TRANSMISSÃO DE CALOR E MASSA

CAPÍTULO 06
INTRODUÇÃO À CONVECÇÃO

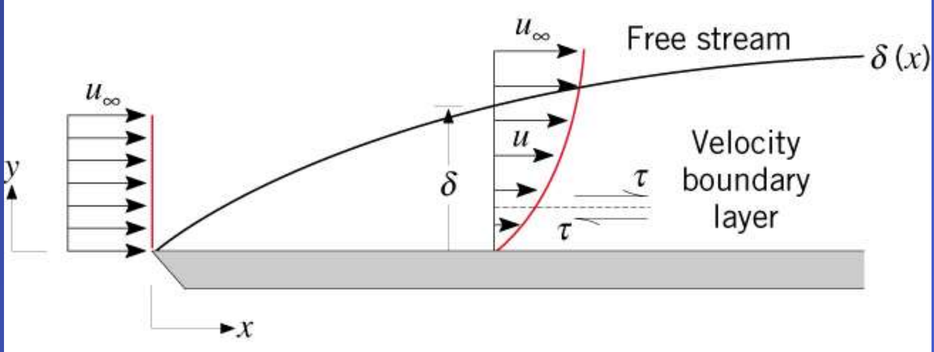
OBJETIVOS

- Adquirir uma compreensão dos mecanismos físicos básicos da transferência de calor e de massa por convecção: movimento global do fluido (advecção) e pelo movimento aleatório das moléculas no fluido (condução);

- Desenvolver os meios para executar cálculos da transferência de calor por convecção.

- Desenvolver os meios para executar cálculos da transferência de massa por convecção.

CAMADA LIMITE HIDRODINÂMICA



– Conseqüência dos efeitos viscosos associados ao movimento relativo entre o fluido e a superfície.

– Região do escoamento caracterizado pela tensão de cisalhamento e gradiente de velocidade.

– Região entre a superfície e a corrente livre na qual a espessura, δ_h, aumenta na direção do escoamento.

$$\delta_h \to \frac{u(y)}{u_\infty} = 0.99$$

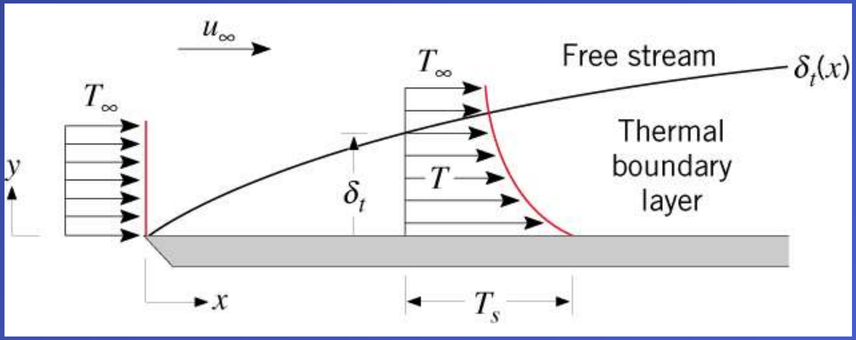
– Gerada pela tensão de cisalhamento superficial, τ_d,

$$\tau_s = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0}$$

para fluido Newtoniano

– De τ_d, obtem-se a força de arraste, F_D, $F_D = \int_{A_s} \tau_s dA_s$

CAMADA LIMITE TÉRMICA



– Conseqüência da transferência de calor entre a superfície e o fluido.

– Região do escoamento caracterizada por gradientes de temperatura e fluxos de calor.

– Região entre a superfície e a corrente livre na qual a espessura, δ_t, aumenta na direção do escoamento.

$$\delta_t \to \frac{T_s - T(y)}{T_s - T_\infty} = 0.99$$

– Relaciona o fluxo de calor por convecção q_s'' e o coeficiente convectivo h, através da Lei de Fourier.

