

V308 - Spulen und Magnetfelder

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 27.11.2018, Abgabe: 04.12.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
2.1 Allgemeine Grundlagen zu spulenerzeugten Magnetfeldern	3
2.2 Magnetfeld eines Spulenpaares	4
2.3 Ferromagnetismus und die Hysteresekurve	4
3 Durchführung	5
3.1 Magnetfelder von langen und kurzen Spulen	5
3.2 Magnetfelder von Spulenpaare	5
3.3 Hysteresekurve einer Ringspule	6
4 Auswertung	6
4.1 Magnetische Flussdichte einer langen und einer kurzen Spule	6
4.2 Magnetische Flussdichte eines Spulenpaares	10
4.3 Hysteresekurve einer Ringspule mit Luftspalt	15
5 Diskussion	19
Literatur	21

1 Ziel

Ziel dieses Versuchs ist es, die Magnetfelder von verschiedenen Spulen und ihre Eigenschaften zu untersuchen und zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Allgemeine Grundlagen zu spulenerzeugten Magnetfeldern

Die magnetische Flussdichte \mathbf{B} wird durch die Permeabilität μ und die magnetische Feldstärke \mathbf{H} dargestellt. Es gilt die Beziehung

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H}. \quad (1)$$

μ besteht dabei aus der Vakuum-Permeabilität μ_0 und der relativen Permeabilität μ_r , die von der Materie abhängt. Es gilt

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r.$$

Die magnetische Flussdichte im Mittelpunkt einer Spule wird mit der Formel

$$\mathbf{B}(x) = n \cdot \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \hat{\mathbf{x}} \quad (2)$$

beschrieben. Dabei ist R der Radius des Rings, n die Anzahl der Windungen, I die Stromstärke von der die Spule durchflossen wird und x die Position auf der Achse. Der Vektor $\hat{\mathbf{x}}$ ist die normierte Richtungsableitung, wobei hier nur der Betrag des Vektors \mathbf{B} betrachtet wird.

Bei einer langen Spule (Solenoid) ist die magnetische Flussdichte in der Mitte der Spule konstant. Außerhalb der Spule ist der magnetische Fluss inhomogen. Das innere Feld ist antiproportional zur Länge l der Spule und proportional zur Anzahl der Windungen n und zum Strom I , der durch die Spule fließt. Es gilt die Beziehung

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{l} I. \quad (3)$$

Wird dieser Solenoid zu einem Ring mit Radius r_R gebogen, verschwinden die Randeffekte und das Feld außerhalb des Rings wird null. Im Inneren gilt

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{n}{2\pi r_R} I. \quad (4)$$

Wegen Gleichung (1) muss für das H -Feld gelten:

$$H = \frac{n}{2\pi r_R} I. \quad (5)$$

2.2 Magnetfeld eines Spulenpaares

Ein Helmholtz-Spulenpaar hat ein annähernd homogenes Magnetfeld im Innern der zwei Spulen (s. Abb 1). Der Abstand der Spulen entspricht bei einem Helmholtz-Spulenpaar den Radien der Spulen. Die magnetische Flussdichte im Mittelpunkt eines allgemeinen Spulenpaares ist durch

$$B(0) = B_n(x) + B_n(-x) = n \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad (6)$$

gegeben.

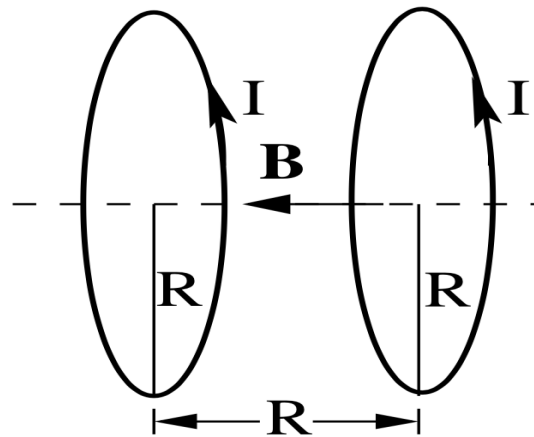


Abbildung 1: Aufbau eines Helmholtz-Spulenpaares. Der Abstand der Spulen entspricht den Radien der Spulen.

2.3 Ferromagnetismus und die Hysteresekurve

Ferromagnetische Materialien besitzen ohne äußere Magnetfelder ein permanentes magnetisches Moment. Sie richten sich in einzelnen Bereichen parallel zueinander aus. Man nennt diese Bereiche Weiß'sche Bezirke. Im unmagnetischen Zustand ist die Ausrichtung der Bereiche statistisch verteilt. Ein äußeres Magnetfeld sorgt für eine Änderung der Richtung der magnetischen Momente und vergrößert somit die Weiß'schen Bereiche.

