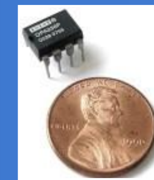
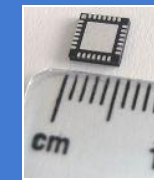




ELT 061 – Dispositivos e Circuitos Eletrônicos Básicos

Projeto de Filtros Analógicos

Referência:

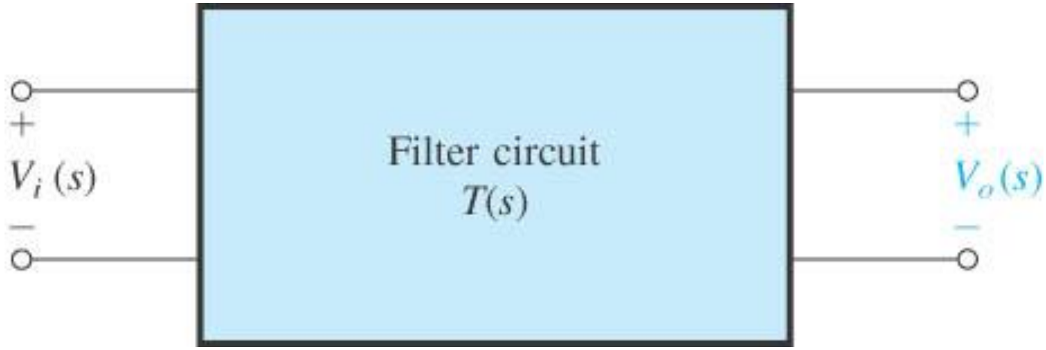
• Microeletrônica 5 edição - Capítulo 12
Sedra Smith,

• Microelectrónica, Vol II - Capitulo 16, 2 edição.
Jacob Millman – Arvin Grabel

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Função de transferência de Filtros

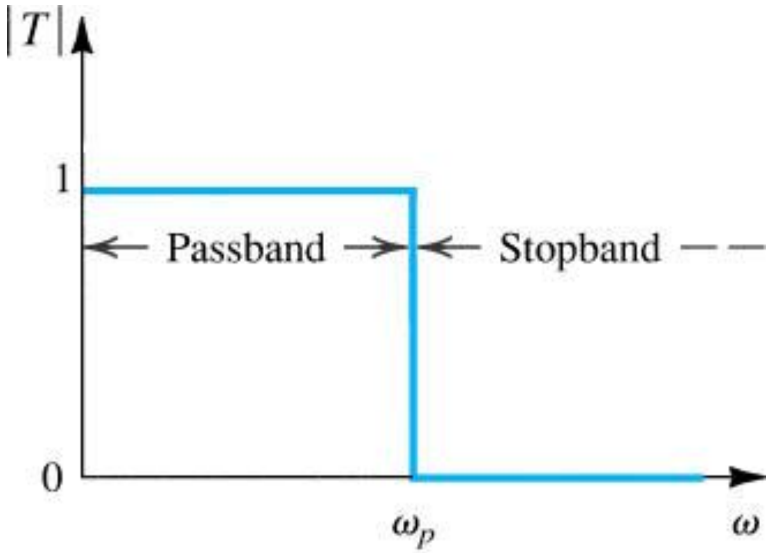


$$T(s) \equiv \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$

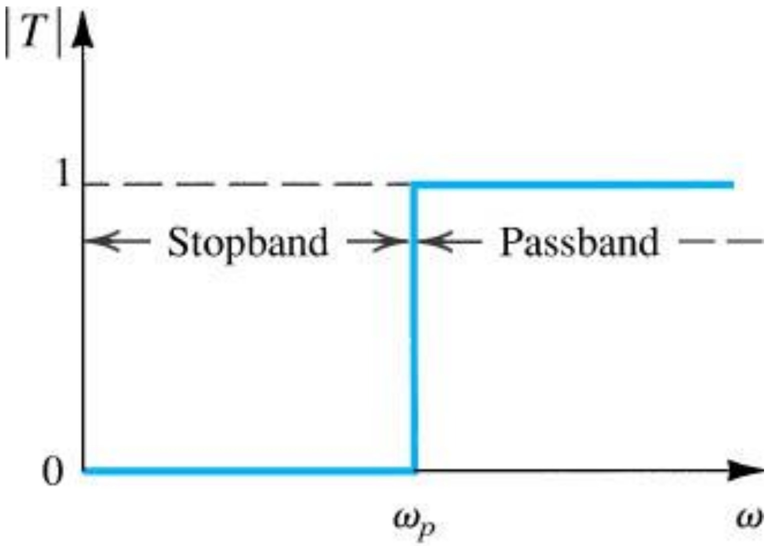
Regime permanente senoidal : $\dfrac{V_o(jw)}{V_i(jw)} = |T(jw)|e^{j\phi(w)}$

Função de atenuação : $A(w) \equiv -20\log|T(jw)|, dB$

Tipos de Filtros

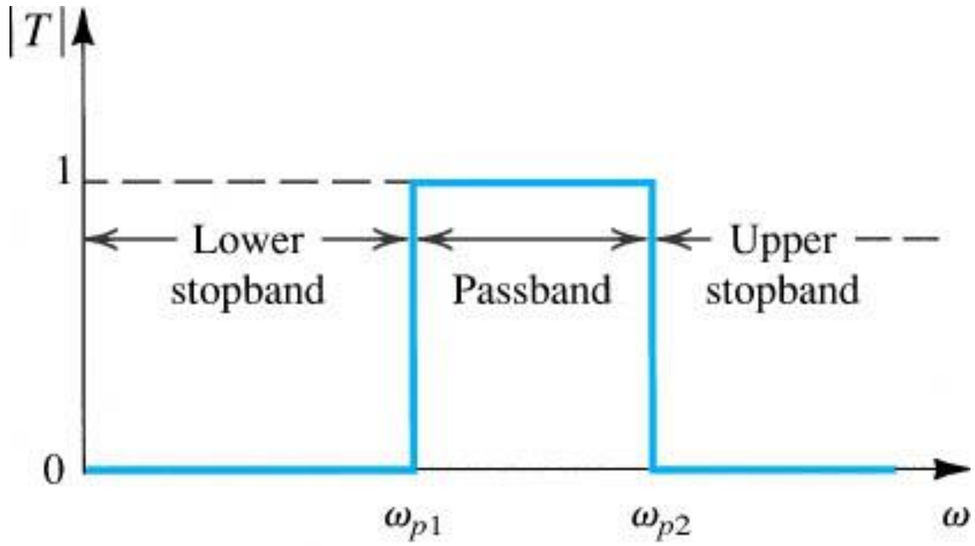


(a) Low-pass (LP)

