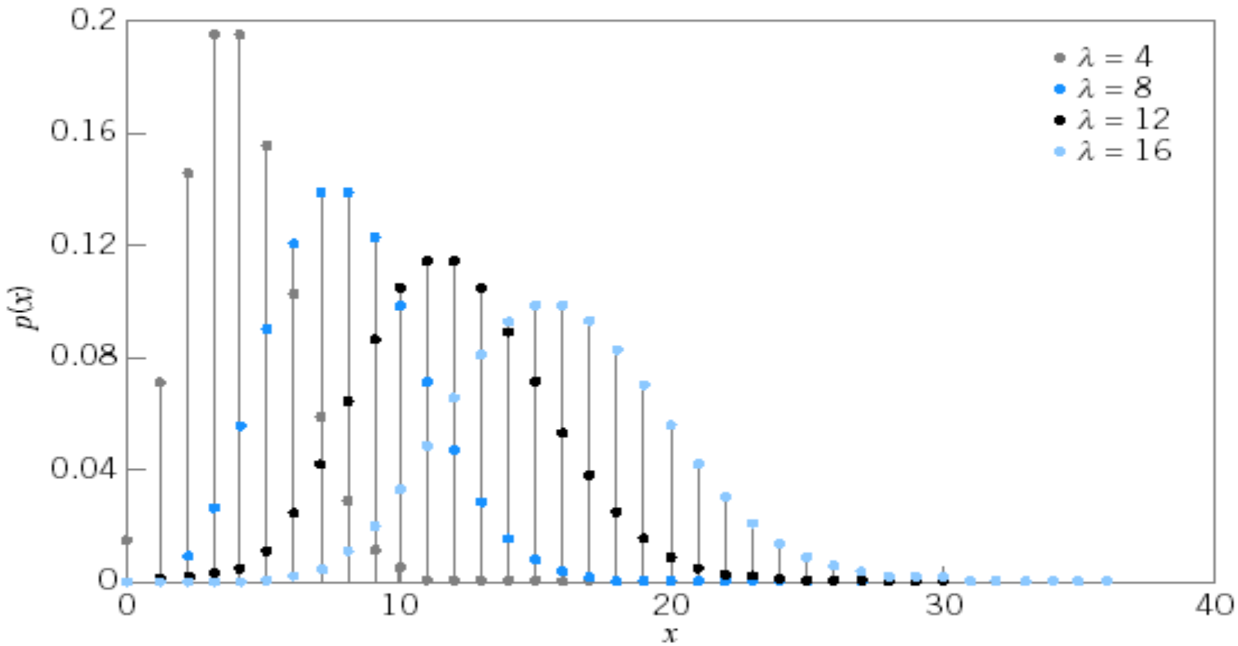


Figure 2-15 Poisson probability distributions for selected values of λ.

A distribuição de Poisson é assimétrica; tem uma longa calda à direita. À medida em que o parâmetro **λ aumenta, a distribuição se torna mais simétrica.**

É possível a derivação da distribuição de Poisson como uma **forma limite da distribuição binomial**. Se fizermos **n** tender a infinito e **p** se aproximar de zero, de tal forma que **λ =np se mantenha constante**, então a distribuição resultante é de Poisson.

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

É o modelo probabilístico apropriado para a seleção, **sem reposição**, de uma amostra de **n** itens, de uma população finita (lote) de **N** itens, dos quais **D** são defeituosos ou não-conformes (e **N-D** são conformes).

Definição

A distribuição de probabilidade hipergeométrica de x é:

(probabilidade do número de objetos tipo D ser selecionado):

$$p(x) = \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

onde x = 0,1,2,...,min(n,D) é o número de itens não conformes

A média e a variância da distribuição são:

$$\mu = \frac{nD}{N} \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \frac{\mathrm{nD}}{\mathrm{N}}\left(1 - \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{N}}\right)\left(\frac{\mathrm{N - n}}{\mathrm{N - 1}}\right)$$

DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA

x é uma variável aleatória hipergeométrica, com a distribuição de probabilidade definida no quadro anterior. É o número de itens na amostra que se situa na classe de interesse, ou número de itens não-conformes na amostra.
D é o número de ítems não conformes ou defeituosos (classe de interesse) na população.
N ítems é a **População** finita e **n** é o tamanho da **amostra**.

