# 1 Filtros Ativos Em Sistemas Elétricos

# 1.1 Potência Ativa, Reativa e Fator de Potência

Como forma de entender melhor a qualidade de energia e a operação de filtros ativos é necessário ter os conceitos de potência ativa, reativa e fator de potência .

Para entender melhor a definição de potência em circuitos elétricos é necessário antes desenvolver alguns conceitos utilizados no desenvolvimento matemático para a interpretação das grandezas físicas. Ao longo da história várias teorias foram abordadas e importantes trabalhos são reconhecidamente aceitos para detalhar de melhor maneira casos desde específicos, quanto generalista no enfoque quanto a relação de tensão e corrente de um circuito elétrico. Esse estudo todo deu origem a área de teoria da potência, a qual vem sendo estudada até os dias de hoje para o aprofundamento e elaboração de novos conceitos para explicar fenômenos específicos [1] .

A teoria da potência tem o intuito de avaliar a troca de energia entre fonte de potência elétrica e a carga do ponto de vista das características dos valores de tensão corrente em seus terminais [2]. Esse estudo tem por finalidade aferir o fator de potência, a qual é um parâmetro intrínseco ao circuito e depende apenas das características da carga, independentemente da fonte. Cabe salientar que a carga possui características distintas ao circuito, de modo que a sua disposição na estrutura de diferentes sistemas leva a uma caracterização diferente do fator de potência. Ainda na avaliação de troca de energia entre os elementos do circuito, o estudo da teoria da potência tem por finalidade prover informações a respeito da eficiência na troca de energia entre fontes e cargas. A eficiência na troca de potência em circuitos é avaliada segundo a corrente que circula pelo mesmo. Esse conceito afere a mínima corrente necessária para transferir uma quantidade energia num determinado espaço de tempo dada uma tensão específica [2]. O fator de potência está intimamente ligado à eficiência na troca de energia, sendo que em circuitos a qual seu valor é baixo existe um alto valor de corrente a qual circula, porém não é convertido em trabalho na saída do sistema. A consequência da presença de uma corrente excedente circulante é dada pela sobrecarga da fonte, aumento das perdas nos condutores e degradação da qualidade de energia. Esta ultima é mostrada na seção ??. Nessa seção será mostrada que a incidência de correntes com distorção harmônica traz eleva a potência necessária extraída da fonte para uma determinada carga ativa do sistema. Com isso o fator de potência é degradado, fazendo com que teu valor seja diminuído. Com isso será mostrado que para o caso onde o fator de potência é unitário tem-se que a qualidade de energia é tida como perfeita e há plena eficiência na troca de energia entre fontes e cargas.

Dentre as principais grandezas a ser estudada na Teoria da Potência elenca-se a potência ativa e aparente. É conhecido que na operação de um circuito elétrico que nem toda a corrente proveniente de uma fonte de tensão é convertida em trabalho para cada unidade de tempo. Nesse contexto aplica-se a definição de potência ativa, a qual é a corrente que efetivamente é transferida de uma fonte para a carga de maneira a gerar trabalho na saída do sistema. Há também a potência aparente que é definida com a potência que é gerada por uma fonte de energia e que circula pelo sistema na forma de corrente elétrica, sem necessariamente ser convertida em trabalho na saída do sistema. Esse contexto pode-se estender para o entendimento para qualidade de energia de um sistema

Para o estudo a seguir sobre a definição de potência é necessário antes ter conhecimento de alguns conceitos matemáticos. Dentre esses conceitos, tem-se a determinação de valores eficazes de funções. Dada uma função qualquer no domínio do tempo f(t), periódica e com período cujo valor é dado por T, a formulação matemática para encontrar seu valor eficaz recai segundo a norma Euclidiana [1], dada pela seguinte equação:

$$F_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt}$$
 (1.1)

#### 1.1.1 Monofásico

## 1.1.1.1 Senoidal

Dada uma função f(t) sinusoidal com a frequência angular  $\omega t$  e amplitude cujo valor de pico é dado por  $F_p$ , tem-se que o valor eficaz de f(t) é dada segundo a equação:

$$F_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [F_P \cos(\omega t + \phi)]^2 dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} F_P$$
 (1.2)

Portanto tem-se que o valor de pico de uma função sinusoidal é  $\sqrt{2}$  vezes maior que o valor eficaz. Cabe enfatizar que determinação desse valor é independente da frequência angular da função.

De forma a melhor entender os conceitos da teoria da potência, o circuito mais simples será explanado para trazer a tona uma base com os conceitos que serão apresentados no entendimento do problema da qualidade de energia. O sistema mais simples para o estudo da transferência de potência pode ser aplicado ao circuito mais simplista, ou seja,

considerando um sistema monofásico, com fonte de tensão sinusoidal, alimentando uma carga linear e operando em regime permanente. Tal sistema pode ser visto na figura 1. Com essas característica definidas, espera-se que a forma de onda da corrente também apresente uma forma sinusoidal, com amplitude e defasagem distintas em relação a tensão. Isso vem do fato da carga ser linear, a qual é explicado detalhadamente na seção ??. Com isso, define-se as equações da tensão e corrente segundo as expressões 1.3 e 1.4, respectivamente.

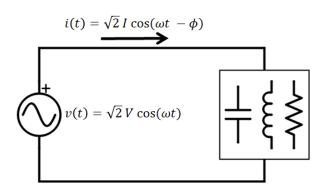


FIGURA 1 – Circuito monofásico, linear em regime permanente

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t) \tag{1.3}$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \phi) \tag{1.4}$$

A potência instantânea em um circuito monofásico é definida segundo a equação 1.5.

$$p(t) = v(t)i(t)$$

$$= 2 V \cos(\omega t) I \cos(\omega t - \phi)$$

$$= V I [\cos(\phi) + \cos(2\omega t - \phi)]$$

$$= V I \cos(\phi) [1 + \cos(2\omega t)] + V I \sin(\phi) \sin(2\omega t)$$
(1.5)

A equação 1.5 pode ser dividido em dois termos variantes no tempo: o primeiro é dado por

$$VI\cos(\phi)[1+\cos(2\omega t)] \tag{1.6}$$

e o segundo por:

$$VI\sin(\phi)\sin(2\omega t) \tag{1.7}$$

Por definição, a potência ativa é definida pelo valor médio da equação 1.6, ou seja, pela expressão 1.8, e a potência reativa é definida pelo valor de pico da equação 1.7, ou pela expressão 1.9.

$$P = VI\cos\phi\tag{1.8}$$

$$Q = VI\sin\phi \tag{1.9}$$

Uma rápida análise nas equações 1.6 e 1.7 trazem importantes considerações a respeito do modo de operação de um circuito monofásico, senoidal, linear. Primeiramente pode-se observar que a equação 1.6 é oscilatória e apresenta valores sempre positivos. A porção de potência ativa pode ser interpretada como a que proporciona o fluxo de energia proveniente da fonte para ser transformada em trabalho na carga. Essa consideração é valida para potência ativa visto que seu valor nunca é negativo. Ainda, por ser oscilatória, define-se o valor médio a qual é a média de transferência de potência da fonte para carga. Por outro lado, a equação 1.7 apresenta um valor senoidal centrado em zero. Sua interpretação vem do fato de que a carga hora age como consumidora, hora age como fornecedora de potência. Nesse caso linear esse efeito é causado pela inserção de elementos armazenadores de energia no circuito, como indutores e capacitores. A potência reativa é dada pela oscilação de energia entre a fonte e a carga, a qual não é transformada em trabalho na saída do sistema. Por existir um fluxo de potência de forma oscilatória com média zero, existe uma parcela da corrente que flui pelo sistema mas não age na transferência de potência entre a fonte e carga de modo a ser transformar em trabalho na saída do sistema.

As formas de onda que ilustram um caso específico dado por um sistema linear com tensão e correntes senoidais, com esta última defasada com relação à primeira, são mostrados na figura 2. Aqui são apresentados a tensão, a corrente, as potências instantânea, ativa e reativa. O gráfico superior apresenta a tensão, a corrente e a potência instantânea, que nada mais é que a multiplicação de v(t) por i(t). O gráfico inferior apresenta as formas de onda das expressões 1.6 e 1.7, além da potência instantânea. Aqui cabe observar também os valores de P e Q. Outra observação importante é o fato de a potência instantânea apresentar valores negativos em alguns intervalos de tempo. Durante esse intervalo tem-se que a carga está entregando potência para a fonte.

Além da concepção dos conceitos estabelecidos anteriormente sobre as potências P e Q existe outro parâmetro crucial no estabelecimento da teoria da potência de forma a integrar esses valores previamente estabelecidos. A concepção de potência aparente é dada como sendo a potência total fornecida pelo gerador e presente nas linhas de transmissão.