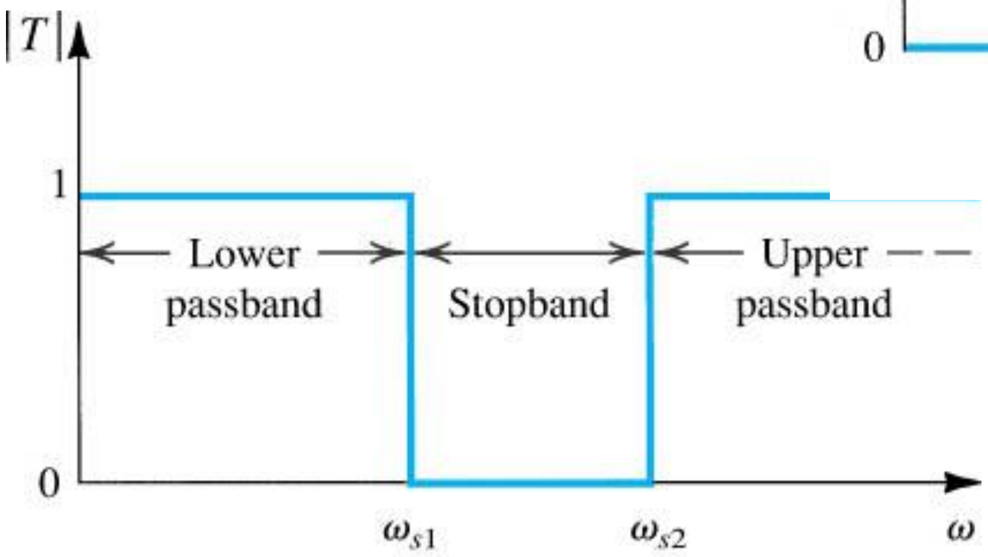


(b) High-pass (HP)

Tipos de Filtros



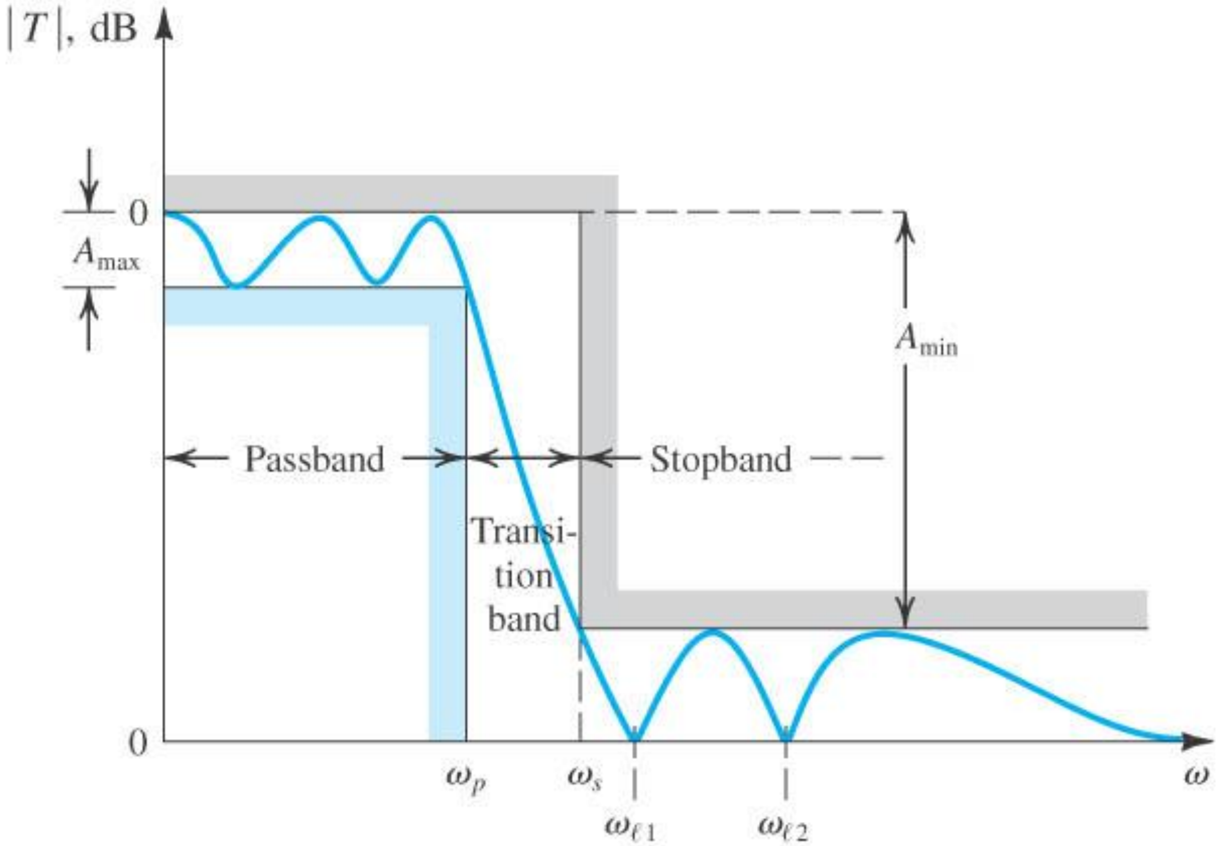
(c) Bandpass (BP)



(d) Bandstop (BS)

