V353 - Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.11.2018, Abgabe: 20.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

In diesem Versuch soll das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises untesucht und ausgewertet werden.

2 Theorie

2.1 Bestimmung der Zeitkonstante

Die Zeitkonstante RC kann durch die Messung des Auflade- bzw. Entladevorgangs eines Kondensators bestimmt werden. Der Aufladevorgang eines Kondensators mit Kapazität C, der über einen Widerstand R mit der Spannung U_0 verbunden ist, wird durch die Gleichung

$$U(t) = U_0(1 - \mathbf{exp}(-\frac{t}{RC}))$$

beschrieben. Der Vorgang wird durch die Spannung U zum Zeitpunkt t dargestellt. Auf dieselbe Art und Weise wird der Entladevorgang durch

$$U(t) = U_0\mathbf{exp}(-\frac{t}{RC})$$

beschrieben. Die Zeitkonstante wird anhand der Steigung einer linearen Regression bestimmt. Die negative logarithmierte Kondensatorspannung wird gegen die Zeit aufgetragen. Die Steigung bei der linearen Regression ist

$$m = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2}. \tag{1}$$

Da die Steigung

$$m = \frac{1}{RC}$$

ist, wird RC bestimmt durch

$$RC = \frac{1}{m} = \frac{\overline{x^2} - \overline{x}^2}{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}. \tag{2}$$

2.2 Bestimmung der Kondensatorspannung

Eine Wechselspannung $U(t)$ wird durch die Formel

$$U(t) = U_0\mathbf{cos}\omega t$$

dargestellt. Dabei ist U_0 die maximale Spannung. $\mathbf{cos}\omega t$ beschreibt die Oszillation um den Nullpunkt in Abhängigkeit von der Frequenz ω und der Zeit t. Mit einer Phasenverschiebung ϕ verschiebt sich die Oszillation der Kondensatorspannung um einen gewissen Wert. Die neue Formel lautet dann

$$U_C(t) = U_0\mathbf{cos}(\omega t + \phi).$$

Ein RC-System setzt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel aus der Spannung U_R des Widerstands und der Spannung U_C des Kondensators zusammen. Es gilt

$$U(t) = U_R(t) + U_C(t).$$

Mit den oberen Gleichungen für $U(t)$, $U_C(t)$ und dem Ohmsche Gesetz, ergibt sich

$$U_0 \mathbf{cos} \omega t = -A(\omega) RC \mathbf{sin}(\omega t + \phi) + A(\omega) \mathbf{cos}(\omega t + \phi),$$

wobei für die Phasenverschiebung

$$\phi(\omega) = \mathbf{arctan}(-\omega RC) \tag{3}$$

gilt. Die Amplitude $A(\omega)$ ist

$$A(\omega) = -\frac{\mathbf{sin}\phi}{\omega RC} U_0. \tag{4}$$

Durch einige Umformungen ergibt sich dann

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}. \tag{5}$$

Dabei wird die Amplitude $A(\omega)$ der Kondensatorspannung durch die Frequenz ω der Erregerspannung beeinflusst. Um die Zeitkonstante RC zu bestimmen, wird wieder eine lineare Regression $y = mx$ durchgeführt. Die Gleichung (5) wird so umgeformt, dass $\frac{1}{RC}$ die Steigung m ist. Für x und y ergeben sich: $x =$ und $y =$. Durch die Steigung der Geraden kann dann RC mittels (2) bestimmt werden.

2.3 Bestimmung der Phasenverschiebung

Die Phasenverschiebung $\phi(\omega)$ lässt sich mit

$$\phi = \frac{a}{T} 2\pi \tag{6}$$

bestimmen. Dabei ist a der Abstand der Nulldurchgänge der Spannung des Kondensators und der Spannung des Generators. T ist die Schwingungsdauer, die durch

$$T = \frac{1}{\omega} \tag{7}$$

gegeben ist. ω ist die Kreisfrequenz. Um die Zeitkonstante zu berechnen, wird eine lineare Regression benötigt. Die Gleichung (3) wird so umgestellt, dass die Steigung $m = \frac{1}{RC}$ ist. Dann ist $x =$ und $y =$. RC kann somit wieder durch (2) bestimmt werden.

