Boa tarde, meu nome é João e hoje eu vou apresentar meu projetode TCC orientado pela professora Sheila da UTFPR e o professorEmílio sobre Coloração de arestas em grafos arco-circulares.

A apresentação estará dividida da seguinte forma: Primeiramente, apresentarei sobre o problema da coloração de arestas e a classe sobre a qual estudaremos o problema.  Em Objetivos, o que pretendemos com o trabalho. Depois sobre os Trabalhos correlatos. Em justificativa, apresentarei a relevância do trabalho. Por fim, apresentarei as atividades previstas e cronograma e os resultados já obtidos.

Sobre o problema: O problema da coloração de arestas consiste em colorir todas as arestas de um grafo de tal forma que arestas adjacentes não tenham a mesma cor com a menor quantidade de cores possível. Ou seja, todas as arestas que saem de um mesmo vértice devem ser coloridas com cores diferentes.

Por exemplo, esse K4. Poderemos colori-lo dessa forma. Note que para todo vértice, todas as arestas que saem dele tem cor diferente e a quantidade de cores usadas é mínima, pois cada vértice tem 3 arestas, ou seja, o minimo de cores necessárias é 3.

Chamamos de d_G(v) o grau de um vértice, quantas arestas saem de um determinado vértice. \Delta(G) é o maior grau dentre os vértices de G. O índice cromático é a quantidade minima de cores para colorir um grafo, é chamado \chi'(G). V(G) é o conjunto de vértices e E(G) o conjunto de arestas.

Vamos estudar o problema na classe de grafos arco-circulares. Um grafo é arco circular quando pode ser representado por arcos sobre uma circunferencia. Os arcos representam os vértices e existe uma aresta entre dois vértices quando existe uma interseção entre os arcos que representam esse vértices.

Como exemplo, temos esse grafo.

O objetivo do trabalho é conseguir algum resultado do problema de coloração de arestas para a classe arco-circulares. Nós não temos como objetivo solucionar o problema para toda a classe.

Justificativa

O problema da coloração de arestas é NP-Completo. Vários problemas de otimização podem ser modelados como problemas clássicos NP-completos e, caso sejam resolvidos em tempo polinomial, poderia existir um transporte mais barato e rápido, empresas poderiam melhorar seu método de produção tornando-o mais eficiente. Então, esse trabalho também é uma pequena contribuição para uma das questões mais importantes da computação: se P=NP.

Além disso, existem conjecturas em aberto, como a conjectura overfull de 1986. <Ler conjectura> É interessante observar que os grafos arco-circulares nem sempre satisfazem a hipótese da Conjectura de Hilton. Então, uma questão interessante é determinar quais grafos arco-circulares satisfazem a hipótese da Conjectura Overfull e, para esses, responder se a Conjectura Overfull é válida.

Aqui, temos os trabalhos relacionados. Vizing mostrou um limitante superior para o índice cromático em 64, em 87 foi proposta a conjectura overfull. Em 91, foi provado que o problema continua NP-Completo, mesmo quando restrito a algumas classes. Além disso, estão listados resultados em várias classes que são subclasses ou possuem interseção com a classe dos grafos arco-circulares. Queremos expandir esses resultados para a classe arco-circular.

As atividades previstas são: Leitura dos artigos citados, levantamento bibliográfico, estudo do problema, escrita do trabalho e reuniões com a Sheila. E esse é o nosso cronograma. Caso queiram, posso voltar a esse slide mais tarde.

Resultados parciais.
Nosso primeiro resultado é o seguinte:

Teorema 1. <ler>.

Por exemplo, nos temos esse grafo com uma coloração. Agora, vamos fixar o primeiro vértice e espelhar o grafo. Segundo o teorema, o índice cromático dele é 4. A coloração atual é inválida por causa do vértice da interseção. Temos 4 cores disponíveis. Para o grafo espelhado, usaremos 0 e 1 para colorir as arestas incidentes de L no vértice da interseção. As outras cores serão usadas para colorir as arestas de R incidentes na interseção.

Começaremos por essa aresta. Ela tem uma cor que não pertence as definidas para o grafo espelhado. Então, vamos trocar todas as arestas com a cor 2 em L por 0 e todas as cores com cor 0 por 2 em L.

A cor da próxima aresta já pertence as cores que definimos para o grafo espelhado. Vamos ao grafo original. A cor dois pertence as cores definidas para o grafo original, então vamos para a próxima aresta.

Analogamente, precisamos mudar todas as arestas de cor 1 para cor 3 e todas de cor 3 para a cor 1 no grafo original. Assim, obtemos uma coloração válida.

Teorema 2. Os grafos arco-circulares próprios de grau ímpar cuja quantidade de vértices é múltipla de \Delta + 1 tem indice cromático igual a Delta.

Para isso, usamos a mesma técnica usada para colorir os grafos indiferença. Os grafos indiferença são grafos de intervalos sobre a reta real, onde nenhum intervalo está propriamente contido em outro. Os vértices são colocados então numa ordem indiferença, onde vértices adjacentes estão consecutivos na sequencia, numa ordem linear. Rotula-se os vértices com uma sequência de 0 a Delta. E aplica-se a seguinte função de coloração.

O mesmo funciona para os grafos arco-circulares com quantidade de vértices múltipla de \Delta + 1. Porém, precisamos colocar grafo numa ordem arco-circular, que ao invés de dispomos os vértices em circulo de tal forma que vértices adjacentes estejam em sequencia, numa ordem circular. Rotulamos os vértices no sentido horário, começando em qualquer vértice e aplicamos a coloração conforme a função. Note que essa função é um pouco diferente da que está no trabalho escrito, pois acabei digitando errado.

Aqui temos um exemplo. A coloração funciona pelo fato de que um vértice nunca será vizinho de dois vértices de mesmo rótulo. Assim, finalizo a apresentação. Muito obrigado.