

CIRCUITOS DIGITAIS

MAPA DE KARNAUGH

Prof. Marcelo Grandi Mandelli

`mgmandelli@unb.br`

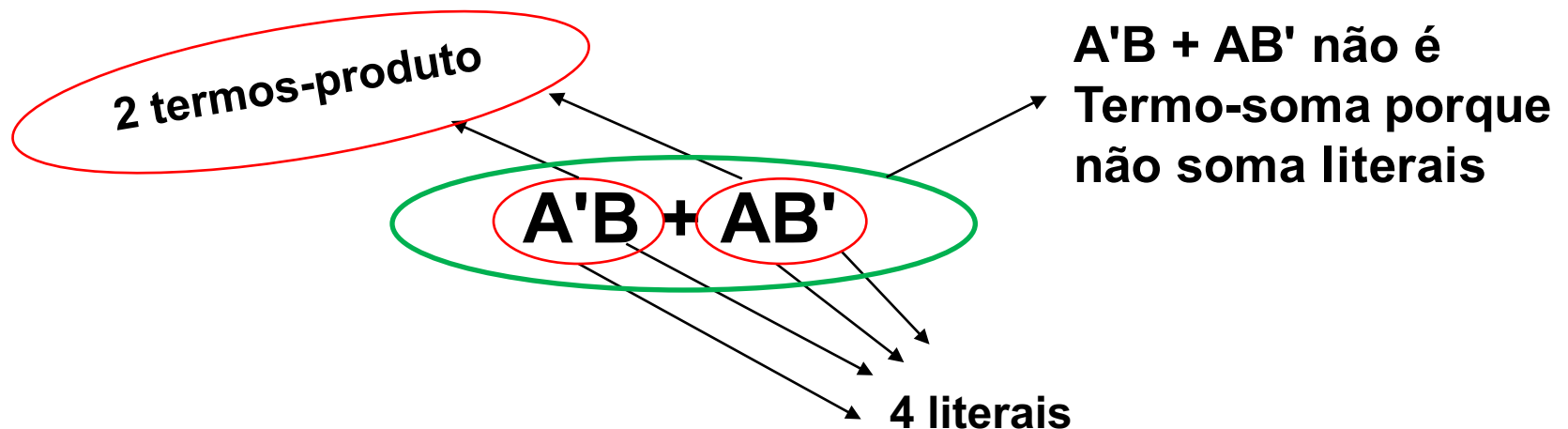
Funções Booleanas

□ Literais

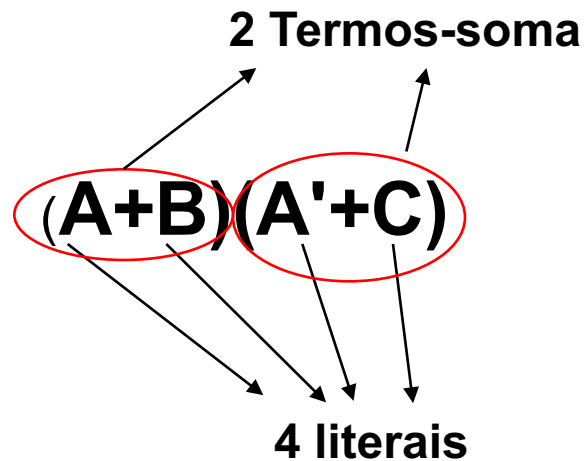
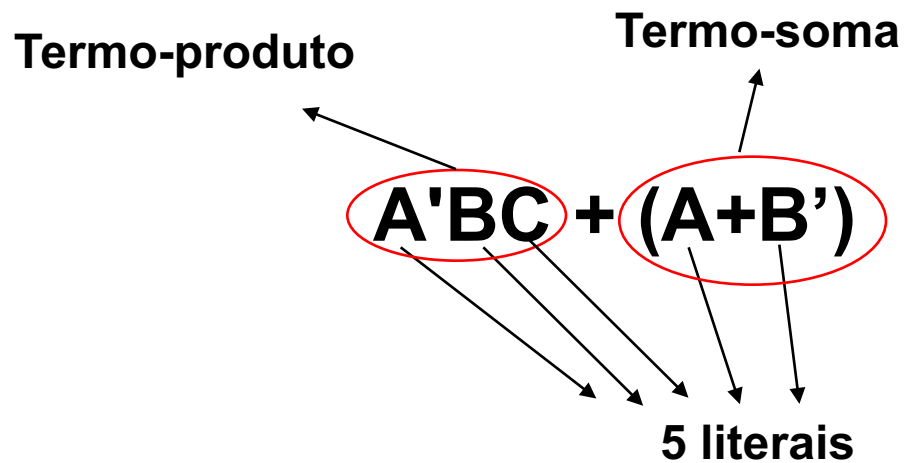
- variável na forma direta (x) ou inversa (x')

□ Termos

- **Termo-soma:** soma (OR) de literais
 - Exemplos: $A+B'$, $B + C + D'$,
- **Termo-produto:** produto (AND) de literais
 - Exemplos: AB , ABC'



Funções Booleanas



Funções Booleanas

□ **Termo-normal** : Termo soma ou termo produto no qual nenhum literal aparece mais de uma vez

- Exemplos: AB , ABC'
- Não é termo-normal : AA , AA'

□ **Soma-de-produtos** : Quando dois ou mais termos-produto são somados por uma adição Booleana, a expressão resultante é uma soma-de-produtos

■ Exemplos:

$$AB + ABC$$

$$ABC + CDE + B'CD'$$

$$A + A'BC' + B'CD$$

Funções Booleanas

- **Produto-de-somas** : Quando dois ou mais termos-soma são multiplicados, a expressão resultante é um produto-de-somas

- Exemplos:

$$(A + B)(A + B + C)$$

$$(A + B + C)(C + D + E)(B' + C + D')$$

$$A(A' + B + C')(B' + C + D)$$

Lembrar dos parenteses!!

Formas Padrão de Funções Booleanas

- Qualquer função booleana de n variáveis pode ser expressa através de :
 - **Soma-de-produtos padrão** → todos termos-produto contém todas n variáveis da função
 - **Exemplo:** $F(A, B, C) = AB + ABC$ não é uma soma de produtos padrão porque o termo-produto AB não contém a variável C
 - $F(A, B, C) = A'B'C + ABC'$ é uma soma de produtos padrão porque todos termo-produtos contem todas variáveis da função ABC
 - **Produto-de-somas padrão** → todos termos-produto contém todas n variáveis da função

Soma de Produtos - Mintermos

→ Tabela verdade de função com n variáveis tem 2^n **mintermos** ou **minitermos** → termo-produto padrão (com todas variáveis da função)

A	B	C	mintermo
0	0	0	$m_0 = A'B'C'$
0	0	1	$m_1 = A'B'C$
0	1	0	$m_2 = A'BC'$
0	1	1	$m_3 = A'BC$
1	0	0	$m_4 = AB'C'$
1	0	1	$m_5 = AB'C$
1	1	0	$m_6 = ABC'$
1	1	1	$m_7 = ABC$

Soma de Produtos - Mintermos

→ **Exemplo:** F é função das variáveis A, B e C

A	B	C	F	mintermo
0	0	0	0	$m_0 = A'B'C'$
0	0	1	0	$m_1 = A'B'C$
0	1	0	1	$m_2 = A'BC'$
0	1	1	1	$m_3 = A'BC$
1	0	0	0	$m_4 = AB'C'$
1	0	1	1	$m_5 = AB'C$
1	1	0	1	$m_6 = ABC'$
1	1	1	0	$m_7 = ABC$