Por exemplo, suponha que um lote contenha **100 items**, **5** dos quais **não conformes**. Se 10 ítems são selecionados, aleatoriamente, sem reposição, a probabilidade de encontrar-se um item defeituoso ou menos na amostra é (n=10, D=5 e N=100):

$$P\{x \leq 1\} = P\{x = 0\} + P\{x = 1\}$$

$$= \frac{\binom{5}{0}\binom{95}{10}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{5}{1}\binom{95}{9}}{\binom{100}{10}} = 0.923$$

$Lembrando:$

$$\binom{a}{b} = \frac{a!}{b!(a-b)!}$$

número de combinações a escolhidos b de cada vez

DISTRIBUIÇÃO CONTÍNUA

A DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição normal é a mais importante tanto na teoria quanto nas aplicações de estatística. Se x é uma variável aleatória com distribuição normal então sua função densidade de probabilidade é definida como a seguir.

Definição

A função densidade de probabilidade da **distribuição normal** é:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \qquad -\infty < x < \infty$$

A média da distribuição normal é $E(x) = \mu \quad (-\infty < \mu < \infty)$

e a variância é $Var(x) = \sigma^2 > 0$.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

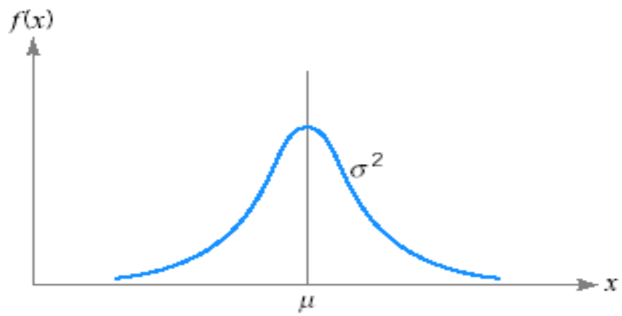


Figure 2-16 The normal distribution.

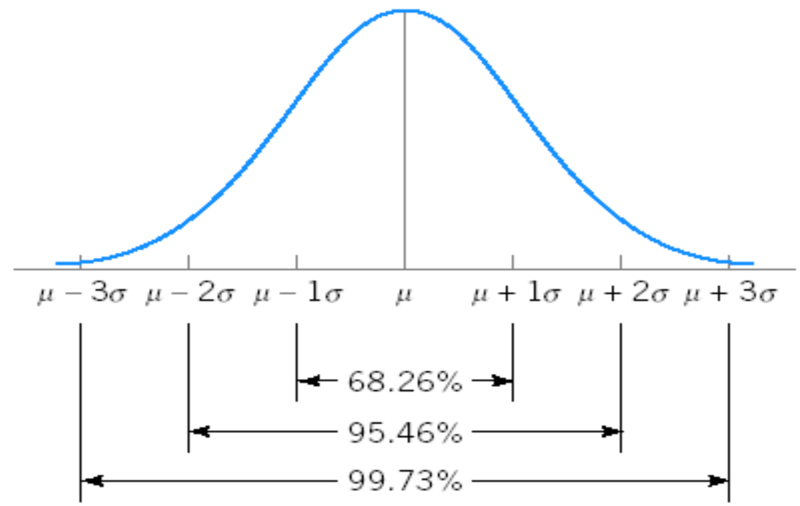


Figure 2-17 Areas under the normal distribution.

Devido a esta distribuição ser muito comum, freqüentemente utiliza-se a notação especial: $x \sim N(\mu, \sigma^2)$

Algumas propriedades desta distribuição (observáveis do seu gráfico):

i) f(x) é simétrica em relação à μ;

ii) f(x) ➔0 quando x ➔ ∞;

iii) o valor máximo de f(x) ocorre para x = μ.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição cumulativa normal é definida como a probabilidade de que uma variável "x" seja menor que ou igual a algum valor "a", ou:

$$P\{x \le a\} = F(a) = \int_{-\infty}^{a} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

Esta integral não pode ser avaliada na forma fechada (não tem solução analítica, só numérica). Para se evitar um grande número de tabelas para cada par (μ, σ^2) utiliza-se uma mudança de variável: $z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$

A avaliação pode ser feita independentemente de μ e σ^2, que é:

$$P\{x \le a\} = P\left(z \le \frac{a-\mu}{\sigma}\right) \equiv \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Onde Φ é a função distribuição cumulativa da distribuição normal padrão (média = 0 e desvio padrão = 1). A transformação z é usualmente chamada padronização, porque converte uma variável aleatória N(μ,σ^2) em uma variável aleatória N(0,1).