Die relative Permeabilität μ_r ist in ferromagnetischen Materialien sehr hoch und ist nicht mehr linear proportional zur magnetischen Flussdichte. Die Abhängigkeit kann durch eine Hysteresekurve dargestellt werden. Dabei sind die Achsen das B - und das H -Feld. In der Kurve lassen sich verschiedene markante Punkte erkennen. Ohne äußeres Magnetfeld gilt $B = H = 0$. Wird ein Magnetfeld angelegt, steigt die Magnetisierung an, bis ein Sättigungswert B_S bei H_S erreicht wird. Der Kurvenverlauf dorthin wird Neukurve (1) genannt. Wird das äußere Magnetfeld verringert, bilden sich Bereiche mit entgegengesetzter Magnetisierung. So bleibt, wenn das äußere Magnetfeld abgeschaltet wird, eine Restmagnetisierung B_r , genannt Remanenz, bestehen. Ein Gegenfeld H kann diese Ausrichtungen wieder aufheben (2), sodass die magnetische Flussdichte beim

erreichen der sogenannten Koerzitivkraft H_C Null wird. Wenn dieses Feld noch weiter erhöht wird, wird die magnetische Flussdichte in dem Stoff negativ und erreicht den Sättigungswert $-B_S$. Wird das äußere Magnetfeld wieder umgekehrt (3), entsteht eine zum Ursprung punktsymmetrische Kurve, welche Hysteresekurve genannt wird. Hysteresekurven verschiedener Stoffe unterscheiden sich je nach Materialeigenschaften in der Schärfe bzw. Breite.

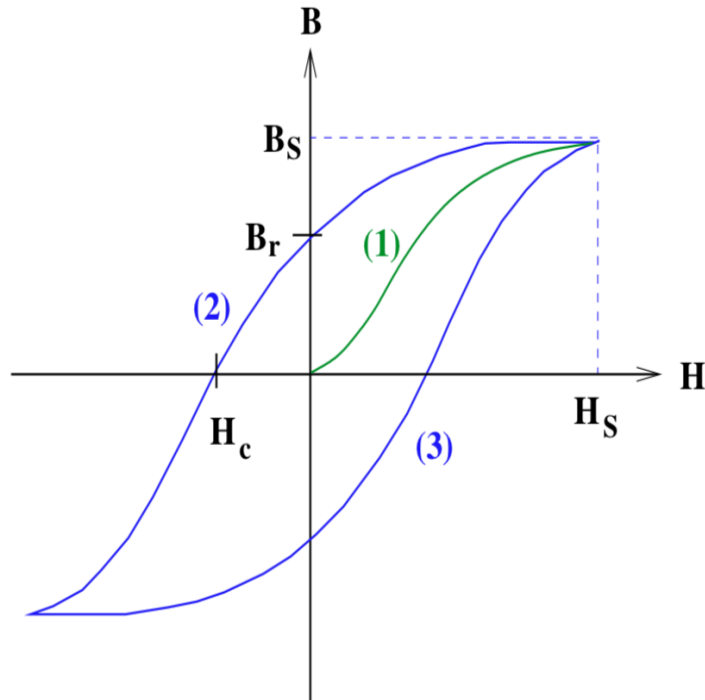


Abbildung 2: Allgemeine Hysteresekurve. Eingezeichnet sind der Sättigungswert B_S sowie H_S , die Remanenz B_r und die Koerzitivkraft H_c .

3 Durchführung

3.1 Magnetfelder von langen und kurzen Spulen

Im ersten Teil des Versuchs wird eine lange Spule an ein Netzgerät angeschlossen. Anschließend wird die Stromstärke eingestellt. Die Werte werden mittels einer longitudinalen Hall-Sonde innerhalb und außerhalb der Spule gemessen. Danach wird dieselbe Messung mit einer kurzen Spule wiederholt.

3.2 Magnetfelder von Spulenpaare

Es wird das Magnetfeld eines in Reihe geschalteten Spulenpaares gemessen. Dabei wird der Abstand der Spulen zunächst so gewählt, dass dieser den Radien der Spule entspricht.

Es handelt sich also um ein Helmholtz-Spulenpaar. Es wird eine Stromstärke von $I = 4\text{ A}$ eingestellt. Das Magnetfeld wird mittels einer transversalen Hall-Sonde innerhalb und außerhalb des Spulenpaares an verschiedenen Positionen auf der x -Achse gemessen. Anschließend wird der Abstand der Spulen auf den Durchmesser der Spulen erhöht. Die Stromstärke wird zuerst auf $I = 4\text{ A}$ eingestellt. Die magnetische Flussdichte wird mit der transversalen Hall-Sonde innerhalb und außerhalb des Spulenpaares gemessen. Die gleiche Messung wird mit einer Stromstärke von $I = 3\text{ A}$ wiederholt.

3.3 Hysteresekurve einer Ringspule

Die Ringspule hat einen Luftspalt. Mit einer transversalen Hall-Sonde wird die magnetische Flussdichte der Ringspule in Abhängigkeit vom Spulenstrom in dem Luftspalt gemessen. Die Stromstärke wird von 0 auf 10 A erhöht. Anschließend wird I nach und nach auf -10 A verringert. Danach wird die Stromstärke von -10 auf 10 A erhöht.

