

V701 - Reichweite von Alphastrahlung

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.05.2019, Abgabe: 28.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
2.1 Energie	3
2.2 Reichweite	3
2.3 Verteilungsfunktionen	4
3 Fehlerrechnung	4
4 Durchführung	5
4.1 Messung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft	5
4.2 Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls	5
5 Auswertung	6
5.1 Bestimmung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft	6
5.1.1 Erster Abstand	6
5.1.2 Zweiter Abstand	9
5.2 Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls	13
6 Diskussion	15
6.1 Erster Abstand	15
6.2 Zweiter Abstand	15
6.3 Statistik des radioaktiven Zerfalls	16
Literatur	17

1 Ziel

Das Ziel dieses Versuchs ist es die Reichweite von α -Strahlung in Luft durch den Energieverlust der Strahlung zu bestimmen. Desweiteren soll die Statistik des radioaktiven Zerfalls überprüft werden.

2 Theorie

2.1 Energie

In Materie verliert α -Strahlung Energie. Das passiert durch elastische Stöße mit dem Material, Ionisationsprozesse und durch Anregung oder Dissoziation (Zerfall) von Molekülen. Der Energieverlust hängt von der Ausgangsenergie der Strahlung und von der Dichte des Materials ab. Die Bethe-Bloch-Gleichung beschreibt diesen Energieverlust für große Energien mittels

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 e^4}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{nZ}{v^2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right). \quad (1)$$

Dabei ist z die Ladung und v die Geschwindigkeit der α -Strahlung, Z die Ordnungszahl, n die Teilchendichte und I die Ionisierungsenergie des Gases. Bei kleinen Energien finden mehr Ladungsaustauschprozesse statt, wodurch Gleichung (1) nicht mehr gültig ist.

Hier lässt sich die Energie E_{max} der jeweiligen Maxima aus den gemessenen Werten folgendermaßen bestimmen. Das Maximum C_0 bei einem Druck p_0 entspricht einem Energiewert von $E_0 = 4 \text{ MeV}$. Somit gilt für die restlichen Werte C

$$E_{max} = \frac{C}{C_0} \cdot E_0. \quad (2)$$

2.2 Reichweite

Um die Reichweite R eines α -Teilchens, also die Wegstrecke bis zur kompletten Abbremsung, zu berechnen, wird das Integral

$$R = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE}{-dE/dx}$$

gebildet.

Um die mittlere Reichweite von α -Strahlung in Luft zu bestimmen, werden empirisch gewonnene Kurven benutzt. Bei Energien $E \leq 2,5 \text{ MeV}$ gilt für die mittlere Reichweite

$$R_m = 3.1 \cdot E^{\frac{3}{2}}. \quad (3)$$

Dabei ist die Reichweite R_m in mm angegeben und E in MeV.

Die Reichweite von α -Teilchen ist proportional zum Druck p , wenn Temperatur und Volumen konstant sind. Damit kann eine Absorptionsmessung durchgeführt werden, indem der Druck p variiert wird.

Die effektive Länge wird mit dem festen Abstand x_0 zwischen Detektor und α -Strahler durch

$$x_{\text{eff}} = x_0 \frac{p}{p_0} \quad (4)$$

beschrieben. Dabei ist $p_0 = 1013 \text{ mbar}$ der Normaldruck.

2.3 Verteilungsfunktionen

Die Gauß-Verteilung, oft auch als Normal-Verteilung bezeichnet, ergibt sich zu einer Dichtefunktion der Form

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5)$$

Mit dem Mittelwert μ und der Varianz σ^2 , wobei σ der Standardabweichung entspricht, lässt sich eine Verteilung bestimmen.

Die Poisson-Verteilung ist diskret. Sie wird mit der Funktion

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda) \quad (6)$$

definiert. Dabei ist λ ein positiver reeller Wert, der sowohl dem Erwartungswert als auch der Varianz entspricht, da diese in einer Poisson-Verteilung gleich sind. Die Werte k sind die natürlichen Zahlen mit Null.

