

V501/2 - Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld und im transversalen Magnetfeld

Jan Herdieckerhoff
jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff
karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.04.2019, Abgabe: 18.04.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
2.1 Theoretische Grundlage im elektrischen Feld	3
2.1.1 Aufbau einer Kathodenstrahlröhre	3
2.1.2 Berechnung der Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld	3
2.1.3 Der Kathodenstrahl-Oszillograph	4
2.2 Theoretische Grundlage im magnetischen Feld	4
2.2.1 Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld	4
2.2.2 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	5
2.2.3 Das Helmholtz-Spulenpaar	5
3 Durchführung	5
3.1 Messung im elektrischen Feld	5
3.1.1 Proportionalität zwischen Leuchtfleckverschiebung und Ablenk- spannung	5
3.1.2 Kathodenstrahl-Oszillograph	6
3.2 Messung im Magnetfeld	6
3.2.1 Messung der spezifischen Elektronenladung	6
3.2.2 Messung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes	6
4 Auswertung	7
4.1 Elektisches Feld	7
4.1.1 Proportionalität zwischen Leuchtfleckverschiebung und Ablenk- spannung	7
4.1.2 Bestimmung der Frequenz der Sinusspannung	10
4.2 Magnetfeld	10
4.2.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung	10
4.2.2 Bestimmung der Intensität des lokal Erdmagnetfeldes	12
5 Diskussion	12
Literatur	13

1 Ziel

2 Theorie

Für beide Versuchsteile wird eine Röhre verwendet, in der ein Vakuum erzeugt wurde. Dafür wird die so genannte Kathodenstrahlröhre bis auf einen Restdruck von ca. $1 \cdot 10^{-6}$ mbar evakuiert.

2.1 Theoretische Grundlage im elektrischen Feld

2.1.1 Aufbau einer Kathodenstrahlröhre

Die Kathodenstrahlröhre besteht im Wesentlichen aus drei Bauteilen. Zum einen gibt es eine Elektronenkanone, die freie Elektronen erzeugt und beschleunigt und in der diese zu einem Strahl fokussiert werden. Außerdem gibt es ein Ablenk- und ein Nachweissystem. Die Elektronen werden hierfür durch Glühemission in einem bis zur Rotglut erhitzten Draht erzeugt. Die Kathode ist von einem Wehnelt-Zylinder umgeben. Mit seinem negativen Potential kann die Intensität des Elektronenstrahls gesteuert werden. Vor dem Zylinder befindet sich eine positiv geladene Elektrode, die dafür sorgt, dass sich die freien Elektronen, die die Barriere des Zylinders überwinden, auf eine Geschwindigkeit v_z beschleunigen. Mit dem Energiesatz ergibt sich dann

$$\frac{m_0 v_z^2}{2} = e_0 U_B. \quad (1)$$

Hinter der Elektrode befinden sich weitere Elektroden, die dafür da sind, den Strahl zu fokussieren. Der gebündelte Strahl fällt am Ende der Apparatur auf einen Leuchtschirm, auf dem die auftreffenden Elektronen die Aktivatorzentren zur Emission von Lichtquanten anregen. Der Leuchtschirm ist mit der Beschleunigungselektrode verbunden, sodass er sich nicht negativ laden kann. Das Ablenkssystem besteht aus zwei Plattenpaaren, deren Normalen senkrecht aufeinander stehen. Legt man eine Spannung an diese Platten an, übt das davon erzeugte E -Feld eine Kraft auf den Elektronenstrahl aus.

2.1.2 Berechnung der Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld

Ist der Plattenabstand d klein gegen die Plattenlänge p der Ablenkplatten, kann man annehmen, dass das elektrische Feld homogen ist und sich die Feldstärke zu

$$E = \frac{U_d}{d}$$

ergibt. Auf ein Elektron wirkt dann die entsprechende Kraft, die außerhalb der Platten null wird. Diese Kraft ist konstant, wodurch sich eine Beschleunigung ergibt. Die erreichte Geschwindigkeit ist

$$v_y = \frac{e_0}{m_0} \frac{U_d}{d} \Delta t.$$

Mit der Plattenlänge und der gleichförmigen Geschwindigkeit v_z ergibt sich Δt zu

$$\Delta t = \frac{p}{v_z}.$$

Dieser Ausdruck kann in die vertikale Geschwindigkeit v_y eingesetzt werden. Der Winkel θ der Richtungsänderung setzt sich aus der Division von v_y durch v_z zusammen.