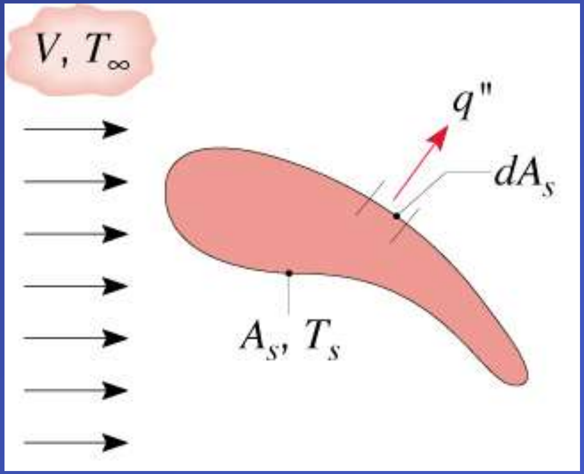
$$q_s'' = -k_f \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} \qquad h \equiv \frac{-k_f \partial T/\partial y\big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

– Se $(T_s - T_\infty)$ é constante, como q_s'' e h varia na direção do escoamento?

COEFICIENTE CONVECTIVO

- Coeficiente convectivo local:

$$q'' = h\left(T_s - T_\infty\right)$$

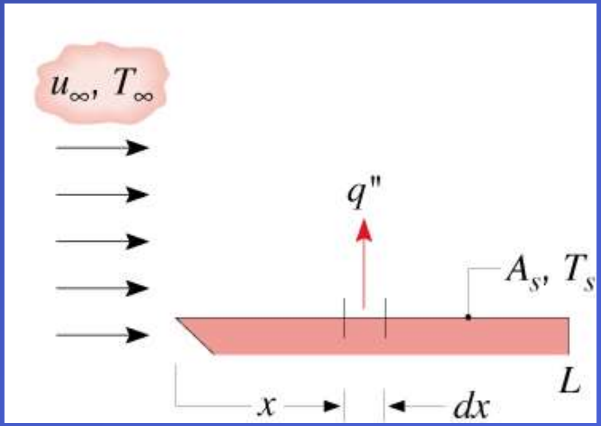


- Coeficiente convectivo médio para superfície com temperatura uniforme:

$$q = \bar{h}A_s\left(T_s - T_\infty\right)$$

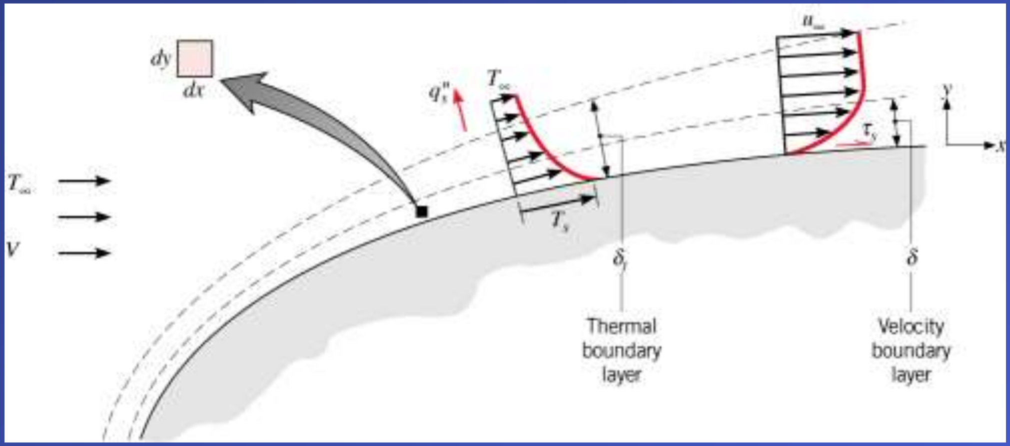
$$q = \int_{A_s} q'' dA_s$$

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h dA_s$$



- para uma placa plana com fluxo pararelo: $\bar{h} = \frac{1}{L}\int_o^L h dx$

EQUAÇÃO DA CAMADA LIMITE



- Considerando as camadas limites hidrodinâmica e térmica desenvolvida, fluxo bidimensional, incompressível com propriedades constantes do fluido $\left(\mu, c_{p,} k\right)$ e forças de campo desprezíveis.

