# Capítulo 13 - Troca de calor por radiação entre duas superfícies

- -Vamos considerar apenas a situação em que o meio entre as duas superfícies é não participante (não absorve, não emite e não distribui radiação, e portanto não tem nenhum efeito na troca de calor entre as superfícies).
- -Exs.: vácuo, maioria dos gases

## -Fator de forma:

- -fração de radiação que deixa uma superfície i e é interceptada por uma superfície j.
- usando os conceitos definidos previamente:

$$F_{ij} = \frac{q_{i \to j}}{A_i J_i}$$

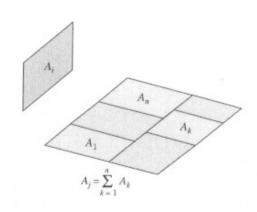
$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi R^2} dA_i dA_j$$

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

-Para radiação de uma superfície i para uma superfície j, dividida em n intervalos:

$$F_{i(j)} = \sum_{k=1}^{N} F_{ik}$$

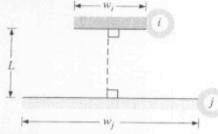
- Para superfícies em cavidades fechadas:  $\sum_{i=1}^{N} F_{ij} = 1$ 



#### Geometry

### Relation

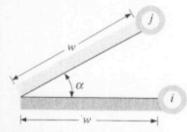
### Parallel Plates with Midlines Connected by Perpendicular



$$F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$$

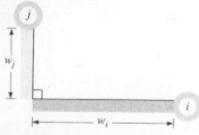
$$W_i = w_i/L, W_i = w_i/L$$

Inclined Parallel Plates of Equal Width and a Common Edge



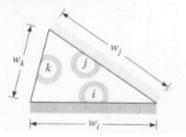
$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Perpendicular Plates with a Common Edge



$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - [1 + (w_j/w_i)^2]^{1/2}}{2}$$

Three-Sided Enclosure

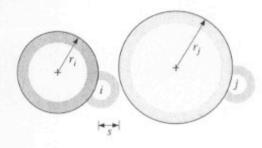


$$F_{ij} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$$

### Geometry

### Relation

### Parallel Cylinders of Different Radii

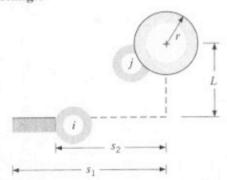


$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \pi + [C^2 - (R+1)^2]^{1/2} \cdot - [C^2 - (R-1)^2]^{1/2} + (R-1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) - \left(\frac{1}{C}\right)\right] - (R+1)\cos^{-1}\left[\left(\frac{R}{C}\right) + \left(\frac{1}{C}\right)\right] \right\}$$

$$R = r_j/r_i, S = s/r_i$$

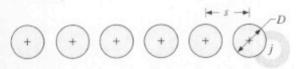
$$C = 1 + R + S$$

### Cylinder and Parallel Rectangle



$$F_{ij} = \frac{r}{s_1 - s_2} \left[ \tan^{-1} \frac{s_1}{L} - \tan^{-1} \frac{s_2}{L} \right]$$

## Infinite Plane and Row of Cylinders

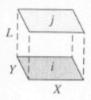


$$F_{ij} = 1 - \left[1 - \left(\frac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \left(\frac{D}{s}\right) \tan^{-1} \left(\frac{s^2 - D^2}{D^2}\right)^{1/2}$$

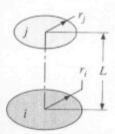
### Geometry

### Relation

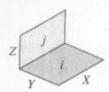
Aligned Parallel Rectangles (Figure 13.4)



Coaxial Parallel Disks (Figure 13.5)



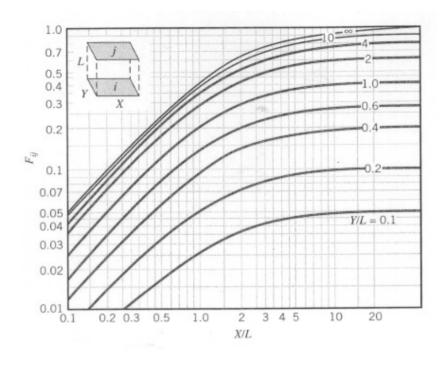
Perpendicular Rectangles with a Common Edge (Figure 13.6)