Mit dem errechneten Mittelwert μ lässt sich eine Verteilung bestimmen.

3 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Stichprobe von N Werten wird durch

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

bestimmt.

Die Standardabweichung der Stichprobe wird berechnet mit

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}.$$

Die relative Abweichung zwischen zwei Werten kann durch

$$f = \frac{x_a - x_r}{x_r}$$

bestimmt werden.

Die allgemeine Formel für eine lineare Regression ergibt sich mit der Steigung m und dem y -Achsenabschnitt n zu

$$y = m \cdot x + n. \quad (7)$$

4 Durchführung

Der Aufbau des Experiments ist in Abb. 1 zu erkennen. In einem Glaszylinder befinden sich ein α -Präparat (Americium), welches als Strahlungsquelle dient, und ein Detektor. Der Abstand zwischen Präparat und Detektor lässt sich mittels eines verschiebbaren Halters ändern. Der Detektor ist ein Halbleiter-Sperrschichtzähler, der ähnlich einer Diode aufgebaut ist. Zur Messung wird das Programm Multichannel Analyzer benutzt.

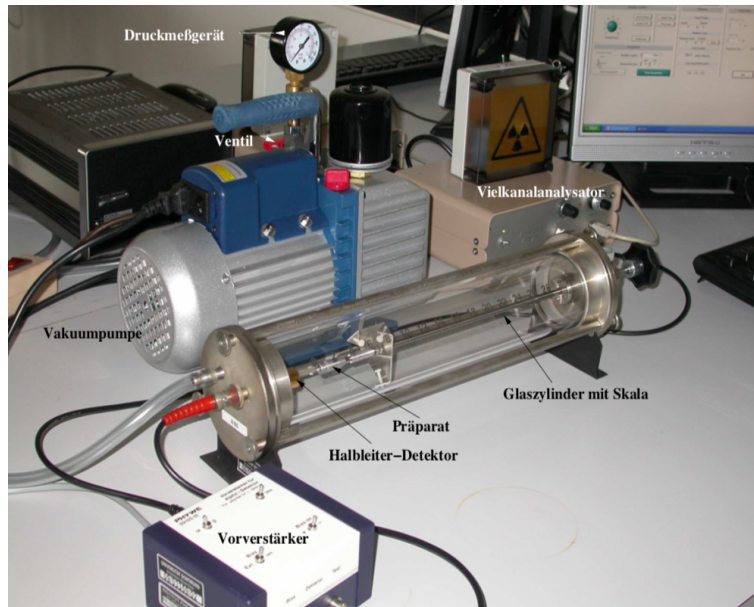


Abbildung 1: Zu sehen ist der Versuchsaufbau zur Messung der Reichweite von α -Strahlung. [1]

4.1 Messung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft

Es wird der Energieverlust von α -Strahlung in Luft untersucht. Es sollen die Energieverteilung und die Zählrate der α -Strahlung in Abhängigkeit des Drucks bestimmt werden. Dazu wird der Abstand zwischen Präparat und Detektor zunächst auf $d_1 = 2,7 \text{ cm}$ gestellt. Der Glaszylinder wird evakuiert (0 bar). Anschließend wird der Druck in 50 mbar Schritten auf 1000 mbar erhöht und jeweils die Anzahl der detektierten Pulse und die Position des Energiemaximums nach 120 s Messzeit aufgenommen. Die ganze Messung wird für einen Abstand $d_2 = 2 \text{ cm}$ wiederholt.

4.2 Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls

Im letzten Schritt wird die Statistik des radioaktiven Zerfalls überprüft, indem bei evakuiertem Glaszylinder die Zerfälle in 10 s 100 mal gemessen werden. Der Detektor ist dabei 3 cm vom Präparat entfernt.

5 Auswertung

Für die Auswertung wird Python und im Speziellen Matplotlib [2], SciPy [3], Uncertainties [4] und NumPy [5] verwendet.