- Aplicando as leis de conservação de massa, momento e energia para o volume de controle diferencial, e considerando a aproximação das camadas limites.

Camada limite hidrodinâmica:

$$u \gg v$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}$$

Camada limite térmica:

$$\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x}$$

EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

- Conservação de massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- Conservação de momento:

direção *x*:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial u}\right) = -\frac{dp}{dx} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

direção *y*:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

- Conservação de energia:

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

- Qual o significado físico de cada termo das equações acima?

SIMILARIDADE NA CAMADA LIMITE

- O principio de similaridade, aplicado à camada limite, é baseado na determinação dos parâmetros de similaridade, que permitem a utilização de resultados experimentais, obtidos para uma superfície submetida a um conjunto de condições convectivas, em superfícies geometricamente similares, submetidas a condições inteiramente diferentes (natureza do fluido, velocidade do fluido e dimensão característica).

  (Relembrar como a introdução dos parâmetros de similaridade, *Bi* e *Fo*, permitiram generalização dos resultados para condução unidimensional transiente).

- Variáveis dependentes das camadas limites de interesse são: τ_s and q'' or h

- Para uma dada geometria, as variáveis independentes são:

  Geométrica: dimensão característica (L), localização (x,y)

  Hidrodinâmica: Velocidade (V)

  Propriedades do fluido: Hidrodinâmicas: ρ, μ

  Térmicas: c_p, k

EQUAÇÕES ADIMENSIONAIS

- Assim:

$$u = f\left(x, y, L, V, \rho, \mu\right)$$

$$\tau_s = f\left(x, L, V, \rho, \mu\right)$$

- Introduzindo as variáveis independentes e dependentes na forma adimensional nas equações das camadas limites:

$$x^* \equiv \frac{x}{L} \qquad y^* \equiv \frac{y}{L}$$

$$u^* \equiv \frac{u}{V} \qquad v^* \equiv \frac{v}{V}$$

$$T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s}$$

- Desprezando a dissipação viscosa, as equações de momento na direção x e da energia normalizadas, são:

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{dp^*}{dx^*} + \frac{1}{\mathrm{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L \, \mathrm{Pr}} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

COEFICIENTE DE ATRITO

$$\mathrm{Re}_L \equiv \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{V L}{\nu} \rightarrow$$ Número de Reynolds.

$$\mathrm{Pr} \equiv \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \rightarrow$$ Número de Prandtl.

Qual o significado físico dos números adimensionais de Reynolds e Prandtl?

- Para a geometria prescrita:

$$u^* = f\left(x^*, y^*, \mathrm{Re}_L\right)$$

$$\tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \left(\frac{\mu V}{L}\right) \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

$$\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = f\left(x^*, \mathrm{Re}_L\right)$$

Coeficiente de atrito local:

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho V^2/2} = \frac{2}{\mathrm{Re}_L} \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

Coeficiente de atrito médio:

$$C_f = \frac{2}{\mathrm{Re}_L} f\left(x^*, \mathrm{Re}_L\right)$$

NÚMERO DE NUSSELT

- Para a geometria prescrita:

$$T^* = f\left(x^*, y^*, \mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}\right)$$

$$h = \frac{-k_f \partial T / \partial y\big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = -\frac{k_f}{L}\frac{\left(T_\infty - T_s\right)}{\left(T_s - T_\infty\right)}\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = +\frac{k_f}{L}\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0}$$

