

# MEC 2327: RADIAÇÃO TÉRMICA

## Introdução

A troca de calor por Radiação é mais complexa que a troca por Condução ou por Convecção. As razões mais comuns são devidas à não exigência de matéria (isto é, radiação existe ainda que tenhamos vácuo) e pela já conhecida dependência com a temperatura na quarta potência<sup>1</sup>. Isto a torna especialmente relevante nos processos que ocorrem em altas temperaturas (altos fornos, por exemplo), no vácuo (no espaço) e rarefações diversas (Criogenia). Além disto, sabemos que a eficiência das máquinas térmicas aumenta significativamente com o aumento da temperatura da fonte quente, novamente tornando a Radiação importante como mecanismo de troca de calor. Entretanto, ela pode ser igualmente relevante em situações nas quais a movimentação de massa só acontece pelas diferenças de densidade - Convecção Natural - pois, nestas situações as taxas de troca de calor são baixas e a radiação pode ser da mesma ordem de grandeza<sup>2</sup>. Da mesma maneira, devemos lembrar que a vida, como ela é conhecida, é extremamente dependente da Radiação vinda do Sol, pelos efeitos de iluminação, aquecimento e fotossíntese.

Em Condução de Calor em sólidos, energia é transportada através da estrutura atômica por elétrons livres ou por excitação dos níveis de energia de vibração - interação fonon-fonon<sup>3</sup>. Em gases ou líquidos, energia é transportada por colisões entre moléculas - moléculas mais rápidas perdem parte da energia cinética para moléculas mais lentas. Na Convecção, o processo é semelhante mas as moléculas de alta energia cinética são arrastadas pelo escoamento, sendo substituídas por moléculas de baixa energia cinética. Assim, em ambos os casos, matéria<sup>4</sup> é importante para a transferência de energia. Exatamente ao contrário da Radiação, que dispensa o meio físico.

A distância média entre colisões (livre caminho médio) é da ordem de digamos  $10^{-10}$  m ( $= 1\text{\AA}$ ). Se tivermos 10 colisões até que a energia cinética da molécula de alta energia se iguale à energia cinética das moléculas da vizinhança, então a influência externa não é mais sentida em distâncias maiores que  $10^{-9}$  m. Assim, podemos tratar um comprimento infinitesimal, que é desprezível face às outras dimensões, mas é muito maior que o livre caminho médio entre as moléculas. O princípio de conservação de energia pode então ser aplicado a um volume infinitesimal, dentro do contínuo, que resulta em uma equação diferencial parcial. Em Condução e Convecção, portanto, apenas as condições térmicas nas vizinhanças imediatas dos sistemas em estudo precisam ser conhecidas.

Como a troca radiativa ocorre através do vácuo, há necessidade de olharmos também as influências mais distantes, pois como aprendemos, a radiação térmica é um fenômeno de longa distância. Portanto, o livre caminho médio de um fóton pode ser tão pequeno quanto  $10^{-10}$  m (no

---

<sup>1</sup> Condução depende linearmente da diferença de temperaturas. Em Convecção Natural, a potência da diferença de temperaturas pode ser maior que a unidade, mas certamente menor que 2.

<sup>2</sup> Use o aplicativo disponível em <http://wwwusers.rdc.puc-rio.br/wbraga/transcal/tutor/tutor1.htm> para uma análise da importância relativa de Radiação em presença de Convecção Natural.

<sup>3</sup> A energia eletromagnética incidente é absorvida pelos elétrons livres ou pela variação do nível de energia de vibração da estrutura que é também quantizada.

<sup>4</sup> Rigorosamente, matéria disponível nas proximidades do sistema de interesse.

Prof. Washington Braga

## Seção I

caso de absorção por um metal) mas pode ser tão grande quanto  $10^{10}$  m (distância percorrida pelos raios do sol<sup>5</sup>). Ou seja, é importante trabalharmos com o conceito das cavidades, para limitar o domínio. A situação pode se complicar rapidamente se levarmos em conta a grande dependência das propriedades radiativas das superfícies com as características superficiais, tais como grau de polimento, envelhecimento, sujeira, oxidação, etc., o que é frequentemente necessário, tornando-as muito difíceis de serem medidas. Para líquidos e sólidos, as propriedades dependem apenas de uma pequena camada superficial que pode variar a cada dia. Entretanto, as propriedades radiativas dos gases podem ainda variar com o comprimento de onda, adicionando uma nova dependência às equações de transporte.

Considere a troca radiativa de calor dentro de uma câmara de combustão de um motor ou foguete. Para isto, um balanço de energia em um volume elementar arbitrariamente localizado deve ser feito. Quando se considera a parcela de energia ganha pelo gás, verifica-se que o gás absorve energia radiativa que foi emitida não só pelos demais elementos do gás mas também pelos elementos das paredes sólidas do recipiente (ou ambiente) que envolve o gás, mesmo que estes estejam a distâncias consideráveis, sendo assim, um fenômeno volumétrico<sup>6</sup>, tratável por equações integrais em até 7 variáveis independentes (3 coordenadas espaciais, o tempo e mais a frequência da radiação e as 2 coordenadas espaciais descrevendo a direção dos fótons). Neste curso, iremos nos concentrar nos efeitos superficiais, como comentaremos adiante. Em todo o caso, a equação que descreve o Balanço de Energia é nestes casos uma equação integro-diferencial. A solução desta equação é de difícil obtenção e praticamente todos os cálculos de engenharia são baseados em hipóteses simplificadoras.

A troca de energia pelo mecanismo da radiação térmica é explicada pela Teoria Quântica (fótons - pacotes de energia sem massa - sendo emitidos a partir de moléculas excitadas e que viajam em linhas retas até que sejam absorvidos ou espalhados por outras moléculas. Como a liberação é feita às custas da energia interna dos emissores, ou seja, pela emissão de radiação o nível de energia interna diminui, a temperatura deles entra no jogo) e pela teoria eletromagnética (TEM) na qual a energia é transportada na forma de ondas eletromagnéticas. Nenhum destes dois pontos de vista explica totalmente as situações de radiação, por isto, precisamos das duas.

Explicações detalhadas destas teorias podem ser encontradas em outros lugares. Para o engenheiro, entretanto, o que interessa realmente são os resultados destas teorias. Algumas das propriedades das superfícies (de líquidos, sólidos e interfaces) são previstas pela TEM enquanto que a distribuição espectral de energia emitida por uma superfície ou as propriedades radiativas dos gases (meios emissores e absorvedores) são explicadas pela teoria quântica. A velocidade de propagação da radiação térmica é a velocidade da luz, como explicado pela TEM. A Teoria Quântica ensina que a energia é transportada por fótons (todos viajando à mesma velocidade da luz). Há, entretanto, uma distribuição de energia entre os fótons. Parâmetros como a velocidade do fóton ou da onda,  $c$ , o comprimento de onda  $\lambda$  e a frequência  $\nu$  são utilizados para a descrição da radiação. Além disto, de acordo com Planck e a física quântica:

$$E = h\nu, \text{ h sendo a constante de Planck, } h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s.}$$

o que indica que energia e frequência são equivalentes, escritos em unidades diferentes. Se combinarmos Planck e Einstein, obtemos:

---

<sup>5</sup> lembre-se que a distância da Terra ao Sol é de 150 milhões de km, ou seja  $1,5 \times 10^{10}$  m.

<sup>6</sup> considerando, por exemplo, meios transparentes.

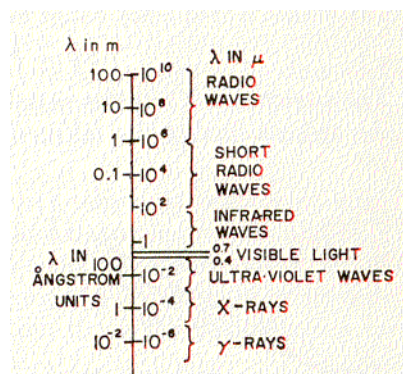
$$E = h \cdot \nu = m \cdot c^2$$

Desta forma, podemos definir a massa do fóton (sabidamente sem massa!, o que quer dizer que a massa de repouso do fóton é nula e que a massa aqui é devida unicamente à velocidade) como sendo:  $m = h \cdot \nu / c^2$  e, em consequência, temos o momentum associado (= massa x velocidade), definido por  $h \cdot \nu / c$ .

Podemos trabalhar com a frequência ou o comprimento de onda que estão relacionados pela equação:  $c = \lambda \cdot \nu$ , onde  $c$  é a velocidade da luz no meio. Definimos índice de refração de um meio como sendo a razão entre a velocidade da luz no vácuo sobre a velocidade da luz no meio em questão:  $n = c_0 / c$ , onde  $c_0 \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Para gases, o índice de refração é aproximadamente igual à unidade. Materiais dielétricos (não condutores elétricos) têm índices de refração entre 1,4 e 4 - sólidos como vidro, quartzo ou líquidos como água tem  $n$  variando entre 1,45 e 1,6. Para estes últimos, o índice de refração varia bastante com o comprimento de onda. **Para meios que atenuam a radiação**, uma quantidade denominada de índice complexo de refração é definida, no qual  $n$  é a parte real. Em algumas situações, quando há forte atenuação, como em metais,  $n$  poderá ser menor que a unidade, o que poderia implicar em velocidades de propagação superiores à da luz. Não é o caso. O que acontece é que as ondas tem uma forma bastante complexa e  $c$  passa a ser a velocidade de fase da onda, sem ter qualquer significado especial quando ela excede a velocidade da luz. Como veremos mais tarde, se o índice de refração do meio em estudo for muito diferente da unidade, os valores das propriedades superficiais diferem muito.

Embora possamos trabalhar tanto com a frequência quanto com o comprimento de onda, em análises teóricas preferimos usar a frequência, pois esta não se altera quando a radiação passa de um meio para outro (já que a energia se conserva). Na prática, contudo, utilizamos comprimentos de onda por estes serem mais fáceis de serem medidos. Em algumas situações, utilizamos também o número de onda ( $= 1/\lambda$ ).

Ondas eletromagnéticas são ondas transversas (ondas sonoras, por outro lado, são longitudinais). Por isto, o estado de polarização deve ser definido para que possamos descrever completamente o feixe de radiação. Veremos isto mais adiante. As várias ondas eletromagnéticas diferem entre si pelos seus comprimentos de onda. Veja o espectro:



A radiação térmica está na faixa de 0,3 a uns 100 microns ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ ). Pode-se ver então que uma grande parte da radiação térmica cai fora da faixa do visível, caindo mais especificamente na faixa que chamamos de infra-vermelho. A radiação varia assim com o comprimento de onda e o termo espectral é usado nesta descrição. Esta característica espectral

Prof. Washington Braga

## Seção I

bem como a sua característica direcional pois uma superfície pode emitir preferencialmente em certas direções, criando uma certa distribuição direcional, tornando a descrição de um campo de radiação muito complexa.



Quando uma onda eletromagnética atinge a superfície de um meio (seja ele sólido, líquido, partícula ou bolha), a onda pode ser refletida (parcial ou totalmente) e qualquer parte não refletida irá penetrar no meio<sup>7</sup>. Enquanto ela estiver atravessando o meio, a onda poderá ser atenuada continuamente. Se a atenuação for completa, de forma que nenhuma radiação apareça no outro lado, o corpo é dito ser opaco. Se a onda atravessa o meio sem atenuação, o meio é dito ser transparente, enquanto que se houver uma atenuação parcial, teremos um meio semi-transparente. Estas características dependem não só na natureza do material mas também da sua espessura. Metais são quase sempre opacos (pelas dimensões). Não metais geralmente necessitam de espessuras muito grandes antes que possam ser considerados opacos.

