

# **V302 - Elektrische Brückenschaltungen**

Jan Herdieckerhoff  
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff  
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 04.12.2018, Abgabe: 11.12.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Brückenspannung und Abgleichbedingung . . . . .	3
1.2	Brückenschaltungen . . . . .	4
1.2.1	Wheatstonesche Brücke . . . . .	4
1.2.2	Kapazitätsmessbrücke . . . . .	4
1.2.3	Induktivitätsmessbrücke . . . . .	4
1.2.4	Maxwell-Brücke . . . . .	5
1.2.5	Wien-Robinson-Brücke . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
2.1	Bestimmung von Widerständen mittels Wheatstone-Brücke . . . . .	6
2.2	Bestimmung von Kapazitäten mittels Kapazitätsmessbrücke . . . . .	7
2.3	Bestimmung von Induktivitäten mittels Induktivitätsmessbrücke . . . . .	8
2.4	Bestimmung von Induktivitäten mittels Maxwell-Brücke . . . . .	9
2.5	Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung mittels Wien-Robinson-Brücke . . . . .	10
2.6	Bestimmung des Klirrfaktors . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Brückenspannung und Abgleichbedingung

Die Spannung  $U$ , also die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten, wird bei Brückenschaltungen in Abhängigkeit von ihren Widerstandsverhältnissen untersucht. Bei einer allgemeinen Brückenschaltung (s. Abb 1), bezeichnet man die Spannung, die zwischen Punkt A und B auftritt, als Brückenspannung.  $U_S$  wird dabei als Speisespannung bezeichnet.

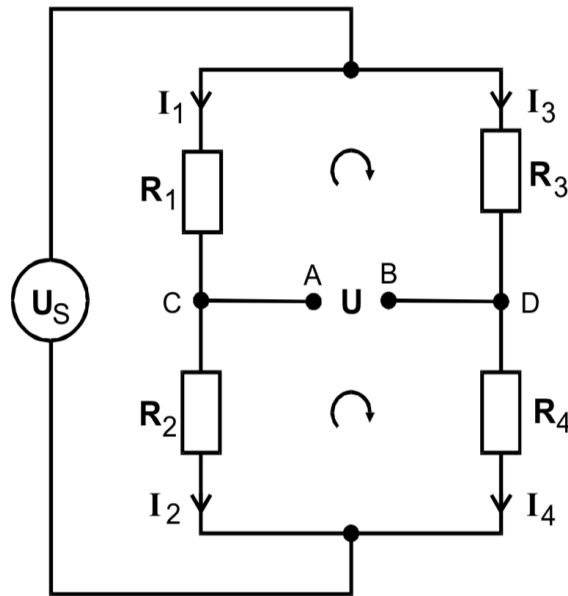


Abbildung 1: Allgemeine Brückenschaltung.

Wichtig sind dabei die Kirchhoffschen Gesetze. Das erste lautet, dass die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme sein muss. Das zweite Gesetz heißt Maschenregel und besagt, dass innerhalb einer Masche, also einem in sich geschlossenen Stromkreis, die Summe der elektromotorischen Kräfte, also zum Beispiel die Spannung der Stromquelle, gleich der Summe aus der Stromstärke und den Widerständen der Bauteile sein muss.

Aus diesen Gesetzmäßigkeiten lässt sich folgern, dass die Brückenspannung  $U_B$  und die Speisespannung  $U_S$  in Abb. 1 in folgendem Verhältnis zueinander stehen:

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} U_S.$$

Eine abgegliche Brücke ist der Fall, wenn die Brückenspannung verschwindet. Dies passiert, wenn die Abgleichbedingung

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

gilt. Da die Abgleichbedingung nur vom Verhältnis der Widerstände abhängt, ist mit der Brückenschaltung eine Widerstandsmessung durchführbar. Ist ein Widerstand unbekannt, so wird einer der drei anderen Widerstände so lange variiert, bis die Brückenspannung verschwindet. Anschließend kann über die Abgleichbedingung der Widerstand bestimmt werden.