Damit ergibt sich für die Verschiebung D des Leuchtflecks

$$D = L\theta = \frac{e_0}{m_0} L \frac{U_d}{d} \frac{p}{v_z^2}.$$

Mit Gleichung (1) ergibt sich dann

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{U_d}{U_B}. \quad (2)$$

2.1.3 Der Kathodenstrahl-Oszillograph

Mit einem Kathodenstrahl-Oszillographen kann die Zeitabhängigkeit von Wechselspannungen dargestellt werden. Dazu wird an das Plattenpaar, das den Strahl in horizontaler Richtung ablenkt, eine Sägezahnspannung angelegt. An das Plattenpaar, das den Strahl vertikal ablenkt, wird die zu untersuchende Spannung angelegt. Wenn die Synchronisationsbedingung

$$n \nu_{\text{Sä}} = m \nu_{\text{We}}$$

erfüllt ist, wird der Verlauf der Wechselspannung auf dem Leuchtschirm angezeigt.

2.2 Theoretische Grundlage im magnetischen Feld

Elektronische Felder üben auf ruhende Ladungen eine Kraft aus. Magnetostatische Felder dagegen üben nur auf Ladungen, die sich relativ zum Feld bewegen, eine Kraft aus.

2.2.1 Berechnung der Elektronenbahn im homogenen Magnetfeld

Eine Ladung q , die sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} in einem homogenen Magnetfeld \vec{B} bewegt, erfährt die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (3)$$

Die Lorentz-Kraft ist nur nicht null, wenn es eine Geschwindigkeitskomponente \vec{v} gibt, die senkrecht zu \vec{B} ausgerichtet ist.

Das Magnetfeld ändert allerdings nur die Richtung und ändert nicht die Geschwindigkeit. Also ist die Energie konstant innerhalb des Systems der Ladung.

Der Krümmungsradius r der Bahn lässt sich aus dem Gleichgewicht der Lorentz- und der Zentrifugalkraft bestimmen. Es ergibt sich

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}. \quad (4)$$

Die rechte Seite der Gleichung ist konstant, insofern ist die Krümmungsbahn eine Kreisbahn.

2.2.2 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Mit Gleichung 4 lässt sich die spezifische Ladung der Elektronen e_0/m_0 bestimmen. Mit der Beschleunigungsspannung U_B ergibt sich die konstante Geschwindigkeit v_0 zu

$$v_0 = \sqrt{2U_B \frac{e_0}{m_0}}. \quad (5)$$

In einem feldfreien Raum bewegen sich die Elektronen eines Kathodenstrahls in Richtung Mittelpunkt des Leuchtschirms und erzeugen einen Leuchtfleck. Wenn das Magnetfeld eingeschaltet wird, verschiebt sich der Leuchtfleck aufgrund der Krümmung auf der vertikalen Achse um das Stück D . Zwischen dem Wirkungsbereich L (das ist die Weite zwischen der Quelle und dem Schirm), dem Stück D und dem Radius r ergibt sich über den Satz des Pythagoras die Verbindung

$$r = \frac{L^2 + D^2}{2D}. \quad (6)$$

Dies kann in 4 eingesetzt werden. Damit ergibt sich der Zusammenhang

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8U_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B. \quad (7)$$

2.2.3 Das Helmholtz-Spulenpaar

Ein Helmholtz-Spulenpaar kann ein homogenes Magnetfeld erzeugen. Der Radius R beider Spulen entspricht dem Spulenabstand. Die Windungszahl N der Spulen ist ebenfalls identisch. Im Mittelpunkt ist die Flussdichte B durch

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R} \quad (8)$$

gegeben.

3 Durchführung

3.1 Messung im elektrischen Feld

Im ersten Teil des Versuches soll die Proportionalität zwischen der Leuchtfleckverschiebung und der Ablenkspannung bestimmt werden. Außerdem soll das Kathodenstrahl-Oszilloskop untersucht werden.

