Implementação de escalonamento por loteria no *xv6* com análise de desempenho

João Pedro Winckler Bernardi¹

¹Universidade Federal da Fronteira Sull (UFFS) 89802-260 – Chapecó – SC – Brasil

jpwbernardi@hotmail.com

Abstract. This paper presents lottery and stride scheduling implementations on xv6 operating system and analyzes if works as required. In the schedulers' implementations were used the data structs Binary Indexed Tree – BIT – and Segment Tree, both will be explained in this paper and from them we obtain a complexity analyzis.

Resumo. Este trabalho descreverá a implementação de dois processos de escalonamento distintos no sistema operacional xv6, o escalonamento por loteria (lottery scheduling) e o escalonamento em passos largos (stride scheduling), com as respectivas análises de funcionamento. Nas implementações são apresentadas as estruturas de dados BIT – Binary Indexed Tree – e árvore de segmentos e, apartir dela, obtemos a complexidade de cada uma das soluções.

1. Introdução

Os sistemas operacionais atuais executam vários processos ao mesmo tempo, ou, pelo menos, é essa a impressão que temos. Um processador não consegue executar mais de um processo simultaneamente. Então, todo processo pronto para ser executado está competindo para ser executado pelo processador. O escalonador é o responsável pela escolha do processo a ser executado. O método que o escalonador vai usar para escolher o próximo processo é chamado de algoritmo de escalonamento [Tanenbaum 2010].

Seja n a quantidade máxima de processos que um sistema operacional pode executar, esse relatório apresenta a implementação e o funcionamento do escalonamento por loteria com complexidade de decisão de $O(\log^2 n)$ e do escalonamento em passos largos com complexidade de decisão de $O(\log n)$ no xv6, um sistema operacional didático de código aberto.

2. Planejamento do escalonamento por loteria

Nesse algoritmo de escalonamento, cada processo recebe uma quantidade de bilhetes, então sorteia-se um bilhete e o processo dono daquele bilhete é executado. Os processos com mais bilhetes tem mais chance de serem executados e, dado o tempo necessário, todo processo será executado.

Controlaremos a quantidade de bilhetes de cada processo através de um vetor de acúmulos. Esse vetor contém na posição i a soma da quantidade de bilhetes do processo i com a quantidade de bilhetes de todos os processos anteriores a i.

Por exemplo, seja A, B, C, D, E processos com 10, 20, 5, 1 e 13 bilhetes, respectivamente, em estado RUNNABLE, ou seja, todos prontos para serem escolhidos pelo escalonador. Então, temos 49 bilhetes que podem ser sorteados e o vetor estaria conforme a Tabela 1.

Tabela 1. Vetor de acúmulo de bilhetes 1

| A | В | С | D | Е | |
|----|----|----|----|----|--|
| 10 | 30 | 35 | 36 | 49 | |

Isso significa que os bilhetes de A estão entre 1 e 10, os de B entre 11 e 30, os de C entre 31 e 35, o de D é 36 e os de E entre 37 e 49. Então, suponhamos que o bilhete sorteado foi o 15, ou seja, o processo B será executado. Se, durante sua execução, ele foi bloqueado, B não pode mais ser executado enquanto não estiver no estado pronto. Então, retiramos os bilhetes de B. O vetor de acúmulos estaria conforme a Tabela 2.

Tabela 2. Vetor de acúmulo de bilhetes 2

| A | В | С | D | Е | |
|----|----|----|----|----|--|
| 10 | 10 | 15 | 16 | 29 | |

Agora, os bilhetes de A estão entre 1 e 10, B não tem bilhete, os bilhetes de C estão entre 11 e 15, o bilhete de D é 16 e os bilhetes de E estão entre 17e 29. Quando B estiver novamente no estado pronto (RUNNABLE no xv6), seus bilhetes são devolvidos e o vetor voltaria a ficar conforme a Tabela 1.

Com o vetor dessa forma, temos sempre um intervalo bem definido sobre o qual podemos sortear um bilhete. Se tivéssemos atribuído números fixos aos bilhetes, por exemplo, se um processo x sempre possuísse os bilhetes de 15 a 30, quando esse processo fosse bloqueado, teríamos uma falha no intervalo de bilhetes a serem sorteados e teríamos que tratar para o sorteio não considerar essa falha.