Bei Kapazitiv- und Induktivwiderständen ist es sinnvoll komplexe Widerstandsoperatoren zu benutzen. Eine Brückenschaltung mit vier komplexen Widerständen hat die gleiche Abgleichbedingung wie eine reele Brückenschaltung. Der einzige Unterschied ist, dass sich daraus zwei Bedingungen ergeben. Der Realteil  $X$  und der Imaginärteil  $Y$  müssen dabei separiert voneinander betrachtet werden. Die erste Bedingung ist:

$$X_1 X_4 - Y_1 Y_4 = X_2 X_3 - Y_2 Y_3.$$

Die zweite Bedingung lautet:

$$X_1 Y_4 + X_4 Y_1 = X_2 Y_3 + X_3 Y_2.$$

## 1.2 Brückenschaltungen

### 1.2.1 Wheatstonesche Brücke

Diese Brücke enthält nur ohmsche Widerstände (s. Abb 2). Sie kann, wie oben beschrieben, zur Bestimmung eines unbekannten Widerstands  $R_X$  benutzt werden:

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (1)$$

### 1.2.2 Kapazitätsmessbrücke

Für die Berechnung muss die Eigenschaft eines realen Kondensators berücksichtigt werden, dass dieser zum Teil Energie in Wärme umwandelt. Dafür wird ein Ersatzschaltbild betrachtet, bei dem ein fiktiver ohmscher Widerstand mit dem Kondensator in Reihe geschaltet wird. Für die Messung der Kapazität eines unbekannten Kondensators  $C_X$  gilt somit unter Berücksichtigung der Abgleichbedingungen für den ohmschen Widerstand

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (2)$$

und für die Kapazität des Kondensators

$$C_X = C_2 \frac{R_4}{R_3}. \quad (3)$$

### 1.2.3 Induktivitätsmessbrücke

Analog zur Kapazitätsmessbrücke verliert auch ein induktives Bauteil Energie, indem diese irreversibel in Wärme umgewandelt wird. Diese Verluste und die Phasenverschiebung

werden erneut durch einen fiktiven Widerstand kompensiert. Die Formeln ergeben sich auf dieselbe Weise zu

$$R_X = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (4)$$

und für die Induktivität zu

$$L_X = L_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (5)$$

#### 1.2.4 Maxwell-Brücke

Da die Induktivitätsmessbrücke insbesondere bei niedrigen Frequenzen aufgrund der zweiten Spule ähnlich starke Verluste hat, wird eine andere Schaltung, die anstelle der Normalinduktivität  $L_2$  eine Normalkapazität enthält, benutzt. Diese Schaltung heißt Maxwell-Brücke (s. Abb 5). Der Kondensator sollte eine möglichst verlustarme Kapazität  $C_4$  besitzen. Aus den Abgleichbedingungen ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$R_X = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad (6)$$

und

$$L_X = R_2 R_3 C_4. \quad (7)$$

#### 1.2.5 Wien-Robinson-Brücke

Bei den vorherigen Schaltungen ist die Frequenz nicht wichtig. Es gibt aber einen Frequenzbereich, in dem der Abgleich unter optimalen Bedingungen durchführbar ist. Die Wien-Robinson-Brücke (s. Abb. 6) ist eine frequenzabhängige Brückenschaltung. Nach Umformung der Formeln, die sich aus der Abb. 6 ergeben, erkennt man, dass sich ein Verhältnis zwischen den Spannungen  $U_B$  und  $U_S$  ergibt. Es gilt:

$$\left| \frac{U_B}{U_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega)^2 + 9\Omega^2}. \quad (8)$$

Dabei ist

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (9)$$

$\omega_0$  ist wiederum gegeben durch

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (10)$$

Der Klirrfaktor  $k$  beschreibt den Oberwellengehalt im Vergleich zur Grundwelle. Da die Brückenspannung aufgrund von Oberwellen, die durch den Generator erzeugt werden, bei der Frequenz  $f_0$  nicht Null wird, sondern nur ein Minimum erreicht, ist die Kleinheit des Klirrfaktors ein Maß für die Qualität eines Spannungsgenerators.

