V353 - Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 13.11.2018, Abgabe: 20.11.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel

In diesem Versuch soll das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises untesucht und ausgewertet werden.

2 Theorie

[1]

2.1 Bestimmung von RC über den Entladevorgang des Kondensators

Die Zeitkonstante RC kann durch die Messung des Auflade- bzw. Entladevorgangs eines Kondensators bestimmt werden. Der Aufladevorgang eines Kondensators mit Kapazität C, der über einen Widerstand R mit der Spannung U_0 verbunden ist, wird durch die Gleichung

$$U(t) = U_0(1 - \mathbf{exp}(-\frac{t}{RC}))$$

beschrieben. Der Vorgang wird durch die Spannung U zum Zeitpunkt t dargestellt. Auf dieselbe Art und Weise wird der Entladevorgang durch

$$U(t) = U_0 \mathbf{exp}(-\frac{t}{RC})$$

beschrieben. Die Zeitkonstante wird anhand der Steigung einer linearen Regression bestimmt. Dazu wird die Gleichung für die Entladung eines Kondensators in die Form $y = mx$ gebracht:

$$-\log\left(\frac{U(t)}{U_0}\right) = \frac{1}{RC}t. \tag{1}$$

Der negative logarithmierte Quotient der Kondensatorspannung durch die maximale Spannung wird gegen die Zeit aufgetragen. Die Steigung bei der linearen Regression ist gegeben durch

$$m = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2}. \tag{2}$$

Die Steigung, wie aus Gleichung (**??**) entnommen werden kann, wird durch

$$m = \frac{1}{RC}$$

beschrieben. Also wird $\frac{1}{RC}$ bestimmt durch

$$\frac{1}{RC} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2}. \tag{3}$$

Dabei sind, ebenfalls aus Gleichung (**??**) entnehmbar, $x = t$ und $y = -\log\left(\frac{U(t)}{U_0}\right)$.

2.2 Bestimmung von RC über die Amplitude der Kondensatorspannung

Eine Wechselspannung $U(t)$ wird durch die Formel

$$U(t) = U_0 \mathbf{cos} \omega t$$

dargestellt. Dabei ist U_0 die maximale Spannung. $\mathbf{cos}\omega t$ beschreibt die Oszillation um den Nullpunkt in Abhängigkeit von der Frequenz ω und der Zeit t. Mit einer Phasenverschiebung ϕ verschiebt sich die Oszillation der Kondensatorspannung um einen gewissen Wert. Die neue Formel lautet dann

$$U_C(t) = U_0 \mathbf{cos}(\omega t + \phi).$$

Ein RC-System setzt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel aus der Spannung U_R des Widerstands und der Spannung U_C des Kondensators zusammen. Es gilt

$$U(t) = U_R(t) + U_C(t).$$

Mit den oberen Gleichungen für $U(t)$, $U_C(t)$ und dem Ohmschen Gesetz ergibt sich

$$U_0 \mathbf{cos} \omega t = -A(\omega) RC \mathbf{sin}(\omega t + \phi) + A(\omega) \mathbf{cos}(\omega t + \phi),$$

wobei für die Phasenverschiebung

$$\phi(\omega) = \mathbf{arctan}(-\omega RC) \tag{4}$$

gilt. Die Amplitude $A(\omega)$ ist

$$A(\omega) = -\frac{\mathbf{sin}\phi}{\omega RC} U_0. \tag{5}$$

Durch einige Umformungen ergibt sich dann

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}. \tag{6}$$

Dabei wird die Amplitude $A(\omega)$ der Kondensatorspannung durch die Frequenz ω der Erregerspannung beeinflusst. Um die Zeitkonstante RC anhand der Amplitude der Kondensatorspannung zu bestimmen, wird wieder eine lineare Regression $y = mx$ durchgeführt. Die Gleichung (5) wird so umgeformt, dass $\frac{1}{RC}$ die Steigung m ist:

$$\sqrt{\frac{1}{(\frac{U_0}{A(\omega)}})^2 - 1} = \frac{1}{RC} \frac{1}{\omega}. \tag{7}$$

Für x und y ergeben sich also: $x = \frac{1}{\omega}$ und $y = \sqrt{\frac{1}{(\frac{U_0}{A(\omega)}})^2 - 1}$. Durch die Steigung (1) der Geraden kann dann $\frac{1}{RC}$ mittels (2) bestimmt werden.

2.3 Bestimmung von RC über die Phasenverschiebung der Kondensatorspannung

Die Phasenverschiebung $\phi(\omega)$ lässt sich mit

$$\phi = \frac{a}{T} 2\pi \tag{8}$$

bestimmen. Dabei ist a der Abstand der Nulldurchgänge der Spannung des Kondensators und der Spannung des Generators. T ist die Schwingungsdauer, die durch

$$T = \frac{1}{\omega} \tag{9}$$

gegeben ist. ω ist die Kreisfrequenz

$$\omega = 2\pi f.$$

Um die Zeitkonstante zu berechnen, wird wieder eine lineare Regression benötigt. Die Gleichung (3) wird so umgestellt, dass die Steigung $m = \frac{1}{RC}$ ist:

$$-\frac{1}{\mathbf{tan}(\phi(\omega))} = \frac{1}{RC}\frac{1}{\omega}. \tag{10}$$

Dann ist $x = \frac{1}{\omega}$ und $y = -\frac{1}{\mathbf{tan}(\phi(\omega))}$. RC kann somit wieder durch (2) bestimmt werden.

2.4 RC-Schwingkreis als Integrator der Spannung U(t)

Ein RC-Schwingkreis kann dazu genutzt werden eine zeitlich veränderliche Spannung $U(t)$ unter bestimmten Bedingungen zu integrieren. Es wird ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Spannung des Kondensators U_C und dem Integral $\int U(t)dt$ festgestellt. Dieser ergibt sich durch

$$U_C(t) = \frac{1}{RC}\int_0^t U(t')dt'. \tag{11}$$

2.5 Amplitude der Kondensatorspannung gegen Phasenverschiebung

3 Durchführung

3.1 Messung des Entladevorgangs

Die Zeitkonstante RC wird durch die Messung des Entladevorgangs des Kondensators bestimmt. Mit der in Abb. **??** dargestellten Schaltung wird die am Kondensator gemessene Spannung $U_C(t)$ auf einem Oszilloskop in Abhängigkeit von der Zeit t angezeigt. Dabei muss darauf geachtet werden, dass sich die Spannung $U_C(t)$ innerhalb des Aufzeichnungszeitraums um den Faktor 5 bis 10 ändert. Sobald eine geeignete Kurve auf dem Bildschirm zu erkennen ist, werden mindestens 10 Messwertpaare aufgenommen.