O próximo problema consiste em fazer o acúmulo de bilhetes de forma eficiente. Seja n a quantidade máxima de processos permitidos no sistema operacional, a forma ingênua para cálcular os valores das posições do vetor de acúmulo é percorrer as n posições do vetor e atualizar cada posição i com a quantidade de bilhetes do processo correspondente àquela posição somado com o acúmulo da posição i-1, uma complexidade de O(n) para cada vez que fosse necessário atualizar a quantidade de bilhetes um processo. Porém, existe uma estrutura de dados chamada BIT – Binary Indexed Tree – que faz essa operação com complexidade $O(\log n)$ [Halim and Halim 2013]. Essa estrutura será explicada futuramente.

Por fim, temos que buscar o processo com o bilhete sorteado. A estratégia ingênua é percorrer linermente o vetor de acúmulo e a primeira posição que tiver acúmulo maior ou igual ao bilhete sorteado é a posição que corresponde processo dono do bilhete. Porém, a complexidade novamente é O(n). Como sabemos que os acúmulos estão em ordem não decrescente, podemos usar uma busca binária para encontrar o processo com o bilhete sorteado.

3. Implementação e análise do escalonamento por loteria

3.1. Busca Binária

A primeira implementação foi da busca binária, que utiliza a estratégia de divisão e conquista. Começa-se considerando o intervalo de 1 a NPROC. Analisa-se a posição m do meio do intervalo que estou considerando, se o acúmulo até a posição m for maior ou igual ao bilhete sorteado, repito o processo considerando m o final do meu intervalo, caso contrário repito o processo considerando m o inicio do meu intervalo. Isso resulta numa complexidade de $O(\log n)$. Segue o código da busca, encontrado no arquivo proc.c.

```
int bsearch(int ticket) {
  int l = 1, h = NPROC, m;
  while (l < h) {
      m = l + (h - l) / 2;
      if (ticount(m) >= ticket) h = m;
      else l = m + 1;
  }
  return l - 1;
}
```

Para facilitar a busca, modificamos o código do xv6 para que o pid do processo correspondesse a sua posição no vetor de acúmulos e pid-1 fosse sua posição no vetor de processos. Por isso a busca retorna l-1. Essas mudanças vão ser melhor comentadas futuramente.

3.2. Binary Indexed Tree(BIT)

Inventada por Peter M. Fenwick em 1994, a BIT é uma estrutura de dados simples para implementar tabelas de frequências cumulativas. A implementação foi feita através de um vetor, onde cada posição guarda um acumulo parcial. Na implementação, a BIT é representada pelo vetor stickets. O vetor idstack é uma pilha estática que guarda as posições da BIT não associadas a processos, ou seja, os pids disponíveis que agora variam de 1 ao número de processos, e tp é a quantidade de pids disponíveis. Segue o novo código da estrutura ptable.

```
struct {
  int stickets[NPROC + 1];
  int idstack[NPROC], tp;
  struct spinlock lock;
  struct proc proc[NPROC];
} ptable;
```

De uma forma mais genérica, o elemento da posição i da BIT stickets é responsável pelos elementos no intervalo $[i-(i\ {\tt AND}\ -i)+1,\ i]$ e, portanto, stickets[i] guarda o acumulo dos bilhetes $i-(i\ {\tt AND}\ -i)+1,\ i-(i\ {\tt AND}\ -i)+2,\ i-(i\ {\tt AND}\ -i)+3,\dots$, i.

