# Rentgenografické difrakční určení mřížového parametru známé kubické látky

Ján Pulmann

13. 11. 2013

### Úlohy

- 1. Pripravte vzorku na meranie a merajte na komerčnom práškovom difraktometre.
- 2. Z Braggovej rovnice vypočítajte medzirovinné vzdialenosti a mriežkové parametre pre jednotlivé difraktujúce roviny.
- 3. Urobte korekciu na inštrumentálne efekty a určte mriežkový parameter zadanej kubickej látky s maximálnou presnosťou
- 4. Nájdite štandardný práškový difraktogram danej látky v databázi PDF-2
- 5. Diskutujte odchýľky medzi určeným parametrom konkrétnej vzorky a tabelovaným mriežkovým parametrom.

## Teória

Ak na kryštál dopadá žiarenie s vlnovou dĺžkou  $\lambda$ , budeme schopný v istých miestach pozorovať difrakčné maximá. Pre difrakciu na rovine s medzirovinnými vzdialenosťami  $d_{hkl}$  musí žiarenie dopadať pod uhlom  $\theta_{hkl}$  spĺňajúcim vzťah ([1])

$$2d_{hkl}\sin\theta_{hkl} = \lambda. \tag{1}$$

V prípade práškovej difrakcie svietime monochromatickým Röntgenovým žiarením na vzorku zloženú z množstva malých kryštálov. Ak teda posvietime pod uhlom  $\theta_{hkl}$  spĺňajúcim vzťah 1 pre nejaké vybrané h,k,l, niektoré kryštáliky budú mať roviny orientované správne, aby vznikla difrakcia. V Bragg-Brentanovej geometrii bude uhol medzi žiarením a vzorkou rovnaký ako medzi žiarením a detektorom, budeme teda pozorovať signál pre uhol  $2\theta_{hkl}$  od smeru pôvodného žiarenia. Spektrum je (z dôvodov konvencie) závislosť intenzity na  $2\theta$ .

Pre kubickú mriežku platí jednoduchý vzťah pre medzirovinnú vzdialenosť rovín daných Millerovými indexami hkl (z [1])

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \,. \tag{2}$$

Medzi štruktúrnymi typmi vieme rozlíšíť z vyhasínacích podmienok:

štruktúrny typ	difrakcia prebieha na rovinách				
primitívna	h,k,l ľubovoľné				
priestorovo centrovaná	súčet $h + k + l$ párny				
plošne centrovaná	h, k, l všetký párne alebo nepárne				
typ diamantu	(h, k, l) všetky párne so súčtom deliteľným 4) alebo všetky nepárne				

Tabuľka 1: Vyhasínacie podmienky

Na určenie štruktúrneho typu a koeficientov h, k, l každé namerané  $d_{hkl}$  vydelíme najnižším nameraným  $d_{h_1k_1l_1}$ . Toto číslo na mínus druhú značíme  $Q_i$  a jeho hodnota je

$$Q_i := \left(\frac{d_{h_1 k_1 l_1}}{d_{hkl}}\right)^2 = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2}.$$
 (3)

Hodnota tohoto výrazu bude rôzna podľa vyhasínacích podmienok,

štruktúrny typ	$Q_i$									
primitívna	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11
priestorovo centrovaná	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
plošne centrovaná	1	1.33	2.66	3.67	4	5.33	6.33	6.67	8	9
typ diamantu	1	2.66	3.67	5.33	6.33	8	9	10.67	11.67	13.33

Tabuľka 2: Možné hodnoty pomeru  $Q_i$ 

#### Korekcia

[1] uvádza vzťah pre korekciu nameraného mriežkového parametra. Ak zanedbáme členy popisujúce zbytkové napätie a poruchy kryštálovej mriežky, ostane člen popisujúci hlavne vysunutie vzorky z osi goniometru

$$a_{hkl}(\theta) = a_e + s\cos\theta\cot\theta\,, (4)$$

kde  $a_{hkl}$  je spočítaná mriežková konštanta z namerného  $d_{hkl}$ ,  $a_e$  je extrapolovaný mriežkový parameter a s je konštanta popisujúca geometriu prístroja.