Questão: Por que a mancha de água em um tecido fica tão visível?

Uma superfície opaca que não reflita qualquer radiação é chamada de absorvedor perfeito ou uma superfície negra. Quando vemos um objeto, nossos olhos estão absorvendo as ondas eletromagnéticas da parte visível no espectro, que foram emitidas pelo sol (ou outra fonte) e foram refletidas pelo objeto na direção dos nossos olhos. Assim, uma superfície que não reflita radiação não poderá ser vista e aparecerá negra aos nossos olhos. Já que as superfícies absorvem a maior quantidade de radiação possível (igual à energia incidente), elas servem como referência ao nosso estudo de radiação. Naturalmente, uma superfície negra também emitirá a máxima quantidade de energia, considerando a mesma temperatura (isto pode ser visto por um Balanço de Energia).

### Descrição de um Campo de Radiação

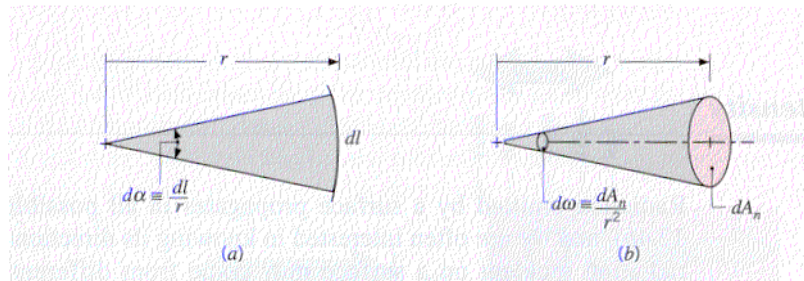
A descrição de um campo de radiação é feita a partir da hipótese que as dimensões do sistema em estudo são grandes se comparadas com os comprimentos de onda da radiação. Isto é razoável para as situações de engenharia com a possível exceção da situação da Criogenia, na qual os caminhos médios são grandes como resultado das baixas temperaturas envolvidas. Na ausência de espalhamento (scattering) e refração, a energia transportada segue trajetórias retilíneas. Nestas situações, o modo de descrição que discutiremos adiante tem se mostrado

<sup>7</sup> Isto é, a energia que penetra no material depende sempre das condições superficiais que afetam a refletividade.

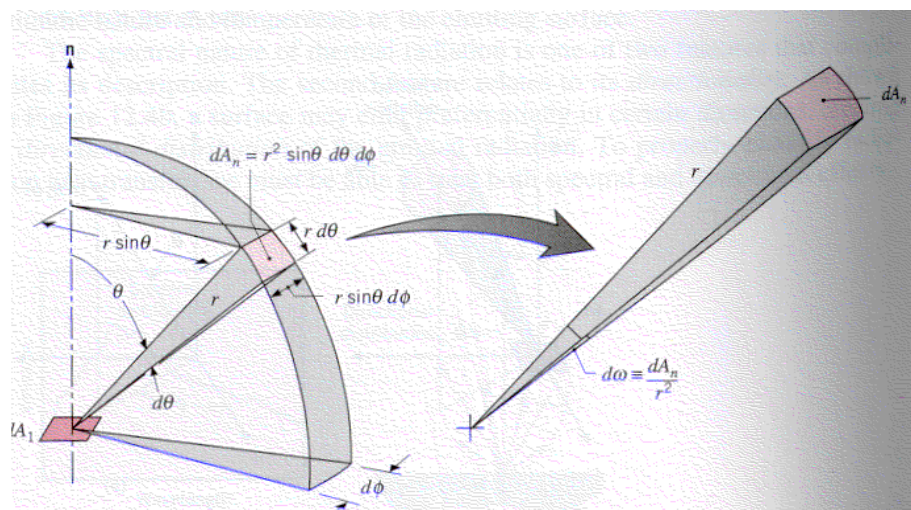
Prof. Washington Braga  
adequado.

## Seção I

Uma superfície como a  $dA_n$  normal a uma determinada direção é subtendida por um ângulo sólido  $d\Omega$ <sup>8</sup>, como mostrado na figura abaixo:



O ângulo sólido vale simplesmente  $d\Omega = \frac{dA_n}{r^2}$ . Por sua vez, o elemento de área  $dA_n$  vale:



$$dA_n = (r \cdot d\theta) \cdot (r \cdot \sin \theta \cdot d\phi) = r^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

de forma que:

$$d\Omega = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi \text{ (sr)}$$

Não é difícil concluir que um ângulo plano sobre uma linha pode variar de 0 a  $\pi$  - medidos em radianos - e um ângulo sólido pode variar sobre uma superfície pode variar de 0 a  $2\pi$  - medidos em esteroradianos.

<sup>8</sup> Neste texto, em inúmeras figuras, a nomenclatura utilizada é diferente da apresentada no texto. Por exemplo, a notação para o ângulo sólido aqui é  $\Omega$  e em parte da literatura consultada, é  $\mathbf{W}$ . Espero que isto não cause muita confusão.



Prof. Washington Braga

## Seção I

Exercício: Determine o ângulo sólido com que o Sol é visto da Terra e depois o ângulo sólido com que a Terra é vista do Sol.

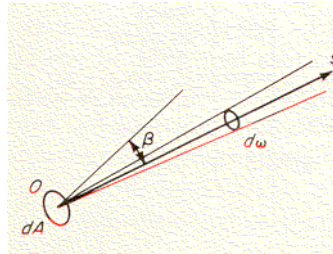
Considerando que a distância da Terra ao Sol é de aproximadamente 150 milhões de quilômetros e que o sol tem um raio aparente de 696 mil quilômetros. Portanto:

$$\Omega_S = \frac{\pi R_S^2}{\text{dist}_{T-S}^2} = \frac{\pi (696 \times 10^3)^2}{(150 \times 10^6)^2} \approx 6,8 \times 10^{-5} \text{ sr}$$

Como este ângulo é muito pequeno, podemos considerar que a radiação solar é essencialmente unidirecional, ou seja, todos os raios são paralelos. No caso da Terra, podemos considerar o raio da Terra como sendo igual a 6,378 mil quilômetros, portanto, o ângulo sólido passa a ser:

$$\Omega_T = \frac{\pi R_T^2}{\text{dist}_{T-S}^2} = \frac{\pi (6,378 \times 10^3)^2}{(150 \times 10^6)^2} \approx 5,7 \times 10^{-9} \text{ sr}$$

Considere um ponto "O" como da figura. Para discutirmos a característica direcional, vamos introduzir inicialmente o termo fluxo de energia,  $\Phi$ , [W] como sendo a energia radiante por unidade de tempo, por unidade de área (saindo) através de uma região de área  $dA$  na direção caracterizada pelo ângulo  $\theta$  (na figura, o ângulo é  $\beta$ ) com a normal à área e um ângulo  $\gamma$  azimutal.



Como frequentemente precisamos saber a quantidade de energia que segue numa determinada região (em função da troca de energia entre duas superfícies mas especialmente dentro de meios emissores de radiação, nos quais os fótons não são emitidos a partir de superfícies), vamos precisar de uma definição mais específica que é a Intensidade de Radiação,  $I$ :

Intensidade de Radiação,  $I$  [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$ ], é a energia radiante através do componente de área elementar normal ao feixe de raios, por unidade de ângulo sólido e por unidade de tempo, ou seja, esta é a quantidade de energia que é emitida ao longo de uma direção qualquer. Podemos definir  $I$  de forma monocromática ou espectral ( $I_\nu$ ) ou de forma total:

$$I = \int I_\nu \cdot d\nu = \int I_\lambda \cdot d\lambda$$

Portanto, o fluxo de radiação saindo da superfície vale:

$$\Phi = \int_\lambda \int_\Omega \int_\theta \int_\lambda$$

ou

$$d\Phi dA = I_{\lambda} . d\Omega . dA_p . d\lambda$$

onde  $d\Omega$  é o ângulo sólido subtendido e  $dA$  é a área projetada na direção considerada. O  $I_v$  ou  $I_{\lambda}$  para todos os pontos do campo, em todas as direções e todas as frequências e comprimentos de onda. A equação acima indica o fluxo radiante de energia através do elemento de área  $dA$ , por unidade de ângulo sólido.

Integrando esta expressão sobre todo o hemisfério, obtemos

$$\Phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\theta, \phi) . \cos \theta . \sin \theta . d\theta . d\phi = \int_{2\pi} I(\theta, \phi) \hat{n} . \hat{s} d\Omega$$

Esta expressão é válida também em bases espectrais. Se tivermos um emissor difuso  $I(\theta, \phi) = I_D$ , como por exemplo, para um corpo negro, onde a intensidade de radiação independe da direção considerada. Para um determinado ângulo sólido, a integração se escreve:

$$\Phi = I_D \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta . \sin \theta . d\theta . d\phi = I_D \frac{\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1}{2} (\phi_2 - \phi_1)$$

ou em bases espectrais:

$$\Phi_{\lambda} d\lambda = I_{D,\lambda} d\lambda \frac{\sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1}{2} (\phi_2 - \phi_1)$$

Para um hemisfério, portanto, o fluxo de energia será dado por:

$$\Phi = \pi I_{D,\lambda} d\lambda \text{ [W/m}^2 \text{]}$$

ou em bases totais:

$$\Phi = \pi I_D \text{ [W/m}^2 \text{]}$$

Ao lidarmos com superfícies negras, podemos considerar que não haverá energia radiante sendo refletida a partir das suas superfícies e neste caso, em bases monocromáticas ou espectrais, toda a energia saindo terá sido emitida por um corpo negro. Assim, podemos escrever:

$$\Phi_{\lambda} = E_{b\lambda}$$

onde  $E_{b\lambda}$  é a potência emissiva monocromática de corpo negro [W/m<sup>2</sup>.comprimento de onda]. Em consequência:

$$E_{b\lambda} = \pi I_{b\lambda}$$

Prof. Washington Braga

Seção I

A relação entre o poder total e o monocromático é simplesmente:

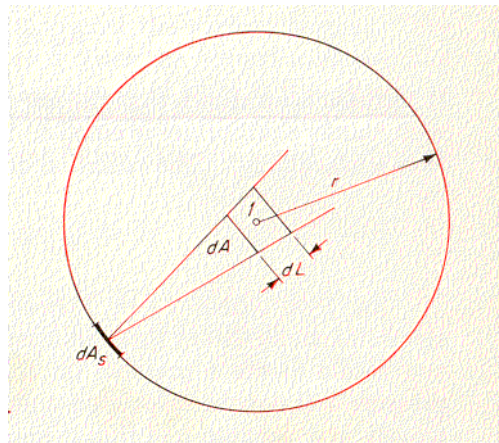
$$\mathbf{E(T)} = \int_0^{\infty} \mathbf{E_{\lambda}(T).d\lambda} = \int_0^{\infty} \mathbf{E_v(T).dv}$$

Da mesma forma, em um meio não participante (isto é, não emissor e não absorvedor de energia, nosso caso por enquanto), I será constante ao longo de cada raio.

