

ELETROMAGNETISMO COMPUTACIONAL

TRABALHO COMPUTACIONAL 3

Simulação de Problemas na Quase Estática

Objetivo: Nesta aula iremos simular dispositivos eletromagnéticos em regime permanente senoidal. Estudaremos o comportamento de um transformador monofásico em vazio (sem carga) e o princípio de funcionamento de máquinas elétricas trifásicas.

1. O TRANSFORMADOR

O transformado (ou trafo) é um elemento capaz de acoplar dois circuitos elétricos que operam com tensões diferentes. O acoplamento é feito através de um circuito magnético conforme ilustrado na fig 1.

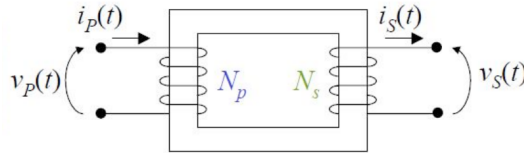


FIGURA 1. Transformador monofásico

Nessa figura, os índices p e s estão relacionados respectivamente com os circuitos primário e secundário do transformador e N_p e N_s são os números de espiras em cada circuito.

1.1. O transformador ideal: Um transformador ideal é aquele em que o acoplamento entre suas bobinas é perfeito, ou seja, não há dispersão de fluxo. Isso implica assumir que a permeabilidade magnética do núcleo ferromagnético é alta (idealmente infinita). Além disso, admite-se que o transformador não possui perdas de qualquer natureza, seja nos enrolamentos (perdas no cobre), seja no núcleo (perdas no ferro). O símbolo de um transformador ideal em circuitos elétricos é apresentado na figura 2.

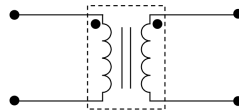


FIGURA 2. Circuito equivalente do transformador ideal

Assumindo que enrolamento primário do transformador seja conectado a uma fonte de tensão $v_p(t)$, podemos calcular o fluxo magnético utilizando a lei de Faraday.

$$(1) \quad v_p(t) = -N_p \int_S \frac{d\mathbf{B}}{dt} \cdot d\mathbf{s} = -N_p \frac{d\Phi}{dt}$$

Assumindo que não há dispersão, todo o fluxo gerado pelo enrolamento primário envolverá as bobinas do enrolamento secundário. Nesse caso, a tensão induzida no secundário será:

$$(2) \quad v_s(t) = -N_s \frac{d\Phi}{dt}$$

Manipulando as equações (1) e (2) podemos escrever

$$(3) \quad -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{v_p(t)}{N_p} = \frac{v_s(t)}{N_s}$$

De onde obtemos a expressão da relação entre as tensões de primário e secundário de um transformador

$$(4) \quad \frac{v_p(t)}{v_s(t)} = \frac{N_p}{N_s} = a$$

onde a é a *relação de transformação* do transformador.

Como o trafo ideal não possui perdas, A potência instantânea fornecida pela fonte conectada no primário do transformador será igual à potencia instantânea fornecida à carga no secundário. Matematicamente:

$$(5) \quad p_p(t) = p_s(t)$$

Baseado nas equações (4) e (5), escreva a razão entre as correntes no primário e secundário em função da relação de transformação a . Encontre também a impedância equivalente do circuito vista dos terminais do primário em função da carga no secundário e da relação de transformação. Armazene os resultados obtidos em um relatório intitulado TC03 utilizando um editor de texto de sua preferência.

Repare que a equação obtida permite eliminar o transformador de um circuito transformando a carga conectada no circuito secundário em uma carga equivalente conectada diretamente ao circuito primário.

1.2. O transformador real. A construção de um transformador faz uso de materiais não ideais que acarretam em perdas tanto no cobre, quanto no ferro. Logo, em um transformador real, parte da potência recebida pela fonte não é transmitida à carga. Nesse caso, define-se a eficiência de um transformador (η) como sendo a razão entre a potência ativa de saída e a potência ativa de entrada, ou seja:

$$(6) \quad \eta = \frac{P_s[W]}{P_p[W]}$$

O modelo de circuitos de um transformador real é apresentado na figura 3. Ele é representado por um transformador ideal mais um conjunto de elementos para representar as perdas e a dispersão do fluxo magnético.