Es wird angenommen, dass die Summe der Oberwellen aus der zweiten Oberwelle besteht. Damit ist der Klirrfaktor:

$$k = \frac{U_2}{U_1}.$$

$U_2$  ist dabei

$$U_2 = \frac{U_B}{n(2)},$$

wobei der Faktor  $n(2)$  das Verhältnis (8) ist. Da  $\omega = 2\omega_0$  gilt, ergibt sich für  $\Omega$  durch Gleichung (??)  $\Omega = 2$ . Damit wird der Klirrfaktor mittels

$$k = \frac{U_B}{U_1 \cdot n(2)}. \quad (11)$$

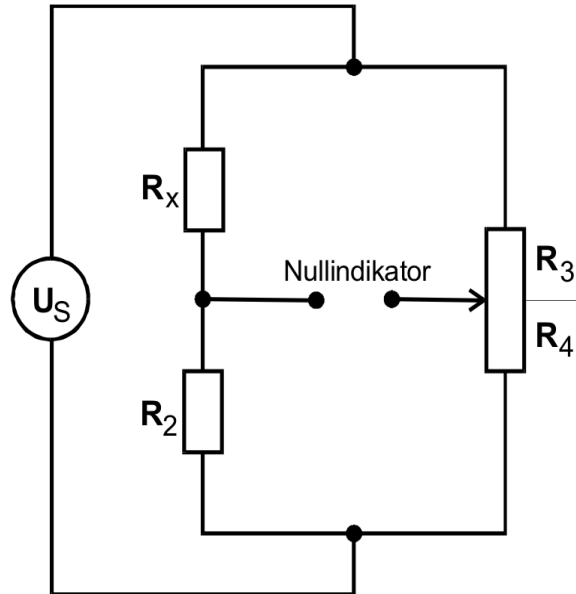
berechnet.

## 2 Durchführung

Die Messungen werden mehrfach ausgeführt, um ein Maß für die Zufallsfehler zu bekommen. Es wird Wechselstrom verwendet. Die Frequenz wird auf 1 kHz gestellt. Die Toleranz der Referenzbauteile  $R_2$ ,  $C_2$  und  $L_2$  liegt bei  $\pm 0,2\%$ .

### 2.1 Bestimmung von Widerständen mittels Wheatstone-Brücke

Mit der Wheatstoneschen Brückenschaltung (s. Abb. 2) werden im ersten Aufgabenteil zwei unbekannte Widerstände ausgemessen. Das Potentiometer hat einen Gesamtwiderstand von  $1\text{ k}\Omega$ . Der Drehknopf des Potentiometers wird für jeden der beiden Widerstände jeweils so eingestellt, dass die Brückenspannung Null wird. Der am Drehknopf angezeigte Wert ist der Wert für  $R_3$  in Promille.  $R_4$  ergibt sich, indem  $R_3$  von 1000 abgezogen wird. Der Widerstand  $R_2$  wird hier variiert. Für jeden unbekannten Widerstand  $R_X$  werden drei unterschiedliche Widerstände  $R_2$  benutzt.

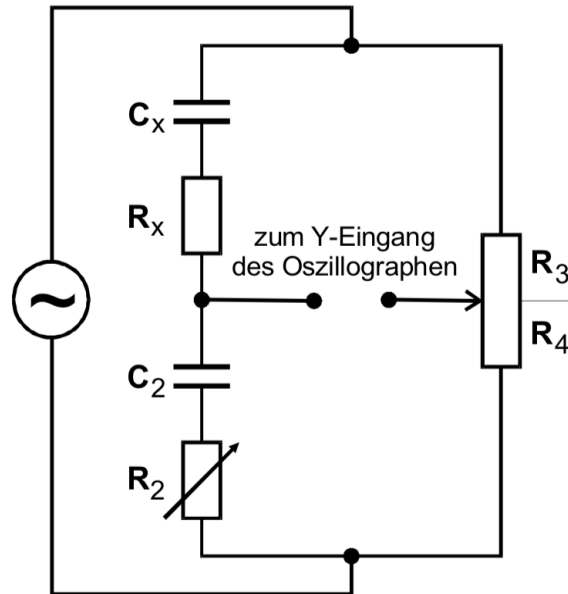


**Abbildung 2:** Wheatstonesche Brücke. Diese Schaltung wird zur Bestimmung des Widerstandes  $R_X$  genutzt. Die Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  sind als Potentiometer ausgebildet.  $R_2$  ist bekannt.