Soma de Produtos - Mintermos

→ Selecionar os valores onde F é **1**

A	B	C	F	mintermo
0	0	0	0	$m_0 = A'B'C'$
0	0	1	0	$m_1 = A'B'C$
0	1	0	1	$m_2 = A'BC'$
0	1	1	1	$m_3 = A'BC$
1	0	0	0	$m_4 = AB'C'$
1	0	1	1	$m_5 = AB'C$
1	1	0	1	$m_6 = ABC'$
1	1	1	0	$m_7 = ABC$

$$F = A'BC' + A'BC + AB'C + ABC'$$

ou

$$F = m_2 + m_3 + m_5 + m_6 \quad \text{ou} \quad F = \sum m(2, 3, 5, 6)$$

Produto de Somas - Maxtermos

→ Tabela verdade de função com n variáveis tem 2^n **maxtermos** ou **maxitermos** → termo-soma padrão (com todas variáveis da função)

A	B	C	MAXTERMO
0	0	0	$M_0 = A+B+C$
0	0	1	$M_1 = A+B+C'$
0	1	0	$M_2 = A+B'+C$
0	1	1	$M_3 = A+B'+C'$
1	0	0	$M_4 = A'+B+C$
1	0	1	$M_5 = A'+B+C'$
1	1	0	$M_6 = A'+B'+C$
1	1	1	$M_7 = A'+B'+C'$

Produto de Somas - Maxtermos

→ **Exemplo:** F é função das variáveis A, B e C

A	B	C	F	MAXTERMO
0	0	0	0	$M_0 = A+B+C$
0	0	1	0	$M_1 = A+B+C'$
0	1	0	1	$M_2 = A+B'+C$
0	1	1	1	$M_3 = A+B'+C'$
1	0	0	0	$M_4 = A'+B+C$
1	0	1	1	$M_5 = A'+B+C'$
1	1	0	1	$M_6 = A'+B'+C$
1	1	1	0	$M_7 = A'+B'+C'$

Produto de Somas - Maxtermos

→ Selecionar os valores onde F é **0**

A	B	C	F	MAXTERMO
0	0	0	0	$M_0 = A+B+C$
0	0	1	0	$M_1 = A+B+C'$
0	1	0	1	$M_2 = A+B'+C$
0	1	1	1	$M_3 = A+B'+C'$
1	0	0	0	$M_4 = A'+B+C$
1	0	1	1	$M_5 = A'+B+C'$
1	1	0	1	$M_6 = A'+B'+C$
1	1	1	0	$M_7 = A'+B'+C'$

$$F = (A+B+C)(A+B+C')(A'+B+C)(A'+B'+C')$$

ou

$$F = M_0 M_1 M_4 M_7 \quad \text{ou} \quad F = \prod M(0,1,4,7)$$

Conversão

Como converter termos-produto para termos-soma e vice-versa

A	B	C	mintermo	MAXTERMO
0	0	0	$m_0 = A'B'C'$	$M_0 = A+B+C$
0	0	1	$m_1 = A'B'C$	$M_1 = A+B+C'$
0	1	0	$m_2 = A'BC'$	$M_2 = A+B'+C$
0	1	1	$m_3 = A'BC$	$M_3 = A+B'+C'$
1	0	0	$m_4 = AB'C'$	$M_4 = A'+B+C$
1	0	1	$m_5 = AB'C$	$M_5 = A'+B+C'$
1	1	0	$m_6 = ABC'$	$M_6 = A'+B'+C$
1	1	1	$m_7 = ABC$	$M_7 = A'+B'+C'$

→ $\text{Mintermo} = \overline{\text{maxtermo}}$

→ $\text{Maxtermo} = \overline{\text{mintermo}}$



DE MORGAN

Exemplo: $m_2 = (M_2)' = (A + B' + C)' = A'BC'$

Conversão - Mintermos

$$f(A, B, C, D) = \overline{A} \overline{B} \overline{C} \overline{D} + \overline{A} B C \overline{D} + A \overline{B} C \overline{D} + A B C D$$

Designação binária (mintermos) → 0000 0110 1010 1111

Designação decimal → 0 6 10 15

$$f(A, B, C, D) = \sum m(0, 6, 10, 15)$$

$$f(A, B, C, D) = \prod M(1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14)$$

Conversão - Maxtermos

$$f(A, B, C, D) = (A + B + C + D)(A + \bar{B} + C + D)(\bar{A} + B + \bar{C} + \bar{D})(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

Designação binária (mintermos) → 0000 0100 1011 1111

Designação decimal → 0 4 11 15

$$f(A, B, C, D) = \prod M(0, 4, 11, 15)$$

$$f(A, B, C, D) = \sum m(1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14)$$

Converter para forma padrão

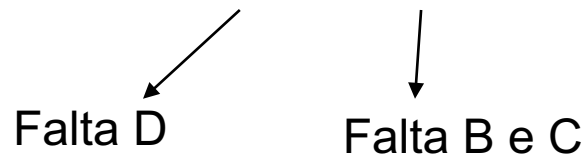
Exemplo 1: Soma-de-produtos padrão

$$F(A, B, C, D) = A'B'C + AD'$$

- A função possui 4 variáveis
- Todas variáveis devem estar presentes em todos termos-produto para que seja uma forma padrão

$$F(A, B, C, D) = A'B'C + AD'$$

Falta D Falta B e C



Converter para forma padrão

Exemplo 1: Soma-de-produtos padrão

$$F(A, B, C, D) = A'B'C + AD'$$

- Multiplique cada termo-produto não padrão por um termo constituído de uma soma de uma variável que não aparece no termo com o seu complemento

$$F(A, B, C, D) = A'B'C(\textcolor{blue}{D} + \textcolor{blue}{D}') + AD'(\textcolor{red}{B} + \textcolor{red}{B}')(\textcolor{green}{C} + \textcolor{green}{C}')$$

Falta **D**

Falta **B** e **C**

Converter para forma padrão

Exemplo 1: Soma-de-produtos padrão

$$F(A, B, C, D) = A'B'C + AD'$$

→ Utilizando a propriedade distributiva:

$$F(A, B, C, D) = A'B'C(D + D') + AD'(B + B')(C + C')$$

$$F(A, B, C, D) = A'B'CD + A'B'CD' + (ABD' + AB'D')(C + C')$$

$$F(A, B, C, D) = A'B'CD + A'B'CD' + ABCD' + AB'CD' + ABC'D' + AB'C'D'$$

$$F(A, B, C, D) = A'B'CD + A'B'CD' + ABCD' + AB'CD' + ABC'D' + AB'C'D'$$

→ Ao fim verificar e eliminar termos-produto repetidos

Converter para forma padrão


Exemplo 2: Produto-de-somas padrão

$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C)$$

- A função possui 4 variáveis
- Todas variáveis devem estar presentes em todos termos-soma para que seja uma forma padrão

$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C)$$

Falta D




Converter para forma padrão

Exemplo 2: Produto-de-somas padrão

$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C)$$

- Some cada termo-soma não padrão por um termo constituído de uma multiplicação de uma variável que não aparece no termo com o seu complemento

$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C) + (DD')$$


Falta **D**

Converter para forma padrão

Exemplo 2: Produto-de-somas padrão

$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C)$$

→ Utilizando a propriedade distributiva:

$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C) + (DD')$$

$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C + D)(A' + B' + C + D')$$

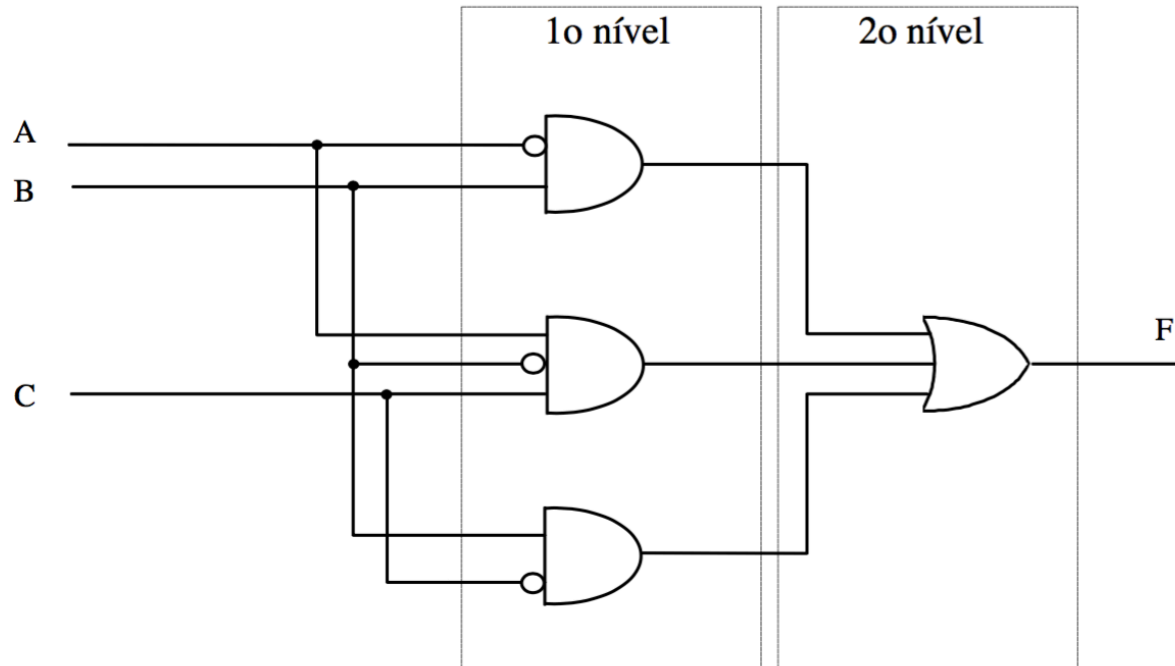
$$F(A, B, C, D) = (A' + B' + C + D)(A' + B' + C + D')$$

→ Ao fim verificar e eliminar termos-produto repetidos

Formas Padrão de Funções Booleanas

- Circuitos nas formas padrão apresentam apenas **dois níveis de portas** → **circuitos em dois níveis** (ou lógica a dois níveis)

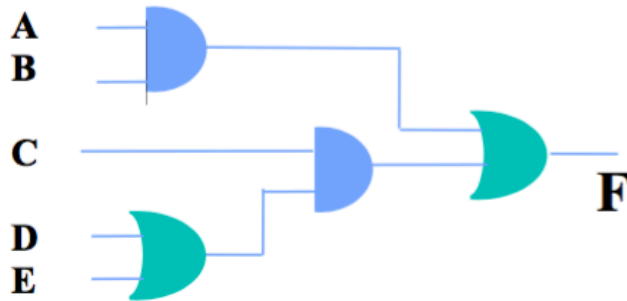
$$F = \bar{A}B + A\bar{B}C + B\bar{C}$$



Formas Padrão de Funções Booleanas

- Tomando uma expressão que não é SDP

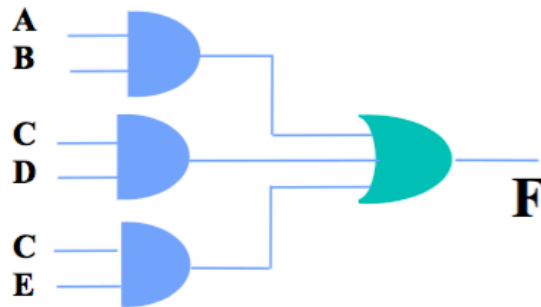
$$F = AB + C(D + E)$$



Esta é uma implementação em 3 níveis
4 portas, 8 entradas

tempo de propagação máximo =
3 x tempo de uma porta

- Convertendo para uma SDP



$$F = AB + C(D + E) \\ = AB + CD + CE$$

implementação em 2 níveis
4 portas, 9 entradas

tempo de propagação máximo =
2 x tempo de uma porta

MAPA DE KARNAUGH

- ❑ O Mapa de Karnaugh é uma ferramenta de auxílio à minimização de funções booleanas.
- ❑ O próprio nome mapa vem do fato dele ser um mapeamento a partir de uma tabela-verdade.

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

Simplifique a seguinte função lógica de duas variáveis utilizando o mapa de Karnaugh:

$$F(A,B) = A'B' + AB' + AB$$

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

1º Passo : Montar a tabela verdade da função lógica

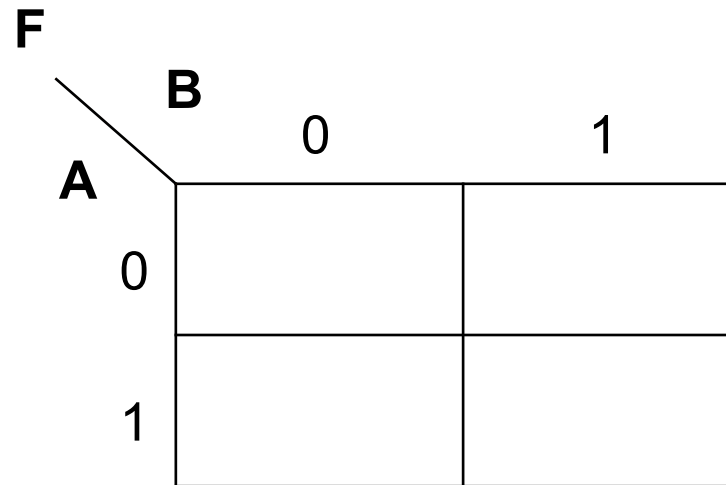
$$F(A,B) = A'B' + AB' + AB$$

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

2º Passo : Desenhar o mapa de Karnaugh

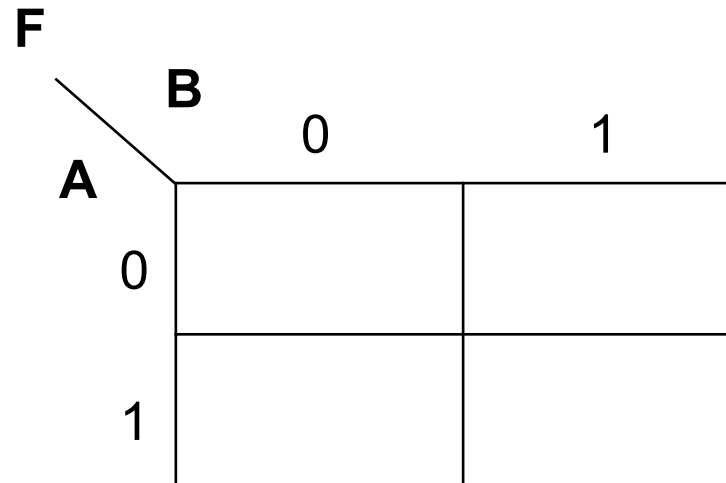
A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1



MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

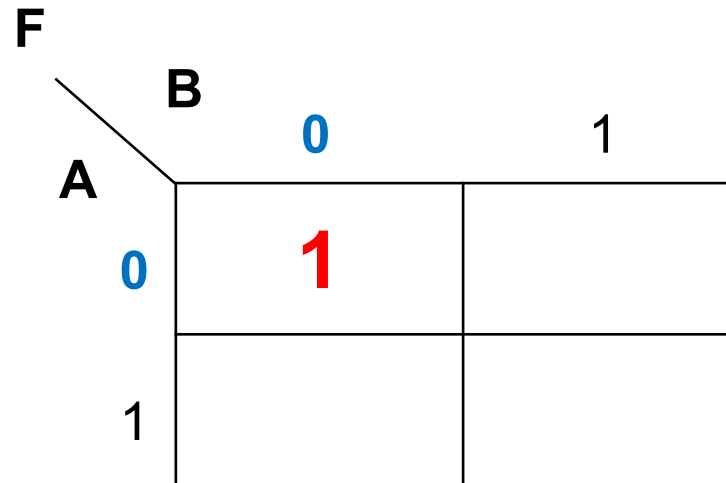
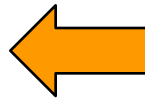


MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

Quando o valor de A é 0 e B é 0, o valor de F é 1. Então, coloca-se 1 no quadrado do mapa de karnaugh onde A é 0 e B é 0.

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

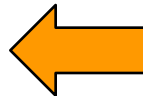


MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

Quando o valor de A é **0** e B é **1**, o valor de F é **0**. Então, coloca-se **0** no quadrado do mapa de karnaugh onde A é **0** e B é **1**.

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1



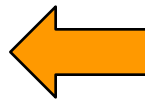
		B	
		0	1
A	0	1	0
	1		

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

Quando o valor de A é **1** e B é **0**, o valor de F é **1**. Então, coloca-se **1** no quadrado do mapa de karnaugh onde A é **1** e B é **0**.

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1



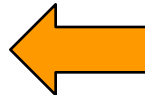
		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	1	

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

Quando o valor de A é **1** e B é **1**, o valor de F é **1**. Então, coloca-se **1** no quadrado do mapa de karnaugh onde A é **1** e B é **1**.

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1



		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

Pode-se preencher o mapa diretamente de uma função booleana expressa através de mintermos

$$F(A,B) = A'B' + AB' + AB$$

0 0 1 0 1 1

		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

4º Passo : Identificar grupos de “1s” adjacentes:

- Um grupo deve conter um números de "1s" de tamanho igual a potências de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32 ...)
- Um “1” pode estar contido em dois grupos diferentes
- Deve-se identificar o **número mínimo** de grupos possível onde todos os “1s” do mapa de karnaugh estejam contidos

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

4º Passo :

- Comece identificando grupos de tamanho maior para menor
- O maior grupo será do tamanho de todo mapa de karnaugh → tamanho 2^n , onde n é o número de variáveis da função lógica
- Depois identifique outros grupos menores que terão, em ordem, tamanhos 2^{n-1} , 2^{n-2} , ..., 2^0 . → um grupo menor terá o tamanho igual a metade do seu grupo maior antecessor

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

4º Passo :

Neste exemplo temos 2 variáveis. Então, $n = 2$ e $2^n = 2^2 = 4$.

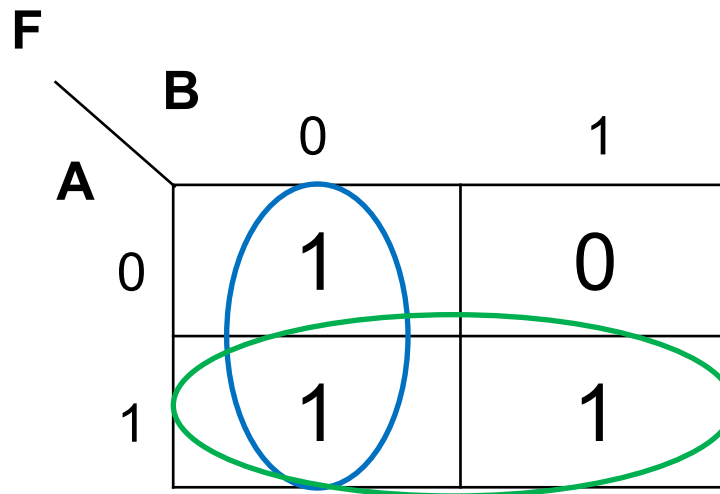
Procuraremos, em ordem, grupos de 4 (2^2), 2 (2^1) e 1 (2^0) “1s”.

F		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

4º Passo :

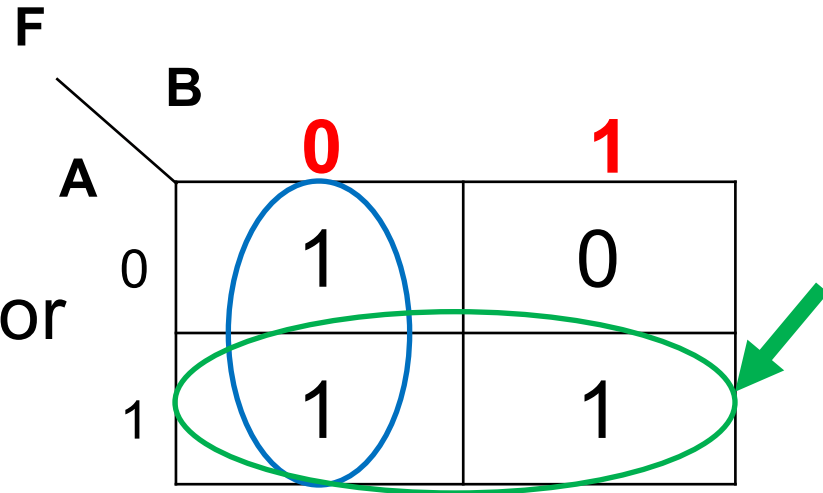
Um “1” pode estar contido em dois grupos diferentes



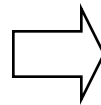
MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

No círculo indicado o valor de **B** muda de valor



Função Minimizada

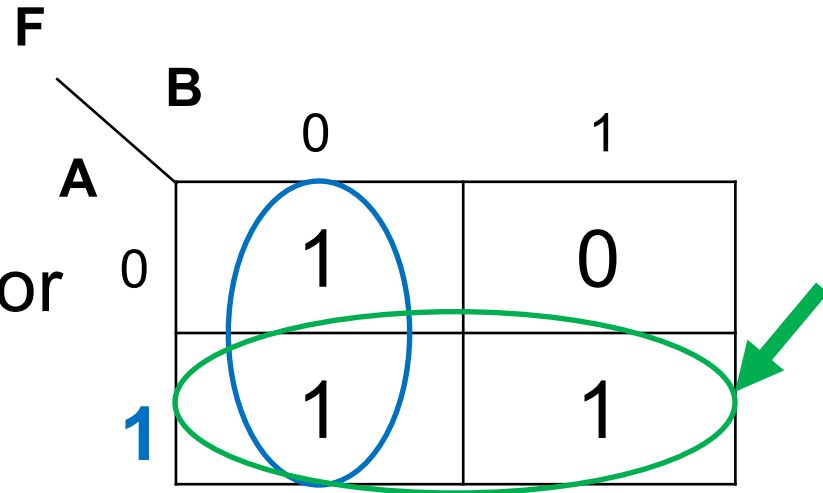


F =

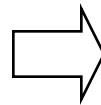
MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

