\chapter{Filtros Ativos Em Sistemas Elétricos}

\todo[inline]{30 Págs}

\section{Definição de Potência Ativa, Reativa e Fator de Potência}

Como forma de entender melhor a qualidade de energia e a operação de filtros ativos é necessário ter os conceitos de potência ativa, reativa e fator de potência .

Para entender melhor a definição de potência em circuitos elétricos é necessário antes desenvolver alguns conceitos utilizados no desenvolvimento matemático para a interpretação das grandezas físicas. Ao longo da história várias teorias foram abordadas e importantes trabalhos são reconhecidamente aceitos para detalhar de melhor maneira casos desde específicos, quanto generalista no enfoque quanto a relação de tensão e corrente de um circuito elétrico. Esse estudo todo deu origem a área de teoria da potência, a qual vem sendo estudada até os dias de hoje para o aprofundamento e elaboração de novos conceitos para explicar fenômenos específicos \cite{Paredes:http://www.dsce.fee.unicamp.br/~antenor/pdffiles/it744/CAP6.pdf } .

Dentre as principais grandezas a ser estudada na Teoria da Potência elenca-se a potência ativa e aparente. É conhecido que na operação de um circuito elétrico que nem toda a corrente proveniente de uma fonte de tensão é convertida em trabalho para cada unidade de tempo. Nesse contexto aplica-se a definição de potência ativa, a qual é a corrente que efetivamente é transferida de uma fonte para a carga de maneira a gerar trabalho na saída do sistema. Há também a potência aparente que é definida com a potência que é gerada por uma fonte de energia e que circula pelo sistema na forma de corrente elétrica, sem necessariamente ser convertida em trabalho na saída do sistema. Esse contexto pode-se extender para o entendimento para qualidade de energia de um sistema

Para o estudo proposto nesse trabalho a teoria da potência proposta por Stanislaw Fryze é suficientemente completa para o entendimento da questão de potência.

Segundo Fryze \cite{paredes} em sinais periódicos com forma de onda qualquer, define-se que a potência ativa de um sistema é dado segundo o valor médio da potência instantânea. A potência instantânea é definida pela multiplicação da tensão e corrente instantâneas, representadas por $v(t)$ e $i(t)$, respectivamente. Sendo assim tem-se que a potência ativa é definida por:

\begin{equation}

P = \dfrac{1}{T}\int\_0^{T}p(t)dt = \dfrac{1}{T}\int\_0^{T}v(t)i(t)dt

\end{equation}

Para a definição de potência aparente, primeiramente será necessário definir alguns aspectos sobre valores eficazes da tensão e corrente. A formulação matemática para encontrar o valor tais valores eficazes são expressas segundo a norma Euclidiana, dadas pelas seguintes equações:

\begin{equation}

V = \sqrt{\dfrac{1}{T}\int\_{0}^{T}v(t)^2dt}

\end{equation}

\begin{equation}

I = \sqrt{\dfrac{1}{T}\int\_{0}^{T}i(t)^2dt}

\end{equation}

O definição de potência aparente então pode ser expressa segundo a equação:

\begin{equation}

S = VI

\end{equation}

Enfatizando que $V$ e $I$ da equação \ref{} são os valores eficazes de encontrados nas equações \ref{} e \ref{}, respectivamente.

\subsection{Potências em Sistemas Senoidais}

Considerando um circuito monofásico, senoidal linear e operando em regime permanente, as equações da tensão e corrente são expressas por \ref{eq:v(t)} e \ref{eq:i(t)}, respectivamente.

\begin{equation}

v(t) = \sqrt{2}\;V \cos(\omega t)

\label{eq:v(t)}

\end{equation}

\begin{equation}

i(t) = \sqrt{2}\;I \cos(\omega t - \phi)

\label{eq:i(t)}

\end{equation}

A potência instantânea em um circuito monofásico é definida segundo a equação \ref{eq:pot\_inst}.

\begin{equation}

\begin{aligned}

p(t) & = v(t)i(t)\\

& = 2\; V \cos(\omega t) I \cos(\omega t - \phi)\\

& = V I [\cos(\phi)+\cos(2 \omega t - \phi)]\\

& = V I \cos(\phi)[1+\cos(2\omega t)] + V I \sin(\phi)\sin(2 \omega t)

\end{aligned}

\label{eq:pot\_inst}

\end{equation}

A equação \ref{eq:pot\_inst} pode ser dividido em dois termos variantes no tempo: o primeiro é dado por

\begin{equation}

V I \cos(\phi)[1+\cos(2\omega t)]

\label{eq:prim}

\end{equation}

e o segundo por.

\begin{equation}

V I \sin(\phi)\sin(2 \omega t)

\label{eq:sec}

\end{equation}

Por definição, a potência ativa é definida pelo valor médio da equação \ref{eq:prim}, e a potência reativa é definida pelo valor de pico da equação \ref{eq:sec}.