### Densidade de Radiação:

Como um feixe de radiação move-se com velocidade finita, uma quantidade finita de energia deve estar contida em uma unidade de volume no campo de radiação. Esta quantidade é chamada de densidade de radiação.

A energia radiante [J] saindo<sup>9</sup> de uma área  $dA_s$  na direção de uma área  $dA$  onde se localiza um ponto de interesse é dada por:



$$\mathbf{dE = I.dA_s.d\Omega.dt}$$

onde  $\mathbf{d\Omega}$  é o ângulo sólido sob o qual a área  $dA$  é visto pela área  $dA_s$ . Naturalmente, não havendo perdas de qualquer espécie, ou seja, se a distância entre as duas áreas for pequena de forma que não tenhamos emissão, absorção ou espalhamento, esta energia viaja no tempo  $dt$  e percorre a distância  $\mathbf{dL = cdt}$ . Ou seja, neste tempo, a energia  $dE$  estará contida no volume elementar  $dV$  de superfície  $dA$  e comprimento  $dL$ :

$$\mathbf{dE = IdA_s \cdot \frac{dA}{r^2} \cdot \frac{dL}{c} = I \cdot \frac{dV}{cr^2} \cdot dA_s}$$

A energia total chegando ao elemento de volume  $dV$  vinda de toda a casca esférica centrada no elemento se escreve:

---

<sup>9</sup> Em um curso de graduação, aprendemos que a energia radiante saindo de uma superfície, chamada de radiosidade, é igual à parcela de energia refletida mais a parcela de energia emitida mais a parcela de energia transmitida.



$$\oint \frac{\mathbf{I} \cdot d\mathbf{V}}{c} \cdot \frac{d\mathbf{A}_s}{r^2}$$

onde o círculo no sinal de integração denota que a mesma deve ser conduzida sobre a superfície de uma esfera, para somar a contribuição de todas as áreas  $d\mathbf{A}_s$ . Naturalmente  $d\mathbf{A}_s / r^2$  indica o ângulo sólido  $d\Omega$  com que esta área é vista a partir de um ponto interior ao elemento  $d\mathbf{V}$ . Se dividirmos a energia que está contida dentro de  $d\mathbf{V}$  pelo seu volume, poderemos calcular a densidade de radiação,  $u$ , contida em  $d\mathbf{V}$ :

$$u = \int \frac{\mathbf{I}}{c} \cdot \frac{d\mathbf{A}_s}{r^2} = \frac{1}{c} \int \mathbf{I} \cdot d\Omega$$

Pelo comum,  $u$  depende das características direcionais e locais de  $\mathbf{I}$  e portanto,  $u$  poderá variar de ponto a ponto ao longo de um campo de radiação. Considerando a situação de equilíbrio termodinâmico, entretanto,  $\mathbf{I}$  passa a ser independente da direção e passa a ser igual à  $I_e$ . A integração do ângulo sólido é  $4\pi \text{ sr}^{10}$ , resultando:

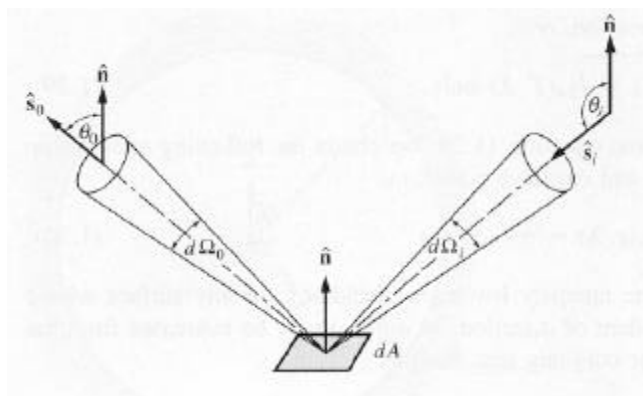
$$u_e = \frac{4\pi}{c} \cdot I_e$$

Se o índice de refração do meio for igual a unidade, podemos escrever:

$$u_e = \frac{4\pi}{c_0} \cdot I_e$$

#### FLUXO DE CALOR RADIATIVO:

Considere a próxima figura:



<sup>10</sup>Note que a integral será feita em toda a esfera, pois teremos contribuição de todos os pontos. Portanto:

$$\int_0^{4\pi} \int_0^{2\pi} \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi = 4\pi$$

Prof. Washington Braga

Seção I

Suponha que radiação térmica vinda através de um ângulo sólido, aqui representado por  $\Omega$ , em torno da direção  $\hat{S}_i$  incida sobre uma superfície, com intensidade monocromática  $I_\lambda(\hat{S}_i)$ . Lembrando nossas definições, podemos escrever que o fluxo de radiação carregado pelo feixe vale:

$$d\Phi = I_\lambda . d\Omega . \cos \theta . d\lambda$$

ou em bases espectrais:

$$d\Phi_\lambda = I_\lambda . d\Omega . \cos \theta$$

Isto é, este feixe de radiação libera taxa de troca de calor por comprimento de onda sobre a superfície igual à:

$$dq_\lambda = I_\lambda d\Omega_i dA_p = I_\lambda d\Omega_i dA \cos \theta_i$$

onde a convenção considerada foi tal que a taxa de calor quando sai da superfície e entra no meio é positiva. Para o feixe incidente, a energia associada será negativa, como pode ser visto já que  $\cos \theta_i < 0$ . Integrando sobre  $2\pi$  para considerar todas as direções incidentes possíveis, obtemos:

$$q_\lambda|_{\text{entrando}} = \int_{\cos \theta_i < 0} I_\lambda \cos \theta_i d\Omega_i$$

A perda de energia da superfície, ao longo de um feixe de radiação na direção  $\hat{S}_o$  vale:

$$q_\lambda|_{\text{saindo}} = \int_{\cos \theta_o > 0} I_\lambda \cos \theta_o d\Omega_o$$

Entretanto, se a superfície puder ser considerada como um corpo negro,  $\epsilon_\lambda = 1$ , não haverá energia refletida e com isto:

- $I_\lambda = I_{b\lambda}$
- $q_\lambda|_{\text{saindo}} = E_{b\lambda}$

Se a superfície não for negra, teremos também a contribuição da energia sendo refletida. O fluxo líquido de calor da superfície, que será positivo por estar entrando no meio, será portanto:

$$q_\lambda|_{\text{líquido}} = q_\lambda|_{\text{entrando}} + q_\lambda|_{\text{saindo}} = \int_{4\pi} I_\lambda \cos \theta . d\Omega$$

onde usou-se uma notação mais compacta. Para calcularmos todo o calor radiativo trocado, precisaremos integrar a equação acima sobre todo o espectro:

$$\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \int_0^\infty \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\lambda = \int_0^\infty \int_{0,4\pi} I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{s}} d\Omega d\lambda$$

## Exercício

Um coletor solar montado em um satélite em órbita da Terra está direcionado para o Sol (sua superfície é normal aos raios solares). Determine o fluxo solar incidente no coletor por unidade de área.

## Solução

A taxa total de calor deixando o sol vale  $\dot{Q}_{\text{Sol}} = A_{\text{Sol}} \mathbf{x} \mathbf{E}_b(T_{\text{Sol}}) = 4\pi R_{\text{Sol}}^2 \mathbf{E}_b(T_{\text{Sol}})$ , onde o raio do Sol é de 696 mil quilômetros. Colocando uma casca imaginária em torno do Sol à distância de 150 milhões de quilômetros, obtemos o fluxo da taxa de calor através desta esfera que passa pelo nosso coletor<sup>11</sup>:

$$q_{\text{Sol}} = \frac{\dot{Q}_{\text{Sol}}}{4\pi \text{dist}_{\text{S-T}}^2} = I_b(T_{\text{Sol}}) \frac{\pi R_{\text{Sol}}^2}{\text{dist}_{\text{S-T}}^2} = I_b(T_{\text{Sol}}) \Omega_{\text{Sol}}$$

onde usamos o conceito da intensidade de radiação,  $\mathbf{E}_b = \pi \mathbf{I}_b$ . Como visto nos cursos de graduação, a temperatura do disco solar é de 5762 K, de forma que:

$$q_{\text{entrando}} = -\frac{\sigma T_{\text{Sol}}^4}{\pi} \Omega_{\text{Sol}} = -1353 \text{ W/m}^2$$

é a quantidade de energia entrando no nosso coletor. Este valor é conhecido como a Constante Solar.

## PRESSÃO DE RADIAÇÃO:

Maxwell, em 1865, concluiu que a radiação refletida em uma superfície exerce uma pressão sobre ela. O argumento é simples: quando consideramos que a radiação se propaga como fótons carregando energia e viajando à velocidade da luz, conseguimos associar, como vimos, momentum ( $h\nu/c$ ) à ela. Assim, quando os fótons se chocam com uma superfície, há troca de momentum, exatamente como acontece quando matéria se choca com superfícies. Chamamos esta interação de momentum como pressão de radiação. Considere um feixe monocromático de intensidade  $I_\lambda(\hat{\mathbf{s}}_i)$  incidindo sobre uma superfície elementar  $dA$  da direção  $\hat{\mathbf{s}}_i$  e sobre um ângulo sólido  $d\omega$ . Como vimos, energia incidindo sobre esta área devido à este

---

<sup>11</sup> O mesmo resultado será obtido se utilizarmos a equação:  $q_\lambda|_{\text{entrando}} = \int_{\cos\theta_i < 0} I_\lambda \cos\theta_i d\Omega_i$  e

notarmos que  $\theta_i$ , o ângulo de incidência é muito pequeno, próximo de zero, pela grande distância da Terra ao Sol.

Prof. Washington Braga

Seção I

feixe é:

$$I_{\lambda}(\hat{s}_i)d\lambda \cdot \cos(\theta_i)dAd\Omega$$

e portanto, temos que o fluxo de energia vale:

$$d\Phi = I \cdot \cos \theta \cdot d\Omega$$

onde valores totais (isto é, integrados sobre todos os comprimentos de onda) foram utilizados, por comodidade. Einstein estabeleceu a equivalência entre energia E e a massa m:  $E = mc_o^2$ .

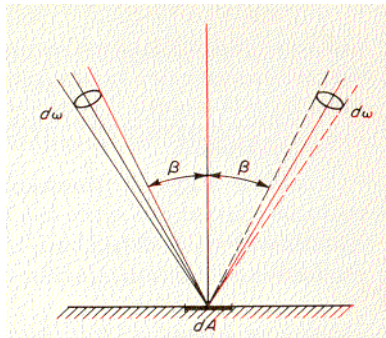
Portanto, podemos escrever que:  $\frac{dm}{dt} = \dot{m} = \frac{dE}{dt \cdot c_o^2} = \frac{d\Phi dA}{c_o^2}$ .