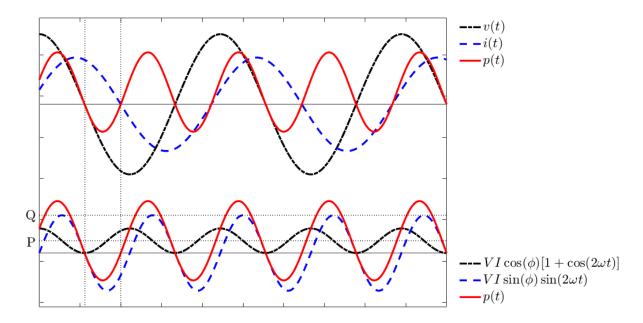


FIGURA 2 – Circuito real monofásico

De forma geral, tem-se que a definição de potência aparente é dada pela multiplicação dos valores eficazes da tensão e corrente, respectivamente, ou seja:

$$S = V I \tag{1.10}$$

Considerando agora o estudo específico onde o sistema é composto por uma fonte de tensão senoidal alimentando uma carga linear, pode -se ainda obter a expressão de potência aparente como sendo expressa através dos valores de P e Q. Analisando as equações 1.8 e 1.9 observa-se que estas estão defasadas em 90 graus. Com isso, tem-se que pode-se obter o valor de potência aparente segundo a equação 1.11.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(VI\cos\phi)^2 + (VI\sin\phi)^2} = VI$$
 (1.11)

Outra forma de obter o mesmo resultado, é através da utilização de fasores para representar as equações S em relação à P e Q. Definindo  $\dot{V}$  e  $\dot{I}$  como sendo os valores fasoriais da tensão e corrente de um sistema, tem-se que a potência aparente é escrita segundo a equação 1.12.

$$\mathbf{S} = \dot{V}\dot{I}^* = P + jQ = VI\cos\phi + jVI\cos\phi \tag{1.12}$$

O módulo S leva à mesma expressão definida em 1.11. Considerando o plano imaginário encontrado a partir da utilização das grandezas fasoriais, pode-se expressar

graficamente as potências do circuito linear operando em regime permanente através do triângulo de cargas representadas no plano imaginário.

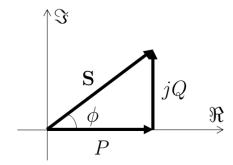


FIGURA 3 – Triangulo de potências

$$\lambda = \frac{P}{S} \tag{1.13}$$

colocar isso no lugar adequado

### 1.1.1.2 Não senoidal Monofásico

Dentre a importância do estudo da teoria da potência, tem-se a elucidação da contribuição dos conceitos de distorção harmônica nas tensões e correntes na influência que está tem no entendimento da potência aparente e, consequentemente, no fator de potência. Os primeiros estudos sobre este tema foi desenvolvido no final do século XIX [1, 3] com a verificação da relação com distorção harmônica e potência aparente. Dentre os trabalhos conseguintes a principal contribuição foi dada por Budeanu na década de 20, a qual em seu estudo ele propôs tratar as teoria da potência de sistemas não senoidais através do domínio da frequência com a série de Fourier. A proposta de Budeanu foi abordar a corrente e a tensão através da série de Fourier, ou seja, considerando a tensão e corrente como uma série de funções sinusoidais com frequências e amplitude distintas. Essa consideração trouxe a definição de valor eficaz para uma forma de onda não sinusoidal de tensão e corrente segundo a equação 1.14 [1].

$$V = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2}; \qquad I = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_h^2}$$
 (1.14)

Onde  $V_h$  e  $I_h$  denotam os valores eficazes das funções sinusoidais da h-ésima harmônica. O desenvolvimento do conceito de V e I das equação 1.14 com a definição de potência aparente da equação 1.10 traz a introdução de um novo parâmetro, denominada de potência harmônica ou de distorção, cuja variável é D. Como ocorre na equação 1.11, pode-se definir a potência aparente através dos valores P, Q com a introdução de D. Sendo assim,

segundo Budeanu a potência aparente de uma função não sinusoidal é definida segundo a equação 1.15 [1, 3].

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \tag{1.15}$$

Este conceito foi largamente aceito e utilizado ao longo de décadas, visto que traz uma maneira de explicar a lacuna do aumento da potência aparente em circuitos não senoidais com a introdução da potência de distorção D na definição do conceito de potência aparente [1]. Entretanto a teoria de Budeanu não é mais aceita de modo geral visto que existe várias deficiências nessa teoria [1, 3, 4]. Tais deficiências recaem no fato de que para circuitos não senoidais a concepção da teoria de Budeanu traz interpretações errôneas das definições de potência, além de que estas não possuem nenhum atributo da qual podem relacionar o fenômeno de potência em circuitos não senoidais. Na teoria de Budeanu para circuitos não senoidais, a diminuição da potência reativa não preserva o o conceito da diminuição da perda da linha para uma mesma transferência de energia [1, 3]. Outra deficiência dessa teoria é que está não traz nenhuma informação útil necessária no desenvolvimento de métodos para compensar a distorção. Além disso, os valores encontrados na teoria de Budeanu não são suficientes para prover informações relacionadas à distorção harmônica [3, 4]. Por esses motivo, a teoria introduzida por Budeanu, apesar de ser utilizado por muitos engenheiros, foi excluído da norma IEEE 1459 em sua recente revisão de 2010 [1].

Outro estudo proposto na mesma época e de forma independente à Budeanu foi feito por Stanislaw Fryze. Este focou seu estudo na teoria da potência no domínio do tempo e, apesar de apresentar algumas limitações, é suficientemente completa para o entendimento da questão da potência e no desenvolvimento de uma proposta a qual utilizaria compensadores para tratar de componentes de corrente indesejadas nas linhas do sistema.

Segundo Fryze, em sinais periódicos e com forma de onda qualquer pode-se basear a teoria da potência fundamentalmente na decomposição da corrente provida pela fonte entre componente ativa e reativa [3]. Considerando um sistema cuja corrente entregue pela fonte é definida por i(t), pode-se decompor esta nas parcelas de  $i_p(t)$  e  $i_q(t)$ , sendo a primeira a componente ativa e a segunda a componente reativa da corrente, ou seja:

$$i(t) = i_p(t) + i_q(t)$$
 (1.16)

tânea é definida pela multiplicação da tensão e corrente, representadas por v(t) e i(t), respectivamente.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt$$
 (1.17)

A proposta de Fryze com a definição de corrente i(t) como a composição de componentes  $i_p$  e  $i_q$  foi a introdução de um conceito de condutância equivalente no sistema de modo a requerer apenas a parcela da corrente ativa  $i_p$  da fonte de tensão. A interpretação de tal condutância equivalente representa uma carga puramente resistiva, a qual para uma mesma tensão, absorve a mesma potência ativa da carga realmente utilizada. A definição da corrente ativa, juntamente com a inclusão da condutância equivalente é dada a seguir:

$$i_p(t) = \frac{P}{V^2}v(t); \qquad G_P = \frac{P}{V^2} \implies i_p(t) = G_P v(t)$$
 (1.18)

Utilizando equações 1.16 e 1.18 e realizando o produto interno entre as correntes ativas e reativas tem-se:

$$\langle i_{p}, i_{q} \rangle = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i_{p}(t) i_{q}(t) dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i_{p}(t) [i(t) - i_{p}(t)] dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \frac{P}{V^{2}} v(t) i(t) - \left(\frac{P}{V^{2}} v(t)\right)^{2} dt$$

$$= \frac{1}{T} \left[\frac{P}{V^{2}} \int_{0}^{T} v(t) i(t) dt - \frac{P^{2}}{V^{4}} \int_{0}^{T} v(t)^{2} dt\right] = 0$$
(1.19)

Isso leva a uma característica importante sobre a ortogonalidade apresentada entre  $i_p$  e  $i_q$ . Por ser ortogonais as correntes  $i_p$  e  $i_q$  existe a seguinte implicação:

$$I^2 = I_p^2 + I_q^2 (1.20)$$

Ainda, Fryze definiu o valor da potência reativa como sendo o produto dos valores eficazes da tensão e da corrente reativa, ou seja,  $Q = VI_q$ . Com essa relação e pela propriedade da ortogonalidade entre  $i_p(t)$  e  $I_q(t)$ , tem-se que a relação  $S^2 = P^2 + Q^2$ , tal qual apresentada na equação 1.11 é valida para a teoria de Fryze.

Com sua teoria, Fryze foi capaz de quantificar o total de energia não útil que percorre o sistema na forma de corrente reativa. Com isso foi possível a introdução da ideia de compensadores ativos, visto que tem-se conhecimento da parcela da corrente a qual deve ser anulada [1]. Entretanto sua teoria possui algumas limitações quanto a

interpretação da corrente reativa, visto que não é possível classificar as características dos distúrbios presentes na corrente, além de que a definição de potência ativa proposto pela condutância equivalente não necessariamente é observada como de fato potência útil [3].