Para obtermos o acúmulo de bilhetes de uma posição, usamos a função ticount. Para atualizarmos uma posição da BIT com algum valor, usamos a função uptick.

```
int ticount(int i) {
  int count = 0;
  for (; i > 0; i -= i & -i)
     count += ptable.stickets[i];
  return count;
}

void uptick(int i, int value) {
  for (; i <= NPROC; i += i & -i)
     ptable.stickets[i] += value;
}</pre>
```

3.3. Mudanças no código do xv6

Inicialmente, o pid de um processo era definido por uma variável global. Toda vez que um processo recebia um pid, a variável global era incrementada. Porém, como explicado anteriormente, agora o pid representa o índice da BIT associado ao processo. Toda vez que um processo termina, ele devolve seu pid para a pilha idstack. Como cada processo tem um pid único que varia de 1 ao número máximo de processos, então podemos usar o pid-1 para a indexação do processo no vetor de processos. Antes, quando um processo era criado, o vetor de processos era percorrido linearmente até encontrar uma posição disponível, uma complexidade de O(n). Agora, só retiramos da pilha um pid disponível, o que é realizado em tempo O(1). Abaixo há o código dessa alteração que se encontra no arquivo proc.c.

```
static struct proc* allocproc(void) {
    ...
    acquire(&ptable.lock);
    if (ptable.tp > 0) {
        i = ptable.idstack[--ptable.tp];
        p = &ptable.proc[i - 1];
        goto found;
    }
    release(&ptable.lock);
    return 0;
found:
    p->pid = i;
    ...
    return p;
}
```

Toda vez que o *xv6* é inicializado, a função clean é chamada. Ela é responsável por inicializar a pilha, ou seja, colocar todas os *pid* na pilha, e zerar a BIT.

```
void clean() {
  acquire(&ptable.lock);
  for (ptable.tp = 0; ptable.tp < NPROC; ptable.tp++)
    ptable.idstack[ptable.tp] = NPROC - ptable.tp;
  memset(ptable.stickets, 0, sizeof (ptable.stickets));</pre>
```

```
release(&ptable.lock);
}
```

A função scheduler é a responsável pela mudança do processo em execução. Primeiro verificamos a quantidade de bilhetes disponíveis para serem soreados. Se essa quantidade for diferente de 0, ou seja, houver algum bilhete para ser sorteado, sorteamos um bilhete entre 1 e a quantidade de bilhetes. A busca binária retorna a posição no vetor ptable.proc do processo que tinha o bilhete sorteado. Então, retiramos os bilhetes desse processo e mudamos seu estado para *RUNNING*.

```
void scheduler(void){
  . . .
  for(;;) {
    sti();
    acquire(&ptable.lock);
    if ((qttytickets = ticount(NPROC)) != 0) {
      p = &ptable.proc[bsearch(rand() % qttytickets + 1)];
      if (p->state == RUNNABLE) {
        uptick(p->pid, -p->tickets);
        proc = p;
        switchuvm(p);
        p->state = RUNNING;
        swtch(&cpu->scheduler, proc->context);
        switchkvm();
        proc = 0;
      } }
    release (&ptable.lock);
  } }
```

Os bilhetes do processo são devolvidos quando o estado do processo volta a estar pronto (*RUNNABLE*). Isso acontece em três situações: quando o tempo do processo no processador termina, quando o processo deixa de estar bloqueado e quando um processo que estava bloqueado é morto. Isso é feito nas funções yield, wakeupl e kill, todas encontradas no arquivo proc.c.

```
void yield(void) {
   acquire(&ptable.lock);
   proc->state = RUNNABLE;
   uptick(proc->pid, proc->tickets);
   sched();
   release(&ptable.lock);
}
...
static void wakeup1(void *chan) {
   struct proc *p;
   for(p = ptable.proc; p < &ptable.proc[NPROC]; p++)
    if (p->state == SLEEPING && p->chan == chan) {
       p->state = RUNNABLE;
       uptick(p->pid, p->tickets);
```

```
}
}
int kill(int pid) {
  struct proc *p;
  acquire(&ptable.lock);
  for(p = ptable.proc; p < &ptable.proc[NPROC]; p++) {</pre>
    if(p->pid == pid) {
      p->killed = 1;
      if(p->state == SLEEPING) {
        uptick(p->pid, p->tickets);
        p->state = RUNNABLE;
      release (&ptable.lock);
      return 0;
    } }
  release (&ptable.lock);
  return -1;
}
```

3.4. Análise de desempenho

Toda vez que o escalonador busca um processo para ser executado, é chamado a busca binária, que tem complexidade $O(\log n)$, porém, para acessar o valor do acúmulo numa posição i, a complexidade é também $O(\log n)$ [Halim and Halim 2013]. Ou seja, a complexidade total para escolher um processo seria $O(\log n \cdot \log n) = O(\log^2 n)$. Nas situações já citadas em que um processo ganha ou perde tickets há o custo de atualização da BIT, $O(\log n)$.