4 Auswertung

Für die Auswertung wird Python, im Speziellen Matplotlib [2], SciPy [3] und NumPy [5] verwendet.

4.1 Magnetische Flussdichte einer langen und einer kurzen Spule

Die verwendete lange Spule hat $n = 300$ Windungen, eine Länge von $L = 16,5\text{ cm}$ und einen Durchmesser von $D = 4,1\text{ cm}$. Die Werte der magnetischen Flussdichte an den Positionen x inner- und außerhalb der langen Spule befinden sich in den folgenden Tabellen. Die Werte vor der Spule sind in Tabelle 1. Die Werte im Inneren der Spule sind in Tabelle 2. Die Werte hinter der Spule befinden sich in Tabelle 3. Dieselben Werte sind in Abbildung 3 gegeneinander aufgetragen.

Tabelle 1: Der magnetische Fluss B an verschiedenen Stellen x vor der langen Spule.

$B/\text{ mT}$	$x/\text{ cm}$
0,382	0,000
0,505	0,500
0,744	1,000
0,959	1,500
1,350	2,000
1,544	2,500
1,762	3,000
1,928	3,500
2,024	4,000
2,093	4,500
2,138	5,000

Tabelle 2: Der magnetische Fluss B an verschiedenen Stellen x in der langen Spule.

$B/ \text{ mT}$	$x/ \text{ cm}$
2,203	6,000
2,224	6,500
2,238	7,000
2,248	7,500
2,256	8,000
2,262	8,500
2,265	9,000
2,266	9,500
2,264	10,000
2,256	10,500
2,252	11,000
2,247	11,500
2,241	12,000
2,231	12,500
2,219	13,000
2,221	13,500
2,222	14,000
2,220	14,500
2,216	15,000
2,212	15,500
2,238	16,000
2,245	16,500
2,223	17,000
2,209	17,500
2,187	18,000
2,152	18,500
2,088	19,000
2,000	19,500
1,874	20,000
1,673	20,500

Tabelle 3: Der magnetische Fluss B an verschiedenen Stellen x hinter der langen Spule.

$B/ \text{ mT}$	$x/ \text{ cm}$
1,151	21,500
0,820	22,000
0,575	22,500
0,416	23,000
0,303	23,500

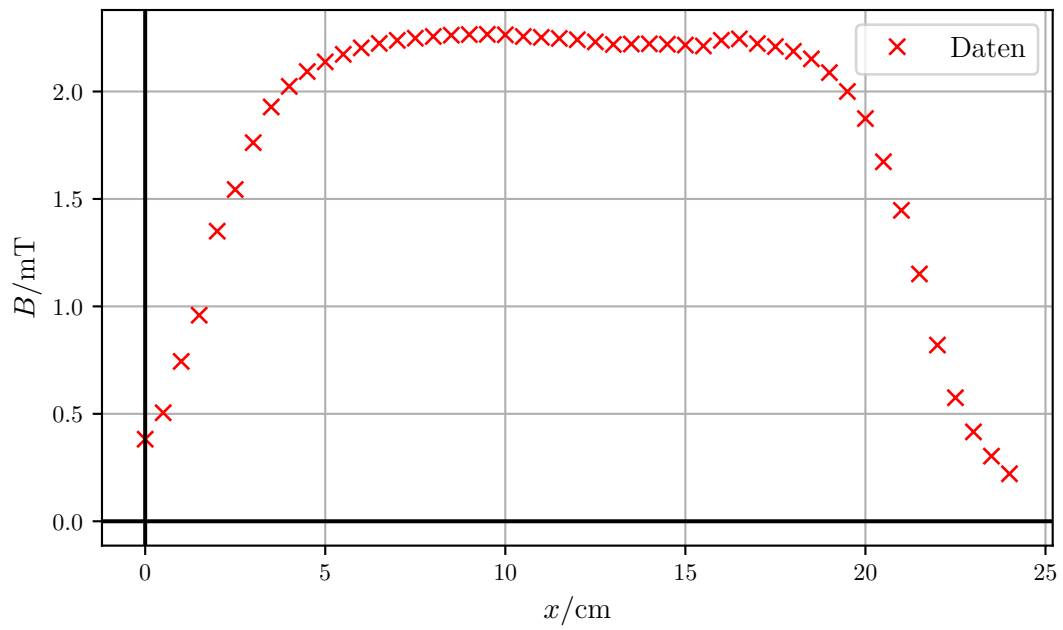


Abbildung 3: Die magnetische Flussdichte B ist gegen die Position x inner- und außerhalb der langen Spule aufgetragen.

Der experimentell ermittelte Wert für die magnetische Flussdichte der langen Spule ergibt sich also zu

$$B_{lang,exp} = 2,188 \text{ mT}.$$

Der mittels Gleichung (3) ermittelte Wert für das B -Feld beträgt

$$B_{lang,theo} = 2,356 \text{ mT}.$$

Die kurze Spule hat $n = 100$ Windungen, eine Länge von $l = 5,5\text{ cm}$ und einen Durchmesser von $d = 4,1\text{ cm}$. In Tabelle 4 sind die Werte des magnetischen Flusses B an verschiedenen Stellen x aufgelistet. Die Werte aus Tabelle 4 sind in Abbildung 4 gegeneinander aufgetragen.