5.1 Bestimmung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft

5.1.1 Erster Abstand

Die Drücke, die Anzahl der Pulse und die Position des jeweiligen Maximums für den Abstand $d_1 = 2,7$ cm in Tab. 1 zu sehen.

Tabelle 1: Die Werte für den Druck in dem Glaszylinder, die Anzahl der Pulse und die Position des Maximums bei einem Abstand von $d_1 = 2,7$ cm.

p/mbar	$\frac{N}{120,0\text{s}}$	Maximum Position
0,0	65960,0	1120,0
50,0	65964,0	1055,0
100,0	65216,0	1023,0
150,0	64451,0	995,0
200,0	64680,0	1023,0
250,0	64140,0	960,0
300,0	62157,0	896,0
350,0	62249,0	847,0
400,0	61469,0	804,0
450,0	60867,0	751,0
500,0	59749,0	743,0
550,0	59174,0	671,0
600,0	57898,0	655,0
650,0	56430,0	591,0
700,0	53949,0	563,0
750,0	52148,0	480,0
800,0	48698,0	384,0
850,0	33630,0	356,0
900,0	18577,0	376,0
950,0	10055,0	376,0
1000,0	4740,0	376,0

Die mit Gleichung (4) ermittelten Abstände, die Anzahl der Pulse (Zählrate) und die mit Gleichung (2) ermittelten Energien befinden sich in Tab. 2.

Tabelle 2: Die Reichweite x_1 , die Anzahl der Impulse und die Position des Maximums.

x_1/mm	$\frac{N}{120,00\text{s}}$	E/MeV
0,00	65960,0	4,00
1,33	65964,0	3,77
2,67	65216,0	3,65
4,00	64451,0	3,55
5,33	64680,0	3,65
6,66	64140,0	3,43
8,00	62157,0	3,20
9,33	62249,0	3,03
10,66	61469,0	2,87
11,99	60867,0	2,68
13,33	59749,0	2,65
14,66	59174,0	2,40
15,99	57898,0	2,34
17,32	56430,0	2,11
18,66	53949,0	2,01
19,99	52148,0	1,71
21,32	48698,0	1,37
22,66	33630,0	1,27
23,99	18577,0	1,34
25,32	10055,0	1,34
26,65	4740,0	1,34

Die Zählrate ist in Abb. 2 gegen die mit Gleichung (4) bestimmte effektive Länge aufgetragen.

