

ELETROMAGNETISMO COMPUTACIONAL

TRABALHO COMPUTACIONAL 2

Simulação de Problemas na Magnetostática

Objetivo: Nesta aula iremos compreender um pouco sobre a utilização do método de elementos finitos na resolução de problemas magnetostáticos. Aprenderemos a trabalhar com materiais ferromagnéticos não lineares e ímãs permanentes

Exemplo de aplicação: Para uma melhor compreensão da utilização do software FEMM em problemas de magnetostática, siga o tutorial sobre magnetostática disponível na documentação do programa. Repare que uma nova condição absorvente é imposta na fronteira exterior do problema. Ela representa uma maneira alternativa para representar um domínio infinito.

Problema 1: O cabo coaxial

Considere um cabo coaxial constituído de um condutor interno de raio $r_1 = 1cm$ e um condutor externo de raio $r_3 = 3cm$, ambos de cobre. Assuma que o cabo é preenchido por dois materiais limitados pelos condutores e a interface de raio $r_2 = 2cm$. O material mais interno possui $\mu_r = 1$ e o material mais externo possui $\mu_r = 2$. A geometria do problema é ilustrada na figura 1.

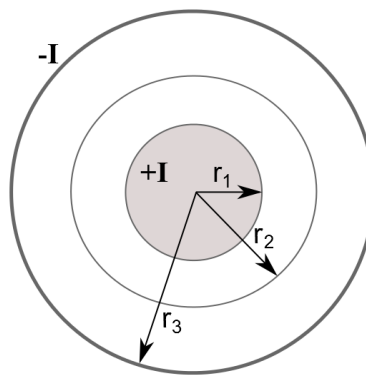


FIGURA 1. Geometria do cabo coaxial

Considerando uma corrente uniforme $I = 1A$, calcule analiticamente:

- A densidade superficial de corrente no condutor interno \mathbf{J} ,
- A densidade linear de corrente no condutor externo \mathbf{K} (assuma que a espessura do condutor externo é desprezível),

- Os campos \mathbf{H} e \mathbf{B} em função do raio do cabo.
- A indutância do cabo por unidade de comprimento

Com os valores obtidos, crie os gráficos $|H| \times r$ e $|B| \times r$ e preencha a coluna “Analítico” da tabela 1. Nessa tabela, os índices r_2^- e r_2^+ representam respectivamente raios infinitesimalmente menores e maiores que r_2 .

	Analítico	FEM 1	FEM 2
$J_{interno}(A/m^2)$			
$K_{externo}(A/m)$			
$ B(r_2^-) (T)$			
$ B(r_2^+) (T)$			
$ H(r_2^-) (A/m)$			
$ H(r_2^+) (A/m)$			
$L(H)$			

TABELA 1. Cabo coaxial

Escreva um parágrafo explicando o que acontece na interface de raio igual a r_2 e outro explicando o que acontece na interface externa do cabo coaxial ($r = r_3$).

Solução utilizando o FEMM: Simule o problema da figura 1 utilizando condições de simetria de modo utilizar apenas um quarto do domínio. Repare que como o campo é nulo na região externa ao cabo, o domínio pode ser definido apenas para a região $r \leq r_3$.

Faça um esboço do domínio identificando os parâmetros que você utilizou para gerar os resultados (tipo de problema, onde foram definidos os materiais, quais as condições de contorno utilizadas e onde elas foram definidas, qual o tipo de fonte utilizada, etc). As informações devem estar organizadas de forma clara e objetiva.

Simule o problema, anote os resultados na coluna “FEM 1” da tabela 1 e compare-os com a coluna anterior. Plote os gráficos $|H| \times r$ e $|B| \times r$ e compare com os obtidos analiticamente.

Assuma que, por um erro de fabricação, o condutor interno tenha sido deslocado para a esquerda $0.5cm$ do centro do cabo. Analise o efeito desse deslocamento nos campos e na indutância. Anote os resultados na coluna “FEM 2” da tabela 1. Repare que o problema perde a simetria em relação ao eixo \hat{y} mas continua com a simetria em relação ao eixo \hat{x} .

Problema 2: O alto-falante

Leia o documento altofalante.pdf disponível no moodle e na página do professor Felipe Campelo (<http://www.cpdee.ufmg.br/~fcampelo/files/loudspeaker/>). Repare que nesse arquivo o objetivo é otimizar a geometria do alto-falante da figura 2. Durante o processo de otimização, o FEMM é executado várias vezes e, em cada vez, uma configuração diferente dos parâmetros da geometria do alto-falante é analisada.

Para fazer isso, o programa faz uso de um script chamado LUA que permite o controle automatizado do FEMM. O LUA é uma ferramenta simples e poderosa que permite o acoplamento do FEMM com diferentes rotinas de análise e otimização. O

bom entendimento desse script pode facilitar consideravelmente o desenvolvimento desse trabalho e de trabalhos futuros. Entretanto, como nesse trabalho estamos interessados em um número reduzido de simulações, podemos fazer as simulações manualmente.