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Para determinar a probabilidade de x [a,b], procede-se da seguinte maneira:

$$P\{a \le x \le b\} = P(a - \mu) \le x - \mu \le b - \mu)$$

$$= P(\frac{a - \mu}{\sigma}) \le \frac{x - \mu}{\sigma} \le \frac{b - \mu}{\sigma})$$

$$= P(\frac{a - \mu}{\sigma}) \le Z \le \frac{b - \mu}{\sigma})$$

e, portanto, quaisquer que sejam os valores de μ e σ utiliza-se a Normal Padrão para obter probabilidades com a Distribuição Normal. Os valores para $P(0 \le Z \le z)$, $z \ge 0$, são apresentados em tabela no Apêndice II do livro texto.

Com a simetria da distribuição Normal podem-se calcular valores de probabilidades em outros intervalos. Observe que a simetria também implica que a probabilidade de estar acima (ou abaixo) de zero é 0,5.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Ex.: a resistência de um papel usado na fabricação de sacolas de compras é uma característica importante de qualidade. Esta resistência é normalmente distribuída, com média **μ=40lb/in^2 e desvio padrão=2lb/in^2**. Os compradores requerem que elas tenham resistência de **pelo menos 35lb /in^2** .

A probabilidade de que uma sacola produzida deste papel **encontre ou exceda as especificações** é **P{x>=35}.**

Sendo que P{x>=35}= 1- P{x<=35}, para avaliar esta probabilidade a partir de tabelas normais padrão, padronizamos o ponto 35 (fazendo a = 35) e encontramos:

$$P\{x \leq 35\} = P\{z \leq \frac{35-40}{2}\}$$

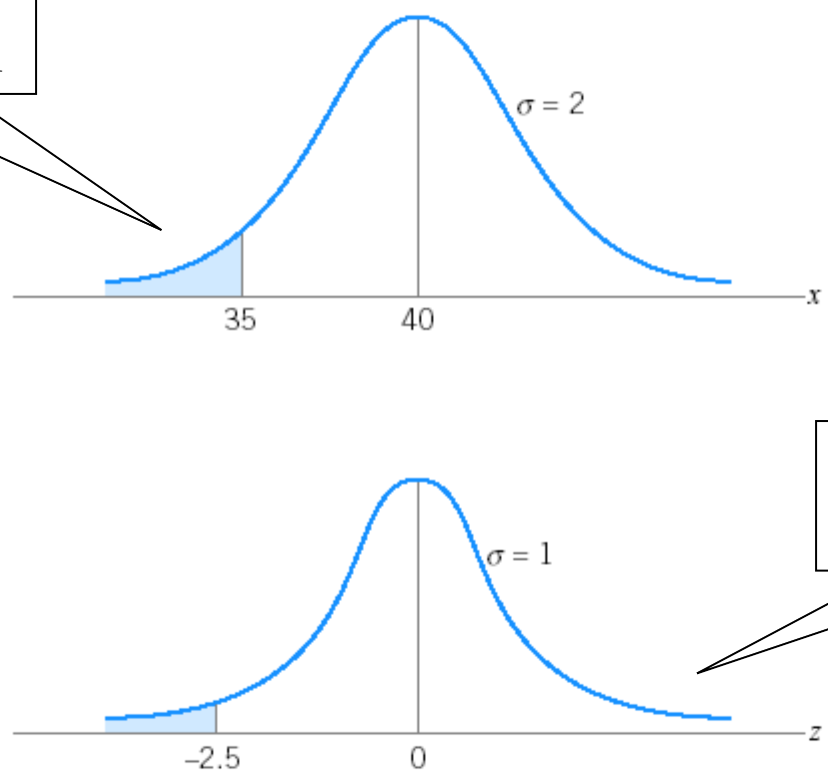
$$P\{x \leq 35\} = P\{z \leq -2.5\}$$

$$P\{x \leq 35\} = \Phi(-2.5) = (1-0{,}99379) = 0.0062$$

$$P\{x \geq 35\} = 1 - P\{x \leq 35\} = 1 - 0.0062 = 0.9938$$

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Distribuição Normal Original



Distribuição normal padrão.