Tabelle 4: Der magnetische Fluss B an verschiedenen Stellen x in der kurzen Spule.

$B/\text{ mT}$	$x/\text{ cm}$
0,231	0,000
0,325	0,500
0,475	1,000
0,670	1,500
0,940	2,000
1,200	2,500
1,455	3,000
1,677	3,500
1,821	4,000
1,901	4,500
1,928	5,000
1,902	5,500
1,844	6,000
1,725	6,500
1,530	7,000
1,181	7,500
0,863	8,000
0,486	8,500
0,350	9,000
0,255	9,500
0,198	10,000

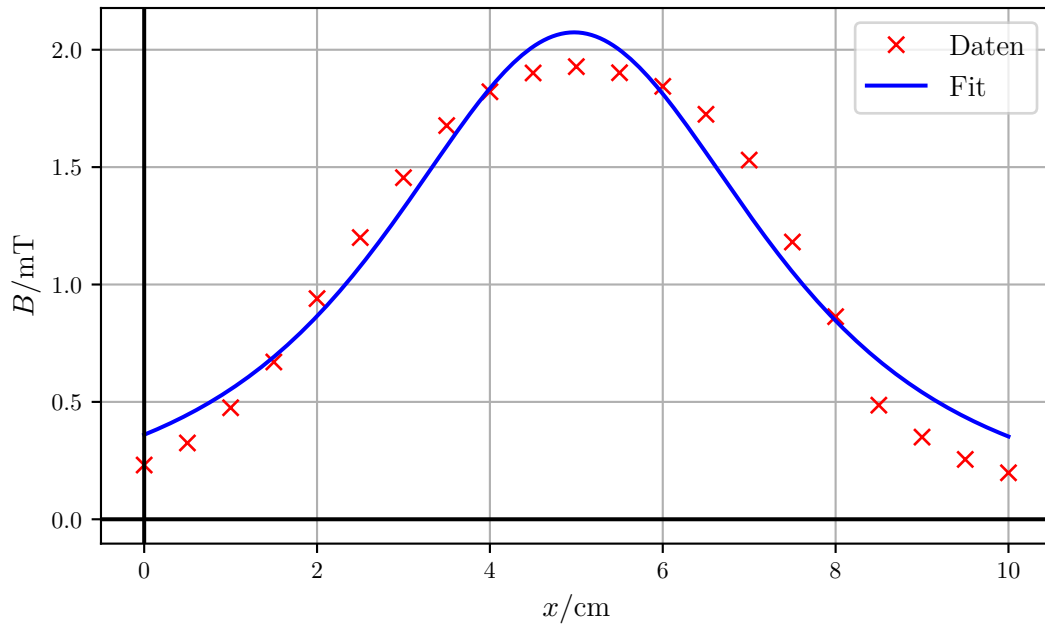


Abbildung 4: Die magnetische Flussdichte B ist gegen die Position x inner- und außerhalb der kurzen Spule aufgetragen.

Für die maximale magnetische Flussdichte ergibt sich

$$B_{kurz,exp} = 1,8 \text{ mT}.$$

Die theoretisch errechnete maximale magnetische Flussdichte ergibt sich mit Gleichung (2) zu

$$B_{kurz,theo} = 3,1 \text{ mT}.$$

4.2 Magnetische Flussdichte eines Spulenpaares

Die einzelnen Spulen des gegebenen Spulenpaares haben jeweils eine Windungszahl von $n_{Spule} = 100$. Der mittlere Spulendurchmesser beträgt $d_{Spule} = 12,5 \text{ cm}$. Die Spulenbreite ist jeweils $b_{Spule} = 3,3 \text{ cm}$.

Zunächst wird der Abstand der beiden Spulen so festgelegt, dass er den Radien der Spulen entspricht. Es handelt sich um ein Helmholtz-Spulenpaar. Es wird eine Stromstärke von $I = 4 \text{ A}$ für die Messung eingestellt. Die Werte des magnetischen Flusses an verschiedenen Stellen x sind in Tabelle 5 aufgelistet. Dabei wird inner- und außerhalb der Spulen gemessen. Dieselben Werte sind in Abbildung 5 gegeneinander aufgetragen.

Tabelle 5: Der magnetische Fluss B an verschiedenen Stellen x in- und außerhalb des Spulenpaares bei einem Abstand von 6,25 cm und einem Strom I von 4 A.