#### 1.1.2 Trifásico

- 1.1.2.1 Definição de Potências em Sistemas Senoidais
- 1.1.2.2 Definição de Potências em Sistemas Não-Senoidais

## 1.2 Potência Instantânea Utilizando a Teoria P-Q

[5] [6]

A potência instantânea utilizando a teoria P-Q é um conceito que utiliza de artificios matemáticos para definir uma série de potências instantâneas presentes em circuitos trifásicos. A base da teoria consiste no estudo das tensões e correntes no domínio do tempo sem que haja restrição quanto ao balanceamento do sistema, à forma de onda e ainda podendo ser aplicada em regime transitório. Além disso, esta teoria pode ser utilizada tanto para circuitos trifásicos a três fios, quanto em circuitos a quatro fios com a presença de fio neutro. Uma das propostas concebida na utilização dessa teoria é a determinação das correntes circulantes no sistema as quais não transferem potências úteis à caraga. Sendo assim essa teoria traz uma poderosa ferramenta para ser utilizada no desenvolvimento de compensadores ativos para mitigar o efeito da circulação de potências não úteis do sistema, a qual inclui-se a eliminação de harmônicos, a compensação de reativos, ou mesmo a eliminação de desbalanços [7, 8].

Inicialmente tal teoria foi desenvolvida por Akagi [6] a qual definiu as tensões e correntes de um sistema trifásico como sendo valores instantâneos quantificados em espaços vetoriais  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{i}$ , respectivamente. Porém em seu desenvolvimento inicial foi proposto a transformação do espaço vetorial nas coordenadas abc, a qual é definida pelo sistema de referência estacionário cujas tensões e correntes são defasadas em 120 graus entre si, para as coordenadas  $\alpha\beta0$ , a qual o sistema de referência estacionário é dado ortogonalmente entre si [8]. Outra forma de tratar com a definição de potência instantânea é trabalhando diretamente com o espaço vetorial nas coordenadas abc, sendo que as propriedades do sistema independem das coordenadas e são válidas tanto para o caso em que as definições são aplicadas em abc como em  $\alpha\beta0$ .

achar
a referência
que diz
que essa
teoria
é apliocável
somente
a sistemas
trifásicos

#### 1.2.1 considerando coordenadas $\alpha\beta0$

A teoria da potência instantânea P-Q desenvolvida inicialmente por Akagi [6] emprega a transformação das coordenadas de um sistema com fases abc para coordenadas  $\alpha\beta0$ . O emprego dessa abordagem traz implicações de modo a poder introduzir sistemas trifásicos mais genéricos com a presença de sequência 0. Os resultados apresentados nessa abordagem apresenta as mesmas propriedades e interpretações de potência instantânea nas coordenadas abc, ou seja, estas independem do sistema de coordenada a qual é aplicado a teoria [5].

#### 1.2.1.1 Transformada de Clarke

A transformação de coordenadas das tensões instantâneas referenciadas no sistema abc para tensões instantâneas referenciadas no sistema  $\alpha\beta0$  é feita através da aplicação da transformada de Clarke. Primeiramente considera-se que um sistema trifásico seja composto por tensões de fase  $v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$  deslocadas em ângulo por 120 graus ( $^{2\pi}$ /3) entre si. Desse modo utilizando da equação 1.21 obtém-se as novas tensões instantâneas  $v_\alpha$  e  $v_\beta$ , cujo angulo de defasagem entre as tensões no eixo  $\alpha$  e  $\beta$  é dado por 90 graus ( $^{\pi}$ /2).

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_{\alpha} \\ v_{\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$
(1.21)

Ainda, por apresentar uma matriz inversível, é possível transformar um sistema referenciado em coordenadas  $\alpha\beta0$  para abc, ou seja, retornar ao estado onde as tensões apresentam defasagem de 120 graus entre si. Para a transformada inversa de  $\alpha\beta0$  para abc a relação a seguir é utilizada:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}$$
(1.22)

Do mesmo modo que ocorre nas tensões, a transformada de coordenada também pode ser feita para a corrente. Uma propriedade importante observada nessa transformação é o fato de que ela pode ser utilizada independentemente ao fato da forma da corrente,

ou seja, está pode conter conteúdo harmônico que a transformação ainda é válida. Sendo assim a equação 1.23 pode ser utilizada.

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$
(1.23)

Similarmente que ocorre com a tensão, a transformada inversa de coordenadas é dada segundo a equação 1.24

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}$$
(1.24)

Um dos triunfos da transformada de Clarke é a separação das componentes de sequência zero das tensões e correntes ( $v_0$  e  $i_0$  respectivamente) expressas nas coordenadas abc, ou seja, os eixos  $\alpha$  e  $\beta$  não carregam contribuições da sequência zero de tais componentes.

Para melhor visualizar a transformada de Clarke em um sistema trifásico balanceado, as figuras 4 e 11 mostram as tensões típicas de um sistema balanceado referenciado nas coordenadas abc e sua equivalente transformada nas coordenadas  $\alpha\beta0$ , respectivamente. Nessas figuras além das formas de onda em função do tempo, representadas pelas figuras 4a e 5a há ainda os equivalentes fasoriais estacionários representados pelas figuras 4b e 5b. Através da análise dessas figuras fica claro o modo que a transformada de Clarke muda a referência de um sistema trifásico com tensões  $v_a$ ,  $v_b$  e  $v_c$  defasadas em 120 graus para um sistemas cuja representações  $v_\alpha$  e  $v_\beta$  estão defasadas em 90 graus.

#### 1.2.1.2 Potência Instantânea em coordenadas $\alpha\beta0$

As potências instantâneas P e Q podem calculadas independentemente das coordenadas definidas para as tensões e correntes. Nessa seção será apresentada as definições das potências considerando as coordenadas  $\alpha\beta0$ . Primeiramente, tratando as tensões  $v_{\alpha}$ ,  $v_{\beta}$  e  $v_0$  segundo o espaço vetorial definido por  $\mathbf{v} = [v_{\alpha} \ v_{\beta} \ v_0]^T$  e, similarmente para corrente, definindo o espaço vetorial com as correntes  $i_{\alpha}$ ,  $i_{\beta}$  e  $i_0$  no vetor  $\mathbf{i} = [i_{\alpha} \ i_{\beta} \ i_0]^T$ , a potência

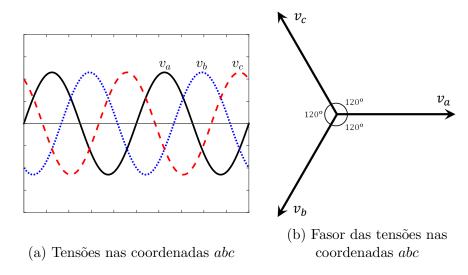


FIGURA 4 – Circuito típico de um retificador de 12 pulsos com sua respectiva corrente de entrada

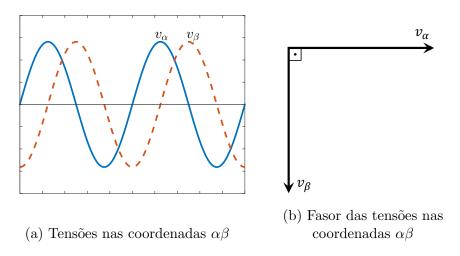


FIGURA 5 – Circuito típico de um retificador de 12 pulsos com sua respectiva corrente de entrada

instantânea ativa P pode ser definida segundo a equação 1.25.

$$p = \mathbf{v} \cdot \mathbf{i}$$

$$p = v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} + v_{0} i_{0}$$
(1.25)

Já a definição de potência reativa é descrita por um vetor composto pelos elementos  $q_{\alpha}$ ,  $q_{\beta}$  e  $q_0$  na forma de  $\mathbf{q} = [q_{\alpha} \ q_{\beta} \ q_0]^T$ , a qual é definido segundo a expressão:

$$\mathbf{q} = \mathbf{v} \times \mathbf{i} \tag{1.26}$$

Ou seja, expandido a equação 1.26 define-se q como o vetor apresentado na ex-

pressão 1.27 a seguir.

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_{\alpha} \\ q_{\beta} \\ q_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\beta}i_{0} - v_{0}i_{\beta} \\ v_{0}i_{\alpha} - v_{\alpha}i_{0} \\ v_{\alpha}i_{\beta} - v_{\beta}i_{\alpha} \end{bmatrix}$$
(1.27)

A norma do vetor  $\mathbf{q}$  representa o valor total da potência instantânea conforme a expressão 1.28. Cabe lembrar os valores  $q_{\alpha}$ ,  $q_{\beta}$  e  $q_0$  são variantes no tempo, fazendo com que o valor q seja uma função no tempo da mesma forma que p.

$$q = |\mathbf{q}| = \sqrt{q_{\alpha}^2 + q_{\beta}^2 + q_0^2} \tag{1.28}$$

Com a definição das potências instantâneas p e q, define-se certos parâmetros para o entendimento das propriedades e significados físicos de tais potências. Para tal, define-se as correntes ativas e reativas instantâneas segundo as expressões 1.29 e 1.30, respectivamente.

$$\mathbf{i}_{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \\ i_{0p} \end{bmatrix} \triangleq \frac{p}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \mathbf{v}$$
 (1.29)

$$\mathbf{i}_{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \\ i_{0q} \end{bmatrix} \triangleq \frac{\mathbf{q} \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}$$
 (1.30)

Além disso, as expressões 1.10 e 1.13 são válidas para os valores encontrados na teoria das potências instantâneas, ou seja, S = vi e  $\lambda = p/s$ . Conforme apresentado em [5], tais definições apresentam certos teoremas que demonstram algumas propriedades da teoria da potência instantânea.