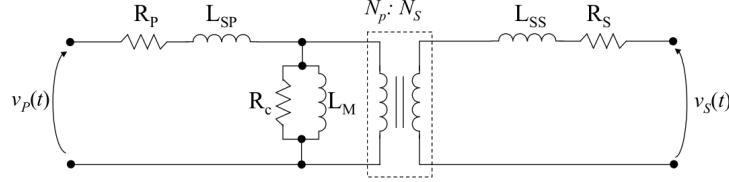


FIGURA 3. Circuito equivalente do transformador real

Na Fig. 3, R_p e R_s representam as perdas ôhmicas nos enrolamentos, L_{sp} e L_{ss} representam a dispersão do fluxo, R_c representa as perdas no ferro (foucault mais histerese) e L_M é a indutância de magnetização que leva em consideração a troca de energia entre a fonte e o trafo devido à magnetização e desmagnetização do núcleo.

Além dos parâmetros do circuito, outros parâmetros importantes para a especificação do transformador são as tensões nominais dos circuitos primário e secundário e a potência aparente nominal.

1.3. Ensaios em curto e em vazio. Os parâmetros do circuito da fig. 3 podem ser obtidos experimentalmente através de dois ensaios: o ensaio em curto circuito e o ensaio em vazio.

1.3.1. Ensaio em curto circuito. Neste ensaio, os terminais do secundário são curto-circuitados ($v_s(t) = 0$), e $v_p(t)$ é escolhido de modo que $i_p(t)$ seja igual à corrente nominal do primário. Como a impedância de magnetização $R_c // j\omega L_M$ é muito maior que as demais impedâncias do circuito, a corrente que flui por ela pode ser desprezada. Assim, medindo-se a tensão, a corrente e a potência ativa no primário pode-se encontrar a impedância equivalente do ensaio em curto circuito

$$(7) \quad Z_{eq} = (R_p + R'_s) + j\omega(L_{sp} + L'_{ss})$$

onde R'_s e X'_{ss} são respectivamente a resistência e a indutância do secundário rebatidas no primário.

1.3.2. Ensaio em circuito aberto. Neste ensaio o lado do secundário fica aberto (em vazio) enquanto a tensão nominal é aplicada no primário. Nesse caso, não haverá corrente no circuito secundário e apenas uma pequena corrente fluirá pelo circuito primário. Essa corrente é responsável pela magnetização do núcleo. Como a impedância de magnetização é muito maior do que a impedância do enrolamento primário, a impedância equivalente do circuito poderá ser aproximada por

$$(8) \quad Z_{eq} = R_c // j\omega L_M$$

1.4. Exercício computacional. Nesse exercício, analisaremos o comportamento em vazio do transformador monofásico apresentado por David Meeker e disponível na página de contribuição de usuários do FEMM. Esse transformador possui 260 espiras no enrolamento primário e 90 no enrolamento secundário o que possibilita a redução da tensão do primário de $127V_{rms}$ para aproximadamente $40V_{rms}$ no secundário. A geometria do transformador é apresentada na fig 4 e está disponível no arquivo *Trafo.FEM*.

O trafo é composto de quatro materiais: a liga de aço-silício que compõe o núcleo, os dois tipos de condutores das bobinas e o ar presente nos furos utilizados para a fixação das lâminas do núcleo. Repare que no arquivo *Trafo.FEM* as dimensões

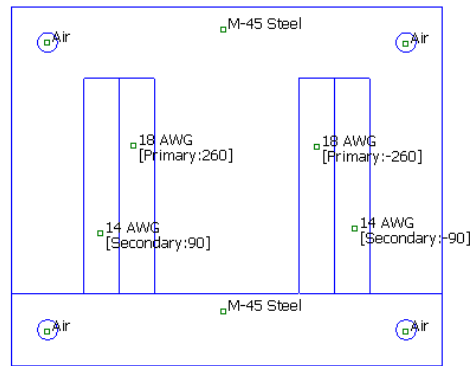


FIGURA 4. Transformador monofásico

são dadas em polegadas e as condições de contorno, os materiais e os circuitos não foram definidos. Defina as propriedades do modelo evidenciando as etapas no relatório da prática.

1.4.1. Encontrando o ponto de operação. A análise do transformador em vazio exige que ele seja alimentado com a tensão nominal em um dos enrolamentos. Entretanto, a solução de problemas harmônicos no FEMM é feita impondo-se a corrente do circuito e a queda de tensão é calculada a posteriori. Consequentemente, para encontrar a configuração que corresponde ao ensaio em vazio, deve-se variar a corrente até se encontrar a tensão nominal correspondente. Encontre o ponto de operação em vazio para o transformador e compare os resultados obtidos com o modelo do trafo ideal. Descreva no relatório o procedimento que você utilizou para encontrar o ponto de operação (Dica: comece a busca pela corrente de magnetização com valores da ordem de 0,1A).

