

V406 - Beugung am Spalt

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.04.2019, Abgabe: 10.04.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Allgemeines	3
2.2	Beugung am Einzelspalt	3
2.3	Beugung am Doppelspalt	4
3	Durchführung	5
4	Auswertung	6
4.1	Beugung am ersten Einzelspalt	6
4.2	Messung am zweiten Einzelspalt	8
4.3	Beugung am Doppelspalt	11
5	Diskussion	14
5.1	Beugung am ersten Einzelspalt	14
5.2	Beugung am zweiten Einzelspalt	14
5.3	Interferenz am Doppelspalt	15
5.4	Fazit	15
	Literatur	16

1 Ziel

Das Ziel dieses Versuches ist es, anhand der Beugungsfiguren zweier Einfachspalte die Spaltbreiten zu bestimmen. Außerdem wird das Beugungsbild eines Doppelspaltes untersucht.

2 Theorie

2.1 Allgemeines

Die Beugung des Lichts wird als Abweichung der Lichtausbreitung von den Gesetzen der geometrischen Optik verstanden. Diese treten auf, wenn Licht auf Öffnungen in Schirmen oder auf undurchlässige Hindernisse trifft, die klein gegenüber dem Strahldurchmesser sind. Die Phänomene lassen sich gut beschreiben, wenn die Ausbreitung des Lichts als ein Wellenvorgang betrachtet wird. Somit gilt zum Beispiel das Huygenssche Prinzip.

Es gibt zwei Versuchsanordnungen, die bei Beugungsuntersuchungen auftreten können. Dabei werden die Fresnelsche und die Fraunhofersche Lichtbeugung unterschieden. Bei der Fraunhoferschen Anordnung wird die Lichtquelle ins Unendliche verlegt, sodass ein paralleles Lichtbündel mit einer ebenen Wellenfront auf die Beugungsebene trifft. Damit wird auch der Aufpunkt ins Unendliche verlegt. Das bedeutet, dass alle Strahlen, die in einem Punkt interferieren, unter dem selben Winkel gebeugt werden. Dies ist mathematisch einfacher zu behandeln, insofern wird diese Anordnung im Folgenden verwendet. Die Länge des zu beugenden Objekts ist groß gegen seine Breite b . Somit wird das Lichtbündel nur in einer Dimension begrenzt.

Es wird ein Laser als Lichtquelle benutzt, um kohärentes Licht zu erhalten und damit Interferenzerscheinungen möglich zu machen.

Aus einer Kombination des Huygensschen Prinzips und der Definition des Interferenzprinzips nach Fresnel lässt sich die Beugungserscheinung erklären. Das Fresnelsche Prinzip besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfläche zu gleicher Zeit eine Elementarwelle aussendet, die die Form einer Kugelwelle hat. Diese neuen Wellen interferieren miteinander. Der Schwingungszustand eines beliebigen Punktes ist die Superposition aller Elementarwellen, die an dieser Stelle zum selben Zeitpunkt eingeht.

Bei der Messung eines Beugungsbildes lässt sich der Winkel zwischen Blende und Schirm berechnen durch

$$\phi = \arctan\left(\frac{x}{l}\right). \quad (1)$$

Dabei ist l der Abstand von Blende und Schirm und x ist der Abstand des Messpunktes zum Hauptmaximum des Beugungsbildes.

2.2 Beugung am Einzelspalt

Es wird über die gesamte Spaltbreite integriert, um die Amplitude B in Richtung ϕ zu bestimmen. Nach Ausführung der Integration, Ausklammern eines e-Terms und der

Nutzung der Euler-Formel, ergibt sich für die Amplitude:

$$B(\phi) = A_0 b \frac{\sin\left(\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda}},$$

wobei b die Spaltbreite und λ die Wellenlänge ist. Die Nullstellen der Funktion liegen bei

$$\sin(\phi_n) = \pm n \frac{\lambda}{b}. \quad (2)$$

Dabei ist n eine natürliche Zahl. Die Amplitude der Lichtwelle lässt sich aufgrund der hohen Lichtfrequenz nicht messen. Deshalb kann nur die zeitlich gemittelte Intensität bestimmt werden.

Diese ergibt sich zu

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right). \quad (3)$$

Eine theoretische Intensitätsverteilung für den Einzelspalt ist in Abb. ?? zu sehen.

