

V701 - Reichweite von Alphastrahlung

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.05.2019, Abgabe: 28.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	3
2	Theorie	3
2.1	Energieverlust von Alphastrahlung	3
2.2	Berechnung der Energie	3
2.3	Reichweite von Alphastrahlung	3
2.4	Verteilungsfunktionen	4
3	Fehlerrechnung	4
4	Durchführung	5
4.1	Messung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft	5
4.2	Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls	6
5	Auswertung	6
5.1	Bestimmung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft	6
5.1.1	Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2,7$ cm	6
5.1.2	Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2$ cm	9
5.2	Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls	12
6	Diskussion	15
6.1	Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2,7$ cm	15
6.2	Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2$ cm	16
6.3	Vergleich beider Messungen	16
6.4	Statistik des radioaktiven Zerfalls	16
	Literatur	17

1 Ziel

Das Ziel dieses Versuchs ist es die Reichweite von α -Strahlung in Luft durch den Energieverlust der Strahlung zu bestimmen. Desweiteren soll die Statistik des radioaktiven Zerfalls überprüft werden.

2 Theorie

2.1 Energieverlust von Alphastrahlung

In Materie verliert α -Strahlung Energie. Das passiert durch elastische Stöße mit dem Material, Ionisationsprozesse und durch Anregung oder Dissoziation (Zerfall) von Molekülen. Der Energieverlust hängt von der Ausgangsenergie der Strahlung und von der Dichte des Materials ab. Die Bethe-Bloch-Gleichung beschreibt diesen Energieverlust für große Energien mittels

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{z^2 e^4}{4 \pi \epsilon_0^2 m_e} \frac{n Z}{v^2} \ln \left(\frac{2 m_e v^2}{I} \right). \quad (1)$$

Dabei ist z die Ladung und v die Geschwindigkeit der α -Strahlung, Z die Ordnungszahl, n die Teilchendichte und I die Ionisierungsenergie des Gases. Bei kleinen Energien finden mehr Ladungsaustauschprozesse statt, wodurch Gleichung (1) nicht mehr gültig ist.

2.2 Berechnung der Energie

Bei einer Messung der Energieverteilung von Alphastrahlung kann die maximale Energie E_{\max} aus den Positionen des Energiemaximums folgendermaßen bestimmt werden. Die Position des Maximums C_0 bei einem Druck von ca. 0 bar entspricht einem Energiewert von $E_0 = 4 \text{ MeV}$. Somit gilt für die restlichen Positionen der Maxima C

$$E_{\max} = \frac{C}{C_0} \cdot E_0. \quad (2)$$

2.3 Reichweite von Alphastrahlung

Um die Reichweite R eines α -Teilchens, also die Wegstrecke bis zur kompletten Abbremsung, zu berechnen, wird das Integral

$$R = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE}{-dE/dx}$$

gebildet.

Um die mittlere Reichweite von α -Strahlung in Luft zu bestimmen, werden empirisch gewonnene Kurven benutzt. Bei Energien $E \leq 2,5 \text{ MeV}$ gilt für die mittlere Reichweite

$$R_m = 3.1 \cdot E^{\frac{3}{2}}. \quad (3)$$

Dabei ist die Reichweite R_m in mm angegeben und E in MeV.

Die Reichweite von α -Teilchen ist proportional zum Druck p , wenn Temperatur und Volumen konstant sind. Damit kann eine Absorptionsmessung durchgeführt werden, indem der Druck p variiert wird.

Die effektive Länge wird mit dem festen Abstand x_0 zwischen Detektor und α -Strahler durch

$$x_{\text{eff}} = x_0 \frac{p}{p_0} \quad (4)$$

beschrieben. Dabei ist $p_0 = 1013 \text{ mbar}$ der Normaldruck.

2.4 Verteilungsfunktionen

Die Gauß-Verteilung, oft auch als Normal-Verteilung bezeichnet, ergibt sich zu einer Dichtefunktion der Form

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5)$$

Mit dem Mittelwert μ und der Varianz σ^2 , wobei σ der Standardabweichung entspricht, lässt sich eine Verteilung bestimmen.