## Postup merania

• Budeme merať v už spomínanej Bragg-Brentanovej geometrii. Používame prístroj PANalytical X'PertPRO. Urýchlovacie napätie je  $40\,\mathrm{kV}$ . Za röntgenovou lampou nasleduje optika na usmernenie zväzku. Pred detektorom je fólia z niklu slúžiaca hlavne na urezanie spektrálnej čiary  $K_\beta$ .

Použijeme lampu s medenou anódou. Charakteristické vlnové dĺžky, prislúchajúce prechodom  $K_{\alpha_1},\,K_{\alpha_2}$  a  $K_{\beta}$  sú

$$\lambda_{\alpha_1} = 1.54050 \,\text{Å}$$
 $\lambda_{\alpha_2} = 1.54434 \,\text{Å}$ 
 $\lambda_{\beta} = 1.39217 \,\text{Å}$ 

- V nameranom spektre určíme polohy dvojíc peakov (prekryv  $K_{\alpha_1}$  a  $K_{\alpha_2}$ ) prislúchajúcich difrakcii na jednej rovine. V programe WinPLOTR tieto peaky prekladáme súčtom dvoch lorentziánov (typ funkcie  $1/(1+x^2)$ ) a určíme tak polohy peakov. Z 1 určíme  $d_{hkl}$  a z pomerov  $Q_i$  určíme štruktúrny typ látky. Potom môžeme určíť súčty  $h^2 + k^2 + l^2$  a s pomocou vyhasínacých podmienok aj priamo čísla h, k, l.
- $\bullet$  Podľa vzťahu 2 dopočítame  $a_{hkl}.$  Teraz už môžeme zistiť korigovanú hodnotu mriežkového parametra prekladaním závislosťou 4.
- V papierovej a elektronickej databáze vyhľadáme vzorku podľa najsilnejších nameraných peakov a porovnáme určený priežkový parameter. Tiež si môžeme pomôcť ďalšími vlastnosťami vzorky ako farba.

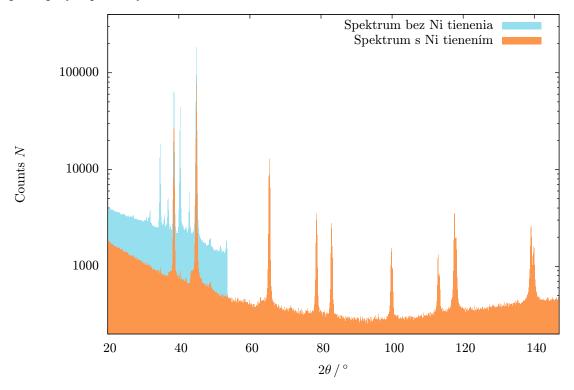
#### Pomôcky

Práškový difraktometer PANalytical X'PertPRO, vzorka, počítač

# Výsledky merania

V grafe 1 sú namerané difrakčné záznamy. Okrem popísanej metódy merania sme merali (pre malé uhly) aj bez niklového filtru. V grafe pozorujeme väčšiu intenzitu a tiež výrazné zosilnenie niektorých peakov.

V tabuľke 1 sú parametre prekladania jednotlivých peakov. Peaky sme museli prekladať súčtom dvoch lorentziánov, kvôli dvom blízkym čiaram  $K_{\alpha_1}$  a  $K_{\alpha_2}$ . My sme určovali polohu ľavého, intenzívnejšieho peaku prislúchajúcemu žiareniu  $K_{\alpha_1}$ . Taktiež sme tu dopočítali medzirovinné vzdialenosti a pomery  $Q_i$ . Neistoty polôh a intenzít peakov sú neistoty prekladania z WinPLOTRu, tri peaky na najnižších uhloch majú zvýšenú neistotu - pri prekladaní sme totiž videli rozdiel určenej a skutočnej polohy peaku. Neistoty odvodených veličín vždy počítame podľa vzťahu o prenose chýb podľa prvých parciálnych derivácií.