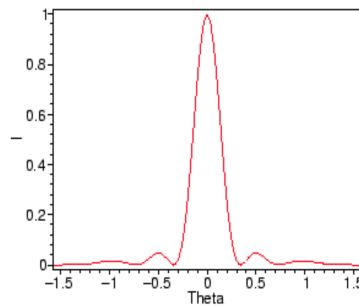


Abbildung 1: Die Intensitätsverteilung für einen Einzelspalt. [1]

2.3 Beugung am Doppelspalt

Analog dazu lassen sich auch Nullstellen der Amplitude und die gemittelte Intensität bei der Beugung des Lichts am Doppelspalt bestimmen. Die Nullstellen liegen bei

$$\phi(k) = \arcsin \left(\frac{2k+1}{2s} \cdot \lambda \right). \quad (4)$$

Dabei ist s die Breite des Spalts zusammen mit dem Abstand zwischen den beiden Spalten.

Die Intensität ergibt sich zu

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\pi s \sin(\phi)}{\lambda} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\phi)} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda} \right). \quad (5)$$

Eine theoretische Intensitätsverteilung für den Doppelspalt ist in Abb. ?? zu sehen.

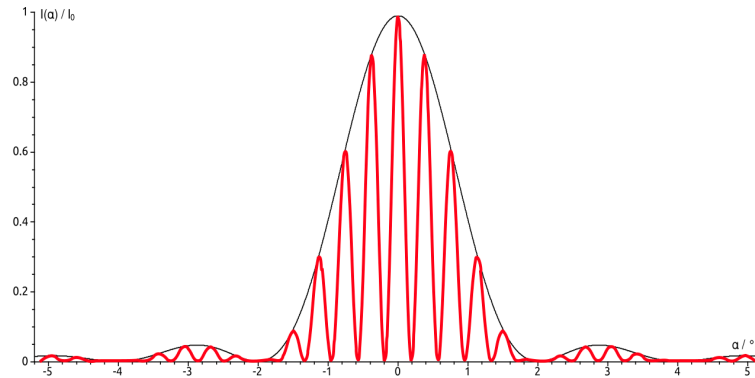


Abbildung 2: Die Intensitätsverteilung für den Doppelspalt. [2]

3 Durchführung

Die Versuchsanordnung ist in Abb. 3 abgebildet.

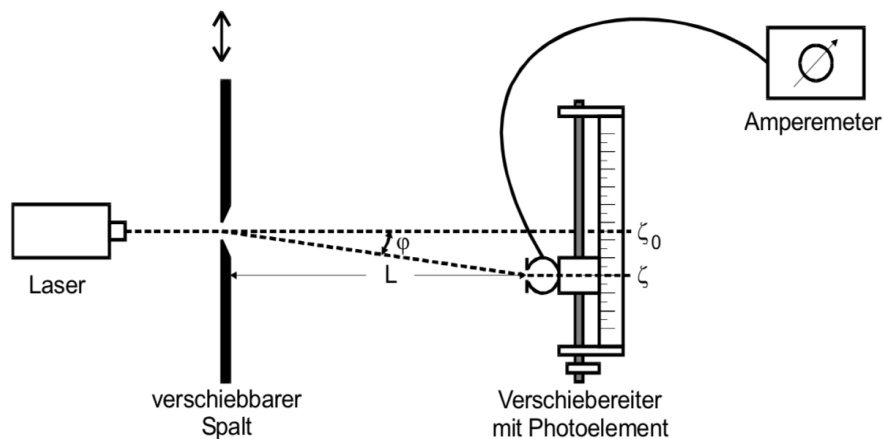


Abbildung 3: Versuchsanordnung zur Messung der Stromstärke des Beugungsbildes verschiedener Spalte. [3]

Zunächst wird der Abstand des Spaltes zum Detektor gemessen. Anschließend wird der Dunkelstrom der Diode gemessen, wobei der Laser ausgeschaltet sein muss.

Die Apparatur wird so ausgerichtet, dass das Hauptmaximum des Beugungsbildes auf dem Detektorspalt liegt.

Das Beugungsbild des ersten Einzelspaltes wird punktweise mit einer Schrittweite von 0,5 mm ausgemessen. Dazu wird die Stromstärke an einem Amperemeter abgelesen.