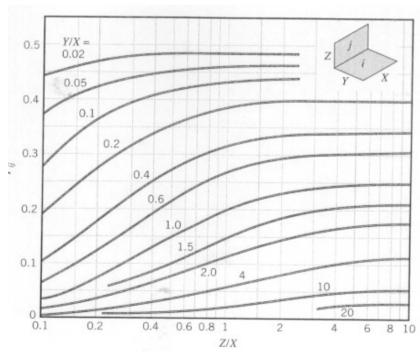


$$\begin{split} \overline{X} &= X/L, \, \overline{Y} = Y/L \\ F_{ij} &= \frac{2}{\pi \overline{X}} \overline{Y} \left\{ \ln \left[ \frac{(1 + \overline{X}^2)(1 + \overline{Y}^2)}{1 + \overline{X}^2 + \overline{Y}^2} \right]^{1/2} \\ &+ \overline{X} (1 + \overline{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\overline{X}}{(1 + \overline{Y}^2)^{1/2}} \\ &+ \overline{Y} (1 + \overline{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\overline{Y}}{(1 + \overline{X}^2)^{1/2}} - \overline{X} \tan^{-1} \overline{X} - \overline{Y} \tan^{-1} \overline{Y} \right\} \\ R_i &= r/L, \, R_j = r/L \\ S &= 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2} \\ F_{ij} &= \frac{1}{2} \left\{ S - [S^2 - 4(r/r_i)^2]^{1/2} \right\} \end{split}$$

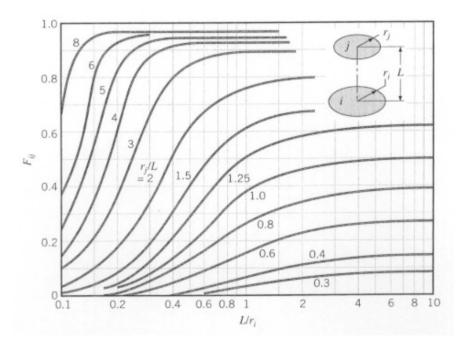
$$H = Z/X, W = Y/X$$

$$\begin{split} F_{ij} &= \frac{1}{\pi W} \bigg( W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} \\ &- (H^2 + W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2 + W^2)^{1/2}} \\ &+ \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \left[ \frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \right. \\ &\times \left[ \frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \bigg\} \bigg) \end{split}$$





## Gráficos para determinação do Fator de Forma



- Troca de calor por radiação entre 2 superfícies consideradas como CN

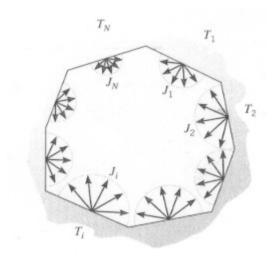
$$q_{i \rightarrow j} = (A_i J_i) F_{ij} = A_i E_{cn,i} F_{ij}$$
 (pois p/CN,  $J_i = E_{cn,i}$ )
Analogamente,
$$q_{j \rightarrow i} = A_j E_{cn,j} F_{ji}$$

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i}$$

$$q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

- numa cavidade fechada, composta por N superfícies de CN:

$$q_{i} = \sum_{j=1}^{N} A_{i} F_{ij} \sigma (T_{i}^{4} - T_{j}^{4})$$



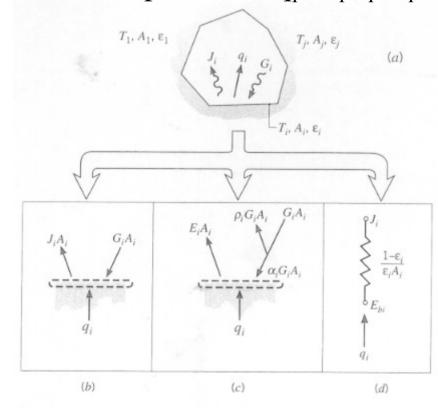
## -Troca de calor entre superfícies cinzas difusas em cavidades fechadas

- neste caso existe reflexão
- hipóteses: superfícies isotérmicas, radiosidade e irradiação uniformes, superfície opaca e difusa, meio não participante

-fluxo líquido de radiação que deixa a superfície i: q<sub>i</sub>=A<sub>i</sub>(J<sub>i</sub>-G<sub>i</sub>)

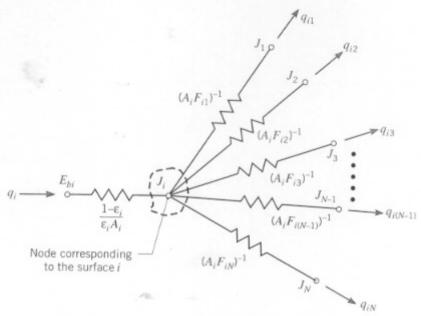
-radiosidade  $J_i = E_i + \rho_i G_i$ 

$$\Rightarrow q_i = \frac{E_{cn,i} - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i A_i}$$