\todo{verificar sobre valores de pico e valores eficazes}

\begin{figure}[!htb] %Circuito real monofásico

\centering

\includegraphics[width=0.92\textwidth]{Cap3/Figuras/V\_I\_P.eps}

\caption{Circuito real monofásico}

\label{fig:V\_I\_p.eps}

\end{figure}

\begin{figure}[!htb] %Circuito real monofásico

\centering

\includegraphics[width=0.92\textwidth]{Cap3/Figuras/W\_VAr\_VA.eps}

\caption{Circuito real monofásico}

\label{fig:W\_VAr\_VA.eps}

\end{figure}

\subsection{Definição de Potências em Sistemas Não-Senoidais}

\subsection{Potência Instantânea Utilizando a Teoria P-Q}

\subsubsection{considerando coordenadas $abc$}

Tendo o sistema com as tensões e correntes definidas por:

\begin{equation} %\label{eq:V}

\mathbf{v} =

\begin{bmatrix}

v\_a\\

v\_b\\

v\_c

\end{bmatrix}

\label{eq:v}

\end{equation}

\begin{equation} %\label{eq:i}

\mathbf{i} =

\begin{bmatrix}

i\_a\\

i\_b\\

i\_c

\end{bmatrix}

\label{eq:i}

\end{equation}

A potência ativa instantânea do sistema é definida por

\begin{equation}

p \triangleq \mathbf{v}\cdot \mathbf{i}

\label{eq:p}

\end{equation}

e a potência reativa instantânea do sistema é definido por

\begin{equation}

q \triangleq \mathbf{v}\times \mathbf{i}

\label{eq:q}

\end{equation}

A potência $\mathbf{q}$ é dada por um vetor na forma:

\begin{equation}

\mathbf{q} =

\begin{bmatrix}

q\_a\\

q\_b\\

q\_c

\end{bmatrix}

=

\begin{bmatrix}

v\_b i\_c - v\_c i\_b\\

v\_c i\_a - v\_a i\_c\\

v\_a i\_b - v\_b i\_a

\end{bmatrix}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

Ainda é defnido a corente ativa instantanea por:

\begin{equation}

\mathbf{i\_p} =

\begin{bmatrix}

i\_{ap}\\

i\_{bp}\\

i\_{cp}

\end{bmatrix}

\triangleq

\dfrac{p}{\mathbf{v}\cdot \mathbf{v}} \mathbf{v}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

Ainda é defnido a corente reativa instantanea por:

\begin{equation}

\mathbf{i\_q} =

\begin{bmatrix}

i\_{aq}\\

i\_{bq}\\

i\_{cq}

\end{bmatrix}

\triangleq

\dfrac{\mathbf{q}\times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

\begin{equation}

\mathbf{i\_p} =

\begin{bmatrix}

i\_{ap}\\

i\_{bp}\\

i\_{cp}

\end{bmatrix}

=

\begin{bmatrix}

v\_a \left ( \dfrac{v\_a i\_a + v\_b i\_b + v\_c i\_c}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}\right)\\[2ex]

v\_b \left ( \dfrac{v\_a i\_a + v\_b i\_b + v\_c i\_c}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}\right)\\[2ex]

v\_c \left ( \dfrac{v\_a i\_a + v\_b i\_b + v\_c i\_c}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}\right)

\end{bmatrix}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

\begin{equation}

\mathbf{i\_q} =

\begin{bmatrix}

i\_{aq}\\

i\_{bq}\\

i\_{cq}

\end{bmatrix}

=

\begin{bmatrix}

\dfrac{v\_c(v\_c i\_a-v\_a i\_c)-v\_b(v\_a i\_b-v\_b i\_a)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}\\[2ex]

\dfrac{v\_a(v\_a i\_b-v\_b i\_a)-v\_c(v\_b i\_c-v\_c i\_b)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}\\[2ex]

\dfrac{v\_b(v\_b i\_c-v\_c i\_b)-v\_a(v\_c i\_a-v\_a i\_v)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}

\end{bmatrix}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

Fazendo a soma de $\mathbf{i\_p}$ com $\mathbf{i\_q}$ obtém-se a seguinte relação:

\begin{equation}

\mathbf{i\_p} + \mathbf{i\_q} = \begin{bmatrix}

\dfrac{v\_a(v\_a i\_a + v\_b i\_b + v\_c i\_c)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}+\dfrac{v\_c(v\_c i\_a-v\_a i\_c)-v\_b(v\_a i\_b-v\_b i\_a)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}\\[2ex]

