V207 - Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 20.12.2018, Abgabe: 08.01.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

Das Ziel dieses Versuchs ist es, die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität von destilliertem Wasser mittels Kugelfall-Viskosimeter zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Dynamische Viskosität

Ein Körper, der sich in einer Flüssigkeit bewegt, wird von verschiedenen Kräften beeinflusst. Es wirken die Reibungskraft, die Schwerkraft und die Auftriebskraft. Die Reibungskraft hängt dabei von verschiedenen Faktoren ab: Von der Berührungsfläche A, der Geschwindigkeit v und der sogenannten dynamischen Viskosität η. Diese ist eine Materialkonstante der Flüssigkeit und hängt stark von der Temperatur dieser Flüssigkeit ab.

Mit dem Kugelfallviskosimeter lässt sich diese Viskosität bestimmen. Dafür wird eine Kugel in einer Flüssigkeit, deren Ausdehnung hinreichend groß ist, damit sich keine Wirbel bilden, fallen gelassen. Die Stokes'sche Reibung lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$F_R = 6\,\pi\,\eta\,v\,r.$$

Beim Fallen nimmt die Reibung mit zunehmender Geschwindigkeit immer weiter zu, bis sich ein Kräftegleichgewicht einstellt. Die Reibungs- und Auftriebskraft wirken entgegen der Schwerkraft. Die Viskosität η lässt sich aus der Fallzeit t, der Dichte der Flüssigkeit $\rho_F l$ und der Dichte der Kugel ρ_K bestimmen. Der Proportionalitätsfaktor K ist eine Apparaturkonstante und enthält sowohl die Höhe, als auch die Kugelgeometrie. Es gilt:

$$\eta = K(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t. \tag{1}$$

Die Apparaturkonstante K kann also folgendermaßen bestimmt werden:

$$K = \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_{Fl}) \cdot t}. \tag{2}$$

Die Dichte einer Kugel lässt sich mit dem Durchmesser d und der Masse m durch

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3} \tag{3}$$

bestimmen. Die Temperaturabhängigkeit der Viskosität lässt sich mit der Andradeschen Gleichung beschreiben:

$$\eta(T) = Aexp\left(\frac{B}{T}\right). \tag{4}$$

A und B sind hier Konstanten.

2.2 Reynoldszahlen

Die Reynoldszahlen geben das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften an:

$$Re = \frac{\rho\, v\, x}{\eta}.$$

Mit der Fallgeschwindigkeit

$$v = \frac{x}{t} \tag{5}$$

werden die Reynoldszahlen mittels

$$Re = \frac{\rho\, x^2}{\eta\, t}. \tag{6}$$

berechnet.

3 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Stichprobe von N Werten wird durch

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i \tag{7}$$

bestimmt.
Die Standardabweichung der Stichprobe wird berechnet mit:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2}.$$

Der realtive Fehler zwischen zwei Werten kann durch

$$\frac{a-b}{a}$$

bestimmt werden.
Für die Auswertung werden matplotlib [2], NumPy [5] und SciPy [3] benutzt.

4 Durchführung

4.1 Messen der Falldauern der Kugeln im Viskosimeter

Beim Kugelfallviskosimeter nach Höppler (Abb. 1) wird die Kugel in einem Rohr, dessen Radius nur geringfügig größer ist als der Radius der Kugel, fallen gelassen. Mithilfe der Libelle wird das Viskosimeter justiert, falls es nicht gerade steht.