A primeira propriedade importante é o fato de que a corrente  $\mathbf{i}$  que percorre o sistema trifásico nas coordenadas  $\alpha\beta0$  é definido pela composição das correntes  $\mathbf{i_p}$  e  $\mathbf{i_q}$ , ou seja,  $\mathbf{i} \equiv \mathbf{i_p} + \mathbf{i_q}$ . Tal demonstração dá-se pela expansão das expressões 1.29 e 1.30, a

qual é mostrada pela equação 1.31.

$$\mathbf{i}_{\mathbf{p}} + \mathbf{i}_{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix}
v_{\alpha} \left( \frac{v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} + v_{0} i_{0}}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2} + v_{0}^{2}} \right) \\
v_{\beta} \left( \frac{v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} + v_{0} i_{0}}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2} + v_{0}^{2}} \right) \\
v_{0} \left( \frac{v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} + v_{0} i_{0}}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2} + v_{0}^{2}} \right) \\
v_{0} \left( \frac{v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} + v_{0} i_{0}}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2} + v_{0}^{2}} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix}
\frac{v_{0}(v_{0} i_{\alpha} - v_{\alpha} i_{0}) - v_{\beta}(v_{\alpha} i_{\beta} - v_{\beta} i_{\alpha})}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2} + v_{0}^{2}} \\
\frac{v_{\alpha}(v_{\alpha} i_{\beta} - v_{\beta} i_{\alpha}) - v_{0}(v_{\beta} i_{0} - v_{0} i_{\beta})}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2} + v_{0}^{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} = \mathbf{i}$$
(1.31)

Outra importante propriedade é dado pelo paralelismo entre os vetores  ${\bf v}$  e  ${\bf i_p}$  em todo espaço, ou seja,  ${\bf v}\times{\bf i_p}\equiv 0$ . Para demonstrar essa propriedade a equações 1.32 pode ser analisadas. Esse teorema tem um importante significado a qual é a definição da corrente que se encarrega com a transferência da potência ativa instantânea advinda da fonte de tesão para a carga. Isto deve-se ao fato da tensão e corrente instantânea estarem sob o mesmo eixo. Desta forma pode-se atribuir a dimensão de Watt (W) para a potência proveniente do produto entre  ${\bf v}$  e  ${\bf i_p}$ .

$$\mathbf{v} \times \mathbf{i_p} = \mathbf{v} \times \left(\frac{p}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \mathbf{v}\right) = \mathbf{0} \tag{1.32}$$

Analogamente a propriedade explanada anteriormente, observa-se a ortogonalidade entre a tensão  $\mathbf{v}$  e a corrente  $\mathbf{i_q}$ , ou seja,  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{i_q} \equiv 0$ . A demonstração dessa propriedade pode ser analisada segundo a equação 1.33. Como explicado anteriormente, o produto entre as tensões e correntes reativas não proporcionam a transferência de potência entre a fonte e a carga dado a ortogonalidade entre tais vetores. Desse modo a dimensão de tal potência não pode ser considerada W, VA ou var, sendo que os autores de tal teoria introduziram uma nova unidade: Volt-Ampere Imaginário (vai) [6].

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{i_q} = \mathbf{v} \cdot \left(\frac{\mathbf{q} \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}\right)$$

$$= \mathbf{v} \cdot \left(\frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{i}) \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}\right)$$

$$= \mathbf{v} \cdot \left(\frac{-(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v})\mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})\mathbf{i}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}\right)$$

$$= \frac{-(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v})}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}$$

$$= 0$$

$$(1.33)$$

A observação apresentada na equação 1.32 e 1.33 de que a corrente  $\mathbf{i_q}$  é ortogonal à  $\mathbf{v}$ , ou seja  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{i_q} \equiv 0$ , e que a corrente  $\mathbf{i_p}$  é paralela à  $\mathbf{v}$ , ou  $\mathbf{v} \times \mathbf{i_p} \equiv 0$  trás uma implicação

importante que é a ortogonalidade entre as correntes  $\mathbf{i_p}$  e  $\mathbf{i_q}$  no sistema, ou seja,  $\mathbf{i_p} \cdot \mathbf{i_q} \equiv 0$ . Deste modo, a seguinte relação pode ser obtida:

$$i^{2} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = (\mathbf{i}_{p} + \mathbf{i}_{q}) \cdot (\mathbf{i}_{p} + \mathbf{i}_{q})$$

$$= \mathbf{i}_{p} \cdot \mathbf{i}_{p} + \mathbf{i}_{q} \cdot \mathbf{i}_{q} + 2(\mathbf{i}_{p} \cdot \mathbf{i}_{q})$$

$$= i_{\alpha p}^{2} + i_{\beta p}^{2} + i_{0 p}^{2} + i_{\alpha q}^{2} + i_{\beta q}^{2} + i_{0 q}^{2}$$

$$i^{2} = i_{p}^{2} + i_{q}^{2}$$

$$(1.34)$$

Deste modo observa-se uma semelhança entre a teoria de potência PQ e a teoria apresentada por Fryze, entretanto deve ser lembrado que a demonstrada anteriormente é válida para sistemas trifásicos com ou sem neutro, ao passo que a teoria de Fryze é utilizada para explicar os efeitos da potência em circuitos monofásicos.

#### 1.2.2 Potência Instantânea em coordenadas abc

A teoria das potências instantâneas apresentadas anteriormente são baseadas em sistemas trifásicos cujas tesões abc têm suas coordenadas transformadas para a referência  $\alpha\beta0$ . Entretanto tal teoria não é limitada às coordenadas do sistema, sendo que a aplicação das definições e teoremas apresentadas anteriormente são válidas para o sistema trifásico baseado nas coordenadas abc. Deste modo a definição de tensão instantânea passa a compor o espaço vetorial na forma  $\mathbf{v} = [v_a \ v_b \ v_c]^T$  onde as tensões  $v_a, v_b \in v_c$  são as tensões das fases  $a, b \in c$  de um sistema trifásico qualquer, respectivamente. O mesmo vale para a corrente  $\mathbf{i} = [i_a \ i_b \ i_c]^T$ , com as corrente  $i_a, i_b \in i_c$  são as correntes nas linhas que compões as fases  $a, b \in c$ , respectivamente. Com isso as mesmas equações 1.25 e 1.26 já apresentadas podem ser aplicadas aqui, com a diferença que os valores dos vetores são referenciados nas coordenadas abc. Sendo assim:

$$p = \mathbf{v_{abc}} \cdot \mathbf{i_{abc}}$$

$$p = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$$
(1.35)

$$\mathbf{q_{abc}} = \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \mathbf{v_{abc}} \times \mathbf{i_{abc}}$$
 (1.36)

Independentemente das coordenadas utilizadas os valores instantâneos das potências ativa e reativa são idênticos em todo espaço de tempo. Dessa forma as relações  $p = \mathbf{v_{abc}} \cdot \mathbf{i_{abc}} = \mathbf{v_{\alpha\beta0}} \cdot \mathbf{i_{\alpha\beta0}}$  e  $q_{\alpha\beta0} = |\mathbf{q_{\alpha\beta0}}| = |\mathbf{q_{abc}}| = q_{abc}$  são válidas, onde o subscrito denota a coordenada a qual os valores são calculados. Além disso, as definições e

propriedades de correntes ativa e reativa instantâneas são validas para as coordenadas abc.

Fisicamente a interpretação das potências nas coordenadas abc é mais fácil de entender comparativamente com as coordenadas  $\alpha\beta0$ . Isto deve-se ao fato de que as denotações são válidas para cada fase propriamente dita, sem a utilização da transformação de coordenadas. Porém o emprego da transformada de Clarke é de grande valia visto que separa as tensões e correntes de sequencia zero dos eixos  $\alpha$  e  $\beta$ . Deste modo a realização das potências instantâneas nas coordenadas  $\alpha\beta0$  é mais conveniente em se tratando de circuitos com a presença de sequencia zero. Cabe lembrar que a utilização da referência abc não interfere na utilidade da teoria da potência PQ, entretanto esta pode se apresentar de forma mais complicada comparativamente com a referência em  $\alpha\beta0$ . Como será visto a seguir, o emprego da transformada de Clarke no tratamento da potência instantânea simplifica a determinação dos valores de p e q para a utilização destes no desenvolvimento de compensadores ativos.

