

CIRCUITOS DIGITAIS

CIRCUITOS COMBINACIONAIS

Prof. Marcelo Grandi Mandelli

`mgmandelli@unb.br`

Principais diferenças entre C.C. e C.S.

□ Circuitos Combinacionais

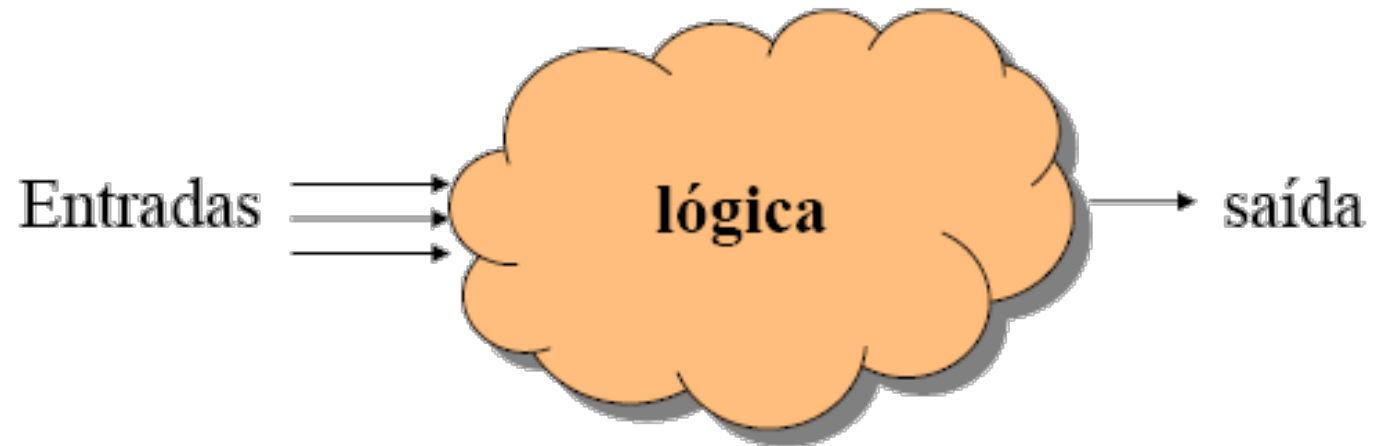
- A saída é formada por uma combinação de operações realizadas (unicamente) sobre as entradas.
- Ex.: Somadores, multiplexadores, codificadores, decodificadores, ULAs, etc.

□ Circuitos Sequenciais

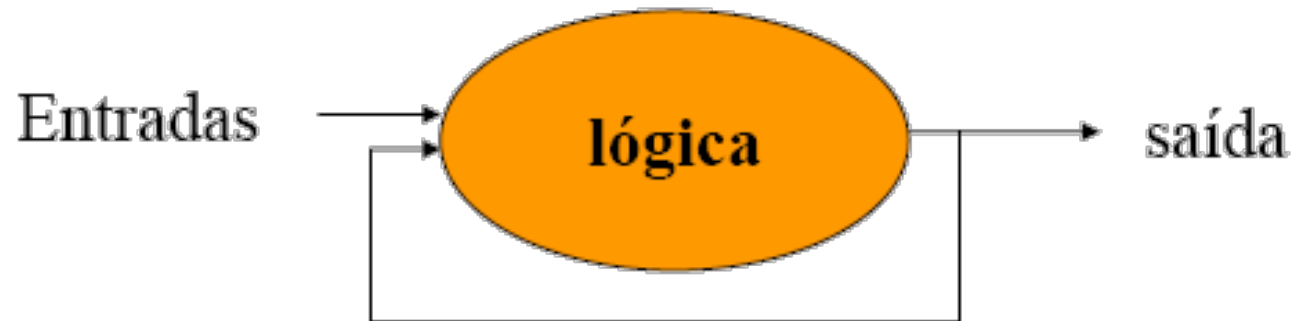
- São circuitos capazes de “lembrar” estados anteriores.
- Isso é possível pois esses circuitos permitem realimentação (a saída também serve de entrada)
- Caracteristicamente guiados pelo *clock* (*síncronos* ou *assíncronos*)
- Ex.: latches, flip-flops

Principais diferenças entre C.C. e C.S.