Na círculo indicado o valor de **A** permanece em **1**



Função Minimizada

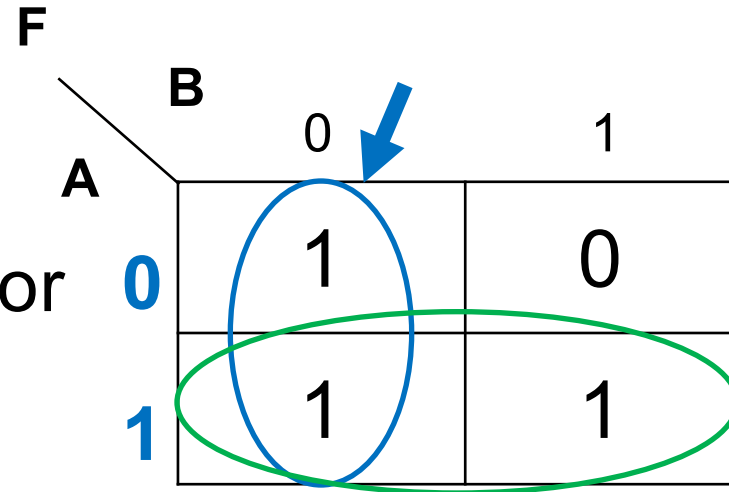


$$\mathbf{F = A}$$

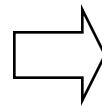
MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

No círculo indicado o valor de **A** muda de valor



Função Minimizada

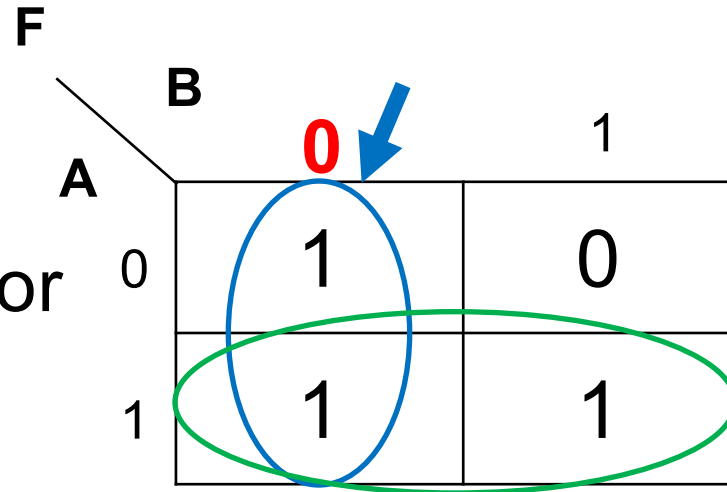


$$F = A +$$

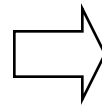
MAPA DE KARNAUGH - 2 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

Na círculo indicado o valor de **B** permanece em **0**



Função Minimizada



$$F = A + B'$$

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

1º Passo : Montar a tabela verdade da função lógica

$$F = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + A \overline{B} \overline{C} + A \overline{B} C + A B \overline{C} + A B C$$

000 100 101 110 111

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

2º Passo : Desenhar o mapa de Karnaugh

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

		BC			
		00	01	11	10
A	0				
	1				

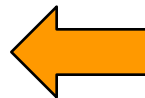
$$F = \bar{A} \bar{B} \bar{C} + A \bar{B} \bar{C} + A \bar{B} C + AB \bar{C} + ABC$$

000 100 101 110 111

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

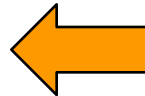


		BC			
		00	01	11	10
A	0	1			
	1				

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

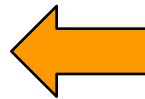


		BC			
		00	01	11	10
A	0	1			
	1	1			

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

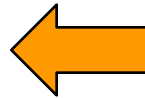


		BC			
		00	01	11	10
A	0	1			
	1	1	1		

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

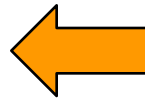


		BC			
		00	01	11	10
A	0	1			
	1	1	1		1

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

3º Passo : Preencher o mapa de Karnaugh com valores de F

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



		BC			
		00	01	11	10
A	0	1			
	1	1	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

4º Passo :

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	0	0	0
	1	1	1	1	1

Neste exemplo temos 3 variáveis. Então, $n = 3$ e $2^n = 2^3 = 8$.

Procuraremos, em ordem, grupos de 8 (2^3), 4 (2^2), 2 (2^1) e 1 (2^0) “1s”.

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

4º Passo :

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	0	0	0
	1	1	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

4º Passo :

