CARTAS DE CONTROLE
Dados Correlacionados, Média variável, Deteção de Faltas

- Estimação de Sinal – filtros como geradores de resíduos
- Detecção de mudança sobre o resíduo

Profa. Carmela Maria Polito Braga – DELT/EEUFMG

INTRODUÇÃO

- Faltas podem ocorrer em qualquer sistema.
- Objetiva-se a detecção de faltas no tempo, gerando um alarme a cada ocorrência.
- Após a geração do alarme, é desejável o isolamento da falta, que corresponde a localização do componente/elemento em falta.
- A ação combinada destas duas tarefas, **detecção** (detection) e **isolamento** (isolation) é denominada **diagnóstico** (diagnose) - FDI.

INTRODUÇÃO

- Detecção de faltas pode se valer de estimação de parâmetros ou de estados. Faltas em atuadores e sensores são tratadas, normalmente, por estimação de estados e falhas ou mudanças em sistemas dinâmicos requerem modelos paramétricos.
- Se a média da variável monitorada é constante, uma carta convencional de Shewhart ou CUSUM, calculado em relação à média fixa, é suficiente.

INTRODUÇÃO

- Quando a **média da grandeza** é variável é preciso outra alternativa para a estimação da mesma, **um modelo**.
- Somado a isso, as cartas de controle exigem dados descorrelacionados. Na impossibilidade de conciliar esta exigência com a amostragem desejada é necessário um procedimento de descorrelação dos dados, antes do seu uso nas cartas de controle.

FILTROS COMO GERADORES DE RESÍDUOS

- Em detecção de faltas, **o essencial é obter a geração de um alarme**, por parte do detector de alarmes utilizado (uma carta de controle, por exemplo), tão rápido quanto possível após a ocorrência da falta. Ao mesmo tempo, espera-se a geração de poucos alarmes falsos.
- O projeto de um **sistema de detecção de faltas**, no nosso caso, **uma carta de controle**, consiste em:

FILTROS COMO GERADORES DE RESÍDUOS

- Modelagem do sinal ou sistema, a partir dos dados obtidos do sistema/processo operando em estado de controle estatístico.
- Implementação de um algoritmo de detecção de falta, uma carta de controle, no nosso caso.
- Sintonia do algoritmo, ou projeto da carta de controle, com relação a alguns critérios de avaliação.

- Nosso problema de modelagem é um problema de estimação da parte do sinal, θ_t, num conjunto de dados ruidosos y_t no modelo:

$$y_t = \theta_t x_t + e_t$$

FILTROS COMO GERADORES DE RESÍDUOS

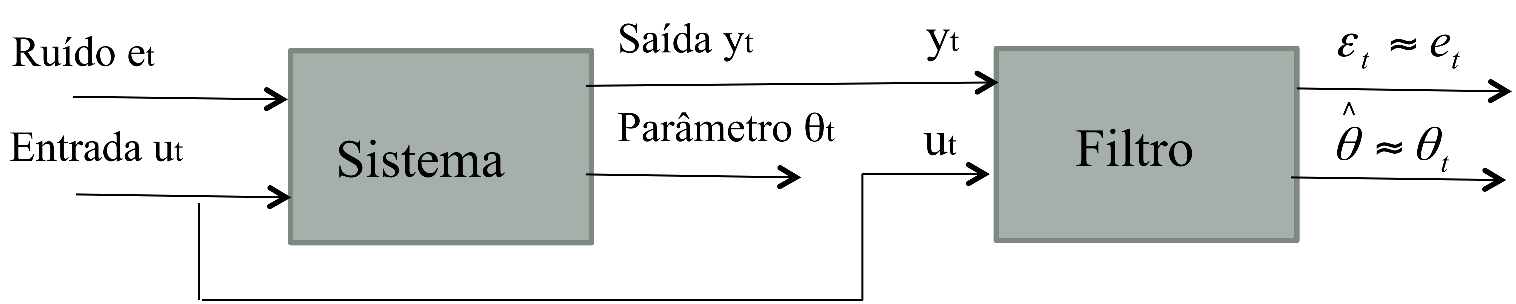
$y_t = \theta_t x_t + e_t$, que na forma matricial fica: $\mathbf{Y} = \Theta\mathbf{X} + \varepsilon$

Um algoritmo para estimação de θ é:

$$\hat{\theta}_{t+1} = \hat{\theta}_t + (1 - \lambda_t)\varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$$

onde λ é fator de esquecimento, ε é o resíduo e X é a matriz de delineamento.



[ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

- Ajuste de modelo ARMA 1a. Ordem (estimação para dados em batelada)

- Seja o modelo dinâmico de 1a. Ordem:

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = u$$

- Fazendo a aproximação numérica:

$$\frac{dy(t)}{dt} \cong \frac{y(k) - y(k-1)}{h}$$

- Obtem-se o modelo discreto de 1a. Ordem:

$$y(k) = \beta y(k-1) + (1-\beta)u(k-1)$$

em que $\alpha = 1 - \beta$

- Representação matricial:

$$y(k) = \begin{bmatrix} \beta & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k-1) \\ u(k-1) \end{bmatrix}$$

ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS]

- Ajuste de modelo ARMA 1a. Ordem (estimação para dados em batelada)

- Representação matricial:

$$y(k) = \begin{bmatrix} \beta & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k-1) \\ u(k-1) \end{bmatrix}$$

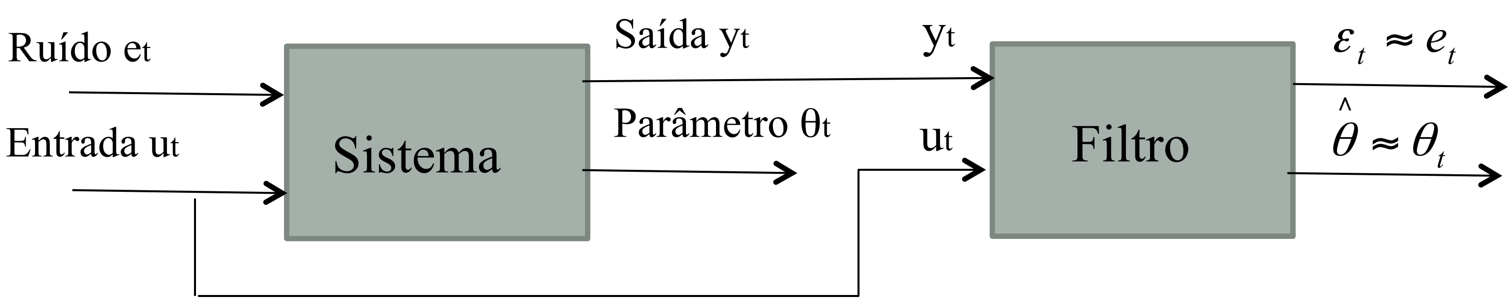
$$\begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(1) & y(2) & \cdots & y(n-1) \\ u(1) & u(2) & \cdots & u(n-1) \end{bmatrix}$$

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = (X_n^T X_n)^{-1} X_n^T Y, \quad Y = \theta^T X$$

Usando a sintaxe Matlab >> $Teta = X \setminus Y$

FILTROS COMO GERADORES DE RESÍDUOS

- O Detector de Mudanças que queremos é um filtro linear, com aplicação de um teste de "brancura" em seu resíduo, além de uma ferramenta, como uma carta de controle, para definir a geração de um alarme ou não: a sttoping rule (limite de controle).



FILTROS COMO GERADORES DE RESÍDUOS

- **Geração de Resíduos:** sob certas premissas de modelo, um filtro toma as medidas de um sinal/ processo (dados) e os transforma em uma sequência de resíduos que assemelham-se a um ruído branco, antes que alguma mudança ocorra no sinal/processo.
- Em detecção de faltas, não importa qual filtro está sendo usado e a etapa da modelagem pode ser vista como tarefa padrão (Mason e Young consideram um filtro AR de 1ª. Ordem suficiente).

FILTROS COMO GERADORES DE RESÍDUOS

- Num mundo perfeito os resíduos poderiam ser nulos antes de uma mudança e não-nulos depois.
- No mundo real, se nenhuma mudança ocorreu no sistema, e o modelo está correto, os resíduos são chamados de ruído branco, que é uma sequência de variáveis estocásticas independentes com média zero e variância conhecida.