B/mT	x/cm
5,646	0,700
5,635	0,800
5,632	0,900
5,631	1,000
5,629	1,100
5,627	1,200
5,621	1,300
3,776	6,600
3,750	6,700
3,700	6,800
3,662	6,900
3,583	7,000
3,524	7,100
3,464	7,200
3,396	7,300

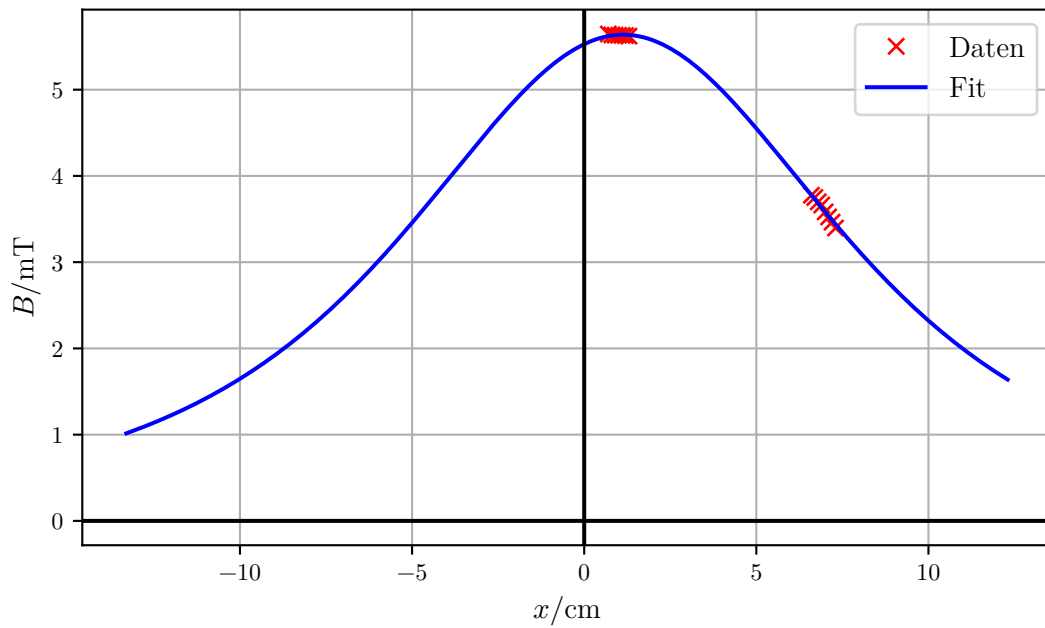


Abbildung 5: Die magnetische Flussdichte B ist gegen die Position x inner- und außerhalb des Helmholtz-Spulenpaares für eine Stromstärke von 4 A aufgetragen.

Der experimentelle Wert für die magnetische Flussdichte des Helmholtz-Spulenpaares ist also

$$B_{1,exp} = 5,6 \text{ mT}.$$

Der mit Gleichung (6) errechnete theoretische Wert ist

$$B_{1,theo} = 3,7 \text{ mT}.$$

Der Abstand der Spulen wird im nächsten Messabschnitt auf den Durchmesser der Spulen erhöht. Die eingestellte Stromstärke ist, wie im ersten Teil, $I = 4 \text{ A}$. Die magnetische Flussdichte an verschiedenen Stellen x ist in Tabelle 6 dargestellt. Diese Werte sind in Abbildung 6 gegeneinander aufgetragen.

Tabelle 6: Der magnetische Fluss B an verschiedenen Stellen x in- und außerhalb des Spulenpaares bei einem Abstand von 12,5 cm und einem Strom I von 4 A.

$B/ \text{ mT}$	$x/ \text{ cm}$
2,920	1,000
2,787	1,500
2,674	2,000
2,587	2,500
2,522	3,000
2,480	3,500
2,467	4,000
2,481	4,500
2,525	5,000
2,590	5,500
2,669	6,000
2,784	6,500
2,943	7,000
3,035	7,500
2,454	13,000
2,111	13,500
1,894	14,000
1,534	14,500
1,386	15,000