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

		BC			
		00	01	11	10
A	0	1	0	0	0
	1	1	1	1	1

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

No círculo indicado o valor de **B** muda de valor

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	1	10
0	1	0	0	0
1	1	1	1	1

F =

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

No círculo indicado o valor de **C** muda de valor

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	1	1

F =

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

Na círculo indicado o valor de **A** permanece em **1**

A \ BC	00	01	11	10
	0	0	0	0
1	1	1	1	1

$$F = A +$$

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

Na círculo indicado o valor de **A** muda de valor

BC		00	01	11	10
A	0	1	0	0	0
	1	1	1	1	1

$$F = A +$$

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

Na círculo indicado o valor de **B** permanece em **0**

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$F = A + B'$$

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

5º Passo : Escreva a função minimizada através de uma soma de produtos

Na círculo indicado o valor de **C** permanece em **0**

A \ BC	00	01	11	10
	0	1	1	0
0	1	0	0	0
1	1	1	1	1

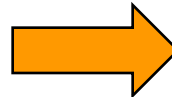
$$F = A + B'C'$$

MAPA DE KARNAUGH – 3 variáveis

Outros exemplo

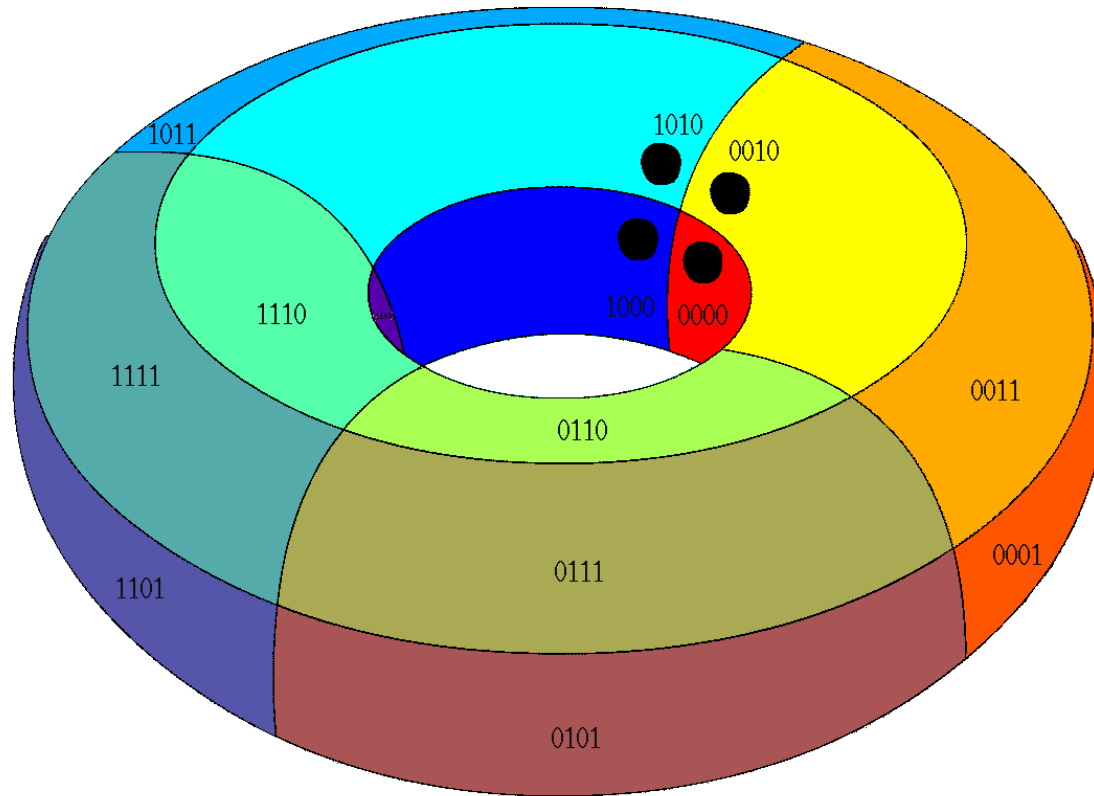
$$F = C'$$

BC		00	01	11	10
A	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1



BC		00	01	11	10
A	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1

MAPA DE KARNAUGH



● 0000	0100	1100	● 1000
0001	0101	1101	1001
0011	0111	1111	1011
● 0010	0110	1110	● 1010

MAPA DE KARNAUGH – 4 variáveis

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$F(A,B,C, D) = A'BC'D + A'BCD + ABC'D$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	0	0
	10	0	0	0	0

MAPA DE KARNAUGH – 4 variáveis

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$F(A,B,C, D) = A'BC'D + A'BCD + ABC'D$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	0	0
	10	0	0	0	0

$$F(A,B,C, D) = A'BD +$$

MAPA DE KARNAUGH – 4 variáveis

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

$$F(A,B,C, D) = A'BC'D + A'BCD + ABC'D$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	0	0
	10	0	0	0	0

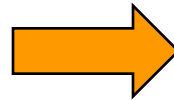
$$F(A,B,C, D) = A'BD + BC'D$$

Outros Exemplos

Exemplo 1

$$F(A,B,C, D) = \mathbf{BD'}$$

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	0	0

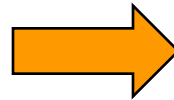


CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	0	0

Outros Exemplos

Exemplo 2

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1



$F(A,B,C, D) = B'$

CD \ AB	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

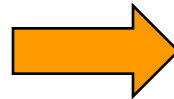
The table on the right shows the same truth table as the one on the left, but with green curved lines highlighting the two groups of 1s. The top group of 1s (for AB=00 and AB=10) is circled by a green line, and the bottom group of 1s (for AB=01 and AB=11) is also circled by a green line. This illustrates the simplification of the function to $F(A,B,C, D) = B'$.

Outros Exemplos

Exemplo 3

$$F(A,B,C, D) = \mathbf{B'D'}$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1



CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	0	0	1

Outros Exemplos

Exemplo 4

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
	01	1	1	1	1
	11	1	0	0	1
	10	0	0	0	0

Verificar primeiramente se há algum grupo formado pelas bordas

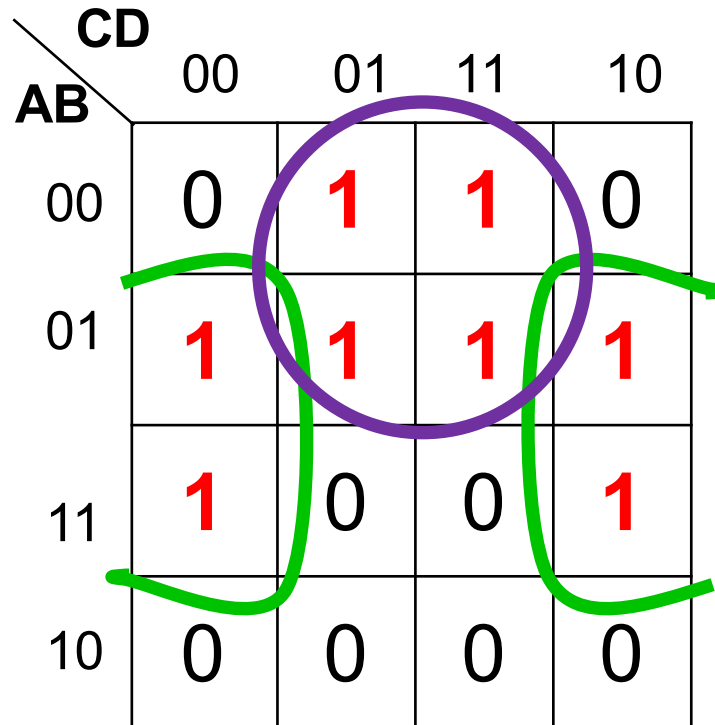
Outros Exemplos

Exemplo 4

CD		00	01	11	10
AB	00	0	1	1	0
01	1	1	1	1	1
11	1	0	0	1	
10	0	0	0	0	

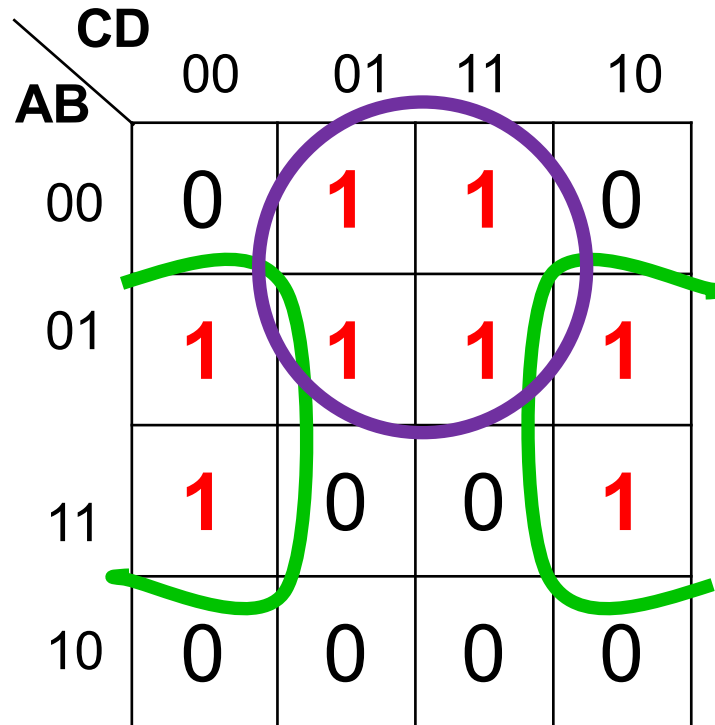
Outros Exemplos

Exemplo 4



Outros Exemplos

Exemplo 4 - Somente dois "círculos"



$$F(A,B,C, D) = BD' + A'D$$

Outros Exemplos

Exemplo 4 – Definindo os grupos de “1” dessa forma teremos uma equação não tão minimizada como a mostrada no slide anterior

CD		00	01	11	10
AB					
00	0	1	1	0	
01	1	1	1	1	
11	1	0	0	1	
10	0	0	0	0	

Outros Exemplos

Exemplo 5

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	0	1
	01	0	0	1	0
	11	1	0	0	0
	10	1	1	0	1