Für den zweiten Einzelspalt wird dasselbe wiederholt.

Die Messung des Beugungsbildes des Doppelspalts wird ebenfalls punktweise mit einer Schrittweite von 0,25 mm durchgeführt.

4 Auswertung

Die folgende Auswertung wurde mit den Python Paketen numpy [7], scipy [5] und matplotlib [4] durchgeführt.

Die Wellenlänge des Lichts des verwendeten Lasers beträgt

$$\lambda = 532 \text{ nm.}$$

4.1 Beugung am ersten Einzelspalt

Die x -Koordinaten in Einheiten der Messanzeige und die Amplituden der Stromstärke befinden sich in Tab. 1.

Tabelle 1: Die x Koordinate gegen die Stromstärke aufgetragen.

l/mm	I/nA	l/mm	I/nA	l/mm	I/nA
10,0	2,4	20,0	2,8	30,5	7,6
10,5	2,4	20,5	3,4	31,0	7,8
11,0	2,4	21,0	4,4	31,5	7,3
11,5	2,3	21,5	6,0	32,0	6,2
12,0	2,2	22,0	7,6	32,5	4,9
12,5	2,1	22,5	9,6	33,0	3,9
13,0	2,1	23,0	12,0	33,5	3,2
13,5	2,1	23,5	14,0	34,0	3,1
14,0	2,2	24,0	15,0	34,5	3,4
14,5	2,2	24,5	17,0	35,0	3,7
15,0	2,2	25,0	18,0	35,5	3,9
15,5	2,1	26,0	18,0	36,0	3,8
16,0	2,2	26,5	17,0	36,5	3,4
16,5	2,3	27,0	14,0	37,0	2,9
17,0	2,4	27,5	12,0	37,5	2,4
17,5	2,6	28,0	9,0	38,0	2,2
18,0	2,7	28,5	7,3	38,5	2,2
18,5	2,7	29,0	6,5	39,0	2,3
19,0	2,6	29,5	6,6	39,5	2,6
19,5	2,6	30,0	7,0	40,0	2,8

In Tab. 6 werden die x -Koordinaten mit Gleichung (1) in Winkel umgerechnet und gegen die Amplitude der Stromstärke aufgetragen.

Tabelle 2: Der Winkel gegen die Stromstärke I aufgetragen.

φ/mrad	I/nA	φ/mrad	I/nA
-13,93	0,80	-0,45	16,40
-13,48	0,80	0,45	16,40
-13,03	0,80	0,90	15,40
-12,58	0,70	1,35	12,40
-12,13	0,60	1,80	10,40
-11,68	0,50	2,25	7,40
-11,23	0,50	2,70	5,70
-10,78	0,50	3,14	4,90
-10,33	0,60	3,59	5,00
-9,88	0,60	4,04	5,40
-9,43	0,60	4,49	6,00
-8,98	0,50	4,94	6,20
-8,54	0,60	5,39	5,70
-8,09	0,70	5,84	4,60
-7,64	0,80	6,29	3,30
-7,19	1,00	6,74	2,30
-6,74	1,10	7,19	1,60
-6,29	1,10	7,64	1,50
-5,84	1,00	8,09	1,80
-5,39	1,00	8,54	2,10
-4,94	1,20	8,98	2,30
-4,49	1,80	9,43	2,20
-4,04	2,80	9,88	1,80
-3,59	4,40	10,33	1,30
-3,14	6,00	10,78	0,80
-2,70	8,00	11,23	0,60
-2,25	10,40	11,68	0,60
-1,80	12,40	12,13	0,70
-1,35	13,40	12,58	1,00
-0,90	15,40	13,03	1,20

In Plot 4 werden die Werte aus Tab. 6 gegeneinander aufgetragen und es wird ein Fit in die Werte gelegt.

