

V401 - Das Michelson-Interferometer

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.05.2019, Abgabe: 21.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
2.1 Interferenz	3
2.2 Kohärenz	3
2.2.1 Kohärentes Licht	3
2.2.2 Kohärenzlänge und -zeit	3
2.2.3 Kohärenzbedingung	4
2.3 Das Michelson-Interferometer	4
3 Fehlerrechnung	5
4 Durchführung	6
4.1 Messung der Wellenlänge	7
4.2 Messung des Brechungsindex	7
5 Auswertung	7
5.1 Bestimmung der Wellenlänge	8
5.2 Bestimmung des Brechungsindex	8
6 Diskussion	9
6.1 Bestimmung der Wellenlänge	9
6.2 Bestimmung des Brechungsindex	10
Literatur	11

1 Ziel

Das Ziel dieses Versuchs ist es, mithilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge des von einem Laser emittierten Lichtes und durch Druckänderung den Brechungsindex von Luft zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Interferenz

Licht kann als ebene, elektromagnetische Welle beschrieben werden. Interferenz ist die Überlagerung bei Zusammentreffen mehrerer Wellenzüge. Aus der Interferenz kann beispielsweise die Wellenlänge des Lichtes berechnet werden.

Die Lichtintensität lässt sich als

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2$$

formulieren.

2.2 Kohärenz

2.2.1 Kohärentes Licht

Inkohärentes Licht ist nicht interferenzfähiges Licht. Dieses Licht wird von zwei verschiedenen Punkten einer Lichtquelle oder von zwei Lichtquellen emittiert.

Kohärentes Licht kann beispielsweise durch Laser (= light amplification by stimulated emission of radiation) erzeugt werden. Atome emittieren hierbei in konstantem Abstand Licht, sodass dieses kohärent ist.

Eine andere Möglichkeit kohärentes Licht zu erzeugen ist das Licht aus einer Quelle mit einem Strahlteiler in zwei räumlich getrennte Strahlbündel aufzuteilen. Durch Spiegel können die Bündel wieder zusammengeführt werden.

2.2.2 Kohärenzlänge und -zeit

Die Kohärenzlänge ist der Wegunterschied, bei dem die Interferenzerscheinungen gerade verschwinden:

$$l = z\lambda.$$

Dabei entspricht z der Anzahl der am Schnittpunkt der Strahlen entstehenden Intensitätsmaxima und λ der Wellenlänge des Lichts. Der Gangunterschied darf also nicht größer als l sein.

Die Kohärenzzeit ist durch

$$\tau = \frac{l}{c}$$

gegeben, wobei c der Lichtgeschwindigkeit entspricht.

2.2.3 Kohärenzbedingung

Eine Bedingung für Interferenzerscheinungen ist, dass bei ausgedehnten Lichtquellen die Richtungsänderung ζ klein gegenüber π sein muss. Es gilt also die Bedingung

$$a \sin(\zeta) \ll \frac{\lambda}{2}.$$

2.3 Das Michelson-Interferometer

Das Michelson-Interferometer kann dazu genutzt werden durch Interferenzeffekte optische Größen zu messen. Es wird mithilfe einer semipermeablen Platte P ein Lichtstrahl in zwei Teilbündel gespalten. Anschließend wird eines der Bündel verändert, also es wird ein Gangunterschied hinzugefügt. Durch Spiegel werden die Bündel wieder zusammengeführt. Diese treffen auf den Detektor D . Es ist nötig, eine Kompensationsplatte einzufügen, damit die Bündel die gleiche Strecke durchlaufen. Mit der in Abb. 1 dargestellten Apparatur kann die Intensität am Detektor D gemessen werden. Dadurch lässt sich durch Variation des Abstandes d eines Spiegels feststellen, an welchen Stellen die Maxima liegen. Dadurch wiederum lässt sich die Wellenlänge λ mit

$$\Delta d = z \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

berechnen. Dabei ist z die Anzahl der Intensitätsmaxima.

