

6. TÓPICOS EM TEORIAS DE POTÊNCIA EM CONDIÇÕES NÃO IDEAIS DE OPERAÇÃO¹

O crescimento permanente das aplicações com cargas não lineares, não só nas atividades industriais e comerciais como também no uso doméstico, é responsável pelo aumento contínuo do nível de distorção das formas de onda de tensão e corrente nos sistemas elétricos. Some-se a isto o desbalanço de cargas monofásicas e bifásicas em sistemas polifásicos, resultando em diversas perturbações na transmissão, na distribuição e no consumo da energia elétrica nos sistemas atuais [1-3].

Além disto, a rediscussão das matrizes energéticas tem se tornado um assunto fundamental nas sociedades modernas. Sustentabilidade e desenvolvimento de energias renováveis são uns dos principais assuntos em discussão na comunidade científica e política internacional, indicando, inclusive, a necessidade emergencial de regulamentação. Neste sentido, considerando as últimas tendências e tecnologias no que diz respeito à geração, distribuição e consumo de energia elétrica, destaca-se o interesse por fontes renováveis de energia, sistemas de Geração Distribuída (*GD*), microrredes (*micro grids*) e especialmente, pelos novos conceitos de gestão e controle da energia nos sistemas elétricos [4,5].

Um assunto bastante em foco são as “Redes Inteligentes”, do inglês *Smart Grids*. Neste caso, as propostas vêm no sentido de viabilizar a geração, controle e consumo de energia de forma integrada e inteligente, permitindo a operação de diversas fontes de energia (de pequeno, médio ou grande porte), interconectadas à mesma rede e controladas de forma a atender o comportamento dinâmico da demanda dos sistemas consumidores da rede.

Assim, em uma situação geral [6] onde:

- A rede pode ser fraca (impedância da rede alta);
- A frequência pode mudar;
- As tensões são assimétricas;
- As distorções afetam as tensões e correntes.

Algumas perguntas ainda precisam ser respondidas, tais como:

- P1:** As definições existentes para potência reativa, desbalanço e distorção em sistemas monofásicos e polifásicos, alimentados com tensões não senoidais e/ou assimétricas, são realmente válidas?
- P2:** Qual é o significado físico desses termos?
- P3:** Estes termos são úteis para a tarifação e compensação?
- P4:** Até que ponto as medições de potência são afetadas pelas fontes não ideais?
- P5:** É possível a discriminação de responsabilidade entre a fonte e a carga sob condições de distorção de tensão e assimetria?

Embora sabendo que uma teoria de potência deveria ser geral o suficiente para atender as novas tendências, fica cada vez mais evidente que as divergências em torno das várias metodologias estão diretamente relacionadas com o objetivo de cada autor quando da apresentação da proposta.

¹ Este material tem o seu núcleo baseado no trabalho de doutoramento de Helmo K. Morales Paredes [98]

6.1 Uma breve revisão histórica de fatos e documentos

As propriedades dos circuitos elétricos só aparentam ser simples. Apesar de terem sido debatidas por mais de um século, diversos trabalhos ainda são publicados a cada ano. Neste sentido, este item traz uma breve descrição histórica de tentativas de explicação e definições para as potências ativa P e aparente S . Por exemplo, uma explicação entre a diferença de P e S poderia ser dada em termos de potência reativa Q e distorção D . Assim, a tentativa de explicar a diferença entre a potência ativa e aparente, deu origem ao tema de “**Teoria de Potência**”.

Em 1865 *Maxwell* introduziu o conceito de defasagem causado por elementos reativos [7], e em 1881, *Gaulard e Gibbs* patentearam o conceito de um sistema de transmissão em corrente alternada (CA) [8,9].

Em 1888, *Shallenberger* observou os fenômenos de oscilação da potência entre uma fonte de tensão (CA) e a carga causada pelo ângulo de defasagem da tensão e da corrente [10].

Em 1891 que *Westinghouse* instalou um dos primeiros sistemas de transmissão monofásica CA [8,9].

Em 1892, *Steinmetz* demonstrou que uma carga não linear produz correntes não ativas sem alterar o ângulo de fase [11]. O próprio *Steinmetz* em 1893 descreveu o fenômeno de ressonância elétrica [12], e um dos primeiros trabalhos que utiliza o termo harmônico foi escrito por *Houston e Kenenlly* em 1894 [13].

Isto motivou a aparição das primeiras definições de potência aplicadas a circuitos monofásicos de CA, que foram propostas por *Steinmetz* em 1897, que definiu os três tipos de potências que usualmente conhecemos como: aparente (S), ativa (P) e reativa (Q). Ele também propôs o uso do “fator de potência (FP)” como sendo a razão entre a potência ativa e aparente [14].

Por outro lado, a proliferação das aplicações dos sistemas trifásicos de CA, na época, levou ao estudo de novos fenômenos. Foi assim que, por volta de 1910 *Campos, Lupi, Norsa e Niethammer* debateram problemas relacionados com a assimetria de tensões e correntes de um motor polifásico devido a cargas monofásicas situadas em outros pontos da rede [15]. Provavelmente esta foi a principal causa para a aparição das definições conhecidas de potência aparente vetorial (S_V) e potência aparente aritmética (S_A), as quais foram motivo de discussão por, praticamente, um século. E ainda são mencionadas nas diferentes versões das Normas Americanas [16-21].

Como uma resposta aos problemas de desequilíbrio, em 1918, *Fortescue* publicou a famosa “teoria de componentes simétricas” [22]. Mas foi em 1920 que pela primeira vez, uma comissão especial formada pelo *American Institute of Electrical Engineers (AIEE)* e a *National Electric Light Association (NELA)* discutiu o significado e aplicação do fator de potência vetorial (FP_V) e o fator de potência aritmético (FP_A) em sistemas polifásicos [23]². Porém, estudos referentes às propriedades da potência em circuitos desequilibrados, foram introduzidos por *Lyon* em 1920 e *Buchholz* em 1922, respectivamente. Uma das principais observações destes estudos foi que o desbalanço da carga piora o fator de potência [24-26].

Por outro lado, em 1927, *Budeanu* foi o primeiro em desenvolver um equacionamento para a decomposição da potência aparente em três parcelas, potência ativa (P), potência reativa (Q) e potência distorcida (D) [27,28]. Definições que dominaram os estudos sobre sistemas com tensões e correntes não senoidais por várias décadas. Teoria no domínio da frequência, que chegou a ser adotada pela *Norma Americana* e foi duramente criticada por *Czarnecki* em 1987 [29], mesmo assim o IEEE manteve estas definições até a publicação da Std. 1459-2010 [21].

Quatro anos após *Budeanu* sugerir suas definições de potência, em 1931, *Fryze* apresentou uma definição de potência baseada em uma decomposição ortogonal, no domínio do tempo

² Todos os trabalhos contemplados nesta discussão foram apresentados no “36th Annual Convention of the American Institute of Electrical Engineers”, While Sulphur Springs W. Va., July 1, 1920”.

[30,31]. Esta teoria foi incorporada pela *Norma Alemã* [32] que posteriormente foi atualizada [33,34] com as contribuições trazidas por *Depenbrock* [35,36].

Após mais de uma década de discussões e definições de potências e como resposta ao “*Roumanian Questionnaire*” elaborado em 1927 e distribuído internacionalmente a diferentes países³ [37], em 1933 ocorreu outra grande discussão⁴ organizada por uma subcomissão especial do AIEE [38]. Destacando-se os trabalhos de *Lyon* [39] e *Goodhue* [40], onde as definições de potência e fator de potência são interpretadas em função da potência máxima transferível para um dado nível de tensão e de perdas na transmissão.

Em nenhuma das discussões (1920 e 1933) chegou-se a um consenso mais amplo sobre as definições de potência e seus significados. Porém, tendo como base as discussões anteriores, em 1935, *Harvey L. Curtis* e *Francis B. Silsbee* publicaram, a pedido do *Institute's Committee on Instruments and Measurements do A.I.E.E.*, o artigo [41] onde foram dados conceitos e definições fundamentais às quantidades relacionadas com a potência em circuitos monofásicos senoidais e não senoidais, assim como circuitos polifásicos equilibrados e desequilibrados em condições senoidais e não-senoidais de CA, que, depois foram as bases para a formulação das normas americanas.

Foi assim que a partir de 1941 [16], as definições de potência foram normalizadas, porém as discussões sobre o assunto não terminaram.

Nos anos 50, *Buchholz* realizou uma contribuição importantíssima sobre a decomposição das correntes em um sistema polifásico genérico [42]. Posteriormente, *Depenbrock*, na sua tese de doutorado [43] publicada em 1962, estabeleceu as bases para o cálculo instantâneo de novas componentes de correntes em sistemas polifásicos genéricos as quais denominou correntes (instantâneas) de potência. Após uma pesquisa bibliográfica verificou-se que *Depenbrock* não tinha divulgado seu trabalho em nenhum evento científico alemão até 1979 [35]. Só em 1993 apareceu a primeira publicação em inglês da proposta denominada pelo autor de Método *FBD* (*Fryze-Buchholz-Depenbrock*). Pode ser este o motivo pelo qual o método *FBD* não teve a mesma repercussão que outras teorias formuladas posteriormente. A mesma só passou a ser referenciada e utilizada por outros autores após sua publicação no *IEEE* [36].

Em 1982, *Akagi*, *Kanazawa* e *Nabae* publicaram a primeira versão da teoria conhecida como *Teoria de Potência Instantânea pq* em uma conferência japonesa, e mais tarde, em uma revista do Instituto de Engenheiros Elétricos do Japão [44]. Ao contrário da teoria *FBD*, a teoria *pq* foi publicada em uma conferência internacional em um intervalo de tempo mais curto [45]. Foi assim que em 1984 um trabalho mais completo foi publicado no *IEEE* [46].

Por outro lado, nas décadas de 70 e 80 apareceram várias outras teorias, sendo estas expansões e/ou modificações das teorias clássicas de *Budeanu* e *Fryze*. Destacam-se os trabalhos de *Kimbark* em 1971 [47], *Shepherd* e *Zakikhani* em 1972 [48], *Sharon* em 1973 [49], *Kuster e Moore* em 1980 [50], *Page* em 1980 [51], *Czarnecki* 1988 [52], e os trabalhos de medição desenvolvidos por *Filipski* [53,54], entre outros.

Porém, foi nos anos 90 que se iniciaram as principais discussões de propostas com especialistas de dois grandes grupos de estudo: o grupo de estudo do *IEEE* para situações não senoidais, presidido por *A. Emanuel* e o grupo de estudos presidido por *A. Ferrero*, sobre estudos específicos de definições de potência (*I – VII International Workshop on Power Definitions and Measurements under Non-sinusoidal Conditions*). E finalmente, cabe destacar as reuniões de 2008 e 2010 na Polônia, coordenados por *Czarnecki* (*ISNCC – International School on Non-sinusoidal Currents and Compensation*), onde foi publicada uma quantidade expressiva de artigos sobre o tema e foram apresentadas propostas de metodologias e definições para o cálculo e decomposições de parcelas de corrente e potência em sistemas monofásicos e polifásicos.

³ A *Roumanian Questionnaire* foi elaborado após a apresentação do trabalho intitulado “*The Power Factor and Its Improvement*” pelo Prof. *Constantin D. Busila* no International Conference on High-Voltage Electric Systems (Paris, 1927).

⁴ The Symposium on Reactive Power at the Institute's North Eastern District Metering in Schenectady, May 10 – 12, 1933.

Buscando discutir e identificar possíveis similaridades, divergências ou inconsistências entre as diferentes teorias e propostas, diversos trabalhos foram publicados ao longo dos últimos anos [55-60], mas nenhum deles buscou a responder as questões apresentadas em [60,61], ou mesmo as questões levantadas no item anterior (**P1-P5**).

Neste sentido, a seguir será apresentada uma revisão sucinta dos dois enfoques predominantes nas definições de potência que foram introduzidas por *Budeanu* no *domínio da frequência* [27-28] e *Fryze* no *domínio do tempo* [30,31]. O principal objetivo é criar um contexto de estudos das principais e mais relevantes teorias, no qual se possa observar as diferentes linhas de pesquisa e identificar as deficiências, semelhanças e diferenças entre elas, principalmente no que tange o objetivo pelo qual cada proposta de teoria de potência foi desenvolvida (medição, análise, tarifação ou compensação).

Antes de proceder com esta revisão, é preciso enfatizar que não é propósito apresentar uma monografia sobre os métodos de decomposição da corrente e sobre as teorias de potência, uma vez que diversos métodos e teorias encontradas na literatura, não serão discutidos neste trabalho.

6.2 Definição de operadores matemáticos para quantidades de fase e vetoriais

Antes de iniciar o estudo das propostas de teoria de potência mais relevantes, faz-se necessário uma breve revisão de alguns conceitos matemáticos, os quais foram utilizados por diferentes autores para a definição de diversas parcelas de potência.

O **valor médio** de uma grandeza $x(t)$ é definido como:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (6.1)$$

e sua **norma Euclidiana**, é:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} = X, \quad (6.2)$$

onde X resulta no valor eficaz da variável x .

O **produto interno**, de duas grandezas periódicas $x(t)$ e $y(t)$ é definido como:

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t) dt. \quad (6.3)$$

No caso do produto interno de $x(t)$ e $y(t)$ resultar igual à zero, tais grandezas serão ditas **ortogonais**, isto é:

$$\langle x, y \rangle = 0. \quad (6.4)$$

A **ortogonalidade** entre duas grandezas, por exemplo, pode se dar:

- Para funções senoidais deslocadas em 90° ;
- Para componentes harmônicas de ordens diferentes.

e finalmente, aplicando a **desigualdade de Cauchy-Schwartz** para o produto interno temos:

$$\langle x, y \rangle \leq \|x\| \|y\| = XY. \quad (6.5)$$

Todas as definições dadas acima podem ser facilmente estendidas para **quantidades vetoriais** reais, contínuas e periódicas.

Considerando os vetores \underline{x} e \underline{y} de dimensão “ m ”, definidos como:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_m(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \quad (6.6)$$

assim por exemplo, a **magnitude do vetor** \underline{x} é:

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m x_{\mu}^2}. \quad (6.7)$$

O **valor médio do vetor** \underline{x} é definido como:

$$\bar{\underline{x}} = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{x}(t) dt = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_m \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

e, conseqüentemente, a **norma do vetor** \underline{x} é:

$$\|\underline{x}\| = \sqrt{\langle \underline{x}, \underline{x} \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{\mu=1}^m \int_0^T x_{\mu}^2 dt} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m X_{\mu}^2} = \underline{X}, \quad (6.9)$$

onde \underline{X} é o **valor eficaz coletivo** do vetor \underline{x} e X_{μ} o valor eficaz da variável x_{μ} .

O **produto escalar instantâneo dos vetores** \underline{x} e \underline{y} é definido como:

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = \sum_{\mu=1}^m x_{\mu} y_{\mu}, \quad (6.10)$$

e o **produto interno destes dois vetores** é dado por:

$$\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle = \sum_{\mu=1}^m \langle x_{\mu}, y_{\mu} \rangle = \sum_{\mu=1}^m \frac{1}{T} \int_0^T x_{\mu}(t) y_{\mu}(t) dt. \quad (6.11)$$

A **ortogonalidade** entre os vetores \underline{x} e \underline{y} dá-se quando:

$$\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle = 0, \quad (6.12)$$

e finalmente, também é útil lembrar a desigualdade de **Cauchy-Schwartz** para o produto escalar:

$$\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle \leq \|\underline{x}\| \|\underline{y}\| = \underline{X} \underline{Y}. \quad (6.13)$$

6.3 Origem das definições de potência no domínio da frequência

Este enfoque foi introduzido por *Budeanu* [27,28] e tem sido o mais difundido e utilizado na engenharia elétrica. Em um circuito de CA monofásico.

6.3.1 Teoria de potência proposta por Constantin I. Budeanu

Nesta abordagem a tensão e a corrente são expressas mediante séries de Fourier. Portanto, o valor eficaz de tais variáveis pode ser calculado como:

$$V = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} V_h^2}; \quad I = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_h^2}, \quad (6.14)$$

onde V_h e I_h representam os valores eficazes das componentes harmônicas (múltiplos inteiros da fundamental) de tensão e corrente, respectivamente.

A partir da análise matemática da interação entre a corrente e a tensão, *Budeanu* definiu as seguintes potências para sistema monofásico:

Potência aparente:

$$S = VI. \quad (6.15)$$

Potência ativa:

$$P = \sum_{h=1}^{\infty} P_h = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \cos \varphi_h. \quad (6.16)$$

Potência reativa:

$$Q_B = \sum_{h=1}^{\infty} Q_h = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \sin \varphi_h. \quad (6.17)$$

Potência de distorção:

$$D_B = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_B^2}. \quad (6.18)$$

Comentários e discussões

Shepherd e *Zakikhani* foram os primeiros a apontar, por escrito, algumas deficiências desta teoria [48]. Porém, foi *Czarnecki* em 1987, quem demonstrou detalhadamente as deficiências e criticou veementemente esta teoria [29], exatamente 60 anos após a teoria de *Budeanu* ser desenvolvida. Seu principal argumento foi que a redução de potência reativa não leva a uma redução do valor eficaz da corrente de alimentação, e a potência de distorção pode não ter nada em comum com a distorção da forma de onda da tensão e corrente.

A principal propriedade, por exemplo, da potência reativa no caso senoidal é que a sua redução diminui a perda da linha para a mesma transferência de energia. O fato de que essa propriedade não é preservada pela potência reativa de *Budeanu* em condições não senodais, fez com que *Czarnecki* rejeitasse fortemente o conceito da potência reativa de *Budeanu*. Esta lacuna da potência reativa de *Budeanu* também foi apontada por *Akagi et al.* em [62] e pode ser a razão

pela qual o conceito não foi incluído nas definições propostas em [63] e excluídos da norma IEEE 1459 [20,21] em sua recente revisão de 2010.