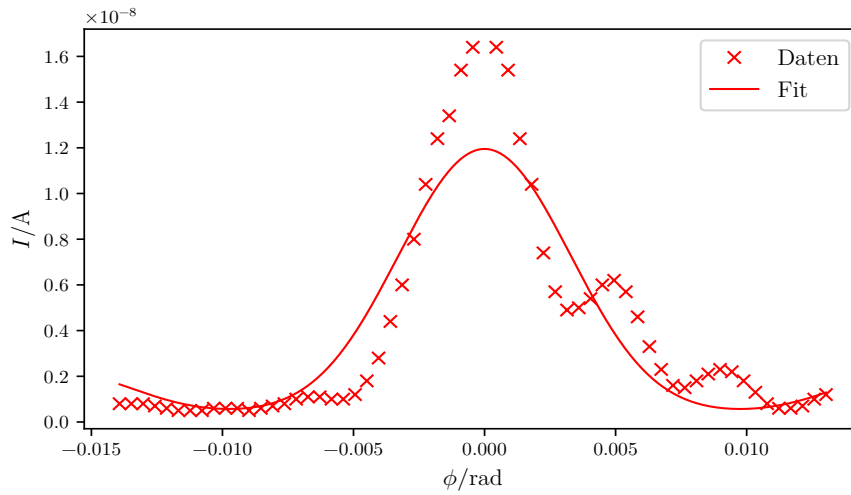


Abbildung 4: Die Werte aus Tab. 6 gegeneinander aufgetragen.

Mit Hilfe einer Ausgleichsrechnung lassen sich die Parameter A_0 , b und d bestimmen, wobei A_0 die Amplitude angibt, b der Breite des Spalts und d dem Wert des Dunkelstroms während des Experiments entspricht. Für die Werte gilt

$$\begin{aligned} A_0 &= -0,899 \pm 0,055 \\ b &= (-78,07 \pm 2,88) \mu\text{m} \\ d &= (1,53 \pm 0,15) \text{nA}. \end{aligned}$$

Der Literaturwert für die Breite des Spalts beträgt

$$b_{\text{lit},1} = 150 \mu\text{m}.$$

Der gemessene Wert für den Dunkelstrom beträgt

$$d_{\text{gemessen}} = 1,6 \text{nA}.$$

4.2 Messung am zweiten Einzelspalt

Die x -Koordinaten in Einheiten der Messanzeige und die Amplituden der Stromstärke befinden sich in Tab. 3.

Tabelle 3: Die x Koordinate gegen die Stromstärke aufgetragen.

l/mm	I/nA	l/mm	I/nA	l/mm	I/nA
10,0	2,8	20,0	6,6	30,5	2,6
10,5	3,0	20,5	7,4	31,0	2,5
11,0	3,2	21,0	8,0	31,5	2,4
11,5	3,4	21,5	8,7	32,0	2,4
12,0	3,6	22,0	9,2	32,5	2,4
12,5	3,7	22,5	9,5	33,0	2,5
13,0	3,8	23,5	9,4	33,5	2,5
13,5	3,7	24,0	9,2	34,0	2,6
14,0	3,6	24,5	8,7	34,5	2,7
14,5	3,4	25,0	8,0	35,0	2,8
15,0	3,3	25,5	7,4	35,5	2,8
15,5	3,2	26,0	6,8	36,0	2,9
16,0	3,1	26,5	6,0	36,5	2,9
16,5	3,0	27,0	5,4	37,0	3,0
17,0	3,2	27,5	4,7	37,5	3,0
17,5	3,4	28,0	4,2	38,0	3,0
18,0	3,8	28,5	3,7	38,5	2,9
18,5	4,4	29,0	3,3	39,0	2,8
19,0	5,0	29,5	3,0	39,5	2,8
19,5	5,8	30,0	2,7	40,0	2,8

In Tab. ?? werden die x -Koordinaten mit Gleichung (1) in Winkel umgerechnet und gegen die Amplitude der Stromstärke aufgetragen.

Tabelle 4: Der Winkel gegen die Stromstärke I aufgetragen.

