V204 - Wärmeleitung von Metallen

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.01.2018, Abgabe: 15.01.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

Bei diesem Versuch soll die Wärmeleitung von Aluminium, Messing und Edelstahl untersucht werden.

2 Theorie

In einem Körper, der sich in einem Temperaturungleichgewicht befindet, kommt es zu einem Wärmetransport entlang des Temperaturgefälles. Dies kann z.B. durch Wärmeleitung geschehen. In festen Körpern erfolgt der Wärmetransport über Phonenen und frei bewegliche Elektronen. In Metallen ist der Gitterbeitrag (Phononen) zu vernachlässigen. Ist das eine Ende eines Stabes wärmer als das andere, durchfließt die Wärmemenge dQ die Querschnittsfläche A in der Zeit dt. Es gilt:

$$dQ = -\kappa A \frac{\partial T}{\partial x} dt, \tag{1}$$

wobei ρ die Dichte und c die spezifische Wärme ist. κ ist die Wärmeleitfähigkeit.
Für die Wärmestromdichte j_ω gilt:

$$j_\omega = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}. \tag{2}$$

Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung kann hieraus die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung aufgestellt werden:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \tag{3}$$

Dabei ist $\frac{\kappa}{\rho c}$ die Temperaturleitfähig. Sie gibt die Schnelligkeit an, mit der sich ein Temperaturunterschied ausgleicht. Die Lösung der Wärmeleitungsgleichung hängt von der Geometrie des Stabes und den Anfangsbedingungen ab.
Wird ein Stab abwechselnd erwärmt und abgekühlt, breitet sich wegen der periodischen Temperaturwechsel eine räumliche und zeitliche Temperaturwelle aus. Diese wird folgendermaßen beschrieben:

$$T(x,t) = T_{max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x). \tag{4}$$

Die Phasengeschwindigkeit v der Welle ist

$$v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{2\kappa\omega}{\rho c}}. \tag{5}$$

Für die Wärmeleitfähigkeit ergibt sich nach einigen kleinen Umformungen:

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2 \Delta t ln(A_{nah}/A_{fern})}. \tag{6}$$

Dabei sind A_{nah} und A_{fern} die Amplituden an verschiedenen Stellen x_{nah} und x_{fern}. Δx ist der Abstand zwischen diesen beiden Messstellen und Δt die Phasendifferenz der Temperaturwelle zwischen beiden Messstellen.

3 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Stichprobe von N Werten wird durch

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

bestimmt.
Die Standardabweichung der Stichprobe wird berechnet mit:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2}.$$

Der realtive Fehler zwischen zwei Werten kann durch

$$\frac{a-b}{a}$$

bestimmt werden.

4 Durchführung

4.1 Versuchsaufbau

Das Experiment zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit ist in Abb. 1 dargestellt. Auf einer Grundplatte liegen vier Proben aus drei verschiedenen Materialien. Die vier Stäbe werden von einem Peltierelement geheizt und gekühlt. Ein Peltierelement besteht aus Halbleitern und basiert auf dem Peltier-Effekt. Es erzeugt bei Stromdurchfluss eine Temperaturdifferenz. Die Temperaturen werden an zwei Stellen an jedem Stab mit Thermoelementen gemessen und an einen Datenlogger weitergegeben.

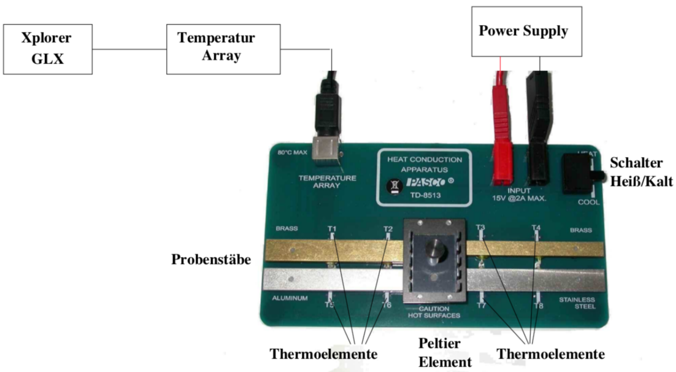

Abbildung 1: Versuchsaufbau.

