TRANSMISSÃO DE CALOR E MASSA

CAPÍTULO 03
CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE

OBJETIVOS

→ Determinar expressões para a distribuição de temperatura e para transferência de calor unidimensional em geometrias simples (plana, cilíndrica e esférica);

→ Apresentar o conceito de resistência térmica equivalente;

→ Determinar expressões para a distribuição de temperatura e para transferência de calor em superfícies estendidas (aletas) e introduzir parâmetros de desempenho;

CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL

Caso mais simples: condução **unidimensional, permanente, sem geração de energia térmica**.

Geometrias Comuns :

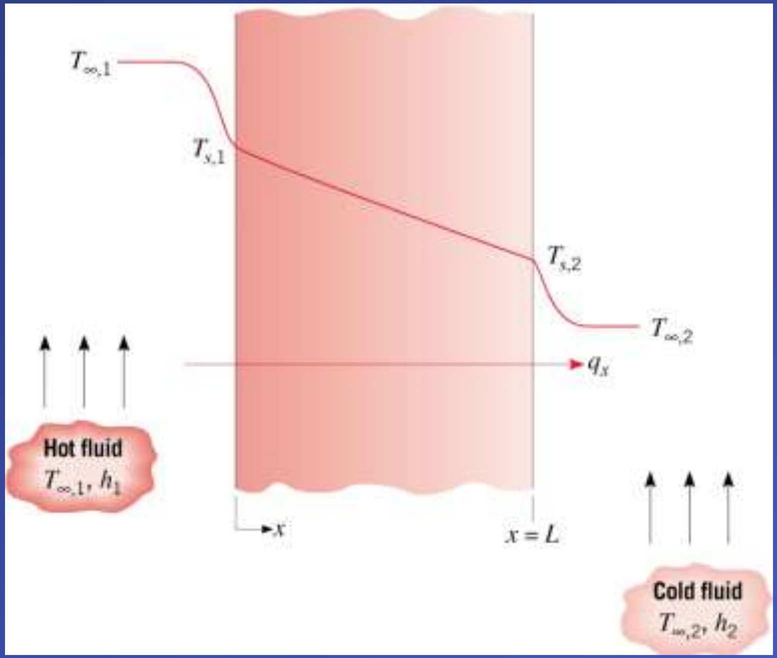
→ **Parede plana**: descrita em coordenada retangular (*x*). Área, perpendicular à direção do fluxo de calor, é constante (independente de *x*).

→ **Parede cilíndrica** (tubo): condução radial através da parede do tubo.

→ **Placa esférica**: condução radial através da parede da placa esférica.

PAREDE PLANA

- Considere a parede plana entre dois fluidos de diferentes temperaturas:



- **Equação do calor**:

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = 0}$$

- **Condições de contorno**:

$$\boxed{T(0) = T_{s,1}, \quad T(L) = T_{s,2}}$$

- **Implicações**:

Fluxo de calor (q''_x) independente de x;

Taxa de calor (q_x) independente de x

- **Distribuição de Temperatura** para *k* constante:

$$\boxed{T(x) = T_{s,1} + \left(T_{s,2} - T_{s,1}\right)\frac{x}{L}}$$

Fluxo de calor

$$\boxed{q''_x = -k\frac{dT}{dx} = \frac{k}{L}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}$$

Taxa de calor

$$\boxed{q_x = -kA\frac{dT}{dx} = \frac{kA}{L}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)}$$

CIRCUITO TÉRMICO EQUIVALENTE

Circuito elétrico		Cicuito térmico	
Corrente elétrica	i	Fluxo de calor	q”
Potencial elétrico (Voltagem)	V	Potencial térmico (temperatura)	T
Resistência elétrica 0	R_e	Resistência térmica	R_t

- Resistência térmica $\left(\boldsymbol{R_t} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{T}}{\boldsymbol{q}} \right)$ e circuito térmico equivalente:

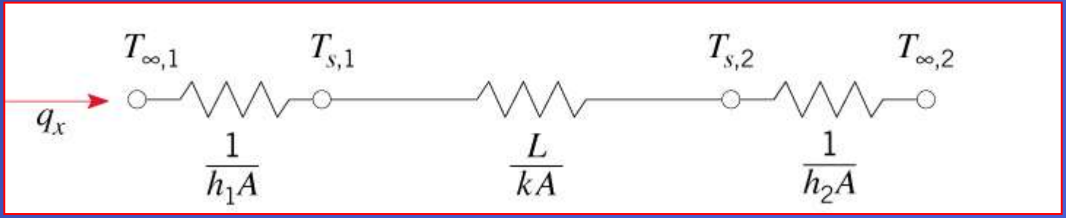
Condução em parede plana: $\boxed{R_{t,cond} = \dfrac{L}{kA}}$

Unidade: $\boxed{R_t \leftrightarrow \mathrm{W/K}}$

Convecção: $\boxed{R_{t,conv} = \dfrac{1}{hA}}$

Radiação: $\boxed{R_{t,rad} = \dfrac{1}{h_r A}}$ onde: $\boxed{h_r = \varepsilon\sigma\left(T_s + T_{sur}\right)\left(T_s^2 + T_{sur}^2\right)}$