- Troca por radiação entre as superfícies da cavidade:

$$q_{i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_{i} - J_{j}}{(A_{i}F_{ij})^{-1}}$$

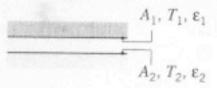


- para uma cavidade composta por 2 superfícies:

$$q_1 \xrightarrow{E_{b1}} \underbrace{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}}_{Q_{12}} \underbrace{\frac{1}{A_1 F_{12}}}_{Q_{12}} \underbrace{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}_{Q_{12}} \underbrace{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}_{Q_{2}} \underbrace{\frac{E_{b2}}{\varepsilon_2 A_2}}_{Q_{2}} \underbrace{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}_{Q_{2$$

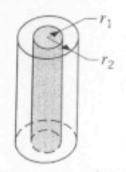
$$q_{1} = -q_{2} = q_{12} = \frac{\sigma(T_{1}^{4} - T_{2}^{4})}{\frac{1 - \varepsilon_{1}}{\varepsilon_{1}A_{1}} + \frac{1}{A_{1}F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_{2}}{\varepsilon_{2}A_{2}}}$$

### Large (Infinite) Parallel Planes



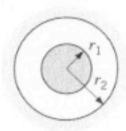
$$A_1 = A_2 = A$$
 $A_1 = A_2 = A$ 
 $A_{12} = A_{12} = A_{12$ 

### Long (Infinite) Concentric Cylinders



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$$
  $q_{12} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)}$ 

### Concentric Spheres



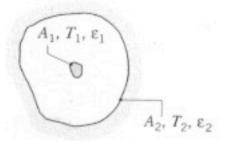
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

$$F_{12} = 1$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad q_{12} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$
(13.26)

(13.25)

### Small Convex Object in a Large Cavity



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0$$
  $q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$  (13.27)

$$F_{12} = 1$$

## -Blindagens para radiação:

- são construídas de materiais de baixa emissividade ( $\Rightarrow \epsilon_{3,1}$  e  $\epsilon_{3,2}$  pequenos e alta refletividade), usadas para reduzir a transferência líquida por radiação entre 2 superfícies)

- a presença da blindagem proporciona uma resistência térmica adicional, reduzindo a troca de calor entre as superfícies, que passa a ser dada por:

 $q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}}}$ 

Radiation shield 
$$q_{13} \qquad q_{32} \qquad q_{2} \qquad (a)$$

$$e_{3, 1} \qquad e_{3, 2} \qquad A_{2}, T_{2}, e_{2}$$

$$\xrightarrow{q_1} \xrightarrow{E_{b1}} \xrightarrow{J_1} \xrightarrow{J_1} \xrightarrow{J_{3,1}} \xrightarrow{E_{b3}} \xrightarrow{J_{3,2}} \xrightarrow{J_2} \xrightarrow{E_{b2}} \xrightarrow{E_{b2}} \xrightarrow{I_{2}} \xrightarrow{E_{2}A_{2}} \xrightarrow{I_{2}A_{3}} \xrightarrow{I_{2}A_{3}} \xrightarrow{I_{2}A_{3}} \xrightarrow{I_{2}A_{2}} \xrightarrow{I_{2}A_{2}}$$

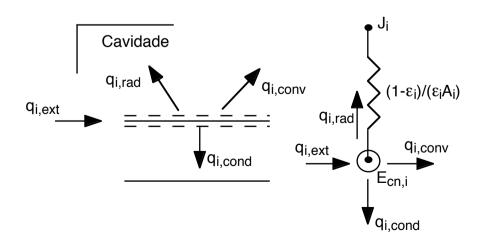
### -Troca de calor combinada:

## Condução + convecção + radiação

- -Em muitas aplicações práticas da engenharia, encontramos os 3 modos de transferência de calor
- O balanço de calor para o exemplo da figura é dado por:

$$q_{i,ext} = q_{i,rad} + q_{i,conv} + q_{i,cond}$$

 $q_{i,rad}$  - fluxo líquido de radiação da superfície



## Exercícios - Capítulo 13

13.6, 13.8, 13.10, 13.18,13.21, 13.41, 13.42, 13.95, 13.98

## Exercícios - Capítulo 12

12.15, 12.17, 12.18, 12.34, 12.51, 12.61, 12.63, 12.64, 12.69, 12.71, 12.109