

# **V206 - Die Wärmepumpe**

Jan Herdieckerhoff  
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff  
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 18.12.2018, Abgabe: 08.01.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Ziel</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Theoretische Grundlagen einer Wärmepumpe . . . . .	3
2.2 Funktionsweise einer Wärmepumpe . . . . .	4
2.3 Bestimmung der Güteziffer . . . . .	4
2.4 Bestimmung des Massendurchsatzes . . . . .	5
2.5 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung . . . . .	5
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1 Temperaturverläufe . . . . .	7
4.2 Bestimmung der Güteziffern . . . . .	9
4.3 Bestimmung des Massendurchsatzes . . . . .	9
4.4 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung . . . . .	11
<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Ziel

Die Funktionsweise und das physikalische Verhalten einer Wärmepumpe soll bei diesem Versuch übermittelt werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Theoretische Grundlagen einer Wärmepumpe

Die thermische Energie geht in einem abgeschlossenen System immer vom heißeren zum kälteren Körper über. Es ist möglich, die Richtung des Wärmeflusses mit der Aufwendung zusätzlicher Energie umzukehren. Eine Vorrichtung, die diesen Prozess durchführt, ist eine sogenannte Wärmepumpe.

Das Verhältnis aus der transportierten Wärmemenge und der dafür aufgebrauchten Arbeit nennt man Gütezahl  $\nu$  der Wärmepumpe. Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich ableiten, dass sich die abgegebene Wärmemenge  $Q_1$  aus der Summe der entnommenen Wärmemenge  $Q_2$  und der aufgewandten Energie  $W$  bestimmt. Somit gilt

$$Q_1 = Q_2 + W.$$

Die Gütezahl ergibt sich zu

$$\nu = \frac{Q_1}{W}.$$

Aus dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik ergibt sich, dass zwischen den Wärmemengen  $Q_1$  und  $Q_2$  und den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  in einem idealen System folgende Beziehung besteht:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Für die Richtigkeit dieser Gleichung muss aber die Voraussetzung gelten, dass der Prozess der Wärmeübertragung reversibel, also umkehrbar, ist.

Aus diesen Gleichungen folgt, dass

$$Q_1 = W + \frac{T_2}{T_1} Q_1$$

gilt und sich die Gütezahl  $\nu$  zu folgender Gleichung ergibt:

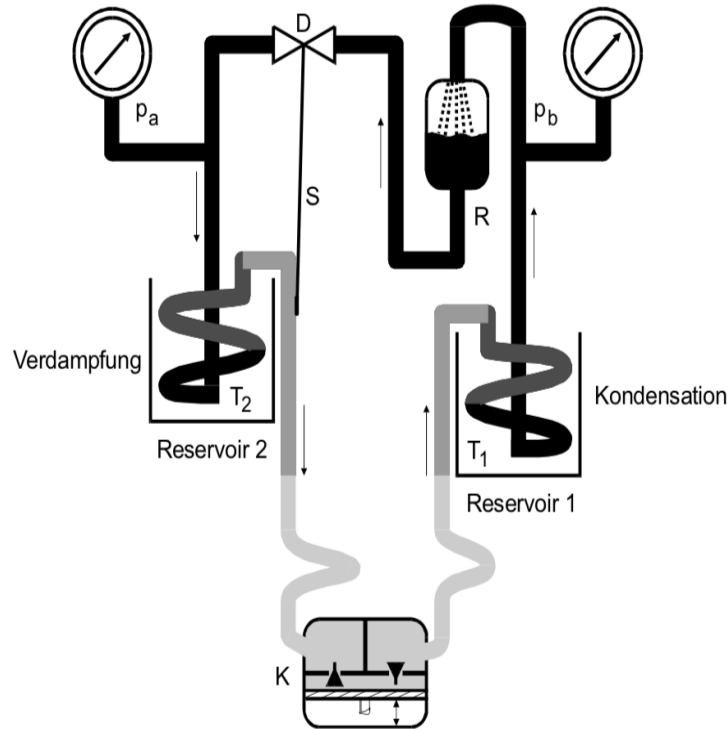
$$\nu_{id} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}. \quad (1)$$

Dies gilt aber nur im Idealfall. Für die reale Wärmepumpe gilt die Ungleichung:

$$\nu_{real} < \frac{T_1}{T_1 - T_2}.$$

## 2.2 Funktionsweise einer Wärmepumpe

Die Wärme wird innerhalb der Pumpe als Phasenumwandlungsenergie eines Gases transportiert, das beim Verdampfen Wärme aufnimmt und bei der Verflüssigung wieder abgibt. Der schematische Aufbau der hier verwendeten Apparatur ist in Abb. 1 zu erkennen.