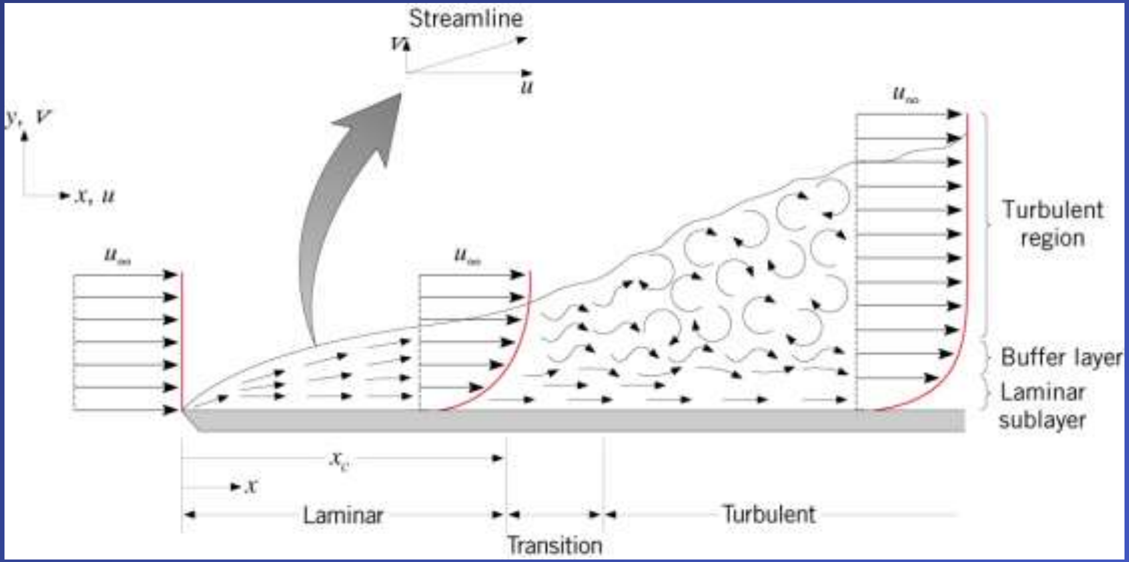
- Assim, o coeficiente convectivo adimensional é:

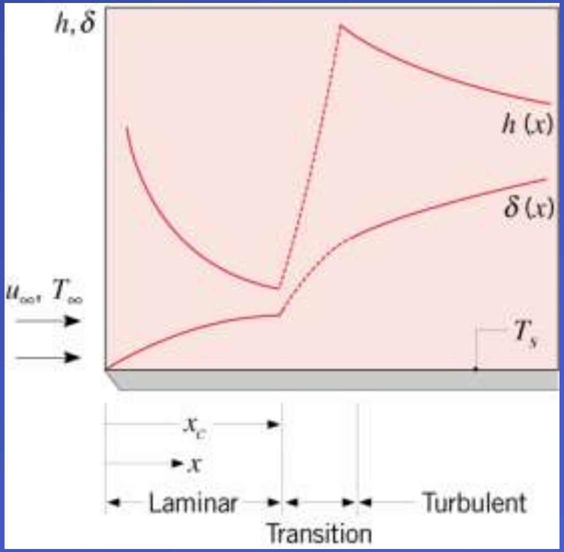
$$Nu \equiv \frac{hL}{k_f} = \frac{\partial T^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = f\left(x^*, \mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}\right)$$

$Nu \rightarrow$ Número de Nusselt local.

- Qual o significado físico do número de Nusselt?
- Qual a diferença entre os números de Nusselt e de Biot?

CAMADA LIMITE DE TRANSIÇÃO





- Como caracterizar a condição de desenvolvimento da camada limite laminar?
- Que condições são associadas com a transição fluxo laminar para turbulento?
- Porque o número de Reynolds é um parâmetro apropriado para quantificar a transição fluxo laminar para turbulento?
- Critério de transição para um fluxo paralelo em uma placa plana:

$$\mathrm{Re}_{x,c} \equiv \frac{\rho u_\infty x_c}{\mu} \rightarrow$$ Número de Reynolds crítico, onde x_c posição de transição da camada laminar para turbulento, $10^5 \lesssim \mathrm{Re}_{x,c} \lesssim 3 \times 10^6$

ANALOGIA DE REYNOLDS

- Equivalência entre as equações adimensionais de momento e energia, (*dp*/dx*~0*) e *Pr~1*:

$$\underbrace{u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*}}_{\text{Advecção}}=\underbrace{\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}}_{\text{Difusão}}$$

$$\overbrace{u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*}}^{\text{Advecção}}=\overbrace{\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}}^{\text{Difusão}}$$