Figure 2-18 Calculation of $P\{x \leq 35\}$ in Example 2-7.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Ex.: Algumas vezes é necessário encontrar o valor de uma variável aleatória Normal que resulta em uma dada probabilidade. Suponha que x~N(10,9). Deseja-se encontrar o valor de x, tal que P{x>a}= 0.05. Assim:

$$P\{x > a\} = P\{z > \frac{a-10}{3}\} = 0.05 \text{ ou}$$

$$P\{x > a\} = P(z \leq \frac{a-10}{3}) = 0.95$$

Da tabela II (apêndice) têm-se que $\text{P}\{z \leq 1.645\} = 0.95$,

logo $\frac{a-10}{3} = 1.645$

$$a = 10 + 3(1.645) = 14.935$$

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Ex.: O diâmetro de um eixo de metal usado em uma unidade de disk-drive é normalmente distribuído com média 0.2508 e desvio padrão de 0.0005 in. A especificação do eixo tem sido: 0.2500+/-0.0015 in.

Assim a distribuição normal desta produção é caracterizada como:

μ=0.2508

USL= 0.2500+3x0.0005 = 0.2515

LSL = 0.2500-3x0.0005 = 0.2485

Deseja-se determinar quais frações dos eixos produzidos estão em conformidade com as especificações.

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = P\{x \leq 0.2515\} - P\{x \leq 0.2485\}$$

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = \Phi\left(\frac{0.2515 - 0.2508}{0.0005}\right) - \Phi\left(\frac{0.2485 - 0.2508}{0.0005}\right)$$

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = \Phi(1.40) - \Phi(-4.60)$$

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = 0.9192 - 0.0000 = 0.9192$$

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Isto significa que pode-se esperar deste processo uma produção de 91.92% dos eixos de acordo com a especificação (conformes).

Se o processo puder ser ajustado tal que a média dele seja, exatamente, igual ao valor nominal de 0.2500, tem-se:

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = P\{x \leq 0.2515\} - P\{x \leq 0.2485\}$$

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = \Phi\left(\frac{0.2515 - 0.2500}{0.0005}\right) - \Phi\left(\frac{0.2485 - 0.2500}{0.0005}\right)$$

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = \Phi(3.00) - \Phi(-3.00)$$

$$P\{0.2485 \leq x \leq 0.2515\} = 0.99865 - 0.0013 = 0.9973$$

Isto significa que o processo pode aumentar a produção para 99.73% de eixos de acordo com a especificação (conformes).

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição normal tem muitas propriedades. Uma delas é relativa a **combinações lineares de variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuidas**. Se $x_1, x_2, \ldots x_n$ são variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuidas com médias $\mu_1, \mu_2 \ldots\ldots \mu_3$ e variâncias $\sigma_1^2, \sigma_1^2, \sigma_n^2$,respectivamente, então a distribuição da variável y,

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots\ldots + a_n x_n$$

é normal com média

$$\mu_y = a_1 \mu_1 + a_2 \mu_2 + \ldots\ldots + a_n \mu_n$$

e variância

$$\sigma_y^2 = a_1^2 \sigma_1^2 + a_2^2 \sigma_2^2 + \ldots\ldots + a_n^2 \sigma_n^2$$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Definição
A distribuição exponencial é:

$$f(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \quad \text{onde } x \geq 0$$

Onde o parâmetro λ > 0. A média e a variância da distribuição são:

$$\mu = \frac{1}{\lambda} \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

A distribuição exponencial cumulativa é:

$$F(a) = P\{x \leq a\}$$

$$F(a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda a} \qquad \mathrm{a} \geq 0$$