\dfrac{v\_b(v\_a i\_a + v\_b i\_b + v\_c i\_c)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}+ \dfrac{v\_a(v\_a i\_b-v\_b i\_a)-v\_c(v\_b i\_c-v\_c i\_b)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}\\[2ex]

\dfrac{v\_c(v\_a i\_a + v\_b i\_b + v\_c i\_c)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}+ \dfrac{v\_b(v\_b i\_c-v\_c i\_b)-v\_a(v\_c i\_a-v\_a i\_v)}{v\_a^2 + v\_b^2 + v\_c^2}

\end{bmatrix}

= \begin{bmatrix}

i\_{a}\\

i\_{b}\\

i\_{c}

\end{bmatrix}

= \mathbf{i}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

ou seja, prova-se que pela definição de corrente ip e iq que a composição estas é dada pela corrente suprida pelo fonte à carga do sistema.

Ainda pela definição de ip e iq, utilizando a definição em (EQUACAO p) porém utilizando $p =\mathbf{v}\cdot \mathbf{i\_q}$ temos:

\begin{equation}

\begin{aligned}

\mathbf{v} \cdot \mathbf{i\_q} &= \mathbf{v}\cdot \left( \dfrac{\mathbf{q} \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} } \right ) \\

&= \mathbf{v}\cdot \left( \dfrac{(\mathbf{v} \times \mathbf{i}) \times \mathbf{v}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} } \right )\\

&= \mathbf{v}\cdot \left( \dfrac{-(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{i}}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} \right)\\

&= \dfrac{-(\mathbf{i} \cdot \mathbf{v}) (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) (\mathbf{i}\cdot \mathbf{v})}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}\\

&=0

\end{aligned}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

ou seja, prova-se que pela definição de corrente ip e iq que a composição estas é dada pela corrente suprida pelo fonte à carga do sistema.

Ainda pela definição de ip e iq, utilizando a definição em (EQUACAO p) porém utilizando $p =\mathbf{v}\cdot \mathbf{i\_q}$ temos:

\begin{equation}

\begin{aligned}

\mathbf{v} \times \mathbf{i\_p} &= \mathbf{v}\times \left( \dfrac{p}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} } \mathbf{v} \right ) \\

&= \mathbf{0}

\end{aligned}

\label{eq:q\_expand}

\end{equation}

isto tambem implica que as correntes $\mathbf{i\_q}$ são ortogonais à $\mathbf{v}$, ou seja $\mathbf{v} \cdot \mathbf{i\_q}\equiv 0$ e que as correntes $\mathbf{i\_p}$ são paralelas à $\mathbf{v}$, ou então $\mathbf{v} \times \mathbf{i\_p}\equiv 0$. Isto trás uma implicação importante que é a ortogonalidade entre as correntes $\mathbf{i\_p}$ e $\mathbf{i\_q}$ no sistema, ou seja:

\begin{equation}

\mathbf{i\_p} \cdot \mathbf{i\_q}\equiv 0

\end{equation}

Com isso, também é mostrado que a parcela da corrente $\mathbf{i\_p}$ corresponde apenas a transferência de potência ativa instantânea no sistema. Por outro lado tem-se que a corrente $\mathbf{i\_q}$ corresponde apenas a parcela da potência reativa instantânea do sistema

A teoria p-q é baseada na transformação das tensões e correntes das coordenadas $abc$ para $\alpha \beta 0$

\cite{Peng1996} \cite{Akagi1984}

\subsubsection{considerando coordenadas $\alpha \beta 0$}

\subsubsection{Transformada de Clarke}

\begin{equation}

\begin{bmatrix}

v\_0\\

v\_\alpha\\

v\_\beta

\end{bmatrix}

= \sqrt{\dfrac{2}{3}}

\begin{bmatrix}

\dfrac{1}{\sqrt{2}} & \dfrac{1}{\sqrt{2}} & \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\[2ex]

1 & -\dfrac{1}{2} & -\dfrac{1}{2} \\[2ex]

0 & \dfrac{\sqrt{3}}{2} & -\dfrac{\sqrt{3}}{2}

\end{bmatrix}

\begin{bmatrix}

v\_a\\

v\_b\\

v\_c

\end{bmatrix}

\end{equation}

\section{Filtros Ativos}

\subsection{Filtros Ativo Empregando a Teoria P-Q}

%de acordo com os paranaues, \cite{Watanabe1991}, \cite{Akagi2007}, \cite{Watanabe2004}, \cite{Afonso2000}, \cite{Couto2003}