Assim, nestas definições, a potência ativa P tem um significado físico inequívoco ante qualquer composição de tensões e correntes, porém Q_B e D_B surgem de formulações matemáticas que do ponto de vista da **teoria de potência**, não têm uma relação específica com os fenômenos físicos dos sistemas elétricos, podendo levar a falsas interpretações.

Acredita-se que, a principal deficiência da **teoria proposta por Budeanu** está no fato dele não ter definido as componentes de correntes ortogonais associadas às potências Q_B e D_B . Assim, por exemplo, considerando o circuito mostrado na Figura 6.1, a corrente do compensador $i_{comp}(t)$ que reduziria a potência reativa de Budeanu ($Q_B = 0$) poderia não reduzir a corrente de alimentação $i(t)$. Isto porque a corrente do compensador e seu complemento não são mutuamente ortogonais, ou seja:

$$\|i_c(t)\|^2 \neq \underbrace{\|i_a(t)\|^2 + \|i_{res}(t)\|^2}_{\text{complemento}} + \|i_{comp}(t)\|^2$$

onde $i_a(t)$ é associado a potência P , $i_{res}(t)$ a potência D_B e $i_{comp}(t)$ a potência Q_B .

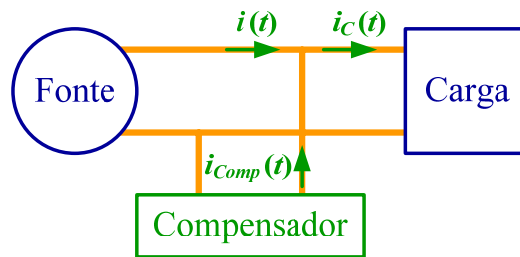


Figura 6.1: Sistema monofásico com compensação.

Finalmente, cabe destacar que devido à complexidade do método, a implementação prática da teoria proposta por Budeanu torna-se uma tarefa difícil. Provavelmente este foi o principal motivo para que os primeiros medidores da potência reativa e potência de distorção fossem construídos quase 50 anos após ser definida [53,54,64,65]. Destaca-se que uma das primeiras patentes de um medidor de Q_B foi concedida em 1974 [65].

6.4 Origem das definições de potência no domínio do tempo

A formulação proposta por Fryze em [30,31] não emprega a análise de Fourier, tornando a sua aplicação prática mais simples. Mesmo assim não foi adotada em grande escala.

6.4.1 Teoria de potência proposta por Stanislaw Fryze

Para sinais periódicos de forma de onda qualquer, Fryze parte da definição do valor eficaz de tensão e corrente como sendo:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt}; \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad (6.19)$$

onde T é o período da fundamental (60/50Hz).

A partir dos valores eficazes de tensão e corrente e a determinação do valor médio da potência instantânea, Fryze propõe a seguinte decomposição das variáveis de um sistema monofásico:

Potência aparente:

$$S = VI. \quad (6.20)$$

Potência ativa:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T v i dt. \quad (6.21)$$

Fator de potência:

$$\lambda = \frac{P}{S}. \quad (6.22)$$

Potência reativa⁵:

$$Q_F = \sqrt{S^2 - P^2}. \quad (6.23)$$

Fryze foi quem deu base para a decomposição da corrente (i) em duas componentes instantâneas ortogonais, **ativa** (i_a) e **não ativa** (i_{na}) da forma:

$$i_a = \frac{P}{V^2} v = G_a v. \quad (6.24)$$

O parâmetro G_a é referido como uma **condutância equivalente** da carga monofásica. A corrente ativa corresponde à parcela que, efetivamente, transfere potência para a carga e possui a mesma forma de onda da tensão. E a parte restante é:

$$i_{na} = i - i_a, \quad (6.25)$$

a qual representa uma corrente de ocupação adicional do sistema elétrico.

Originalmente, a corrente ativa é obtida através da “condutância equivalente” (G_e) do sistema e representa a corrente de uma carga puramente resistiva, a qual, para uma mesma tensão, absorve a mesma potência ativa (P) da carga realmente utilizada. Se a corrente i_{na} fosse completamente eliminada ou compensada, o fator de potência seria unitário.

A relação de ortogonalidade entre ambas as componentes instantâneas implica que:

$$\frac{1}{T} \int_0^T i_a i_{na} dt = 0 \Leftrightarrow I^2 = I_a^2 + I_{na}^2. \quad (6.26)$$

Além disto, utilizando a **desigualdade de Schwartz**, *Fryze* mostrou que:

$$S \geq P = VI\lambda, \quad (6.27)$$

onde $\lambda = \cos\phi$ no caso particular de funções senoidais e que a **igualdade de Schwartz** só ocorre se a relação P/S for constante. Isso significa que $S = P$ apenas no caso em que a corrente é proporcional à tensão (carga resistiva) e a relação v/i se mantiver constante no período ($v/i = R = cte$) ou seja, corresponde a uma resistência invariante no tempo.

Portanto, *Fryze* provou que a potência aparente de um resistor invariante coincide com a potência ativa, qualquer que seja a forma de onda. Assim, o fator de potência (λ) atinge seu valor máximo ($\lambda = 1$) se e somente se a corrente instantânea for proporcional à tensão instantânea. Em qualquer outro caso $\lambda < 1$.

⁵ Esta potência de *Fryze* também pode ser encontrada na literatura com o nome de **potência fictícia** ou **não ativa**.

Comentários e discussões

Uma grande contribuição da teoria de *Fryze* foi a introdução do conceito de ortogonalidade entre as parcelas de corrente ativa e não ativa.

Se o objetivo é quantificar o total de energia supérflua (não ativa) de um sistema elétrico, as componentes i_{na} e Q_F podem ser utilizadas com bastante precisão. Além disso, a proposta permite o projeto de filtros ativos de potência, para eliminação de i_{na} , mesmo se, em seu tempo, tal solução ainda não fosse realizável.

Uma das desvantagens é que, pelo fato de agrupar todos os “distúrbios” de corrente na parcela i_{na} , tal teoria não permite o aprofundamento dos estudos sobre cada tipo de fenômeno físico envolvido na transferência de energia, bem como não permite a monitoração para fins de tarifação ou compensação “seletiva” de determinadas parcelas de corrente e potência e, finalmente, não explora circuitos polifásicos.

6.4.2 Teoria de potência proposta por F. Buchholz

Em 1950, *Buchholz* estendeu o trabalho de *Fryze* para sistemas polifásicos [42]. Segundo *Buchholz*, o sistema pode ser representado mediante um circuito homogêneo onde nenhum dos condutores é tratado como especial, ou seja, o condutor neutro é tratado como um condutor de fase no caso de um sistema trifásico a quatro condutores. Assim, neste circuito homogêneo, as tensões dos “ m ” terminais são referenciadas a um ponto externo do circuito “ $*$ ” da forma:

$$v_{\mu*} = v_{\mu r} - v_{*r}; \quad v_{*r} = \frac{1}{m} \sum_{\mu=1}^m v_{\mu r}, \quad (6.28)$$

onde $v_{\mu r}$ é a tensão da μ -ésima fase, medida em relação a um nó físico de referência “ r ”, o qual pode ser escolhido arbitrariamente. Assim, a tensão v_{*r} é a tensão de flutuação do nó virtual “ $*$ ” em relação ao nó de referência arbitrária “ r ”.

Assim a potência instantânea coletiva das “ m ” fases do sistema é dada por:

$$p_{\Sigma} = \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{\mu}. \quad (6.29)$$

Para tratar este sistema polifásico como um todo, *Buchholz* introduziu o conceito de valores coletivos (instantâneos) e também os valores eficazes coletivos de tensão e corrente. Estes valores são definidos como:

$$i_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m i_{\mu}^2}; \quad v_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2}, \quad (6.30)$$

$$I_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m i_{\mu}^2 dt}; \quad V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2 dt}. \quad (6.31)$$

Nota-se que, para o cálculo dos valores coletivos instantâneos e eficazes, todos os condutores do sistema polifásico são considerados como ativos, inclusive o condutor neutro (usualmente considerado retorno).

Buchholz tinha estudado em detalhe os sistemas polifásicos, muito antes do cálculo das correntes ativas instantâneas, e foi assim que em 1922, propôs a seguinte expressão para o cálculo da **potência aparente** [26]:

$$S_{\Sigma} = V_{\Sigma} I_{\Sigma} . \quad (6.32)$$

Recentemente, tal definição foi incorporada na moderna *Std. 1459* do IEEE, renomeada de potência aparente efetiva “ S_e ” [20,21].

Por outro lado a **potência ativa coletiva** é dada:

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma} dt. \quad (6.33)$$

A partir da definição das potências, *Buchholz* estabeleceu da mesma forma que *Fryze*, que as **correntes instantâneas** (i_{μ}) em cada condutor do sistema polifásico poderiam ser decompostas em duas parcelas: uma **ativa** ($i_{a\mu}$) e outra **não ativa** ($i_{na\mu}$), de forma que:

$$i_{a\mu} = \frac{P_{\Sigma}}{V_{\Sigma}^2} v_{\mu*} = G_a v_{\mu*} , \quad (6.34)$$

$$i_{na\mu} = i_{\mu} - i_{a\mu} , \quad (6.35)$$

onde $i_{na\mu}$ não contribui na potência ativa coletiva (P_{Σ}), sendo que poderia ser eliminada mediante algum tipo de compensador adequado. Nota-se que, diferentemente da teoria de *Fryze*, nesta abordagem G_a representa a condutância equivalente (por fase) de uma carga polifásica.

Se pelos condutores do sistema polifásico circulassem apenas correntes ativas instantâneas ($i_{a\mu}$) a potência instantânea fornecida pela fonte seria:

$$p_{\Sigma a} = \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{a\mu} = G_a \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2 , \quad (6.36)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T p_{\Sigma a} dt = G_a \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*}^2 dt, \quad (6.37)$$

$$G_a V_{\Sigma}^2 = P_{\Sigma}. \quad (6.38)$$

Nesta hipotética situação, utilizando a **desigualdade de Schwartz**, *Buchholz* mostrou que:

- A potência $p_{\Sigma a}$, é uma função do tempo e só será constante se v_{Σ}^2 também for constante;
- O conjunto de correntes ativas ($i_{a\mu}$) apresenta permanentemente o mínimo valor coletivo (i_{Σ}) para fornecer a potência instantânea ($p_{\Sigma a}$);
- Para qualquer valor eficaz coletivo de tensão (V_{Σ}), o conjunto de correntes ativas ($i_{a\mu}$) conduz o mínimo valor eficaz coletivo de corrente ($I_{\Sigma a}$) que seja capaz de fornecer a potência ativa (P_{Σ}).

Comentários e discussões

Esta teoria, por ser apenas uma expansão da teoria de *Fryze*, também não permite o aprofundamento dos estudos sobre cada tipo de fenômeno físico envolvido na transferência de energia.

Buchholz emprega magnitudes instantâneas de um sistema polifásico com um número genérico de fases, não distingue condutores de fase e de neutro para o cálculo da potência aparente coletiva (S_Σ).

Uma grande contribuição de *Buchholz* foi a introdução dos valores coletivos de tensão e corrente para o cálculo da potência aparente.

6.4.3 Teoria de potência proposta por Manfred Depenbrock

Depenbrock, baseando-se nos trabalhos de *Fryze* [31] e *Buchholz* [42], apresentou a teoria denominada de método **FBD “Fryze-Buchholz-Depenbrock”** [36].

Assim como *Buchholz*, a proposta de *Depenbrock* utiliza a referência externa para a medida das tensões. *Depenbrock* em [66], demonstrou que independentemente dos valores das tensões nas fases, as “ m ” tensões medidas em relação ao ponto virtual “*” e as “ m ” correntes satisfazem as leis de tensões e correntes de *Kirchhoff*:

$$\begin{aligned}\sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} &= 0; \\ \sum_{\mu=1}^m i_{\mu} &= 0.\end{aligned}\tag{6.39}$$

A equação anterior fortalece a ideia de que o condutor de retorno (neutro) tem as mesmas propriedades e, assim, deve ser tratado como um condutor de fase.

Depenbrock estabeleceu as bases para a decomposição de novas parcelas de corrente nos sistemas polifásicos, as quais chamou de *correntes instantâneas de potência (Power Currents)*. Assim, a corrente instantânea em cada fase do sistema (i_{μ}) é decomposta em parcelas de corrente proporcionais e ortogonais à tensão, definindo assim:

Correntes de Potência ($i_{p\mu}$): responsáveis pela potência instantânea, incluindo possíveis oscilações relacionadas com harmônicos e desequilíbrios:

$$i_{p\mu} = \frac{p_{\Sigma}}{v_{\Sigma}^2} v_{\mu*} = G_p v_{\mu*},\tag{6.40}$$

onde G_p é referida como uma *condutância equivalente instantânea* (por fase) de uma carga polifásica. Nota-se que, o valor de G_p não é constante no tempo.

Correntes de Potência Zero ($i_{z\mu}$): não contribuem para a transferência de energia, e estas correntes poderiam ser compensadas sem a necessidade de armazenadores de energia [36,43]:

$$\begin{aligned}i_{z\mu} &= i_{\mu} - i_{p\mu}; \\ p_{\Sigma z} &= \sum_{\mu=1}^m v_{\mu*} i_{z\mu} = 0.\end{aligned}\tag{6.41}$$

Corrente Ativa ($i_{a\mu}$): responsável pela transferência de energia média para a carga. Esta corrente resulta na corrente ativa definida por *Fryze* (Eq. 6.24) e expandida por *Buchholz* (Eq. 6.34):

$$i_{a\mu} = \frac{P_{\Sigma}}{V_{\Sigma}^2} v_{\mu*} = G_a v_{\mu*}.\tag{6.42}$$

Nota-se que, diferentemente de G_p (Eq. 6.40), a condutância G_a representa a *condutância equivalente* (por fase) de uma carga polifásica, e seu valor sempre é constante no tempo. Além disso, (Eq. 6.42) é idêntica a (Eq. 6.34) definida por *Buchholz*.

Correntes Não-Ativas ($i_{na\mu}$): associadas aos vários tipos de distúrbios e oscilações que afetam a potência instantânea, mas não transferem energia média para as cargas:

$$i_{na\mu} = i - i_{a\mu}. \quad (6.43)$$

Correntes de variação ($i_{v\mu}$): estas correntes permitem relacionar as correntes de potência ($i_{p\mu}$) com as correntes ativas ($i_{a\mu}$), e podem ser calculadas por:

$$i_{v\mu} = i_{p\mu} - i_{a\mu} = i_{na\mu} - i_{z\mu}. \quad (6.44)$$

Tais componentes de corrente só resultam zero quando $G_p = G_a$. Em outras condições são responsáveis pelas oscilações da potência instantânea ($p_\Sigma \neq P_\Sigma$). Para a eliminação destas parcelas ($i_{v\mu}$) é necessário o uso de condicionadores de energia (filtros ativos) com capacidade de intercâmbio de energia com a rede.

Na publicação [67] e recentemente atualizada por *Staudt* em [68] propõe-se, baseado na ortogonalidade existente entre os vetores de corrente em cada condutor de um sistema polifásico, a seguinte decomposição da corrente:

$$I_\Sigma^2 = I_{\Sigma a}^2 + I_{\Sigma na}^2 = I_{\Sigma a}^2 + I_{\Sigma v}^2 + I_{\Sigma z}^2 \quad (6.45)$$

o qual permite estabelecer a seguinte decomposição da potência:

$$\begin{aligned} V_\Sigma^2 I_\Sigma^2 &= V_\Sigma^2 I_{\Sigma a}^2 + V_\Sigma^2 I_{\Sigma na}^2 = V_\Sigma^2 I_{\Sigma a}^2 + V_\Sigma^2 I_{\Sigma v}^2 + V_\Sigma^2 I_{\Sigma z}^2 \\ S^2 &= P_a^2 + P_{na}^2 = P_a^2 + P_v^2 + P_z^2 \end{aligned} \quad (6.46)$$

onde cada parcela de potência é associada a cada decomposição da corrente. Potência ativa coletiva (P_a), potência não ativa coletiva (P_{na}), potência de variação coletiva (P_v) e potência nula coletiva (P_z).

Assim o fator de potência coletivo foi definido como:

$$\lambda_\Sigma = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T p_\Sigma dt}{V_\Sigma I_\Sigma} = \frac{V_\Sigma^2 I_{\Sigma a}^2}{V_\Sigma I_\Sigma} = \frac{P_a}{S} \quad (6.47)$$

onde $P_a = P_\Sigma$ é a potência ativa coletiva e $S = S_\Sigma$ a potência aparente coletiva.

Comentários e discussões

Depenbrock tem sido um dos grandes responsáveis pela divulgação da potência aparente de *Buchholz*, bem como sobre a necessidade de definir um “ponto de referência virtual” para as medidas das tensões também sugeridas por *Buchholz*.

Em sistemas trifásicos com condutor de retorno (neutro), cargas desbalanceadas e/ou não lineares fazem com que flua corrente no condutor de neutro e, de acordo com *Depenbrock*, tal condutor deve ser tratado como um condutor de fase [36,66].

O ponto estrela virtual pode ser bastante interessante em algumas aplicações, como medição das tensões em sistemas trifásicos a três condutores, onde não há presença do condutor neutro e, normalmente, não são medidas as tensões da fase. No entanto, na presença de componentes homopolares, as medidas das tensões para o ponto estrela virtual podem não representar os valores eficazes ou os valores instantâneos das tensões sobre os terminais da carga [69,70].