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

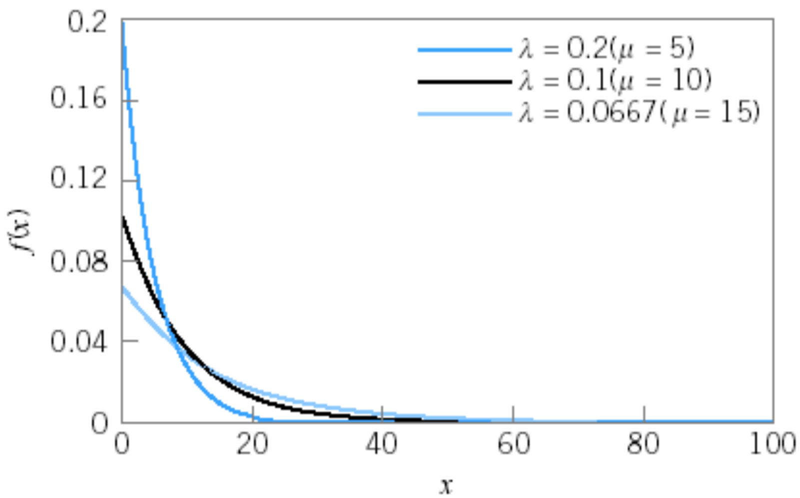


Figure 2-21 Exponential distributions for selected values of λ.

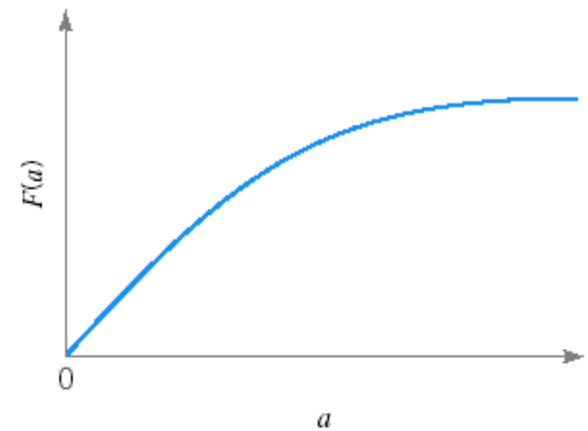


Figure 2-22 The cumulative exponential distribution function.

A distribuição exponencial é largamente utilizada em Engenharia de Confiabilidade (reliability engineering) como um modelo do **Tempo de Falha** de um componente ou sistema. Neste tipo de aplicação o parâmetro λ é chamado de **Taxa de Falha** do sistema e a média da distribuição, $\frac{1}{\lambda}$, é chamada de **Tempo médio para Falhar (vida útil)**.

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

Ex.: Um componente eletrônico, em um sistema de radar, tem sua vida útil descrita por uma distribuição exponencial com taxa de falha de $10^{(-4)}$/h, qual seja, $\lambda = 10^{(-4)}$. O tempo médio para falhar deste componente é $\frac{1}{\lambda} = 10^{(4)} = 10.000$h. Para determinar a probabilidade de que este componente possa falhar antes de sua vida útil, pode-se calcular:

$$P\{x \le \frac{1}{\lambda}\} = \int_0^{1/\lambda} \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-1} = 0.63212$$

Este resultado mostra que a probabilidade de que o valor de uma variável aleatória exponencial, independentemente do valor de λ, seja menor que sua média é 0.63212.

RELAÇÃO ENTRE AS DISTRIBUIÇÕES DE POISSON E EXPONENCIAL

Vejamos agora uma relação importante entre as distribuições de Poisson e Exponencial. Se considerarmos a distribuição de Poisson como um modelo do número de ocorrências de algum evento no intervalo (0,t], então:

$$P\{x\} = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!}$$

Lembrando que λ é a frequência média ou esperada de ocorrências num dado intervalo de tempo t.

Se pensarmos em x=0, nenhuma ocorrência de evento no intervalo (0,t], teremos P{x=0}=p(0)= $e^{-\lambda t}$. Podemos pensar em p(0) como a probabilidade de que o intervalo para a primeira ocorrência seja maior que t, ou:

$$P\{y > t\} = p(0) = e^{-\lambda t}$$

sendo y a variável aleatória que denomina o intervalo para a primeira ocorrência.