1.4.2. Comparação com o modelo real. Encontre aproximações analíticas para a R_p e L_M baseadas na geometria do problema. Assuma que a bitola dos cabos é bem menor que a profundidade de penetração e que a dispersão do fluxo é desprezível. Para o caso de L_M utilize o valor de μ obtido na simulação e considere que \mathbf{B} e \mathbf{H} podem ser aproximados por valores médios. Obtenha os valores de R_p e L_M diretamente da simulação (evidenciando os passos adotados para a obtenção de tais valores) e compare com os resultados anteriores.

Calcule também as perdas totais no cobre e no ferro e compare os valores. Baseado nos resultados é possível afirmar que a aproximação em (1.3.2) é válida? Justifique.

1.4.3. *Influência de f e σ nas perdas do ferro.* Investigue os efeitos da variação da frequência e da condutividade do núcleo. Varie, linearmente, a frequência de $60Hz$ até $600Hz$ e a condutividade do valor original do aço $M-45$ até dez vezes seu valor original. Apresente os resultados em tabelas e de forma gráfica. Compare o comportamento das curvas com o previsto no livro texto da disciplina.

2. MÁQUINAS ELÉTRICAS TRIFÁSICAS

Nesta seção estudaremos a criação do campo girante no enrolamento do estator de máquinas elétricas trifásicas. O conteúdo abordado se aplica tanto às máquinas elétricas síncronas quanto às assíncronas (máquinas de indução), uma vez que os enrolamentos do estator de ambas são construídos da mesma maneira.

A diferenciação entre as máquinas síncronas e assíncronas diz respeito à forma de construção do rotor. Enquanto uma máquina síncrona possui enrolamentos DC (ou ímãs permanentes) no seu rotor, não há fonte de campo no rotor das máquinas assíncronas. No caso das máquinas síncronas o torque é gerado pela interação entre os campos gerados no rotor e no estator enquanto para máquinas assíncronas o torque é consequência da interação do campo gerado pelo estator e as correntes induzidas no rotor.

O estator das máquinas trifásicas é composto de um enrolamento trifásico e simétrico, ou seja, três enrolamentos idênticos no que se refere à distribuição e o número de espiras. Os eixos dos enrolamentos estão defasados de 120° graus no espaço conforme apresentado na figura 5.

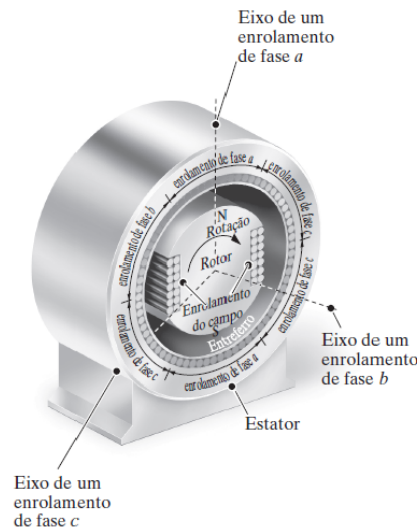


FIGURA 5. Exemplo de uma máquina síncrona

A máquina da figura 5 é uma máquina síncrona de dois polos, ela possui um enrolamento no rotor no qual flui uma corrente contínua. Esse enrolamento é chamado enrolamento de campo e pode ser substituído por ímãs permanentes.

2.1. Funcionamento como gerador. Máquinas síncronas são largamente utilizadas como geradores. Para entender seu funcionamento, imagine que existe uma corrente contínua no enrolamento de campo e que o rotor está girando com uma frequência angular ω .

Na posição mostrada na figura 5, o fluxo magnético gerado pelo enrolamento de campo está alinhado com o eixo do enrolamento da fase *a*. Consequentemente, o fluxo será tangencial à seção transversal das bobinas e o fluxo concatenado pela fase *a* será nulo. Girando-se o rotor 90° , o enrolamento de campo e o enrolamento da fase *a* passam a estar alinhados e o fluxo concatenado atinge o seu máximo. É possível ver que à medida que o rotor gira, o fluxo concatenado pelo enrolamento da fase *a* terá um comportamento senoidal. Consequentemente, as tensões induzidas nos terminais das fases terão o comportamento mostrado na figura 6(a).

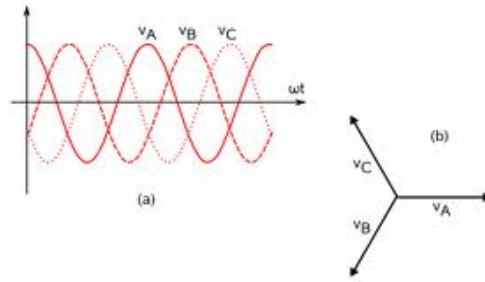


FIGURA 6. Tensão induzida nos terminais dos enrolamentos

Como os enrolamentos das fases estão defasados de 120° no espaço interior ao estator, as tensões induzidas nos terminais estarão defasadas de 120° no tempo. Como as bobinas dos enrolamentos são idênticas, as tensões induzidas terão a mesma amplitude formando assim uma fonte de tensão trifásica equilibrada (Três tensões simétricas defasadas de 120°). A representação fasorial da fonte de tensão é representada na figura 6(b). Note que a frequência das tensões geradas é a mesma frequência de rotação do gerador, por isso a máquina recebe o nome de máquina síncrona.