Die Poisson-Verteilung ist diskret. Sie wird mit der Funktion

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-\lambda) \quad (6)$$

definiert. Dabei ist λ ein positiver reeller Wert, der sowohl dem Erwartungswert als auch der Varianz entspricht, da diese in einer Poisson-Verteilung gleich sind. Die Werte k sind die natürlichen Zahlen mit Null.

Mit dem errechneten Mittelwert μ lässt sich eine Verteilung bestimmen.

3 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Stichprobe von N Werten wird durch

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

bestimmt.

Die Standardabweichung der Stichprobe wird berechnet mit

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}.$$

Die relative Abweichung zwischen zwei Werten kann durch

$$f = \frac{x_a - x_r}{x_r}$$

bestimmt werden.

Die allgemeine Formel für eine lineare Regression ergibt sich mit der Steigung m und dem y -Achsenabschnitt n zu

$$y = m \cdot x + n. \quad (7)$$

4 Durchführung

Der Aufbau des Experiments ist in Abb. 1 zu erkennen. In einem Glaszylinder befinden sich ein α -Präparat (Americium), welches als Strahlungsquelle dient, und ein Detektor. Der Abstand zwischen Präparat und Detektor lässt sich mittels eines verschiebbaren Halters ändern. Der Detektor ist ein Halbleiter-Sperrschichtzähler, der ähnlich einer Diode aufgebaut ist. Zur Messung wird das Programm Multichannel Analyzer benutzt. Der Schalter wird dort auf "AUTO" gestellt. Dadurch stoppt die Messung nach einer bestimmten, eingestellten Zeit, bzw. bei einer eingestellten Anzahl an detektierten Pulsen. Für die Messung wird nur die Einstellung der Zeit benötigt.

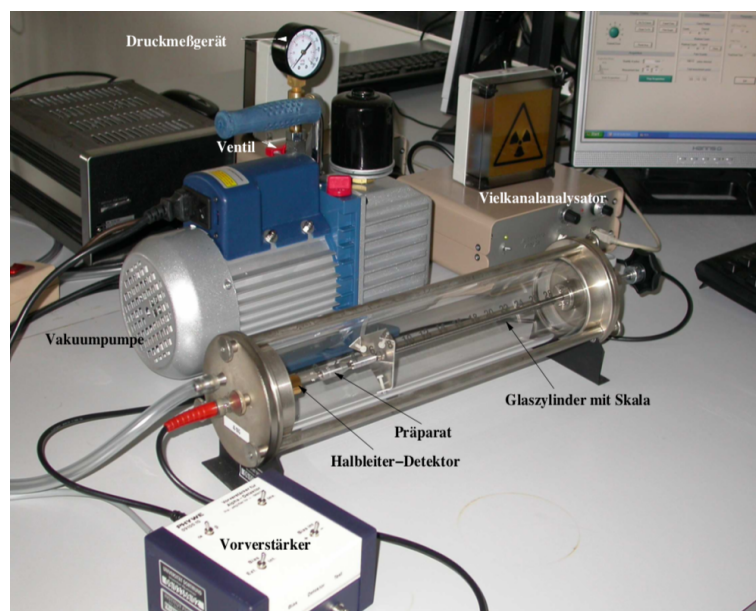


Abbildung 1: Zu sehen ist der Versuchsaufbau zur Messung der Reichweite von α -Strahlung. [1]

4.1 Messung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft

Es wird der Energieverlust von α -Strahlung in Luft untersucht. Es sollen die Energieverteilung und die Zählrate der α -Strahlung in Abhängigkeit des Drucks bestimmt werden. Dazu wird der Abstand zwischen Präparat und Detektor zunächst auf $d_1 = 2,7 \text{ cm}$ gestellt. Der Glaszylinder wird evakuiert (0 bar). Anschließend wird der Druck in 50 mbar Schritten auf 1000 mbar erhöht und jeweils die Anzahl der detektierten Pulse und die

Position des Energiemaximums nach 120 s Messzeit aufgenommen.
Die ganze Messung wird für einen Abstand $d_2 = 2$ cm wiederholt.

4.2 Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls

Im letzten Schritt wird die Statistik des radioaktiven Zerfalls überprüft, indem bei evakuiertem Glaszylinder die Zerfälle in 10 s 100 mal gemessen werden. Der Detektor ist dabei 3 cm vom Präparat entfernt.