## 2.2 Bestimmung von Kapazitäten mittels Kapazitätsmessbrücke

Als nächstes sollen anhand einer Kapazitätsmessbrücke die Kapazität und der Verlustwiderstand von einem Kondensator gemessen werden.

Zunächst wird das Minimum der Brückenspannung mittels  $R_3/R_4$  eingestellt. Anschließend wird  $R_2$  so justiert, dass die Spannung kleiner wird. Die Stellglieder werden weiterhin alternierend so justiert, dass die Brückenspannung Null wird. Die Werte für  $R_2$  und  $R_3$  können an den Potentiometern abgelesen werden.  $R_4$  ergibt sich, indem  $R_3$  von 1000 abgezogen wird.



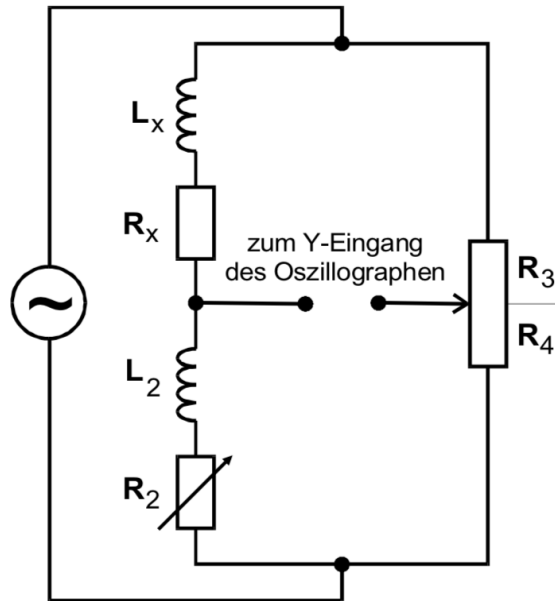
**Abbildung 3:** Kapazitätsmessbrücke. Diese Schaltung wird zur Bestimmung der Kapazität  $C_X$  genutzt. Der Widerstand  $R_X$  folgt aus dem Ersatzschaltbild des Kondensators. Die Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  sind als Potentiometer ausgebildet. Der Widerstand  $R_2$  ist verstellbar.  $C_2$  ist bekannt.

### 2.3 Bestimmung von Induktivitäten mittels Induktivitätsmessbrücke

Die Induktivität und der Verlustwiderstand einer unbekannten Spule werden an einer Induktivitätsmessbrücke gemessen.

Zunächst wird das Minimum der Brückenspannung mittels  $R_3/R_4$  eingestellt. Anschließend wird  $R_2$  so justiert, dass die Spannung kleiner wird. Die Stellglieder werden weiterhin alternierend so justiert, dass die Brückenspannung Null wird. Die Werte für  $R_2$  und  $R_3$  können an den Potentiometern abgelesen werden.  $R_4$  ergibt sich, indem  $R_3$  von 1000 abgezogen wird.