**Abbildung 1:** Schematischer Aufbau einer Wärmepumpe. Der Druck  $p_b$  und die Temperatur  $T_1$  beziehen sich auf das Reservoir 1. Der Druck  $p_a$  und die Temperatur  $T_2$  beziehen sich auf das Reservoir 2.  $p_b$  und  $T_1$  sind jeweils größer als die anderen Werte.

## 2.3 Bestimmung der Güteziffer

Aus dem Quotienten aus  $\Delta T_1$  und  $\Delta t$  ergibt sich die pro Zeiteinheit gewonnene Wärmemenge zu

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_w + m_k c_k) \frac{\Delta T_1}{\Delta t}.$$

$m_1 c_w$  ist dabei die Wärmekapazität des Wassers in Reservoir 1.  $m_k c_k$  ist die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers. Für die Güteziffer ergibt sich dann mit  $N$  als die vom Wattmeter angezeigte und über das Zeitintervall  $\Delta t$  gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors:

$$\nu = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t \cdot N} = \frac{(m_1 c_w + m_k c_k)}{N} \frac{\Delta T_1}{\Delta t}. \quad (2)$$

## 2.4 Bestimmung des Massendurchsatzes

Für  $Q_2$  lässt sich die Gleichung ?? analog anwenden:

$$\nu = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t \cdot N} = \frac{(m_2 c_w + m_k c_k)}{N} \frac{\Delta T_2}{\Delta t}.$$

Für die Wärmeentnahme durch Verdampfung des Transportmediums wird pro Massen- und Zeiteinheit die Verdampfungswärme  $L$  verbraucht:

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = L \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

Der Massendurchsatz wird also durch

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t \cdot L} = \frac{(m_2 c_w + m_k c_k)}{L} \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (3)$$

bestimmt.

## 2.5 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung

Die mechanische Kompressorleistung  $N_{mech}$  ergibt sich zu

$$N_{mech} = \frac{1}{\kappa - 1} (p_b \sqrt{\frac{p_a}{p_b}} - p_a) \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta m}{\Delta t}. \quad (4)$$

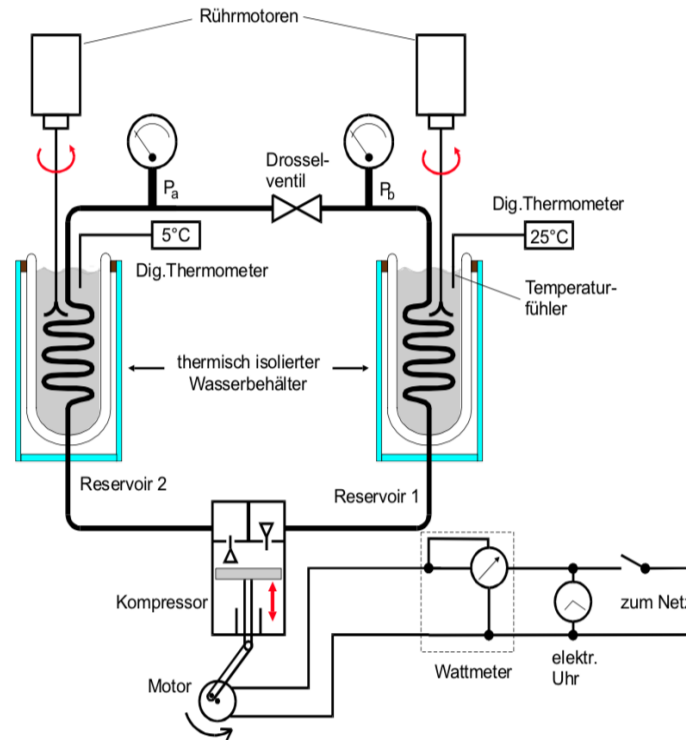
Dabei ist  $\kappa$  das Verhältnis der Molwärmen  $C_P$  und  $C_V$ ,  $\rho$  ist die Dichte des Transportmediums im gasförmigen Zustand. Diese wird bestimmt durch

$$\rho = \frac{p_a}{p_0} \frac{T_0}{T_2} \rho_0. \quad (5)$$

Die Normalbedingungen lauten  $p_0 = 10^5$  Pa und  $T_0 = 273,15$  K.