❖ Circuitos combinacionais:

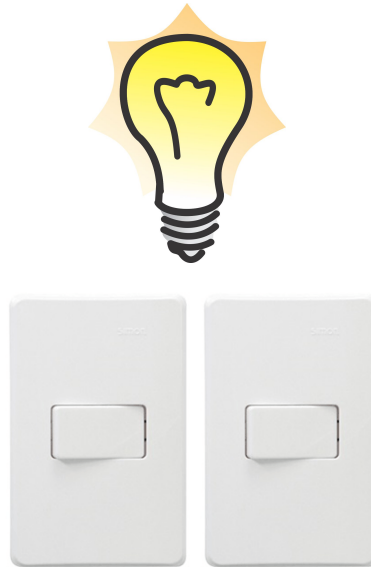


❖ Circuitos sequenciais:



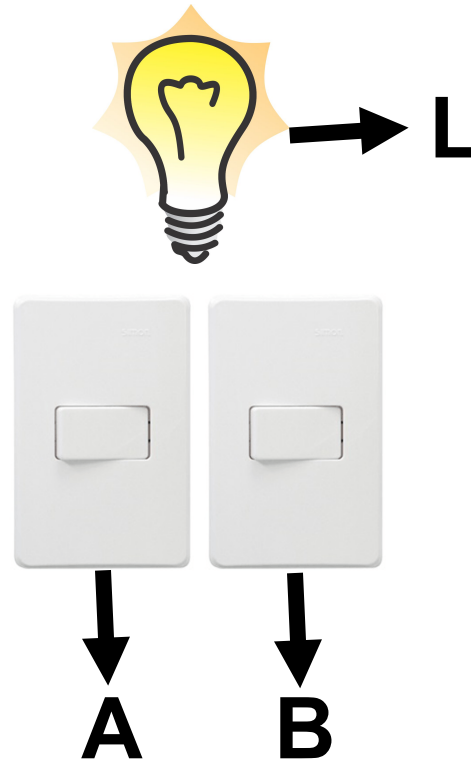
Projeto de Circuitos Combinacionais

- **Exemplo 1** – Projete um circuito que ligue uma lâmpada apenas quando dois interruptores estiverem ligados



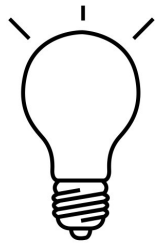
Projeto de Circuitos Combinacionais

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas



Projeto de Circuitos Combinacionais

- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas



$L = 0$



$L = 1$



$A = 0$

$B = 0$



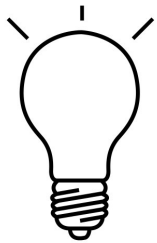
$A = 1$

$B = 1$

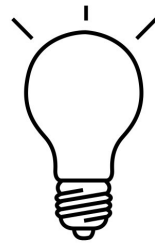
Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)