Circuito térmico equivalente:



$$\boxed{R_{tot} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A}}$$

$$\boxed{q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}}}$$

RESISTÊNCIA TÉRMICA POR UNIDADE DE ÁREA

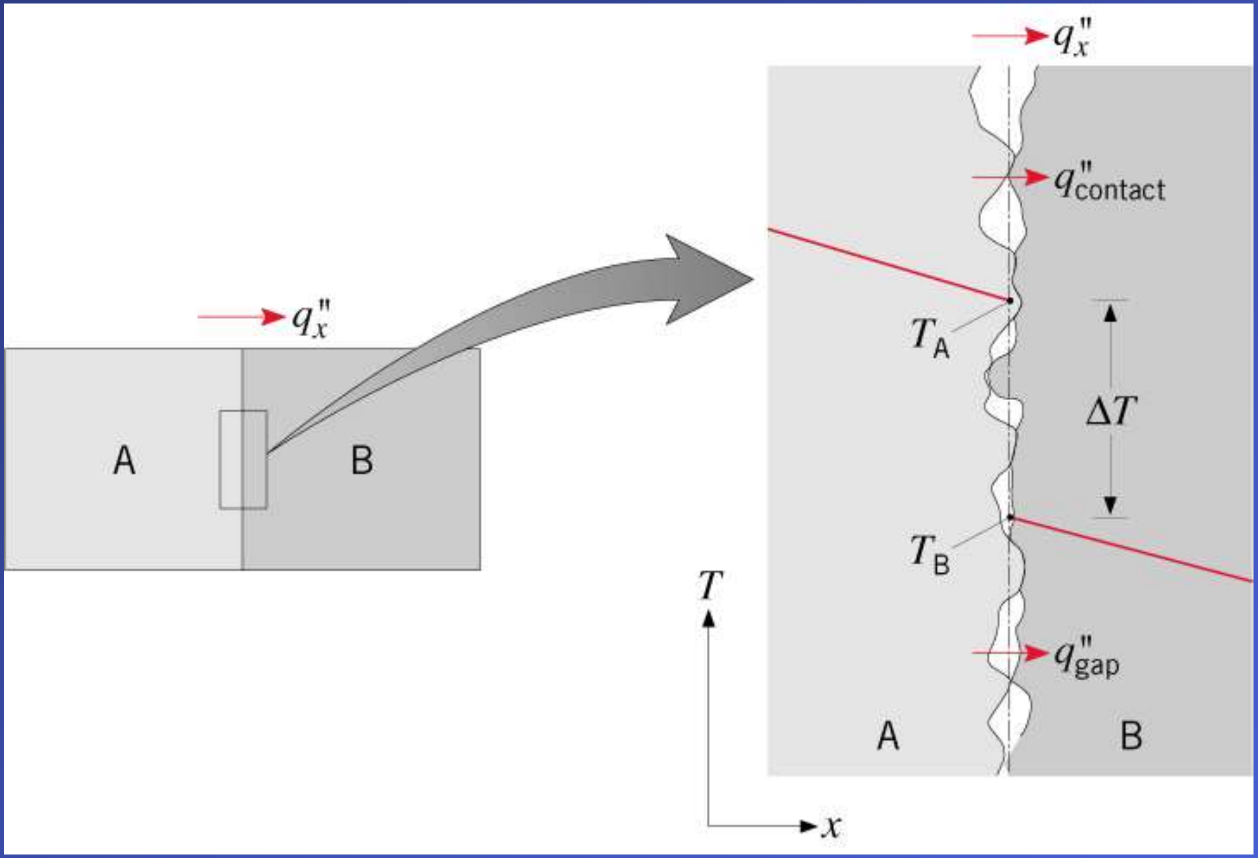
Condução: $\boxed{R''_{t,cond} = \frac{L}{k}}$

Convecção: $\boxed{R''_{t,conv} = \frac{1}{h}}$

Radiação: $\boxed{R''_{t,rad} = \frac{1}{h_r}}$

Unidade: $\boxed{R''_t \leftrightarrow \mathrm{m^2 \cdot K/W}}$

RESISTÊNCIA DE CONTATO

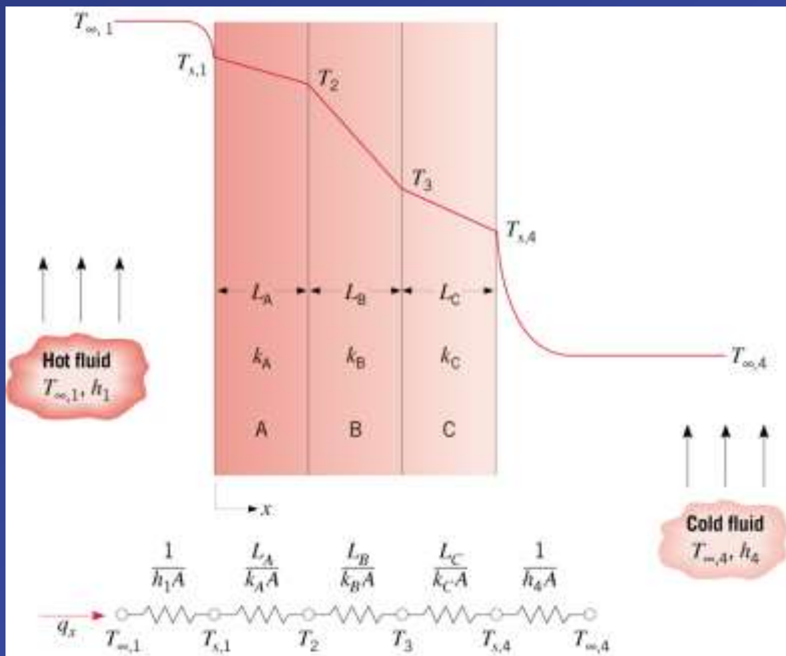


$$\boxed{R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x}}$$

$$\boxed{R_{t,c} = \frac{R''_{t,c}}{A_c}}$$

Valores dependem dos materiais A e B, rugosidade superficial, condição intersticial, e pressão de contato (Tabelas 3.1 e 3.2)