3.5. Análise de testes

Para testar o funcionamento do que foi implementado, criamos um arquivo schedtest no xv6. Quando executado, cria o máximo de processos possíveis. Cada processo decrementa uma variável que começa em aproximadamente 10^8 e, quando essa variável chega a 0, o processo acaba. Para obter os resultados do teste, foi modificado a função exit() para que quando ela fosse chamada, exibisse a quantidade de tickets do processo que acabou. Cada processo tem uma quantidade de bilhetes diferentes. Esse teste foi realizado 10 vezes com processos de mesma quantidade de bilhete. A quantidade de bilhetes de cada processo é $n^o doprocesso \cdot 64 + 1$.

O resultado obtido está apresentado na Tabela 3. Cada coluna representa um teste e cada linha representa a ordem que o processo acabou. Por exemplo, no teste 1, o processo 38 foi o 6º processo a terminar e no teste 7 foi o 27º.

Como podemos observar, um processo ter mais bilhetes não é garantia de que ele vai ganhar mais tempo no processador. Possívelmente pela pouca diferença de bilhetes entre cada processo, pelo rand que foi implementado para os testes e pelos processos serem consideravelmente rápidos, isso se tornou mais evidente. Um exemplo disso é o processo 60 que foi o 26° a terminar no teste 4, embora possuísse mais bilhetes que qualquer outro processo, e nunca terminou por primeiro.