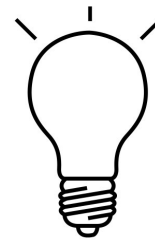
L = 0



L = 0



L = 0



L = 1



A = 0

B = 0

A = 0

B = 1

A = 1

B = 0

A = 1

B = 1

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)
→ Tabela Verdade

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)
→ Tabela Verdade

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Soma de Produtos

$$L = AB$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

A	B	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

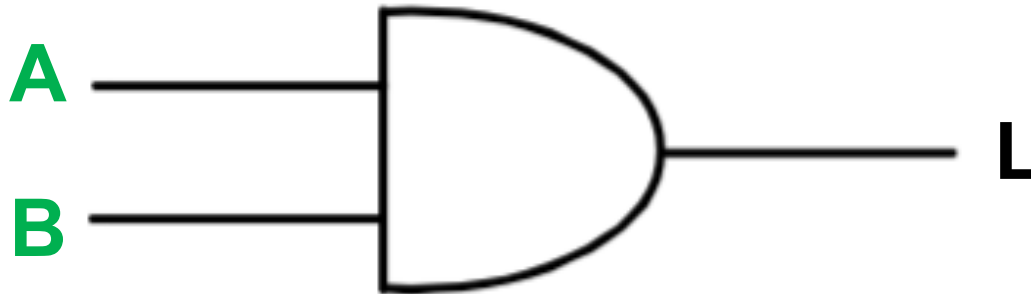
Soma de Produtos

$$L = AB$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

$$L = AB$$

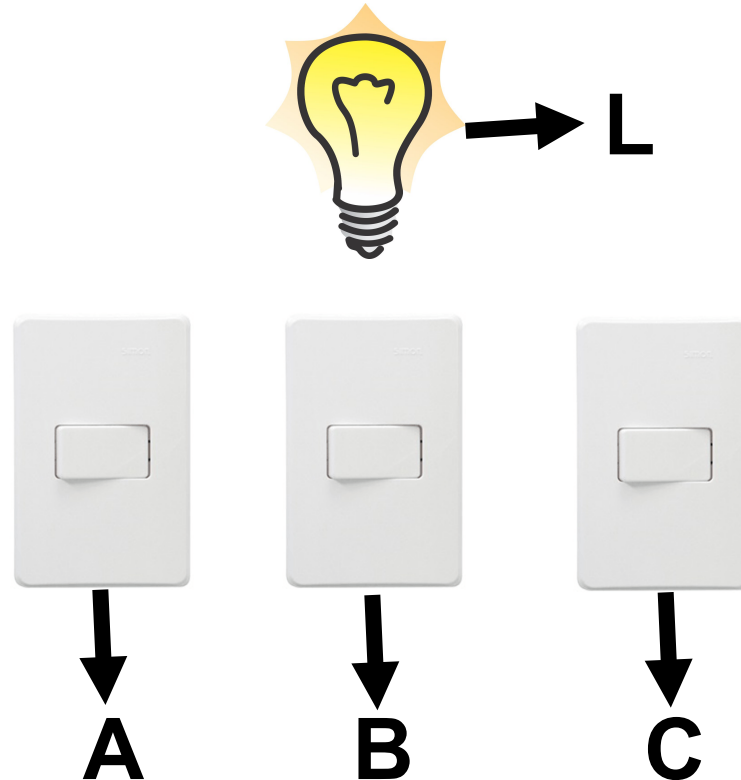


Projeto de Circuitos Combinacionais

- **Exemplo 2 - Detector de número ímpar de interruptores ligados**
- Projete um circuito que ligue uma lâmpada quando um número ímpar de três interruptores estiverem ligados.

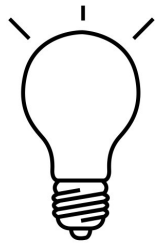
Projeto de Circuitos Combinacionais

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas



Projeto de Circuitos Combinacionais

- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas



$L = 0$



$L = 1$



$A = 0$

$B = 0$



$A = 1$

$B = 1$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)
→ Tabela Verdade

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

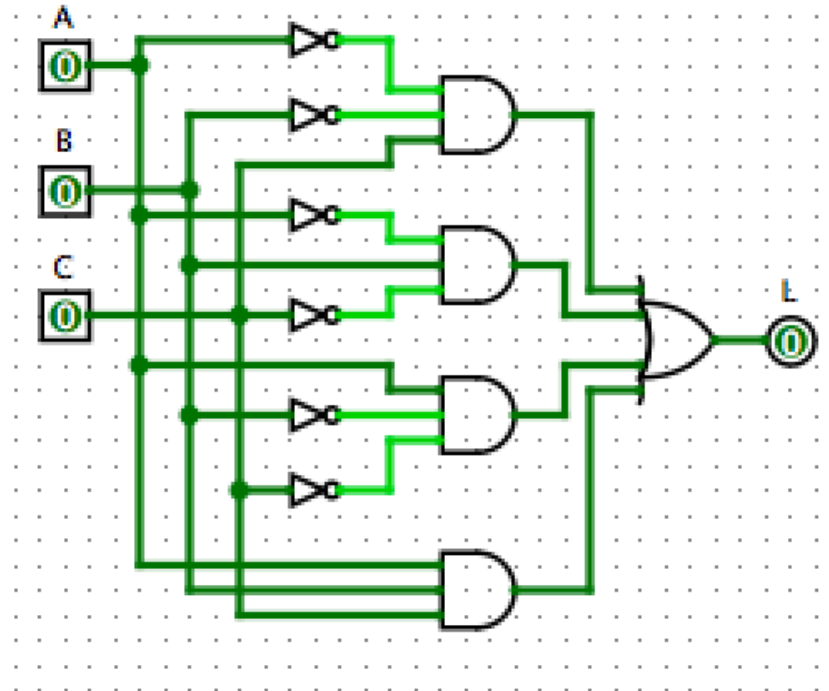
A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

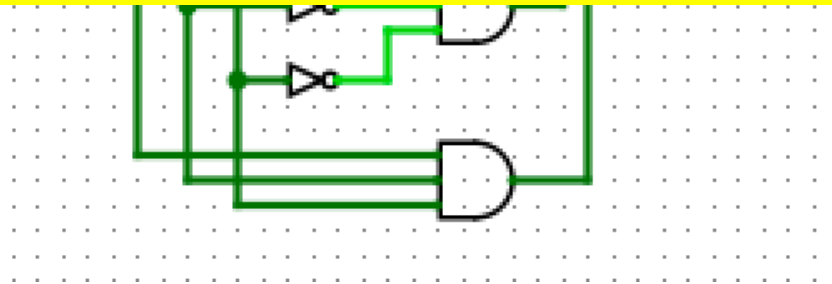


Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

LEMBRAM DO
LABORATÓRIO?



Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

**Detectar número ímpar de 1s em
 n entradas \rightarrow porta XOR de n
entradas**

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$A'B + AB' = A \text{ xor } B$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B'C' + BC)$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B'C' + BC)$$

$$A'B' + AB = A \text{ xnor } B$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xnor } C)$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xnor } C)$$

$$\text{XNOR} = (\text{XOR})'$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$\text{XNOR} = (\text{XOR})'$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$A'B + AB' = A \text{ xor } B$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$L = A \text{ xor } (B \text{ xor } C)$$

$$A'B + AB' = A \text{ xor } B$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- De onde vem a XOR?

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$L = A'B'C + A'BC' + AB'C' + ABC$$

$$L = A'(B'C + BC') + A(B'C' + BC)$$

$$L = A'(B \text{ xor } C) + A(B \text{ xor } C)'$$

$$L = A \text{ xor } (B \text{ xor } C)$$

$$\rightarrow L = A \text{ xor } B \text{ xor } C$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- **Exemplo 3 - Contador de número de 1s**
- Projete um circuito que conta o número de 1s presentes em três entradas, **A**, **B** e **C**; e, como saída, fornece esse número em binário, por meio de duas saídas **Y** e **Z**.
- Por exemplo, a entrada 110 tem dois 1s. Nesse caso, o circuito deve produzir 10 como saída (2 em binário).

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas
 - Entradas : **A**, **B** e **C**
 - Saídas : **Y** e **Z**
- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas
 - A saída será um valor em binário

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)
→ Tabela Verdade

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

Projeto de Circuitos Combinacionais

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

MINTERMOS:

$$Y = A' B C + A B' C + A B C' + A B C$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$Y = A' B C + A B' C + A B C' + A B C$$

		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

A equação de Y pode ser simplificada

$$Y = BC + AC + AB$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

MINTERMOS:

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$

Z A		BC			
		00	01	11	10
0	0	1	0	1	
1	1	0	1	0	

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$



Z		BC			
		00	01	11	10
A	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

Projeto de Circuitos Combinacionais

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

MINTERMOS:

$$Z = A' B' C + A' B C' + A B' C' + A B C$$

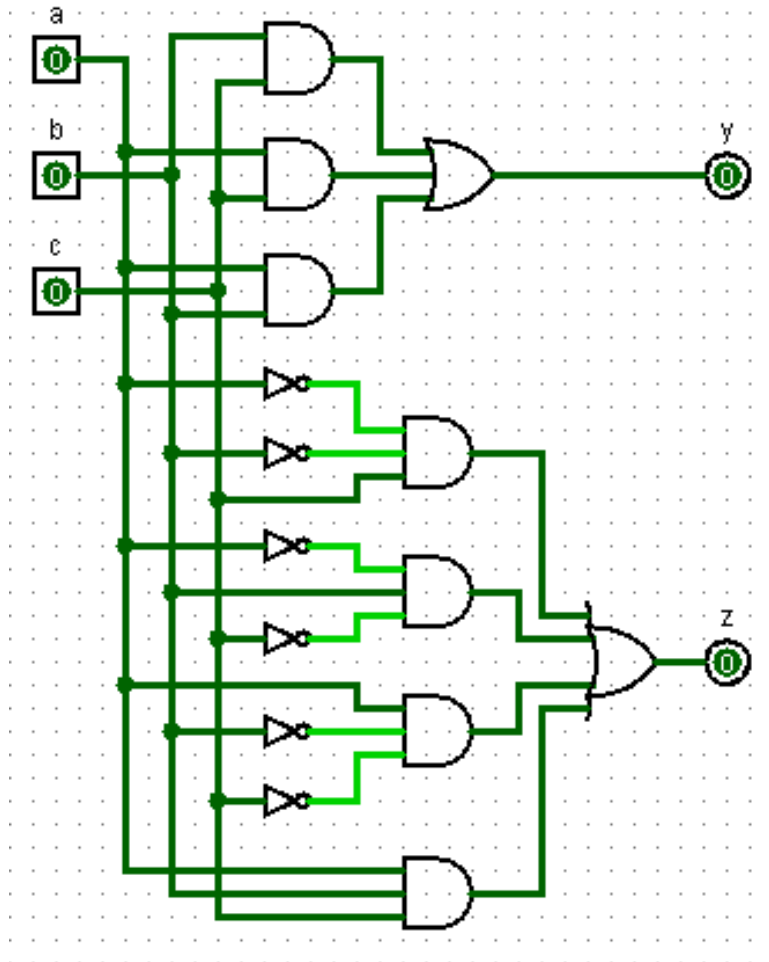
Projeto de Circuitos Combinacionais

Entradas			(Números de 1s)	Saídas	
A	B	C		Y	Z
0	0	0	(0)	0	0
0	0	1	(1)	0	1
0	1	0	(1)	0	1
0	1	1	(2)	1	0
1	0	0	(1)	0	1
1	0	1	(2)	1	0
1	1	0	(2)	1	0
1	1	1	(3)	1	1

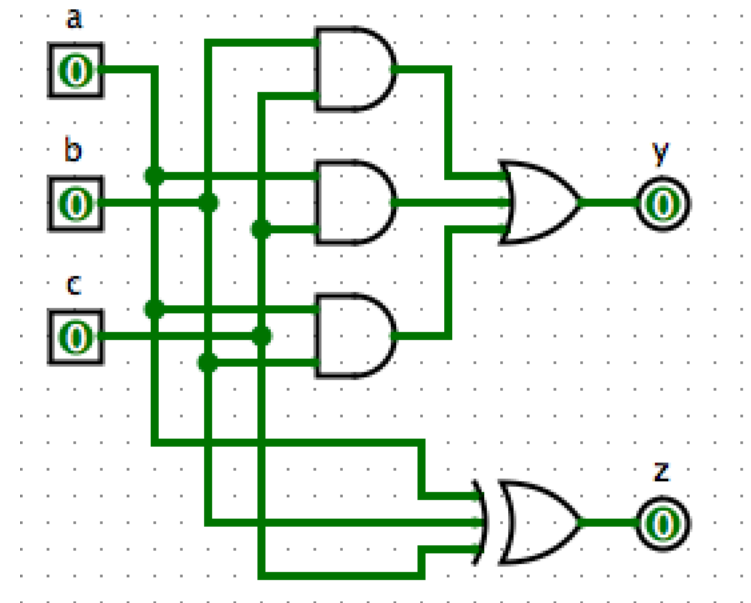
$$Z = A \text{ xor } B \text{ xor } C$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas



ou



Projeto de Circuitos Combinacionais

- **Exemplo 4 - Comparador**
- Projete um circuito que compare dois números binários de 2 bits **A** e **B** e retorne 1 na saída **X** caso **A > B**. Caso **A < B** ou **A = B**, a saída **X** será 0.
- Por exemplo, se **A = 10₂ (2₁₀)** e **B = 01₂ (1₁₀)**, temos que **A > B**, então **X** será 1.

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas
 - Entradas : **A_1 , A_0 , B_1 e B_0**
 - Saída : **X**
- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas
 - A saída será 1 se $A > B$, caso contrário será 0

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)

→ Tabela Verdade

Entradas				Saída
A_1	A_0	B_1	B_0	$X (A > B)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

A ₁	A ₀	B ₁	B ₀	X (A>B)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

$$X = \overline{A_1} \overline{A_0} \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 \overline{A_0} \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 \overline{A_0} \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 A_0 \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 B_1 \overline{B_0}$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

B_1B_0		00	01	11	10
A_1A_0	00			0	
	01	1	0		0
	11	1	1	0	1
	10	1	1	0	

A_1	A_0	B_1	B_0	$X (A > B)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Projeto de Circuitos Combinacionais