- Assim, para a condições de contorno equivalentes, as soluções são da forma:

$$u^*=T^*$$

$$\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}=\left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$$

$$C_f\frac{\mathrm{Re}}{2}=Nu$$

ANALOGIA DE REYNOLDS MODIFICADA

Número de Stanton é definido por:

$$St \equiv \frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu}{Re\,Pr}$$

Com $Pr = 1$, a analogia de Reynolds:

$$\frac{C_f}{2} = St$$

- Analogia de Reynolds modificada (Chilton-Colburn):
  - Resultados empíricos estendem a aplicação da analogia de Reynolds:

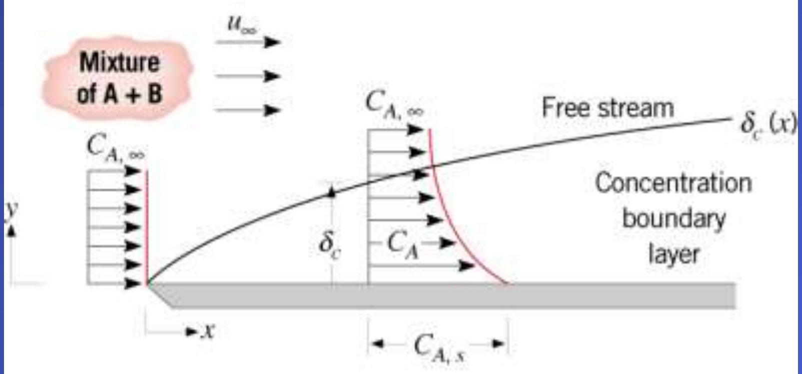
$$\frac{C_f}{2} = St\,\mathrm{Pr}^{2/3} \equiv j_H \qquad 0.6 < \mathrm{Pr} < 60$$

fator j de Colburn para transmissão de calor

  - Aplicável a fluxo laminar, se $dp^*/dx^* \sim 0$.
  - Geralmente aplicável para fluxo turbulento sem restrição de dp^*/dx^*.

CAMADA LIMITE DE CONCENTRAÇÃO

- Características:
  - Conseqüência da evaporação ou sublimação de uma espécie *A* de uma superfície líquida ou sólida fluindo através de uma segunda espécie fluida *B*.
  - A região caracterizada pelo fluxo de espécies e gradientes de concentração.
  - Região entre a superfície e a corrente livre, cuja espessura, δ_c, aumenta na direção do escoamento.
  - Manifestada pelo fluxo de espécies pela superfície, $N''_{A,s}$, e um coeficiente de de transferência de massa, h_m.



$$\delta_c \rightarrow \frac{C_{A,s}-C_A(y)}{C_{A,s}-C_{A,\infty}} = 0.99$$

$$\underbrace{N''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial y}}_{\text{Lei de Fick.}}$$

$$N''_{A,s} = -D_{AB}\left.\frac{\partial C_A}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$N''_{A,s} = h_m\left(C_{A,s}-C_{A,\infty}\right)$$

$$h_m = \frac{-D_{AB}\,\partial C_A/\partial y|_{y=0}}{C_{A,s}-C_{A,\infty}}$$

DEFINIÇÕES GERAIS

Termo	Variável	Unidade
Fluxo molar de espécies	$N''_{A,s}$	$kmol/s{\cdot}m^2$
Taxa molar de espécies	$N_{A,s}$	$kmol/s$
Fluxo mássico de espécies	$n''_{A,s}$	$kg/s{\cdot}m^2$
Taxa mássica de espécies	n_A	kg/s
Concentração molar de espécies	C_A	$kmol/m^3$
Concentração mássica de espécies (densidade)	ρ_A	kg/m^3
Peso molecular de espécies	$\mathcal{M}_A$	$kg/kmol$
Coeficiente de transferência de massa	h_m	m/s
Coeficiente binário de difusão	D_{AB}	m^2/s