| Teste 1 | Teste 2 | Teste 3 | Teste 4 | Teste 5 | Teste 6 | Teste 7 | Teste 8 | Teste 9 | Teste 10 |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 54 | 49 | 36 | 32 | 44 | 42 | 50 | 38 | 36 | 39 |
| 40 | 51 | 58 | 46 | 41 | 55 | 53 | 36 | 52 | 42 |
| 59 | 52 | 59 | 42 | 45 | 59 | 58 | 40 | 45 | 48 |
| 47 | 41 | 44 | 44 | 52 | 37 | 44 | 33 | 42 | 38 |
| 44 | 55 | 51 | 57 | 50 | 57 | 48 | 44 | 37 | 50 |
| 38 | 38 | 53 | 29 | 46 | 53 | 52 | 42 | 47 | 45 |
| 49 | 46 | 35 | 45 | 42 | 33 | 49 | 43 | 41 | 51 |
| 48 | 44 | 55 | 59 | 48 | 49 | 42 | 28 | 59 | 55 |
| 35 | 57 | 48 | 36 | 38 | 44 | 37 | 45 | 38 | 47 |
| 50 | 43 | 39 | 38 | 43 | 58 | 56 | 37 | 32 | 52 |
| 60 | 60 | 54 | 34 | 49 | 47 | 60 | 48 | 40 | 53 |
| 52 | 58 | 38 | 40 | 54 | 46 | 45 | 55 | 51 | 58 |
| 32 | 39 | 47 | 35 | 47 | 40 | 41 | 30 | 55 | 43 |
| 42 | 50 | 60 | 27 | 58 | 51 | 59 | 47 | 58 | 41 |
| 55 57 | 48 | 43 | 52 | 53 | 45 | 34 | 60 | 39 | 49 |
| 57 | 37 | 45 | 41 | 37 | 48 | 46 | 58 | 60 | 37 |
| 41 58 | 45 59 | 41 50 | 50 51 | 59 40 | 43 41 | 54 51 | 50 39 | 49 31 | 31 27 |
| 56 51 | 35 | 46 | 31 | 31 | 32 | 40 | 39 49 | 50 | 46 |
| 37 | 47 | 29 | 47 | 56 | 36 | 55 | 27 | 44 | 40 |
| 45 | 54 | 42 | 53 | 55 | 50 | 38 | 53 | 56 | 30 |
| 53 | 33 | 26 | 37 | 57 | 34 | 30 | 32 | 53 | 44 |
| 56 | 56 | 56 | 54 | 60 | 30 | 36 | 54 | 54 | 54 |
| 36 | 42 | 24 | 39 | 34 | 56 | 57 | 35 | 29 | 33 |
| 33 | 40 | 57 | 30 | 36 | 60 | 39 | 52 | 57 | 57 |
| 30 | 32 | 34 | 60 | 39 | 54 | 43 | 56 | 43 | 35 |
| 43 | 53 | 33 | 58 | 23 | 39 | 47 | 29 | 27 | 60 |
| 39 | 34 | 49 | 43 | 28 | 52 | 35 | 41 | 48 | 32 |
| 31 | 26 | 52 | 26 | 51 | 25 | 25 | 57 | 46 | 36 |
| 29 | 30 | 23 | 55 | 29 | 35 | 26 | 34 | 33 | 56 |
| 46 | 29 | 40 | 23 | 35 | 26 | 29 | 46 | 34 | 25 |
| 28 | 28 | 30 | 48 | 27 | 31 | 31 | 51 | 25 | 34 |
| 21 | 27 | 37 | 49 | 19 | 38 | 32 | 59 | 28 | 59 |
| 34 | 36 | 32 | 25 | 26 | 23 | 33 | 31 | 24 | 26 |
| 22 | 24 | 28 | 56 | 24 | 29 | 27 | 21 | 35 | 21 |
| 27 | 25 | 19 | 33 | 33 | 24 | 21 | 25 | 22 | 28 |
| 26 | 31 | 31 | 21 | 32 | 18 | 28 | 26 | 23 | 20 |
| 23 | 23 | 22 | 28 | 22 | 28 | 23 | 23 | 26 | 23 |
| 25 20 | 22 21 | 25 27 | 17 22 | 30 | 27 20 | 24 22 | 22 24 | 30 21 | 24 29 |
| 24 | 19 | 14 | 24 | 25 18 | 20 | 19 | 19 | 19 | 17 |
| 19 | 14 | 16 | 19 | 21 | 13 | 20 | 17 | 18 | 19 |
| 18 | 20 | 15 | 20 | 15 | 17 | 18 | 20 | 20 | 22 |
| 15 | 18 | 20 | 18 | 20 | 22 | 15 | 18 | 17 | 14 |
| 17 | 16 | 18 | 16 | 16 | 19 | 17 | 16 | 15 | 18 |
| 16 | 15 | 17 | 15 | 13 | 16 | 16 | 15 | 16 | 15 |
| 13 | 13 | 21 | 11 | 17 | 15 | 14 | 12 | 14 | 16 |
| 14 | 12 | 13 | 13 | 14 | 14 | 12 | 11 | 13 | 12 |
| 11 | 17 | 11 | 10 | 12 | 12 | 13 | 14 | 12 | 13 |
| 10 | 8 | 12 | 12 | 11 | 11 | 10 | 13 | 10 | 10 |
| 12 | 11 | 9 | 14 | 9 | 10 | 11 | 10 | 11 | 9 |
| 9 | 9 | 10 | 8 | 8 | 9 | 8 | 8 | 9 | 11 |
| 8 | 10 | 8 | 7 | 7 | 8 | 7 | 9 | 8 | 8 |
| 6 | 5 | 7 | 9 | 10 | 6 | 9 | 7 | 6 | 7 |
| 7 | 7 | 6 | 6 | 6 | 7 | 6 | 5 | 7 | 6 |
| 5 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 5 | 5 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Tabela 3. Resultados | | | | | | | | | |

Tabela 3. Resultados

4. Planejamento do escalonamento em passos largos

Da mesma forma que o escalonamento por loteria, cada processo recebe um número de bilhetes. Então, o passo desse processo é uma constante dividida pelo número de bilhetes do processo. Todo processo inicia com distância 0. O escalonador escolhe o processo com menor distancia para ser executado. Após ser selecionado, a distância do processo aumenta no seu valor do passo. A constante escolhida para essa implementação foi 10^4 .