PAREDE PLANA COMPOSTA EM SÉRIE



- **Parede composta** com **resistência de contato desprezível**:

$$\boxed{q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{R_{tot}}}$$

$$\boxed{R_{tot} = \frac{1}{A}\left[\frac{1}{h_1} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} + \frac{L_C}{k_C} + \frac{1}{h_4}\right] = \frac{R''_{tot}}{A}}$$

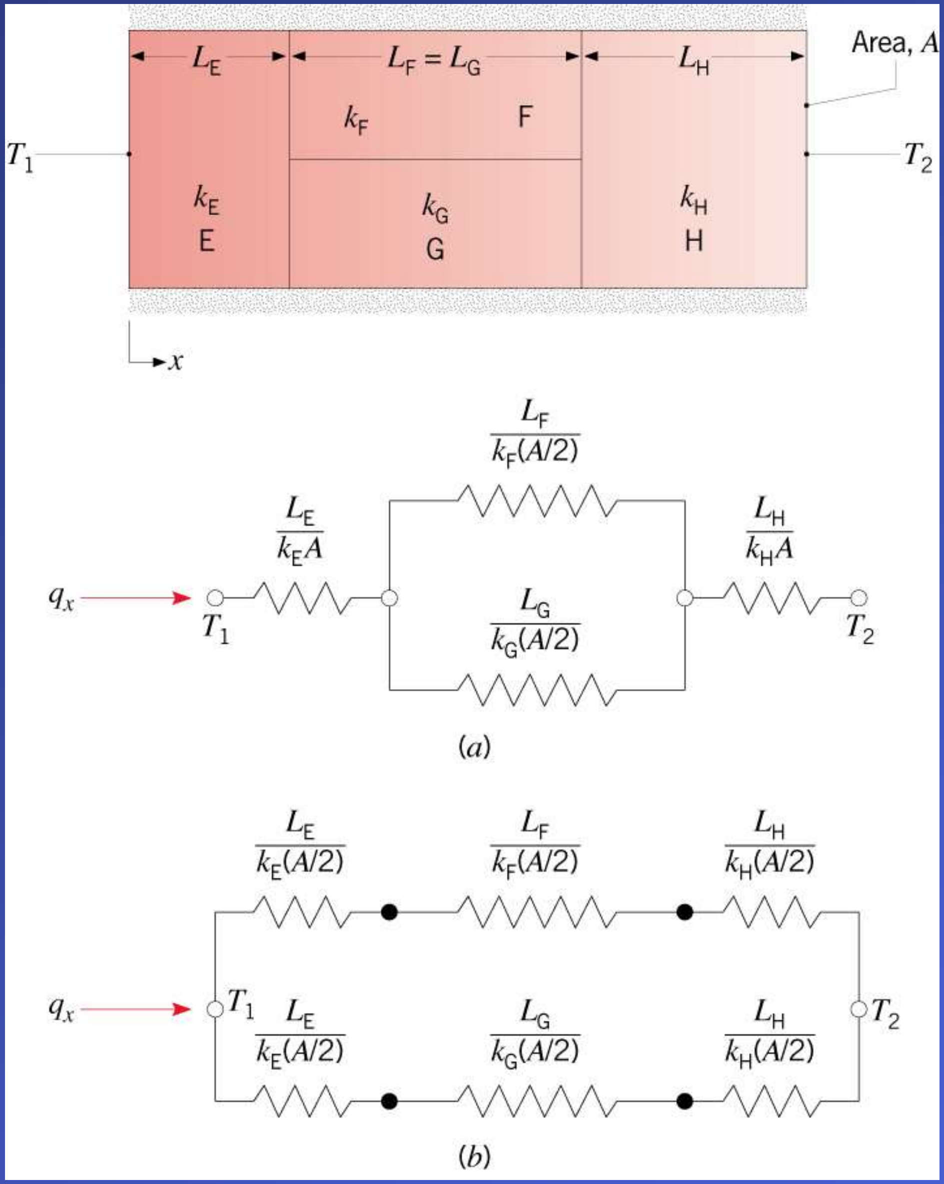
- **Coeficiente global de transferência de calor (*U*)** : forma modificada da Lei de Resfriamento de Newton, envolvendo resistência térmica múltipla

$$\boxed{q_x = UA\Delta T_{overall}}$$

onde:

$$\boxed{R_{tot} = \frac{1}{UA}}$$

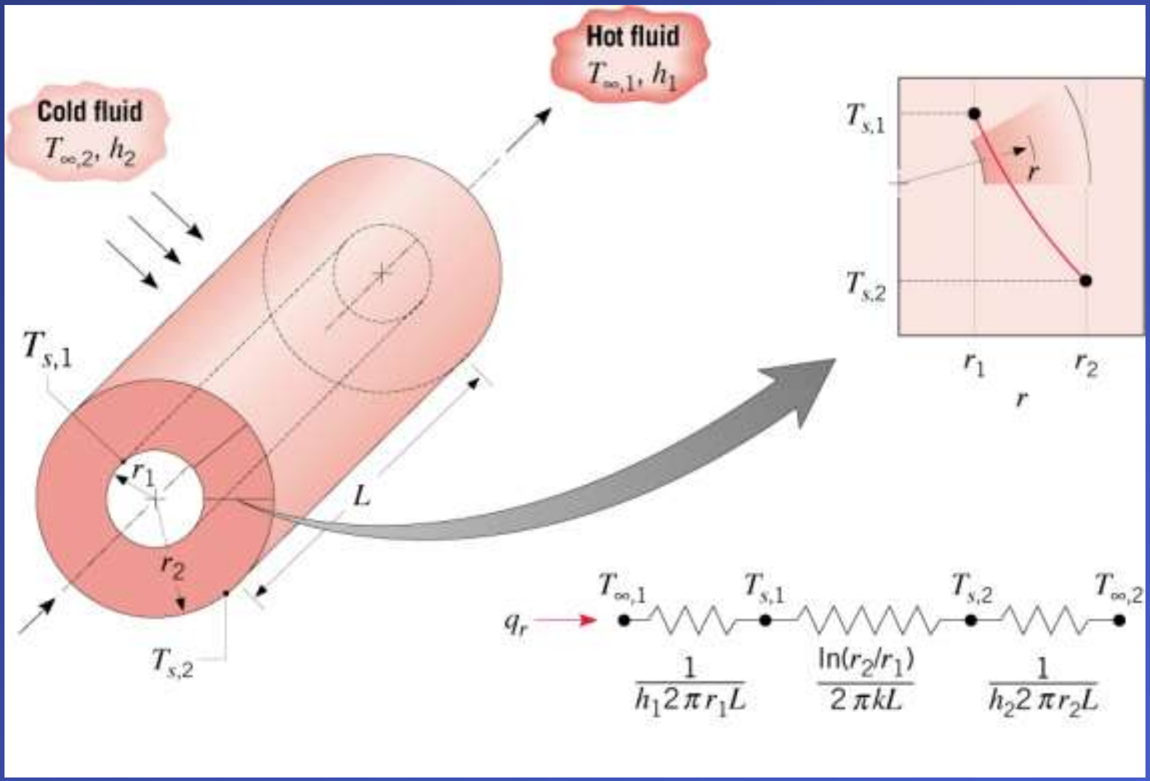
PARADE PLANA COMPOSTA EM PARALELO



Parte-se da condição unidimensional para $k_F \neq k_G$

Circuitos baseados na premissa de superfícies isotérmicas normais à direção *x*, ou superfícies adiabáticas paralelas à direção *x*. Assim, tem-se aproximadamente, q_x

PAREDE CILÍNDRICA



Equação do calor:

$$\boxed{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(kr\frac{dT}{dr}\right)=0}$$

Condições de contorno:

$$\boxed{T(0)=T_{s,1},\quad T(L)=T_{s,2}}$$

Distribuição de Temperatura para ***k*** constante:

$$\boxed{T(r)=\frac{T_{s,1}-T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)}\ln\left(\frac{r}{r_2}\right)+T_{s,2}}$$

Como q_r varia com r ?

Como q_r'' varia com r ?

FLUXO DE CALOR

- **Fluxo de calor** q_r'' e **taxa de calor** q_r **:**

$$q_r'' = -k\frac{dT}{dr} = \frac{k}{r\ln(r_2/r_1)}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)$$

$$q_r' = 2\pi r q_r'' = \frac{2\pi k}{\ln(r_2/r_1)}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)$$

$$q_{r=} 2\pi r L q_r'' = \frac{2\pi L k}{\ln(r_2/r_1)}\left(T_{s,1} - T_{s,2}\right)$$