2.2. Funcionamento como motor. No funcionamento como motor, o estator é alimentado por uma fonte trifásica equilibrada enquanto o rotor é alimentado por uma corrente contínua. O campo gerado pelo rotor é estático enquanto o campo gerado pelo estator varia com o passar do tempo. A defasagem elétrica entre as tensões das fases, aliadas à defasagem espacial da bobina, cria um campo que gira no interior da máquina. A interação entre esse campo com o campo do rotor cria um torque no rotor no sentido de alinhar os dois campos. Como consequência o rotor passará a girar com a mesma frequência do campo criado pelo estator.

2.3. Exercício computacional. Nesse exercício simularemos o campo girante gerado pelos enrolamentos do estator e o campo estático gerado pelo rotor. Para a construção da máquina síncrona utilizaremos como base a máquina de indução disponível no arquivo *Motor.FEM*. Essa máquina foi retirada da prática 4 da página de contribuição de terceiros do sítio do FEMM (“Practicas del tutorial en castellano”).

A máquina de indução do arquivo *Motor.FEM* possui regiões condutoras no rotor por onde fluem as correntes induzidas pelo campo girante do estator. Para simularmos a máquina síncrona da figura 5, podemos utilizar parte dessas regiões condutoras como bobinas para o enrolamento de campo.

2.3.1. Análise do campo gerado pelo estator. Abra o arquivo *Motor.FEM* no FEMM. Repare que o circuito do rotor foi definido como tendo uma corrente nula. Isso foi feito para estudarmos apenas os efeitos do campo do estator. Analise as correntes impostas nas fases. Baseado nas definições de sequência de fases positiva e negativa da figura 7, qual sequência de fase foi utilizada para alimentar o motor? Escreva as expressões para as correntes nos enrolamentos em função do tempo.

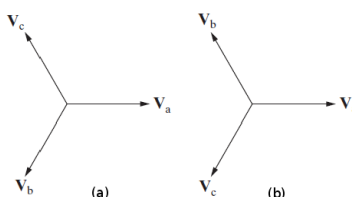


FIGURA 7. Diagrama fasorial de uma fonte trifásica (a) sequência positiva *abc* (b) sequência negativa *acb*

Embora o FEMM faça uma análise no domínio da frequência, é possível ter uma estimativa do comportamento no domínio do tempo variando-se a fase das correntes dos enrolamentos. Avance a fase das correntes em ângulos de 45° e plote o campo **B**. Descreva o que acontece com o campo com o passar do tempo. Repita o procedimento utilizando a sequência de fases contrária à que você encontrou no item anterior.

2.3.2. Análise do campo gerado pelo rotor. Modifique o arquivo *Motor.FEM* para simular os campos **B** e **H** gerados pelo enrolamento de campo (ignorando o campo gerado pelo estator). Considere que a corrente no enrolamento de campo é de 1A e que o enrolamento tem 50 espiras. Plote os campos simulados e verifique em que parte do motor a energia fica concentrada.

2.3.3. Interação entre os campos. Considerando a condição em que a corrente é máxima na fase *a*, em quais posições o rotor terá um torque máximo? e em quais posições o rotor terá torque nulo? Utilize os resultados anteriores e a força de Lorentz para justificar a sua resposta.

2.3.4. Pesquisa e resposta. Máquinas síncronas de grande porte são altamente utilizadas como geradores em usinas hidroelétricas. Entretanto, se utilizássemos em uma hidroelétrica uma máquina semelhante à apresentada nesse trabalho, teríamos que fazer essa máquina girar à $60Hz$ o que seria complicado devido às dimensões da mesma. Uma solução para isso, seria adicionarmos mais polos à máquina. Pesquise

e apresente o funcionamento de uma máquina síncrona de quatro polos. Como são organizados os enrolamentos no estator e no rotor? Como se relacionam a frequência das tensões induzidas, o número de polos e a frequência de rotação do rotor?

Por fim, converta o arquivo TC03 para o formato **PDF** e o envie pelo Moodle. **Cuidado!** Arquivos que não estiverem em formato **PDF** não serão avaliados.