A primeira dificuldade encontrada foi como descobrir que processo tem a menor distância de forma eficiente. A solução ingênua seria percorrer as distâncias linearmente e verificar qual processos tem a menor, com uma complexidade de O(N). Porém, podemos enxergar essas distâncias como a prioridade de cada processo e, assim, montarmos uma fila com prioridade. Existem várias formas de implementação, foi escolhido implementar a fila de prioridade com uma árvore de segmentos onde podemos descobrir o processo com menor prioridade em O(1) e o custo para atualizar as prioridades é O(logn).

Uma árvore de segmentos, neste trabalho, é uma árvore binária balanceada em que cada nodo guarda o processo de menor distância entre seus filhos. Cada folha da árvore corresponde a uma posição no vetor de processos.

Um problema dessa solução é que todo processo, independentemente de poder ser executado ou não, está na árvore. A solução elaborada foi adicionar uma posição sentinela ao vetor de processos com a distância igual a ${\tt INF}(2^{64}-1)$. Quando um processo não pode ser executado, atualizamos sua passada para ${\tt INF}$ e, no critério de desempate, o processo com menor pid é escolhido. Ou seja, sabemos que não há processos a serem executados quando o processo de menor prioridade é o sentinela com pid 0.

5. Implementação e análise do escalonamento em passos largos

5.1. Árvore de segmentos

Para podermos trabalhar com o sentinela e ainda mantermos NPROC processos, foi adicionada uma posição ao vetor de processos. Uma consequência direta foi que o *pid* de um processo agora poderia representar a posição dele no vetor de processos. Deve-se manter em mente que as mudanças realizadas no *xv6* citadas anteriormente foram mantidas. Além disso, adicionamos dois novos vetores a estrutura ptable, st para guardar a árvore e stride para guardar as distâncias de cada processo. E, cada processo além da quantidade de tickets agora tem uma variavel auxiliar para guardar a distância deles. A estrutura ptable está no arquivo proc.c e a estrutura do processo no arquivo proc.h. ull é um *define* encontrado no arquivo stride.h para abreviação de *unsigned long long*.

```
struct proc {
  uint sz;
  pde_t* pgdir;
  char *kstack;
  enum procstate state;
  int pid;
  ...
  int tickets;
  ull prevstride;
};
```

```
ull stride[NPROC + 1];
ull st[4 * (NPROC + 1)];
int idstack[NPROC], tp;
struct spinlock lock;
struct proc proc[NPROC];
} ptable;
```

Antes de inicializarmos o escalonador ou alocarmos qualquer processo, devemos ter a arvore pronta. Para isso, na função clean, já mostrada anteriormente, adicionamos a chamada da função build que se encarrega de montar a árvore pela primeira vez. Ela recebe de parâmetros a raiz da árvore e os limites do vetor que estamos considerando, no caso é o vetor de distâncias. Todas os próximos trechos de código podem ser encontrados no arquivo proc.c.

```
void clean() {
  acquire (&ptable.lock);
  int i;
  for (ptable.tp = 0; ptable.tp < NPROC; ptable.tp++)</pre>
    ptable.idstack[ptable.tp] = NPROC - ptable.tp;
  for (i = 0; i <= NPROC; i++) ptable.stride[i] = INF;</pre>
 build(1, 0, NPROC);
  release(&ptable.lock);
}
void build(int p, int l, int r) {
  int m = (l + r) / 2, pidl, pidr;
  if (l == r) { ptable.st[p] = l; return; }
 build(left(p), l, m); build(right(p), m + 1, r);
 pidl = ptable.st[left(p)]; pidr = ptable.st[right(p)];
 ptable.st[p] =
    ptable.stride[pidl] <= ptable.stride[pidr] ? pidl : pidr;</pre>
```