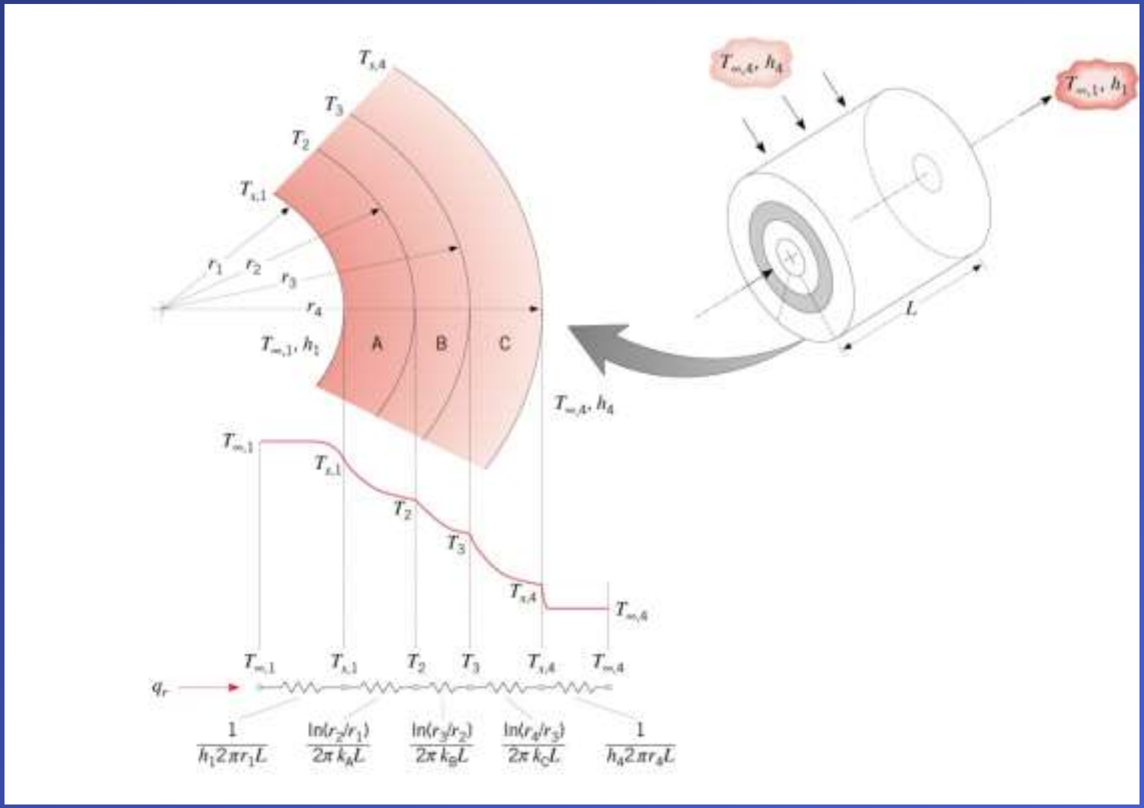
- Resistência à condução $R''_{t,cond}$:

$$R_{t,cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k}$$ Units $\leftrightarrow$ K/W

$$R'_{t,cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k}$$ Units $\leftrightarrow$ $\mathrm{m\cdot K/W}$

PAREDE CILÍNDRICA COMPOSTA

- **Parede cilíndrica composta** com **resistência de contato desprezível**:



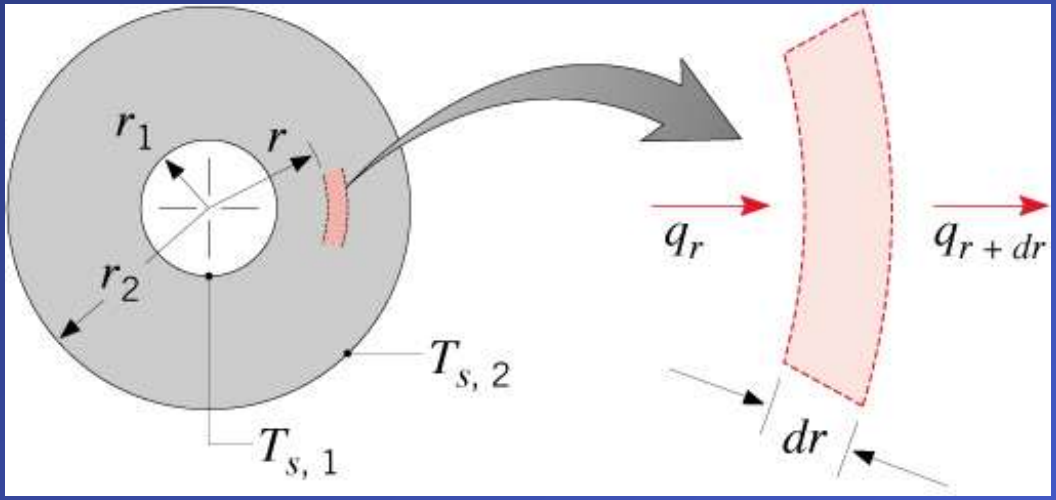
$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{R_{tot}} = UA\left(T_{\infty,1} - T_{\infty,4}\right)$$

Onde $\boxed{UA = R_{tot}^{-1}}$ é constante e independente do raio.

Logo, $\boldsymbol{U}$ deve ser especificado em uma interface:

$$\boxed{U_i = \left(A_i R_{tot}\right)^{-1}}$$

PLACA ESFÉRICA



Equação do calor:

$$\boxed{\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)=0}$$

Condições de contorno:

$$\boxed{T(0)=T_{s,1},\quad T(L)=T_{s,2}}$$

Distribuição de Temperatura
para ***k*** constante:

$$\boxed{T(r)=T_{s,1}-\left(T_{s,1}-T_{s,2}\right)\frac{1-\left(r_1/r\right)}{1-\left(r_1/r_2\right)}}$$

Como q_r varia com r ?

Como q_r'' varia com r ?

FLUXO DE CALOR

- **Fluxo de calor** q_r'' e **taxa de calor** q_r **:**

$$\boxed{q_r'' = -k\frac{dT}{dr} = \frac{k}{r^2\left[(1/r_1)-(1/r_2)\right]}\left(T_{s,1}-T_{s,2}\right)}$$

$$\boxed{q_r = 4\pi r^2 q_r'' = \frac{4\pi k}{(1/r_1)-(1/r_2)}\left(T_{s,1}-T_{s,2}\right)}$$

$$\boxed{R_{t,cond} = \frac{(1/r_1)-(1/r_2)}{4\pi k}}$$

- Casca composta:

$$\boxed{q_r = \frac{\Delta T_{overall}}{R_{tot}} = UA\Delta T_{overall}}$$

$$UA = R_{tot}^{-1} \leftrightarrow \text{Constante}$$

$$U_i = \left(A_i R_{tot}\right)^{-1} \leftrightarrow \text{Depende de } A_i$$

IMPLICAÇÕES DA GERAÇÃO DE CALOR

- Envolve uma fonte local (volumétrica) de energia térmica devido à conversão de outra fora de energia em um meio condutor.