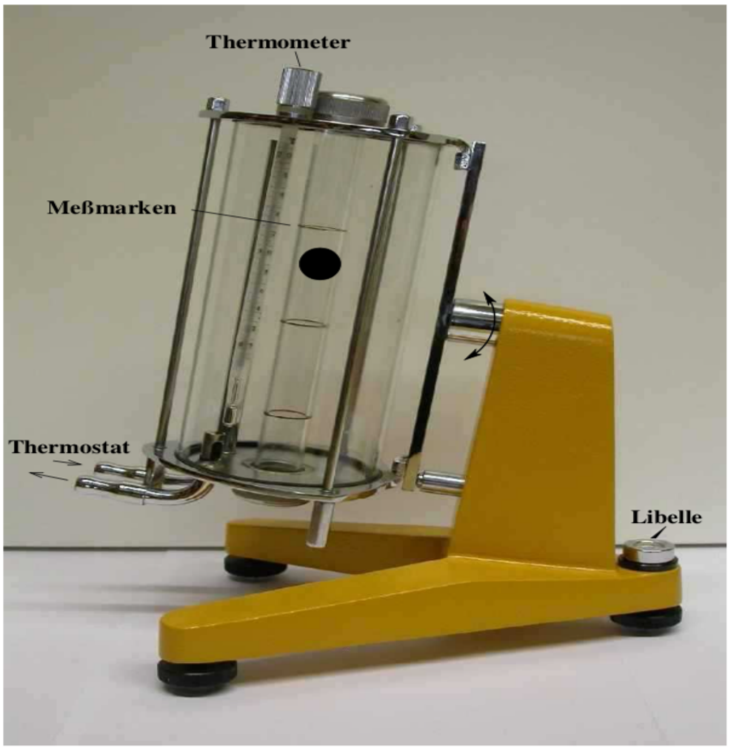

Abbildung 1: Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler. In dem Rohr im Inneren des Wasserbads befindet sich destilliertes Wasser. Die Kugel wird in dem Rohr fallen gelassen. Durch das Thermostat kann die Temperatur des Wasserbads eingestellt werden.

Das Viskosimeter wird mit destilliertem Wasser gefüllt, wobei darauf geachtet wird, dass sich keine Luftblasen an der Rohrwand oder an der Kugel befinden. Da beim senkrechten Fall Wirbel entstehen könnten und die Kugel unkontrolliert an die Rohrwand stoßen würde, wird das Fallrohr um einen kleinen Winkel gekippt. Die Kugel kann an der Rohrwand heruntergleiten.
Zunächst wird die Dichte der großen und kleinen Glaskugel aus der Masse und dem Volumen bestimmt. Anschließend werden jeweils zehn Fallzeiten für die kleine und die große Kugel bei Raumtemperatur mit einer Stoppuhr gemessen. Es wird die Zeit gemessen, die die Kugel nach Überschreiten der ersten Markierung bis zum Überschreiten der letzten Markierung braucht. Wenn die Kugel die untere Markierung überschreitet, wird das Viskosimeter um 180° gedreht und die Messung wiederholt.

4.2 Messen der Temperaturabhängigkeit der Viskosität von destilliertem Wasser

Als nächstes wird die Temperaturabhängigkeit von destilliertem Wasser bestimmt. Dazu wird das Wasserbad auf 70° aufgeheizt. Die Fallzeit der großen Kugel wird jeweils zwei mal für zehn verschiedene Temperaturen gemessen.

5 Auswertung

5.1 Bestimmung der Apparaturkonstante für die große Kugel

Die Fallstrecke beträgt

$$x = 10\,\mathrm{cm}.$$

Die Masse, der Durchmesser und die Apparaturkonstante der kleinen Kugel sind:

$$m_{\mathrm{klein}} = 3{,}71\,\mathrm{g}$$
$$d_{\mathrm{klein}} = 0{,}0156\,\mathrm{m}$$
$$K_{\mathrm{klein}} = 76{,}4\,\frac{\mathrm{nPa\,m^3}}{\mathrm{kg}}.$$

Die Masse und der Durchmesser der großen Kugel sind:

$$m_{\mathrm{groß}} = 4{,}21\,\mathrm{g}$$
$$d_{\mathrm{groß}} = 0{,}0158\,\mathrm{m}.$$

Die Dichte des destillierten Wassers beträgt

$$\rho_{\mathrm{Fl}} = 998{,}2067\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}.$$

Aus der Masse und dem Volumen der Kugeln ergibt sich jeweils mittels Gleichung (3) die Dichte der Kugel:

$$\rho_{\mathrm{klein}} = 1866{,}39\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}$$
$$\rho_{\mathrm{groß}} = 2038{,}51\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}.$$

Die Falldauern der kleinen und der großen Kugel im Kugelfall-Viskosimeter bei Raumtemperatur befinden sich in Tabelle 1.

Tabelle 1: Die Falldauer der kleinen Kugel und die Falldauer der großen Kugel.

$t_{\mathrm{klein}}/\mathrm{s}$	$t_{\mathrm{groß}}/\mathrm{s}$
11,6	65,5
11,6	65,7
11,6	64,9
11,7	64,8
11,6	65,3
11,9	65,5
11,5	64,9
11,6	65,4
11,7	65,2
11,8	64,9

Für die mittleren Falldauern ergibt sich mit Gleichung (7)

$$t_{\text{klein}} = (11{,}66 \pm 0{,}10)\,\text{s}$$
$$t_{\text{groß}} = (65{,}21 \pm 0{,}30)\,\text{s}.$$

Mit Gleichung (1) berechnet sich die Viskosität mit K_{klein}, ρ_{klein} und t_{klein} zu

$$\eta = (77{,}3 \pm 0{,}7)\,\text{mPa}\,\text{s}.$$

Mit diesem Wert folgt für die Apparaturkonstante $K_{\text{groß}}$ mittels Gleichung (2)

$$K_{\text{groß}} = (11{,}40 \pm 0{,}11)\,\frac{\text{nPa}\,\text{m}^3}{\text{kg}}.$$

5.2 Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Viskosität von destilliertem Wasser

Die Falldauern der großen Kugel für verschiedene Temperaturen sind in den Tabellen 2 und 3 dargestellt.