COEFICIENTE DE TRANSFERÊNCIA DE MASSA

Fluxo molar de espécies:

$$N''_{A,s} = h_m \left(C_{A,s} - C_{A,\infty} \right)$$

Fluxo mássico de espécies:

$$n''_A = \mathcal{M}_A N''_A, \quad \rho_A = \mathcal{M}_A C_A$$

$$n''_{A,s} = h_m \left(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty} \right)$$

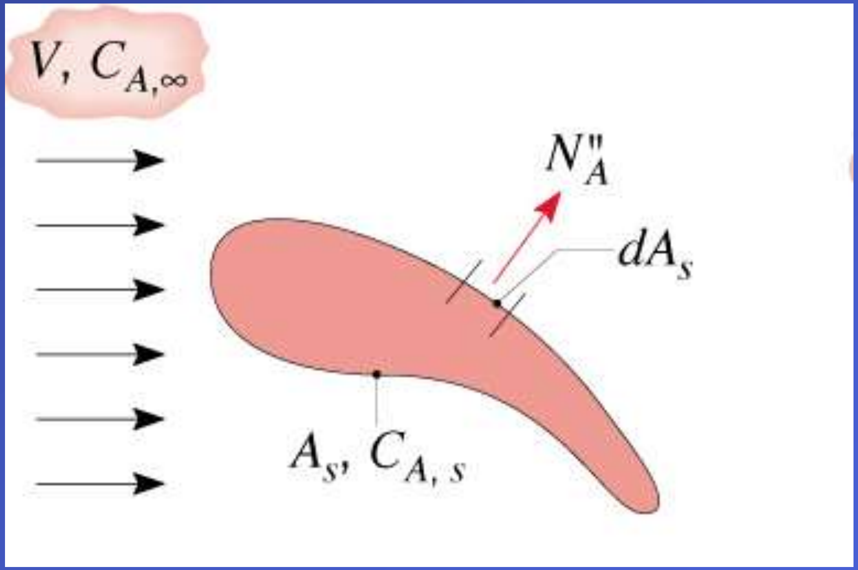
Taxas de transferência total:

$$N_{A,s} = \bar{h}_m A_s \left(C_{A,s} - C_{A,\infty} \right)$$

$$n_{A,s} = \bar{h}_m A_s \left(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty} \right)$$

Coeficiente médio de transferência de massa:

$$\bar{h}_m = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h_m dx$$



MASSA ESPECÍFICA

- Na interface Vapor/Liquido ou Vapor/Sólido:

A concentração/densidade de vapor corresponde à condição de temperatura de saturação T_s na interface.

$$C_{A,s} = C_{A,sat}\left(T_s\right)$$

$$\rho_{A,s} = \rho_{A,sat}\left(T_s\right) = \mathcal{M}_A C_{A,sat}\left(T_s\right)$$

Assumindo comportamento de gás perfeito, a concentração/densidade pode ser estimada a partir da pressão de saturação.

$$C_{A,s} \approx \frac{p_{A,sat}\left(T_s\right)}{\mathcal{R}T_s} \approx \frac{\rho_{A,s}}{\mathcal{M}_A}$$

A concentração pode ser, também, determinada diretamente das tabelas de saturação.

$$\rho_{A,s} = v_g^{-1}\left(T_s\right) = \mathcal{M}_A C_{A,s}$$

CORRENTE LIVRE

- Condição de corrente livre:

  – A concentração/densidade da corrente livre pode ser determinada a partir da pressão de vapor, $p_{A,\infty}$, assumindo comportamento de gás perfeito.

$$C_{A,\infty} \approx \frac{p_{A,\infty}}{\mathcal{R}T_\infty} \approx \frac{\rho_{A,\infty}}{\mathcal{M}_A}$$