2.4 RC-Schwingkreis als Integrator der Spannung U(t)

Ein RC-Schwingkreis kann dazu genutzt werden eine zeitlich veränderliche Spannung $U(t)$ unter bestimmten Bedingungen zu integrieren. Es wird ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Spannung des Kondensators U_C und dem Integral $\int U(t) dt$ festgestellt. Dieser ergibt sich durch

$$U_C(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t U(t') dt'. \tag{8}$$

3 Durchführung

3.1 Messung des Entladevorgangs

Die Zeitkonstante RC wird durch die Messung des Entladevorgangs des Kondensators bestimmt. Mit der in Abb. **??** dargestellten Schaltung wird die am Kondensator gemessene Spannung $U_C(t)$ auf einem Oszilloskop in Abhängigkeit von der Zeit t angezeigt. Dabei muss darauf geachtet werden, dass sich die Spannung $U_C(t)$ innerhalb des Aufzeichnungszeitraums um den Faktor 5 bis 10 ändert. Sobald eine geeignete Kurve auf dem Bildschirm zu erkennen ist, werden mindestens 10 Messwertpaare aufgenommen.

3.2 Messung der Kondensatorspannung

Mittels der Schaltung, die in Abb. **??** dargestellt wird, wird die Amplitude der Kondensatorspannung in Abängigkeit von der Frequenz gemessen. Es werden 15 Wertepaare aufgenommen. Die Amplitude wird dabei in Abhängigkeit von der Frequenz über drei Zehnerpotenzenmhinweg gemessen.

3.3 Messung der Phasenverschiebung

Zur Ermittlung der Phasenverschiebung werden, wie in Abb. **??** dargestellt, die Kondensatorspannung $U_C(t)$ und die Generatorspannung $U_G(t)$ an ein Zweistrahl-Oszilloskop angeschlossen. Dabei wird der Abstand a der Nulldurchgänge der beiden Kurven gemessen. Die Periodendauer T ergibt sich aus der eingestellten Frequenz.

3.4 Nachweis der Integrator-Eigenschaft eines RC-Kreises

Es wird erneut die Schaltung aus Abb.**??** benutzt. Am Sinusgenerator werden nacheinander eine Rechteck-, Sinus- und Dreiecksspannung auf den RC-Kreis gegeben. Dabei werden auf dem Zweikanal-Oszilloskop sowohl die zu integrierende und die integrierte Spannung angezeigt. Von den angezeigten Spannungen werden jeweils Aufnahmen des Bildschirms gespeichert.

4 Auswertung

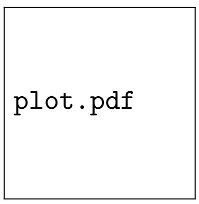

Abbildung 1: Plot

4.1 Bestimmung der Zeitkonstante

Die Werte, die für die Bestimmung der Zeitkonstante RC nötig sind, befinden sich in Tabelle **??**. Die Zeitkonstante berechnet sich mittels Gleichung (2) zu $RC =$.

4.2 4b

Die Kondensatorspannungen in Abhängigkeit von der Frequenz sind in Tabelle **??** dargstellt. Die Zeitkonstante wird wieder durch (2) berechnet. Es ergibt sich $RC =$.

4.3 4c

In Tabelle **??** sind die Abstände der Nulldurchgänge der Spannung des Kondensators und der Spannung des Generators in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Mittels (2) berechnet sich die Zeitkonstante zu $RC =$.

4.4 4d

5 Diskussion

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch 353 zum Literaturverzeichnis.* 2018.

[2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: `http://www.scipy.org/`.

[4] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

[5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://www.numpy.org/`.