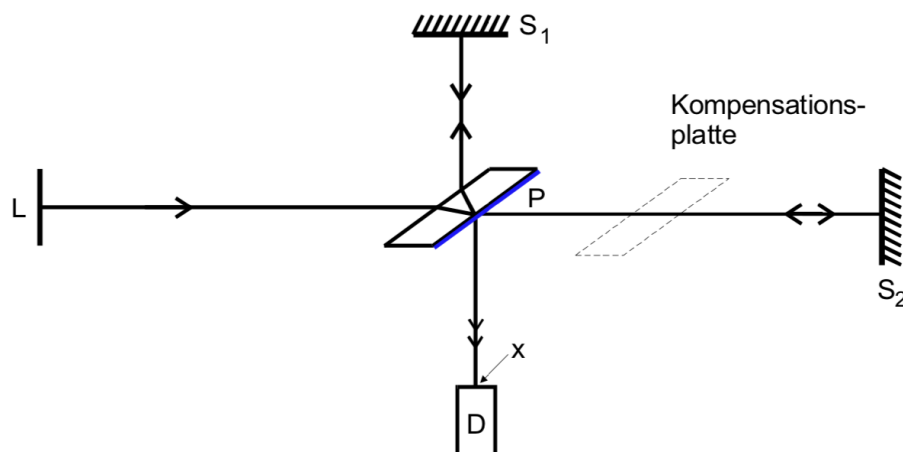


Abbildung 1: Es ist der Aufbau des Michelson-Interferometers zu sehen. Dabei ist L der Laser, P die semipermeable Platte, S_1 und S_2 sind Spiegel und D ist der Detektor. Außerdem ist eine Kompensationsplatte zu sehen. Die Strahlwege sind durch die Linien und die Richtung durch die Pfeile gekennzeichnet. [2]

Alternativ wird ein Medium mit geänderten Brechungsindex mit einer Breite b eingesetzt. Diese Apparatur ist in Abb. 2 zu sehen. Bei Änderung des Gasdrucks gilt

$$b \cdot \Delta n = z \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Da λ im Allgemeinen deutlich kleiner als b ist, lässt sich damit ein Unterschied des Brechungsindex in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-5}$ bestimmen.

Der Brechungsindex unter Normalbedingungen ist durch

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'} \quad (3)$$

gegeben. Hier ist T die Temperatur, p der Innendruck und p' ein kleinerer Druck. Die Normalbedingungen sind

$$p_0 = 1013,2 \text{ mbar}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K.}$$

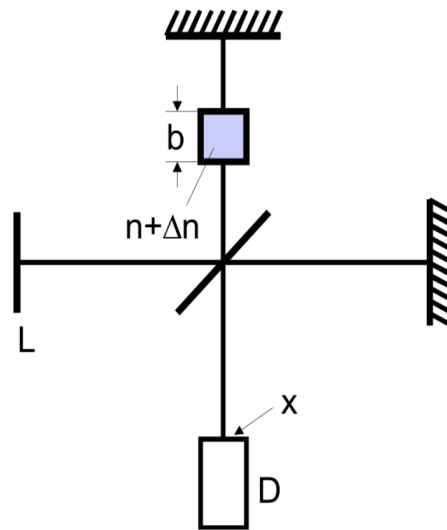


Abbildung 2: Es ist der Aufbau des Michelson-Interferometers mit zusätzlichem Medium mit einem unterschiedlichem Brechungsindex zu sehen. Der Laser, die semipermeable Platte, die Spiegel und der Detektor bleiben unverändert. [2]

3 Fehlerrechnung

Der Mittelwert einer Stichprobe von N Werten wird durch

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (4)$$

bestimmt.

Die Standardabweichung der Stichprobe wird berechnet mit

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}.$$

Die relative Abweichung zwischen zwei Werten kann durch

$$f = \frac{x_a - x_r}{x_r}$$

bestimmt werden.

Die Fehlerfortpflanzung für die Wellenlänge (1) ergibt sich zu

$$\sigma_{\Delta d} = \sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma_z^2}{4} + \frac{z^2 \sigma_\lambda^2}{4}}. \quad (5)$$

Für die Brechungsindexänderung (2) ergibt sich die Fehlerfortpflanzung als

$$\sigma_{\Delta n} = \sqrt{\frac{\lambda^2 \sigma_z^2}{4b^2} + \frac{z^2 \sigma_\lambda^2}{4b^2}} \quad (6)$$

Der Brechungsindex (3) hat die Fehlerfortpflanzung

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{T^2 \Delta n^2 p_0^2 \sigma_{\Delta p}^2}{T_0^2 \Delta p^4} + \frac{T^2 p_0^2 \sigma_{\Delta n}^2}{T_0^2 \Delta p^2} + \frac{\Delta n^2 p_0^2 \sigma_T^2}{T_0^2 \Delta p^2}}. \quad (7)$$

4 Durchführung

Im gesamten Versuch wird der Aufbau in Abb. 3 verwendet.