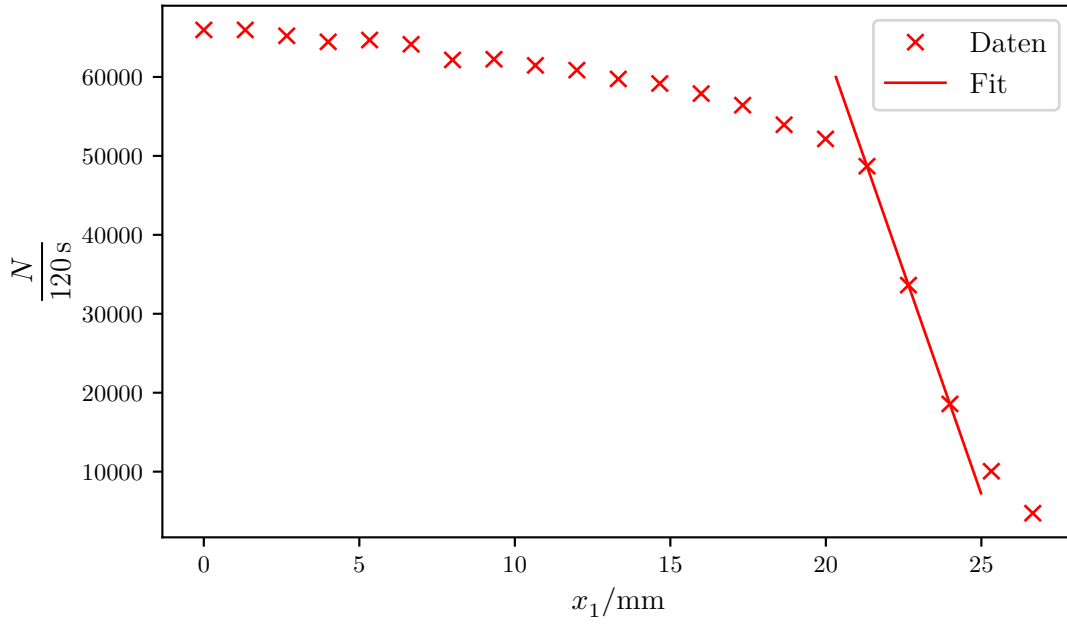


Abbildung 2: Anzahl der Hits pro zwei Minuten Messzeit ist hier gegen den Abstand aufgetragen. Dabei wurde dieses Ergebnis durch die Abhängigkeit vom jeweiligen Druck ermittelt.

Die Fitparameter der linearen Regression ergeben sich dadurch zu

$$m = -11\,300,95 \pm 3,25 \frac{\text{N}}{120 \text{ s mm}}$$

$$n = 289\,663,5 \frac{\text{N}}{120 \text{ s}}.$$

Mit dem Umformen dieser linearen Gleichung ergibt sich bei $y = \frac{1}{2}N_{\max}$ die mittlere Reichweite der α -Teilchen zu dem Wert

$$R_{\text{m},1} = (22,71 \pm 0,01) \text{ mm}$$

bestimmen.

Das entspricht nach Formel (3) einer Energie von

$$E_1 = (3,772 \pm 0,001) \text{ MeV}.$$

Die Energie aus Tab. 2 ist in Abb. 3 gegen die effektive Länge aufgetragen.

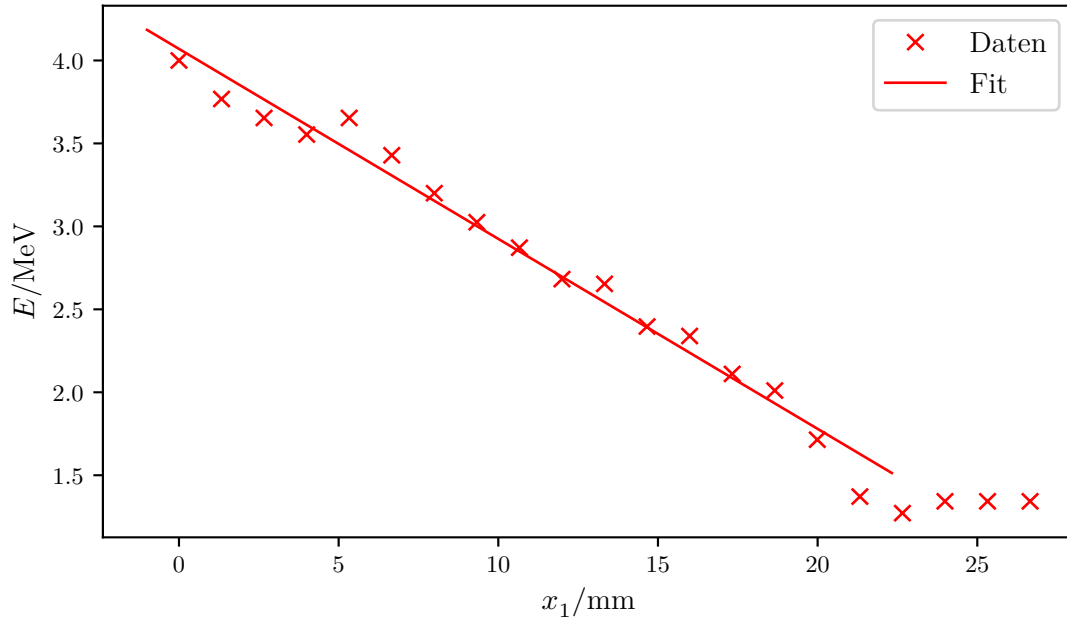


Abbildung 3: Hier ist die Länge gegen die jeweilige Energie aufgetragen.