Ou seja:

$$\frac{d\dot{m}}{dA} = \frac{I}{c_o^2} \cdot \cos \theta \cdot d\Omega$$

Assim, a quantidade de movimento por unidade de área chegando à superfície vale:

$$\frac{d\dot{m}}{dA} c_o = \frac{I}{c_o} \cdot \cos \theta \cdot d\Omega$$



Para uma reflexão especular, o fluxo incidente é totalmente refletido com o mesmo ângulo sólido e mesmo ângulo  $\theta$ . A variação de momentum (que dá origem à força) é portanto 2 vezes o componente normal de fluxo de momentum chegando à superfície e já que é a variação do fluxo de momentum por unidade de área, deve ser equivalente à pressão. Portanto:

$$dp_r = 2 \cdot \frac{I}{c_o} \cdot \cos^2 \theta \cdot d\Omega$$

A pressão de radiação que leva em conta toda a radiação aproximando a região dA por todas as direções (isto é, ao longo do hemisfério) será simplesmente:

$$p_r = \int_0 2 \cdot \frac{I}{c_0} \cdot \cos^2 \theta \cdot d\Omega = \frac{2}{c_0} \cdot \int_0 I \cdot \cos^2 \theta \cdot d\Omega$$

Supondo o equilíbrio termodinâmico,  $I$  independe da direção, resultando em:

$$p_r = \frac{4 \cdot \pi \cdot I_e}{3 \cdot c_0}$$

Lembrando a definição da densidade de radiação:

$$p_r = \frac{u_e}{3}$$

Este termo é muito pequeno. No caso da radiação solar exercida na superfície da terra, ele vale somente  $9 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$  (lembre-se que a pressão atmosférica normal é de  $10^5 \text{ N/m}^2$ ) - veja o exercício abaixo. A força exercida por esta radiação tem uma direção normal à superfície enquanto que a reflexão seja especular (refletividade = 1) pois neste caso, o componente do fluxo de momentum paralelo à superfície não sofre variação com o processo de reflexão. Quando a refletividade não for igual à unidade, isto não acontecerá e poderemos ter o que se chama de tensão cizalhante de radiação.

Questão: discuta o funcionamento de um radiômetro (brinquedo formado por 4 pás, colocadas dentro de um ambiente confinado, em forma de lâmpada. Um lado de cada pá é pintado de preto e o outro lado é polido).

Exercício:

Uma espaçonave experimental está sendo projetada para ir a Marte utilizando a pressão solar de radiação. Considere uma vela "negra" e supondo que a força de impulsão deva ser de 100 N, determine a área necessária para a vela.

Solução

Como vimos antes, a pressão de radiação vale:

$$p_r = \int_0 2 \cdot \frac{I}{c_0} \cdot \cos^2 \theta \cdot d\Omega = \frac{2}{c_0} \cdot \int_0 I \cdot \cos^2 \theta \cdot d\Omega$$

ou seja:

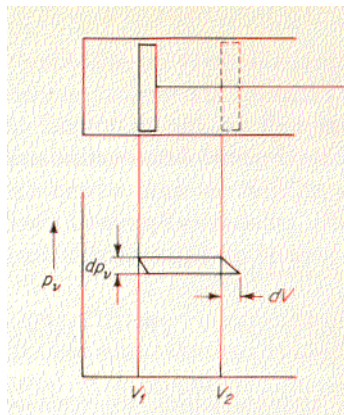
$$p_r = \frac{2}{c_0} \cdot \int_0 I \cdot \cos^2 \theta \cdot d\Omega = \frac{2}{c_0} I \int d\Omega = \frac{2 \cdot I}{c_0} \Omega_{\text{Sol}}$$

pois como a área da vela é muito pequena, podemos aproximar  $\cos^2 \theta \approx 1$ . Assim, temos que:

$$P_r = \frac{2 \cdot \sigma T_{\text{Sol}}^4}{c_0 \cdot \pi} \cdot 6,8 \times 10^{-5} = 9,0 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

e com isto, obtemos que a área da vela deve ser da ordem de  $11 \text{ km}^2$ , o que é um absurdo.

Vamos agora imaginar uma cavidade mantida à uma certa temperatura  $T$ , suposta constante. Na verdade, esta cavidade é um sistema cilindro-pistão, como mostrada na figura adiante. Vamos considerar que as paredes internas da cavidade sejam feitas por refletores perfeitos ( $\rho = 1$ ). As paredes irão radiar calor, de forma que o interior do cilindro está lotado de radiação térmica de densidade  $u_e$ , logicamente, dependente de  $T$ . Esta radiação exerce, como já vimos, uma pressão  $p_r = u_e / 3$  nas paredes do pistão:



Considere o processo  $V_1$  para  $V_2$  que é um processo isotérmico, isto é, um processo no qual  $u_e = \text{constante}$ . Como o volume aumenta, a quantidade total de energia contida no cilindro irá aumentar durante a evolução, o que tem que ser feito às custas do calor  $Q$ , retirado das vizinhanças das paredes. Neste processo, a pressão de radiação permanece constante. O trabalho realizado é:

$$W = p_r \cdot (V_2 - V_1) = \frac{u_e}{3} \cdot (V_2 - V_1)$$

Por sua vez, a variação de energia interna vale:

$$\Delta U = u_e \cdot (V_2 - V_1)$$

e com isto,  $Q = \Delta U + W = \frac{4}{3} \cdot u_e \cdot (V_2 - V_1)$  indica o calor trocado ao longo do

processo em questão. Após ter alcançado  $V_2$ , o cilindro é movido um pouco mais de uma quantidade  $dV$ , agora sem adição de calor - expansão adiabática que resulta no decréscimo da temperatura. Em consequência, a densidade e a pressão de radiação dentro do cilindro irão diminuir. Após uma temperatura inferior,  $T - dT$ , ter sido alcançada, o movimento do cilindro é revertido. O cilindro irá mover-se para a esquerda, de forma a manter a temperatura constante. Ao final, o processo será adiabático novamente, até que o estado original seja novamente alcançado. O trabalho feito sobre o cilindro durante o ciclo:



$$dW = dp_r \cdot (V_2 - V_1) = \frac{du_e}{3} \cdot (V_2 - V_1)$$

O processo será considerado irreversível se não for conduzido lentamente de forma que a adição de calor e sua retirada possa ocorrer sem queda de temperatura. O ciclo operará então entre T e T - dT. A eficiência máxima será alcançada pela máquina de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T - dT}{T} = \frac{dT}{T} = \frac{\delta W}{Q} = \frac{du_e \cdot (V_2 - V_1)}{3 \cdot 4 \cdot \frac{u_e}{3} \cdot (V_2 - V_1)}$$

de forma que:  $\frac{dT}{T} = \frac{du_e}{4 \cdot u_e}$  e com isto,  $\frac{du_e}{u_e} = 4 \cdot \frac{dT}{T}$ . Integrando obtemos que:

$$u_e = C \cdot T^4$$

Questão: Quem é C?

### RADIAÇÃO DE CORPO NEGRO

Vamos considerar um tipo de superfície com uma característica especial de conseguir absorver toda a radiação incidente nele. No equilíbrio térmico, toda a radiação absorvida será emitida<sup>12</sup> e poderá ser expressa por  $u_e$ . Entretanto, em diversas situações estamos interessados em saber quanto de radiação é emitida, absorvida, refletida ou transmitida por comprimentos de onda. Isto é, nem sempre informações totais com a mostrada acima é suficiente. A dedução desta equação foi feita por Planck, na sua famosa teoria quântica. Ele descobriu que a matéria absorve energia térmica mas emite energia luminosa de maneira descontínua, o quantum (quanta no plural). Observe que este conceito, em princípio "estranho", que há coisas descontínuas, é na verdade, muito comum: você consegue comprar coisas que custem no mínimo um centavo mas nada pode ser comprado que custe uma fração de centavo.

Ele obteve uma expressão<sup>13</sup> para o poder emissivo monocromático que se escreve:

$$E_{bv}(T, \nu) = \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \nu^3 \cdot n^2}{c_0^2 (e^{h \cdot \nu / k \cdot T} - 1)}$$

onde n é o índice de refração do meio no qual a radiação se propaga, e h - a constante de Planck - e k - é a constante de Boltzmann - são constantes universais. A constante de Stefan-Boltzmann,

<sup>12</sup> Com estas considerações, podemos concluir que a radiação térmica em uma cavidade negra é isotrópica, pois se colocarmos o corpo negro em qualquer posição, a energia emitida na direção do corpo negro será emitida pelo corpo negro na mesma direção e na mesma intensidade, pois caso contrário, teríamos a violação da 2a. Lei da Termodinâmica. Isto deve acontecer também em cada comprimento de onda, pela mesma razão.

<sup>13</sup> Planck conseguiu interpolar esta função aos dados experimentais existentes à época e também aos modelos de Radiação propostos por Wien (válido para baixos comprimentos de onda) e por Rayleigh (válido para elevados comprimentos de onda).

Prof. Washington Braga

## Seção I

que também aparece na tabela abaixo será deduzida em seguida. O fator 2 que aparece na equação acima diz respeito ao fato que esta radiação difusa e de corpo negro, é não polarizada e a intensidade de radiação não polarizada é duas vezes a intensidade de radiação plano-polarizada.

Constante de Planck, $h$	$6,6256 \times 10^{-34} \text{ J.s}$
Constante de Boltzmann	$1,3806 \times 10^{-23} \text{ J / K}$
Const. de Stefan-Boltzmann, $\sigma$	$5,670 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2 \cdot \text{K}^4$
$C_1 = 2\pi h c_o^2$	$3,7419 \times 10^{-16} \text{ W.m}^2$
$C_2 = h c_o / k$	$1,4388 \times 10^4 \mu\text{m. K}$

Como já comentado, prefere-se trabalhar com o comprimento de onda, de forma que:

$$v = \frac{c_o}{n\lambda} \quad dv = -\frac{c_o}{n\lambda^2} \left[ 1 + \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda} \right] d\lambda$$

e

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{bv}(T, v) dv = \int_0^\infty E_{b\lambda}(T, \lambda) d\lambda$$

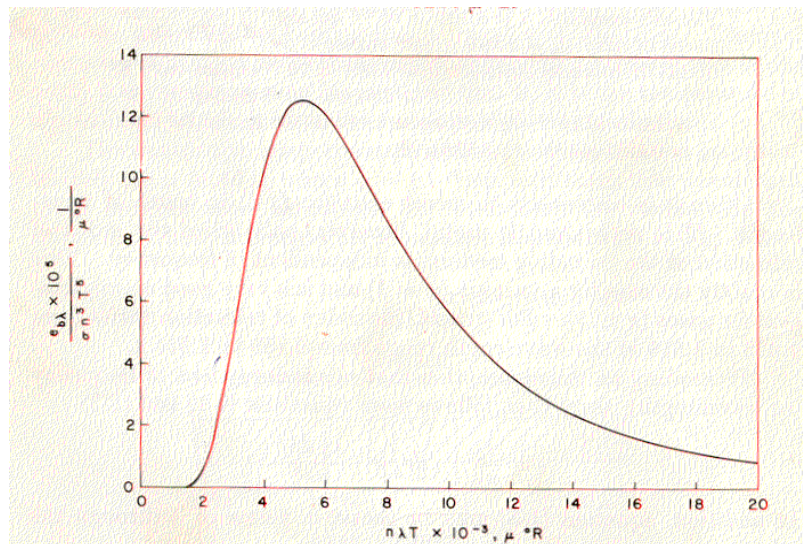
ou  $E_{bv} dv = -E_{b\lambda} d\lambda$ . A equação acima, supondo que  $n$  independa do comprimento de onda, pode ser escrita da forma:

$$\frac{E_{b\lambda}}{n^3 \cdot T^5} = \frac{2\pi h c_o^2}{n^2 \cdot \lambda^5 (e^{hc_o / n \cdot \lambda \cdot k \cdot T} - 1)}$$

que é da forma:

$$\frac{E_{b\lambda}}{n^3 \cdot T^5} = \frac{C_1}{(n \cdot \lambda \cdot T)^5 (e^{C_2 / n \cdot \lambda \cdot T} - 1)} = f(n \cdot \lambda \cdot T)$$

Esta relação tem o seguinte aspecto:



A inspeção do tipo de curva mostra que o ponto de máximo dela ocorre para:

$$(n.\lambda.T) = 2898 \mu\text{m.K}$$

que é a conhecida equação do deslocamento de Wien (na verdade, Wilhelm Wien deduziu esta expressão em 1891, antes de Planck - teoria de 1901 -, portanto).