Vor Beginn muss der Strahl justiert werden. Dazu werden die beiden hellsten Punkte durch Verstellen eines Spiegels übereinander auf den Eintrittsspalt des Photoelements gelegt.

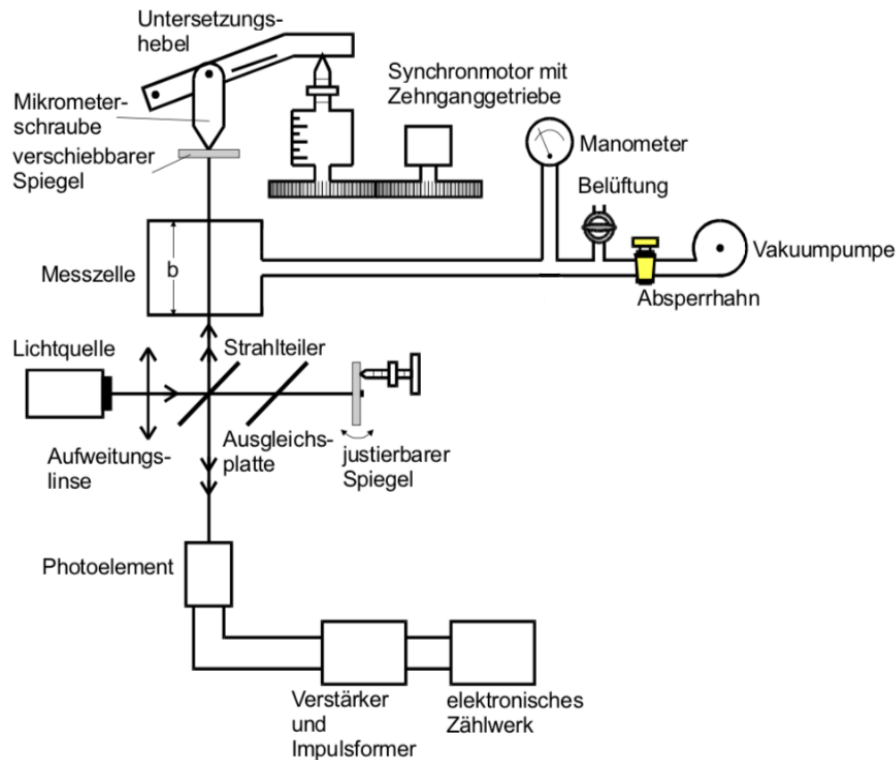


Abbildung 3: Es ist der Aufbau des Michelson-Interferometers zu sehen. Außerdem ist ein Teil zur Zählung der Impulse und eine Vakuumpumpe hinzugefügt. [2]

4.1 Messung der Wellenlänge

Mithilfe des Michelson-Interferometers wird die Welllänge eines Lasers bestimmt. Einer der Spiegel wird durch eine Mikrometerschraube mithilfe eines Motors in Strahlrichtung verschoben. Dabei werden die Maxima durch ein Photoelement gezählt. Der Spiegel wird so lange verschoben, bis mindestens 3000 Maxima registriert sind. Die Abstandsdifferenz des Spiegels wird aufgenommen. Das Ganze wird 10 mal durchgeführt.

4.2 Messung des Brechungsindex

Der Brechungsindex von Luft wird gemessen, indem durch eine Vakuumpumpe der Innendruck auf 0,4 bar erniedrigt wird. Anschließend wird durch ein Ventil Luft eingelassen und die Maxima, die registriert werden, bis der Innendruck wieder auf 1 bar gestiegen ist, werden gezählt. Der Vorgang wird 10 mal durchgeführt.

5 Auswertung

Für die Auswertung wird Python und im Speziellen Matplotlib [3], SciPy [4], Uncertainties [5] und NumPy [6] verwendet.

5.1 Bestimmung der Wellenlänge

Es soll mithilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge eines Dioden-Lasers bestimmt werden. Dafür werden die Anzahl der ausgelösten Impulse der Photodiode und die Start- und Endwerte auf der Mikrometerschraube in Tab. 1 dargestellt.

Tabelle 1: Die Anzahl der Impulse, der Startwert auf der Mikrometerschraube und der Endwert auf der Mikrometerschraube.