## 1.2.2.1 Teoria PQ em Sistema Trifásicos a Três Fios

A teoria de potência instantânea apresentada anteriormente apresenta uma poderosa ferramenta para o estudo do comportamento de sistemas elétricos trifásicos genéricos. Esta teoria é baseada em no domínio do tempo e pode ser aplicado desde o em regime transitório ou permanente, em sistemas balanceados ou desbalanceados, trifásicos com ou sem a presença de neutro. A complexidade fica a cargo da abrangência das características presente no sistema sob estudo. Para o caso específico para o uso aeronáutico, certas particularidades nas características do sistema elétrico fazem com que a teoria de potência instantânea possa ser realizada com algumas simplificações sem perda de generalidade, ou seja, o resultado obtido é exatamente o mesmo caso seja utilizado a teoria sem as simplificações.

Dentre as principais características de um sistema aeronáutico, àquelas que proporcionam relevância no estudo da teoria da potência são:

- Sistemas balanceados
- Sistemas trifásicos a três fios

Os sistemas podem ser considerados balanceados visto que a geração de energia elétrica é proveniente de geradores que, por seus aspectos construtivos, possuem a geração de tensões senoidais balanceadas sem a presença de sequência negativa ou zero. Ainda, as normas aeronáuticas exigem que as cargas sejam distribuídas de maneira balanceada nas

fases de modo a não haver quedas te tensão nas fases evitando desbalancear as tensões do sistemas trifásico no PCC.

Apesar de a geração e distribuição elétrica em aeronaves ser com sistema trifásico ser baseada na presença do fio de neutro, os equipamentos a qual a teoria da potência instantânea será implementada para realização da filtragem ativa são projetadas a três fios apenas. Isto se deve ao fato de que as cargas trifásicas a qual apresentam não linearidades e, consequentemente, injeção de harmônicas no sistema são majoritariamente sem a presença do neutro. Para o caso em que o neutro faz-se presente a corrente nesta acaba por ser nula, cabendo a desconsideração deste na teoria da potência instantânea elucidada neste trabalho. As cargas trifásicas sem a presença de neutro são basicamente àquelas cuja entrada apresenta um ponte de Graetz, como mostrado na figura 6. Todavia pode haver outras cargas não lineares com a conexão de neutro, porém estas são baseadas com a presença de transformadores cuja saída é conectada a uma ponte de elementos semicondutores. Para este último caso a corrente no neutro é nula e pode ser desconsiderada nos cálculos de potência instantânea. Um exemplo desta última carga é mostrada na figura 7.

falar que as

não faz sentido

no con-

que as correntes são balanceadas e equeilibradas

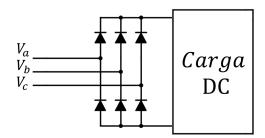


FIGURA 6 – Retificador trifásico por ponte de Graetz

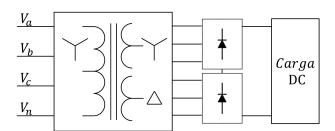


FIGURA 7 – Retificador trifásico com neutro

Com as simplificações propostas nessa seção, os valores instantâneos de  $v_o$  e  $i_o$  tem valores nulos. Utilizando as definições propostas nas equações 1.25 e 1.26 levando em conta os valores  $v_o = 0$  e  $i_o = 0$ , as potências instantâneas p e q são definidas a seguir:

$$p = \mathbf{v} \cdot \mathbf{i} = v_{\alpha} i_{\alpha} + v_{\beta} i_{\beta} \tag{1.37}$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{v} \times \mathbf{i} = \begin{bmatrix} q_{\alpha} \\ q_{\beta} \\ q_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{\alpha} i_{\beta} - v_{\beta} i_{\alpha} \end{bmatrix}$$
(1.38)

Pela definição de potência instantânea reativa definida pela equação 1.28, o valor de q é denotado por:

$$q = |\mathbf{q}| = q_0 \tag{1.39}$$

A potências instantâneas definidas podem ser combinadas em uma matriz, como mostrado na expressão 1.40. Nesta equação está presente tanto a consideração da presença dos valores de corrente e tensão de sequência zero, como também os valores das potências com a implicação que trás com a exclusão de  $v_0$  e  $i_0$ 

$$\begin{bmatrix} p \\ q_{\alpha} \\ q_{\beta} \\ q_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} & v_{0} \\ 0 & -v_{0} & v_{\beta} \\ v_{0} & 0 & -v_{\alpha} \\ -v_{\beta} & v_{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} \Longrightarrow \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ -v_{\beta} & v_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}$$
(1.40)

Outra maneira de definir as potências instantâneas baseadas na exclusão das componentes de sequencia zero  $v_0$  e  $i_0$  é a partir da transformada fasorial das tensões e correntes nas coordenadas  $\alpha\beta 0$ . Por terem os valores das tensões nos eixos  $\alpha$  e  $\beta$  defasados em  $90^o$ , as tensões e correntes fasoriais podem ser definidos a seguir:

$$\mathbf{v} = v_{\alpha} + i v_{\beta} \tag{1.41}$$

$$\mathbf{i} = i_{\alpha} + ji_{\beta} \tag{1.42}$$

Pela definição de potência aparente no espaço vetorial dada por  $\mathbf{s} = \mathbf{vi}^*$ , onde (\*) denota o valor conjugado, a potência aparente em termos das tensões e correntes nas coordenadas  $\alpha$  e  $\beta$  é dado por:

$$\mathbf{s} = \mathbf{v}\mathbf{i}^* = (v_{\alpha} + jv_{\beta})(i_{\alpha} - ji_{\beta}) = (v_{\alpha}i_{\alpha} + v_{\beta}i_{\beta}) + j(v_{\beta}i_{\alpha} - v_{\alpha}i_{\beta})$$
(1.43)

Pela própria definição de potência, os valores presentes no eixo real são definidas como sendo a potência ativa ao passo que as potências no eixo imaginário são definidas como as potências reativas. Deste modo, através da equação 1.43 os valores ativos e

reativos são definidos por  $p = v_{\alpha}i_{\alpha} + v_{\beta}i_{\beta}$  e  $q = v_{\beta}i_{\alpha} - v_{\alpha}i_{\beta}$ , ou também na forma:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ v_{\beta} & -v_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix}$$
(1.44)

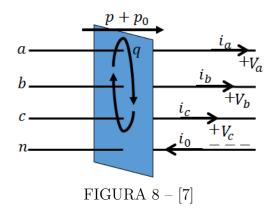
Nota-se uma inversão de sinal na potência instantânea reativa q entre a teoria originalmente apresentada por [6] e exposta na equação 1.40 com a teoria da potência apresentada na expressão 1.44. Ambas as teorias são válidas quanto a aplicabilidade e no design de compensadores ativos, entretanto segundo [7] a teoria na equação 1.44 apresenta um significado melhor aceito dado o conceito convencional que correntes em atraso (indutivo) apresentam sinal corretamente definidos com a utilização da equação 1.44.

# 1.2.2.2 Significado físico de dos parâmetros da teoria P e Q

As definições apresentadas anteriormente são suficientes para o elucidar os conceitos físicos que as potências instantâneas p e q apresentam.

Como já explicado anteriormente, o conceito de potência instantânea ativa advém do produto entre tensão e corrente as quais estão dispostos em eixos paralelos de um espaço vetorial, independentemente das coordenadas utilizadas. Deste modo, para um sistema trifásico com ou sem neutro, a potência ativa tem seu significado físico descrito pelo fluxo de energia por unidade de tempo entre dois subsistemas [7]. Cabe salientar que p é descrito como uma função no tempo, sendo que o valor em determinados instantes representam o fluxo de potência instantânea. Esta definição pode diferir com o conceito clássico da teoria de potência que utiliza de valores médios para determinar a transferência de potência entre dois subsistemas.

Analogamente à p, a potência reativa instantânea q é definida como o produto de tensões e corrente perpendiculares no espaço vetorial, deste modo sua contribuição no fluxo de energia por unidade de tempo entre dois subsistemas é descrito como nulo. Dessa forma o significado físico que descreve a potência reativa instantânea q é o fluxo de energia por unidade de tempo que é trocado entre as fases do sistema sem que haja transferência entre subsistemas. Esta característica só é encontrada em sistemas trifásicos e não pode ser aplicado a circuitos monofásicos separadamente. A figura 8 demonstra uma maneira de observar a presença das potências em um sistema trifásico qualquer. Em tal figura pode-se observar que em um determinado instante de tempo uma potência trifásica denominada  $p_{3\phi} = p + p_0$  flui de um subsistema para outro, ao passo que a q esta contido na troca de potência entre as fases, sem contribuir para o fluxo de energia entre subsistemas. Mesmo assim, deve-se lembrar que a a presença de q faz com que as correntes de fase são acrescidas, como demonstrado anteriormente.