Die Fitparameter der linearen Regression mit einer allgemeinen Gleichung (7) ergeben sich dadurch zu

$$m = -(0,1145 \pm 0,0042) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}}$$

$$n = 4,070 \text{ MeV}.$$

Daraus lässt sich anhand der Steigung der Energieverlust der Strahlung bestimmen

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_1 = -(0,1145 \pm 0,0045) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}}.$$

5.1.2 Zweiter Abstand

Die Drücke, die Anzahl der Pulse und die Position des jeweiligen Maximums für den Abstand $d_2 = 2 \text{ cm}$ in Tab. 3 zu sehen.

Tabelle 3: Die Werte für den Druck in dem Glaszylinder, die Anzahl der Pulse und die Position des Maximums bei einem Abstand $d = 2$ cm.

p/mbar	$\frac{N}{120,0\text{s}}$	Maximum Position
0,0	106500,0	1099,0
50,0	107282,0	1120,0
100,0	105739,0	1072,0
150,0	102523,0	1036,0
200,0	102481,0	1023,0
250,0	103961,0	960,0
300,0	103100,0	960,0
350,0	102490,0	960,0
400,0	102421,0	896,0
450,0	101087,0	896,0
500,0	100521,0	847,0
550,0	99619,0	807,0
600,0	98847,0	764,0
650,0	98094,0	736,0
700,0	97203,0	704,0
750,0	95999,0	664,0
800,0	95254,0	655,0
850,0	93573,0	623,0
900,0	91068,0	550,0
950,0	89173,0	568,0
1000,0	87780,0	544,0

Die mit Gleichung (4) ermittelten Abstände, die Anzahl der Pulse (Zählrate) und die mit Gleichung (2) ermittelten Energien befinden sich in Tab. 4.

Tabelle 4: Die Reichweite x_2 , die Anzahl der Impulse und die Position des Maximums.

x_2/mm	$\frac{N}{120,00\text{s}}$	E/MeV
0,00	106500,0	4,00
0,99	107282,0	4,08
1,97	105739,0	3,90
2,96	102523,0	3,77
3,95	102481,0	3,72
4,94	103961,0	3,49
5,92	103100,0	3,49
6,91	102490,0	3,49
7,90	102421,0	3,26
8,88	101087,0	3,26
9,87	100521,0	3,08
10,86	99619,0	2,94
11,85	98847,0	2,78
12,83	98094,0	2,68
13,82	97203,0	2,56
14,81	95999,0	2,42
15,79	95254,0	2,38
16,78	93573,0	2,27
17,77	91068,0	2,00
18,76	89173,0	2,07
19,74	87780,0	1,98

Die Zählrate ist in Abb. 4 gegen die mit Gleichung (4) bestimmte effektive Länge aufgetragen.