5 Auswertung

Für die Auswertung wird Python und im Speziellen Matplotlib [2], SciPy [3], Uncertainties [4] und NumPy [5] verwendet.

5.1 Bestimmung des Energieverlustes von Alphastrahlung in Luft

5.1.1 Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2,7$ cm

Die Drücke, die mit Gleichung (4) ermittelten Abstände x_1 , die Anzahl der Pulse, die Position des jeweiligen Maximums für den Abstand $d_1 = 2,7$ cm und die sich daraus mit Gleichung (2) ergebenden Energien sind in Tab. 1 zu sehen.

Tabelle 1: Die Werte für den Druck in dem Glaszylinder, den effektiven Abstand, die Anzahl der Pulse, die Position des Maximums und die ermittelten Energien bei einem Abstand von $d_1 = 2,7$ cm.

p/mbar	x_1/mm	$N/\frac{1}{120,00\text{s}}$	Maximum Position	E/MeV
0	0,00	65960	1120	4,00
50	1,33	65964	1055	3,77
100	2,67	65216	1023	3,65
150	4,00	64451	995	3,55
200	5,33	64680	1023	3,65
250	6,66	64140	960	3,43
300	8,00	62157	896	3,20
350	9,33	62249	847	3,02
400	10,66	61469	804	2,87
450	11,99	60867	751	2,68
500	13,33	59749	743	2,65
550	14,66	59174	671	2,40
600	15,99	57898	655	2,34
650	17,32	56430	591	2,11
700	18,66	53949	563	2,01
750	19,99	52148	480	1,71
800	21,32	48698	384	1,37
850	22,66	33630	356	1,27
900	23,99	18577	376	1,34
950	25,32	10055	376	1,34
1000	26,65	4740	376	1,34

Die Zählrate ist in Abb. 2 gegen die mit Gleichung (4) bestimmte effektive Länge aufgetragen.

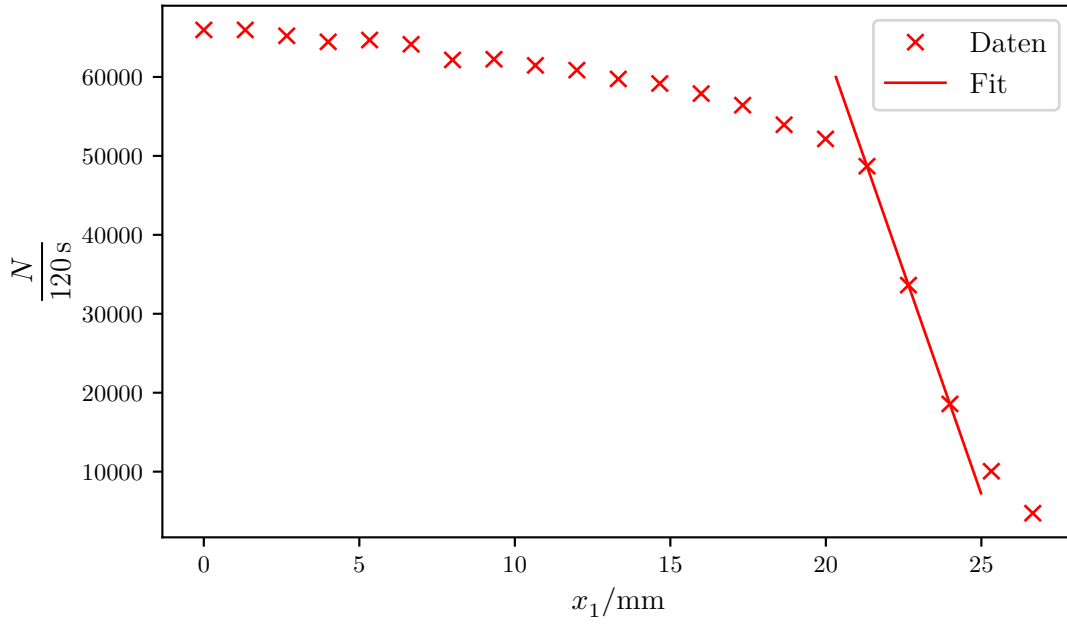


Abbildung 2: Die Zählrate pro 120 Sekunden Messzeit ist gegen den effektiven Abstand x_1 aufgetragen. Dabei wurde dieses Ergebnis durch die Abhängigkeit vom jeweiligen Druck ermittelt.