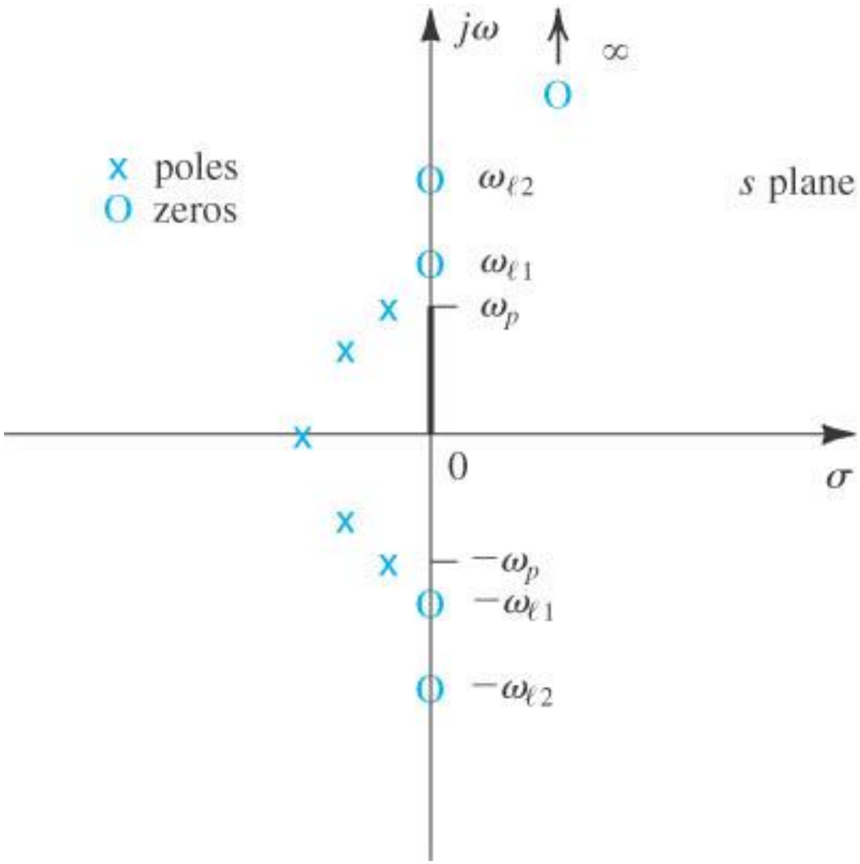
Função de transferência de filtros

$$T(s) = \frac{a_M(s-z_1)(s-z_2)\ldots(s-z_M)}{(s-p_1)(s-p_2)\ldots(s-p_N)}$$

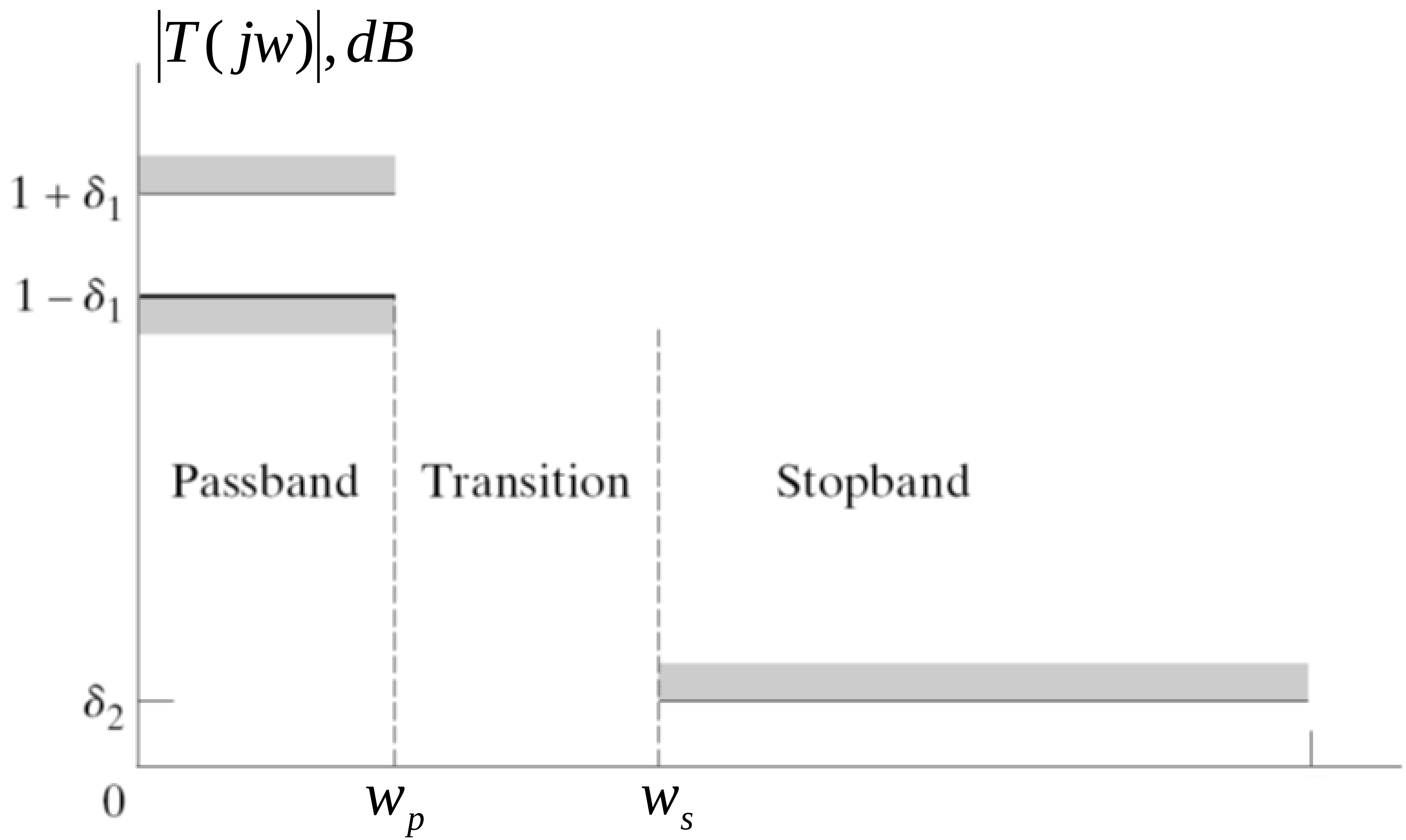


Função de transferência de filtros

$$T(s) = \frac{a_M (s^2 + w_{l1})(s^2 + w_{l2})}{s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}$$



Gabarito do Filtro



Aproximações de Filtros

- Aproximação de Butterworth
- Aproximação de Chebyshev
- Aproximação elíptica
- Aproximação de Bessel

Aproximação de Butterworth

$$T(s) = \frac{H_o}{B(s)}$$

$$\left|T(jw)\right|^2 = \frac{1}{1 + \left(\dfrac{w}{w_p}\right)^{2N}}$$

Onde:

$w_p \Rightarrow \text{frequência de corte}$

$\text{N} \Rightarrow \text{Orden do polinómio}$

Propriedades da Aproximação de Butterworth

$$|T(jw)| = 1 \quad w = 0 \text{ rd/s}$$

$$|T(jw)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad w = w_p \text{ rd/s}$$

Para obter uma atenuação de M dB na freqüência w_s a ordem do filtro é:

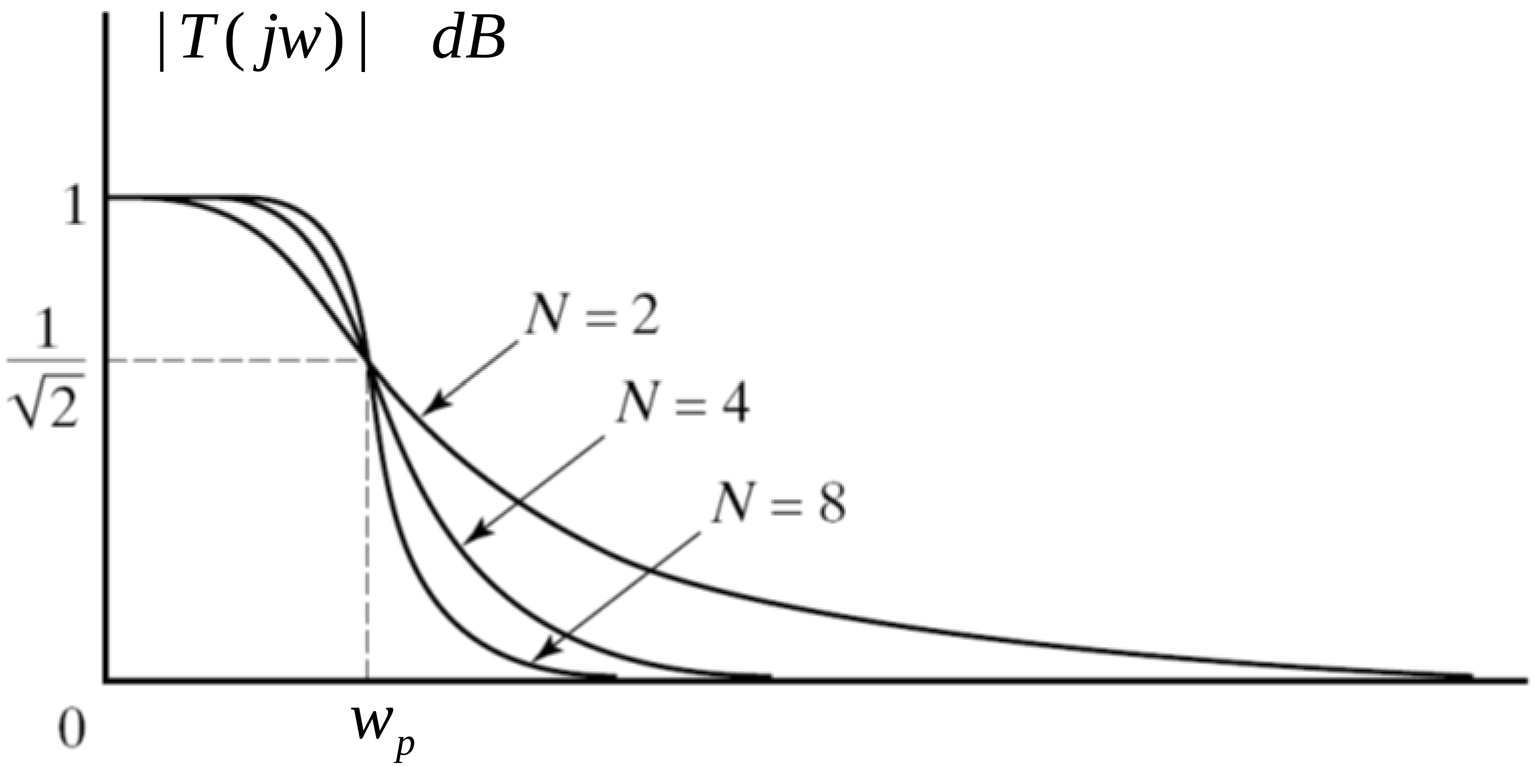
$$N = \frac{\log_{10}(10^{-(M_{dB}/10)} - 1)}{2\log_{10}\left(w_s / w_p \right)}$$

Polinomio de Butterworth normalizados

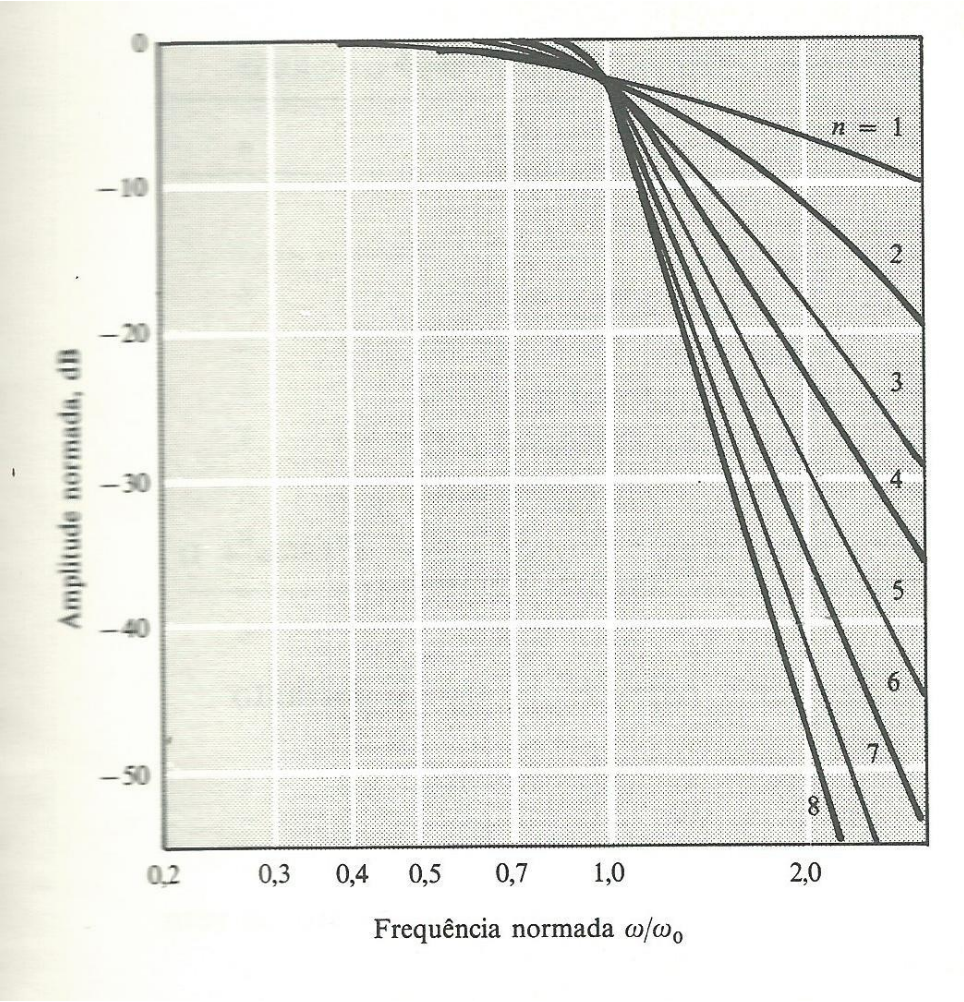
n	**Polinomio** $B_n(s)$
1	$(s+1)$
2	$(s^2+1{,}414s+1)$
3	$(s+1)(s^2+s+1)$
4	$(s^2+0{,}765s+1)(s^2+1{,}848s+1)$
5	$(s+1)(s^2+0{,}618s+1)(s^2+1{,}618s+1)$
6	$(s^2+0{,}518s+1)(s^2+1{,}414s+1)(s^2+1{,}932s+1)$
7	$(s+1)(s^2+0{,}445s+1)(s^2+1{,}247s+1)(s^2+1{,}802s+1)$
8	$(s^2+0{,}390s+1)(s^2+1{,}111s+1)(s^2+1{,}663s+1)(s^2+1{,}962s+1)$

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

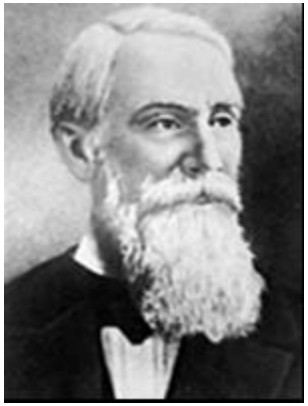
Aproximação de Butterworth



Aproximação de Butterworth



Pafnuty Lvovich Chebyshev – 1821 - 1894



Matemático russo da Universidade de São Petersburgo nascido em Okatovo, pequena cidade a oeste de Moscou, de notáveis descobertas no estudo do cálculo avançado e da matemática aplicada.