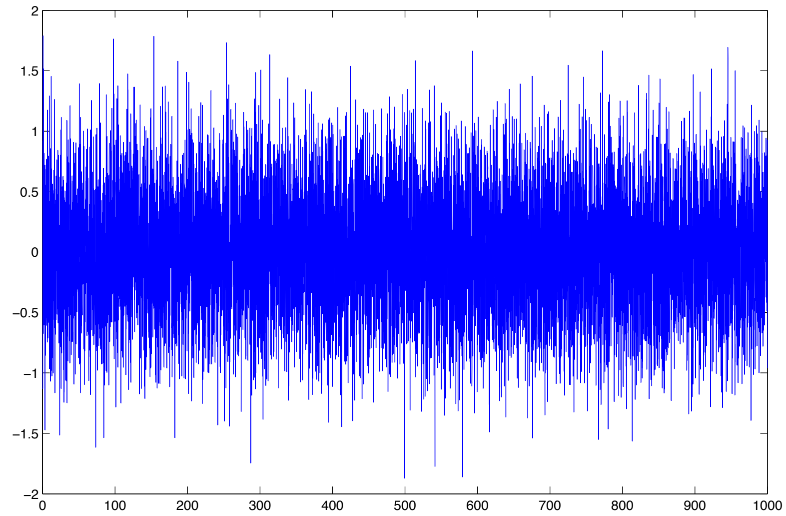
RUÍDO BRANCO

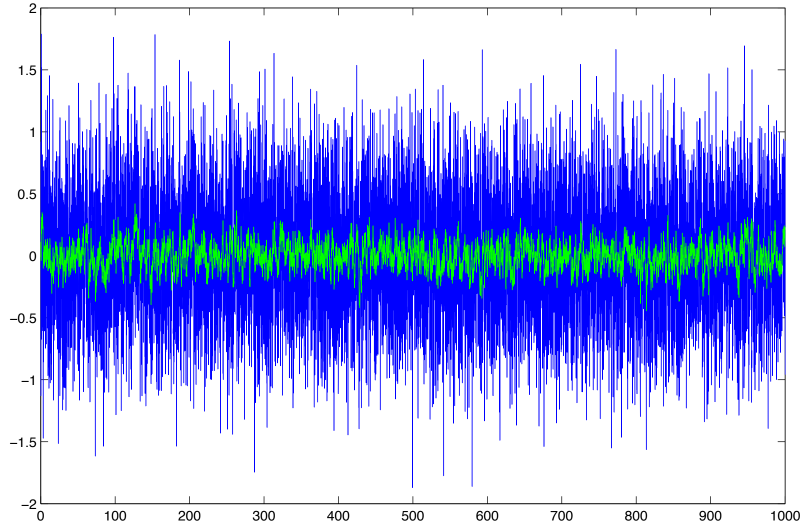
Transfer function:

$$g = \frac{0.09516}{z - 0.9048}$$

t = 0:Ts:1000;
e = 0.5*randn(1,length(t));
[y,t] = **lsim**(g,e,t) ;

Sinal correlacionado no tempo





FILTROS COMO GERADORES DE RESÍDUOS

- Após a ocorrência de uma mudança na média, ou na variância ou, ainda, em ambas, os resíduos tornam-se "largos" em certo sentido.
- Nosso problema é decidir "quão" largo ele se tornou e se é devida a geração de um alarme.
- Isto implica que podemos monitorar uma determinada variável aplicando cartas de controle sobre o resíduo de sua estimação.
  - O resíduo pode não ser suficiente para indicação de mudança em todos os casos.

CARTAS CUSUM COMO *STTOPING RULES*

- Algoritmos de detecção de mudança devem decidir-se sobre as hipóteses nula ou alternativa, ou seja:
$$H_o = E(s_t) = 0$$
$$H_1 = E(s_t) > 0$$
- Uma *stopping rule* é adquirida pela comparação do resíduo de filtragem de um filtro passa baixas com um limite de controle, no caso, uma algoritmo CUSUM.
- **Limitação Fundamental de Detecção de Mudança**: o projeto é um compromisso entre a detecção de mudanças verdadeiras e limitação de alarmes falsos.