## 3 Durchführung

Die Reservoirs der in Abb. 2 dargestellten Apparatur werden jeweils mit einer Wassermenge von 3 L aufgefüllt. Anschließend werden die Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  in den Reservoirs, die Drücke  $p_a$  und  $p_b$  im Verdampfungs- bzw. Verflüssigungsbereich und die Leistungsaufnahme des Kompressors gemessen. Der Zeittakt beträgt dabei eine Minute. Die Messung wird abgebrochen, sobald  $T_1$  einen Wert von ca. 50 °C erreicht hat.



**Abbildung 2:** Aufbau einer Wärmepumpe sowie der Messapparatur. Der Druck  $p_b$  und die Temperatur  $T_1$  beziehen sich auf das Reservoir 1. Der Druck  $p_a$  und die Temperatur  $T_2$  beziehen sich auf das Reservoir 2.  $p_b$  und  $T_1$  sind jeweils größer als die anderen Werte.

## 4 Auswertung

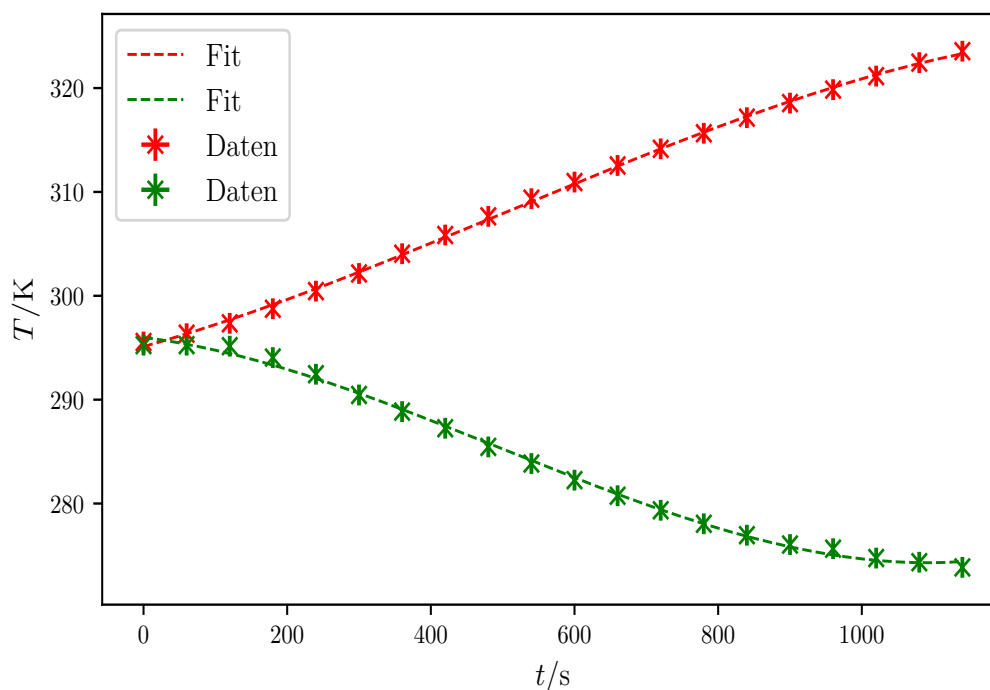
Die gemessenen Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$ , sowie die Drücke  $p_a$  und  $p_b$  und die Leistungsaufnahme des Kompressors zu verschiedenen Zeiten  $t$  sind in Tabelle 1 dargestellt.

**Tabelle 1:** Die Temperatur in Reservoir 1 und Reservoir 2 und die dazugehörigen Drücke und die Leistungsaufnahme des Kompressors zu verschiedenen Zeitpunkten.

$t/\text{min}$	$T_1/^\circ\text{C}$	$p_b/\text{bar}$	$T_2/^\circ\text{C}$	$p_a/\text{bar}$	$N/\text{W}$
0,00	22,40	5,00	22,10	5,40	0,00
1,00	23,20	7,30	22,10	2,60	165,00
2,00	24,20	7,50	22,00	2,80	180,00
3,00	25,60	8,00	20,90	3,00	185,00
4,00	27,30	8,45	19,30	3,10	195,00
5,00	29,00	8,80	17,30	3,20	200,00
6,00	30,90	9,30	15,70	3,20	203,00
7,00	32,70	9,60	14,10	3,20	205,00
8,00	34,50	10,00	12,30	3,30	205,00
9,00	36,20	10,50	10,70	3,30	208,00
10,00	37,80	10,90	9,10	3,30	208,00
11,00	39,40	11,20	7,60	3,30	210,00
12,00	41,00	11,50	6,20	3,30	210,00
13,00	42,50	11,90	4,90	3,30	212,00
14,00	44,00	12,20	3,80	3,30	212,00
15,00	45,40	12,50	2,90	3,30	212,00
16,00	46,70	12,90	2,50	3,30	212,00
17,00	48,00	13,30	1,60	3,30	210,00
18,00	49,30	13,50	1,20	3,20	210,00
19,00	50,40	13,90	0,70	3,30	210,00