Exercício: Calcule o comprimento de onda de máxima emissão do sol ( $T = 5762 \text{ K}$ ) e da Terra ( $T=290\text{K}$ ).

Solução:

Utilizando a equação de Wien, considerando  $n = 1$ , temos que:

$$\lambda_{\text{max,Sol}} \approx 0,5\mu\text{m} - \text{característico da faixa do visível}$$

e

$$\lambda_{\text{max,Terra}} \approx 10\mu\text{m} - \text{característico da faixa do infra-vermelho}$$

Observando a curva acima, podemos concluir que um quantum de radiação de alta frequência (baixo comprimento de onda) tem muito mais energia que um quantum de radiação de baixa frequência (alto comprimento de onda). Consequentemente, quando um corpo negro irradia, ele o faz em todas as frequências mas a quantidade de emissão não é igual em todas. Frequências baixas são facilmente irradiadas pois precisam de uma pequena quantidade de energia para formar um quantum de radiação. A emissão de radiação de alta frequência exige muito mais energia e é menos provável que tal energia seja acumulada. Com observações semelhantes, Planck eliminou a famosa (à época) questão da catástrofe ultra-violeta, que defendia que toda a radiação emitida pelos corpos deveria ser na faixa invisível do ultra-violeta, fato este defendido pelas teorias da época mas não observado na prática.

Situações assintóticas:

Para valores de  $hc_0/(n\lambda kT)$  pequenos, o que se consegue em grandes comprimentos de onda - grandes valores para o produto  $n\lambda T$  (ou pequenas frequências), podemos aproximar a exponencial pelos dois primeiros termos de uma expansão de Taylor, resultando:

$$E_{b\lambda} = \frac{2\pi c_0 k T}{n \lambda^4} = \frac{2\pi k n^3 T v^4}{c_0^3}$$

que é a conhecida aproximação de Rayleigh. Esta expressão tem pouco valor em engenharia pois o conteúdo de energia já é pequeno.

Para grandes valores de  $hc_0/(n\lambda kT)$ , obtemos a aproximação de Wien:

$$E_{b\lambda} \approx \frac{2\pi h c_0^2}{n^2 \lambda^5} e^{-hc_0/n\lambda kT} = \frac{C_1}{n^2 \lambda^5} e^{-C_2/n\lambda T}$$

que é aproximadamente 8% menor que a lei quântica de Planck, podendo ser utilizada em análises teóricas para facilitar estudos.

Naturalmente, devemos ter uma relação entre  $u_e$  e  $E_{b\lambda}$ . Vamos começar calculando a potência emissiva total,  $E_b$ :

$$E_b = \int_0^{\infty} E_{b\lambda} \cdot d\lambda$$

que no caso se escreve como:

$$E_b = \int_0^{\infty} E_{b\lambda}(\lambda, n, T) \cdot d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{(n \cdot \lambda \cdot T)^5 \cdot (e^{C_2/n \cdot \lambda \cdot T} - 1)} \cdot \frac{d(n \cdot \lambda \cdot T)}{n \cdot T}$$

supondo que **n independa da frequência**. Integrando e substituindo os valores das constantes, chegamos à:

$$E_b = n^2 \cdot \left( \frac{2 \cdot \pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot c_0^2 \cdot h^3} \right) \cdot T^4$$

que pode ser escrita como:

$$E_b = n^2 \cdot \sigma \cdot T^4$$

onde  $\sigma = \frac{2 \cdot \pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot c_0^2 \cdot h^3} = 5,670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$  é a constante C da equação que definiu

$u_e$ .

Lembrando a definição anterior da intensidade de radiação de corpo negro, podemos escrever que se a potência monocromática se escreve como:

$$\frac{E_{b\lambda}}{n^3 \cdot T^5} = \frac{C_1}{(n \cdot \lambda \cdot T)^5 (e^{C_2/n \cdot \lambda \cdot T} - 1)} = f(n \cdot \lambda \cdot T)$$

temos que a intensidade de radiação, definida, anteriormente, como sendo  $I_{b,\lambda} = E_{b\lambda} / \pi$ , resulta em:

$$I_{b\lambda} = \frac{2C_1}{(n^2 \cdot \lambda^5)(e^{C_2/n \cdot \lambda \cdot T} - 1)}$$

## RADIAÇÃO DE SUPERFÍCIES

Já comentamos que o processo radiativo é de longa distância, ao contrário da Condução de Calor e da Convecção. Assim, ao estudarmos uma troca radiativa, precisamos considerar fontes radiativas distantes, que sejam capazes de enviar fótons ao ponto em questão. Isto pode ser muito complicado e a saída é trabalharmos com as cavidades fechadas física ou virtualmente e apenas considerar a radiação que ali interage. Um superfície, por si só, não absorve nem emite radiação mas o sólido por trás da superfície sim. Claro que na prática, a espessura de material necessária à absorção é muito pequena, tipicamente da ordem de uns poucos  $\text{\AA}$  para metais e alguns microns para não metais. Assim, temos a impressão de lidarmos com superfícies e não com os corpos sólidos. A radiação incidente em uma superfície pode ser decomposta em três partes:

- parte refletida - definida através da refletividade  $\rho$ ;
- parte transmitida - definida através da transmissividade,  $\tau$ ;
- parte absorvida - definida através da absortividade,  $\alpha$ ;

Naturalmente, temos que:

$$\alpha + \tau + \rho = 1$$

Um meio opaco é aquele para o qual  $\tau \approx 0$ , de forma que:

$$\alpha + \rho = 1$$

Todas as superfícies também emitem radiação (na verdade, energia radiativa é emitida dentro do meio, e uma parcela escapa a partir da superfície). Como definimos o corpo negro como sendo o máximo emissor, podemos definir uma outra propriedade, a emissividade:

$$\varepsilon = \frac{\text{energia emitida de uma superfície}}{\text{energia emitida de uma superfície negra}}$$

que deverá variar entre 0 e 1. Todas as quatro propriedades são funções da temperatura e do comprimento de onda. A absortividade pode ser diferente para diferentes direções da irradiação, enquanto que a emissividade pode variar com a direção de saída dos feixes radiantes. Finalmente, a refletividade e a transmissividade podem variar tanto com a direção incidente quanto com a direção emergente. Distinguimos propriedades monocromáticas e as totais (média

Prof. Washington Braga

Seção I

com os comprimentos de onda) e propriedades direcionais e hemisféricas (média nas direções).

Nos próximos capítulos, iremos ver com detalhes as características superficiais dos materiais. Nesta seção veremos apenas algumas considerações básicas. Como já foi visto, o poder emissivo monocromático de um corpo qualquer se escreve como  $E_\lambda$ . Para um corpo negro, definimos o valor do poder emissivo monocromático de um corpo negro,  $E_{b\lambda}$ . A razão entre os dois termos recebe o nome de emissividade total (ou hemisférica) monocromática:

$$E_\lambda = \epsilon_\lambda \cdot E_{b\lambda}$$

Naturalmente, as superfícies absorvem uma parte da radiação incidente. Se chamarmos de  $G_\lambda$  o fluxo da radiação monocromática incidente por unidade de área [ $W / m^2$ ], temos que a parcela absorvida vale:

$$\alpha_\lambda G_\lambda$$

onde  $\alpha_\lambda$  é a absortividade total (ou hemisférica) monocromática que é uma parcela da energia incidente.

Uma relação importante é a lei de Kirchhoff que indica que, para um sistema em equilíbrio termodinâmico:

$$\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda$$

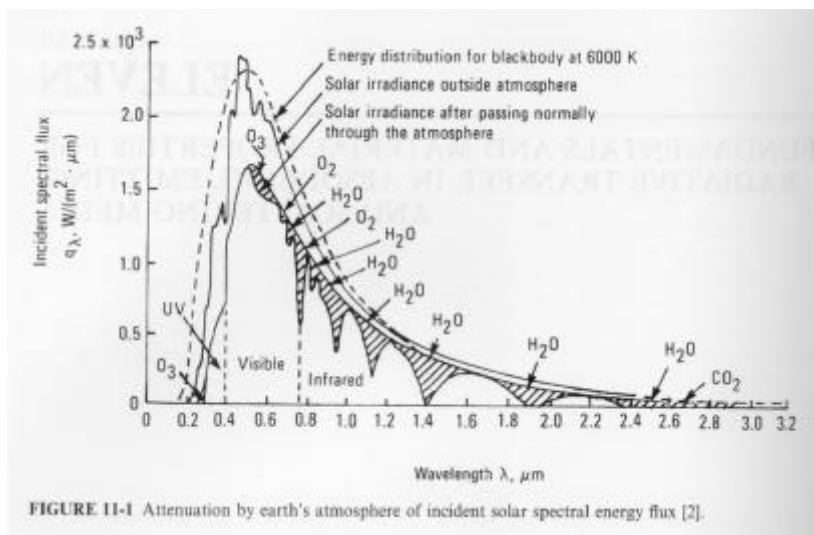
Veremos adiante que esta relação, apesar de ser deduzida para situações de equilíbrio do sistema com o ambiente, na prática ela é aplicável a situações de não equilíbrio. Isto é consequência de  $\alpha_\lambda$  e de  $\epsilon_\lambda$  serem propriedades superficiais, isto é, só dependem do tipo de superfície e da sua temperatura, isto é, independem da existência ou não das condições de equilíbrio. Na verdade, a hipótese de Kirchhoff só é aplicável para cada direção e para cada componente de luz polarizada.

Em todo o caso, para um corpo negro  $\epsilon_\lambda = 1$  e, em consequência,  $\alpha_\lambda = 1$ , isto é, um corpo negro é um absorvedor perfeito de energia radiante, como comentado anteriormente.