Para melhor entendimento considera-se o exemplo a seguir com o circuito da figura  $\ref{eq:composto}$ . Esse sistema é composto por um circuito trifásico a 4 fios alimentado uma carga de capacitores com capacitâncias  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ .

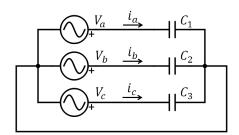
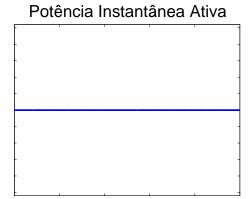
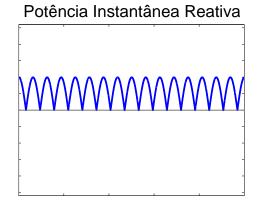


FIGURA 9 – Retificador trifásico por ponte de Graetz

Primeiramente, considerando que a carga seja equilibrada, ou seja, os capacitores apresentam mesmo valor de capacitância, as potências instantâneas p e q em função do tempo são apresentadas nas figuras 10a e 10b, respectivamente. Para este caso pode-se observar que a transferência de potência ativa entre a fonte e a carga é nula, visto que os capacitores são carregados e descarregam-se de tal modo que o total de energia trocada entre a fonte e a carga é nula. Já a potência reativa não é nula visto que existe uma corrente equilibrada entre as fases ortogonalmente dispostas com relação as tensões.

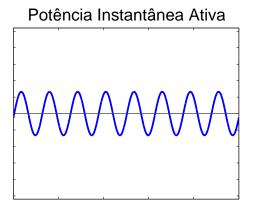
O segundo exemplo utiliza o mesmo circuito, porém com um capacitor  $C_1$  com valor diferente em relação à  $C_2$  e  $C_3$ . Nesse caso o carregamento e descarregamento dos capacitores não serão balanceados, de modo a haver uma potência instantânea ativa percorrendo o circuito com este desbalanço. Isto pode ser observado na figura 11a. Entretanto ainda exite uma componentes de corrente dispostas perpendicularmente às tensões, havendo assim a presença de potência reativa q percorrendo sendo trocada entre as fases.

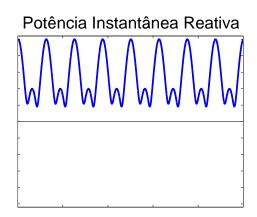




- (a) Tensões nas coordenadas  $\alpha\beta$
- (b) Fasor das tensões nas coordenadas  $\alpha\beta$

FIGURA 10 – Circuito típico de um retificador de 12 pulsos com sua respectiva corrente de entrada





- (a) Tensões nas coordenadas  $\alpha\beta$
- (b) Fasor das tensões nas coordenadas  $\alpha\beta$

FIGURA 11 – Circuito típico de um retificador de 12 pulsos com sua respectiva corrente de entrada

#### 1.3 Filtros Ativos

Filtro ativos são elementos inseridos em circuitos elétricos com o objetivo de criar uma fonte que interaja com os parâmetros de tensão/corrente de modo a eliminar condições indesejadas no sistema. Os filtros ativos são divididos em três tipos: shunt, série e hibrido, e a aplicação de cada tipo de filtro é determinada por qual parâmetro do circuito deseja-se corrigir. Na seção ?? é apresentado o princípio de operação de cada tipo de filtro ativo, mostrando em quais situações estes cada um pode ser aplicado.

Para a utilização em sistemas elétricos aeronáuticos o tipo de filtros ativo podem ser escolhido com base nos parâmetros do sistema que deseja-se adequar para o correto funcionamento dos equipamentos alimentados eletricamente. Com isso a utilização dos

texto

três filtros tipo de filtragem podem ser escolhidas visto que garantiriam a qualidade de energia na entrada dos equipamentos da aeronave. Entretanto deve-se analisar não apenas a viabilidade técnica, mas também economica no que tange os sistemas elétricos aeronáuticos. Com isso, uma breve descrição dos tipos de filtros ativos são descritos a seguir com enfase na aplicação aeronáutica.

- i) Filtros Serie: Os filtros série são utilizados para a correção das harmônicas presentes na forma de onda da tensão na porta de alimentação elétrica das cargas. Seu objetivo não proporciona a correção da forma de onda nas correntes das linhas do circuito, de modo que as regiões do circuito que estão dispostas fora da atuação do filtro sofreriam com a má qualidade de energia da tensão elétrica do sistema. Com isso a utilização deste filtro poderia ser utilizada nos sistemas elétricos aeronáuticos com a ressalva de todos os equipamentos presentes na rede estariam cobertos por filtros série. Esta solução, mesmo que plausível teoricamente, não apresentam benefício econômico, visto que a complexidade, o custo e o peso dos sistemas aumentariam, ao passo que a confiabilidade diminuiria.
- ii) Filtros Shunt: Filtros shunt por sua vez são utilizados para a correção das distorções presentes na corrente dos sistemas. Deste modo, a implementação desse tipo de filtragem em cargas cuja característica operacional apresenta a injeção de harmônicas no sistema seria suficiente para adequar as qualidade de energia no sistema elétrico. Esta característica trás grande vantagem devido ao fato de que nem todas as cargas apresentam distorções harmônicas na corrente, fazendo que sua aplicação seja restrita a apenas onde haveria a necessidade de corrigir as distorções harmônicas da corrente. Este fato faz com que sua utilização seja adequada aos equipamentos do sistema elétrico aeronáutico devido à restrição de utilização da filtragem ativa do tipo shunt à apenas os equipamentos trazem problemas á qualidade de energia. Com isso a qualidade de energia do sistema á mantida e sem que haja a abuso quanto a quantidade de equipamentos providos por filtros ativos. Tal fato faz com que a utilização deste tipo de filtragem apresente viabilidade econômica no mercado aeronáutico.
- iii) Filtros Híbrido: Filtros Ativos com topologia híbrida são concebidos pela junção da filtragem série e shunt. Deste modo a qualidade de energia nos pórticos dos equipamentos apresentam tensões e correntes senoidais, independentemente da carga. Apesar de esta característica ser vantajosa para sistemas aeronáuticos com relação à qualidade de energia, os problemas com sua utilização recaem nos mesmos que inviabilizam o uso de filtros série. Como a utilização de filtros shunt já é condição necessária para a manutenção da qualidade de energia, sua utilização não trás vantagens suficientes para sua implementação no setor

aeronáutico.

Com este entendimento o sistema de filtragem ativa do tipo shunt é o mais adequado para a aplicação proposta neste trabalho. Deste modo o foco apresentado aqui será apenas relacionado à utilização deste tipo de filtragem devido sua relevância na aplicação aeronáutica. Ainda, como mostrado na seção 1.2.2.1, os sistemas aeronáuticos a qual cargas são relevantes quanto a aplicação de filtragem ativa dá-se em circuitos trifásicos a 3 fios, ou seja, sem a presença ou com a desconsideração neutro, devido aos aspectos operacionais.

# 1.3.1 Filtros Ativo Empregando a Teoria P-Q

O emprego da teoria de potência instantânea para realização de filtragem ativa é feita com a aplicação das equações provenientes dos conceitos básicos. Com isso é possível adquirir valores instantâneos de corrente de tal forma que possam ser aplicados em conversores estáticos na utilização da filtragem ativa. O emprego desta teoria trás grande vantagens com sua utilização no desenvolvimento de filtros ativos devido a ampla gama de aplicação. Ou seja, a filtragem ativa utilizando a teoria PQ tem como característica a facilidade nos cálculos devido ao fato que apenas expressões algébricas são realizadas, tem uma boa resposta dinâmica, podem ser aplicados a qualquer circuito trifásico balanceados ou desbalanceados, com ou sem a presença de harmônicas, e ainda em regime transitório ou permanente [9]. Na prática o funcionamento dos filtros ativos é limitado apenas pelas características dos conversores estáticos a qual realizam a injeção de corrente no sistema. Por possuírem uma resposta dinâmica não instantânea, a performance da filtragem é restringido pela inércia dos conversores estáticos. Para fins didáticos, primeiramente será considerado que as correntes provenientes do filtro ativo seja adquirida através de fontes de corrente controladas.

A teoria PQ possuí como característica a determinação das potências instantâneas ativa e reativa de modo que estas carregam importantes atributos das formas de onda das tensões e correntes do sistema. A determinação das potências ativa e reativa como função das tensões e correntes nas coordenadas  $\alpha\beta0$  é apresentado na equação 1.40. Nesta equação é mostrado tanto o calculo das potências cuja as componente  $v_0$  e  $i_o$  são não nulos quanto para o caso em que tais valores são nulos. O caminho inverso para a determinação das correntes  $i_\alpha$ ,  $i_\beta$ , e  $i_0$  para um sistema a qual é conhecida as tensões e as potências instantâneas é determinada segundo a equação 1.45, para o caso em que considera-se as

componentes de sequência zero.