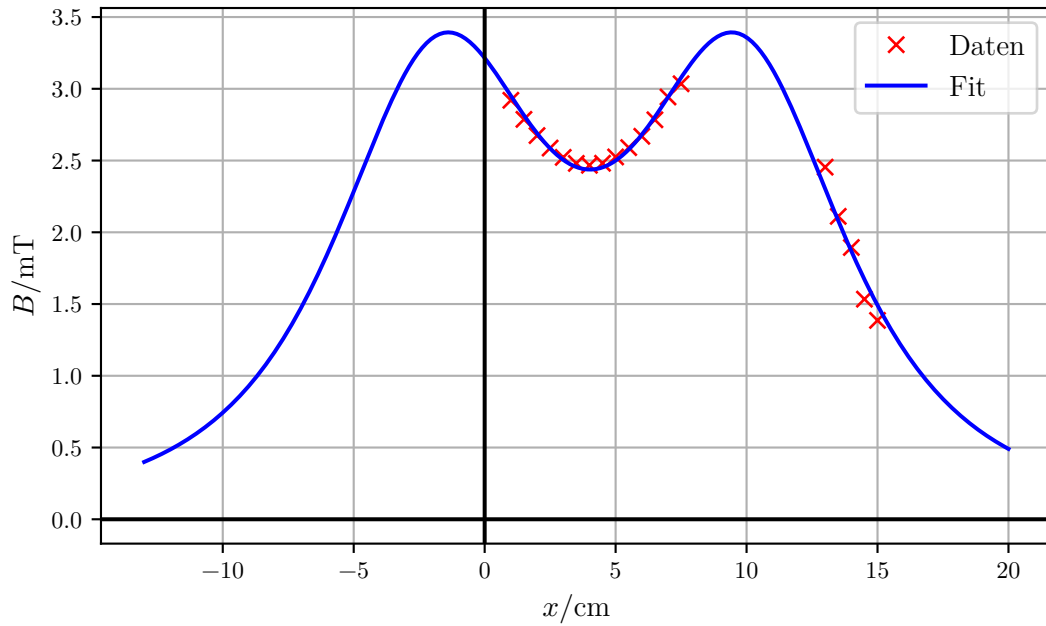


Abbildung 6: Die magnetische Flussdichte B ist gegen die Position x inner- und außerhalb des Spulenpaares mit einem Abstand, der gleich dem Durchmesser der Spulen ist, und einer Stromstärke von 4 A aufgetragen.

Der experimentell ermittelte Wert für das B -Feld des Spulenpaares bei einem Abstand, der gleich dem Durchmesser der Spulen ist, und gleicher Stromstärke wie zuvor ist

$$B_{2,exp} = 2,5 \text{ mT.}$$

Der mittels (6) berechnete zugehörige theoretische Wert ist

$$B_{2,theo} = 2,8 \text{ mT.}$$

Zuletzt wird die angelegte Stromstärke verändert. Der Abstand der Spulen bleibt unverändert der Durchmesser der Spulen. Die verwendete Stromstärke ist $I = 3 \text{ A}$. Der magnetische Fluss an den Positionen x inner- und außerhalb der Spulen findet sich in Tabelle 7. Diese Werte sind in Abbildung 7 gegeneinander aufgetragen.

Tabelle 7: Der magnetische Fluss B an verschiedenen Stellen x in- und außerhalb des Spulenpaares bei einem Abstand von 12,5 cm und einem Strom I von 3 A.

$B/$ mT	$x/$ cm
2,637	1,000
2,536	1,500
2,444	2,000
2,362	2,500
2,304	3,000
2,269	3,500
2,256	4,000
2,268	4,500
2,306	5,000
2,370	5,500
2,446	6,000
2,552	6,500
2,657	7,000
2,773	7,500
2,420	13,000
2,265	13,500
2,065	14,000
1,887	14,500
1,702	15,000
1,531	15,500

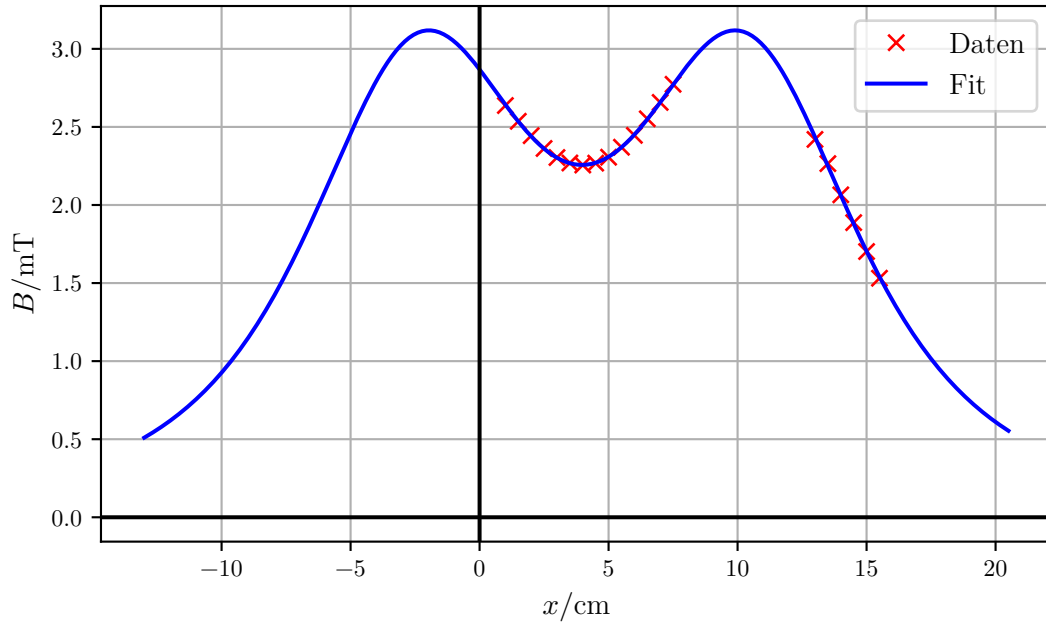


Abbildung 7: Die magnetische Flussdichte B ist gegen die Position x inner- und außerhalb des Spulenpaares mit einem Abstand, der gleich dem Durchmesser der Spulen ist, und einer Stromstärke von 3 A aufgetragen.