Die Fitparameter der linearen Regression ergeben sich dadurch zu

$$m = -11\,300,95 \pm 3,25 \frac{1}{120\text{ s mm}},$$

$$n = 289\,663,5 \frac{1}{120\text{ s}}.$$

Mit dem Umformen dieser linearen Gleichung ergibt sich bei $y = \frac{1}{2}N_{\text{max}}$ die mittlere Reichweite der α -Teilchen zu

$$R_{\text{m},1} = (22,71 \pm 0,01) \text{ mm}.$$

Das entspricht nach Formel (3) einer Energie von

$$E_1 = (3,772 \pm 0,001) \text{ MeV}.$$

Die Energie aus Tab. 1 ist in Abb. 3 gegen die effektive Länge aufgetragen.

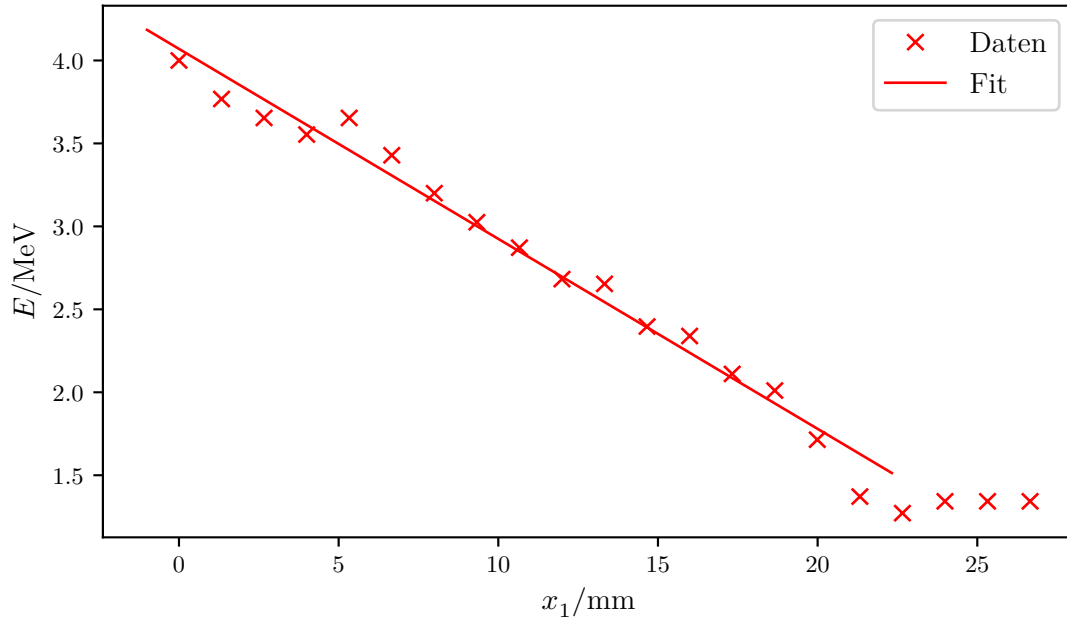


Abbildung 3: Die Energie ist gegen den effektiven Abstand x_1 aufgetragen.

Die Fitparameter der linearen Regression mit einer allgemeinen Gleichung (7) ergeben sich dadurch zu

$$m = -(0,1145 \pm 0,0042) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}},$$

$$n = 4,070 \text{ MeV}.$$

Daraus lässt sich anhand der Steigung der Energieverlust der Strahlung bestimmen

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_1 = -(0,1145 \pm 0,0045) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}}.$$

Die Energie, die sich aus der Steigung und dem y-Abschnitt ergibt, ist

$$E(R_{m,1}) = m \cdot R_{m,1} + n = (3,298 \pm 0,007) \text{ MeV}.$$

5.1.2 Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2 \text{ cm}$

Die Drücke, die mit Gleichung (4) ermittelten Abstände x_2 , die Anzahl der Pulse, die Position des jeweiligen Maximums für den Abstand $d_2 = 2,0 \text{ cm}$ und die sich daraus mit Gleichung (2) ergebenden Energien sind in Tab. 2 zu sehen.