## INTRODUÇÃO À RADIAÇÃO DE MEIOS PARTICIPANTES

Como os meios sólidos (ou as suas camadas mais próximas às superfícies), outros meios, ditos participantes, absorvem e emitem energia radiativa. Além disto, são capazes também de espalhar e também de transmitir-la. Naturalmente, gases são candidatos naturais para o presente estudo mas outras substâncias, tais como vidro (de janela), plásticos e outros absorvem e emitem radiação ao longos dos seus volumes. Há diversas razões para estudarmos meios transparentes. Entre tantas outras aplicações, temos os processos que ocorrem nas câmaras de combustão, nos fornos e caldeiras, na propulsão de foguetes e aviões, processos de ablação de sistemas de proteção térmica, etc. Naturalmente, não podemos esquecer a influência da Radiação nos processos atmosféricos, quer no tocante à absorção de energia radiativa pela atmosfera quer pelo espalhamento da mesma. O espectro solar recebido na Terra é mostrado na figura abaixo:



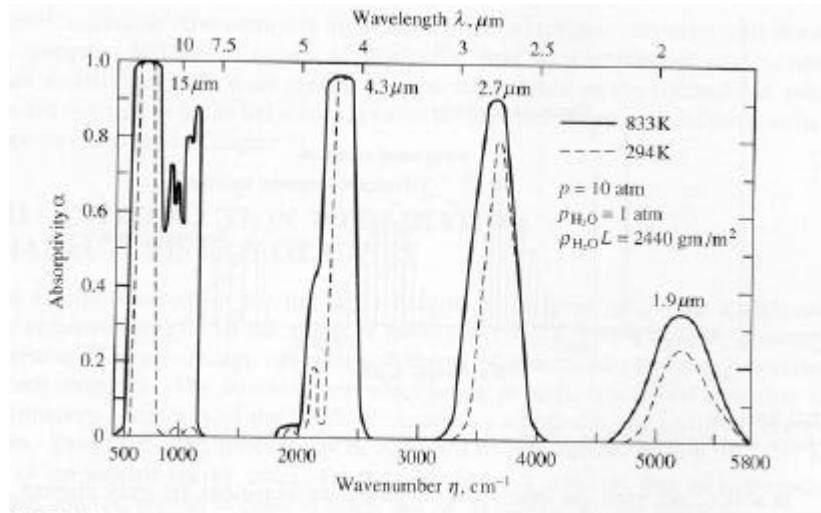


A curva pontilhada representa o espectro de um corpo negro a 6000 K. A curva cheia imediatamente inferior representa o espectro de radiação recebida fora da atmosfera da Terra. A linha cheia, com inúmeras depressões, mostra o espectro recebido na superfície da Terra, isto é, após a radiação ter atravessado a atmosfera onde sofreu diversos processos de absorção pelos diferentes constituintes da mesma. Como pode ser visto, principalmente vapor d'água e CO<sub>2</sub>. Como pode ser visto, a absorção ocorre em faixas de comprimentos de onda bem específicas mas espalhadas pelo espectro, denotando a forte dependência que as características da radiação de gás são fortemente dependentes do comprimento de onda. Sabemos hoje que o espectro observado durante a emissão ou a absorção de radiação por um gás é característica única daquele gás, e daí, pode ser usado para a determinação da temperatura e da concentração do mesmo.

Radiação Térmica é também fortemente importante na fabricação de vidro. Há experimentos que indicam que a grande uniformização do perfil de temperaturas medido dentro de um tanque profundo de vidro fundido é devida aos efeitos de Radiação, diferentemente do que poderia ser esperado a partir do mecanismo de Condução ou mesmo de Convecção de Calor. Duas grandes dificuldades existem no estudo dos gases participantes: os processos de absorção, emissão e espalhamento podem ocorrer em todos os pontos dentro do meio. Assim, a solução do problema da troca de energia requer o conhecimento da Intensidade de Radiação, da Temperatura e das propriedades físicas através de todo o meio. A segunda dificuldade é que os efeitos espectrais são mais pronunciados nos gases e outros sólidos transparentes que para as superfícies sólidas, necessitando assim de uma complexa análise espectral. Isto exige uma série de hipóteses simplificadoras.

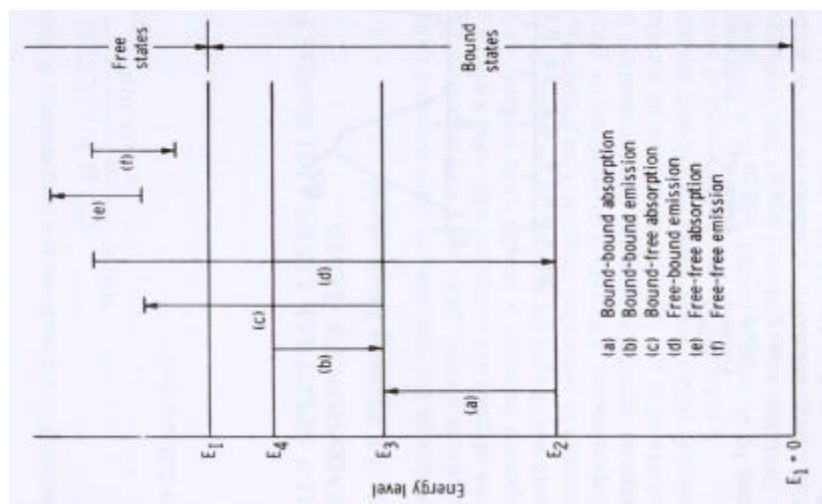
### FÍSICA DO PROCESSO

Nossa discussão será limitada aos gases. A primeira informação importante é que a emissão ou a absorção de radiação por gases não ocorre continuamente sobre todo o espectro, ocorrendo apenas sobre um número grande de faixas relativamente estreitas de grande intensidade. Isto acontece especialmente se a temperatura do gás for inferior a alguns milhares de K. Veja a próxima figura:



Vejamos algumas das razões deste comportamento.

Um gás radiante é composto por moléculas, átomos, íons e elétrons livres que podem estar em vários níveis de energia, consistindo fundamentalmente de energia cinética (translacional) e interna, em níveis específicos de energia. Veja o diagrama:



A energia molecular interna consiste em contribuições de várias naturezas, principalmente nos níveis eletrônicos, vibracionais e rotacionais de energia. O nível zero de energia é referenciado ao estado aterrado (ground), o menor estado de energia. Estados mais elevados são associados aos níveis positivos. A energia  $E_I$  corresponde ao potencial de ionização, que é a energia necessária para se produzir ionização a partir do nível aterrado (ground). Para níveis de energia superiores a  $E_I$ , ionização ocorrerá e elétrons livres serão produzidos.

É conveniente e comum discutir o processo radiativo utilizando-se um fóton, entendido aqui como a unidade básica da energia radiativa. Assim, um fóton passando poderá ser absorvido pela molécula, aumentando o nível de um dos seus estados internos de energia. Assim, absorção é o processo de captura de fótons. Por outro lado, uma molécula poderá espontaneamente liberar (emitir) um fóton e com isto reduzir o nível de um dos seus estados internos. Emissão é o processo de liberação de fótons. A Mecânica Quântica postula que apenas um número finito de níveis discretos de energia são possíveis, ou seja:

- os elétrons podem circular em torno dos núcleos somente em um determinado número de

Prof. Washington Braga

Seção I

órbitas permitidas,

- as vibrações entre os núcleos somente poderão ocorrer com um número de amplitudes distintas e
- os núcleos poderão girar em torno uns dos outros somente com um número permitido de velocidades rotacionais.

Portanto, a alteração da energia interna de uma molécula de um gás somente pode destruir ou gerar fótons com níveis de energia  $h\nu$  muito distintos e, em consequência, somente em frequências (ou comprimentos de onda) muito distintos. A absorção ou emissão de energia radiante está associada às transições entre os níveis de energia dos átomos ou moléculas que constituem o gás. O diagrama anterior mostra três tipos de transições que podem ocorrer:

- confinado-confinado (bound-bound);
- confinado-livre (bound-free);
- livre-livre (free-free).

A magnitude da transição é relacionada com a frequência da radiação emitida ou absorvida. Como vimos, a energia de um fóton é  $h\nu$ . Para uma transição de energia do estado confinado  $E_3$  para o estado confinado  $E_2$ , um fóton de energia  $E_3 - E_2 = h\nu$  deve ser emitido. A frequência da radiação emitida é então dada por  $\nu = (E_3 - E_2)/h$ , isto é, uma frequência bem determinada é associada à transição de um determinado nível de energia com outro. Assim, na ausência de outros efeitos, o espectro de radiação emitida é uma linha espectral naquela frequência bem determinada. De forma similar, em uma transição entre dois estados confinados, quando uma partícula absorve energia, o estado quântico do processo determina que a absorção seja feita de tal forma que a partícula só poderá alcançar um dos estados de energia discreta superiores. Por exemplo, uma partícula no nível confinado poderá absorver fótons com frequências  $(E_3 - E_2)/h, (E_3 - E_1)/h, (E_4 - E_1)/h$ , etc, e sofrer transição para um estado superior. Fótons com frequências na faixa  $0 < \nu < E_1/h$  não podem ser absorvidos.

A menos que a temperatura do gás seja extremamente elevada, o gás estará essencialmente livre de íons (nenhuma ionização) e elétrons livres. Nesta situação, a absorção ou emissão de fótons por uma molécula do gás resulta em uma transição do tipo confinado-confinado (bound-bound, isto é, sem ionizações antes ou depois), na qual a interação é de tal forma que a mudança resultante no nível de energia da molécula estará associada aos níveis eletrônicos, vibracionais e rotacionais de energia. Para gases monoatômicos, apenas as transições eletrônicas podem ser alteradas por fótons enquanto para gases moleculares, todos os 3 estados de energia poderão estar envolvidos. Além disto, as transições confinado-confinado são associadas às linhas espectrais discretas, com a energia  $h\nu$  do fóton estando distribuída ao longo de uma faixa estreita de largura  $\Delta\nu$ , como mostrado na próxima figura.

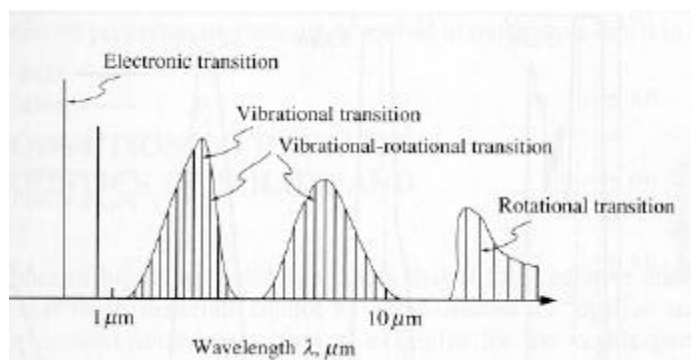
Em geral, a transição entre os níveis eletrônicos dá origem a linhas espectrais nos comprimentos de onda curtos (isto é, ultravioletas) e visíveis, envolvendo assim elevadas frequências e energias ( $0,4 - 0,7\mu\text{m}$ ) e em porções do espectro ultravioleta e infravermelho próximas ao visível. As transições entre os níveis vibracionais requerem

Prof. Washington Braga

## Seção I

quantidades menores de energia e dão origem a linhas na região infravermelha (near to intermediate infrared). Finalmente, a transição entre os níveis rotacionais requerem ainda menos energia, dando origem a linhas espectrais na região infravermelha distante (far infrared -  $8 - 1000\mu\text{m}$ ). Quando a frequência da energia tem o valor adequado, que depende do tipo de molécula, etc, as alterações entre os níveis vibracionais e rotacionais se associam, e as transições podem ocorrer simultaneamente, resultando em perturbações rotacionais na frequência básica vibracional (faixa de  $1,5 - 20\mu\text{m}$ ). Uma vez que as energias vibracionais sejam maiores que as energias rotacionais, o espectro resultante consiste em linhas espectrais juntas, dentro de uma pequena faixa de comprimento de onda; isto é chamado de banda de rotação-vibração. Nas temperaturas de interesse industrial, Radiação é importante principalmente das transições vibracionais e rotacionais; transições eletrônicas são importantes em temperaturas da ordem de milhares de K.