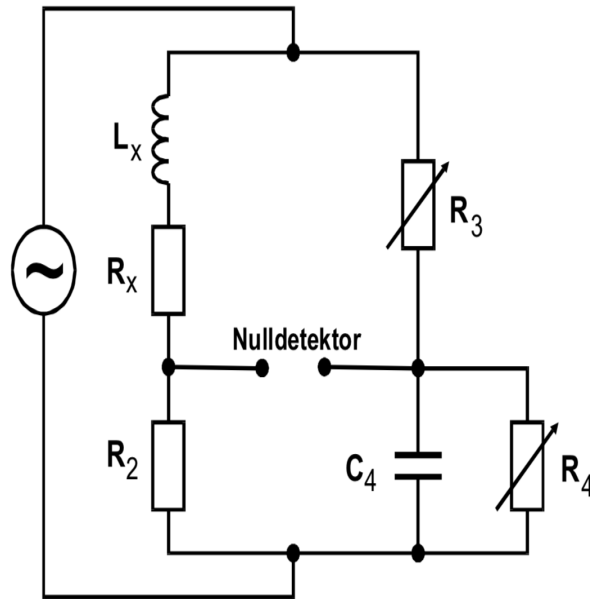




**Abbildung 4:** Induktivitätsmessbrücke. Diese Schaltung wird zur Bestimmung von  $L_X$  genutzt. Der Widerstand  $R_X$  folgt aus dem Ersatzschaltbild der Induktivität (Spule). Die Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  sind als Potentiometer ausgebildet. Der Widerstand  $R_2$  ist verstellbar.  $L_2$  ist bekannt.

## 2.4 Bestimmung von Induktivitäten mittels Maxwell-Brücke

Anschließend wird die Spule ein zweites Mal mit Hilfe der Maxwell-Brücke durchgemessen.  $R_3$  und  $R_4$  werden alternierend so eingestellt, dass die Brückenspannung Null wird.

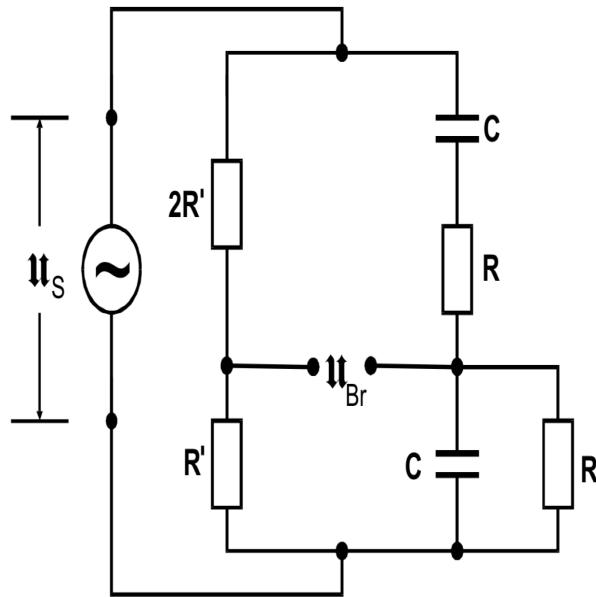


**Abbildung 5:** Maxwell-Brücke. Diese Schaltung wird zur Bestimmung von  $L_X$  genutzt. Der Widerstand  $R_X$  folgt aus dem Ersatzschaltbild der Induktivität (Spule). Die Widerstände  $R_3$  und  $R_4$  sind verstellbar.  $R_2$  und  $C_4$  sind bekannt.

## 2.5 Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung mittels Wien-Robinson-Brücke

Um die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung  $U_B$  zu messen, wird eine Wien-Robinson-Brücke verwendet.

Die eingestellten Frequenzen liegen in einem Bereich von 20 bis 30 000 Hz. Die Werte für die Brückenspannung bei bestimmten eingestellten Frequenzen lassen sich am Oszillographen ablesen. Die eingestellte Spannung  $U_S$  lässt sich ebenfalls mit dem Oszillographen bestimmen.



**Abbildung 6:** Wien-Robinson-Brücke. Diese Schaltung wird zur Bestimmung der Brückenspannung  $U_B$  genutzt. Die Widerstände  $R'$  und  $R$ , sowie die Kapazität  $C$  sind bekannt.

## 2.6 Bestimmung des Klirrfaktors

Als letztes soll der Klirrfaktor des verwendeten Generators bestimmt werden. Dabei wird das Minimum der Brückenspannung  $U_B$  bestimmt. Daraus lässt sich der Klirrfaktor errechnen.

## 3 Auswertung

## 4 Diskussion

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 302 - Elektrische Brückenschaltungen*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V302.pdf>.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.