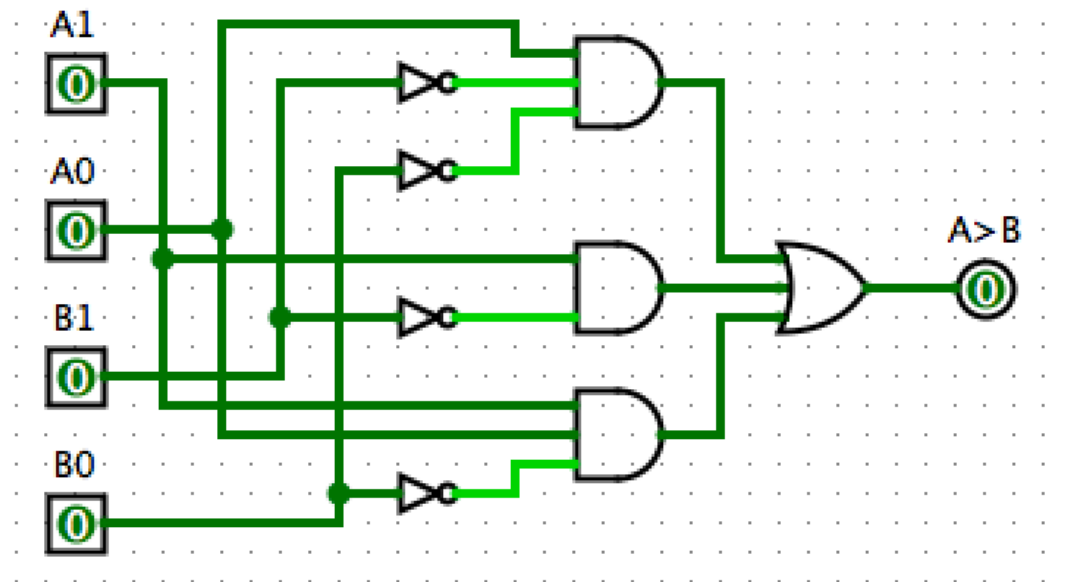
- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

		B_1B_0			
		00	01	11	10
A_1A_0	00			0	
	01	1	0		0
	11	1	1	0	1
	10	1	1	0	

$$X = A_0 \overline{B_1} \overline{B_0} + A_1 A_0 \overline{B_0} + A_1 \overline{B_1}$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas



Projeto de Circuitos Combinacionais

- **Exemplo 5 - Museu**

- Um museu tem três salões, cada um com um sensor de movimento (m_0 , m_1 e m_2) que fornece uma saída 1 quando é detectado algum movimento. À noite, a única pessoa no museu é o guarda da segurança que caminha de salão a salão.

Projeto de Circuitos Combinacionais

- **Exemplo 5 - Museu**
- Crie um circuito que soa um alarme (colocando a sua saída A em 1) apenas quando, em algum momento, um movimento é detectado em mais de um salão (isto é, em dois ou três salões), significando que deve haver um ou mais intrusos no museu.

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 1º Passo – Defina as entradas e as saídas
 - Entradas : m_0 , m_1 e m_2 (sensores de movimento)
 - Saída : **A** (alarme)
- 2º Passo – Defina valores para os estados das estradas e saídas
 - A saída será 1 se um movimento é detectado em mais de um salão

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 3º Passo – Obtenha a(s) função(ões) booleana(s)

→ Tabela Verdade

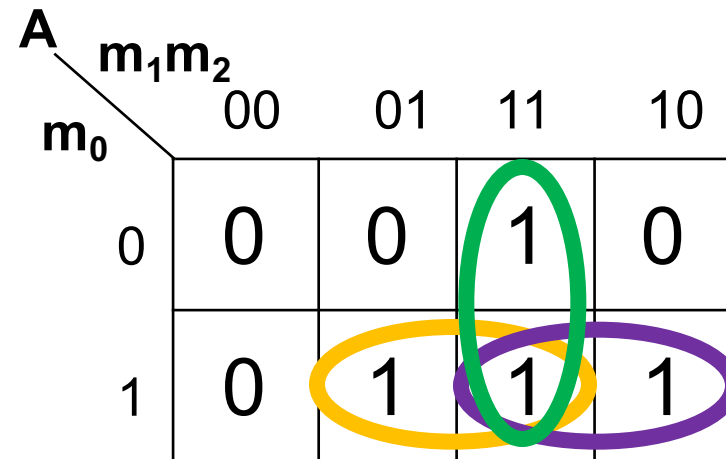
m_0	m_1	m_2	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$A = m_0'm_1m_2 + m_0m_1'm_2 + m_0m_1m_2' + m_0m_1m_2$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 4º Passo – Simplifique a equação se necessário

m_0	m_1	m_2	A
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



A equação de A pode ser simplificada

$$A = m_1m_2 + m_0m_2 + m_0m_1$$

Projeto de Circuitos Combinacionais

- 5º Passo – Implemente um circuito baseado em portas