#### 4.1 Temperaturverläufe

Die Temperaturverläufe der beiden Reservoirs sind in Abbildung 3 zu sehen.



**Abbildung 3:** Temperaturverläufe. Es sind jeweils die Daten und ein Fit dargestellt. Die rote Kurve stellt die Temperatur in Reservoir x dar. Die grüne Kurve stellt die Temperatur in Reservoir y dar. Dabei wird die Temperatur durch ein Polynom dritten Grades dargestellt:  $T(t) = At^3 + Bt^2 + Ct + D$ . Die Fitparameter der Kurve der Temperatur im ersten Reservoir sind  $A_1 = (-1,20 \pm 0,17) \cdot 10^{-8}$ ,  $B_1 = (1,83 \pm 0,30) \cdot 10^{-5}$ ,  $C_1 = (1,95 \pm 0,14) \cdot 10^{-2}$  und  $D_1 = 295,11 \pm 0,18$ . Die Fitparameter der Kurve der Temperatur im zweiten Reservoir sind  $A_2 = (2,61 \pm 0,30) \cdot 10^{-8}$ ,  $B_2 = (-3,87 \pm 0,52) \cdot 10^{-5}$ ,  $C_2 = (-0,87 \pm 0,25) \cdot 10^{-2}$  und  $D_2 = 295,99 \pm 0,32$ .

Die Differentialquotienten  $\frac{dT}{dt}$  für vier verschiedene Temperaturen sind im Folgenden zu sehen. Es werden die Temperaturen

$$\begin{aligned} T_1 &= 1^\circ\text{C} & &= 274,15\text{ K} \\ T_2 &= 5^\circ\text{C} & &= 278,15\text{ K} \\ T_3 &= 10^\circ\text{C} & &= 283,15\text{ K} \\ T_4 &= 15^\circ\text{C} & &= 288,15\text{ K} \end{aligned}$$

betrachtet. Dabei ist  $(??)$  die Ableitung der Funktion der Temperatur  $T(t)$ . Für  $\frac{dT_1}{dt}$



folgt:

$$\begin{aligned}dT_{1,1}(1) &= 0,0216 \pm 0,0015 \\dT_{1,2}(5) &= 0,0272 \pm 0,0023 \\dT_{1,3}(10) &= 0,028 \pm 0,004 \\dT_{1,4}(15) &= 0,023 \pm 0,007\end{aligned}$$

Für  $\frac{dT_2}{dt}$  gilt:

$$\begin{aligned}dT_{2,1}(1) &= -0,0130 \pm 0,0026 \\dT_{2,2}(5) &= -0,025 \pm 0,004 \\dT_{2,3}(10) &= -0,027 \pm 0,007 \\dT_{2,4}(15) &= -0,015 \pm 0,012\end{aligned}$$

## 4.2 Bestimmung der Güteziffern

Die Wärmekapazität der Kupferschlange und des Eimers beträgt

$$m_k c_k = 750 \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

Die realen Güteziffern für die vier Temperaturen werden mittels Gleichung (2) berechnet. Die idealen Güteziffern werden mit Gleichung (1) bestimmt. Beide Größen sind in Tabelle 2 jeweils gegenübergestellt.