Der experimentelle Wert für das B -Feld des Spulenpaares mit Abstand d_{Spule} und einer Stromstärke von $I = 3$ A ist

$$B_{3,exp} = 2,25 \text{ mT.}$$

Der durch Gleichung (6) berechnete Theoriewert lautet

$$B_{3,theo} = 2,11 \text{ mT.}$$

4.3 Hysteresekurve einer Ringspule mit Luftspalt

Die Windungszahl der Ringspule beträgt $n_{Ring} = 595$. Die Breite des Luftspalts ist $d_{Spalt} = 3$ mm.

Der magnetische Fluss B der Ringspule wird im Luftspalt des Rings gemessen. In den folgenden Tabellen befinden sich die Werte des magnetischen Flusses für verschiedene eingestellte Stromstärken. In Tabelle 8 befinden sich die Werte des magnetischen Flusses für verschiedene eingestellte Stromstärken, die zur Erzeugung der Neukurve führen. In Tabelle 10 sind die restlichen Werte dargestellt.

In den Tabellen 9 und 11 sind dieselben Werte der magnetischen Flussdichten zu finden. Diese sind statt gegen I nun gegen H dargestellt, um eine Hysteresekurve zu erhalten. Die Umrechnung von I nach H erfolgt mittels Gleichung (5).

Diese Werte für den magnetischen Fluss in Abhängigkeit vom H -Feld sind in Abbildung 8 gegen die Stromstärke aufgetragen.

Tabelle 8: Der magnetische Fluss B des gemessenen Magnetfelds gegen den Strom I des erzeugenden Magnetfelds, Neukurve.

$B/ \text{ mT}$	$I/ \text{ A}$
0,0	0,0
111,2	1,0
273,5	2,0
397,8	3,0
479,9	4,0
537,9	5,0
585,1	6,0
621,8	7,0
653,1	8,0
679,9	9,0
704,3	10,0

Tabelle 9: Der magnetische Fluss B des gemessenen Magnetfelds gegen das erzeugende H-Feld, Neukurve.

$B/ \text{ mT}$	$H/ \text{ A/m}$
0,0	0,0
111,2	728,4
273,5	1456,9
397,8	2185,3
479,9	2913,8
537,9	3642,2
585,1	4370,6
621,8	5099,1
653,1	5827,5
679,9	6556,0
704,3	7284,4

Tabelle 10: Der magnetische Fluss B des gemessenen Magnetfelds gegen den Strom I des erzeugenden Magnetfelds.

$B/\text{ mT}$	$I/\text{ A}$
689,1	9,0
671,7	8,0
651,9	7,0
627,7	6,0
600,7	5,0
565,1	4,0
519,2	3,0
455,4	2,0
326,2	1,0
122,8	0,0
-82,1	-1,0
-256,3	-2,0
-391,4	-3,0
-479,6	-4,0
-536,9	-5,0
-582,8	-6,0
-619,5	-7,0
-649,6	-8,0
-678,1	-9,0
-702,7	-10,0
-687,8	-9,0
-669,6	-8,0
-650,1	-7,0
-627,4	-6,0
-599,7	-5,0
-564,2	-4,0
-519,6	-3,0
-452,3	-2,0
-320,6	-1,0
-123,3	0,0
78,4	1,0
258,9	2,0
391,9	3,0
479,0	4,0
537,6	5,0
585,0	6,0
620,1	7,0
650,1	8,0
678,7	9,0

Tabelle 11: Der magnetische Fluss B des gemessenen Magnetfelds gegen das erzeugende H-Feld.

$B/ \text{ mT}$	$H/ \text{ A/m}$
689,1	6556,0
671,7	5827,5
651,9	5099,1
627,7	4370,6
600,7	3642,2
565,1	2913,8
519,2	2185,3
455,4	1456,9
326,2	728,4
122,8	0,0
-82,1	-728,4
-256,3	-1456,9
-391,4	-2185,3
-479,6	-2913,8
-536,9	-3642,2
-582,8	-4370,6
-619,5	-5099,1
-649,6	-5827,5
-678,1	-6556,0
-702,7	-7284,4
-687,8	-6556,0
-669,6	-5827,5
-650,1	-5099,1
-627,4	-4370,6
-599,7	-3642,2
-564,2	-2913,8
-519,6	-2185,3
-452,3	-1456,9
-320,6	-728,4
-123,3	0,0
78,4	728,4
258,9	1456,9
391,9	2185,3
479,0	2913,8
537,6	3642,2
585,0	4370,6
620,1	5099,1
650,1	5827,5
678,7	6556,0