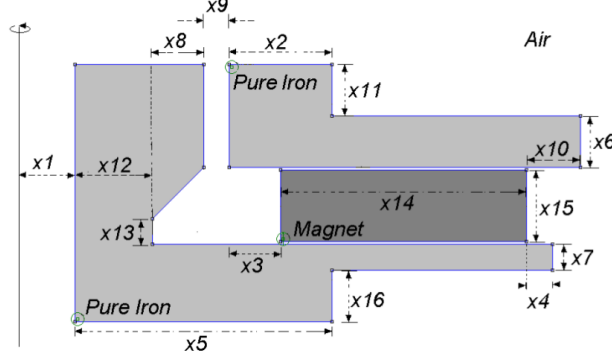


FIGURA 2. Geometria do alto-falante

Embora o problema da figura 2 não possua uma solução analítica simples, podemos fazer algumas aproximações para conseguirmos uma estimativa do resultado. A primeira aproximação consiste em considerar o μ do ferro muito maior que o do ar. Assim, o campo magnético no interior do ferro pode ser considerado nulo e o efeito do espraioamento desprezível. Como consequência, a lei de Ampère se reduz a:

$$(1) \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_0^{x_{15}} \mathbf{H}_i \cdot d\mathbf{z} + \int_0^{x_9} \mathbf{H}_e \cdot d\mathbf{r} = 0$$

Devido à simetria do problema, podemos considerar que o campo magnético no interior do ímã \mathbf{H}_i é constante e está na direção de \hat{z} . O mesmo não pode ser dito do campo no entreferro \mathbf{H}_e . Embora seja fácil observar que \mathbf{H}_e está na direção de \hat{r} , não se pode considerar que \mathbf{H}_e tem um valor constante ao longo do entreferro.

Desconsiderando o espraioamento, todo fluxo Φ que sai do ferro em direção ao entreferro passará pela superfície definida pela aresta de comprimento $x_6 + x_{11}$. Esse fluxo deve ser o mesmo que deixa o entreferro e entra na outra parte da peça de ferro. Embora as arestas na figura tenham o mesmo tamanho ($x_6 + x_{11}$), o problema tem simetria axial e a área que elas representam é dada pelo produto do tamanho das arestas vezes $2\pi r$, onde r é a distância radial ao eixo de revolução. Como a parte mais externa tem um raio maior, ela terá também uma área maior. Consequentemente, \mathbf{B}_e na aresta mais externa será menor do que \mathbf{B}_e na aresta mais interna de modo a garantir a continuidade do fluxo. Isso dificulta bastante a simplificação da equação (1).

Para contornarmos esse problema, assumiremos um valor médio \bar{B}_e para a densidade de fluxo magnético no entreferro. Assim a equação (1) pode ser aproximada por

$$(2) \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_i x_{15} + \bar{H}_e x_9 = 0$$

Outra equação necessária para a solução do problema vem da continuidade do fluxo magnético. Assumindo uma seção transversal média \bar{S}_e no entreferro, podemos escrever a continuidade do fluxo magnético $\Phi_e = \Phi_i$ como

$$(3) \quad \mu_0 \bar{H}_e \bar{S}_e = B_i S_i$$

Com as equações (2) e (3) é possível encontrar uma relação linear entre B_i e H_i que, sobreposta à curva $B \times H$ do ímã, possibilita encontrar o ponto de operação do ímã no circuito magnético do alto-falante.

Na documentação do alto-falante encontra-se disponível o primeiro quadrante da curva $B \times H$ do ímã. Ela é representada, por conveniência, na figura 3.

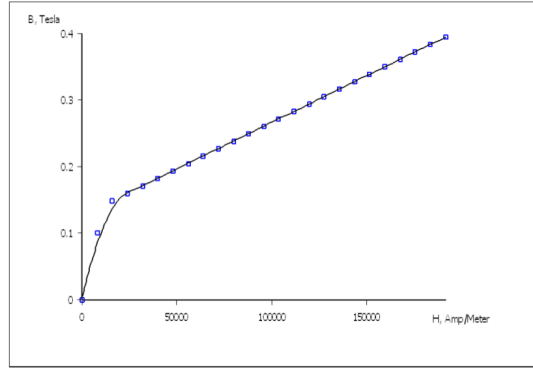


FIGURA 3. Curva de magnetização do ímã

Conforme apresentado no capítulo 4 do livro do Assumpção, o ponto de operação estará no segundo quadrante da curva $B \times H$. Uma boa aproximação para o segundo quadrante da curva pode ser obtido a partir da curva no primeiro quadrante. Para isso, basta mover o eixo das ordenadas para o ponto mais à direita da curva de magnetização. Feito isso, pode-se obter uma aproximação para o problema.

Resolva o problema analiticamente utilizando para isso os valores dos parâmetros fixos apresentados na documentação do alto-falante. Anote os resultados na tabela a seguir.

Solução utilizando o FEMM: Leia o apêndice A.1 do manual do FEMM (Como inserir ímãs permanentes no FEMM). Simule o problema da figura 2 utilizando a mesma geometria da aproximação analítica. Faça um esboço do domínio identificando quais as condições de contorno utilizadas e onde elas foram definidas (similar ao exercício anterior).

Plote os campos H_e e H_i ao longo do entreferro e do ímã respectivamente e preencha a segunda coluna da tabela 2. Analise a variação entre o resultado obtido e a aproximação analítica.

	Analítico	FEM
$B_i(T)$		
$B_e(T)$		
$H_i(A/m)$		
$H_e(A/m)$		
$H_{e_{max}}(A/m)$	-	
$H_{e_{min}}(A/m)$	-	

TABELA 2. Campos magneticos no alto-falante

Modifique o problema de modo a inserir uma bobina de dimensões ($0.5mm \times 6mm$) por onde flui uma densidade de corrente constante $J = 100mA/m^2$ perpendicular ao plano do alto falante. Calcule a força exercida nessa bobina utilizando a força de Laplace nas seguintes condições:

- Bobina localizada no centro do entreferro
- Bobina deslocada de 3mm para cima a partir do centro do entreferro
- Bobina deslocada de 3mm para baixo a partir do centro do entreferro

Compare os resultados com os obtidos por meio da aproximação analítica.

Escreva um relatório coeso com as informações obtidas, salve o arquivo no formato PDF e envie pelo Moodle.