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \\ i_{0} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2} + v_{0}^{2}} \begin{bmatrix} v_{\alpha} & 0 & v_{0} & -v_{\beta} \\ v_{\beta} & -v_{0} & 0 & v_{\alpha} \\ v_{0} & v_{\beta} & -v_{\alpha} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q_{\alpha} \\ q_{\beta} \\ q_{0} \end{bmatrix}$$
(1.45)

Para o caso onde as componentes de sequência zero são nulos, ou seja, eliminando as variáveis  $v_o$  e  $i_0$  da equação, a expressão a qual representa os valores instantâneos da correntes nas coordenadas  $\alpha\beta0$  a partir dos valores da tensão e potências p e q são apresentadas pela equação 1.46.

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_{\alpha}^{2} + v_{\beta}^{2}} \begin{bmatrix} v_{\alpha} & v_{\beta} \\ v_{\beta} & -v_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix}$$
 (1.46)

Cabe lembrar que o sinal utilizado na expressão 1.46 é definido segundo a convenção utilizada na equação 1.44. Com a determinação das correntes nas coordenadas  $\alpha\beta0$  podese utilizar a transformada inversa de Clarke (equação 1.24) para obter as correntes nas coordenadas abc.

Com as expressões apresentadas, a determinação da correntes  $i_{\alpha}$  e  $i_{\beta}$  podem ser realizadas através das potências ativa e reativa e as tesões instantâneas. Ainda, podese estender o a obtenção não apenas das correntes nas coordenada  $\alpha\beta0$  mas também nas coordenadas abc. O principio dos filtragem ativa através da utilização da teoria PQ é dado a partir da obtenção de forma de onda das correntes a serem compensadas e utiliza-las como referência de entrada em compensadores de corrente, tal qual mostrado na figura 12. A determinação das correntes de compensação é feita através da análise da composição das potências ativa e reativa instantânea de um sistema. Com isso pode-se selecionar partes de p e p de modo a especificar as potências a serem compensadas  $p_c^*$  e p pelo filtro. As potências p são finalmente utilizadas na equação 1.46 de modo a consagrar as correntes a serem utilizadas como referência em um compensador de corrente.

#### 1.3.1.1 Seleção de Potências Compensadas

A operação de um circuito trifásico qualquer é realizado com o fluxo de potência instantânea p e q entre seus subsistemas e suas fases. Com os valores de p e q em um determinado instante de tempo, pode-se definir os valores das correntes nas fases do circuito, visto que as potências instantâneas são definidas como função de tais correntes. A determinação da referência para utilizar em um compensador é dada de modo que este injete componentes de corrente com o objetivo de anular partes das potências que

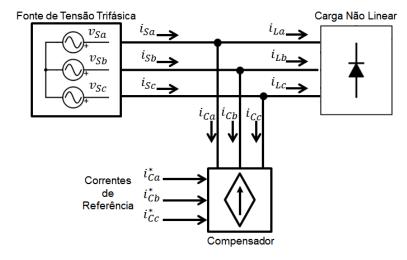
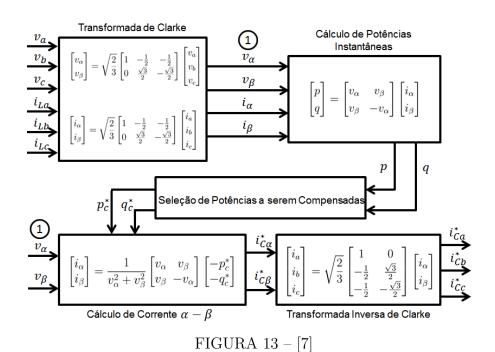


FIGURA 12 - [7]



são indesejadas no circuito. Esta compensação é realizada com a obtenção de formas de onda de corrente de modo a prover potências simétricas aos valores de p e q que deseja-se

De maneira geral, as potências instantâneas podem ser entendidas como sendo a composição de uma parcela constante e uma oscilatória. A parcela constante pode ser estendida como a componente de frequência zero de uma forma de onda, sendo assim esta parcela apresenta valores médios diferentes de zero. Já a parte oscilatória é dada pela presença de valores positivos e negativos de modo que seu valo médio é nulo. Por conseguinte pode-se definir as potências p e q como a composição dos valores médios e oscilantes conforme a equação 1.47. Para fins de denotação  $\overline{p}$  e  $\overline{q}$  representam a parcela

compensar.

média, enquanto que  $\tilde{p}$  e  $\tilde{q}$  denominam a parte oscilante.

$$p = \overline{p} + \tilde{p}$$

$$q = \overline{q} + \tilde{q}$$
(1.47)

Como já explicado na seção ??, a potência instantânea reativa é estabelecido por não fornecer troca de energia em um determinado instante de tempo entre subsistemas, sendo que esta potência é definida pela energia que flui entre as fases do circuito. Deste modo a presença desta potência em um sistema apenas eleva os níveis de correntes de linhas, apresentando em determinadas situações componentes harmônicas que degradam a qualidade de energia. Além do mais o fator de potência é degradado com a presença da potência reativa instantânea. Sendo  $\lambda = p/s$ ,  $\sqrt{p^2 + q^2} \ge p$  e  $s = \sqrt{p^2 + q^2}$ , tem-se que a relação 1.48 é valida. Desta maneira, para que o fator de potência  $\lambda$  apresente valores unitários, a potência reativa instantânea necessariamente deve ser zero para todo instante de tempo, ou seja,  $q \equiv 0$ .

$$\lambda = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2}} \le 1\tag{1.48}$$

Cabe lembrar que o fator de potência definido por  $\lambda = p/s$  é exposta pela relação das potências instantâneas, portanto este é definido pelo fator de potência em cada instante de tempo. Os valores oscilatórios da potência ativa instantânea são estabelecidos pela troca de energia entre subsistemas, sendo que uma carga pode apresentar-se como consumidora e fornecedora de energia durante instantes específicos do tempo. Considerando valores médios, como apresentados na equação 1.13, o fator de potência apresentaria valores diferentes comparativamente apresentada na equação 1.48, sendo que as componentes oscilantes da potência p elevariam os valores da potência aparente do sistema. Desse modo para obter o fator de potência unitário para a transmissão de energia entre subsistemas os valores médios da potência oscilante necessitam ser compensados. Dessa maneira a única potência presente em um sistema com a presença de um compensador seria a instantânea média ativa, ou a parcela  $\bar{p}$  da expressão  $p = \bar{p} + \tilde{p}$ .

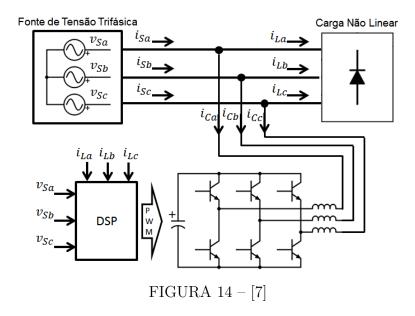
Outras combinações de potências instantâneas a serem compensadas podem ser aplicadas em um compensador com o objetivo de adquirir funcionamentos distinto aos objetivos de elevar a qualidade de energia. Para isso o estudo do comportamento deve ser realizado de modo a definir as potências desejáveis presentes no sistema. Todavia, como o objetivo deste trabalho é exatamente aumentar a qualidade de energia, apenas as potências q e  $\tilde{p}$  necessitam ser compensadas de modo a obter um sistema que atue como sendo composto por uma fonte entregando uma quantidade de energia constante para as cargas. Com este comportamento garante-se que as formas de onda da corrente

são estabelecidas como sendo senoidais e em fase com as tensões de fase, de modo que a fonte enxergaria a carga como sendo composta por resistências e o fator de potência seja unitário.

## 1.3.1.2 Concepção dos Filtros Ativos

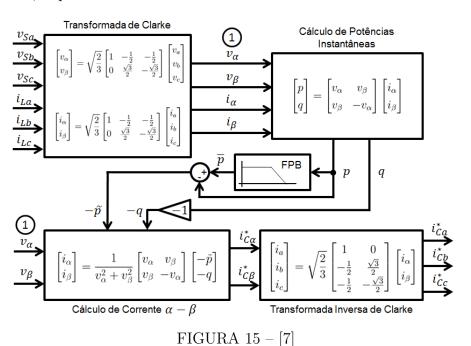
O filtro ativo apresentado nesse trabalho tem por objetivo a compensação de correntes indesejadas no sistema as quais carregam intrinsecamente determinadas potências instantâneas, como foi apresentado nesse capítulo. Com isso, a definição do filtro se dá pela estudo da potência instantânea de modo que as correntes indesejadas possam ser determinadas e compensadas. A concepção do filtro decorre pela utilização das equações algébricas para determinar as potências instantâneas, seguida de métodos para processar-las e determinar qual parcela deseja-se compensar. Este processo leva a obtenção das correntes a serem compensadas facilmente, de modo que estas possam ser utilizadas como referência em inversores estáticos para a criação das correntes a serem injetadas no sistema.