Tabelle 2: Die Werte für den Druck in dem Glaszylinder, den effektiven Abstand, die Anzahl der Pulse, die Position des Maximums und die ermittelten Energien bei einem Abstand $d = 2$ cm.

p/mbar	x_2/mm	$N/\frac{1}{120,00\text{s}}$	Maximum Position	E/MeV
0	0,00	106500	1099	4,00
50	0,99	107282	1120	4,08
100	1,97	105739	1072	3,90
150	2,96	102523	1036	3,77
200	3,95	102481	1023	3,72
250	4,94	103961	960	3,49
300	5,92	103100	960	3,49
350	6,91	102490	960	3,49
400	7,90	102421	896	3,26
450	8,88	101087	896	3,26
500	9,87	100521	847	3,08
550	10,86	99619	807	2,94
600	11,85	98847	764	2,78
650	12,83	98094	736	2,68
700	13,82	97203	704	2,56
750	14,81	95999	664	2,42
800	15,79	95254	655	2,38
850	16,78	93573	623	2,27
900	17,77	91068	550	2,00
950	18,76	89173	568	2,07
1000	19,74	87780	544	1,98

Die Zählrate ist in Abb. 4 gegen die mit Gleichung (4) bestimmte effektive Länge aufgetragen.

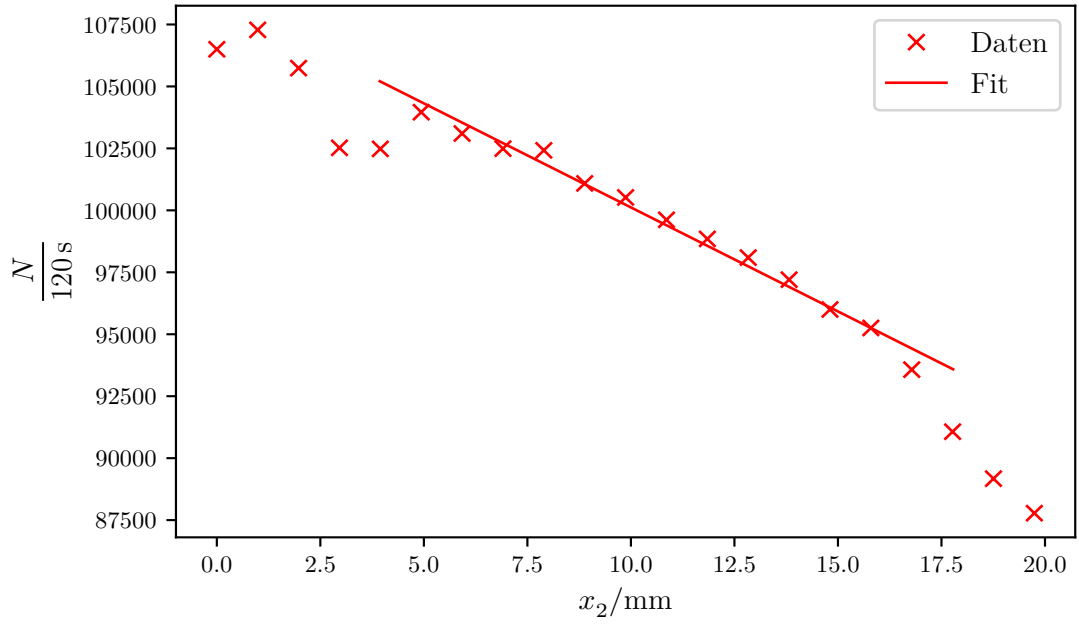


Abbildung 4: Die Zählrate pro 120 Sekunden Messzeit ist gegen den effektiven Abstand x_2 aufgetragen. Dabei wurde dieses Ergebnis durch die Abhängigkeit vom jeweiligen Druck ermittelt.

Die Fitparameter der linearen Regression ergeben sich dadurch mit einer allgemeinen Gleichung (7) zu

$$m = -839,54 \pm 30,85 \frac{1}{120 \text{ s mm}},$$

$$n = 108\,514,077 \frac{1}{120 \text{ s}}.$$

Mit dem Umformen dieser linearen Gleichung ergibt sich bei $y = \frac{1}{2}N_{\text{max}}$ die mittlere Reichweite der α -Teilchen zu

$$R_{\text{m},2} = (65,8 \pm 2,4) \text{ mm}.$$

Das entspricht nach Formel (3) einer Energie von

$$E_2 = (7,67 \pm 0,19) \text{ MeV}.$$

Die Energie aus Tab. 2 ist in Abb. 5 gegen die effektive Länge aufgetragen.