Assim, uma descrição adequada das características de absorção de gases como função do comprimento de onda é muito complicada. Embora as bandas sejam compostas inteiramente de linhas de emissão-absorção, a estrutura discreta é comumente ignorada tomando-se médias sobre intervalos de frequência de forma a conter muitas linhas. Veja a figura adiante que mostra o tipo de bandas que aparece.



Quando um átomo absorve um fóton com suficiente energia para causar ionização, processo “c” da figura da página 21, o elétron e o íon resultantes são livres para assumir níveis arbitrários de energia cinética e portanto, este tipo de transição chamado de confinado-livre (bound-free), o coeficiente de absorção é uma função contínua da frequência do fóton, e assim, todas as transições envolvendo elétrons livres não estão limitadas a valores discretos de comprimentos de onda, podendo produzir espectros contínuos. O processo inverso, da emissão, é também contínuo e resulta quando um elétron livre e um íon se combinam para produzir um fóton, resultando numa transição livre-confinado (free-bound) e a energia do átomo resultante decresce para aquela de um estado confinado discreto. Uma vez que há necessidade de ionização do gás, as transições confinado-livre e livre-confinado são geralmente importantes em altas temperaturas. Emissões livre-confinado produzem um espectro contínuo, pois as partículas combinadas podem ter quaisquer valores de energia cinética inicial.

Um segundo tipo de transição envolvendo gases ionizados ocorre quando um fóton é absorvido ou emitido por um elétron livre, processos “e” – indo para um estado superior de energia - e “f” da página 2 – indo para um estado inferior de energia, respectivamente. Já que o elétron pode ter qualquer valor de energia cinética antes e depois da transição, este é o processo de transição livre-livre (free-free). Como no caso anterior, os processos de absorção e emissão de radiação são funções contínuas da frequência, pois os estados inicial e final podem ter quaisquer valores. Pelo comum, a absorção e a emissão de radiação por estas transições são

Prof. Washington Braga

Seção I

menos importantes que as correspondentes das transições confinado-livre.

Na realidade, nem mesmo as linhas da transição confinado-confinado são realmente discretas, como vimos na figura anterior. O que acontece é um alargamento suave, resultando em uma largura natural para a faixa que é o resultado do Princípio da Incerteza de Heisenberg, enquanto que o aumento da espessura da linha pode ser resultado de vários fenômenos, por exemplo: alargamento Doppler (resulta do movimento térmico das moléculas do gás radiante) e por colisão (efeito perturbador das moléculas de gás vizinhas - também conhecido como alargamento por pressão).

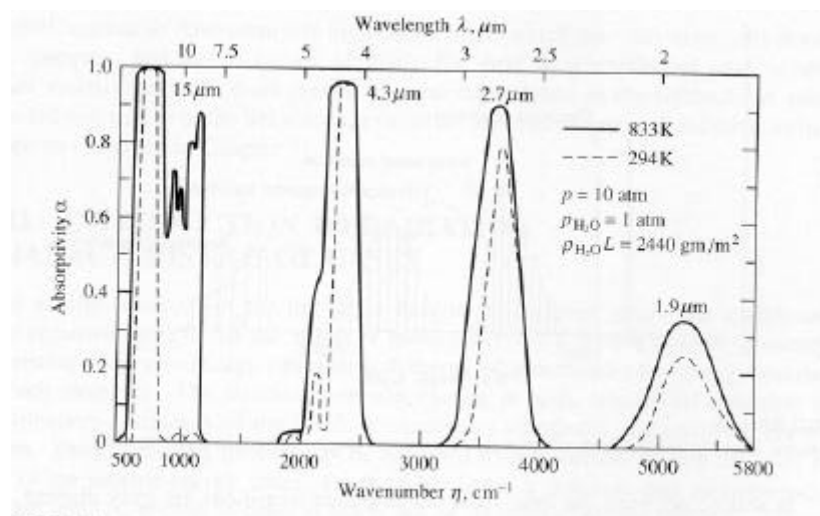
A medida que a energia radiativa penetra na camada do gás, ela vai sendo gradualmente atenuada pela absorção. A experiência indica e o desenvolvimento teórico confirma que esta absorvidade resulta em um decaimento exponencial da radiação incidente, de forma que a transmissividade de uma camada isotérmica homogênea é dada por:

$$\tau_{\lambda} = e^{-\chi_a s}$$

onde  $s$  é a espessura da camada de gás e a constante de proporcionalidade  $\chi_a$  é o conhecido coeficiente monocromático de absorção. Em uma camada de gás, a radiação incidente é transmitida ou absorvida (já que não há reflexão), de forma que podemos definir a absorvidade espectral da camada:

$$\alpha_{\lambda} = 1 - \tau_{\lambda} = 1 - e^{-\chi_a s}$$

Expressões para os coeficientes de absorção podem ser deduzidos através da aplicação da Mecânica Quântica. Entretanto, a complexidade dos cálculos, à exceção para os gases monoatômicos e diatômicos, torna esta abordagem muito pouco prática. Como resultado disto, muito da informação que desejamos é obtida pela experimentação e/ou análise. A figura próxima mostra um espectro típico de absorção para uma mistura  $N_2$ - $CO_2$ . A formação das bandas de vibração-rotação no infravermelho é devida à transição confinado-confinado, separadas por janelas espectrais, claramente visíveis na figura. As bandas 4,3 e 15 microns incluem bandas menores adicionais, como pode ser visto.



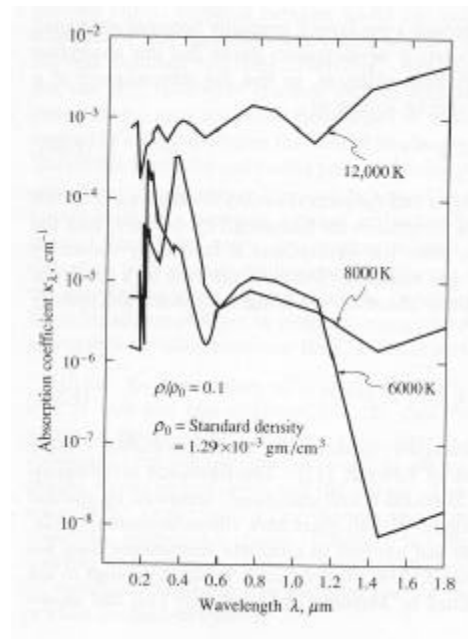
Nem todos os gases tem bandas vibração-rotação. Para gases monoatômicos e diatômicos com moléculas simétricas, quando não há momento do dipolo elétrico, a contribuição das transições de vibração-rotação é nenhuma. Em particular, ar seco (isto é, nitrogênio e oxigênio)



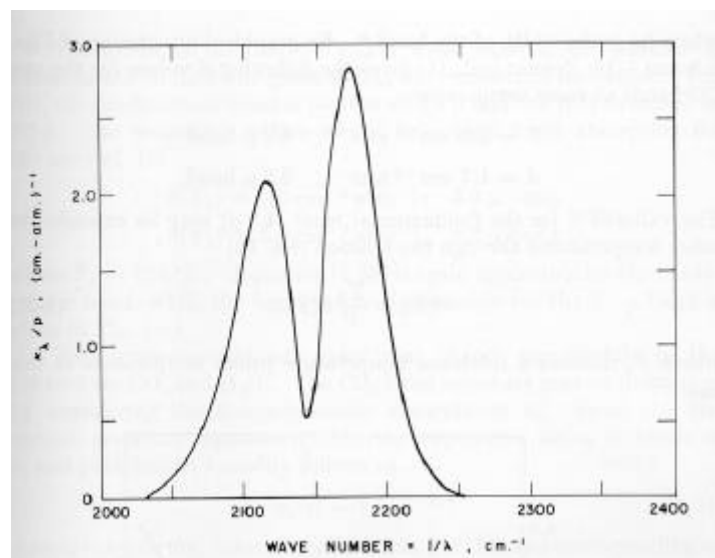
Prof. Washington Braga

## Seção I

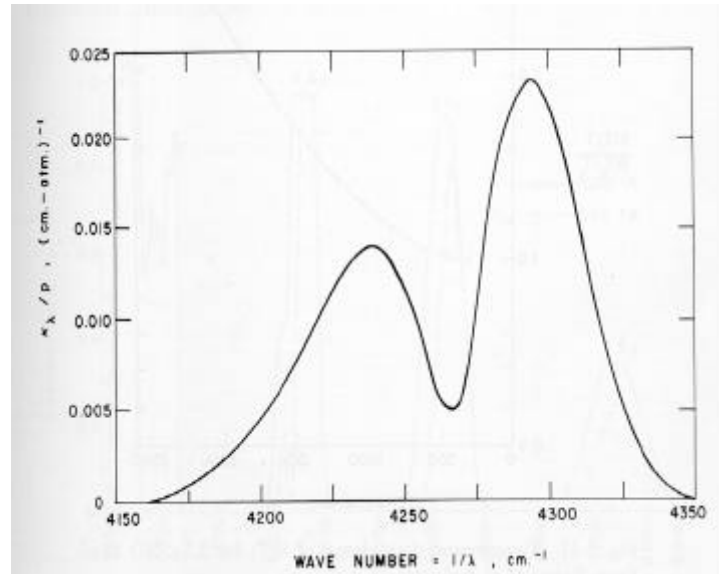
em temperaturas moderadas não absorve nem emite radiação no infravermelho, típico das transições de vibração-rotação. Esta observação é comparada com os dados obtidos a altas temperaturas, mostrados na próxima figura. Vê-se claramente que o coeficiente de absorção varia continuamente ao longo do espectro, indicando tratar-se de gás ionizado (nas altas temperaturas, claro) e apresentando transições confinado-livre e livre-livre (mais contínuas). Isto sustenta o argumento acadêmico que tais gases são transparentes à radiação em baixos e moderados níveis de temperatura. Por outro lado, em altas temperaturas, a absorção por rotação-vibração existe pois há a dissociação das moléculas simétricas  $O_2$  e  $N_2$  com parcial recombinação para formar a molécula  $NO$  que é assimétrica, naturalmente. A distribuição contínua mostrada nas figuras é obtida fazendo-se a média sobre intervalos de frequência contendo muitas linhas, como já foi mencionado.



Considere agora o gás diatômico  $CO$ , que tem uma molécula assimétrica. No infravermelho, há duas bandas principais de vibração-rotação (estas se superpõem). Uma é forte (considerada como banda fundamental) a 4,7 microns ( $2130 \text{ cm}^{-1}$ ) e a outra é fraca, ocorrendo a 2,3 microns ( $4350 \text{ cm}^{-1}$ ) (primeiro meio-tom, pois a frequência é o dobro da primeira).