Semelhante à **Teoria pq** (como será visto no próximo item), a **Teoria FBD** tem sua origem na área de compensação de distúrbios, embora, com uma definição mais simples e sem o uso de transformações de coordenadas, tais como, $\alpha\beta 0$; $dq0$, etc. No entanto, esta teoria pode apresentar algumas limitações em termos de interpretação de fenômenos físicos [61,71,72], por exemplo, baseado no fato de não separar a componente reativa e a componente de desbalanço da corrente total. Portanto, as componentes $i_{v\mu}$ e $i_{z\mu}$ podem combinar os efeitos do comportamento reativo convencional, desequilíbrios e harmônicos.

As definições de $i_{v\mu}$ e $i_{z\mu}$ propostas por *Depenbrock*, do ponto de vista de compensação podem ser aplicadas de forma semelhante às correntes ativa e reativa propostas por *Akagi et al* [45], apesar de realizadas de forma completamente distinta.

Depenbrock tem tentado demonstrar que a definição de uma teoria e a sua implementação em sistemas de medição e controle no domínio do tempo, nada tem a ver com as chamadas teorias de potência instantâneas [73], apresentadas, por exemplo, em [45,74-78].

Depenbrock apresenta uma metodologia que não só formula uma definição de potências e propõe uma divisão das mesmas, como também estabelece as bases para a determinação de um circuito equivalente e, portanto, permite a compensação de potência não ativa [66].

6.4.4 Teoria de potência proposta por *Hirofumi Akagi et al.*

Inicialmente, a teoria de potência instantânea foi desenvolvida para sistemas trifásicos a três condutores [45]. Esta teoria ficou conhecida como **Teoria de Potência Instantânea** ou simplesmente **Teoria pq** e tem como base a transformação de *Clarke* [79]. Através de contribuições de vários autores ao longo das últimas duas décadas de utilização da teoria [76,77], as publicações mais recentes de *Akagi e coautores* trazem uma teoria estendida, na qual a presença de 4 fios no sistema trifásico foi incorporada ao método de cálculo de suas variáveis, além de outras considerações [44,62,75], e também aplicações na área de compensação de micro redes [80,81].

Assim, o vetor de tensões de fase, nas coordenadas α , β e 0 , é dado por:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1 \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

Observe-se que, para sistemas trifásicos a três condutores, as tensões são medidas em relação ao ponto estrela virtual (como no método *FBD*) e para sistemas a quatro condutores, as tensões são medidas em relação ao condutor de retorno (neutro). Similarmente, as correntes instantâneas i_a , i_b e i_c , podem ser transformadas para as coordenadas α , β e 0 .

A **Teoria pq** descreve as propriedades de potência de sistemas trifásicos a quatro condutores por meio de três principais componentes de potência instantânea: a potência instantânea real p , a potência instantânea imaginária q e a potência instantânea de sequência zero p_0 [44,62,74]:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p \\ q \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} v_0 & 0 & 0 \\ 0 & v_\alpha & v_\beta \\ 0 & v_\beta & -v_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (6.49)$$

A soma de p_0 e p resulta na potência trifásica instantânea tradicional (em watts):

$$p_{3\phi} = p + p_0 = v_\alpha i_\alpha + v_\beta i_\beta + v_0 i_0 = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (6.50)$$

Seguidamente, os autores da **Teoria pq** introduziram o conceito de potência instantânea imaginária q , dada em Volt-Ampère-Imaginário (vai), definida como:

$$q = v_\beta i_\alpha - v_\alpha i_\beta \quad (6.51)$$

Por conseguinte, considerando as duas potências instantâneas p e q , as correntes ortogonais i_α e i_β podem ser decompostas em correntes ativas instantâneas nos eixos α e β ($i_{\alpha p}$ e $i_{\beta p}$) e correntes reativas instantâneas nos eixos α e β ($i_{\alpha q}$ e $i_{\beta q}$), como segue:

$$i_{\alpha p} = \frac{v_\alpha}{v_{\alpha\beta}^2} p \quad (6.52)$$

$$i_{\beta p} = \frac{v_\beta}{v_{\alpha\beta}^2} p$$

$$i_{\alpha q} = \frac{v_\beta}{v_{\alpha\beta}^2} q$$

$$i_{\beta q} = -\frac{v_\alpha}{v_{\alpha\beta}^2} q \quad (6.53)$$

onde $v_{\alpha\beta}^2 = v_\alpha^2 + v_\beta^2$.

Portanto, as correntes instantâneas de sequência zero, ativa e reativa de cada fase podem ser calculadas nas suas coordenadas originais, por meio da transformação inversa de *Clarke*:

$$\begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.54)$$

$$\begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

$$\begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

Assim, as correntes trifásicas instantâneas (a, b e c) podem ser decompostas como segue:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

Seguindo a abordagem da **Teoria pq**, as potências instantâneas poderiam ser decompostas ainda como:

$$p = \bar{p} + \tilde{p} \quad (6.58)$$

$$q = \bar{q} + \tilde{q} \quad (6.59)$$

onde \bar{p} e \tilde{p} representam as componentes média e oscilante de p , e onde \bar{q} e \tilde{q} representam as componentes média e oscilante de q . Supondo-se que as partes oscilantes de p e q possam ser relacionadas à ocorrência de tensões e correntes desequilibradas e/ou distorcidas. Consequentemente, a corrente instantânea ativa também pode ser decomposta em componente média \bar{x} e \tilde{x} oscilatória como segue:

$$i_{\alpha p} = \frac{v_{\alpha}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \bar{p} + \frac{v_{\alpha}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \tilde{p} = i_{\alpha \bar{p}} + i_{\alpha \tilde{p}} \quad (6.60)$$

$$i_{\beta p} = \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \bar{p} + \frac{v_{\beta}}{v_{\alpha}^2 + v_{\beta}^2} \tilde{p} = i_{\beta \bar{p}} + i_{\beta \tilde{p}} \quad (6.61)$$

Resultando nas coordenadas a, b e c :

$$\begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha \bar{p}} \\ i_{\beta \bar{p}} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ i_{\alpha \tilde{p}} \\ i_{\beta \tilde{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a \bar{p}} \\ i_{b \bar{p}} \\ i_{c \bar{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a \tilde{p}} \\ i_{b \tilde{p}} \\ i_{c \tilde{p}} \end{bmatrix} \quad (6.62)$$

Assim, as correntes instantâneas de fase resultam:

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ap} \\ i_{bp} \\ i_{cp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{a \bar{p}} \\ i_{b \bar{p}} \\ i_{c \bar{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a \tilde{p}} \\ i_{b \tilde{p}} \\ i_{c \tilde{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{aq} \\ i_{bq} \\ i_{cq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{a0} \\ i_{b0} \\ i_{c0} \end{bmatrix} \quad (6.63)$$

Finalmente, de acordo com a **Teoria pq** , as seguintes componentes de potência podem ser calculadas no caso de sistemas trifásicos a três e quatro condutores [82]:

- ✓ P valor médio de p ($P = \bar{p}$);
- ✓ P_0 valor médio de p_0 ($P_0 = \bar{p}_0$);
- ✓ Q valor médio de ($Q = \bar{q}$);
- ✓ P^{\sim} valor eficaz de \tilde{p} ;
- ✓ P_0^{\sim} valor eficaz de \tilde{p}_0 ;
- ✓ Q^{\sim} valor eficaz de \tilde{q} .

É importante observar que a parcela de potência ativa média (\bar{p}) pode ser calculada através da aplicação de filtros bassa-baixa na potência instantânea (Eq. 6.58), não necessitando da informação do período dos sinais para o cálculo de seu valor médio. Esta característica permite a aplicação da **teoria pq** , inclusive em condições em que a frequência da rede possa ser variável, tais como as modernas aplicações em microrredes de energia [80,81].

Comentários e discussões

A **Teoria pq** é muito bem conhecida e aceita pela comunidade de eletrônica de potência. Alguns autores tendem a considerá-la como uma ferramenta teórica, não apenas para o controle de filtros ativos [44,76,78,83,84], mas também para as definições e/ou entendimento das propriedades de potência [82,85-87]. Em [88] o autor constatou que a **Teoria pq** enfrentava alguns problemas conceituais. Mais recentemente, em [73], os autores pesquisaram a **teoria pq original e modificada** para sistemas trifásicos a quatro condutores e, em [89,90], o autor pesquisou como as propriedades de sistemas trifásicos a três condutores são descritas por meio

da *Teoria pq* e tem discutido porquê tal teoria não deveria ser utilizada para a compreensão e/ou entendimento das propriedades e/ou características de uma carga. Por outro lado em [91,92] o autor também apontou algumas limitações da *teoria pq* na compensação de distúrbios.

Assim, do ponto de vista de instrumentação e monitoração de distúrbios na qualidade de energia, por exemplo, esta teoria não permite facilmente separar e identificar a origem da deterioração quando vários fatores estão presentes simultaneamente [71,72]. Entretanto, existem propostas para sua utilização neste sentido [85].

Do ponto de vista de compensação, a *teoria pq* pode ser aplicada com dois objetivos principais: 1) o de garantir potência constante no ponto de acoplamento comum ou 2) o de garantir correntes senoidais e equilibradas no PAC. Os dois objetivos só podem ser atendidos simultaneamente quando as tensões no PAC forem senoidais e equilibradas. Em quaisquer outras condições de tensão (distorções e/ou assimetrias), os objetivos só podem ser atendidos isoladamente. Isto significa que o resultado final da compensação depende diretamente das tensões do PAC e do objetivo escolhido para uma dada aplicação [44,80,81].

Finalmente, vale destacar que o trabalho desenvolvido por *Akagi e coautores* foi uma das maiores contribuições dos últimos anos no campo de compensação de distúrbios.

1.1.1 Teoria de potencia proposta por Paolo Tenti et al.

Tenti e Mattavelli em [93] propuseram uma nova teoria de potência aplicável para sistemas monofásicos e polifásicos sob condições de operação periódica não senoidal, a qual tem sido expandida desde então [94-97]. Tendo como principal motivação o entendimento das propriedades dos fenômenos físicos (transferência de potência útil, armazenamento de energia, carga desbalanceada, distorção harmônica) que ocorrem nos sistemas elétricos e com base nas *Leis de Tensões e Correntes de Kirchoff* e de acordo com o *Teorema de Tellegen*, esta teoria foi chamada de *Teoria de Potência Conservativa*, do inglês, *Conservative Power Theory (CPT)* [97].

Assim, considerando um conjunto de quantidades reais, contínuas e com período T , frequência fundamental $f = 1/T$ e frequência angular $\omega = 2\pi f$, são definidas as seguintes propriedades:

Considerando uma variável $x(t)$ com valor médio nulo, ou seja:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = 0. \quad (6.64)$$

A *integral no tempo* da variável $x(t)$ é:

$$x_f(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau. \quad (6.65)$$

assim, a *integral imparcial* de $x(t)$ é definida como:

$$\hat{x}(t) = x_f(t) - \bar{x}_f, \quad (6.66)$$

onde \bar{x}_f é o valor médio de $x_f(t)$ sobre o período T . O termo imparcial, neste caso, indica que a integral não possui valor médio.

A *derivada no tempo* de $x(t)$ é:

$$\check{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}. \quad (6.67)$$

A *integral imparcial* e a *derivada no tempo* apresentam as seguintes *propriedades*:

$$\begin{aligned}
 \hat{x} &= \check{x} = x \implies \underline{\hat{x}} = \underline{\check{x}} = \underline{x}, \\
 \langle x, \check{x} \rangle &= \langle x, \hat{x} \rangle = 0 \implies \langle \underline{x}, \underline{\check{x}} \rangle = \langle \underline{x}, \underline{\hat{x}} \rangle = 0, \\
 \langle x, \check{y} \rangle &= -\langle \check{x}, y \rangle \implies \langle \underline{x}, \underline{\check{y}} \rangle = -\langle \underline{\check{x}}, \underline{y} \rangle, \\
 \langle x, \hat{y} \rangle &= -\langle \hat{x}, y \rangle \implies \langle \underline{x}, \underline{\hat{y}} \rangle = -\langle \underline{\hat{x}}, \underline{y} \rangle, \\
 \langle \check{x}, \hat{y} \rangle &= \langle \hat{x}, \check{y} \rangle = -\langle x, y \rangle \implies \langle \underline{\check{x}}, \underline{\hat{y}} \rangle = \langle \underline{\hat{x}}, \underline{\check{y}} \rangle = -\langle \underline{x}, \underline{y} \rangle.
 \end{aligned} \tag{6.68}$$

A demonstração das propriedades (Eq. 6.68) pode ser encontrada em [98]. Além disso, considerando a *condição de funções senoidais*:

$$x = \sqrt{2}X\sin(\omega t); \quad y = \sqrt{2}Y\sin(\omega t + \varphi), \tag{6.69}$$

pode-se verificar que:

$$\|x\| = \omega\|\hat{x}\| = \frac{1}{\omega}\|\check{x}\| = X, \tag{6.70}$$

$$\langle x, y \rangle = XY\cos\varphi, \tag{6.71}$$

$$\langle \hat{x}, y \rangle = \frac{1}{\omega}XY\sin\varphi. \tag{6.72}$$

As equações (6.70) até (6.72) mostram claramente que as propriedades para o caso senoidal são mantidas.

Todas as definições matemáticas acima são úteis para analisar o comportamento de redes elétricas com fontes periódicas, trabalhando tanto em condições senoidais quanto não senoidais que, no caso geral, pode ser completamente descrita a partir das tensões e correntes nos ramos.

Assim, considerando uma rede Π com L ramificações, o conjunto de tensões $\{v_\ell\}_{\ell=1}^L$ e correntes $\{i_\ell\}_{\ell=1}^L$ é dito consistente com a rede, desde que satisfaça à *lei de tensões de Kirchoff* (LTK) e à *lei de correntes de Kirchoff* (LCK), respectivamente. É fácil mostrar que, se as tensões nos ramos u_ℓ são consistentes com a rede, o mesmo acontece com as quantidades \check{u}_ℓ e \hat{u}_ℓ . Da mesma forma para as correntes nos ramos i_ℓ e suas quantidades relacionadas \check{i}_ℓ e \hat{i}_ℓ . Portanto, de acordo com o *Teorema de Tellegen*, pode-se afirmar que cada produto escalar dos termos u_ℓ , \check{u}_ℓ , \hat{u}_ℓ consistentes com a LTK e os termos i_ℓ , \check{i}_ℓ , \hat{i}_ℓ consistentes com a LCK é uma quantidade conservativa [98]. A seguir serão feitas referências a algumas quantidades conservativas que desempenham uma função primordial nesta teoria, denominada *Teoria de Potência Conservativa*.

Potência instantânea e energia reativa instantânea

No caso geral de uma rede polifásica de “ m ” condutores, considerando \underline{v} e \underline{i} como os vetores da tensão e corrente em um corte genérico, define-se:

A *potência instantânea coletiva* como:

$$p(t) = \underline{v}(t) \cdot \underline{i}(t) = \sum_{\mu=1}^m v_\mu(t) i_\mu(t) = \sum_{\mu=1}^m p_\mu(t), \tag{6.73}$$

sendo $p_\mu(t)$ a *potência instantânea de fase*.

Similarmente, a *energia reativa instantânea coletiva* é definida como:

$$w_r(t) = \underline{\hat{v}}(t) \cdot \underline{i}(t) = \sum_{\mu=1}^m \hat{v}_{\mu}(t) i_{\mu}(t) = \sum_{\mu=1}^m w_{r\mu}(t). \quad (6.74)$$

sendo $w_{r\mu}(t)$ a **energia reativa instantânea de fase** é:

É importante salientar que tanto a potência instantânea e energia reativa instantânea são conservativas e suas unidades são: watts [W] e joules [J], respectivamente.

Potência ativa, energia reativa e seus significados físicos

Sob condição geral periódica (senoidal ou não senoidal) a **potência ativa coletiva** é definida como:

$$P = \langle \underline{v}, \underline{i} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{v} \cdot \underline{i} dt = \frac{1}{T} \sum_{\mu=1}^m \int_0^T v_{\mu}(t) i_{\mu}(t) dt = \sum_{\mu=1}^m P_{\mu}, \quad (6.75)$$

sendo P_{μ} a **potência ativa de fase**. P e P_{μ} representam, os valores médios da potência instantânea. Em condições senoidais e equilibradas conforme a propriedade (Eq. 6.71), as quantidades de fase correspondem à potência ativa usual $VI \cos \varphi$.

Em geral, a **potência ativa representa o fluxo permanente de energia por unidade de tempo através do corte da rede**. Como se sabe, o valor de P não depende da referência de tensão [99]. Além disso, P é uma quantidade conservativa, ou seja, é aditiva sobre todas as componentes da rede.

A potência ativa não é suficiente para caracterizar o funcionamento da rede, nem mesmo em caso de circuitos passivos lineares. Oscilações de potência e fluxos de corrente provocados por elementos armazenadores de energia também devem ser levadas em consideração e, sob condições senoidais, este fenômeno é responsável pela potência reativa Q . A expansão do conceito de potência reativa para condição periódica não senoidal tem sido um assunto de discussão durante varias décadas [23,27,29,31,38,48,50,68,100,101]. A *teoria de potência conservativa* introduz um novo termo chamado energia reativa W_r .