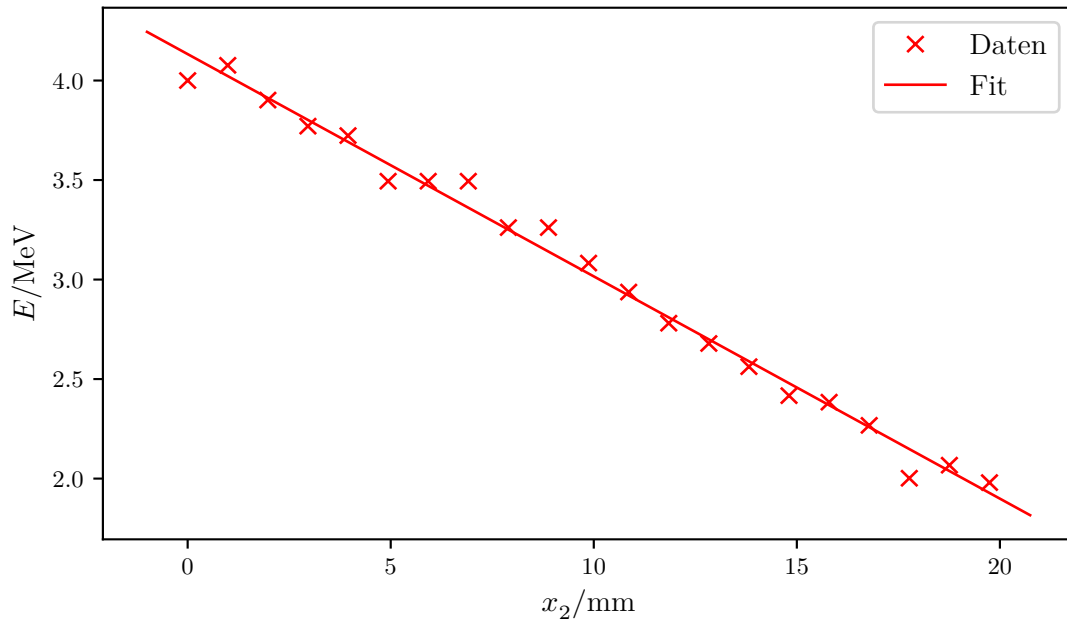


Abbildung 5: Die Energie ist gegen den effektiven Abstand x_2 aufgetragen.

Die Fitparameter der linearen Regression ergeben sich dadurch zu

$$m = -(0,1117 \pm 0,0026) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}},$$

$$n = 4,1327 \text{ MeV}.$$

Daraus lässt sich anhand der Steigung der Energieverlust der Strahlung bestimmen

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_2 = -(0,1117 \pm 0,0026) \frac{\text{MeV}}{\text{mm}}.$$

Die Energie, die sich aus der Steigung und dem y-Abschnitt ergibt, ist

$$E(R_{m,2}) = m \cdot R_{m,2} + n = (5,33 \pm 0,20) \text{ MeV}.$$

5.2 Untersuchung der Statistik des radioaktiven Zerfalls

Die Anzahl der Pulse, die jeweils in 10 s gemessen wurde, sind in Tab. 3 eingetragen.

Tabelle 3: Die Pulse wurden zur Analyse der Statistik des radioaktiven Zerfalls bestimmt.

Pulse	Pulse	Pulse	Pulse	Pulse
4361	4319	4551	4577	4804
4679	4444	4442	4447	4691
4669	4650	4338	4640	4468
4723	4701	4373	4478	4799
4790	4310	4402	4359	4863
4274	4769	4833	4722	4422
4438	4464	4537	4709	4419
4676	4506	4319	4624	4426
4484	4409	4606	4644	4463
4398	4509	4591	4624	4421
4402	4428	4709	4708	4277
4837	4494	4671	4506	4186
4693	4336	4617	4495	4261
4526	4449	4606	4609	4249
4811	4712	4659	4308	4537
4331	4749	4574	4761	4601
4436	4450	4772	4671	4397
4661	4667	4355	4589	4626
4506	4578	4636	4461	4297

Die Zerfallsraten sind in Abb. 6 und Abb. 7 in einem Histogramm aufgetragen. Außerdem ist eine Gauß- und eine Poissonverteilung nach Gleichung (5) und (6) aufgetragen. Bei der Erzeugung der beiden Verteilungen wurde ein Seed von 42 benutzt, um die Auswertung deterministisch zu machen.