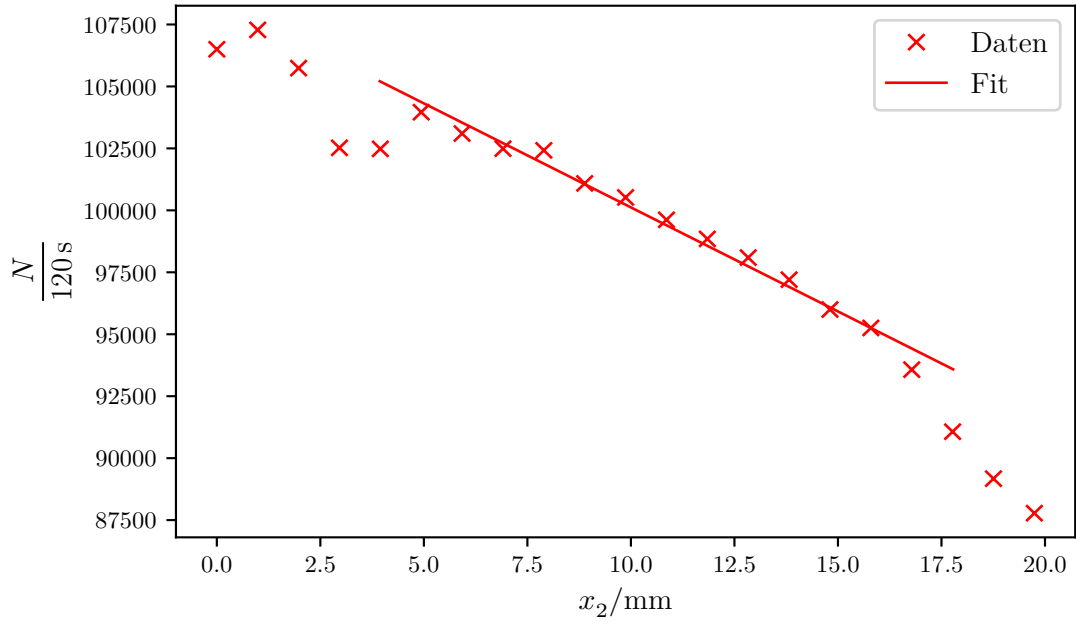


Abbildung 4: Anzahl der Hits pro zwei Minuten Messzeit ist hier gegen den Abstand aufgetragen. Dabei wurde dieses Ergebnis durch die Abhängigkeit vom jeweiligen Druck ermittelt.

Die Fitparameter der linearen Regression ergeben sich dadurch mit einer allgemeinen Gleichung (7) zu

$$m = -839,54 \pm 30,85 \frac{\text{N}}{120 \text{ s mm}}$$

$$n = 108\,514,077 \frac{\text{N}}{120 \text{ s}}.$$

Mit dem Umformen dieser linearen Gleichung ergibt sich bei $y = \frac{1}{2} \max$ die mittlere Reichweite der α -Teilchen zu dem Wert

$$R_{\text{m},2} = (65,8 \pm 2,4) \text{ mm}$$

bestimmen.

Das entspricht nach Formel (3) einer Energie von

$$E_2 = (7,67 \pm 0,19) \text{ MeV}.$$

Die Energie aus Tab. 4 ist in Abb. 5 gegen die effektive Länge aufgetragen.