**Tabelle 2:** Die Ergebnisse für die realen und idealen Gütewerte für die vier verschiedenen Temperaturwerte.

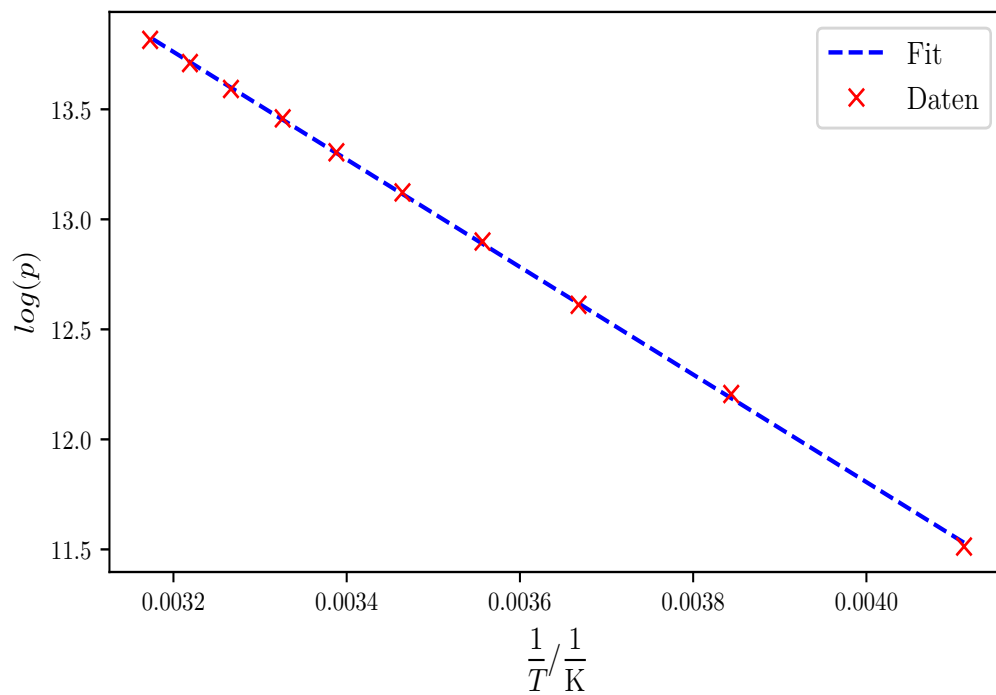
$\nu_{\text{real}}$	$\nu_{\text{ideal}}$
$0,094 \pm 0,007$	$270 \pm 350$
$0,082 \pm 0,007$	$25,8 \pm 3,1$
$0,063 \pm 0,011$	$10,8 \pm 0,5$
$0,024 \pm 0,018$	$7,50 \pm 0,23$

## 4.3 Bestimmung des Massendurchsatzes

Das im Versuch verwendete Gas ist Dichlordifluormethan. Die Verdampfungswärme  $L$  des Gases wird durch die Dampfdruck-Kurve in Abb. 4 bestimmt. Die Wertepaare des Drucks  $p$  und der Temperatur  $T$ , die zur Darstellung der Dampfdruck-Kurve nötig sind, befinden sich in Tabelle 3.

**Tabelle 3:** Druck und Temperaturskala gegeneinander aufgetragen.

p / bar	T / °C
1,00	−30,00
2,00	−13,00
3,00	−0,50
4,00	8,00
5,00	15,50
6,00	22,00
7,00	27,50
8,00	33,00
9,00	37,50
10,00	42,00



**Abbildung 4:** Dampfdruck-Kurve.

Die Verdampfungswärme ist durch eine Ausgleichsrechnung somit

$$L = (-2,032 \pm 0,011) \cdot 10^4.$$

Die Massendurchsätze ergeben sich damit mit Gleichung (3) zu

$$\begin{aligned}m_1 &= 0,0032 \pm 0,0006 \\m_2 &= 0,0060 \pm 0,0010 \\m_3 &= 0,001\,03 \pm 0,000\,29 \\m_4 &= 0,0006 \pm 0,0005.\end{aligned}$$

#### 4.4 Bestimmung der mechanischen Kompressorleistung

Dichlordifluormethan hat bei den Werten

$$\begin{aligned}T &= 273,15\,\text{K} \\p &= 10^5\,\text{Pa} \\\kappa &= 1,14\end{aligned}$$

die Dichte

$$\rho_0 = 5,51 \frac{\text{g}}{\text{L}},$$

die mit Gleichung (5) berechnet werden kann. Die mechanischen Kompressorleistungen für die vier Temperaturen ergeben sich mit Gleichung (4) zu den in Tabelle 4 stehen Werten.

**Tabelle 4:** Die Ergebnisse für die mechanische und die elektrische Leistung für die vier verschiedenen Temperaturwerte.

$\nu_{\text{real}}$	$\nu_{\text{ideal}}$
$135 \pm 32$	165,00
$160 \pm 40$	200,00
$50 \pm 70$	208,00
$310 \pm 140$	212,00

## Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch <++> zum Literaturverzeichnis*. 2018.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.

- [5] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.