Desde que $\mathrm{F(t)} = \mathrm{P\{y \le t\}} = 1 - e^{-\lambda t}$ e nos valendo do fato de que $\mathrm{f(y)} = \dfrac{\mathrm{dF(y)}}{\mathrm{dy}}$ temos :

$\mathrm{f(y)} = \lambda e^{-\lambda y}$ como distribuição no intervalo y.

RELAÇÃO ENTRE AS DISTRIBUIÇÕES DE POISSON E EXPONENCIAL

Vimos que se o número de ocorrências de um determinado evento tem como modelo uma distribuição de Poisson com parâmetro λ, então o modelo do intervalo entre ocorrências pode ser representado por uma distribuição exponencial com parâmetro λ .

A distribuição exponencial é um caso especial da distribuição de Poisson.

DISTRIBUIÇÃO GAMMA

Definição

A distribuição gamma é:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)}(\lambda \mathrm{x})^{\mathrm{r}-1}\mathrm{e}^{-\lambda x} \quad \text{onde } x \geq 0$$

com parâmetro de forma (shape) r > 0 e parâmetro de escala λ>0. A média e a variância da distribuição gamma são:

$$\mu = \frac{r}{\lambda} \quad \text{e} \quad \sigma^2 = \frac{r}{\lambda^2}$$

respectivamente.

Obs.: A função Gamma é dada por:

$$\Gamma(r) = \int_0^\infty x^{r-1} e^{-x}\, dx$$

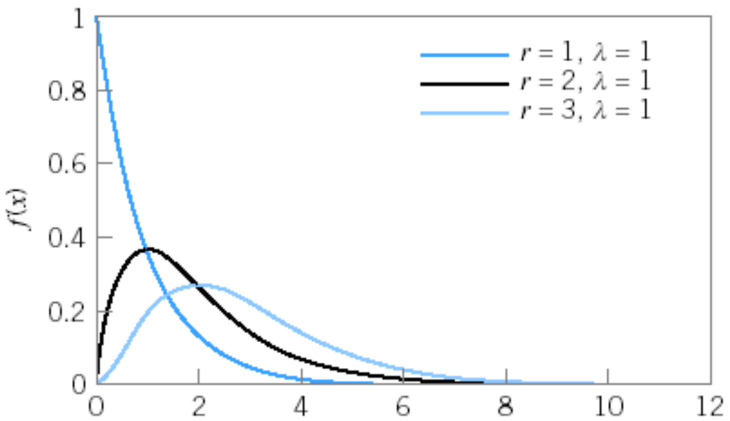
resolvendo a integral por partes vem:

$$\Gamma(r) = (r-1)\Gamma(r-1)$$

e com r inteiro: $\Gamma(r) = (r-1)!$

DISTRIBUIÇÃO GAMMA

- Quando r é um inteiro, a distribuição gamma é o resultado do somatório de r distribuições exponenciais identicamente distribuídas e independentes, cada uma com parametro λ.
- Se $x_{1}, x_{2}, x_{3}, \ldots\ldots, x_{r}$ são exponenciais com parâmetro λ e independentes, então: $y = x_{1}+ x_{2}+ x_{3}+ \ldots\ldots+ x_{r}$ tem distribuição gamma com parâmetros r e λ. Este resultado tem aplicações importantes.
- A distribuição gamma tem muitas aplicações em Engenharia de Confiabilidade.



Distribuições Gama para valores distintos de r

- ✓ Se **r=1**, a distribuição gamma se reduz à distribuição exponencial com parâmetro λ.
- ✓ Dependendo dos valores escolhidos para λ e r, esta distribuição pode assumir diferentes formas.

DISTRIBUIÇÃO WEIBULL

Definição

A distribuição Weibull* é:

$$f(x) = \frac{\beta}{\theta}\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta-1} exp\left[-\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\beta}\right] \qquad x \geq 0$$

Onde θ>0 é o parâmetro de escala e β>0 é parâmetro de forma (shape). A média e a variância da distribuição Weibull são:

$$\mu = \theta\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

e

$$\sigma^2 = \theta^2\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)^2\right]$$

respectivamente.