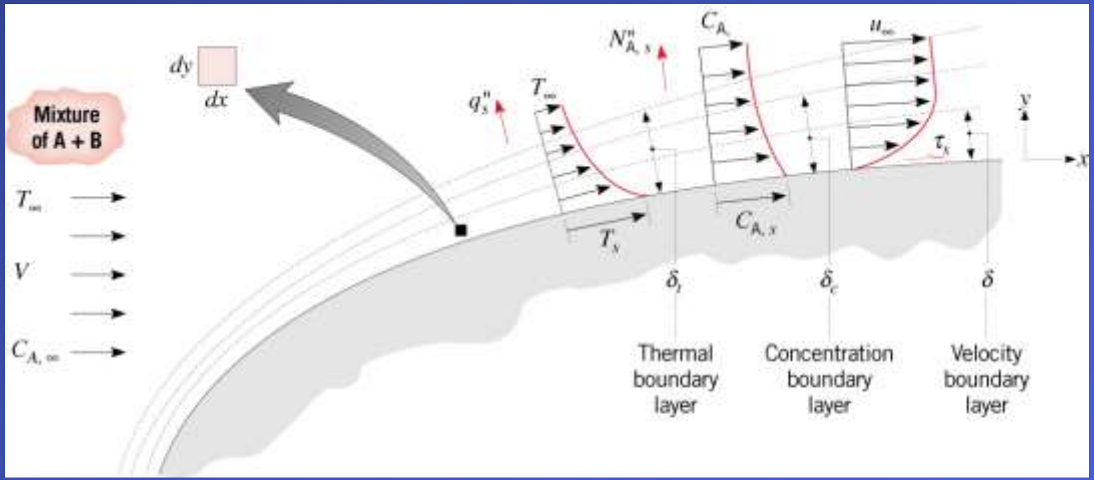
  – Para a mistura do vapor d'água-ar, a concentração/densidade da corrente livre pode ser determinada a partir da umidade relativa, ϕ_∞.

$$\phi_\infty = \frac{p_{A,\infty}}{p_{A,sat}(T_\infty)} \approx \frac{C_{A,\infty}}{C_{A,sat}(T_\infty)} = \frac{\rho_{A,\infty}}{\rho_{A,sat}(T_\infty)}$$

Para o ar seco,

$$\phi_\infty = 0$$

EQUAÇÃO DA CAMADA LIMITE



- Aproximação na camada limite de concentração de espécies:

$$\frac{\partial C_A}{\partial y} \gg \frac{\partial C_A}{\partial x}$$

- Equação da camada limite para concentração de espécies inertes:

$$u\frac{\partial C_A}{\partial x} + v\frac{\partial C_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2}$$

- Qual o significado físico de cada termo?

- Esta equação é análoga a outra equação de camada limite?

EQUAÇÃO ADIMENSIONAL

$$C_A^* \equiv \frac{C_A - C_{A,s}}{C_{A,\infty} - C_{A,s}}$$

$$u^* \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L\, Sc} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}}$$

$$Sc \equiv \frac{v}{D_{AB}} \rightarrow$$ Número de Schmidt

- A dependência funcional para uma geometria prescrita é:

$$C_A^* = f\left(x^*, y^*, \mathrm{Re}_L, Sc\right)$$

$$h_m = \frac{-D_{AB}\, \partial C_A / \partial y\big|_{y=0}}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} = -\frac{D_{AB}}{L} \frac{\left(C_{A,\infty} - C_{A,s}\right)}{\left(C_{A,s} - C_{A,\infty}\right)} \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0} = \frac{D_{AB}}{L} \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\bigg|_{y^*=0}$$

NÚMERO DE SHERWOOD

- O coeficiente convectivo de transferência de massa local adimensional é:

$$Sh \equiv \frac{h_m L}{D_{AB}} = \left.\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = f\left(x^*, \mathrm{Re}_L\, Sc\right)$$

$Sh \rightarrow$ número de Sherwood local

- Qual o significado físico do número de Sherwod?