φ/mrad	I/nA	φ/mrad	I/nA
-11,68	1,20	2,25	5,80
-11,23	1,40	2,70	5,20
-10,78	1,60	3,14	4,40
-10,33	1,80	3,59	3,80
-9,88	2,00	4,04	3,10
-9,43	2,10	4,49	2,60
-8,98	2,20	4,94	2,10
-8,54	2,10	5,39	1,70
-8,09	2,00	5,84	1,40
-7,64	1,80	6,29	1,10
-7,19	1,70	6,74	1,00
-6,74	1,60	7,19	0,90
-6,29	1,50	7,64	0,80
-5,84	1,40	8,09	0,80
-5,39	1,60	8,54	0,80
-4,94	1,80	8,98	0,90
-4,49	2,20	9,43	0,90
-4,04	2,80	9,88	1,00
-3,59	3,40	10,33	1,10
-3,14	4,20	10,78	1,20
-2,70	5,00	11,23	1,20
-2,25	5,80	11,68	1,30
-1,80	6,40	12,13	1,30
-1,35	7,10	12,58	1,40
-0,90	7,60	13,03	1,40
-0,45	7,90	13,48	1,40
0,45	7,80	13,93	1,30
0,90	7,60	14,37	1,20
1,35	7,10	14,82	1,20
1,80	6,40	15,27	1,20

In Plot 5 werden die Werte aus Tab. ?? gegeneinander aufgetragen und es wird ein Fit in die Werte gelegt.

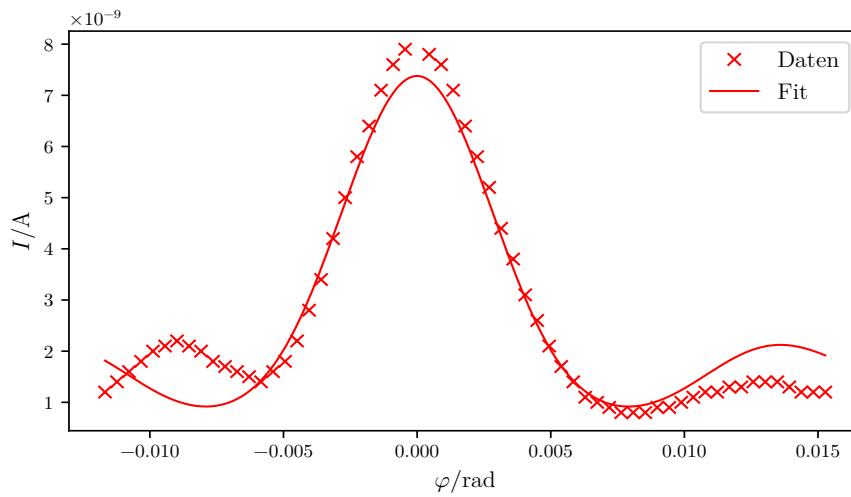


Abbildung 5: Die Werte aus Tab. ?? gegeneinander aufgetragen.

Mit Hilfe einer Ausgleichsrechnung lassen sich wieder die Parameter A_0 , b und d bestimmen.

Für die Werte gilt

$$\begin{aligned} A_0 &= 0,4746 \pm 0,0023 \\ b &= (96,24 \pm 2,56) \mu\text{md} &= (1,62 \pm 0,07) \text{ nA}. \end{aligned}$$

Der Literaturwert für die Breite des Spalts beträgt

$$b_{\text{lit},2} = 75 \mu\text{m}.$$

4.3 Beugung am Doppelspalt

Die x -Koordinaten in Einheiten der Messanzeige und die Amplituden der Stromstärke befinden sich in Tab. 5.

Tabelle 5: Die x Koordinate gegen die Länge aufgetragen.