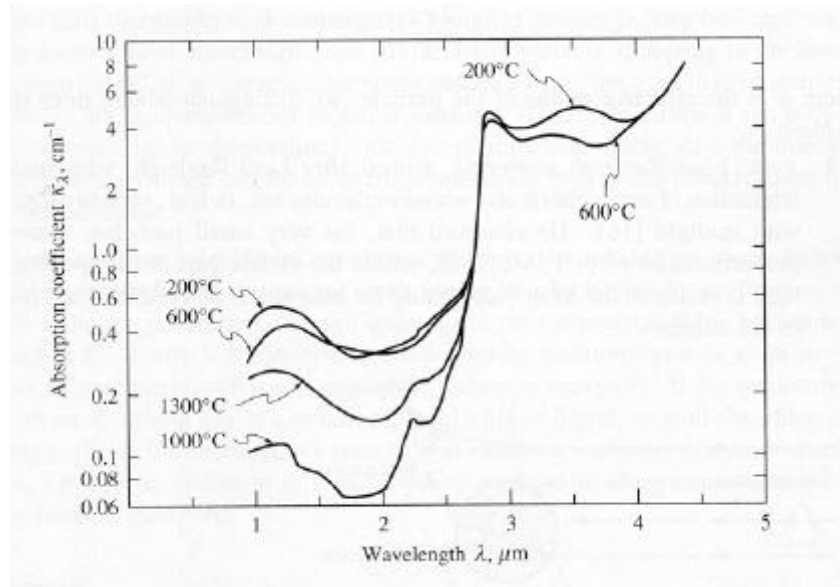




Pode ser observado que a ordenada deste gráfico é a razão entre o coeficiente de absorção (aqui representado por  $k_\lambda$ ) e a pressão do gás,  $P$ . Para transições confinado-confinado, esta grandeza independe da pressão (desde que a temperatura do gás não seja muito elevada para causar dissociação ou ionização). Isto acontece pois a uma dada temperatura, a absorção varia diretamente com a densidade do gás, de tal forma que a razão  $k_\lambda / \rho = \chi_a$  independe da densidade. Esta razão é chamada normalmente de coeficiente de absorção de massa, que usamos anteriormente. Aplicando a equação de gás perfeito, podemos concluir que  $k_\lambda / p$  e seu equivalente  $\chi_a / p$  independem da pressão.

## INTRODUÇÃO ÀS CARACTERÍSTICAS DE RADIAÇÃO DE SÓLIDOS E LÍQUIDOS

Há um número de substâncias líquidas e sólidas que absorvem radiação gradualmente, de forma que não podemos aproximá-las como superfícies opacas. Elas são conhecidas como superfícies semitransparentes. Exemplos típicos na parte visível do espectro são a água, vidro, quartzo, etc. A absorção e a emissão de fótons em líquidos são devidos a interações com os elétrons livres, e dentro dos sólidos, aos elétrons livres e também às excitações da estrutura (fonos - phonons). Consequentemente, materiais semitransparentes são sempre maus condutores elétricos, pois tem poucos elétrons livres. O comportamento de absorção destes materiais é qualitativamente similar ao dos gases dissociados (transições livre-livre para os elétrons), com a possibilidade de fortes bandas de absorção devido às interações fóton-fonos. Um exemplo do coeficiente de absorção para um vidro de janela é mostrado abaixo:

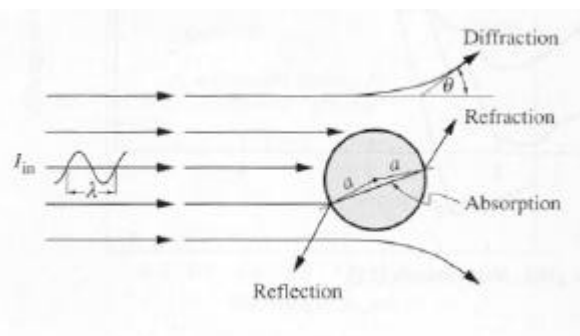


A figura anterior indica claramente algumas características que sustentam o efeito estufa: vidro é virtualmente transparente à radiação de baixos comprimentos de onda, característico da radiação solar, e quase opaco na faixa do infravermelho.

## INTRODUÇÃO ÀS CARACTERÍSTICAS DE RADIAÇÃO DE PARTÍCULAS

A interação entre fótons, ou ondas eletromagnéticas, e pequenas partículas é um tanto diferente do que acontece com gases, líquidos e sólidos homogêneos. De forma análoga ao que acontece com um meio homogêneo, radiação viajando através de uma nuvem de partículas poderá ser transmitida, refletida ou absorvida. Além disto, a interação com a partícula pode mudar a direção com que um fóton viaja, como mostrado na figura. Espalhamento é definido por qualquer mudança na direção de propagação dos fótons. O processo ocorre devido a irregularidades dentro do meio, provocadas por partículas sólidas suspensas ou gotas de líquidos dentro do gás. Além disto, o espalhamento pode também ser provocado pelas moléculas de gás. Quando a energia é espalhada sem alteração na frequência, o espalhamento é dito ser coerente. Isto pode ocorrer segundo três possibilidades:

- A trajetória do fóton se altera, sem colisão com partículas, por difração (processo pelo qual ondas sempre se espalham em regiões que não estão diretamente expostas às ondas incidentes);
- A trajetória pode ser alterada por reflexão na partícula;
- O fóton pode penetrar na partícula (interagir internamente) e desviar sua direção pela refração.



Prof. Washington Braga

Seção I

Todas as três possibilidades são conhecidas genericamente como espalhamento de radiação. Absorção acontece quando a onda eletromagnética penetra na partícula. Portanto, na presença do espalhamento, a equação que descreve a transmissividade da camada de material deve ser alterada para:

$$\tau_{\lambda} = e^{-(\chi_a + \sigma)s} = e^{-\beta s}$$

onde  $\sigma$  é o coeficiente de espalhamento e  $\beta$  é o coeficiente de extinção.

A natureza da interação entre as ondas eletromagnéticas e as partículas é determinada pelo tamanho relativo das partículas com o comprimento de onda da radiação, entendido como sendo o tamanho da onda. Define-se um parâmetro de tamanho como:

$$\chi = \frac{2\pi a}{\lambda}$$

onde  $a$  é o diâmetro efetivo da partícula. Suponha por um momento que a partícula seja uma bola que vai na direção de um outro objeto. Se o outro objeto for um mosquito, a partícula não será afetada por ele, mas o mosquito é "atropelado". É o caso em que o comprimento de onda da partícula é muito menor que o perímetro da esfera. No outro limite, a bola é jogada contra uma parede e ela é simplesmente repelida, sem danos à parede. Temos três regimes:

1.  $\chi \ll 1$  - quando o comprimento de onda da luz for muito maior que o "tamanho" do objeto: Se o espalhamento de radiação dentro do gás for estritamente de origem interna, chamada de molecular (ou seja, sem partículas estranhas presentes), isto é chamado de espalhamento de Rayleigh que estudou - entre tantas outras coisas - a interação do ar atmosférico com a luz solar. Ele observou que para partículas muito pequenas, o espalhamento é proporcional a  $\nu^4$  ou  $1/\lambda^4$ . Assim, na parte visível do espectro, a cor azul é aquela mais espalhada (10 vezes mais) e a cor vermelha é a menos. No tocante à atmosfera, as partículas existentes normalmente são as moléculas de nitrogênio e oxigênio (além de outras, claro), que compõem o ar. Como estas partículas são muito pequenas, são os menores comprimentos de onda - típicos do azul - violeta - os mais desviados. Como a luz solar pela manhã atinge todo o céu, há bastante espalhamento, resultando assim no nosso céu azul, em todas as direções. Na presença de poeiras maiores, provenientes de queimadas, de vulcões ou mesmo poeira, outros comprimentos de onda são também desviados antes de cair na Terra. Isto explica o porto do sol avermelhado pois no entardecer, a trajetória da radiação solar é maior ao longo da atmosfera, desviando o azul e com o vermelho também sendo espalhado.
2.  $\chi = O(1)$ , ou espalhamento de Mie, que desenvolveu uma extensa teoria sobre as interações entre ondas eletromagnéticas e as partículas. Espalhamento pode exercer um importante papel na troca de energia por radiação na presença de partículas estranhas. Exemplos típicos incluem núvens de poeira, fogs, leitos fluidizados, e isolamentos de baixas densidades. Nestes casos, o espalhamento pode incluir efeitos de reflexão, refração e difração.
3.  $\chi \gg 1$  - quando o "tamanho" do objeto for muito maior que todos os comprimentos de onda da luz incidente. Neste caso, a superfície da partícula pode ser tratada como uma superfície normal, cujas propriedades são determinadas pela ótica geométrica.

Prof. Washington Braga

Seção I

Questão: explique a ocorrência da lua azul ("blue moon").

## ASPECTOS GERAIS DA TEORIA DE TRANSPORTE RADIATIVA

Em Condução de Calor: propriedades do material + lei de conservação de energia = determinação do campo de energia dentro do meio em termos da temperatura. Com esta característica, podemos calcular o fluxo de calor, utilizando a lei de Fourier.

Em Radiação Térmica: a determinação do transporte de energia radiativa segue um padrão similar: precisamos das propriedades do material ( $\alpha, \epsilon, \rho$  para superfícies e  $\kappa, \sigma$  para meios semi-transparentes) e da lei de conservação de energia para a determinação do campo de energia.

Duas grandes diferenças:

- i. Propriedades radiativas variam com o comprimento de onda
- ii. a variável básica que aparece na lei de conservação de energia radiativa, comumente conhecida como equação de transporte radiativo, é a intensidade de radiação, que é uma função do espaço (como a temperatura) mas também da direção. Apenas após a determinação do campo de intensidades é que as temperaturas locais, bem como o fluxo radiativo de calor, podem ser determinadas.

Os cálculos de radiação térmica são sempre feitos a partir de um balanço de energia para uma cavidade fechada por paredes opacas (algumas podem até ser artificiais para levar em conta a radiação que penetra na cavidade pelas aberturas). Se a cavidade estiver evacuada ou ocupada por um meio não participante (não absorvedor e não espalhador) como ar a baixas e moderadas temperaturas, falamos de transporte de radiação superficial. Se a cavidade estiver cheia de um gás absorvedor ou um sólido transparente ou líquido, ou com partículas absorvedoras e espalhadoras (ou bolhas), falamos de transporte radiativa em meio participante. Naturalmente, a radiação em um meio participante é sempre acompanhada por radiação superficial.

Prof. Washington Braga

Seção I

## Exercícios Propostos

1. Uma janela (consistindo em uma placa vertical de vidro) está exposta à radiação solar direta ao sol, recebendo  $1000 \text{ W/m}^2$  de radiação. A janela está apontando para o sul, enquanto que o sol está no sudoeste, 30 graus com o horizonte. Estime a quantidade de energia solar que (i) penetra no prédio, (ii) é absorvida pela janela, e (iii) é refletida pela janela. A janela é feita de (a) vidro ordinário e (b) por vidro colorido, cujas propriedades radiativas podem ser aproximadas por:

- $\rho_\lambda = 0,08$ , para todos os comprimentos de onda e ambos os vidros;

Para o vidro ordinário:

- $\tau_\lambda = 0,90$ , na faixa  $0,35\mu\text{m} < \lambda < 2,7\mu\text{m}$
- $\tau_\lambda = 0$ , outros comprimentos de onda

Para o vidro colorido:

- $\tau_\lambda = 0,90$ , na faixa  $0,5\mu\text{m} < \lambda < 1,4\mu\text{m}$
- $\tau_\lambda = 0$ , outros comprimentos de onda

2. Um foguete no espaço pode ser aproximado como um cilindro negro de comprimento  $L = 20 \text{ m}$  e diâmetro  $D = 2 \text{ m}$ . Ele voa a uma distância de 140 milhões de km do sol, de forma que seu eixo principal é perpendicular aos raios solares. Considerando que (i) o sol é um corpo negro a  $5762 \text{ K}$  e (ii) o cilindro tem uma alta condutividade, determine a temperatura do satélite? Despreze a radiação da Terra e outros astros. O diâmetro do sol é de 696 mil km.