*Modelo semi-empírico proposto pelo físico suecoErnest H.W. Weibull (1936) para modelo de planejamento estatístico de fadiga de material.

DISTRIBUIÇÃO WEIBULL

- Quando $\beta = 1$, a distribuição Weibull se reduz à distribuição exponencial. Mas trata-se de uma distribuição muito flexível e pela escolha adequada dos parâmetros **θ e** β pode assumir muitas formas.

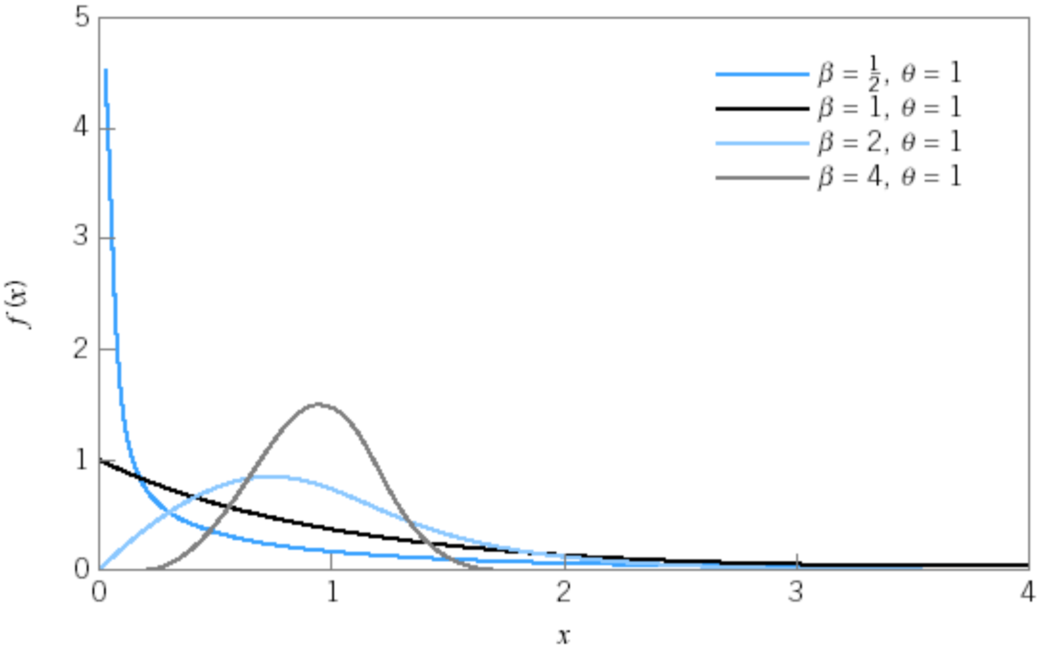


Figure 2-25 Weibull distributions for selected values of the shape parameter β and scale parameter $\theta = 1$.

Muito utilizada para estudo de tempo de vida de equipamentos e estimativa de falhas.

DISTRIBUIÇÃO WEIBULL

A distribuição cumulativa de Weibull é:

$$F(a) = 1 - \exp\left[- \left(\frac{a}{\theta} \right)^{\beta} \right]$$

Exemplo: o tempo de falha de um componente eletrônico utilizado em uma workstation RISC é modelado por meio de uma distribuição Weibull com $\beta=1/2$ e $\theta=1000$. O tempo médio de falha (μ) é:

$$\mu = \theta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta} \right)$$
$$\mu = 1000 \Gamma\left(1 + \frac{1}{1/2} \right)$$
$$\mu = 1000\Gamma(3) \ \text{(função gamma no MatLab)}$$
$$\mu = 2000h.$$

DISTRIBUIÇÃO WEIBULL

Considerando que F(a) é a probabilidade de falha e que a Vida Útil =1- F(a), vem:

A fração de dispositivos cuja vida útil esperada é de 4000h é:

$$1\text{-F(a)} = \exp\left[-\left(\frac{a}{\theta}\right)^{\beta}\right] \quad \text{(1-probabilidade de falha em 4000h)}$$

$$1\text{-F(4000)} = \exp\left[-\left(\frac{4000}{1000}\right)^{1/2}\right]$$

$$= e^{-2} = 0.1353$$

Assim, 13,53% dos dispositivos irão falhar em 4000h.