ANALOGIA CALOR E MASSA

- Analogia entre transmissão de calor e transmissão de massa:

A partir das análogas equações da energia e de espécie adimensionais das camadas limites para uma geometria equivalente e condições de contorno equivalentes, a dependência funcional de Nu e Sh são equivalentes., ou seja:

$$Nu = f\left(x^{*}, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}\right)$$

$$Sh = f\left(x^{*}, \mathrm{Re}, Sc\right)$$

Desde que a dependência de Pr e Sc de Nu e Sh, respectivamente, é tipicamente da forma Pr^n e Sc^n, onde n é um expoente positivo entre $(0.30 \leq n \leq 0.40)$,

$$\frac{Nu}{\mathrm{Pr}^n} = f\left(x^{*}, \mathrm{Re}\right) = \frac{Sh}{Sc^n} \quad \text{ou} \quad \frac{hL/k}{\mathrm{Pr}^n} = \frac{h_m L / D_{AB}}{Sc^n}$$

$$\frac{h}{h_m} = \frac{k}{D_{AB}} \frac{\mathrm{Pr}^n}{Sc^n} = \frac{k}{D_{AB}} Le^{-n} = \rho c_p Le^{1-n} \quad \text{onde:} \quad Le = \frac{\alpha}{D_{AB}} \rightarrow \text{Número de Lewis}$$

Qual o significado físico do número de Lewis?

ANALOGIA DE REYNOLDS

- Analogia de Reynolds

Para: $dp^* / dx^* = 0$

$$C_f \frac{\mathrm{Re}}{2} = Nu$$

e: $\Pr = Sc = 1,$

segue que:

$$Nu = Sh$$

$$\frac{\mathrm{C_f}}{2} = \frac{Sh}{\mathrm{Re}} = St_m$$

onde: $St_m \equiv \dfrac{Sh}{\mathrm{Re}\,Sc} = \dfrac{h_m}{V} \rightarrow$ Número de Stanton para transferência de massa

- Analogia de Reynolds Modificada

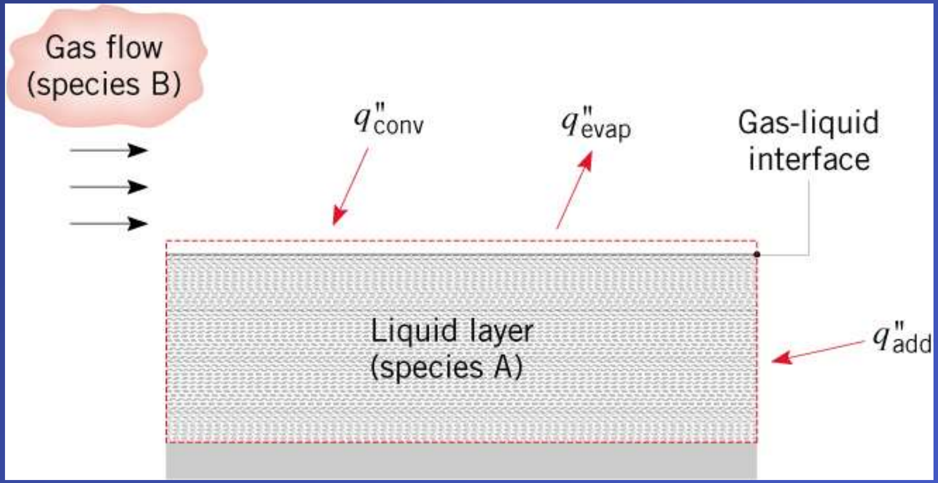
$$\frac{C_f}{2} = St_m Sc^{2/3} \equiv j_m \qquad 0.6 < Sc < 300$$

fator j Colburn para transferência de massa

– Aplicável para fluxo laminar, se $dp^*/dx^* \sim 0$.

– Geralmente aplicável para fluxo turbulento sem restrições para dp^*/dx^*.

RESFRIAMENTO EVAPORATIVO



- O termo resfriamento evaporativo origina-se da associação do calor latente criado pela evaporação da interface do liquido com redução da energia térmica do líquido. Se ocorre a evaporação na ausência de outro processo de transferência de energia, a energia térmica, e a temperatura do líquido, obrigatoriamente diminuem.

- Se o líquido é mantido a uma temperatura fixa, a energia perdida devido à evaporação deve ser reposta por outros meios. Assumindo que a transferência de calor por convecção na interface seja a única fonte de energia para o líquido o balanço de energia torna-se:

$$q''_{conv} = q''_{evap}$$