Aproximação de Chebyshev – Tipo 1

$$|H(jw)|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2 C_n^2\left(w/w_p \right)} \qquad 0 < \varepsilon < 1$$

$$C_n\left(w/w_p \right) = \cos\left(N \, ar\cos\left(w/w_p \right)\right), \; 0 \le \frac{w}{w_p} \le 1$$

$$C_n\left(w/w_p \right) = \cosh\left(N \, ar\cosh\left(w/w_p \right)\right), \; \frac{w}{w_p} \ge 1$$

Propriedades

1. $T(j0) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$ para n par

2. $T(j0) = 1$ para n ímpar

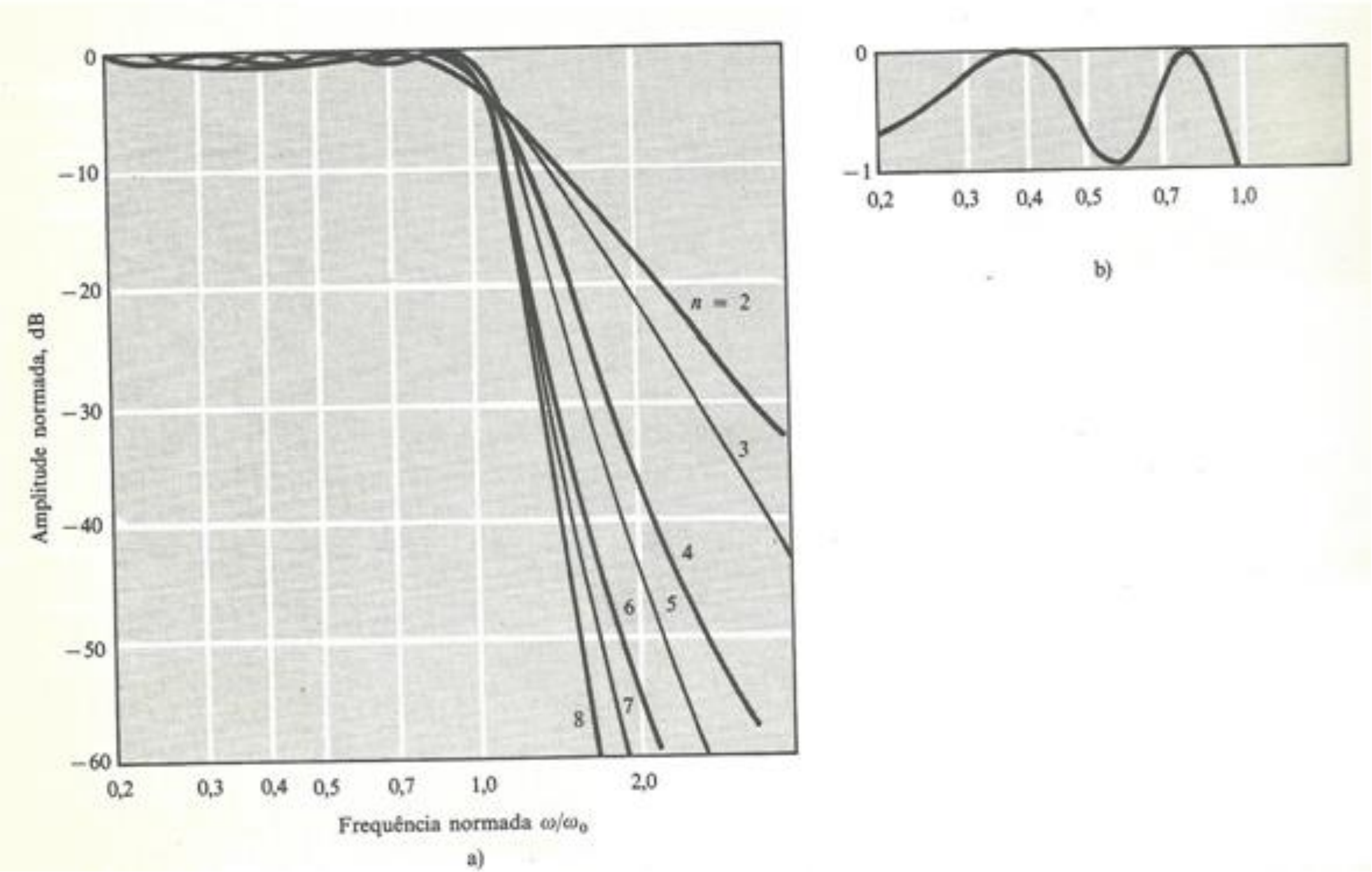
3. $T(jw_p) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$

$$r_{db} = 10\log_{10}(1+\varepsilon^2)$$

Polinômios de Chebyshev normalizados

n	*Factores de polinómios de filtros de Chebyshev*
	Ondulação de 0,5 dB ($\varepsilon = 0{,}3493$)
1	$s + 2{,}863$
2	$s^2 + 1{,}425s + 1{,}516$
3	$(s + 0{,}626)(s^2 + 0{,}626s + 1{,}142)$
4	$(s^2 + 0{,}351s + 1{,}064)(s^2 + 0{,}845s + 0{,}356)$
5	$(s + 0{,}362)(s^2 + 0{,}224s + 1{,}036)(s^2 + 0{,}586s + 0{,}477)$
6	$(s^2 + 0{,}1554s + 1{,}024)(s^2 + 0{,}4142s + 0{,}5475)(s^2 + 0{,}5796s + 0{,}157)$
7	$(s + 0{,}2562)(s^2 + 0{,}1014s + 1{,}015)(s^2 + 0{,}3194s + 0{,}6657)(s^2 + 0{,}4616s + 0{,}2539)$
8	$(s^2 + 0{,}0872s + 1{,}012)(s^2 + 0{,}2484s + 0{,}7413)(s^2 + 0{,}3718s + 0{,}3872)(s^2 + 0{,}4386s + 0{,}08805)$
	Ondulação de 1,0 dB ($\varepsilon = 0{,}5089$)
1	$s + 1{,}965$
2	$s^2 + 1{,}098s + 1{,}103$
3	$(s + 0{,}494)(s^2 + 0{,}494s + 0{,}994)$
4	$(s^2 + 0{,}279s + 0{,}987)(s^2 + 0{,}674s + 0{,}279)$
5	$(s + 0{,}289)(s^2 + 0{,}179s + 0{,}988)(s^2 + 0{,}468s + 0{,}429)$
6	$(s^2 + 0{,}1244s + 0{,}9907)(s^2 + 0{,}3398s + 0{,}5577)(s^2 + 0{,}4642s + 0{,}1247)$
7	$(s + 0{,}2054)(s^2 + 0{,}0914s + 0{,}9927)(s^2 + 0{,}2562s + 0{,}6535)(s^2 + 0{,}3702s + 0{,}2304)$
8	$(s^2 + 0{,}07s + 0{,}9942)(s^2 + 0{,}1994s + 0{,}7236)(s^2 + 0{,}2994s + 0{,}3408)(s^2 + 0{,}3518s + 0{,}00702)$

Filtro Protótipo de Tchebyshev – Tipo 1



Projeto de um Filtro de Chebyshev 1

- Dado o ripple máximo admissível calcula-se ε.