Zwischen den Messungen werden die Stäbe wieder auf unter 30 °C abgekühlt

4.2 Statische Methode

Zunächst wird der zeitliche Verlauf der Temperatur der Stäbe mit der statischen Methode untersucht. Dafür werden die Stäbe 700 s lang erhitzt. Dabei werden jeweils Werte im Abstand von 5 s aufgenommen. Der Verlauf für die Thermoelemente $T1$, $T4$, $T5$ und $T8$ wird graphisch dargestellt und ausgedruckt. Dies sind die fernen Thermoelemente. Die Verläufe der Differenzen der Thermoelemente des Edelstahlstabes $\Delta T = T7 - T8$ und der des breiten Messingstabes $\Delta T = T2 - T1$ werden ebenfalls graphisch dargestellt und ausgedruckt. Außerdem werden 5 Temperaturen in einem Abstand von 140 s für die vier fernen Thermoelemente gemessen. Die jeweiligen Abstände der nahen und der fernen Thermoelemente werden gemessen.

4.3 Dynamische Methode für Messing und Aluminium

Die Stäbe werden nun periodische erhitzt bzw. gekühlt. Die Werte werden in einem Abstand von 2 s aufgenommen. Eine Periode beträgt 80 s. Es werden 10 Perioden gemessen. Die Temperaturverläufe für Messing (Thermoelemente $T1$ und $T2$) und für Aluminium (Thermoelemente $T5$ und $T6$) werden graphisch dargestellt und ausgedruckt.

4.4 Dynamische Methode für Edelstahl

Eine Periode beträgt 200 s. Es werden 11,5 Perioden gemessen. Die Temperaturverläufe des Edelstahlstabes (Thermoelemente $T7$ und $T8$) werden graphisch dargestellt und ausgedruckt.

5 Auswertung

Der Abstand der Thermoelemente der jeweiligen Stäbe beträgt

$$x = 3\,\mathrm{cm}.$$

Die Werte für die Dichte, die spezifische Wärme und die Wärmeleitfähigkeit von Messing sind:

$$\begin{aligned}
\rho &= 8520\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\text{ò}[\mathbf{V204}]\text{è} \\
c &= 385\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}} \\
\kappa &= 120\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}.
\end{aligned}$$

Die Werte für Aluminium sind:

$$\rho = 2800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$
$$c = 830\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}$$
$$\kappa = 236\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}.$$

Die Werte für Edelstahl sind:

$$\rho = 8000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$
$$c = 400\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}$$
$$\kappa = 21\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}.$$

5.1 Statische Methode

Die Temperaturverläufe der fernen Thermoelemente befinden sich im Anhang.
Der Wärmestrom für die fernen Thermoelemente für fünf Zeiten kann mittels Gleichung **??** bestimmt werden.
Die Temperaturdifferenz der beiden Thermoelemente des Edelstahlstabs ist graphisch dargestellt und befindet sich im Anhang. Für den breiten Messingstab ist die Temperaturdifferenz der beiden Thermoelemente ebenfalls graphisch dargestellt.

5.2 Dynamische Methode

5.2.1 Breiter Messingstab

?? Die Temperaturverläufe für den breiten Messingstab (Thermoelemente $T1$ und $T2$) sind graphisch dargestellt.
Durch Abmessung der Amplituden $A1$ und $A2$ und der Phasendifferenzen Δt und Mittelung dieser, ergeben sich folgende Werte:

$$A_1 =$$
$$A_2 =$$
$$\Delta t = .$$

Aus diesen Werten lässt sich mittels Gleichung (**??**) die Wärmeleitfähigkeit bestimmen. Diese ergibt sich zu

$$\kappa = .$$

5.2.2 Aluminiumstab

Die Temperaturverläufe für die Thermoelemente des Aluminiumstabes befinden sich im Anhang. Auf die selbe Weise wie in **??** beschrieben lassen sich die Werte für den Aluminiumstab bestimmen:

$$A_5 =$$
$$A_6 =$$
$$\mathit{\Delta} t = .$$

Damit ergibt sich mit (**??**) eine Wärmeleitfähigkeit von

$$\kappa = .$$

5.2.3 Edelstahlstab

Die Temperaturverläufe für die Thermoelemente des Edelstahlstabes befinden sich im Anhang. Die Amplituden und die Phasendifferenz des Edelstahlstabes ergeben sich zu

$$A_7 =$$
$$A_8 =$$
$$\mathit{\Delta} t = .$$

Die Wärmeleitfähigkeit ist mit Gleichung (**??**)

$$\kappa = .$$

6 Diskussion