Graf 1: Spektrá namerané s a bez tienenia

$2 heta$ / $^{\circ}$	Intenzita $N$	$d_{hkl}$ / Å	$Q_i$
$38.60 \pm 0.01$	$6250 \pm 20$	$2.3306 \pm 0.0006$	1.00
$44.91 \pm 0.01$	$15150 \pm 20$	$2.0164 \pm 0.0004$	1.34
$65.42 \pm 0.01$	$4210 \pm 10$	$1.4254 \pm 0.0002$	2.67
$78.6696 \pm 0.0006$	$1218 \pm 7$	$1.215191 \pm 0.000008$	3.68
$82.9098 \pm 0.0007$	$964 \pm 6$	$1.163467 \pm 0.000008$	4.01
$99.773 \pm 0.001$	$635 \pm 8$	$1.007166 \pm 0.000009$	5.35
$112.924 \pm 0.001$	$492 \pm 7$	$0.924091 \pm 0.000007$	6.36
$117.5433 \pm 0.0007$	$1868 \pm 8$	$0.900763 \pm 0.000003$	6.69
$139.101 \pm 0.001$	$1891 \pm 9$	$0.822056 \pm 0.000003$	8.04

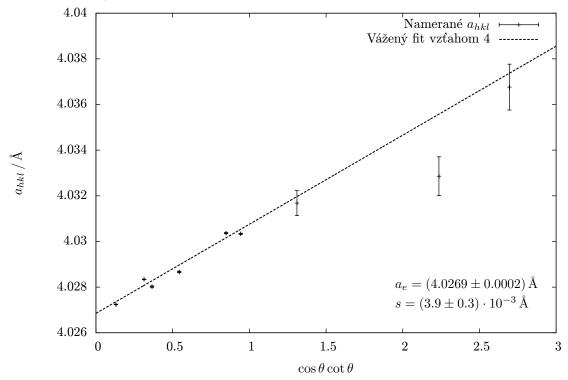
Tabuľka 3: Vypočítané medzirovinné vzdialenosti a pomery  $d_{hkl}$ 

Pohľadom do tabuľky 2 už ľahko určíme, že naša vzorka je plošne centrovaná. Najmenšie pozorované hkl teda je 111 a platí  $h^2 + k^2 + l^2 = 3Q_i$ . Teraz už vieme určiť (v našom prípade bude určenie jednoznačné) hodnoty h, k, l a teda aj  $a_{hkl}$ . Tento výpočet je v tabuľke 4

2θ / °	$3Q_i$	$\mid h \mid$	k	l	$a_{hkl}$ / Å
$38.60 \pm 0.01$	3.00	1	1	1	$4.037 \pm 0.001$
$44.91 \pm 0.01$	4.01	2	0	0	$4.0329 \pm 0.0009$
$65.42 \pm 0.01$	8.02	2	2	0	$4.0317 \pm 0.0006$
$78.6696 \pm 0.0006$	11.04	3	1	1	$4.03033 \pm 0.00003$
$82.9098 \pm 0.0007$	12.04	2	2	2	$4.03037 \pm 0.00003$
$99.773 \pm 0.001$	16.06	4	0	0	$4.02866 \pm 0.00004$
$112.924 \pm 0.001$	19.08	3	3	1	$4.02802 \pm 0.00003$
$117.5433 \pm 0.0007$	20.08	4	$^{2}$	0	$4.02834 \pm 0.00002$
$139.101 \pm 0.001$	24.11	4	2	2	$4.02724 \pm 0.00001$

Tabuľka 4: Určené Millerove koeficienty h, k, l a dopočítané mriežkové parametre

Teraz ostáva určiť korigovaný mriežkový parameter pomocou vzťahu 4. Závislosť nameraného  $a_{hkl}$  na  $\cos\theta\cot\theta$  je v grafe 2 aj s preloženou hodnotou a parametrami fitu. Neistoty parametrov sú štatistické neistoty programu gnuplot. Pri prekladaní sú jednotlivé body vážené obrátenou hodnotou ich disperzie.



Graf 2: Určenie extrapolovanej hodnoty mriežkového parametra

Podľa  $d_{hkl}$  tiež vyhľadáme možné látky v databáze. Najbližší kandidát je LiF, ktorý spĺňa všetky vlastnosti. Jeho mriežkový parameter je v databáze PDF-2 udávaný ako 4.0270 Å. Udávané intenzity peakov nezodpovedajú úplne presne nameraným intenzitám.