Assim, a **energia reativa coletiva** é definida como:

$$W_r = \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{\hat{v}} \cdot \underline{i} dt = \frac{1}{T} \sum_{\mu=1}^m \int_0^T \hat{v}_{\mu}(t) i_{\mu}(t) dt = \sum_{\mu=1}^m W_{r\mu}, \quad (6.76)$$

sendo $W_{r\mu}$ a **energia reativa de fase**. W_r e $W_{r\mu}$ representam o valor médio dos termos instantâneos da energia reativa e são conservativos. Isto, em geral, não é válido para a potência reativa (Q), como será demonstrado nos próximos itens. Sob condição senoidal, conforme a propriedade (Eq. 6.72), as quantidades de fase são dadas por:

$$\omega W_r = VI \sin \varphi = Q, \quad (6.77)$$

onde Q é a potência reativa usual, que é conservativa apenas nesta condição (senoidal).

Todos os termos definidos acima, ou seja, potência instantânea p , potência ativa P , energia reativa instantânea w_r e energia reativa W_r são quantidades conservativas, independentemente da forma de onda das tensões e correntes. Além disso, são independentes da tensão de referência e, em condição senoidal e equilibrada, mantém um valor constante em cada instante de tempo, ou seja, $p(t) = P$, $w_r(t) = W_r \forall t$ [98].

A aplicação das definições de potência ativa e energia reativa para os componentes básicos passivos e considerando as propriedades (Eq. 6.65), resulta nas seguintes equações de bipolos.

Resistência (R)

$$v = Ri \Rightarrow P_R = \langle v, i \rangle = R \|i\|^2 \Rightarrow W_{rR} = \langle \hat{v}, i \rangle = 0. \quad (6.78)$$

Indutância (L)

$$v = L \frac{di}{dt} = L \dot{i} \Rightarrow P_L = \langle v, i \rangle = 0 \Rightarrow W_{rL} = \langle \hat{v}, i \rangle = L \|i\|^2 = \frac{1}{2} \bar{\varepsilon}_L. \quad (6.79)$$

Capacitância (C)

$$i = C \frac{dv}{dt} = C \dot{v} \Rightarrow P_C = \langle v, i \rangle = 0 \Rightarrow W_{rC} = \langle \hat{v}, i \rangle = -C \|v\|^2 = -\frac{1}{2} \bar{\varepsilon}_C. \quad (6.80)$$

onde $\bar{\varepsilon}_L$ e $\bar{\varepsilon}_C$ são a energia média armazenada em um indutor (L) e um capacitor (C), respectivamente calculados sobre o período T.

As equações (6.78)-(6.80) mostram que um resistor puro absorve somente potência ativa e não tem consumo de energia reativa. Ao contrário, indutores e capacitores não consomem potência ativa, mas absorvem energia reativa. Além disso, *independentemente da forma da onda de tensão e corrente, a energia reativa W_{rL} tomada por um indutor é o dobro do valor da energia média $\bar{\varepsilon}_L$ armazenada nele.* O mesmo acontece para um capacitor, mas com sinal oposto.

Devido à propriedade de conservação, a potência ativa total e a energia reativa total numa rede genérica são simplesmente obtidas pela adição de consumo de potência e energia de todos os componentes [98]. Além disso, uma vez que a energia reativa de componentes indutivos é positiva e que as componentes capacitivas são negativas, as técnicas de compensação com base em elementos reativos controláveis de sinal contrário (por exemplo, o circuito de compensação de *Steinmetz* para carga desbalanceada) podem ser aplicadas também em condições não senoidais.

Destaca-se que a energia reativa não é apenas associada a elementos armazenadores de energia, também pode ser associada à defasagem de corrente provocada, por exemplo, por circuitos eletrônicos tiristorizados.

Escolha da referência de tensão

Como mencionado anteriormente, os termos de potência e energia reativa não depende da referência de tensão. A **potência aparente polifásica** é definida como o produto dos valores coletivos eficazes das tensões e correntes de fase, ou seja:

$$A = \|\underline{v}\| \|\underline{i}\| = \mathbf{VI} = \sqrt{\sum_{\mu=a}^m V_{\mu}^2} \sqrt{\sum_{\mu=a}^m I_{\mu}^2} \quad (6.81)$$

é afetada pela escolha da referência de tensão [61,69,103-105], além disso é um termo não conservativo. Para caracterizar a operação de uma rede elétrica (circuito) num corte dado (PAC) é definido o **fator de potência polifásico** como:

$$\lambda = \frac{P}{A} \quad (6.82)$$

Independentemente do fio neutro, a CPT utiliza uma referência de tensão que fornece fator de potência unitário ($A = P$) quando a carga é puramente resistiva e balanceada [98]. Isso remove qualquer ambiguidade na definição de potência aparente e permite o uso do fator de potência como um índice global de qualidade. Isto requer que:

- **Na ausência do condutor neutro**⁶, o centro virtual das tensões (ponto virtual estrela) seja tomado como referência para a medição das tensões.
- **Na presença do condutor neutro** (retorno), este é tomado como referência para a medição das tensões.

Do mesmo modo, o valor coletivo eficaz das tensões de fase (V) é expresso independentemente do condutor de retorno (neutro). A seguir, é assumida a referência de tensão de acordo com as considerações anteriores.

Decomposição da corrente em circuitos polifásicos

As definições anteriores de potência ativa e energia reativa são as bases para uma decomposição da corrente, em que todos os termos mantêm um significado físico específico. Assim, em operação periódica (senoidal ou não) cada corrente na rede genérica pode ser decomposta em **três componentes básicas**: ativa, reativa e residual (nula).

Corrente ativa de fase

A corrente ativa de cada fase $i_{a\mu}$ é definida como a corrente mínima, ou seja, a corrente com a norma mínima necessária para transmitir potência ativa P_μ através do corte:

$$i_{a\mu} = \frac{\langle v_\mu, i_\mu \rangle}{\|v_\mu\|^2} v_\mu = \frac{P_\mu}{V_\mu^2} v_\mu = G_\mu v_\mu \quad (6.83)$$

onde G_μ é a condutância de fase equivalente, $V_\mu = \|v_\mu\|$ é o valor eficaz (norma) da tensão de fase.

Corrente reativa de fase

A corrente reativa $i_{r\mu}$ é definida como a corrente mínima, ou seja, a corrente com a norma mínima necessária para transmitir energia reativa $W_{r\mu}$ através do corte:

$$i_{r\mu} = \frac{\langle \hat{v}_\mu, i_\mu \rangle}{\|\hat{v}_\mu\|^2} \hat{v}_\mu = \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \hat{v}_\mu = \mathcal{B}_\mu \hat{v}_\mu \quad (6.84)$$

onde \mathcal{B}_μ é a reatidade equivalente de fase, $\hat{V}_\mu = \|\hat{v}_\mu\|$ é valor eficaz (norma) da integral imparcial de tensão.

Corrente residual (nula)

O termo $i_{v\mu}$ representa a componente de corrente remanescente, que não transmite nem potência ativa nem energia reativa:

$$i_{v\mu} = i_\mu - i_{a\mu} - i_{r\mu} \Rightarrow \underline{i}_v = \underline{i} - \underline{i}_a - \underline{i}_r. \quad (6.85)$$

Para melhor entendimento, o significado físico da corrente residual (\underline{i}_v) é analisado no domínio da frequência, ou seja, pela decomposição em séries de Fourier.

Corrente residual (nula) e suas componentes

Como mostrado em [98] a corrente residual pode ser decomposta em:

- **Corrente ativa dispersa**

⁶ Na prática, não é necessário realizar o ponto virtual para medir as tensões. O conjunto de tensões de fase virtual podem ser calculadas a partir das tensões de linha [98].

$$i_{sa\mu} = \sum_{k \in \{K\}} (G_{\mu k} - G_{\mu}) v_{\mu k}$$

$$G_{\mu k} = \frac{I_{\mu k}}{V_{\mu k}} \cos \varphi_{\mu k}, \quad e \quad G_{\mu} = \frac{P_{\mu}}{V_{\mu}^2}$$
(6.86)

- **Corrente reativa dispersa**

$$i_{sr\mu} = \sum_{k \in \{K\}} (B_{\mu k} - B_{\mu}) \hat{v}_{\mu k}$$

$$B_{\mu k} = \frac{\omega k I_{\mu k}}{V_{\mu k}} \sin \varphi_{\mu k} \quad e \quad B_{\mu} = \frac{W_{\mu}}{V_{\mu}^2}$$
(6.87)

onde o índice “ k ” indica as harmônicas comuns entre as tensão e correntes. Quanto ao seu significado físico os termos de correntes dispersas (\underline{i}_{as} e \underline{i}_{rs}) são devidas aos diferentes comportamentos que a condutância e a reatividade apresentam em diferentes frequências (em função, por exemplo, de fenômeno como o efeito Skin). Em outras palavras, os termos \underline{i}_{as} e \underline{i}_{rs} se devem ao fato de que, em geral, $G_k \neq G_e$ e $B_k \neq B_e$.

- **Corrente harmônica gerada pela carga**

$$\underline{i}_g = \underline{i}_v - \underline{i}_{sa} - \underline{i}_{sr}$$
(6.88)

Quanto a seu significado físico, a corrente harmônica gerada é devida aos termos harmônicos que existem apenas na corrente e não na tensão, ou seja, são as harmônicas geradas que representam as não linearidades da carga. É importante ressaltar que a abordagem no domínio da frequência foi usada somente para esclarecer o significado físico da corrente residual (nula), mas não é necessária nem para o desenvolvimento da teoria, nem para a elaboração de estratégias de compensação ou monitoração [98]. Assim, a abordagem teórica da CPT pode ser inteiramente desenvolvida no domínio do tempo.

Como mostrado em [98], todas as parcelas de corrente que foram definidas anteriormente são ortogonais entre si, ou seja:

$$I^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_v^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_{sa}^2 + I_{sr}^2 + I_g^2$$
(6.89)

com $I = \|\underline{i}\|$, $I_a = \|\underline{i}_a\|$, etc, sendo o valor eficaz (norma) das diferentes componentes de corrente.

A carga é balanceada se a condutância e reatividade equivalente (G_{μ} e B_{μ}) são as mesmas em todas as fases, caso contrário, é dita desbalanceada. Assim, a corrente ativa e a corrente reativa pode ainda ser dividida em termos balanceado e desbalanceado de modo a quantificar o efeito da carga desbalanceada, se houver algum.

Componentes de corrente balanceada

O termo balanceado refere-se a um circuito equivalente balanceado contendo toda a potência ativa e toda a energia reativa, e não a forma de onda da corrente equilibrada [98].

- **Corrente ativa balanceada**

As correntes ativas balanceadas são as correntes mínimas (ou seja, com valor coletivo eficaz mínimo) necessárias para transmitir potência ativa total P absorvida no corte da rede:

$$\underline{i}_a^b = \frac{\langle \underline{v}, \underline{i} \rangle}{\|\underline{v}\|^2} \underline{v} = \frac{P}{V^2} \underline{v} = G^b \underline{v} \quad (6.90)$$

O termo G^b é a condutância equivalente balanceada, idêntica para todas as fases. Aplicando a definição de produto interno (Eq. 6.11) e as propriedades (Eq. 6.68) tem-se:

$$W_{ra}^b = \langle \underline{\hat{v}}, \underline{i}_a^b \rangle = 0 \quad (6.91)$$

$$I_a^b = \|\underline{i}_a^b\| = \frac{P}{V} \quad (6.92)$$

com $V = \|\underline{v}\|$ e $I_a^b = \|\underline{i}_a^b\|$ representando o valor coletivo eficaz (norma) da tensão e corrente ativa balanceada. Observe-se que a corrente ativa balanceada coletiva (I_a^b) transporta toda a potência ativa (total) e zero de energia reativa.

- **Corrente reativa balanceada**

As correntes reativas balanceadas são as correntes mínimas necessárias para transmitir energia reativa total W absorvida no corte da rede:

$$\underline{i}_r^b = \frac{\langle \underline{\hat{v}}, \underline{i} \rangle}{\|\underline{\hat{v}}\|^2} \underline{\hat{v}} = \frac{W_r}{\hat{V}^2} \underline{\hat{v}} = \mathcal{B}^b \underline{\hat{v}} \quad (6.93)$$

O termo \mathcal{B}^b é a reatidade equivalente balanceada e é idêntica para todas as fases. Aplicando a definição de produto interno (Eq. 6.11) e as propriedades (Eq. 6.68) tem-se:

$$P_r^b = \langle \underline{v}, \underline{i}_r^b \rangle = 0 \quad (6.94)$$

$$I_r^b = \|\underline{i}_r^b\| = \frac{W}{\hat{V}} \quad (6.95)$$

com $\hat{V} = \|\underline{\hat{v}}\|$ e $I_r^b = \|\underline{i}_r^b\|$ representando o valor coletivo eficaz (norma) da integral imparcial da tensão e corrente reativa balanceada. Note-se que a corrente reativa balanceada coletiva (I_r^b) transporta toda a energia reativa (total) e zero de potência ativa.

Componentes de corrente desbalanceada

Se a carga é balanceada, os termos (6.90) e (6.93) são as únicas correntes absorvidas. Caso contrário, a carga também apresenta componentes de corrente de desbalanço. Em particular, os termos remanescentes (ativa e reativa) de fase são os seguintes.

- **Corrente ativa desbalanceada**

As correntes ativas desbalanceadas podem ser expressas como função da potência ativa absorvida em cada fase:

$$i_{a\mu}^u = (G_\mu - G^b) v_\mu \Rightarrow \underline{i}_a^u = \underline{i}_a - \underline{i}_a^b \quad (6.96)$$

com:

$$G_\mu = \frac{P_\mu}{V_\mu^2} \quad \text{e} \quad G^b = \frac{P}{V^2} \quad (6.97)$$

Claramente, essas correntes só existem se as condutâncias equivalentes de fase diferem umas das outras. Percebe-se que:

$$P_u = \langle \underline{v}, \underline{i}_a^u \rangle = 0 = 0 \quad (6.98)$$

$$I_a^u = \|i_a^u\| = \sqrt{I_a^2 - I_a^{b^2}} = V \sqrt{\sum_{\mu=a}^m G_\mu^2 - G^b^2}$$

- **Corrente reativa desbalanceada**

As correntes reativas desbalanceadas podem ser expressas como função da energia reativa absorvida em cada fase:

$$i_{r\mu}^u = (\mathcal{B}_\mu - \mathcal{B}^b)\hat{v}_\mu \Rightarrow \underline{i}_r^u = \underline{i}_r - \underline{i}_r^b \quad (6.99)$$

com:

$$\mathcal{B}_\mu = \frac{W_{r\mu}}{\hat{V}_\mu^2} \quad \text{e} \quad \mathcal{B}^b = \frac{W_r}{\hat{V}^2}. \quad (6.100)$$

Claramente, estas correntes existem apenas se as reatividades de fase equivalentes diferem umas das outras. Nota-se que:

$$W_u = \langle \hat{v}, \underline{i}_r^u \rangle = 0$$

$$I_r^u = \|i_r^u\| = \sqrt{I_r^2 - I_r^{b^2}} = \hat{V} \sqrt{\sum_{\mu=a}^m \mathcal{B}_\mu^2 - \mathcal{B}^b^2} \quad (6.101)$$

Decomposição completa da corrente total

Finalmente, as correntes de fase podem ser divididas em:

$$\underline{i} = \underline{i}_a^b + \underline{i}_r^b + \underline{i}_a^u + \underline{i}_r^u + \underline{i}_v = \underline{i}_a^b + \underline{i}_r^b + \underline{i}_a^u + \underline{i}_r^u + \underline{i}_a^s + \underline{i}_r^s + \underline{i}_g \quad (6.102)$$

e todos os termos de corrente acima são ortogonais:

$$I^2 = I_a^{b^2} + I_r^{b^2} + I_a^{u^2} + I_r^{u^2} + I_v^2 = I_a^{b^2} + I_r^{b^2} + I_a^{u^2} + I_r^{u^2} + I_a^{s^2} + I_r^{s^2} + I_g^2 \quad (6.103)$$

onde $I = \|i\|$, $I_a = \|\underline{i}_a\|$, etc. A ortogonalidade de todas as componentes de corrente é demonstrada em [98].

Cada componente de corrente tem uma associação a um fenômeno físico distinto, inclusive em condições não senoidais. Além disso, as correntes ativas e reativas referem-se a termos de potência e energia que são conservativos para cada circuito e mantêm o seu significado mesmo na presença de distorções, assimetria de tensão e desequilíbrio de carga.

De acordo com (Eq. 6.102), a corrente de qualquer tipo de carga (linear e/ou não linear), com ou sem condutor de retorno (Figura 6.2), pode ser facilmente representada pelo esquema equivalente apresentado na Figura 6.3.

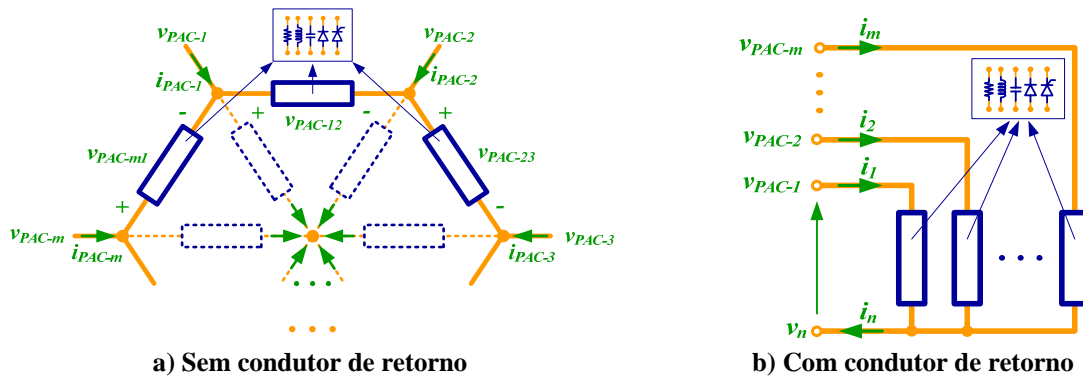


Figura 6.2: Circuito polifásico genérico com e sem condutor de retorno.