- A fonte pode ser uniformemente distribuída, como na conversão de energia elétrica em energia térmica:

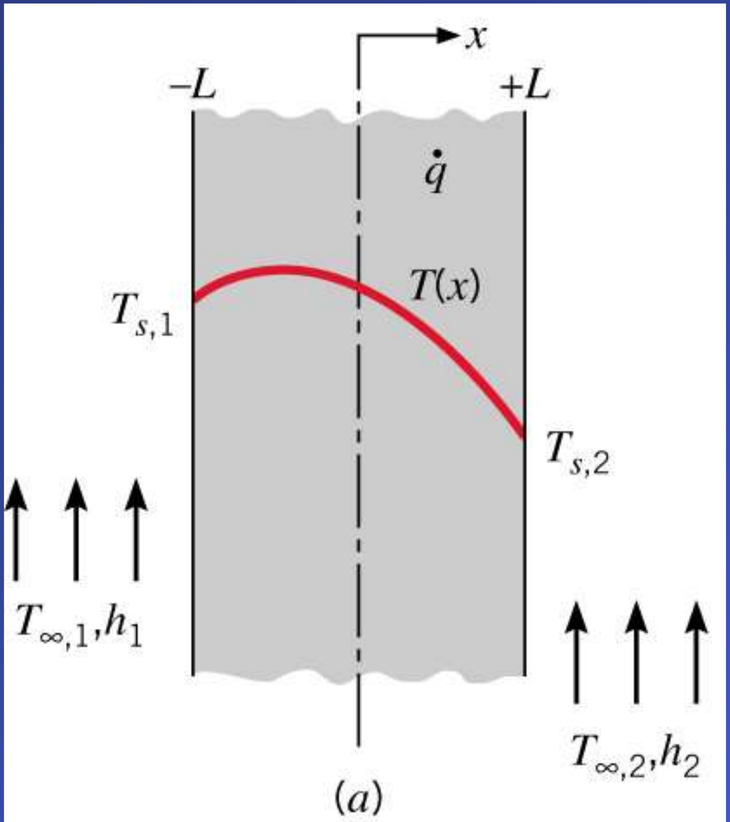
$$\boxed{\dot{q} = \frac{\dot{E}_g}{\forall} = \frac{I^2 R_e}{\forall}}$$

ou pode ser não uniformemente distribuída, como na absorção de radiação passando através de um meio semitransparente. Para parede plana:

$$\boxed{\dot{q} \propto \exp(-\alpha x)}$$

- A geração afeta a distribuição de temperatura em um meio e causar uma variação local na taxa de calor.

PARADE PLANA COM GERAÇÃO



- Seja condução **unidimensional**, **permanente** em uma **parede plana** de **condutividade constante *k***, **geração uniforme** e **condições de superfície assimétricas**:

- **Equação do calor**:

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right)+\dot{q}=0 \rightarrow \frac{d^2T}{dx^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0}$$

- **Condições de contorno**:

$$\boxed{T(-L) = T_{s,1}, \quad T(+L) = T_{s,2}}$$

- **Solução geral** :

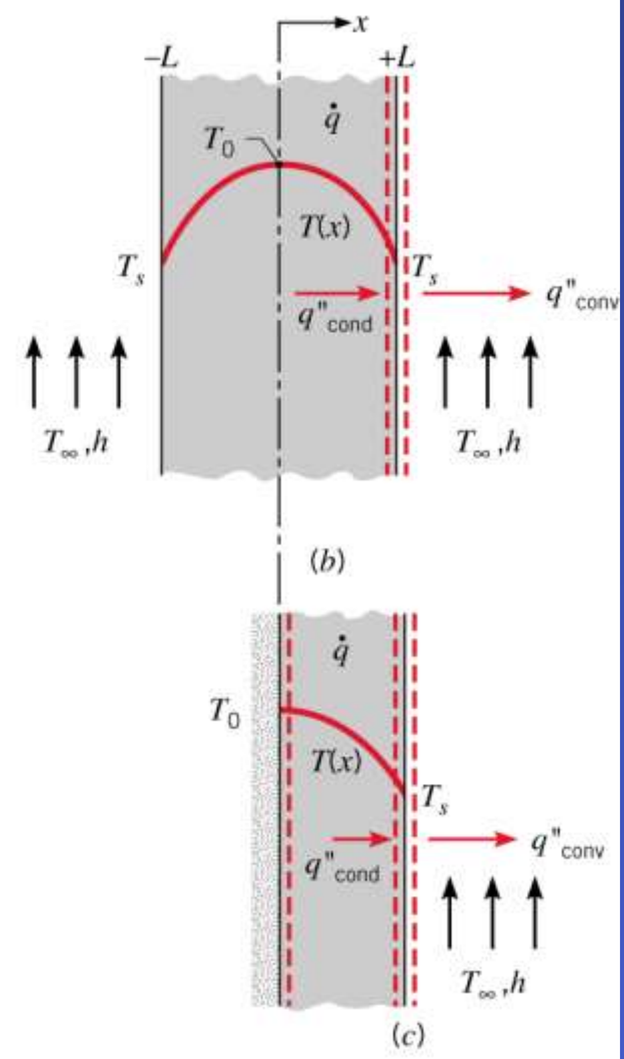
$$\boxed{T(x) = -\left(\dot{q}/2k\right)x^2 + C_1 x + C_2}$$

- Qual o valor de C_1 e C_2?