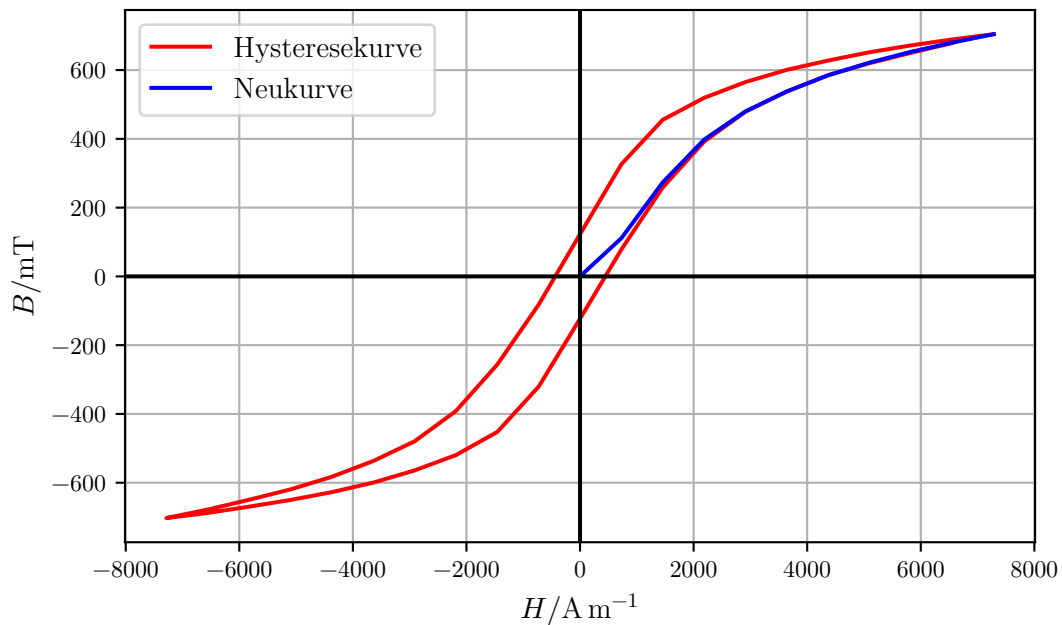


Abbildung 8: Die magnetische Flussdichte B ist gegen die magnetische Feldstärke H aufgetragen. Bei keinem angelegten Strom ist der magnetische Fluss gleich Null. Bei Erhöhung der Stromstärke entsteht die Neukurve, bis ein Sättigungswert B_S (Maximum) erreicht wird. Beim Abschalten des Stroms bleibt eine Restmagnetisierung, die Remanenz B_r (y-Achsenabschnitt), zurück. Ein Gegenfeld H_c , Koerzitivfeld, hebt diese Magnetisierung wieder auf (Schnittpunkt mit der x-Achse). Durch Erhöhung der Stromstärke entsteht eine Hysteresekurve.

Aus der grafischen Darstellung lassen sich verschiedene Faktoren wie die Sättigungsmagnetisierung B_S , die Remanenz B_r und die Koerzitivkraft H_c ablesen. Die Sättigungsmagnetisierung ist das Maximum der gemessenen Werte für die magnetische Flussdichte: $B_S = 704,3 \text{ mT}$. Die Remanenz ist der obere Schnittpunkt mit der y -Achse. Bestimmt man diesen aus der Grafik, ist die Remanenz also $B_r = 122,8 \text{ mT}$. Die eingestellte Stromstärke an der Stelle der Koerzitivkraft H_c ist $I = 437,06 \text{ A/m}$.

5 Diskussion

Die lange Spule hat einen maximalen Wert von $2,19 \text{ mT}$. Der theoretisch berechnete Wert liegt bei $2,36 \text{ mT}$ und hat somit eine relative Abweichung von $7,2 \%$. Ansonsten entsprechen die beobachteten Messungen dem Bild, dass zu erwarten war.

Bei der kurzen Spule passen der Theoriewert im Maximum und die experimentell gemessene Kurve nicht sonderlich gut zusammen. Die Abweichung im Hochpunkt liegt bei 40% , was recht viel ist.

Das Spulenpaar, als Helmholtzspule, passt ebenfalls nicht zum Theoriewert. Der relative Fehler des Maximums in der Mitte des Paares liegt bei einem Wert von 55,5 %. Bei einem Strom von 4 A liegt die relative Abweichung in der Mitte des Paares bei 10,71 %. Bei der dritten Messung wurde ein relativer Fehler von 6,84 % festgestellt. Somit liegen alle Fehler in einem Bereich von 5 % bis 60 %, was relativ viel ist. Grund dafür könnte die etwas wackelige Apparatur gewesen sein. Außerdem musste die Hall-Sonde immer exakt gleich ausgerichtet sein. Drehte man sie nur leicht, änderten sich die gemessenen Werte bereits extrem.

Vermutlich war die Hallsonde bei der Messung der kurzen Spule und der ersten Messung des Spulenpaares nicht ganz senkrecht, wodurch die starke Abweichung zu den Theoriewerten entstanden ist.

Die Magnetisierung funktionierte recht gut. Die Hysteresekurve sieht genauso aus, wie sie zu erwarten war.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 308 - Spulen und Magnetfelder*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Magnetfeld.pdf>.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.