É importante sublinhar que a definição (Eq. 6.102) pode ser aplicável para qualquer tipo de sistema polifásico, com ou sem condutor de retorno, e qualquer tipo de ligação: conexão “Y” com neutro (retorno), conexão “Y” sem neutro e ligação “ Δ ”.

Assim, para uma condição geral, a corrente total pode ser decomposta em:

- Corrente ativa balanceada (\underline{i}_a^b): conversão constante de energia útil;
- Corrente reativa balanceada (\underline{i}_r^b): armazenamento e transferência de energia associado a indutores e capacitores (deslocamento de fase entre a tensão e corrente). Assim como circuitos desfasadores sem armazenamento de energia;
- Corrente de desbalanço ($\underline{i}^u = \underline{i}_a^u + \underline{i}_r^u$): diferentes valores de condutância e reatidade equivalente por fase;
- Corrente dispersa ($\underline{i}^s = \underline{i}_{as} + \underline{i}_{rs}$): diferentes valores de condutância e reatidade em diferentes frequências;
- Corrente harmônica gerada pela carga (\underline{i}_g): não linearidades da carga (harmônicos que não existem no espectro de tensão).

De acordo com a decomposição de corrente acima, qualquer carga polifásica, com e sem condutor de retorno, pode ser representada (como mostrado na Figura 6.3) por meio de uma condutância equivalente balanceada G^b , por uma reatidade equivalente balanceada B^b , por uma condutância dispersa $\Delta G_\mu = G_\mu - G^b$ (devido a diferentes valores de condutância equivalente por fase), por uma reatidade dispersa $\Delta B_\mu = B_\mu - B^b$ (devido a diferentes valores de reatidade equivalente por fase), por uma condutância variável $\Delta G_{\mu k} = G_{\mu k} - G_\mu$ (devido a diferentes valores de condutância equivalentes nas diferentes harmônicas), e por uma reatidade variável $\Delta B_{\mu k} = B_{\mu k} - B_\mu$ (devido a diferentes valores de reatidade equivalentes nas diferentes harmônicas) e por um gerador de corrente (\underline{j}), que representa a corrente gerada pela carga (termos harmônicos que existem só na corrente, não nas tensões).

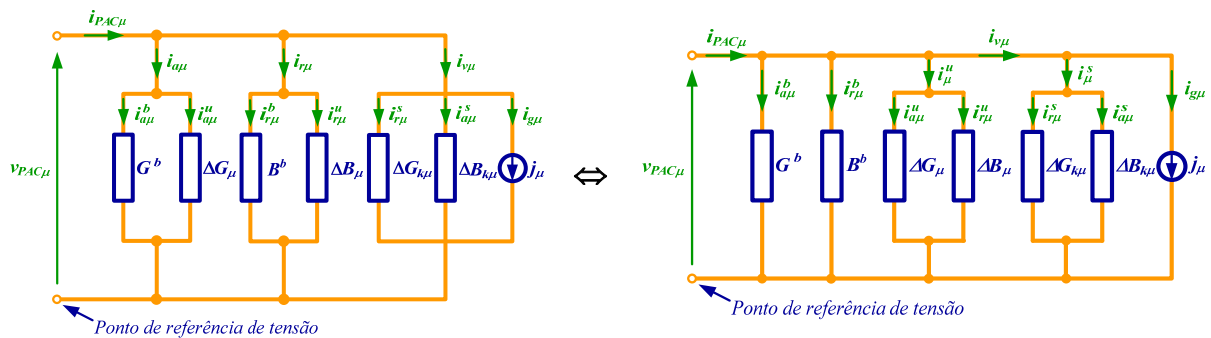


Figura 6.3: Representação genérica de uma fase do circuito polifásico com e sem condutor de retorno proposto pela CPT.

Nota-se que em caso de sistemas polifásicos com condutor de retorno (neutro) a referência das tensões é o condutor de retorno (n) e para sistemas sem condutor de retorno, o ponto central virtual (*) é a referência das tensões.

Potência aparente e suas componentes

De (Eq. 6.81) e (Eq. 6.103), a potência aparente pode ser decomposta em:

$$A^2 = \mathbf{V}^2 \mathbf{I}^2 = \mathbf{V}^2 \mathbf{I}_a^{b^2} + \mathbf{V}^2 \mathbf{I}_r^{b^2} + \mathbf{V}^2 \mathbf{I}_a^{u^2} + \mathbf{V}^2 \mathbf{I}_r^{u^2} + \mathbf{V}^2 \mathbf{I}_a^{s^2} + \mathbf{V}^2 \mathbf{I}_r^{s^2} + \mathbf{V}^2 \mathbf{I}_g^2 \quad (6.104)$$

$$A^2 = P^2 + Q^2 + U_a^2 + U_r^2 + D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2 = P^2 + Q^2 + U^2 + D^2 \quad (6.105)$$

onde:

$A \rightarrow$ Potência aparente [VA];

$P \rightarrow$ Potência ativa [W];

$Q \rightarrow$ Potência reativa [VA];

$U \rightarrow$ Potência de desbalanço ($U^2 = U_a^2 + U_r^2$) [VA];

$U_a \rightarrow$ Potência ativa de desbalanço [VA]

$U_r \rightarrow$ Potência reativa de desbalanço [VA]

$D \rightarrow$ Potência residual (nula) ($D^2 = D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2$) [VA]

$D_{sa} \rightarrow$ Potência ativa dispersa [VA]

$D_{sr} \rightarrow$ Potência reativa dispersa [VA]

$D_g \rightarrow$ Potência harmônica gerada pela carga [VA]

Potência ativa

A potência ativa é dada por:

$$P = \mathbf{V} \mathbf{I}_a^b \quad (6.106)$$

Note-se que toda a potência ativa é devida à corrente ativa.

Potência reativa

A potência reativa é dada por:

$$Q = \mathbf{V} \mathbf{I}_r^b = \omega W \frac{\sqrt{1 + [DHT_V]^2}}{\sqrt{1 + [DHT_V]^2}} \quad (6.107)$$

A equação acima mostra que a potência reativa é devida à corrente reativa balanceada e, consequentemente, à energia reativa (Eq. 6.95). Ao contrário da energia reativa W , a potência reativa Q não é um termo conservativo. O termo Q é influenciado pela frequência da rede e pela distorção total de tensão.

Potência de desbalanço

A potência de desbalanço é dada por:

$$U = V \sqrt{I_a^2 + I_r^2} = \sqrt{U_a^2 + U_r^2} \quad (6.108)$$

A potência de desbalanço é associada aos diferentes valores da condutância e reatidade de fase (carga desbalanceada). No caso de circuitos monofásicos, tais componentes (ativa e reativa) desaparecem.

Potência residual

A potência residual (remanescente) é dada por:

$$D = VI_v = \sqrt{D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2} \quad (6.109)$$

Finalmente, a potência de distorção é relacionada com as não linearidades entre a tensão e a corrente (existência de elementos não lineares). Note-se que a potência residual pode ser obtida sem o uso do domínio da frequência. O domínio da frequência foi utilizado apenas para esclarecer o significado físico da potência residual, mas não é necessário para o desenvolvimento da teoria. Assim, a abordagem apresentada pode ser inteiramente desenvolvida no domínio do tempo.

Maiores detalhes sobre as demonstrações e comprovações dos termos de corrente e potência podem ser encontrados em [98].

Fator de potência e suas componentes

A fim de caracterizar o uso da rede em um determinado corte, é definido o fator de potência global como:

$$\lambda = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + U_a^2 + U_r^2 + D_{sa}^2 + D_{sr}^2 + D_g^2}} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + U^2 + D^2}} \quad (6.110)$$

Nota-se que, a equação acima pode ser calculada para um circuito genérico, independente das distorções na forma de onda, desequilíbrios e/ou assimetrias. Ele representa a eficiência global da carga sob certa condição de tensão de alimentação.

Decomposição da corrente e potência aparente em circuitos monofásicos

Como mencionado anteriormente, as características (fenômeno físico) das cargas estão associadas a uma parcela de corrente específica, ou seja, corrente ativa balanceada, corrente reativa balanceada, corrente de desbalanço (ativa e reativa) e corrente residual. No caso de circuitos monofásicos não há fenômeno de desbalanço. Portanto as componentes de desbalanço (ativa e reativa) definidas nas equações (6.96) e (6.97) resultam nulas, consequentemente a equação (6.102) pode ser reduzida para:

$$i = i_a + i_r + i_v = i_a + i_r + i_{as} + i_{rs} + i_g. \quad (6.111)$$

Assim, para uma condição geral, a corrente total num circuito monofásico pode ser decomposta em:

- Corrente ativa (i_a): conversão constante de energia útil;

- Corrente reativa (i_r): relacionada ao deslocamento de fase entre tensão e corrente, seja este provocado pela presença de elementos armazenadores de energia (indutores e capacitores) ou pela presença de circuitos eletrônicos defasadores da corrente;
- Corrente dispersa ($i_s = i_{as} + i_{rs}$): diferentes valores de condutância e reatividade em diferentes frequências;
- Corrente harmônica gerada pela carga (i_g): não linearidades da carga (harmônicos que não existem no espectro de tensão).

De acordo com a decomposição da corrente acima, qualquer carga monofásica genérica (Figura 6.4a) pode ser representada pela Figura 6.4b, por meio de uma condutância equivalente G_e e reatividade equivalente B_e ; uma condutância variável $\Delta G_k = G_k - G_e$ e reatividade variável $\Delta B_k = B_k - B_e$, e um gerador de corrente (j), que representa a corrente harmônica gerada pela carga.

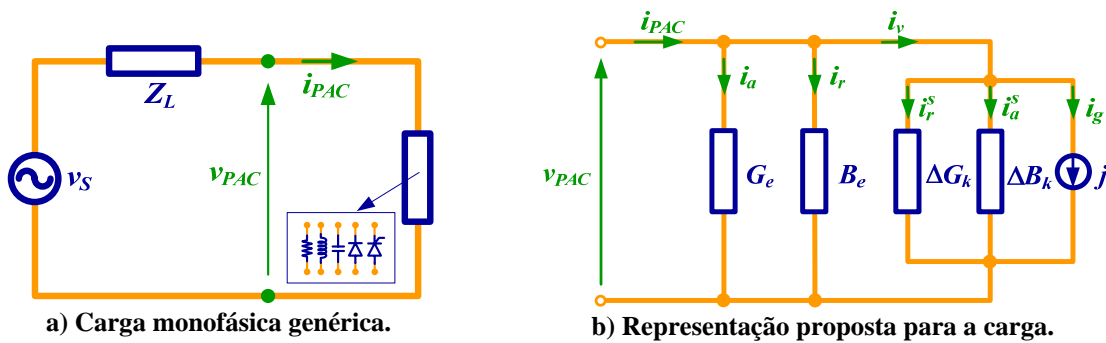


Figura 6.4: Decomposição da corrente da carga para circuitos monofásicos, proposto pela CPT.

Similarmente aos sistemas polifásicos, todas as componentes da corrente (Eq. 6.111) são ortogonais:

$$I^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_v^2 = I_a^2 + I_r^2 + I_{as}^2 + I_{rs}^2 + I_g^2 \quad (6.112)$$

Assim, a potência aparente num circuito monofásico pode ser decomposta em relação aos vários termos de corrente da seguinte forma:

$$A^2 = P^2 + Q^2 + D_a^2 + D_r^2 + D_g^2 = P^2 + Q^2 + D^2. \quad (6.113)$$

onde:

$P = VI_a$: Potência ativa [W]

$Q = VI_r$: Potência reativa [VA]

$D = VI_v$: Potência residual (nula) [VA]

$D_a = VI_{as}$: Potência ativa dispersa [VA]

$D_r = VI_{rs}$: Potência reativa dispersa [VA]

$D_g = VI_g$: Potência harmônica gerada [VA]

$A = VI$: Potência aparente [VA]

Finalmente, o fator de potência num circuito monofásico é dado por:

$$\lambda = \frac{P}{A} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}} \quad (6.114)$$

Note-se que ambas as potências, reativa e residual, contribuem para a redução do fator de potência.

Comentários e discussões

A teoria de potência conservativa introduz um novo termo chamado de energia reativa (W_r), o qual é uma quantidade relacionada com a defasagem entre as tensões e correntes na rede, sejam elas causadas por elementos armazenadores de energia ou por circuitos eletrônicos defasadores de corrente (por exemplo, cargas tiristorizadas).

Os termos de potência e energia instantâneos, médios por fase (p_μ , $w_{r\mu}$, P_μ e $W_{r\mu}$) e coletivos (p , w_r , P e W_r) são conservativos em qualquer tipo de circuito e podem ser aplicadas para analisar o impacto de cada carga na absorção de potência ativa, reativa, desbalanço e residual.

No caso polifásico, uma seleção da referência para medir as tensões foi proposta pela teoria de potência conservativa, que garante fator de potência unitário, no caso de carga resistiva balanceada (independente do condutor de retorno) e, conseqüentemente, fornece uma definição unívoca de potência aparente e fator de potência (do ponto de vista das cargas).

A teoria de potência conservativa apresenta uma nova decomposição ortogonal de corrente (e tensão), onde cada componente de corrente está relacionada com características específicas do circuito em análise (independente do condutor de retorno) e cada uma destas componentes está relacionada com um termo de potência específico. Como resultado, a potência aparente é decomposta em: potência ativa, potência reativa, potência residual (nula) e potência de desbalanço (no caso polifásico).

A definição geralmente aceita para a potência reativa clássica é conservativa e existe apenas sob condição senoidal, no entanto para condições não senoidais a potência reativa não é uma quantidade conservativa, pois depende da frequência e da distorção harmônica de tensão. O mesmo aplica-se para as potências de desbalanço, residual (nula) e aparente.

As abordagens no domínio do tempo e da frequência muitas vezes podem ser vistas separadamente. No entanto estas podem ser ligadas mediante transformações matemáticas (série de Fourier). Assim, nesta abordagem, o domínio da frequência foi utilizado apenas para esclarecer o significado físico da corrente residual (nula), conseqüentemente da potência residual (nula). Do ponto de vista prático (medição, tarifação e compensação), a teoria de potência conservativa pode ser desenvolvida completamente no domínio do tempo.

Os termos de potência definidos pela teoria de potência conservativa são geralmente diferentes daqueles considerados nas abordagens tradicionais de medição. No entanto, proporcionam uma visão clara sobre os fenômenos físicos existentes no circuito, ou seja, consumo de potência, armazenamento de energia, distorções, etc., os quais devem ser levados em conta para tarifação e medição. Além disso, estas quantidades podem ser avaliadas diretamente no domínio do tempo e podem ser medidas por instrumentos simples.

Finalmente, é possível representar as características dos circuitos elétricos monofásicos e polifásicos, lineares ou não lineares, sob condições senoidais simétricas ou não, através de modelos equivalentes relacionados às componentes de corrente e termos de potência associados (vide Figura 6.3 e Figura 6.4). Assim esta teoria pode ser considerada como uma abordagem geral válida para tensões e correntes em condições não senoidais e/ou assimétricas, a qual é inteiramente desenvolvida no domínio do tempo e é válida para todo tipo de rede.

6.5 Comparações entre as teorias no domínio do tempo

Esta seção apresenta uma análise comparativa com foco na interpretação e caracterização de circuitos elétricos. Para isto foi analisado um caso particular de carga bifásica resistiva, alimentada através de um sistema trifásico com três condutores (Figura 6.5). Duas condições de tensão foram simuladas por meio do software PSIM e a análise foi realizada mediante as decomposições das correntes das três propostas.

✓ **Caso I:** Tensão senoidal simétrica;

✓ **Caso II:** Tensão senoidal assimétrica;

As tensões de alimentação para os *casos I e II* são dadas na Tabela 6.1. Os parâmetros da linha são $R_{Ln} = R_{La} = R_{Lb} = R_{Lc} = 0,018\Omega$ e $L_{Ln} = L_{La} = L_{Lb} = L_{Lc} = 0,0239\text{mH}$.

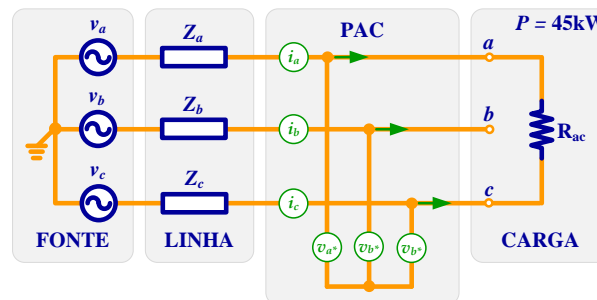
Tabela 6.1: Tensões de alimentação para os caso I e II.

Caso I	Caso II
$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$	$V_a = 127 \angle 0^\circ \text{ V}$
$V_b = 127 \angle -120^\circ \text{ V}$	$V_b = 113 \angle -104,4^\circ \text{ V}$
$V_c = 127 \angle 120^\circ \text{ V}$	$V_c = 147,49 \angle 144^\circ \text{ V}$

A fim de facilitar as comparações, as seguintes siglas foram aplicadas: **FBD**, **pq** e **CPT**, para as abordagens consideradas e μ , indicando as variáveis de fase. Para análise comparativa das teorias, para todos os exemplos, as tensões e correntes no PAC foram normalizadas pelos respectivos valores pico (1pu). Para fins de comparação entre as tensões e correntes, as correntes foram ajustadas em $\frac{1}{2}\text{pu}$.