- Para cada frequência w_s do gabarito calcula-se o valor do polinômio $C_n(w_s/w_p)$ que garante a atenuação mínima M_s (db).

$$C_n\left({}^{w_s}\!/_{w_p}\right) = \sqrt{\frac{10^{\frac{|M_S|}{10}} - 1}{\varepsilon^2}}$$

- Calcula-se a ordem do polinômio de Chebychev que atenda a todas as especificações simultaneamente.

$$N = \frac{\cosh^{-1}[C_n({}^{w_s}\!/_{w_p})]}{\cosh^{-1}({}^{w_s}\!/_{w_p})}$$

Transformação Final

$w_0 = \sqrt{w_H w_L}$ - freqüência central

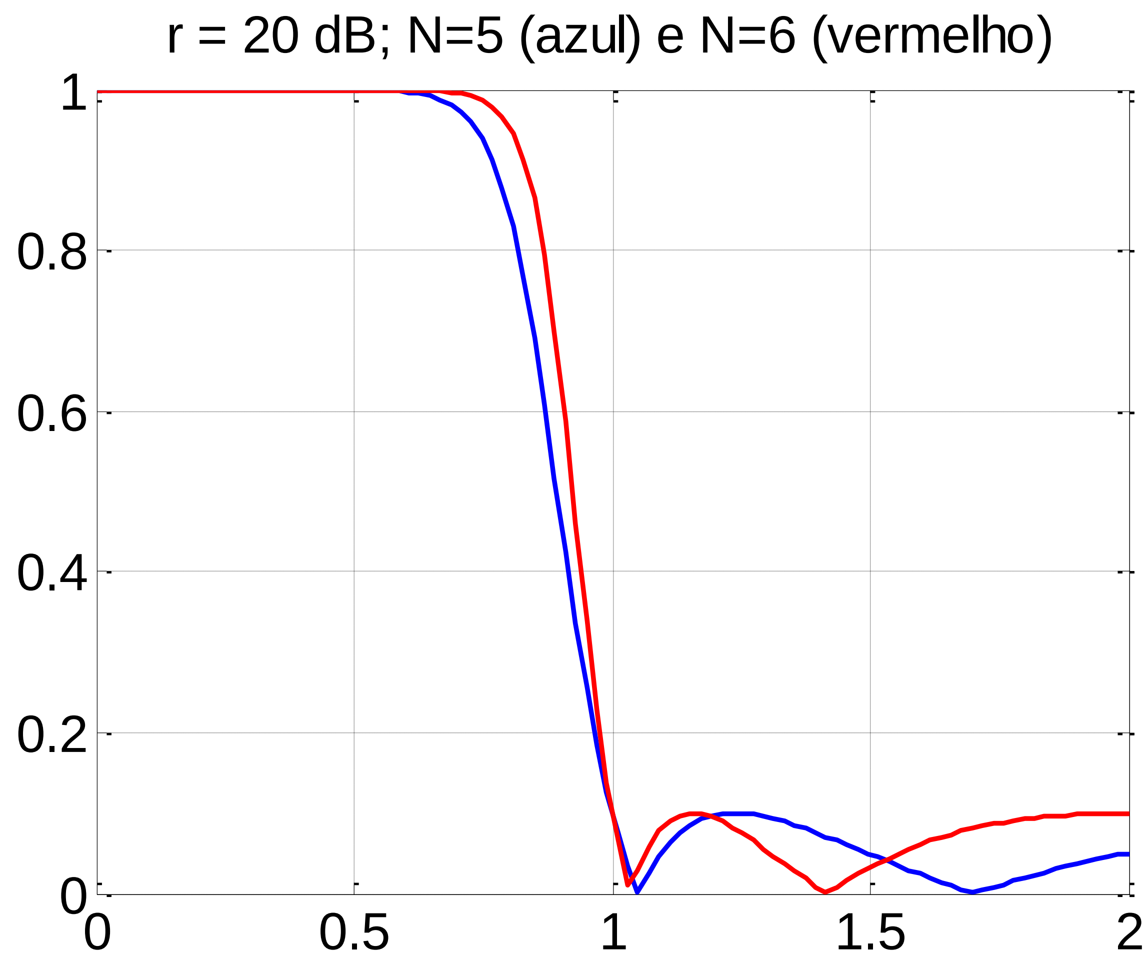
$B = w_H - w_L$ - faixa de passagem

w_p = freqüência de corte

	Substituir s por …
Passa Baixas	$\frac{s}{w_p}$
Passa Altas	$\frac{w_p}{s}$
Passa Faixa	$\frac{s^2 - w_0^2}{Bs}$
Corta Faixa	$\frac{Bs}{w_0^2 - s^2}$