Tabelle 2: Die Fallzeit in Abhängigkeit zur Temperatur der Flüssigkeit.

T_1/K	t/s
326,2	46,8
328,2	45,1
330,2	44,1
331,2	42,6
333,2	41,3
335,2	39,9
337,2	37,9
339,2	35,6
341,2	32,5
343,2	28,2

Tabelle 3: Die Fallzeit in Abhängigkeit zur Temperatur der Flüssigkeit.

T_2/K	t/s
326,2	46,5
328,2	44,5
330,2	42,8
331,2	42,2
333,2	40,6
335,2	38,5
337,2	36,7
339,2	33,9
341,2	31,0
343,2	28,3

Die Viskositäten für die Falldauern der ersten und der zweiten Messung sind in Tabelle 4 zu finden.

Tabelle 4: Die Viskosität für die erste und zweite Messung.

η_1/Pa s	η_2/Pa s
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0
0,0	0,0

Das Inverse der Zeit gegen die logarithmierte Viskosität für die erste Messung ist in Tabelle 5 und für die zweite Messung in Tabelle 6 dargestellt. Diese Werte sind für die erste Messung in Abb. 2 und für die zweite Messung in Abb. 3 gegeneinander aufgetragen.

Tabelle 5: Die invertierte Temperatur gegen die logarithmierte Viskosität für die erste Messung.

$1/T_1/\frac{1}{\mathrm{K}}$	$\eta_1/\mathrm{Pa\,s}$
0,0	−7,5
0,0	−7,5
0,0	−7,6
0,0	−7,6
0,0	−7,6
0,0	−7,7
0,0	−7,7
0,0	−7,8
0,0	−7,9
0,0	−8,0

Tabelle 6: Die invertierte Temperatur gegen die logarithmierte Viskosität für die zweite Messung.

$1/T_2/\frac{1}{\mathrm{K}}$	$\eta_2/\mathrm{Pa\,s}$
0,0	−7,5
0,0	−7,5
0,0	−7,6
0,0	−7,6
0,0	−7,6
0,0	−7,7
0,0	−7,7
0,0	−7,8
0,0	−7,9
0,0	−8,0