APROXIMAÇÕES ÚTEIS

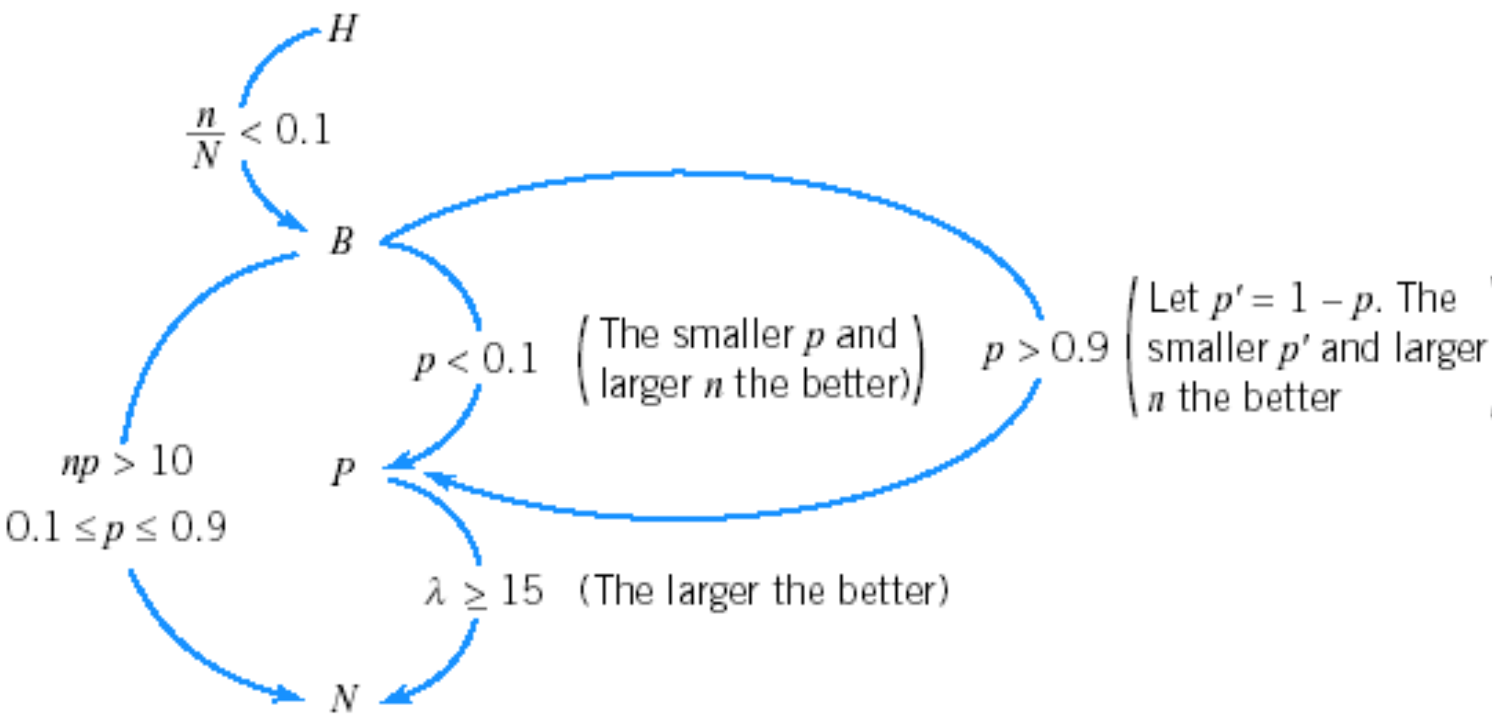


Figure 2-29 Approximations to probability distributions

H: distribuição hipergeométrica
B: distribuição binomial
P: distribuição de Poisson
N: distribuição normal

n: número de itens selecionados aleatoriamente da população
N: população
p: número de itens não conformes