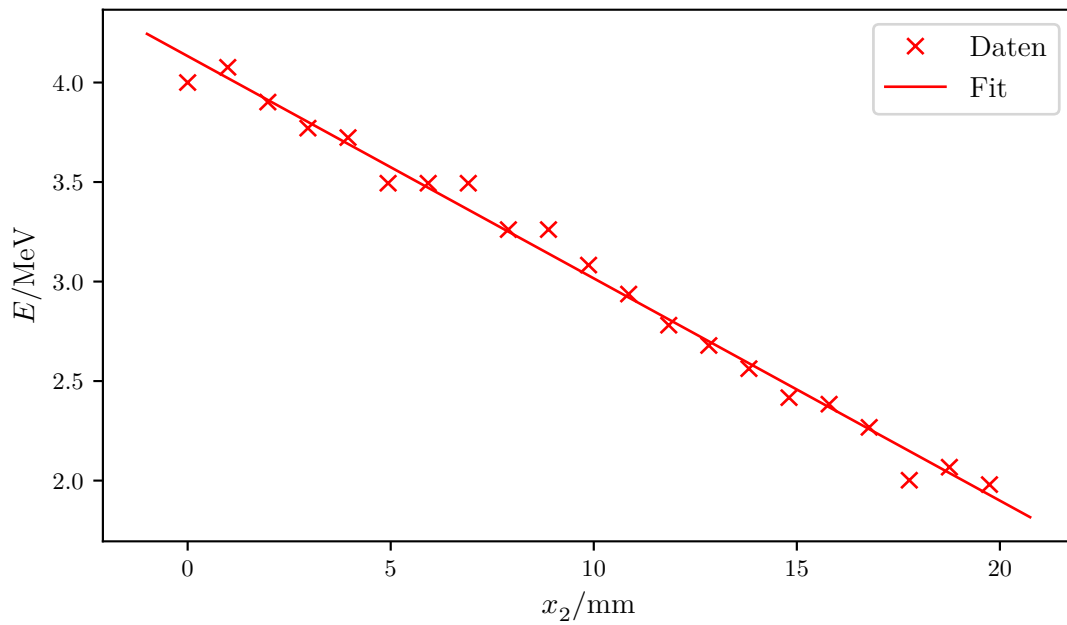


Abbildung 5: Hier ist die Länge gegen die jeweilige Energie aufgetragen.

Die Fitparameter der linearen Regression ergeben sich dadurch zu

$$m = -(0,1117 \pm 0,0026) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}}$$

$$n = 4,1327 \text{ MeV}.$$

Daraus lässt sich anhand der Steigung der Energieverlust der Strahlung bestimmen

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_2 = -(0,1117 \pm 0,0026) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}}.$$

5.2 Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls

Die Anzahl der Pulse, die jeweils in 10 s gemessen wurde, sind in Tab. 5 eingetragen.

Tabelle 5: Die Pulse wurden zur Analyse der Statistik des radioaktiven Zerfalls bestimmt.

Pulse	Pulse	Pulse	Pulse	Pulse
4361,0	4319,0	4551,0	4577,0	4804,0
4679,0	4444,0	4442,0	4447,0	4691,0
4669,0	4650,0	4338,0	4640,0	4468,0
4723,0	4701,0	4373,0	4478,0	4799,0
4790,0	4310,0	4402,0	4359,0	4863,0
4274,0	4769,0	4833,0	4722,0	4422,0
4438,0	4464,0	4537,0	4709,0	4419,0
4676,0	4506,0	4319,0	4624,0	4426,0
4484,0	4409,0	4606,0	4644,0	4463,0
4398,0	4509,0	4591,0	4624,0	4421,0
4402,0	4428,0	4709,0	4708,0	4277,0
4837,0	4494,0	4671,0	4506,0	4186,0
4693,0	4336,0	4617,0	4495,0	4261,0
4526,0	4449,0	4606,0	4609,0	4249,0
4811,0	4712,0	4659,0	4308,0	4537,0
4331,0	4749,0	4574,0	4761,0	4601,0
4436,0	4450,0	4772,0	4671,0	4397,0
4661,0	4667,0	4355,0	4589,0	4626,0
4506,0	4578,0	4636,0	4461,0	4297,0

Die Zerfallsraten sind in Abb. 6 in einem Histogramm aufgetragen. Außerdem ist eine Gauß- und eine Poissonverteilung nach Gleichung (5) und (6) aufgetragen. Bei der Erzeugung der beiden Verteilungen wurde ein Seed von 42 benutzt, um die Auswertung deterministisch zu machen.