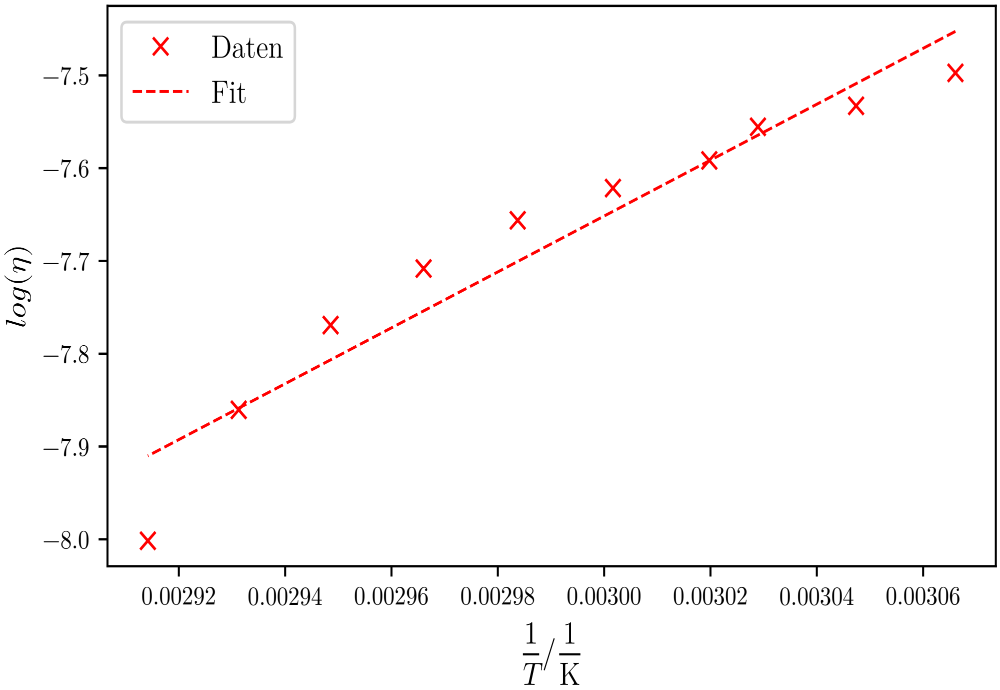

Abbildung 2: Die logarithmierte Viskosität ist gegen das Inverse der Falldauer der ersten Messung aufgetragen. Die Parameter aus Gleichung (4) sind $A_1 = (0{,}566 \pm 0{,}515)\,\mathrm{nPa\,s}$ und $B_1 = (3012{,}12 \pm 304{,}10)\,\mathrm{K}$.

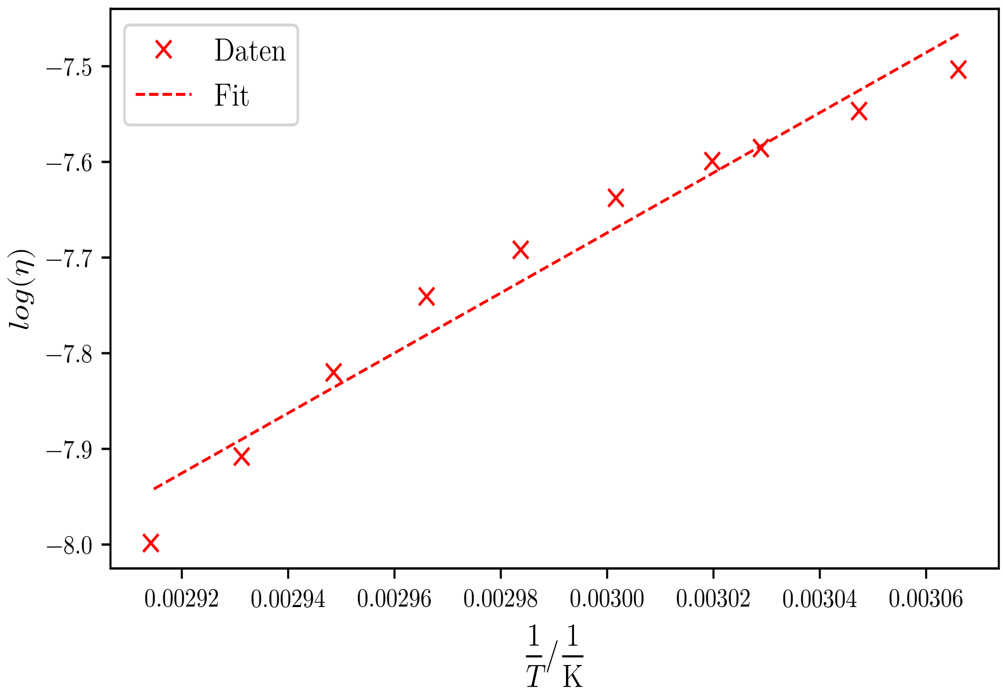

Abbildung 3: Die logarithmierte Viskosität ist gegen das Inverse der Falldauer der zweiten Messung aufgetragen. Die Parameter aus Gleichung (4) sind $A_2 = (0{,}376 \pm 0{,}251)\,\mathrm{nPa\,s}$ und $B_2 = (3140{,}87 \pm 223{,}67)\,\mathrm{K}$.

5.3 Bestimmung der Reynoldszahlen

Die Geschwindigkeit der kleinen Kugel ergibt sich mit Gleichung (5) und der Falldauer t_{klein} zu

$$v_{\mathrm{klein}} = (8{,}58 \pm 0{,}08)\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}.$$

Mit Gleichung (6) folgt für die Reynoldszahl für die kleine Kugel

$$Re_{\mathrm{klein}} = 172{,}7 \pm 3{,}1.$$

Die Geschwindigkeit der großen Kugel ist

$$v_{\mathrm{groß}} = (1{,}534 \pm 0{,}007)\,\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{s}}.$$

Die Reynoldszahl für die große Kugel ergibt sich auf die gleiche Weise zu

$$Re_{\mathrm{groß}} = 31{,}27 \pm 0{,}31.$$

6 Diskussion

Literatur

[1] TU Dortmund. *Versuch <++> zum Literaturverzeichnis*. 2018.

[2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: `http://www.scipy.org/`.

[4] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

[5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: `http://www.numpy.org/`.