Ďalší podobný kandidát, Al, vylúčime aj na základe farby vzorky - tá je biela a nemetalická.

### Diskusia

V grafe 1 vidíme efekt niklového filtru. Znížil intenzitu všeobecne (čo má práve negatívny vplyv na meranie, pretože sa snažíme dosiahnuť čo najviac zaznamenaných lúčov), ale výrazne potlačil peaky prislúchajúce čiare  $K_{\beta}$ . Ďalšia pozorovaná čiara môže byť tiež čiara wolfrámu, ktorý znečistil anódu lampy kvôli vysokým teplotám. Na zázname s filtrom sú tieto peaky takmer nepozorovateľné, bez filtru dosahujú výšky ostatných peakov. My sa ich chceme zbaviť kvôli zjednodušieniu záznamu a vyhodnotenia.

Pri fitovaní vo WinPLOTRi pre najmenšie uhly  $2\theta$  už prekladaná funkcia nesúhlasila s nameranými hodnotami ideálne. Vidíme to aj na vypočítaných hodnotách  $Q_i$ , ktoré sa už na druhom desatinnom mieste líšia s hodnotami v tabuľke 2 2. Keďže všetky namerané hodnoty  $Q_i$  sú väčšie ako tie tabelované, očakávame, že sme namerali príliš malé  $d_{h_1k_1l_1}$ . [2] udáva ako možný dôvod asymetrie peakov prílišnú štrbinu pred detektorom. Detektor potom zaznamenáva časť kuželu, na ktorom vzniká koštruktívna interferencia. Takéto vysvetlenie súhlasí s pozorovaním, že asymetria je veľká pre malé uhly - malé uhly znamenajú väčší polomer krivosti a teda väčší efekt zakrivenia kužela.

Priložený záznam z *PDF-2* udáva pomer intenzít prvých troch peakov ako 95 : 100 : 48, my sme ale pozorovali skôr 41 : 100 : 28. [2] spomína, že kvôli drveniu častíc nám ostávajú pomerne veľké veľkosti a tým sa obmedzuje ich počet. Menší počet častíc potom spôsobí systematické odchýľky kvôli nehomogenite ich rozloženia ich orientácií.

Vidíme, že sme určili hodnotu mriežkového parametru s dobrou presnosťou - 5 platných cifier a v rámci chyby merania sa zhoduje s udávanou hodnotou mriežkovej konštantny. Mali sme zrejme šťastie, že išlo o čistú vzorku a správne sa nám podarilo skorigovať vplyvy meracieho prístroja. Je možné, že je určenie neistoty  $a_e$  je príliš optimistické.

Ďalšie chyby mohli spôsobiť práve javy, ktorých popis sme nezahrnuli do vzťahu 4 - napätie vo vzorke a kryštálové poruchy.

### Záver

Namerali sme spektrum vzorky (graf 1) a určili sme plohy peakov. Dopočítali sme  $d_{hkl}$  a  $Q_i$  - tabuľka 3. Určili sme, že ide o plošne centrovanú látku a dopočítali sme mriežkové parametre - tabuľka 4. Nakoniec sme urobili korekciu na vyosenie vzorky (ktorá bola cielene vyosená, aby sme namerali nejaký efekt) v grafe 2 a určili sme extrapolovaný mriežkový parameter

$$a_e = (4.0269 \pm 0.0002) \,\text{Å}$$
.

Meraný materiál sme identifikovali ako fluorid lítny.

Ku protokolu je okrem záznamu z merania priložená aj karta LiF a vytlačené spektrum pre meranie s filtrom.

### Literatúra

- [1] Stránky s pokynmi ku úlohe A19 http://krystal.karlov.mff.cuni.cz/kfes/vyuka/lp/ 18.11.2013
- [2] Systematic Errors and Sample Preparation for X-Ray Powder Diffraction. *Jim Connolly*. prezentácia http://epswww.unm.edu/xrd/xrdclass/07-Errors-Sample-Prep-PPT.pdf