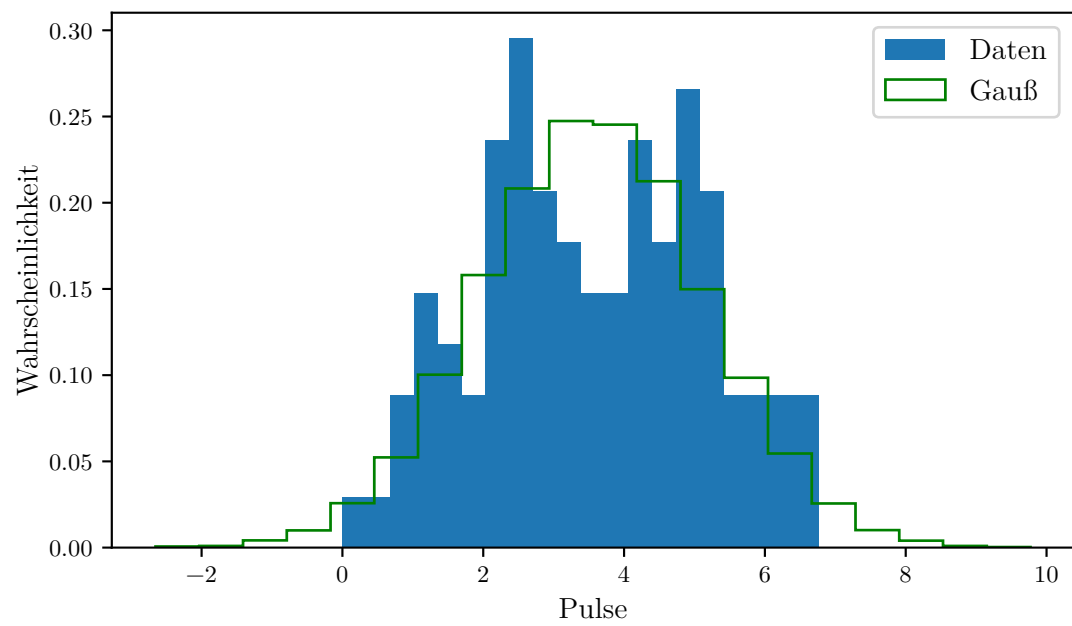


Abbildung 6: Die Daten aus Tab. 3 werden skaliert und eine Gaussverteilung und die Daten werden histogrammiert.