CORRELAÇÃO DOS DADOS – ORDEM DO FILTRO

```
[CorrY,lags] = xcorr([ y(:)],80)
[CorrE,lags] = xcorr([ e(:)],80)
subplot(212), plot(CorrY(lags>=0,:)/max(CorrY));
hold on;
plot(CorrE(lags>=0,:)/max(CorrE),'g');
```

$$\frac{(1-\beta).z^{-1}}{1-\beta.z^{-1}}$$

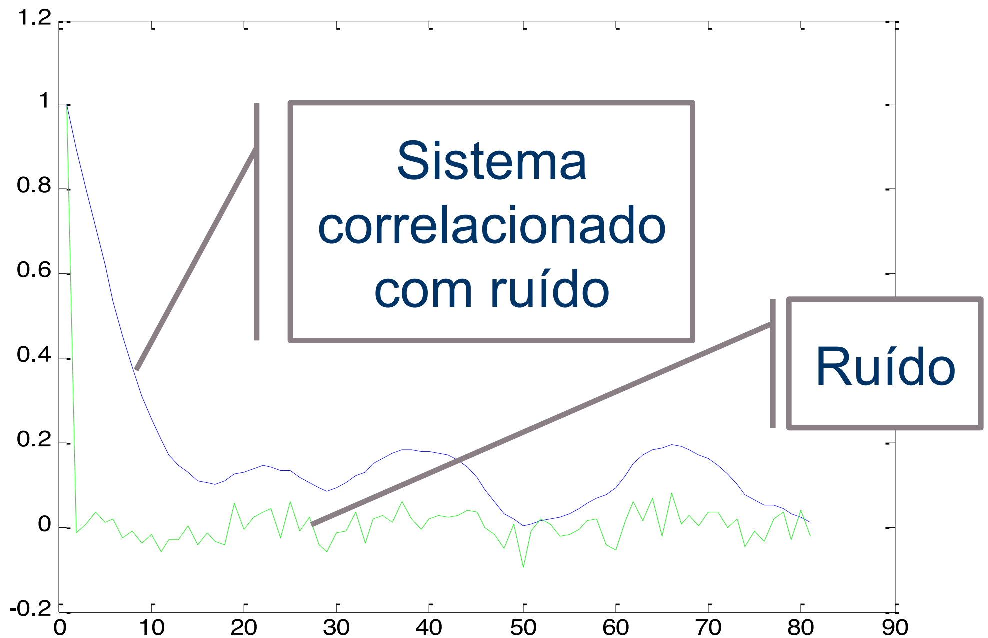
$$\beta = 0.9$$

$$\beta = e^{-h/\tau} \cong 1 - \frac{h}{\tau}$$

$$\tau = N.h \Rightarrow \beta = 1 - \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{Nh}} = \frac{N-1}{N}$$

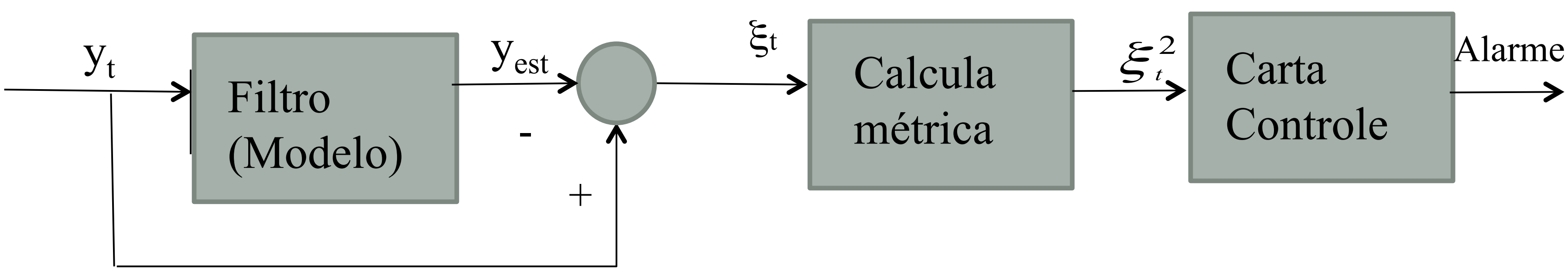
$$N = \frac{1}{1-\beta}$$

$$para\ \beta = 0.9 \Rightarrow \mathrm{N} = 10 \text{ em } 1 \text{ cte tempo}$$



CARTAS DE CONTROLE COM DADOS CORRELACIONADOS

1. Projeto do Filtro: estimação de parâmetro do modelo AR de primeira ordem.
2. Execução da carta de controle a partir do resíduo obtido da filtragem do dado de entrada



BIBLIOGRAFIA

- Gustafsson, F. **Adaptive Filtering and Change Detection**, Ed. Whiley, Great Britain, 2000.