Exemplo 1 – Carga resistiva desbalanceada

A Figura 6.5 mostra o circuito analisado para os *Casos I e II*. Em ambos os casos, a fonte de tensão alimenta uma carga resistiva desbalanceada de 45kW (resistor ligado entre duas fases).

Figura 6.5: Circuito 3 ϕ a 3 fios – carga R desbalanceada

Caso I: Na Figura 6.6 (superior), nota-se que as tensões e correntes no PAC não estão em fase, uma vez que as tensões são medidas em relação a um ponto virtual, o que na prática representa que as tensões são referenciadas ao ponto central da fonte de potência, ao invés do ponto central da carga. Além disso, as tensões aparecem equilibradas, já que refletem as tensões da fonte.

A Figura 6.7 mostra a decomposição da corrente por meio da **Teoria FBD**, **pq** e **CPT**. Neste caso, a corrente ativa na **Teoria FBD** e a corrente ativa balanceada da **CPT** corresponde ao valor médio da corrente ativa da **Teoria pq** e estão em fase e com a mesma forma de onda que as respectivas tensões (parte central e inferior da Figura 6.6). Uma vez que as equações (Eq. 6.42), (Eq. 6.60) e (6.90) sob tensões simétricas e senoidais são equivalentes $i_{a\mu_{FBD}} = i_{\bar{p}\mu_{pq}} = i_{a\mu_{CPT}}^b$.

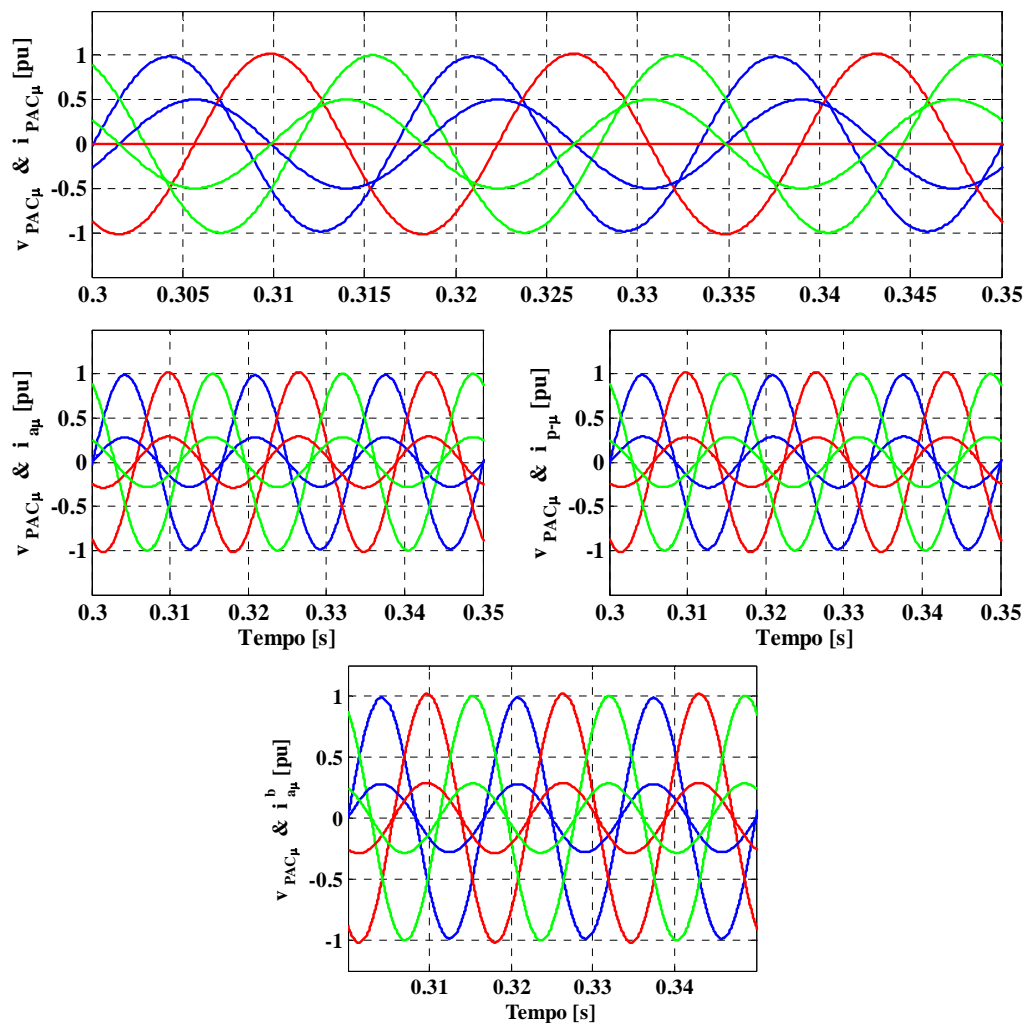


Figura 6.6: Caso I – Tensão e corrente no PAC, e corrente ativa: *FBD* (central esquerda), *pq* (central direita) e *CPT* (Inferior).

No entanto, alguns resultados podem ser apontados, como por exemplo: as componentes $i_{v\mu_{FBD}}$ e $i_{z\mu_{FBD}}$ apresentam distorção, mesmo na ausência de harmônicas nas tensões e correntes de carga, o que poderia indicar que elas não são uma boa representação do fenômeno de potência para tal condição. Além disso, a parte oscilatória da corrente ativa (proporcional a \tilde{p}) da **Teoria pq** também é distorcida, o que significa que a corrente ativa total ($i_{p\mu_{pq}} = i_{\tilde{p}\mu_{pq}} + i_{\tilde{p}\mu_{pq}}$), neste caso não é senoidal! Mesmo considerando uma carga linear resistiva pura, sem elementos armazenadores de energia (capacitores e/ou indutores), a decomposição indica a existência de corrente reativa ($i_{q\mu_{pq}} \neq 0$) !

Por outro lado, a Figura 6.7 (inferior) mostra o resultado da decomposição de corrente no PAC baseada na **CPT**. Observa-se que não há correntes reativas balanceadas ($i_{r\mu}^b = 0$), indicando ausência de elementos armazenadores de energia (indutores e/ou capacitores), mas, existem correntes ativas e reativas desbalanceadas ($i_{a\mu}^u$ e $i_{r\mu}^u$) representando o desbalanço da carga ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$).

A presença de correntes reativas desbalanceadas ($i_{r\mu}^u$) é devida ao fato que cada fase está relacionada com as outras (defasagem entre as tensões e correntes), assim as parcelas $i_{r\mu}^u$ mostram a interação dos ângulos das fases *a* e *c*. Nota-se que as correntes reativas desbalanceadas na fase *b* são zero ($i_{r\mu}^u = 0$), devido à configuração da carga (resistor ligado entre as fases *a* e *c*). Além disso, estas correntes são senoidais.

Finalmente, observa-se ausência de correntes residuais ($i_{v\mu} = 0$). De fato, a carga é linear e desbalanceada (resistiva), e não há presença de harmônicas que possa gerar não linearidades entre as formas de onda das correntes e tensões.

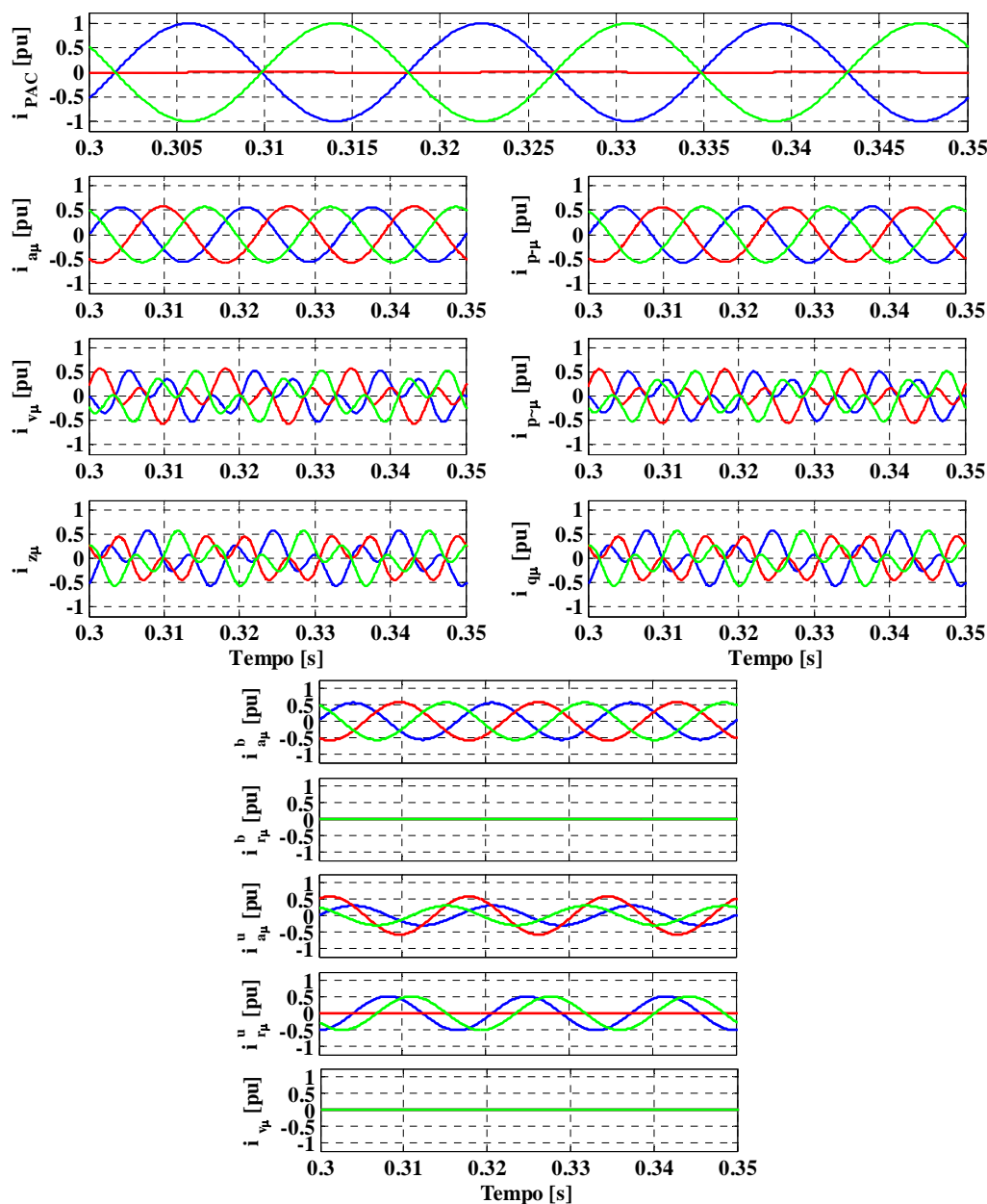


Figura 6.7: Caso I – Decomposição da corrente no PAC: *FBD* (central esquerda), *pq* (central direita) e *CPT* (inferior).

Considerando-se as componentes harmônicas de corrente (Figura 6.8), a comparação de seus espectros e formas de onda, pode-se identificar as seguintes relações:

$$i_{v\mu_{FBD}} = i_{\tilde{p}q}$$

$$i_{z\mu_{FBD}} = i_{q_{pq}}$$

Czarnecki em [89,90] demonstrou que a corrente ativa e reativa total da **Teoria pq** apresenta conteúdo da 3ª harmônica, originado pela própria decomposição. Na Figura 6.8 pode-se observar que o conteúdo harmônico vem da corrente ativa oscilante e da corrente reativa. A Figura 6.8 mostra que tanto as correntes de potência zero ($i_{z\mu_{FBD}}$) quanto as correntes de variação ($i_{v\mu_{FBD}}$) também apresentam o mesmo conteúdo harmônico.

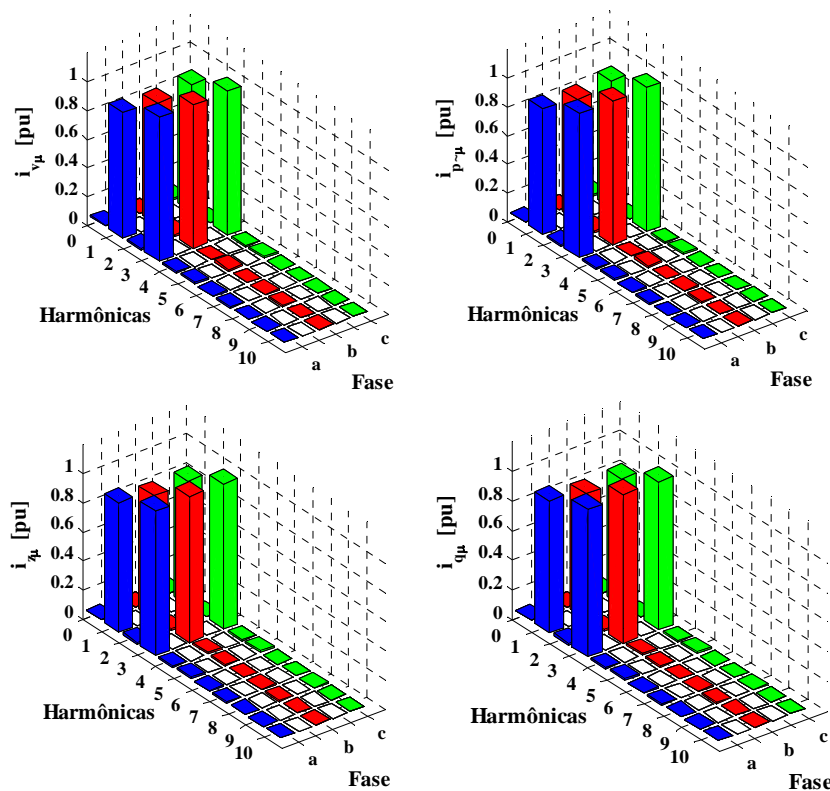


Figura 6.8: *Caso I* – Espectros das componentes de corrente: *FBD* (esquerda) e *pq* (direita).

Caso II: Similarmente e pela mesma razão que no caso anterior, na Figura 6.9 (superior) as tensões e correntes no PAC não estão em fase. Além disso, nota-se que (Figura 6.9 parte central e inferior) a corrente ativa da **Teoria FBD** e corrente ativa balanceada da **CPT** são proporcionais às tensões (em fase e mesma forma de onda), contrariamente à corrente ativa média da **Teoria pq** que está em fase com a tensão, porém aparece com diferente forma de onda (distorcida), mesmo na ausência de tensões harmônicas na fonte de tensão!

Neste caso, das Figura 6.10 e 6.11 é possível concluir as seguintes relações:

$$\begin{aligned} i_{a\mu_{FBD}} &= i_{a\mu_{CPT}}^b \neq i_{p_{pq}} \\ i_{v\mu_{FBD}} &\neq i_{p_{pq}} \\ i_{z\mu_{FBD}} &= i_{q_{pq}} \end{aligned}$$

Observa-se que a parte média da corrente ativa da **Teoria pq** não corresponde mais à corrente ativa da **Teoria FBD** nem a corrente ativa balanceada da **CPT**. Acontece que na condição de tensões senoidais assimétricas, o denominador das equações (6.42) e (6.90) não corresponde a $(v_\alpha^2 + v_\beta^2)$ na equação (6.60). Isto significa que mesmo se os numeradores das três equações forem iguais, as relações não são. Na verdade, a relação em (Eq. 6.42) e (Eq. 6.90) são

constantes ao longo de um período da fundamental (condutância equivalente e condutância equivalente balanceada), enquanto a relação em (Eq. 6.60) não é.

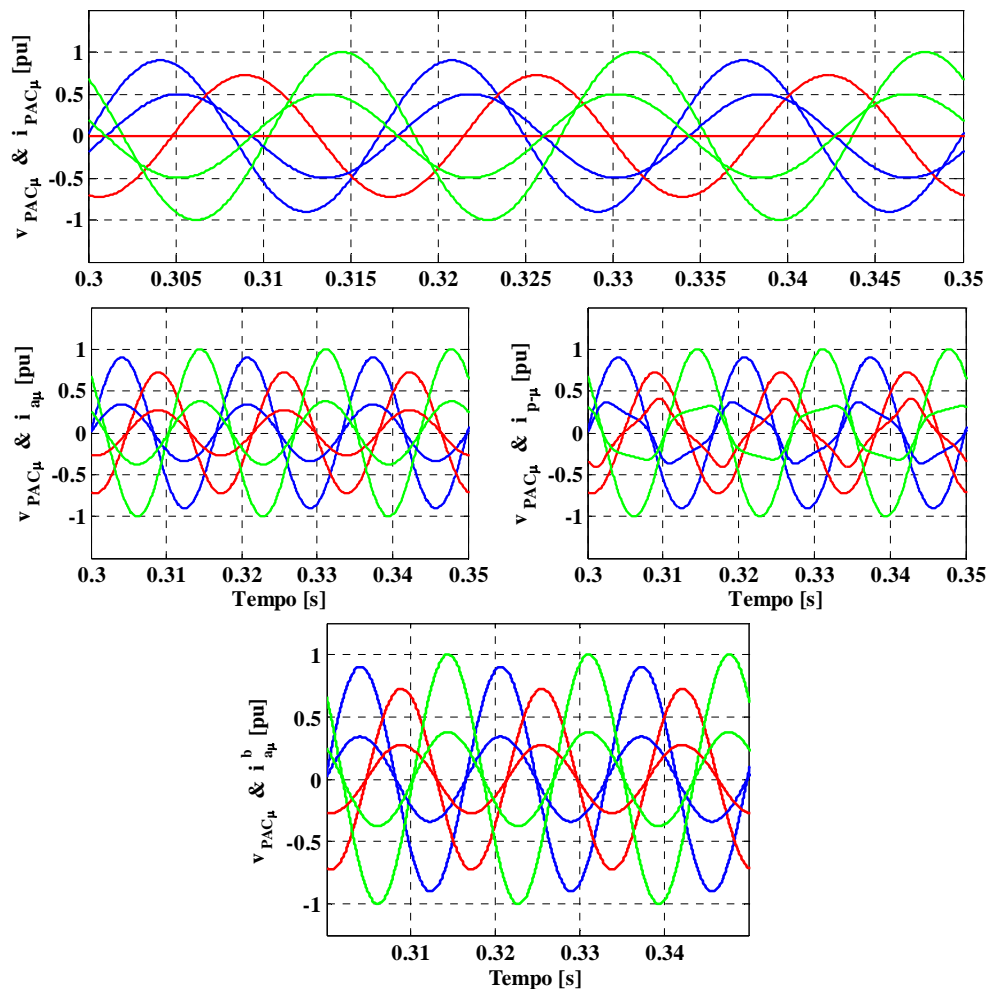


Figura 6.9: Caso II – Tensão e corrente no PAC, e corrente ativa: *FBD* e *CPT* (esquerda) e *pq* (direita).