Outros Exemplos

Exemplo 5

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	1	0	1

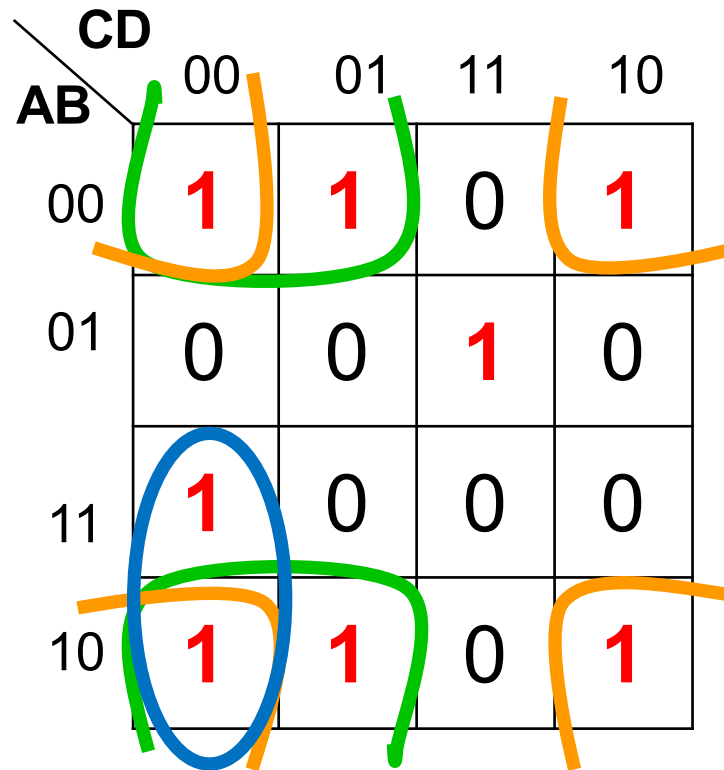
Outros Exemplos

Exemplo 5

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	0	1
01	0	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	1	0	1

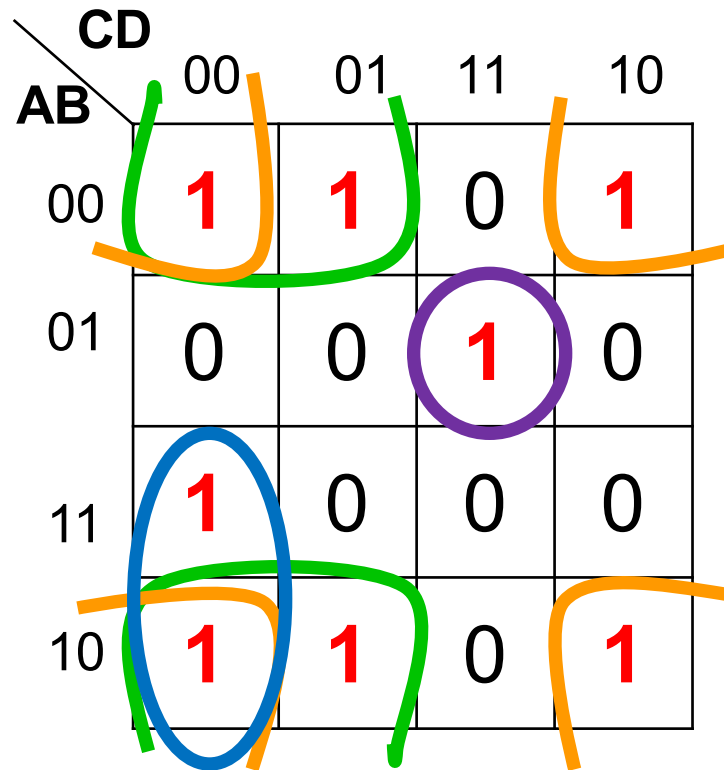
Outros Exemplos

Exemplo 5



Outros Exemplos

Exemplo 5



$$F(A, B, C, D) = B'C' + B'D' + AC'D' + A'BCD$$

MAPA DE KARNAUGH – 5 variáveis

$$f(A, B, C, D, E) = \sum m(7, 15, 17, 18, 22, 23, 25, 26, 30, 31)$$

Variável mais significativa

A = 0

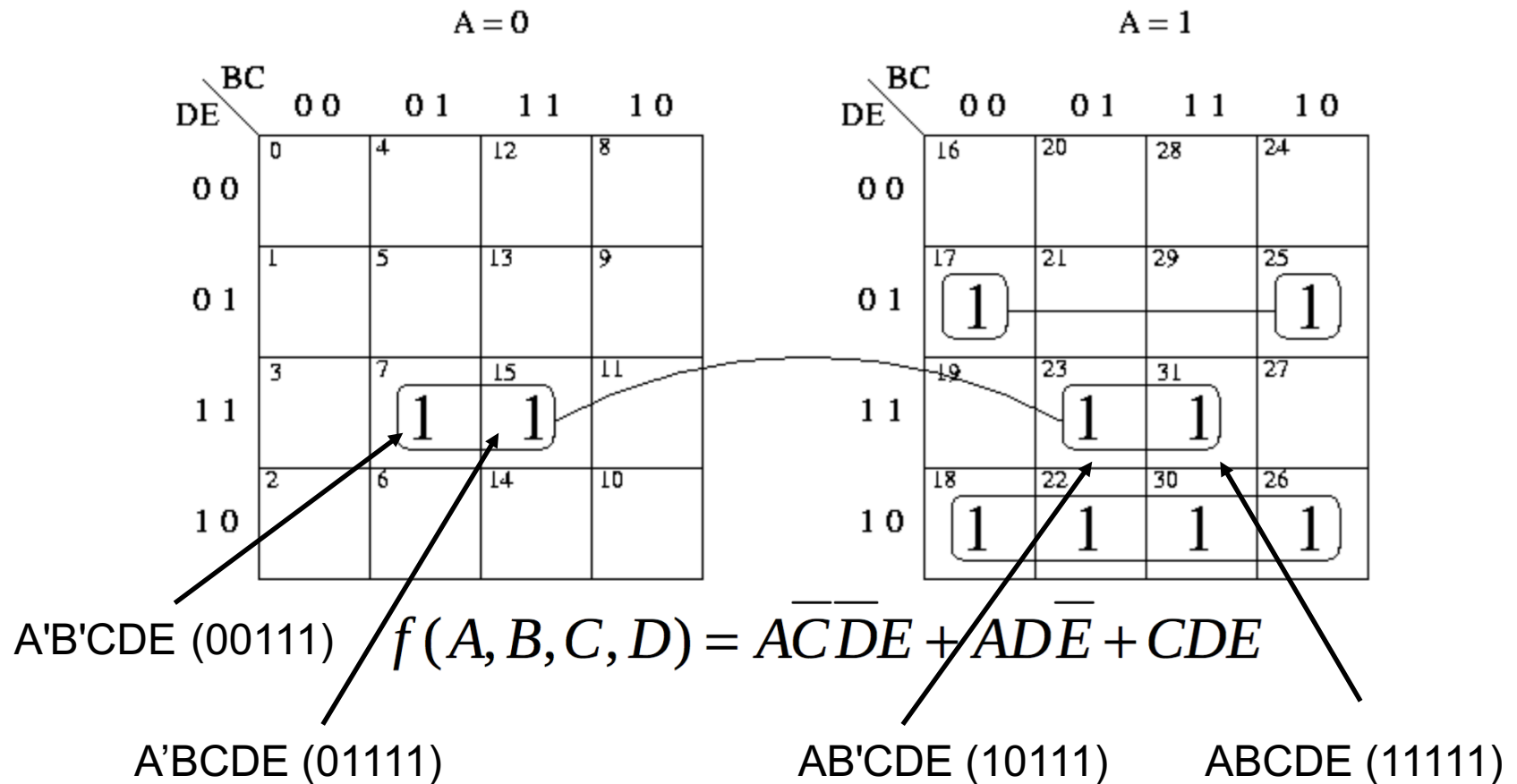
BC \ DE	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