Anzahl	$d_{\text{Start}}/\text{mm}$	d_{End}/mm
3001,00	6,73	2,00
3002,00	6,73	2,00
3000,00	1,82	6,50
3000,00	6,74	2,00
3000,00	1,83	6,50
3000,00	6,74	2,00
3001,00	1,84	6,50
3000,00	2,83	7,50
3001,00	7,77	3,00
3002,00	2,75	7,50

Aus dem Betrag der Differenz der Start- und Endwerte auf der Mikrometerschraube ergibt sich ein Δd . Dieses muss noch mit der Hebelübersetzung 1 : 5,017 multipliziert werden.

Als Mittelwert der Anzahl der Impulse z_1 und der korrekt berechneten Differenz Δd ergeben sich die Werte

$$z_1 = 3000,7 \pm 0,8$$
$$\Delta d = (940 \pm 8) \mu\text{m}.$$

Daraus ergibt sich mit Gleichung (1) und der Fehlerformel (5) die Wellenlänge des Lasers zu einem Wert von

$$\lambda_{\text{exp}} = (626 \pm 5) \text{ nm}.$$

Der angegebene Literaturwert der Wellenlänge liegt bei

$$\lambda_{\text{lit}} = 635 \text{ nm}.$$

5.2 Bestimmung des Brechungsindex

Im zweiten Teil wird aus der Anzahl der Impulse, die durch eine Druckveränderung auf der Strecke $b = 5 \text{ cm}$ des Lichtstrahls ausgelöst werden, der Brechungsindex von Luft

bestimmt. Die Werte der Anzahl bei einer Druckdifferenz von $\Delta p = 0,6 \text{ bar}$ sind in 2 dargestellt.

Tabelle 2: Die Anzahl der Impulse bei einer Druckdifferenz von $\Delta p = 0,6 \text{ bar}$.

Anzahl
25,0
25,0
24,0
24,0
23,0
23,0
24,0
24,0
24,0
24,0

Der Mittelwert der Anzahl z_2 ergibt sich zu

$$z_2 = 24,0 \pm 0,6.$$

Daraus ergibt sich eine Änderung des Brechungsindex Δn mit den fehlerbehafteten Größen z_2 und λ mit der Gleichung (2) und der Fehlerformel (6) zu

$$\Delta n = 150 \pm 4.$$

Unter Normalbedingungen ist die Temperatur $T_0 = 273,15 \text{ K}$ und der Druck $p_0 = 1,0132 \text{ bar}$. Die Druckdifferenz wurde auf dem Messgerät abgelesen und ist $\Delta p = p - p' = 0,6 \text{ bar}$.

Mit Gleichung (3) und der Fehlerformel (7) ergibt sich als Brechungsindex

$$n_{\text{exp}} = 1,000\,272 \pm 0,000\,008.$$

Der Literaturwert [1] liegt bei

$$n_{\text{lit}} = 1,000\,29.$$

6 Diskussion

6.1 Bestimmung der Wellenlänge

Der relative Fehler des Δd ergibt sich zu einem Wert von 0,85 %. Damit scheint die Messung relativ exakt gewesen zu sein. Die Anzahl der Impulse hat einen relativen Fehler von 0,03 %. Somit ist auch dieser Fehler sehr gering und der Wert scheint sehr exakt gemessen worden zu sein. Der relative Fehler der Wellenlänge ergibt sich somit zu 0,80 %.

Die relative Abweichung zum Literaturwert liegt bei 1,42 %. Als Fazit ergibt sich, dass die Messung im ersten Teil ziemlich exakt war und kaum Abweichung zur Literatur zu erkennen ist.

6.2 Bestimmung des Brechungsindex

Die Anzahl der Impulse hat einen relativen Fehler von 2,5 %. Der relative Fehler von Δn ergibt sich zu 2,67 %. Wenn die Eins abgezogen wird, ergibt sich für n ein relativer Fehler von 2,94 %. Damit ist die relative Abweichung zum Literaturwert 6,2 %. Somit scheint das Ergebnis auch noch relativ exakt zu sein, aber etwas weniger exakt als die Bestimmung der Wellenlänge.

Literatur

- [1] „Brechungsindex“. In: (2019). URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Brechungsindex#Luft>.
- [2] TU Dortmund. *Versuch 401 - Das Michelson-Interferometer*. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V401.pdf>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.