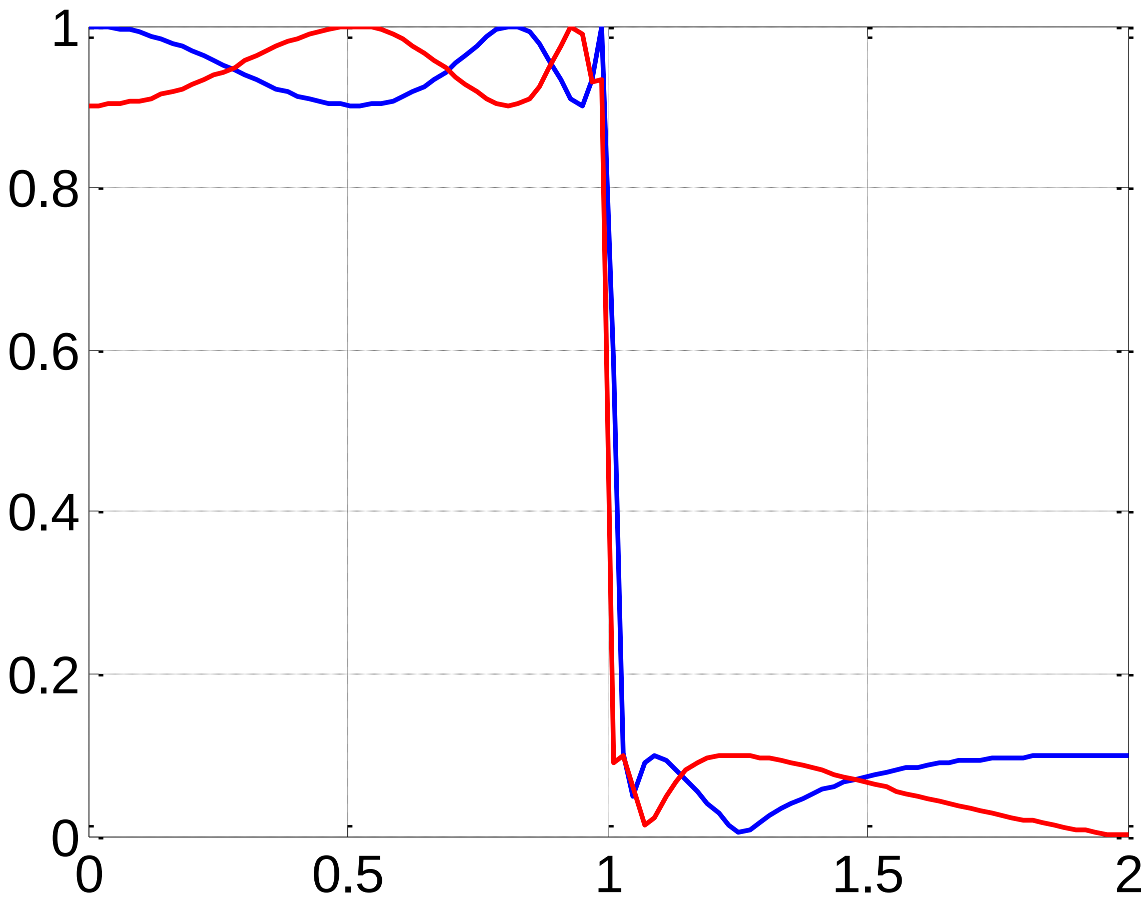
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Filtro Protótipo de Tchebyshev – Tipo 2



Aproximação Elíptica

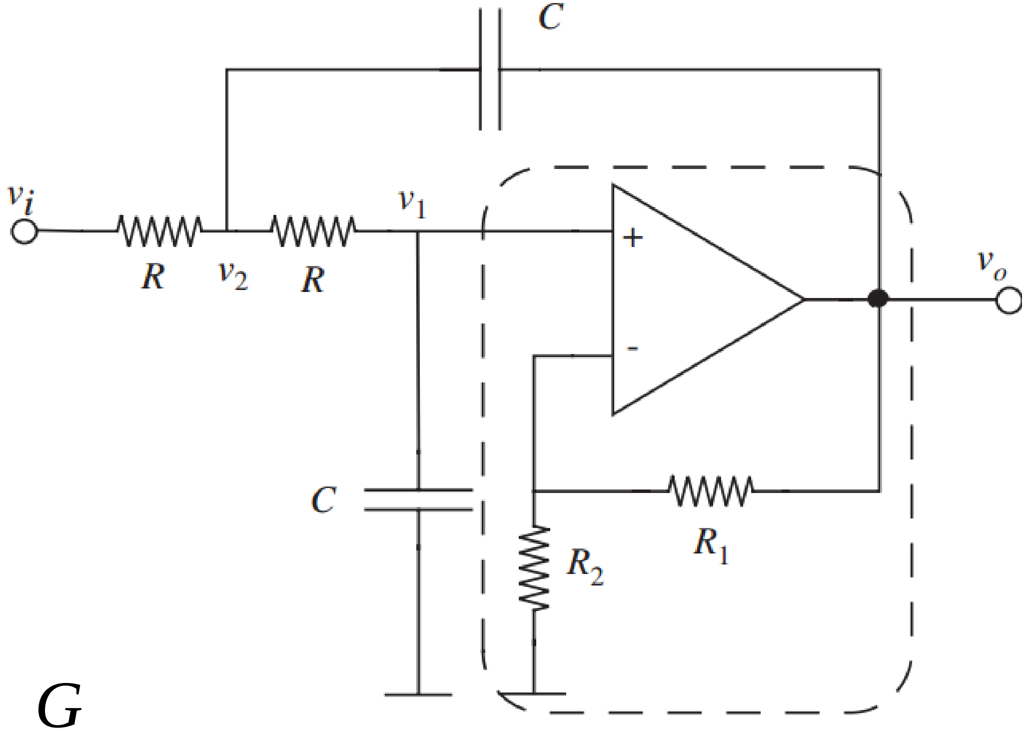
Rp = 0,9 dB; Rs = 20 dB; N=5 (azul) e N=6 (vermelho)



DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Configuração Sallen Key

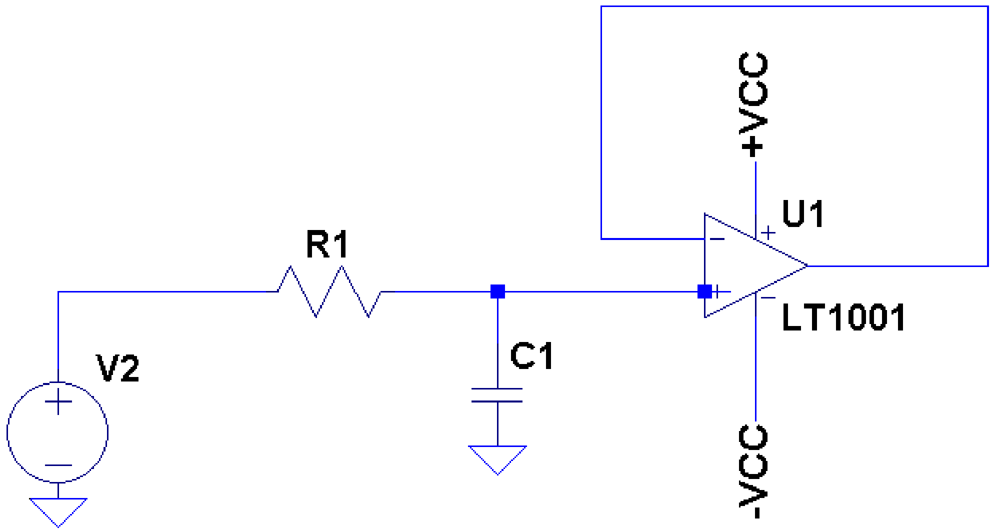
Configuração passa-baixa
Amplificador não inversor