A = 1

BC \ DE	00	01	11	10
00	16	20	28	24
01	17	21	29	25
11	19	23	31	27
10	18	22	30	26

MAPA DE KARNAUGH – 5 variáveis

$$f(A, B, C, D, E) = \sum m(7, 15, 17, 18, 22, 23, 25, 26, 30, 31)$$



Mapa de Karnaugh - 5 variáveis

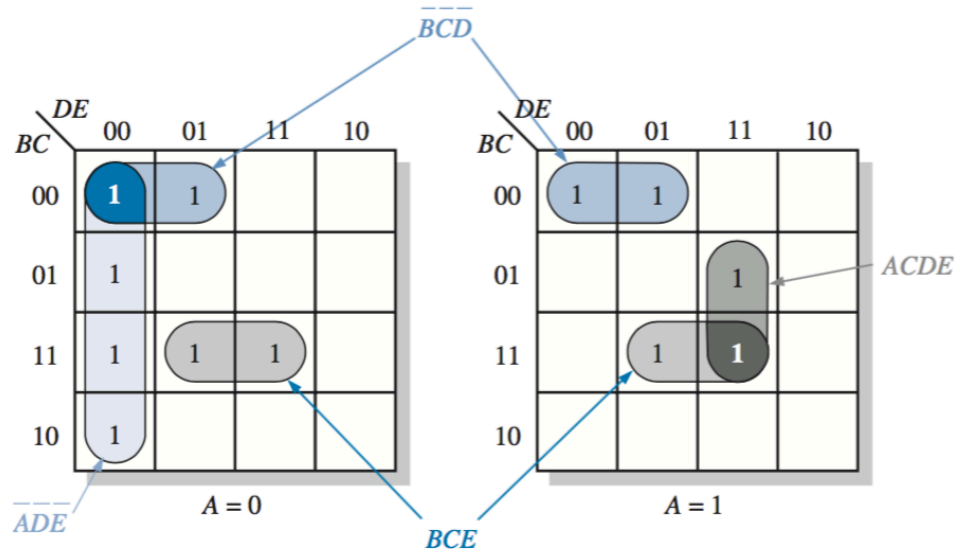
EXEMPLO 4-34

Use um mapa de Karnaugh para minimizar a seguinte expressão de soma-de-produtos padrão de 5 variáveis:

$$X = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}E + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D\overline{E} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}DE + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}\overline{E} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}E \\ + \overline{A}\overline{B}CDE + \overline{A}B\overline{C}\overline{D}\overline{E} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D}E + \overline{A}B\overline{C}D\overline{E} + \overline{A}B\overline{C}DE + \overline{A}BC\overline{D}\overline{E} + \overline{A}BC\overline{D}E \\ + \overline{A}BCDE + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}E + A\overline{B}\overline{C}D\overline{E} + A\overline{B}\overline{C}DE + A\overline{B}C\overline{D}\overline{E} + A\overline{B}C\overline{D}E \\ + A\overline{B}CDE + AB\overline{C}\overline{D}\overline{E} + AB\overline{C}\overline{D}E + AB\overline{C}D\overline{E} + AB\overline{C}DE + ABC\overline{D}\overline{E} + ABC\overline{D}E \\ + ABCDE$$

Solução Insira no mapa a expressão de soma-de-produtos. A Figura 4-44 mostra os agrupamentos e os termos correspondentes. Combinando os termos temos a seguinte expressão de soma-de-produtos minimizada:

$$X = \overline{A}\overline{D}\overline{E} + \overline{B}\overline{C}\overline{D} + BCE + ACDE$$



► FIGURA 4-44

Exemplos

EXEMPLO 4-25

Agrupe os 1s em cada um dos mapas de Karnaugh mostrados na Figura 4-29.

AB \ C	0	1
00	1	
01		1
11	1	1
10		

(a)

AB \ C	0	1
00	1	1
01	1	
11		1
10	1	1

(b)

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1	1	1
11				
10		1	1	

(c)

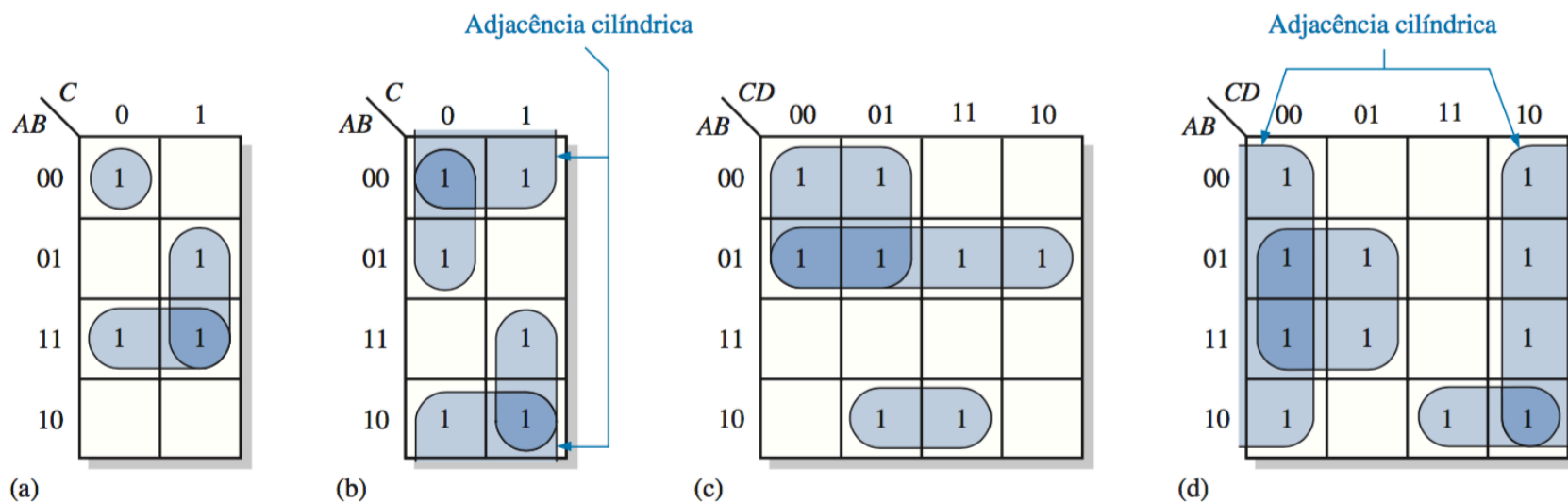
AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		1
11	1	1		1
10	1		1	1

(d)

▲ FIGURA 4-29

Respostas - Exemplos

Solução Os agrupamentos são mostrados na Figura 4–30. Em alguns casos, existem mais de uma forma de agrupar os 1s para formar agrupamentos máximos.



Mapa de Karnaugh - Site

<http://www.mathematik.uni-marburg.de/~thormae/lectures/ti1/code/karnaughmap/>