Similarmente ao caso anterior, a Figura 6.7 (inferior) mostra que não há correntes reativas balanceadas ($i_{r\mu}^b = 0$) nem correntes residuais ($i_{v\mu} = 0$), desde que não há presença de elementos armazenadores de energia (indutores e/ou capacitores) e não há harmônicas que possam gerar não linearidades entre as formas de onda das correntes e tensões, porém, existem correntes ativas e reativas desbalanceadas ($i_{a\mu}^u$ e $i_{r\mu}^u$) representando o desbalanço da carga ($i_{\mu}^u = i_{a\mu}^u + i_{r\mu}^u$).

Observe que a única diferença com relação ao caso anterior (**Caso I**) é que as correntes ativas balanceadas neste caso são desequilibradas. Isto é devido à proporcionalidade existente entre as correntes ativas balanceadas e as tensões (Eq. 6.90).

Além da análise da decomposição de corrente pela *CPT* apresentados anteriormente (**caso I** e **caso II**), exemplos de sistemas trifásicos a três condutores e sistemas trifásicos a quatro condutores sob diferentes condições de tensões, podem ser encontrados em [98]. Finalmente, aplicações da *CPT* relativas à compensação de distúrbios [98,107,108,110] e tarifação [97,98,109] também são recomendadas.

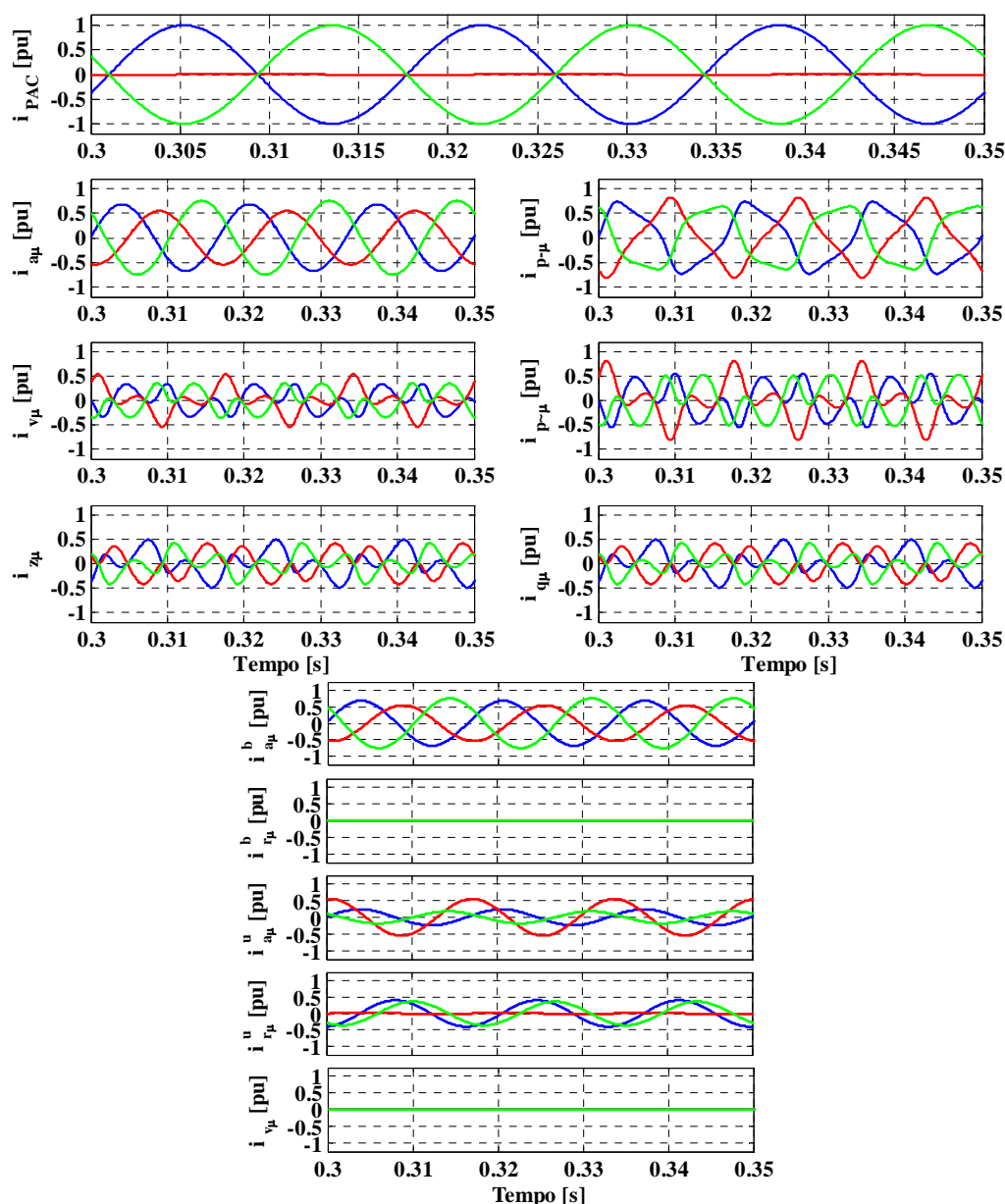


Figura 6.10: Caso II – Decomposição da corrente no PAC: *FBD* (esquerda) e *pq* (direita).

Na Figura 6.11 observa-se que, neste caso, a componente $i_{\bar{p}\mu pq}$ apresenta 3ª harmônica e a componente $i_{\bar{p}\mu pq}$ apresenta 3ª e 5ª. Portanto, diferentemente do caso anterior, agora a componente ativa total não só apresenta 3ª harmônica, mas também uma 5ª harmônica.

Entretanto, a equivalência entre as **Teorias FBD e pq** em tais condições (Figura 6.11), para as componentes $i_{v\mu FBD}$ e $i_{\bar{p}\mu pq}$, e, $i_{z\mu FBD}$ e $i_{q\mu pq}$ baseia-se apenas no conteúdo harmônico que, desta vez, apresenta 3ª e 5ª harmônicas. Isto significa que, de acordo com estas teorias, algumas componentes não serão senoidais, mesmo na ausência de uma fonte geradora de harmônicas na fonte de alimentação e na carga!

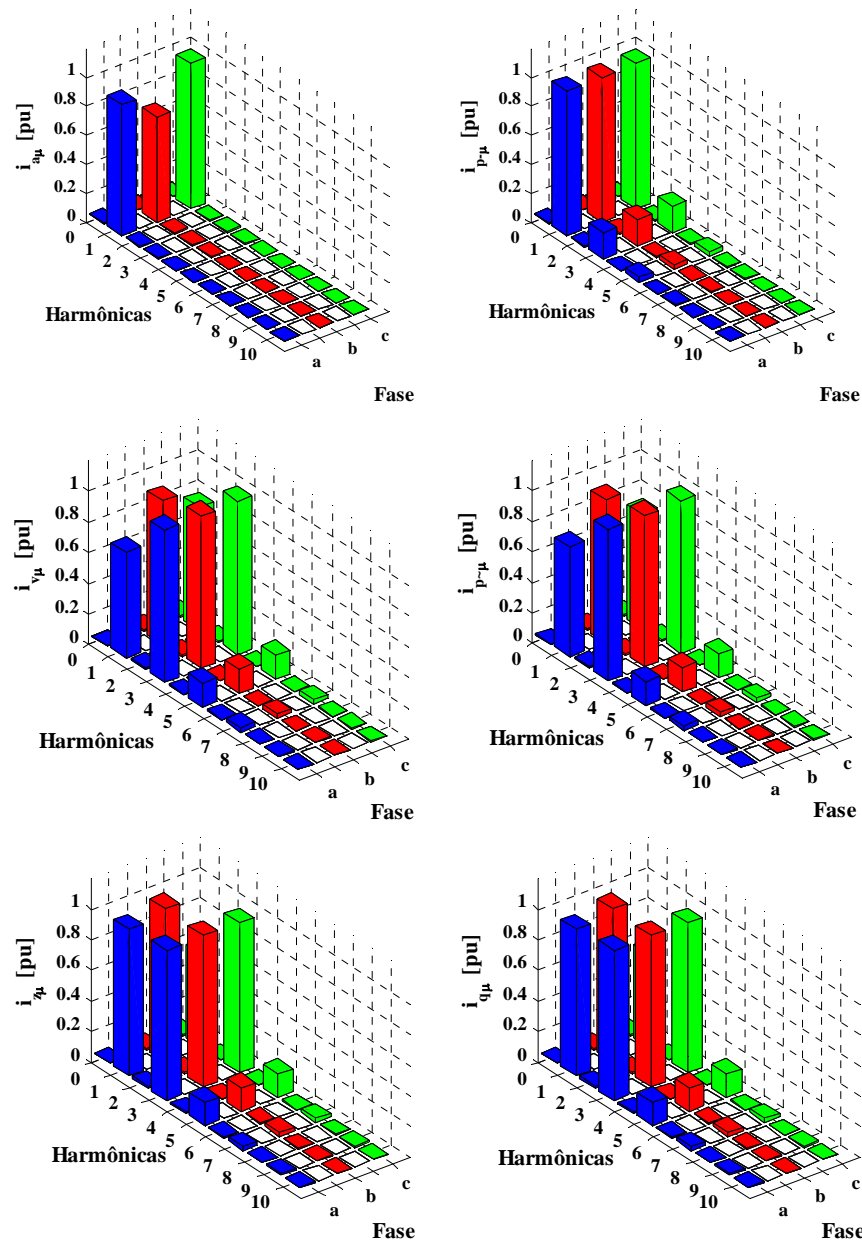


Figura 6.11: Caso II – Espectros das componentes de corrente: *FBD* (esquerda) e *pq* (direita).

Em [44] e [106], os autores da *Teoria pq* discorrem sobre uma possível interpretação das componentes harmônicas (3 e 5), originadas após a decomposição das correntes originais em suas sub parcelas, como sendo "correntes escondidas", do inglês "*hidden currents*".

Além da análise de corrente dos dois casos que foram apresentados anteriormente, exemplos adicionais podem ser encontrados em outras publicações. Recomenda-se a referência [71] para sistemas trifásicos a três condutores, e as referências [61] e [72] para sistemas trifásicos a quatro condutores.

6.6 Conclusões Gerais

Com base nos estudos realizados, do ponto de vista da teoria de potência, foi apresentada uma revisão detalhada de fatos, pessoas e eventos e, dentre as propostas mais relevantes, foram abordadas as definições de *Budeanu*, *Fryze*, *Buchhoolz*, *Depenbrock*, *Akagi et. al.* e *Tenti et al.*.

Considerando a importância das propostas de *Depenbrock* e *Akagi et al.* na literatura internacional, estas foram analisadas com mais detalhamento. Da análise, conclui-se que apesar das duas serem bastante úteis para aplicações em compensação de distúrbios ou para o controle de dispositivos eletrônicos, a interpretação dos circuitos elétricos através das mesmas torna-se uma tarefa complexa, uma vez que misturam diferentes características dos circuitos em suas parcelas de corrente e potência. Além disto, em determinadas condições de operação e em função das decomposições aplicadas, são geradas algumas componentes harmônicas de difícil interpretação.

A teoria de potência conservativa, válida para a operação periódica, pode ser aplicável para circuitos monofásicos (sob condições senoidais e não senoidais) e circuitos polifásicos com e sem condutor de retorno (sob condições senoidais simétricas e/ou não senoidais assimétricas). Além disso, foi evidenciado que a variação da frequência pode influenciar determinados termos de potência.

As quantidades propostas podem ser facilmente consideradas como uma extensão natural dos conceitos clássicos que são comumente aplicados para condições senoidais e simétricas, os quais, nestas condições, podem ser considerados como um caso especial da teoria proposta.

O processo de decomposição apresentado para a corrente total e a potência aparente resulta em uma abordagem que enfatiza os efeitos dos principais fenômenos físicos no circuito. Cada componente de corrente está relacionada a uma característica específica e, devido à sua ortogonalidade mútua, cada uma afeta o valor eficaz da corrente total de uma maneira uniforme, que é independente de sua natureza. Portanto, esta abordagem explica as características intrínsecas dos circuitos elétricos e forma uma boa base para o estudo de qualquer circuito elétrico.

Com base nas decomposições de corrente e potência propostas, qualquer tipo de carga (linear e/ou não linear) monofásica, trifásica com e sem condutor de retorno, alimentada por tensões senoidais simétricas e/ou não senoidais assimétricas, pode ser representada (modelada por condutâncias, reatividades e fontes de corrente) mediante um circuito equivalente onde cada característica da carga é associada a uma componente de corrente e potência.

A abordagem proposta é desenvolvida com base em quantidades instantâneas e médias, as quais apresentam a propriedade fundamental de conservação de energia (teorema de *Tellegen*) e podem auxiliar no desenvolvimento prático de aplicações como condicionamento de energia, medição e monitoramento de termos de potência e de indicadores (fatores) de qualidade de energia elétrica relacionados com os distúrbios da corrente e tensão.

6.7 Referências Bibliográficas

- [1] I. M. Nejdawi, A. E. Emanuel, D. J. Pileggi, M. J. Corridori, R. D. Archambeault, "Harmonics Trend in NE USA: A Preliminary Survey," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 4, pp. 1488-1494, October 1999.
- [2] Union of the Electricity Industry - EURELECTRIC, Power Quality in European Electricity Supply Networks - 1st Edition, February 2002.
- [3] Union of the Electricity Industry - EURELECTRIC, Power Quality in European Electricity Supply Networks - 2nd Edition, November 2003.
- [4] C. Marnay, H. Asano, S. Papathanassiou, G. Strbac, "Policymaking for Microgrids: Economic and Regulatory Issues of Microgrid Implementation," *IEEE Power & Energy Magazine*, pp. 66-77, May/June 2008.

- [5] G. Venkataramann, C. Marnay, "A Large Role for Microgrids, Are Microgrids a Viable Paradigm for Electricity Supply Expansion?," *IEEE power & Energy Magazine*, pp. 78-82, May/June 2008.
- [6] Carlo Muscas, "Power Quality Monitoring in Modern Electric Distribution Systems," *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, pp. 19-27, October 2010.
- [7] J. C. Maxwell, "A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field," *Phil. Trans. of the Royal Society London*, vol. 155, pp. 459-512, 1865.
- [8] C. L. Sulzberger, "History, Triumph of AC from Pearl Street to Niagara," *IEEE Power & Energy Magazine*, pp. 64-67, may/june 2003.
- [9] C. L. Sulzberger, "History, Triumph of AC, Part 2 the battle of the currents," *IEEE Power & Energy Magazine*, pp. 70-73, july/august 2003.
- [10] O. B. Shallenberger, "The Energy of Alternating Currents," *Electrical World*, vol. 3, pp. 114-115, March 1888.
- [11] C. P. Steinmetz, "Is there a phase displacement in AC electrical arcs? (In German)," *ETZ-A Elektrotech Zeitschrift*, pp. 567-568, 1892.
- [12] E. L. Owen, "A History of Harmonics in Power Systems," *IEEE Industry Applications Magazine*, pp. 6-12, January/February 1998.
- [13] A. E. Emanuel, "Harmonic in the Early of Electrical Engineering: A Brief Review of Events, People and Documents," in *IEEE - Ninth International Conference on Harmonics and Quality of Power - ICHQP*, Orlando, 2000, pp. 1-7.
- [14] C. P. Steinmetz, *Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena*. New York: McGraw-Hill, 1897.
- [15] W. H. Pratt, "Power Factor in Polyphase Circuits : Preliminary Report of Special Joint Committee," *AIEE - American Institute of Electrical Engineers*, pp. 1491-1495, July 1920.
- [16] AIEE - C42, American Standard Definitions of Electrical Terms, 1941.
- [17] IEEE Std-100, Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms (Fourth Edition), 1988, New York.
- [18] IEEE Std-100, The New IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms (Fifth Edition), New York, 1992.
- [19] IEEE Std-100, The IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronics Terms (Six Edition), New York, 1996.
- [20] IEEE. Std-1459, Trial-Use Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions, 2000, (Full-Use August 2002).
- [21] IEEE 1459, IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities under Sinusoidal, Non-sinusoidal, Balanced or Unbalanced Conditions, 2010, (Revision of IEEE 1459-2000).
- [22] C. L. Fortescue, "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks," *AIEE Transaction*, vol. 37, pp. 1027-1140, 1918.
- [23] Copyright by AIEE, "Power Factor in Polyphase Circuit: Preliminary Report of the Special Joint Committee," *AIEE Transactions*, pp. 1449-1520, july 1920.
- [24] W. V. Lyon, "Unbalanced Three-Phase Circuits," *Electrical World*, vol. 75, no. 23, pp. 1304-1308, june 1920.
- [25] W. V. Lyon, "'Reactive Power and Unbalanced Circuits," *Electrical World*, vol. 75, no. 25, pp. 1417-1420, june 1920.
- [26] F. Buchholz, "Die Drehstrom-Scheinleistung bei Ungleichmassiger Belastung Der Drei Zweige," *Licht und Kraft*, no. 2, pp. 9-11, 1922.
- [27] C. I. Budeanu, "Puissances Reactives et Fictives," *Institute Romain de l.Energie*, no. 2, 1927.