A concepção de tais filtros são comumente realizadas através da utilização pontes inversoras as quais são controladas via processadores de sinais, ou DSPs. Além do mais, são necessários sensores de tensão e corrente as quais alimentam as entradas analógicas dos DPSs para o tratamento de dados e determinação das referências a serem aplicadas nos controle do inversor. A geração dos sinais de corrente a serem aplicadas no sistema é realizada pela comutação controlada das chaves estáticas, onde o controle é feito via PWM, cuja concepção é dada pelo próprio DSP. O diagrama do filtro é mostrado na figura 14.



Para o corrento funcionamento do filtro, as potências a serem compensadas devem

ser determinadas corretamente. Como observado na seção 1.3.1.1 o objetivo da concepção do filtro tratado neste trabalho visa compensar certas potências de modo que apenas as composição composta pela potência média que flui entre fonte e carga seja mantida. Com isso as potências instantâneas reativa q e a parcela oscilante da ativa  $\tilde{p}$  devem ser neutralizadas. Uma maneira de separar as potências ativa média e oscilante é através da implementação de um filtro passa baixa. Com isso, o sinal na saída do filtro pode ser utilizado nos cálculos das corrente de compensação de modo que a saída do compensador apresente formas de onda que anulem a presença da potência oscilatória do sistema. Um importante fator a ser definido deve ser a frequência de corte de tal filtro passa baixa. Uma frequência baixa seria o ideal visto que a  $\tilde{p}$  apresentaria todas as componentes a ser compensadas. Todavia a presença do filtro passa baixa altera a dinâmica do compensador, atribuindo um atraso na resposta do mesmo. A escolha de uma baixa frequência eleva o tempo de acomodação do filtro passa baixa de modo que esta deve ser definida a fim de atender a dinâmica e a performance do compensador simultaneamente. O esquema dos passos de cálculo que um dispositivo deve realizar para determinar corretamente as correntes a serem compensada é mostrado na figura 20. Cabe lembrar que tal concepção não é provida de não idealidades de modo que a topologia do filtro real é ligeiramente diferente deste, e que será mostrado mais a frente.



Para melhor elucidar a operação dos filtros ativos do tipo shunt, um exemplo será mostrado a seguir. Tal sistema é composto por uma fonte senoidal trifásica a três fios, alimentando uma carga não linear balanceada cuja corrente possui forma de onda distinta de uma senoide. Há também a presença de um compensador operando nos moldes da figura 14, porém não será mostrado a saída do sinal PWM, mas apenas as correntes de referência do compensador. Os cálculos presentes na obtenção das correntes de referência

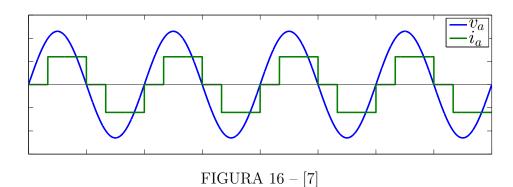
são de acordo com topologia mostrada na figura 20. Como forma de facilitar a visualização, as formas de onda das tensões e corrente das fases b e c do sistemas não serão apresentadas nas figuras. Mas cabe lembrar que tais tensões e corrente respectivas as fases b e c possuem formas de ondas idênticas as apresentadas, com a particularidade de estarem defasadas em -120 e +120 graus entre si.

Primeiramente a figura ?? mostra a forma de onda da corrente e tensão de um sistema qualquer composto por uma carga não linear. Com as tres fases apresentando tal característica as formas de onda das potências instantâneas ativa e reativa podem ser vista na figura ??.

O filtro do exemplo possui sua operação iniciando em  $t_i$  e cessando em  $t_f$ , como mostrado na figura ??. Ainda nesta figura, estão expostas as potências a serem compensadas durante o período de tempo a qual o filtro opera, ou seja, mostra as formas de onda de -q e  $-\tilde{p}$ . Cabe salientar aqui a diferença entre as potências p e  $\tilde{p}$ , a qual mostra-se que a segunda parcela está presente na primeira com a adição de uma componente média.

com o processamento das potências -q e  $-\tilde{p}$  pelo filtro, a corrente de compensação  $i_{Ca}^*$  é obtida. Pelo filtro operar apenas entre  $t_i$  e  $t_f$  a corrente de compensação é apresentada apenas entre este período.

Por fim adicionando-se as correntes de compensação à corrente da fonte  $i_{Sa}$  obtémse a forma de onda apresentada na figura ??. Ainda, expondo tal forma de onda juntamente com a tensão de linha  $v_a$ , como na figura ??, pode-se claramente verificar que a tensão e a parte compensada da corrente estão em fase. Com isso é obtido um fator de potência unitário e a fonte de tensão enxerga o subsistema composto pela carga e filtro como resistências de modo a haver um fluxo de potência constante entre estes.



de acordo com os paranaues, [10], [7], [11], [9], [12]

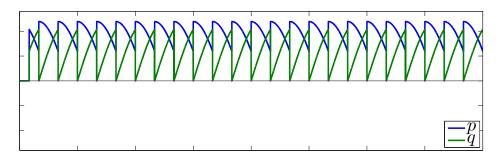


FIGURA 17 – [7]

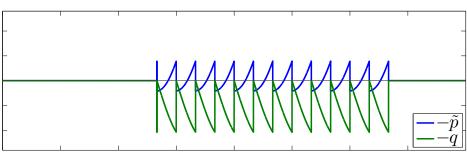


FIGURA 18 – [7]

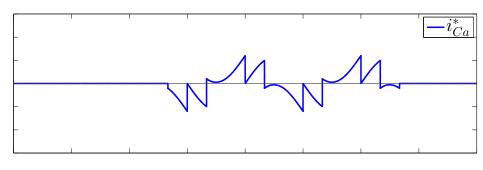


FIGURA 19 – [7]

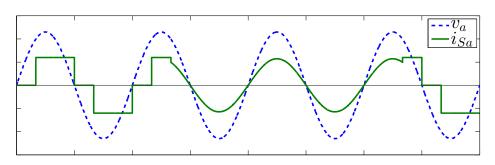


FIGURA 20 - [7]

# Referências Bibliográficas

- [1] PAREDES, H. K. M. Eletrônica de Potência para Geração, Transmissão e Distribuição de Energia Elétrica: Tópicos em teorias de potência em condições não ideais de operação. Acessado em 24/06/2016. Disponível em: <a href="http://www.dsce.fee.unicamp.br/">http://www.dsce.fee.unicamp.br/</a> antenor/pdffiles/it744/CAP6.pdf>.
- [2] STAUDT, V. Fryze-buchholz-depenbrock: A time-domain power theory. In: IEEE. 2008 International School on Nonsinusoidal Currents and Compensation. [S.l.], 2008. p. 1–12.
- [3] CZARNECKI, L. Budeanu and fryze: Two frameworks for interpreting power properties of circuits with nonsinusoidal voltages and currents. *Electrical Engineering*, Springer, v. 80, n. 6, p. 359–367, 1997.
- [4] CZARNECKI, L. S. What is wrong with the budeanu concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned. *IEEE Transactions on Instrumentation and measurement*, IEEE, v. 1001, n. 3, p. 834–837, 1987.
- [5] PENG, F. Z.; LAI, J.-S. Generalized instantaneous reactive power theory for threephase power systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IEEE, v. 45, n. 1, p. 293–297, 1996.
- [6] AKAGI, H.; KANAZAWA, Y.; NABAE, A. Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components. *IEEE Transactions on industry applications*, IEEE, n. 3, p. 625–630, 1984.
- [7] AKAGI, H.; WATANABE, E. H.; AREDES, M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007.
- [8] WATANABE, E. H.; AREDES, M. Teoria de Potência Ativa e Reativa Instantânea e Aplicações - Filtros Ativos e FACTS -. UFRJ - Rio de Janeiro: Laboratório de Eletrônica de Potência.

- [9] AFONSO, J. L.; COUTO, C.; MARTINS, J. S. Active filters with control based on the pq theory. *IEEE Industrial Electronics Society Newsletter*, IEEE, v. 47, n. 3, p. 5–10, 2000.
- [10] WATANABE, E.; STEPHAN, R. Potência ativa e reativa instantâneas em sistemas elétricos com fontes e cargas genéricas. Revista da SBA: Controle e Automação, IFAC, v. 3, n. 1, p. 253–263, 1991.
- [11] WATANABE, E. H.; AREDES, M.; AKAGI, H. The p-q theory for active filter control: some problems and solutions. Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica, SciELO Brasil, v. 15, n. 1, p. 78–84, 2004.
- [12] COUTO, E. F.; MARTINS, J. S.; AFONSO, J. L. Resultados de simulações de um filtro activo paralelo com controlo baseado na teoria p-q.  $8\hat{A}^{0}$  Congresso Luso-Espanhol de Engenharia Eletrotécnica, APDEE. Associação Portuguesa para a Promoção e Desenvolvimento da Engenharia Electrotécnica, p. 4159–4164, 2003.