As outras funções relacionadas à árvore são a update, que recebe de parâmetros a raiz da árvore, o intervalo que estamos considerando no nosso vetor de distâncias e pid do processo precisa ser atualizado, responsável por atualizar os nodos da árvore, e a query, que recebe de parâmetros a raiz da árvore, o intervalo que estamos considerando no nosso vetor de distâncias e o intervalo no qual queremos encontrar o processo de menor distância, responsável por retornar o processo de menor distância no intervalo dado. Neste caso, sempre queremos saber quem tem a menor distância dentre todos os processos, por isso a função query poderia simplesmente retornar o processo na raiz da árvore, mas preferimos deixar a função mais completa possível visando modificações futuras no código.

```
int query(int p, int l, int r, int i, int j) {
  int m = (l + r) / 2, pidl, pidr;
  if (i > r || j < l) return 0;
  if (i <= l && j >= r) return ptable.st[p];
  pidl = query(left(p), l, m, i, j);
  pidr = query(right(p), m + 1, r, i, j);
```

A função scheduler funciona da mesma forma que no escalonamento por loteria. Se existe processo para ser executado, ou seja, se o *pid* retornado pela busca for diferente do sentila, marcamos esse processo como *RUNNING* e, para ele não ser escolhido novamente por outro CPU, guardamos a distância atual do processo na variável prevstride dele, colocamos sua distância como INF e atualizamos a sua prioridade na árvore.

```
void scheduler(void) {
  for(;;) {
    sti();
    acquire (&ptable.lock);
    if ((pid = query(1, 0, NPROC, 0, NPROC)) != 0) {
      p =  {ptable.proc[pid - 1];
      p->prevstride = ptable.stride[pid];
      ptable.stride[pid] = INF;
      update(1, 0, NPROC, pid);
      proc = p; switchuvm(p);
      p->state = RUNNING;
      swtch(&cpu->scheduler, proc->context);
      switchkvm();
      proc = 0;
    release(&ptable.lock);
  } }
```

Por fim, ainda confrome o escalonador por loteria, é necessário devolver a distância a um processo quando ele volta a ser pronto (*RUNNABLE*) nas funções yield, wakeupl e kill, onde devolvemos a distância anterior somado ao passo do processo. A operação é feito mod INF para que nenhum processo que possa ser executado tenha valor igual a INF.

```
void yield(void) {
  acquire(&ptable.lock);
  proc->state = RUNNABLE;
  ptable.stride[proc->pid] =
```

5.2. Análise de desempenho

Toda vez que o escalonador busca um processo para ser executado, é chamado a função query, que normalmente tem complexidade $O(\log n)$, porém, como sempre queremos saber apenas sobre a informação da raiz, ela é executada em O(1). Construir a árvore tem complexidade O(N), mas esse custo é pago somente uma vez antes de inicializar o sistema. Para atualizar a árvore, existe um custo de $O(\log n)$. Isso ocorre quando devemos atualizar a distância de um processo [Halim and Halim 2013].

5.3. Análise de testes

Os testes foram realizados também com o arquivo *schedtest*, com pequenas alterações. O resultado obtido está apresentado na Tabela 4. Cada coluna representa um teste e cada linha representa a ordem na qual o processo com determina quantidade de bilhetes terminou. Por exemplo, o processo com 57 bilhetes foi o quarto a terminar no teste 1.

Foram alocados vários processos, cada processo inicia com uma variável na ordem de grandeza de 10^8 e fica a decrementando. Quando essa variável chega a 0, o processo morre. Com os testes podemos observar que as prioridades em geral são respeitadas e o escalonador funciona conforme o esperado. Para realizar o teste, cada vez que um processo morria, o número de tickets desse processo era printado na função exit.