- Qual a forma da distribuição de temperatura para $\dot{q}=0?$, $\dot{q}>0?$ e $\dot{q}<0?$

- Como a distribuição de temperatura muda com o aumento de $\dot{q}$?

CONDIÇÃO DE SUPERFÍCIE SIMÉTRICA



Condição de superfície simétrica ou uma superfície isolada:

- Qual é o gradiente de temperatura no centro ou na superfície isolada?
- Como o gradiente de temperatura varia com x?
- Distribuição de Temperatura:

$$\boxed{T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_s}$$

- Como determinar T_s ?

Balanço global de energia na parede $\longrightarrow$ $\boxed{-\dot{E}_{out} + \dot{E}_g = 0}$

$$-hA_s\left(T_s - T_\infty\right) + \dot{q}A_sL = 0$$

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h}$$

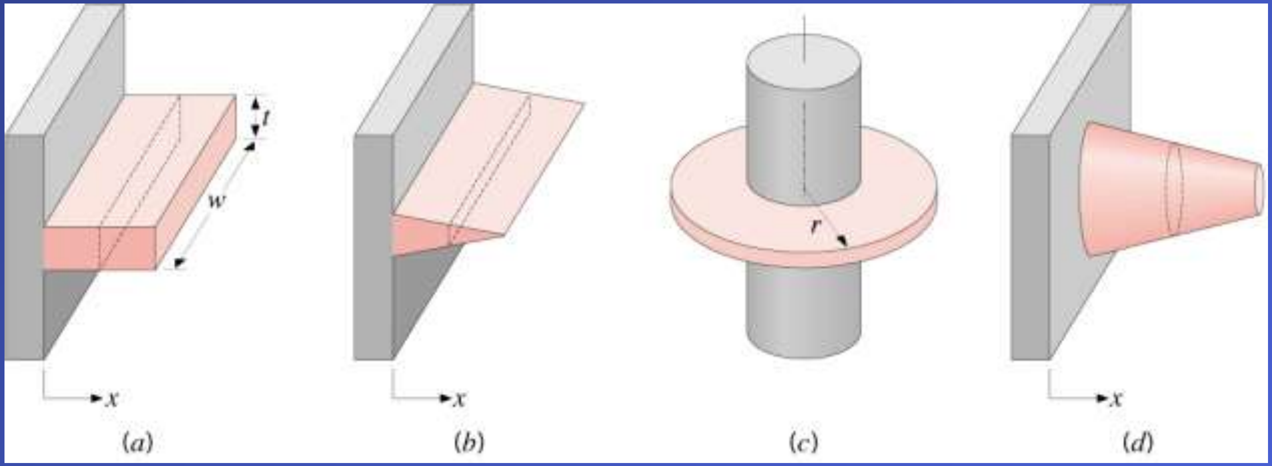
- Como determinar a taxa de calor em $x = L$?

ALETA

- **Aleta** é usada para aumentar a dissipação de calor através do aumento da área superficial por convecção e/ou por radiação.

- Esta função é beneficiada quando o coeficiente convectivo h é baixo, como gases e em convecção natural.

- Algumas configurações típicas:



Aleta simples de seção:
(a) uniforme,
(b) não uniforme;
(c) anular;
(d) pino não uniforme.

EQUAÇÃO DA ALETA

- Assumindo condução unidimensional, permanente em uma aleta com condutividade constante (k) e área da seção transversal uniforme (A_c), sem geração $\left(\dot{q} = 0\right)$ e calor dissipado somente por convecção, $(q''_{rad} = 0)$, a equação do calor é dada por:

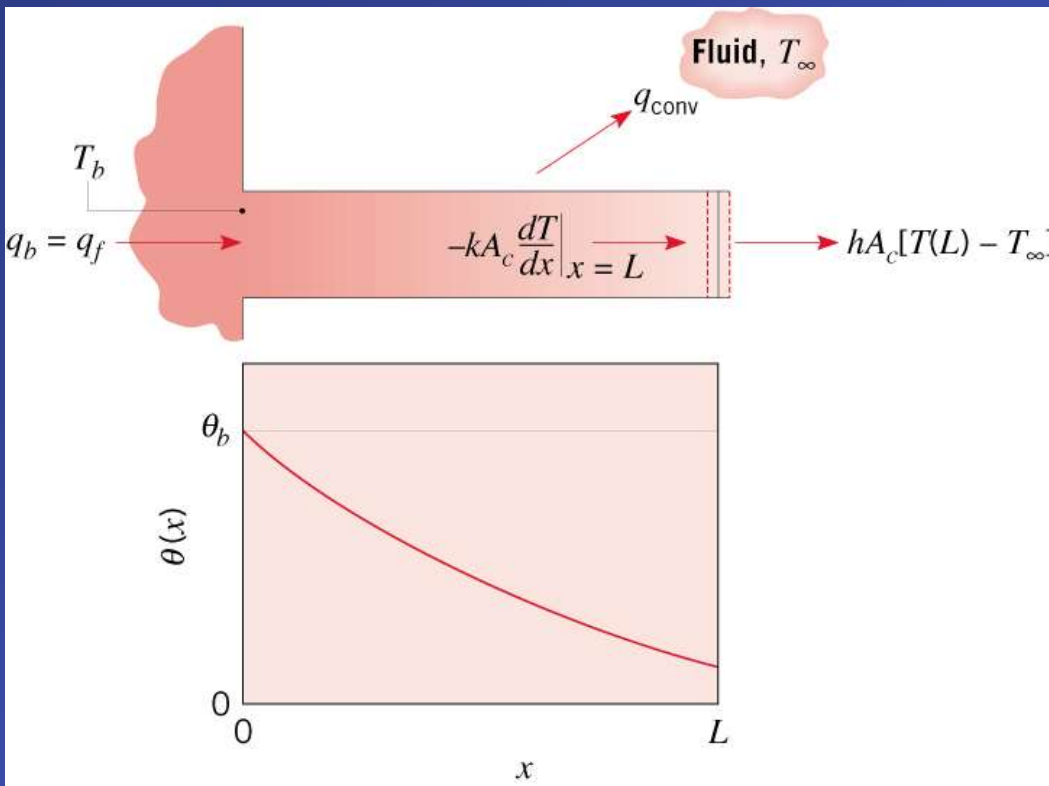
$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_c}(T - T_\infty) = 0}$$

ou, para $m^2 \equiv (hP/kA_c)$ e temperatura reduzida, $\theta \equiv T - T_\infty$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0}$$

Equação diferencial ordinária de 2ª ordem homogênea!

EQUAÇÃO DA ALETA: SOLUÇÃO



Condição na base (x = 0)

$$\boxed{\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b}$$

Condição na extremidade (x = L)

1. Convecção: $-k d\theta / dx|_{x=L} = h\theta(L)$

2. Adiabática: $d\theta / dx|_{x=L} = 0$

3. Temperatura fixa: $\theta(L) = \theta_L$

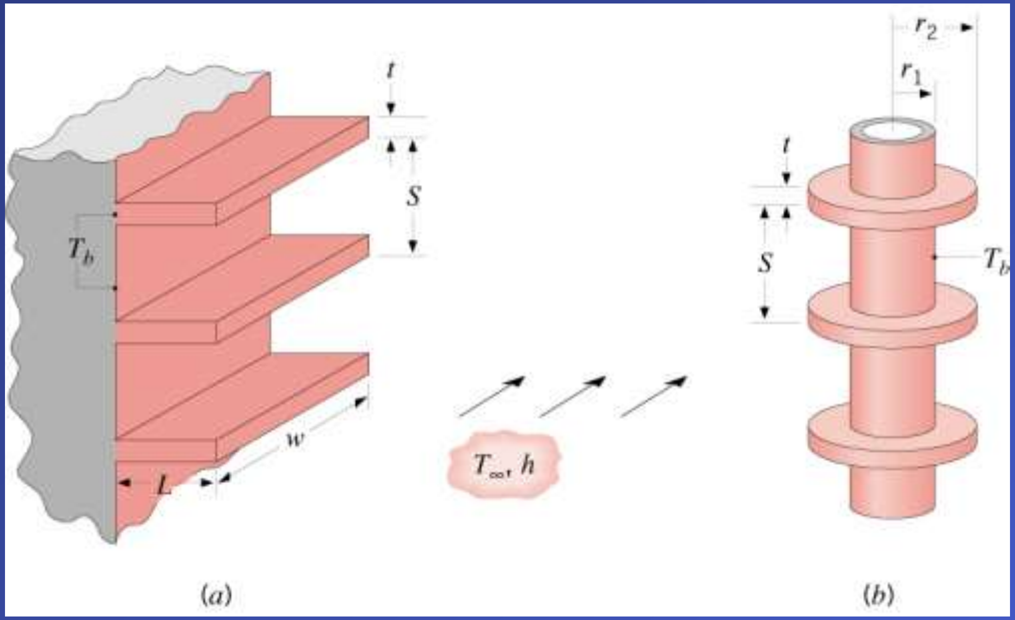
4. Aleta infinita: (mL>2.65): $\theta(L) = 0$

Soluções Tabela 3.4

Taxa de calor da aleta:

$$\boxed{q_f = -kA_c \frac{d\theta}{dx}|_{x=0} = \int_{A_f} h\theta(x) dA_s}$$

CONJUNTO DE ALETAS



Aletas:
(a) retangular e (b) anular.

Área total da superfície: $\boxed{A_t = NA_f + A_b}$

número de aletas

área da base da aleta

Taxa total de calor:

$$\boxed{q_t = N\eta_f hA_f\theta_b + hA_b\theta_b \equiv \eta_o hA_t\theta_b = \frac{\theta_b}{R_{t,o}}}$$

Eficiência global da aleta:

$$\boxed{\eta_o = 1 - \frac{NA_f}{A_t}\left(1-\eta_f\right)}$$

Resistência: $\boxed{R_{t,o} = \frac{\theta_b}{q_t} = \frac{1}{\eta_o hA_t}}$