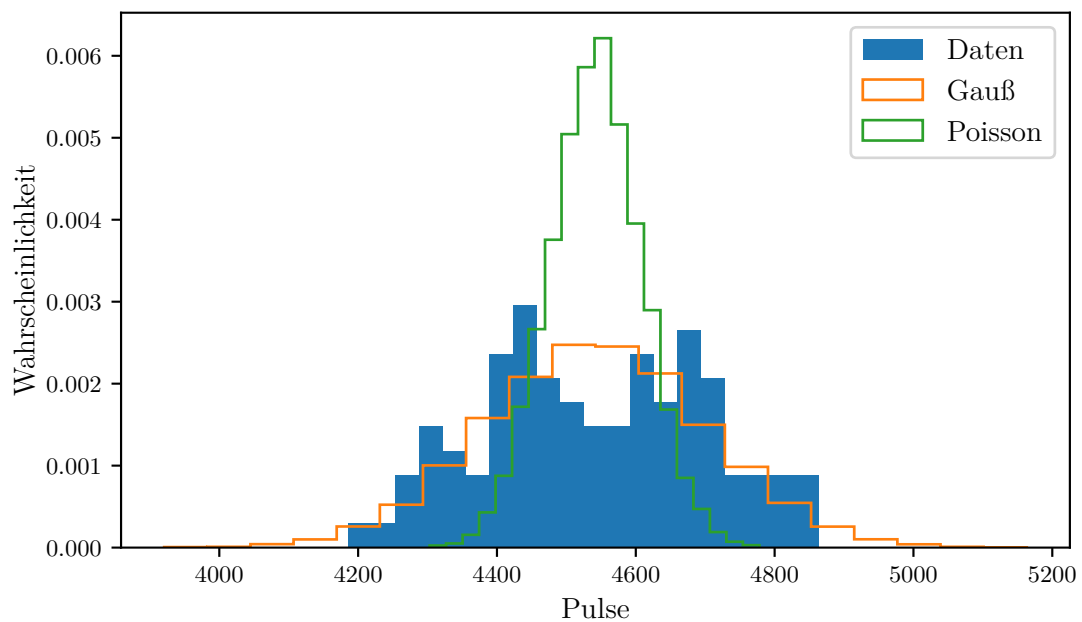


Abbildung 6: Hier sind eine Gaussverteilung, eine Poissonverteilung und die tatsächlichen Messwerte gegeneinander aufgetragen.

Aus den gemessenen Zählraten lassen sich der Mittelwert μ und die Varianz σ^2 bestimmen:

$$\begin{aligned}\mu &= 4541,6 \\ \sigma^2 &= 25\,065,36.\end{aligned}$$

6 Diskussion

6.1 Erster Abstand

Bei der ersten Messung mit dem Abstand 2,7 cm ergab sich für die Steigung der linearen Ausgleichsrechnung ein relativer Fehler von 0,03 %. Die mittlere Reichweite hat damit einen relativen Fehler von 0,04 % und die somit ermittelte Energie hat dann einen relativen Fehler von 0,03 %.

Für die Steigung der linearen Regression bei dem Plot mit der Energie ergibt sich ein relativer Fehler von 3,67 %. Somit entspricht dies auch dem relativen Fehler des Energieverlusts der Strahlung.

6.2 Zweiter Abstand

Bei der zweiten Messung mit dem Abstand 2,0 cm ergab sich für die Steigung der linearen Ausgleichsrechnung ein relativer Fehler von 3,67 %. Die mittlere Reichweite hat damit

einen relativen Fehler von 3,65 % und die somit ermittelte Energie hat also einen relativen Fehler von 2,48 %.

Für die Steigung der linearen Regression bei dem Plot mit der Energie ergibt sich ein relativer Fehler von 2,33 %. Somit entspricht dies auch dem relativen Fehler des Energieverlusts der Strahlung.

6.3 Statistik des radioaktiven Zerfalls

Der Fehler des Mittelwerts liegt bei 3,49 %. Die zufällig erzeugten Gauß- und Poisson-Verteilungen sehen der gemessenen Verteilung nicht wirklich ähnlich. Sie sind alle auf eine Höhe normiert. Was aber auffällt ist, dass in der Mitte der gemessenen Werte eine Lücke vorhanden ist, die genau von der Poisson-Verteilung ausgefüllt wird. Insofern passt die Poisson-Verteilung nicht gut auf das gemessene Ergebnis. Die Gauß-Verteilung passt schon besser, hat aber auch nicht die charakteristische Lücke, die unsere Verteilung in der Nähe des Erwartungswertes aufweist.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V701 - Reichweite von Alphastrahlung*. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Alpha.pdf>.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.