- [28] C. I. Budeanu, "The Different Options and Conceptions Regarding Active Power in Nonsinusoidal Systems," *Instytut Romain de l'Energie*, no. 4, 1927.
- [29] L. S. Czarnecki, "What is Wrong with the Budeanu Concept of Reactive and Distortion Powers and why it Should be Abandoned," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-36, no. 3, pp. 834-837, 1987.
- [30] S. Fryze, "Moc, Rzeczywista, Urojona i Pozorna w Obwodach Elektrycznych o Przebiegach Odkształconych Prądu i Napięcia," *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. XIII, no. 7 i 8, pp. 193-203 i 225-234, 1931.
- [31] S. Fryze, "Wirk-, Blind- und Scheinleistung in Elektrischen Stromkreisen mit Nichtsinusförmigem Verlauf von Strom und Spannung," *ETZ-A Elektrotech Zeitschrift*, vol. 53, no. 25, pp. 596-599, 625-627, 700-702, 1932.
- [32] DIN 40110, Wechselstromgrößen: Entwurf, 1964.
- [33] DIN 40110 Teil 1, Wechselstromgrößen; Zweileiter-Stromkreise, 1994.
- [34] DIN 40110 Teil 2, Mehrleiter-Stromkreise., 2002.
- [35] M. Depenbrock, "Wirk- und Blindleistungen Periodischer Ströme in Ein- u. Mehrphasensystemen mit Periodischen Spannungen Beliebiger Kurvenform," *ETG Fachberichte*, no. 6, pp. 17-59, 1979.
- [36] M. Depenbrock, "The FBD-Method, a Generally Applicable Tool for Analyzing Power Relations," *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 381-387, May. 1993.
- [37] A. E. Knowlton, "Reactive Power in Need of Clarification," *AIEE Transactions*, no. 52, pp. 744-747, 1933.
- [38] AIEE Special Subcommittee, "The Symposium on Reactive Power: Companion papers and discussions," *AIEE Transactions*, no. 52, pp. 744-805, 1933.
- [39] W. V. Lyon, "Reactive Power and Power Factor," *AIEE Transactions*, no. 52, pp. 763-770, 1933.
- [40] W. M. Goodhue, "Discussion in The Symposium on Reactive Power," *AIEE Transactions*, no. 52, p. 787, 1933.
- [41] H. L. Curtis and F. B. Silsbee, "'Definitions of Power and Related Quantities," *AIEE Transactions*, pp. 394-404, 1935.
- [42] F. Buchholz, "Das Begriffssystem Rechtleistung, Wirkleistung, totale Blindleistung," *Selbstverlag München*, 1950.
- [43] M. Depenbrock, Investigation of the Voltage and Power Conditions at Converter Without Energy Storage, 1962, PhD thesis, Technical University of Hannover, Germany.
- [44] E. H. Watanabe, H. Akagi, and M. Aredes, "Instantaneous p-q Power Theory for Compensating Nonsinusoidal Systems," *Przegląd Elektrotechniczny*, no. 6, pp. 28-37, 2008.
- [45] H. Akagi, Y. Kanazawa and A. Nabae, "Generalized Theory of the Instantaneous Reactive Power in Three-Phase Circuits," in *IPEC – International Power Electronics Conference*, Tokyo, 1983, pp. 1375-1386.
- [46] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, "Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices Without Energy Storage Components," *IEEE Trans. On Industrial Application*, vol. IA-20, no. 3, pp. 625-630, May/June 1984.
- [47] E. W. Kimbark, *Direct Current Transmission*.: John Wiley & Sons, 1971.
- [48] W. Shepherd and P. Zakikhani, "Suggested Definitions of Reactive Power for Nonsinusoidal Systems," *IEE Proceedings*, vol. 9, no. 119, pp. 1361–1362, 1972.
- [49] D. Sharon, "Reactive-Power Definitions and Power Factor Improvement in Nonlinear Systems," *IEE Proceedings*, vol. 120, no. 6, pp. 704-706, June 1973.
- [50] N. L. Kusters, W. J. M. Moore, "On the Definition of Reactive Power Under Non-Sinusoidal Conditions," *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 5, pp. 1845-1854, Sept-Oct. 1980.

- [51] C. H. Page, "Reactive Power in Nonsinusoidal Situations," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-29, no. 4, pp. 420-423, December 1980.
- [52] L. S. Czarnecki, "Orthogonal Decomposition of the Currents in a 3-phase Nonlinear Asymmetrical Circuit with a Nonsinusoidal Voltage Source," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. 1, no. 37, pp. 30-34, March 1988.
- [53] P. Filipski, "A New Approach to Reactive Current and Reactive Power Measurement in Nonsinusoidal Systems," *Transactions on Intrumentation and Measurement*, vol. IM-29, no. 4, pp. 423-426, December 1980.
- [54] P. Filipski, "The Measurement of Distortion Current and Distortion Power," *IEEE Transaction on Intrumentation and Measurement*, vol. IM-33, no. 1, pp. 36-40, March 1984.
- [55] L. S. Czarnecki, Comparison of Power Definition for Circuits with Non-sinusoidal Waveforms, 1990, IEEE Tutorial Course, Nonsinusoidal Situations: Effects on the Performance of Meters and Definitions of Powe, pp. 43-50.
- [56] M. Depenbrock, D. A. Marshall and J. D. Van Wyk , "Formulating Requirements for a Universally Applicable Power Theory as Control algorithm in Power Compensator," *ETEP European Transactions on Electrical Power*, vol. 4, no. 6, pp. 445-454, November/December 1994.
- [57] R. S. Herrera and P. Salmerón, "Instantaneous Reactive Power Theory: A comparative Evaluation of Different Formulations," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 595-604, January 2007.
- [58] W. G. Morsi and M. E. El-Hawary, "Defining Power Components in Nonsinusoidal Unbalanced Polyphase Systems: The issues," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 22, no. 4, pp. 2428-2438, October 2007.
- [59] M. Malengret and C. T. Gaunt, "Decomposition of Currents in Three- and Four-Wire Systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, no. 5, pp. 963-972, May 2008.
- [60] F. P. Marafão, Análise e controle da Energia Elétrica Através de Técnicas de Processamento Digital de Sinais, 2004, tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, SP-Brasil.
- [61] F. P. Marafão, E. V. Liberado, H. K. Morales P., L. C. P. da Silva, "Three- phase four-wire circuits interpretation by means of different power theories," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 87, no. 1, pp. 28-33, January 2011.
- [62] H. Akagi, E. H. Watanabe, M. Aredes, *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*.: IEEE Press and Wiley-Interscience, 2007, pp. 25-28.
- [63] A. Ferrero, "Definitions of electrical quantities commonly used in nonsinusoidal conditions," *Eur. Trans. Elect. Power*, vol. 8, no. 4, pp. 235-240, July/August 1998.
- [64] R. A. López, J. C. Montañó and R. G. Izquierdo, "Reactive Power Meter for Nonsinusoidal Systems," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-26, no. 3, pp. 258-260, September 1977.
- [65] L. S. Czarnecki, "Measurement Principle of Reactive Power Meter for Nonsinusoidal Systems," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-30, no. 3, pp. 209-213, 1981.
- [66] M. Depenbrock, "Quantities of a MultiTerminal Circuit Determined on the Basis of Kirchhof's Laws," *ETEP European Transactions on Electrical Power*, vol. 8, no. 4, pp. 249-257, July/August 1998.
- [67] M. Depenbrock, "Variation Power, Variation Currents: Physical Background and Compensation Rules," *ETEP - European Transaction on Electrical Power Engineering*, vol. 11, no. 5, pp. 309-316., September/October 2001.
- [68] V. Staudt, "Fryze-Buchholz-Depenbrock: A Time-Domain Power Theory," *Przegląd Elektrotechniczny*, no. 6, pp. 1-11, 2008.

- [69] H. K. Morales P., Influência do Referencial de Tensão na Avaliação da Qualidade da Energia Elétrica, 2006, dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, SP Brasil.
- [70] F. P. Marafão, S. M. Deckmann, H. K. Morales P., "The influence of the Voltage Referential to Power Quality Evaluation," *IEEE Latin America Magazine*, vol. 6, no. 1, pp. 81-88, March 2008.
- [71] H. K. Morales P., F. P. Marafão, L. C. P. da Silva, "A Comparative Analysis of FBD, PQ and CPT Current Decompositions – Part I: Three-Phase Three-Wire Systems," in *IEEE Power Tech Conference*, June 28th - July 2nd, Bucharest, 2009, pp. 1-8.
- [72] F. P. Marafão, H. K. Morales P., Luiz C. P. da Silva, "Critical Evaluation of FBD, PQ and CPT Current Decompositions for Four-Wire Circuits," *Eletrônica de Potência*, vol. 14, no. 4, pp. 277-286, Novembro 2009.
- [73] M. Depenbrock, V. Staudt, H. Wrede H., "Theoretical Investigation of Original and Modified Instantaneous Power Theory Applied to Four-Wire Systems," *IEEE Transaction on Industrial Application*, vol. 39, no. 4, pp. 1160-1168, July/August 2003.
- [74] H. Akagi, A. Nabae, "The p-q Theory in Three-phase Systems Under Non-Sinusoidal Conditions," *ETEP - European Transaction Electrical Power Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 27-31, January/February 1993.
- [75] H. Akagi, S. Ogasawara, H. Kim, "The Theory of Instantaneous Power in Three-phase Four-wire Systems: A Comprehensive Approach," in *Industry Applications Conference Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE*, Phoenix, AZ, 1999, pp. 431-439.
- [76] F. Z. Peng, G. W. Ott, D. J. Adams, "Harmonic and Reactive Power Compensation Based on the Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Four-Wire Systems," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 13, no. 6, pp. 1174-1181, November 1998.
- [77] E. H. Watanabe, M. Aredes, "Teoria de potência ativa e reativa instantânea e aplicações - Filtros ativos e FACTS," in *CBA - Congresso Brasileiro de Automática*, Uberlândia, 1998, pp. 81-122.
- [78] H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, J. Choi, "Instantaneous Power Compensation in Three-phase Systems by Using p-q-r Theory," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 17, no. 5, pp. 701-710, September 2002.
- [79] E. Clarke, *Circuit Analysis of A-C power systems - Symmetrical and Related Components*, I ed. New York: John Wiley, 1943.
- [80] E. H. Watanabe, J. L. Alfonso, J. G. Pinto, L. F. C. Monteiro, M. Aredes, H. Akagi, "Instantaneous p-q Power Theory for Control of Compensators in Micro-Grids," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 86, no. 6, pp. 1-10, June 2010.
- [81] E. H. Watanabe, L. F. C. Monteiro, J. L. Afonso, J. G. Pinto, M. Aredes, H. Akagi, "Compensation Algorithms Based on the p-q and CPC Theories for Switching Compensators in Micro-Grids," *Eletrônica de Potência*, vol. 14, no. 4, pp. 259-268, Novembro 2009.
- [82] E. H. Watanabe, R. M. Stephan, M. Aredes, "New Concept of Instantaneous Active and Reactive Powers in Electrical Systems with Generic Loads," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 8, no. 2, pp. 697-703, April 1993.
- [83] E. H. Watanabe, M. Aredes, "Compensation of Non-periodic Currents Using the Instantaneous Reactive Power Theory," in *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, July, Seattle, 2000, pp. 994-999.
- [84] M. K. Mishra, A. Joshi, A. Ghosh, "Unified Shunt Compensator Algorithm Based on Generalized Instantaneous Reactive Power Theory," *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, vol. 148, no. 6, pp. 583-589, November 2001.

- [85] H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, "Spectral Analysis of Instantaneous Powers in Single-phase and Three-phase Systems with Use of p-q-r Theory," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 17, no. 5, pp. 711-720, September 2002.
- [86] P. Salmeron and J. C. Montano, "Instantaneous Power Components in Polyphase Systems Under Nonsinusoidal Conditions," *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.*, vol. 143, no. 2, pp. 151-155, March 1996.
- [87] F. Z. Peng, J.-S. La, "Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-phase Power Systems," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. 45, no. 1, pp. 293-297, February 1996.
- [88] J. L. Willems, "A New Interpretation of the Akagi-Nabae Power Components for Nonsinusoidal Three-phase Situations," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. 41, no. 4, pp. 523-527, August 1992.
- [89] L. S. Czarnecki, "On Some Misinterpretations of the Instantaneous Reactive Power p-q Theory," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 19, no. 3, pp. 828-836, May 2004.
- [90] L. S. Czarnecki, "Instantaneous Reactive Power p-q Theory and Power Properties of Three Phase Systems," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 21, no. 1, pp. 362-367, January 2006.
- [91] L. S. Czarnecki, "Effect of Supply Voltage Harmonics on IRP-Based Switching Compensator Control," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 24, no. 2, pp. 483-488, February 2009.
- [92] L.S. Czarnecki, "Effect of Supply Voltage Asymmetry on IRP p-q-based switching compensator control," *IET Power Electron.*, vol. 3, no. 1, pp. 11-17, 2010.
- [93] P. Tenti, P. Mattavelli, "A Time-Domain Approach to Power Term Definitions under Non-Sinusoidal Conditions," *L'Energia Elettrica*, vol. 81, p. 75.84, 2004.
- [94] P. Tenti, P. Mattavelli, E. Tedeschi, "Compensation Techniques Based on Reactive Power Conservation," *Electrical Power Quality and Utilization*, vol. XIII, no. 1, pp. 17-24, 2007.
- [95] E. Tedeschi, P. Tenti, "Cooperative Design and Control of Distributed Harmonic and Reactive Compensators," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 84, no. 6, pp. 23-27, June 2008.
- [96] E. Tedeschi, P. Tenti, P. Mattavelli, D. Trombetti, "Cooperative Control of Electronic Power Processors in Micro-grid," *Eletrônica de Potência*, vol. 14, no. 4, pp. 241-249, 2009.
- [97] P. Tenti, P. Mattavelli, H. K. Morales P., "Conservative Power Theory, Sequence Components and Accountability in Smart Grids," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 86, no. 6, pp. 30-37, June 2010.
- [98] H. K. Morales P., Teoria de Potência Conservativa: Uma nova Abordagem Para o Controle Cooperativo de Condicionadores de Energia e Considerações sobre Atribuição de Responsabilidades, 2011, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, SP Brasil
- [99] A. Blondel, "Measurement of Energy of Polyphase Currents," in *III Proc. International Electrical Congress*, Chicago, USA., 1893, pp. 112-117.
- [100] J. L. Willems, "Instantaneous Sinusoidal and Harmonic Active and Deactive Currents in Three-phase Power Systems," *ETEP - European Transaction on Electrical Power Engineering*, vol. 4, no. 5, pp. 335-343, 1994.
- [101] J. L. Willems, "Reflections on Power Theories for Poly-Phase Nonsinusoidal Voltages and Currents," *Przegląd Elektrotechniczny*, no. 6, pp. 11-21, 2010.
- [102] L.S. Czarnecki, "Considerations on the Reactive Power in Nonsinusoidal Situations," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. IM-34, no. 3, pp. 399-404, September 1985.

- [103] J. L. Willems, J. A. Ghijselen and A. E. Emanuel, "The apparent power concept and the IEEE standard 1459-2000," *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 876-884, April 2005.
- [104] J. L. Willems, J. A. Ghijselen, "The Relation between the Generalized Apparent Power and the Voltage Reference," *L'Energia Elettrica*, vol. 81, pp. 37-45, 2004.
- [105] A. E. Emanuel, "Reflections on the Effective Voltage Concept," *L'Energia Elettrica*, vol. 81, pp. 30-36, 2004.
- [106] E. H. Watanabe, M. Aredes and H. Akagi, "The p-q Theory for Active Filter Control: Some Problems and Solutions," *SBA-Revista Controle & Automação*, vol. 15, no. 1, pp. 78-84, Jan/Mar. 2004.
- [107] H. K. Morales P., D. I. Brandão, T. M. Terrazas, F. P. Marafão, "Shunt Active Compensation Based on the Conservative Power Theory Current's Decomposition," in *Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência (COBEP)*, 2011.
- [108] P. Tenti, H. K. Morales P., P. Mattavelli, "Conservative Power Theory, a Framework to Approach Control and Accountability Issues in Smart Microgrids," *IEEE Transaction on Power Electronics*, vol. 26, no. 3, pp. 664-673, Mar. 2011.
- [109] P. Tenti, H. K. Morales P., F. P. Marafão, P. Mattavelli, "Accountability in Smart Microgrids Based on Conservative Power Theory," *IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement*, vol. 60, no. 9, pp. 3058-3069, September 2011.
- [110] H. K. Morales P., A. Costabeber, P. Tenti, "Application of Conservative Power Theory to Cooperative Control of Distributed Compensators in Smart Grids," *Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review)*, vol. 87, no. 1, pp. 1-7, June 2011.