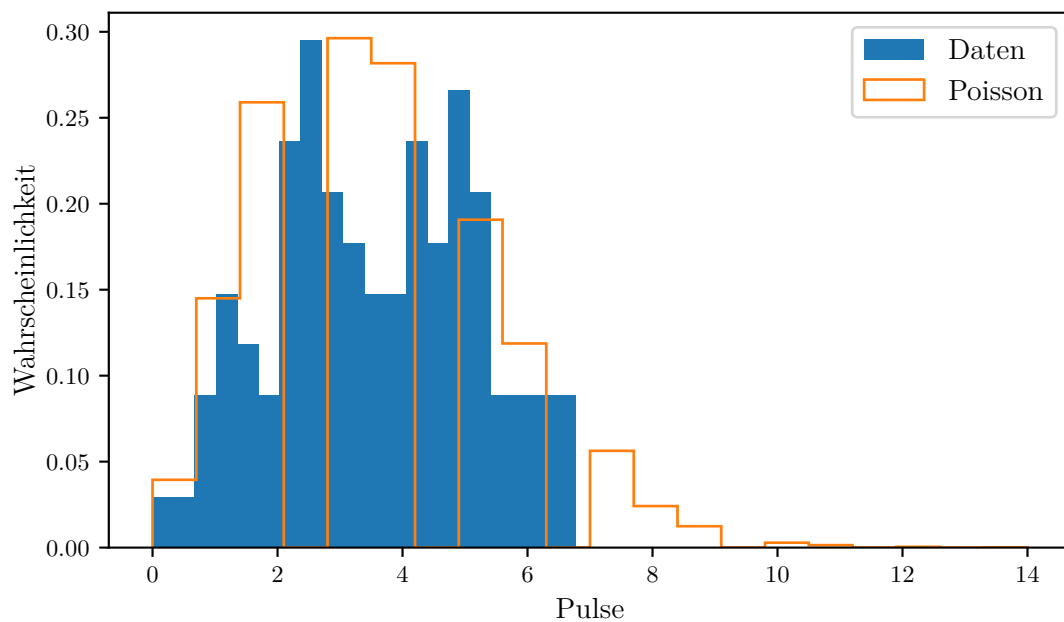


Abbildung 7: Die Daten aus Tab. 3 werden skaliert und eine Poissonverteilung und die Daten werden histogrammiert.

Aus den gemessenen Zählraten lassen sich der Mittelwert μ und die Varianz σ^2 bestimmen:

$$\begin{aligned}\mu &= 4541,6 \\ \sigma^2 &= 25\,065,36.\end{aligned}$$

Die Werte werden skaliert indem der niedrigste gemessene Wert subtrahiert wird und sie durch 100 geteilt werden.

Der neue Mittelwert μ_{Skaliert} und die Varianz $\sigma_{\text{Skaliert}}^2$ bestimmen:

$$\begin{aligned}\mu_{\text{Skaliert}} &= 3,556 \\ \sigma_{\text{Skaliert}}^2 &= 2,507.\end{aligned}$$

6 Diskussion

6.1 Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2,7$ cm

Bei der ersten Messung mit dem Abstand 2,7 cm ergab sich für die Steigung der linearen Ausgleichsrechnung ein relativer Fehler von 0,03 %. Die mittlere Reichweite hat damit einen relativen Fehler von 0,04 % und die somit ermittelte Energie hat dann einen relativen Fehler von 0,03 %. Die durch die Steigung ermittelte Energie weicht von dieser um 12,57 % ab.

Für die Steigung der linearen Regression bei dem Plot mit der Energie ergibt sich ein relativer Fehler von 3,67 %. Somit entspricht dies auch dem relativen Fehler des Energieverlusts der Strahlung.

6.2 Energieverlust bei einem Abstand von $d = 2$ cm

Bei der zweiten Messung mit dem Abstand 2,0 cm ergab sich für die Steigung der linearen Ausgleichsrechnung ein relativer Fehler von 3,67 %. Die mittlere Reichweite hat damit einen relativen Fehler von 3,65 % und die somit ermittelte Energie hat also einen relativen Fehler von 2,48 %. Die durch die Steigung ermittelte Energie weicht von dieser um 30,51 % ab.

Für die Steigung der linearen Regression bei dem Plot mit der Energie ergibt sich ein relativer Fehler von 2,33 %. Somit entspricht dies auch dem relativen Fehler des Energieverlusts der Strahlung.

6.3 Vergleich beider Messungen

Die Reichweiten der ersten und zweiten Messung haben eine relative Abweichung von 65,49 %. Die sich daraus ergebenden Energien haben eine relative Abweichung von 50,82 %. Die über die Steigung bestimmten Energien weichen um 38,12 % voneinander ab.

6.4 Statistik des radioaktiven Zerfalls

Der Fehler des Mittelwerts liegt bei 3,49 %. Die zufällig erzeugten Gauß- und Poisson-Verteilungen sehen der gemessenen Verteilung nicht wirklich ähnlich. Sie sind alle auf eine Höhe normiert. Was aber auffällt, ist, dass in der Mitte der gemessenen Werte eine Lücke vorhanden ist, die genau von der Poisson-Verteilung ausgefüllt wird. Insofern passt die Poisson-Verteilung nicht gut auf das gemessene Ergebnis. Die Gauß-Verteilung passt auch nicht besser, denn sie hat auch nicht die charakteristische Lücke, die unsere Verteilung in der Nähe des Erwartungswertes aufweist.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch V701 - Reichweite von Alphastrahlung*. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Alpha.pdf>.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.