

# 1 Filtros Ativos Em Sistemas Elétricos

30 Págs

## 1.1 Definição de Potência Ativa, Reativa e Fator de Potência

Como forma de entender melhor a qualidade de energia e a operação de filtros ativos é necessário ter os conceitos de potência ativa, reativa e fator de potência .

### 1.1.1 Potências em Sistemas Senoidais

Considerando um circuito monofásico, senoidal linear e operando em regime permanente, as equações da tensão e corrente são expressas por 1.1 e 1.2, respectivamente.

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t) \quad (1.1)$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \phi) \quad (1.2)$$

A potência instantânea em um circuito monofásico é definida segundo a equação 1.3.

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) \\ &= 2 V \cos(\omega t) I \cos(\omega t - \phi) \\ &= VI[\cos(\phi) + \cos(2\omega t - \phi)] \\ &= VI \cos(\phi)[1 + \cos(2\omega t)] + VI \sin(\phi) \sin(2\omega t) \end{aligned} \quad (1.3)$$

A equação 1.3 pode ser dividido em dois termos variantes no tempo: o primeiro é dado por

$$VI \cos(\phi)[1 + \cos(2\omega t)] \quad (1.4)$$

e o segundo por.

$$VI \sin(\phi) \sin(2\omega t) \quad (1.5)$$

Por definição, a potência ativa é definida pelo valor médio da equação 1.4, e a potência reativa é definida pelo valor de pico da equação 1.5.

verificar  
sobre  
valores  
de pico  
e valores  
eficazes

### 1.1.2 Definição de Potências em Sistemas Não-Senoidais

#### 1.1.3 Potência Instantânea Utilizando a Teoria P-Q

##### 1.1.3.1 considerando coordenadas $abc$

Tendo o sistema com as tensões e correntes definidas por:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

A potência ativa instantânea do sistema é definida por

$$p \triangleq \mathbf{v} \cdot \mathbf{i} \quad (1.8)$$

e a potência reativa instantânea do sistema é definido por

$$q \triangleq \mathbf{v} \times \mathbf{i} \quad (1.9)$$

A potência  $\mathbf{q}$  é dada por um vetor na forma:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_b i_c - v_c i_b \\ v_c i_a - v_a i_c \\ v_a i_b - v_b i_a \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Ainda é definido a corrente ativa instantânea por:

$$\mathbf{i}_p = \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} \triangleq \frac{p}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \mathbf{v} \quad (1.11)$$

Ainda é definido a corrente reativa instantanea por:

$$\mathbf{i}_q = \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} \triangleq \frac{\mathbf{q} \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{i}_p = \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \left( \frac{v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \right) \\ v_b \left( \frac{v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \right) \\ v_c \left( \frac{v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \right) \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{i}_q = \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_c(v_c i_a - v_a i_c) - v_b(v_a i_b - v_b i_a)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \\ \frac{v_a(v_a i_b - v_b i_a) - v_c(v_b i_c - v_c i_b)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \\ \frac{v_b(v_b i_c - v_c i_b) - v_a(v_c i_a - v_a i_v)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Fazendo a soma de  $\mathbf{i}_p$  com  $\mathbf{i}_q$  obtém-se a seguinte relação:

$$\mathbf{i}_p + \mathbf{i}_q = \begin{bmatrix} \frac{v_a(v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} + \frac{v_c(v_c i_a - v_a i_c) - v_b(v_a i_b - v_b i_a)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \\ \frac{v_b(v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} + \frac{v_a(v_a i_b - v_b i_a) - v_c(v_b i_c - v_c i_b)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \\ \frac{v_c(v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} + \frac{v_b(v_b i_c - v_c i_b) - v_a(v_c i_a - v_a i_v)}{v_a^2 + v_b^2 + v_c^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \mathbf{i} \quad (1.15)$$

ou seja, prova-se que pela definição de corrente  $i_p$  e  $i_q$  que a composição estas é dada pela corrente suprida pelo fonte à carga do sistema. Ainda pela definição de  $i_p$  e  $i_q$ , utilizando a definição em (EQUACAO p) porém utilizando  $p = \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}_q$  temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}_q &= \mathbf{v} \cdot \left( \frac{\mathbf{q} \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \right) \\ &= \mathbf{v} \cdot \left( \frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{i}) \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \right) \\ &= \mathbf{v} \cdot \left( \frac{-(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v})\mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})\mathbf{i}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \right) \\ &= \frac{-(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v})}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (1.16)$$

ou seja, prova-se que pela definição de corrente  $i_p$  e  $i_q$  que a composição estas é dada pela corrente suprida pelo fonte à carga do sistema. Ainda pela definição de  $i_p$  e  $i_q$ , utilizando a definição em (EQUACAO p) porém utilizando  $p = \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}_q$  temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \times \mathbf{i}_p &= \mathbf{v} \times \left( \frac{p}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \mathbf{v} \right) \\ &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (1.17)$$

isto também implica que as correntes  $\mathbf{i}_q$  são ortogonais à  $\mathbf{v}$ , ou seja  $\mathbf{i}_q \cdot \mathbf{v} \equiv 0$  e que as correntes  $\mathbf{i}_p$  são paralelas à  $\mathbf{v}$ , ou então  $\mathbf{i}_p \times \mathbf{v} \equiv 0$ . Isto trás uma implicação importante que é a ortogonalidade entre as correntes  $\mathbf{i}_p$  e  $\mathbf{i}_q$  no sistema, ou seja:

$$\mathbf{i}_p \cdot \mathbf{i}_q \equiv 0 \quad (1.18)$$

Com isso, também é mostrado que a parcela da corrente  $\mathbf{i}_p$  corresponde apenas a transferência de potência ativa instantânea no sistema. Por outro lado tem-se que a corrente  $\mathbf{i}_q$  corresponde apenas a parcela da potência reativa instantânea do sistema

A teoria p-q é baseada na transformação das tensões e correntes das coordenadas  $abc$  para  $\alpha\beta 0$

[?] [?]

### 1.1.3.2 considerando coordenadas $\alpha\beta 0$

### 1.1.3.3 Transformada de Clarke

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

## 1.2 Filtros Ativos

### 1.2.1 Filtros Ativo Empregando a Teoria P-Q