l/mm	I/nA	l/mm	I/nA	l/mm	I/nA	l/mm	I/nA	l/mm	I/nA
10,0	2,7	16,5	4,2	23,0	15,0	29,8	7,7	36,3	2,6
10,3	2,5	16,8	3,5	23,3	12,0	30,0	5,9	36,5	2,5
10,5	2,8	17,0	2,9	23,5	15,0	30,3	5,7	36,8	2,6
10,8	3,3	17,3	3,2	23,8	19,0	30,5	7,2	37,0	2,6
11,0	3,4	17,5	4,0	24,3	15,0	30,8	7,6	37,3	2,5
11,3	2,8	17,8	3,9	24,5	13,0	31,0	6,3	37,5	2,3
11,5	2,8	18,0	3,2	24,8	16,0	31,3	5,7	37,8	2,3
11,8	3,4	18,3	3,2	25,0	19,0	31,5	6,8	38,0	2,5
12,0	4,1	18,5	4,0	25,3	17,0	31,8	7,5	38,3	2,7
12,3	3,5	18,8	4,9	25,5	13,0	32,0	6,5	38,5	2,7
12,5	2,8	19,0	5,3	25,8	12,0	32,3	5,4	38,8	2,5
12,8	3,2	19,3	4,8	26,0	14,0	32,5	6,0	39,0	2,3
13,0	4,5	19,5	4,7	26,3	16,0	32,8	7,0	39,3	2,6
13,3	4,7	19,8	5,8	26,5	13,0	33,0	6,5	39,5	2,9
13,5	3,4	20,0	7,7	26,8	10,0	33,3	4,9	39,8	2,9
13,8	2,8	20,3	9,2	27,0	10,0	33,5	4,6	40,0	2,6
14,0	3,9	20,5	8,2	27,3	12,0	33,8	5,4		
14,3	5,2	20,8	7,2	27,5	11,0	34,0	5,6		
14,5	4,5	21,0	8,6	27,8	8,4	34,3	4,6		
14,8	3,2	21,3	12,0	28,0	7,1	34,5	3,6		
15,0	3,2	21,5	14,0	28,3	9,0	34,8	3,6		
15,3	4,5	21,8	12,0	28,5	9,8	35,0	3,9		
15,5	4,7	22,0	10,0	28,8	7,8	35,3	3,6		
15,8	3,6	22,3	12,0	29,0	5,8	35,5	3,1		
16,0	3,0	22,5	17,0	29,3	6,5	35,8	2,9		
16,3	3,7	22,8	18,0	29,5	8,2	36,0	2,7		

In Tab. ?? werden die x -Koordinaten mit Gleichung (1) in Winkel umgerechnet und gegen die Amplitude der Stromstärke aufgetragen.

Tabelle 6: Der Winkel gegen die Stromstärke I aufgetragen.

φ/mrad	I/nA	φ/mrad	I/nA	φ/mrad	I/nA	φ/mrad	I/nA
-12,58	1,10	-5,84	2,40	1,12	15,40	7,86	5,40
-12,35	0,90	-5,62	2,30	1,35	11,40	8,09	4,90
-12,13	1,20	-5,39	1,60	1,57	10,40	8,31	3,30
-11,90	1,70	-5,17	1,60	1,80	12,40	8,54	3,00
-11,68	1,80	-4,94	2,40	2,02	14,40	8,76	3,80
-11,46	1,20	-4,72	3,30	2,25	11,40	8,98	4,00
-11,23	1,20	-4,49	3,70	2,47	8,40	9,21	3,00
-11,01	1,80	-4,27	3,20	2,70	8,40	9,43	2,00
-10,78	2,50	-4,04	3,10	2,92	10,40	9,66	2,00
-10,56	1,90	-3,82	4,20	3,14	9,40	9,88	2,30
-10,33	1,20	-3,59	6,10	3,37	6,80	10,11	2,00
-10,11	1,60	-3,37	7,60	3,59	5,50	10,33	1,50
-9,88	2,90	-3,14	6,60	3,82	7,40	10,56	1,30
-9,66	3,10	-2,92	5,60	4,04	8,20	10,78	1,10
-9,43	1,80	-2,70	7,00	4,27	6,20	11,01	1,00
-9,21	1,20	-2,47	10,40	4,49	4,20	11,23	0,90
-8,98	2,30	-2,25	12,40	4,72	4,90	11,46	1,00
-8,76	3,60	-2,02	10,40	4,94	6,60	11,68	1,00
-8,54	2,90	-1,80	8,40	5,17	6,10	11,90	0,90
-8,31	1,60	-1,57	10,40	5,39	4,30	12,13	0,70
-8,09	1,60	-1,35	15,40	5,62	4,10	12,35	0,70
-7,86	2,90	-1,12	16,40	5,84	5,60	12,58	0,90
-7,64	3,10	-0,90	13,40	6,06	6,00	12,80	1,10
-7,41	2,00	-0,67	10,40	6,29	4,70	13,03	1,10
-7,19	1,40	-0,45	13,40	6,51	4,10	13,25	0,90
-6,96	2,10	-0,22	17,40	6,74	5,20	13,48	0,70
-6,74	2,60	0,22	13,40	6,96	5,90	13,70	1,00
-6,51	1,90	0,45	11,40	7,19	4,90	13,93	1,30
-6,29	1,30	0,67	14,40	7,41	3,80	14,15	1,30
-6,06	1,60	0,90	17,40	7,64	4,40	14,37	1,00

In Plot 6 werden die Werte aus Tab. ?? gegeneinander aufgetragen und es wird ein Fit in die Werte gelegt.