| Teste 1 | Teste 2 | Teste 3 | Teste 4 | Teste 5 | Teste 6 | Teste 7 | Teste 8 | Teste 9 | Teste 10 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 60 | 60 | 59 | 60 | 60 | 60 | 60 | 59 | 60 | 60 |
| 59 | 58 | 60 | 58 | 59 | 59 | 59 | 60 | 59 | 58 |
| 58 | 59 | 58 | 59 | 58 | 58 | 58 | 57 | 58 | 59 |
| 57 | 56 | 56 | 57 | 56 | 57 | 57 | 55 | 57 | 57 |
| 56 | 57 | 57 | 56 | 57 | 56 | 55 | 58 | 56 | 56 |
| 55 | 55 | 55 | 55 | 54 | 55 | 56 | 56 | 54 | 55 |
| 54 | 54 | 54 | 53 | 55 | 54 | 53 | 51 | 55 | 52 |
| 53 | 53 | 53 | 54 | 53 | 53 | 54 | 50 | 52 | 54 |
| 51 | 51 | 52 | 52 | 52 | 52 | 52 | 49 | 51 | 53 |
| 52 | 50 | 51 | 51 | 49 | 51 | 51 | 54 | 53 | 51 |
| 49 | 52 | 50 | 50 | 51 | 49 | 49 | 48 | 49 | 49 |
| 50 | 48 | 49 | 48 | 50 | 50 | 50 | 53 | 50 | 48 |
| | | | | | | | | | |
| 48 | 49 | 48 | 49 | 47 | 48 | 48 | 46 | 48 | 50 |
| 46 | 46 | 47 | 47 | 48 | 47 | 47 | 52 | 47 | 45 |
| 47 | 47 | 46 | 45 | 46 | 46 | 46 | 45 | 46 | 44 |
| 45 | 45 | 45 | 46 | 45 | 45 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 44 | 44 | 44 | 43 | 43 | 43 | 44 | 47 | 44 | 47 |
| 43 | 43 | 43 | 44 | 44 | 44 | 45 | 41 | 43 | 41 |
| 42 | 41 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 42 | 40 |
| 41 | 42 | 40 | 41 | 41 | 41 | 41 | 40 | 41 | 38 |
| 40 | 39 | 41 | 39 | 40 | 40 | 40 | 39 | 40 | 43 |
| 39 | 40 | 39 | 40 | 39 | 39 | 38 | 43 | 39 | 42 |
| 38 | 38 | 38 | 38 | 38 | 38 | 39 | 37 | 38 | 39 |
| 36 | 37 | 36 | 36 | 37 | 37 | 37 | 38 | 37 | 36 |
| 37 | 36 | 37 | 37 | 36 | 36 | 36 | 36 | 36 | 37 |
| 35 | 35 | 34 | 35 | 35 | 35 | 35 | 35 | 35 | 32 |
| 34 | 34 | 35 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 34 | 31 |
| | | | | | | | | | |
| 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 |
| 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 31 | 35 |
| 31 | 31 | 31 | 30 | 31 | 31 | 31 | 31 | 32 | 34 |
| 30 | 30 | 30 | 31 | 29 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| 29 | 29 | 29 | 29 | 28 | 29 | 29 | 29 | 29 | 29 |
| 28 | 28 | 28 | 28 | 30 | 28 | 28 | 28 | 28 | 28 |
| 27 | 27 | 27 | 27 | 27 | 27 | 27 | 26 | 27 | 27 |
| 26 | 26 | 26 | 26 | 26 | 26 | 25 | 25 | 26 | 26 |
| 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 26 | 27 | 25 | 25 |
| 24 | 24 | 24 | 24 | 23 | 24 | 24 | 24 | 23 | 24 |
| 23 | 23 | 23 | 23 | 24 | 22 | 23 | 23 | 24 | 23 |
| 21 | 22 | 22 | 22 | 22 | 23 | 22 | 22 | 22 | 22 |
| 22 | 21 | 21 | 21 | 21 | 21 | 20 | 20 | 21 | 21 |
| 20 | 20 | 20 | 19 | 20 | 20 | 21 | 21 | 20 | 20 |
| 19 | 19 | 19 | 20 | 19 | 19 | 19 | 19 | 18 | 19 |
| 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 19 | 18 |
| 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 | 17 |
| 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 | 16 |
| | | | | | | | | | |
| 15 14 | 14 15 |
| | | | | | | | | | |
| 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |
| 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 3 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | | 1 | l |

Tabela 4. Resultados

Referências

Halim, S. and Halim, F. (2013). Competitive Programming 3.

Tanenbaum, A. S. (2010). Sistemas Operacionais Modernos. Pearson Prentice Hall, 3rd

edition.