$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{G}{R^2C^2s^2 + RCs(3-G)+1}$$

$$G = 1 + \frac{R_1}{R_2} \qquad w_p = \frac{1}{RC}$$ Frequência de corte

Configuração 1ª ordem passa baixa



$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1}$$

Exemplo Filtro Passa Baixa

Projete um filtro passa baixa com frequência de corte em 1kHz e atenuação de 40dB em 10kHz

1-Ordem do filtro

$$N = \frac{\log_{10}(10^{-(M_{dB}/10)} - 1)}{2\log_{10}\left(w_s / w_p\right)} = \frac{\log_{10}(10^4 - 1)}{2\log_{10}\left(10/1\right)} = 1{,}99 = 2$$

2- Polinômio de Butterworth normalizado

$$s^2 + 1{,}414\,s + 1$$

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Exemplo Filtro Passa Baixa

3- Polinômio não normalizado

$$\frac{s^2}{w_p^2} + 1{,}414\frac{s}{w_p} + 1$$

4- Função do circuito

$$\frac{G}{R^2C^2s^2 + RCs(3-G) + 1}$$

$$w_p = \frac{1}{RC}$$

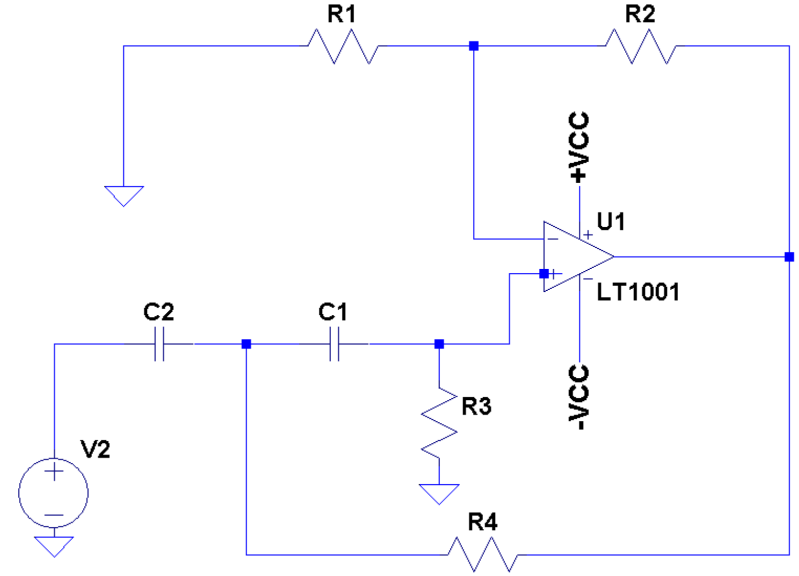
$$\mathrm{R} = \frac{1}{w_p C} = \frac{1}{2\pi 1000 * 10\mathrm{nF}} = 15{,}92k\Omega$$

$$1{,}414 = 3\text{-}G \Rightarrow G = 1{,}586$$

$$G = 1 + \frac{R_1}{R_2} \qquad \frac{R_1}{R_2} = 0{,}586$$

Configuração Sallen Key

Configuração passa alta
Amplificador não inversor

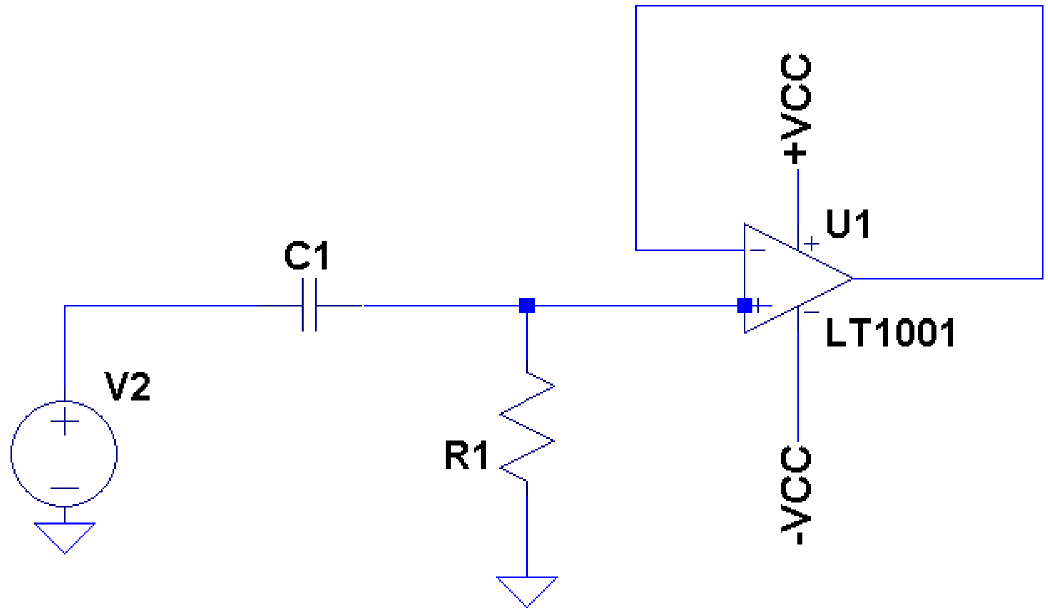


Considerando C1=C2 e R3=R4 tem-se:

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{s^2 G}{s^2 + \frac{1}{RC}(3-G)s + \frac{1}{R^2C^2}}$$

$$G = 1 + \frac{R_1}{R_2} \qquad w_p = \frac{1}{RC}$$

Configuração 1ª ordem passa alta



$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_1 C_1 s}{R_1 C_1 s + 1}$$

Exemplo Filtro Passa Alta

Projete um filtro passa alta com frequência de corte em 1kHz e atenuação de 40dB em 80Hz

1-Ordem do filtro

$$N = \frac{\log_{10}(10^{-(M_{dB}/10)} - 1)}{2\log_{10}\left(w_s / w_p \right)} = \frac{\log_{10}(10^4 - 1)}{2\log_{10}\left(80 / 1000 \right)} = -1{,}82 = 2$$

2- Polinômio de Butterworth normalizado

$$s^2 + 1{,}414\, s + 1$$

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Exemplo Filtro Passa Alta

3- Polinômio não normalizado

$$\frac{1}{\frac{w_p^2}{s^2}+1{,}414\frac{w_p}{s}+1}$$

$$\frac{s^2}{s^2+1{,}414w_p s+w_p^2}$$

4- Função do circuito

$$\frac{Gs^2}{s^2+\frac{1}{RC}s(3-G)+\frac{1}{R^2C^2}}$$

$$w_p=\frac{1}{RC}$$

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Exemplo Filtro Passa Alta

$$\mathrm{R} = \frac{1}{w_p C} = \frac{1}{2\pi 1000 * 10\mathrm{nF}} = 15{,}92k\Omega$$

$$1{,}414 = 3\text{-}G \Rightarrow G = 1{,}586$$

$$G = 1 + \frac{R_1}{R_2} \qquad \frac{R_1}{R_2} = 0{,}586$$