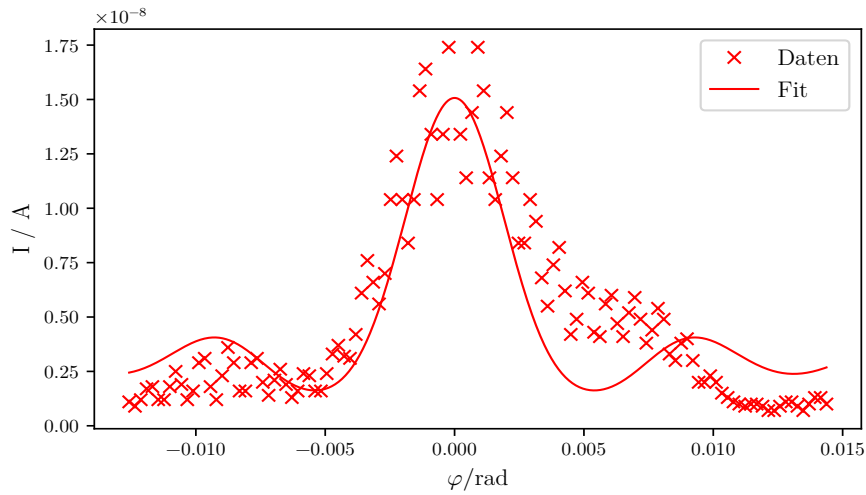


Abbildung 6: Die Werte aus Tab. ?? gegeneinander aufgetragen.

Mit Hilfe einer Ausgleichsrechnung lassen sich wieder die Parameter A_0 , b und d bestimmen. Dieses mal aber nur für die einhüllende Funktion.

Für die Werte gilt

$$A_0 = 0,4808 \pm 0,0037$$

$$b = (140,880 \pm 5,195) \mu\text{m}d = (3,03 \pm 0,20) \text{ nA}.$$

Der Literaturwert für die Breite der beiden Spalten beträgt

$$b_{\text{lit}} = 100 \mu\text{m}.$$

5 Diskussion

5.1 Beugung am ersten Einzelspalt

Die Ausgleichsrechnung ergibt für den Wert der Amplitude einen Wert, dessen relative Abweichung bei 6,12 % liegt. Für die Spaltbreite ergibt sich ein Wert, dessen relativer Fehler 3,69 % beträgt und der um 47,95 % vom Literaturwert abweicht. Der gefittete Wert für den Dunkelstrom hat einen relativen Fehler von 9,80 % und eine relative Abweichung zum gemessenen Wert von 4,38 %.

5.2 Beugung am zweiten Einzelspalt

Die Ausgleichsrechnung ergibt für den Wert der Amplitude einen Wert, dessen relative Abweichung bei 4,85 % liegt. Für die Spaltbreite ergibt sich ein Wert, dessen relativer Fehler 2,66 % beträgt und der um 28,32 % vom Literaturwert abweicht. Der gefittete Wert für den Dunkelstrom hat einen relativen Fehler von 4,32 % und eine relative Abweichung zum gemessenen Wert von 1,25 %.

5.3 Interferenz am Doppelspalt

Das Doppelspalt-Experiment hat genau die Ergebnisse ergeben, die zu erwarten gewesen sind. Auf der selben Breite gibt es deutlich mehr Maxima und Minima, aber die Amplitude bleibt ungefähr gleich, sodass das Beugungsmuster als Einhüllende des Doppelspaltmusters gedeutet werden kann.

5.4 Fazit

Insgesamt kann der Versuch als relativ exakt betrachtet werden. Zumindest ergibt sich der Fitparameter zu einem entsprechend genauen Wert.

Literatur

- [1] „Beugungsmuster an einem Einzelspalt“. In: (2019). URL: <http://wwwex.physik.uni-ulm.de/lehre/gk3a-2002/node34.html>.
- [2] „Doppelspaltexperiment“. In: (2019). URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Doppelspaltexperiment>.
- [3] TU Dortmund. *Versuch 406 - Beugung am Spalt*. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [6] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.