3.1.1 Proportionalität zwischen Leuchtfleckverschiebung und Ablenkspannung

Im ersten Teil werden die Leuchtfleckverschiebung und die Ablenkspannung U_d für fünf verschiedene Beschleunigungsspannungen U_B zwischen 180 und 380 V in 50 V Schritten gemessen, um die Proportionalität zwischen diesen beiden Größen zu bestimmen. Dazu wird für jede Beschleunigungsspannung der Leuchtfleck nacheinander auf die neun Linien des Koordinatennetzes geregelt. Es wird jeweils die Ablenkspannung abgelesen.

3.1.2 Kathodenstrahl-Oszillograph

Es wird ein einfacher Kathodenstrahl-Oszillograph (Abb. 1) aufgebaut und versucht durch Variation der Sägezahnfrequenz stehende Bilder der Sinusspannung auf dem Leuchtschirm zu erhalten. Das ist immer dann der Fall, wenn Sägezahn- und Sinusfrequenz ein rationales Verhältnis bilden. Es sollen die Fälle $n = \frac{1}{2}$, 1, 2 und 3 realisiert und dabei die Sägezahnfrequenzen abgelesen werden.

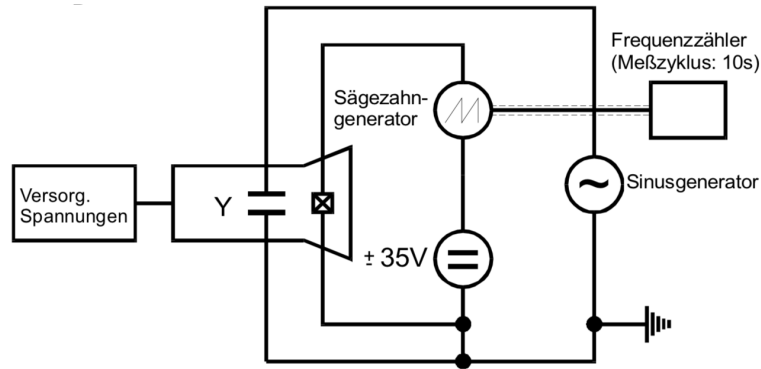


Abbildung 1: Schaltbild eines Kathodenstrahl-Oszillographen.

3.2 Messung im Magnetfeld

In diesem Versuchsteil sollen die spezifische Elektronenladung und die Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes bestimmt werden.

3.2.1 Messung der spezifischen Elektronenladung

Um die spezifische Elektronenladung zu bestimmen, wird mittels eines großen Helmholtz-Spulenpaares ein nahezu homogenes Magnetfeld, das senkrecht zum Elektronenstrahl einer Kathodenstrahlröhre ausgerichtet ist, erzeugt. Nach der korrekten Ausrichtung mithilfe eines speziellen Kompasses wird bei konstanten Beschleunigungsspannungen $U_B = 250\text{ V}$ und 360 V die Strahlverschiebung D in Abhängigkeit von den beiden Magnetfeldstärken gemessen. Dazu wird jeweils die Stromstärke, die eingestellt werden muss, um den Leuchtfleck auf die neun Linien des Koordinatennetzes zu bewegen, abgelesen.

3.2.2 Messung der Intensität des lokalen Erdmagnetfeldes

Die Achse der Kathodenstrahlröhre wird in Nord-Süd-Richtung des Erdmagnetfeldes ausgerichtet. Die Position des Leuchtflecks in dem Koordinatennetz wird . Die Apparatur wird anschließend in Ost-West-Richtung ausgerichtet. Der Leuchtfleck, dessen Position sich durch die Kraft des Feldes geändert hat, wird durch Einschalten des Helmholtz-Feldes wieder auf seine ursprüngliche Position bewegt, indem die Wirkung des Erdmagnetfeldes durch den Spulenstrom I_{hor} kompensiert wird. Diese Stromstärke wird aufgenommen.

Anschließend wird mithilfe des speziellen Kompasses der Winkel φ zwischen der Horizontalebene und der Richtung des Erdmagnetfeldes bestimmt.

4 Auswertung

Für die Auswertung wird Python, im Speziellen matplotlib [3], NumPy [6], SciPy [4] und Uncertainties [5], benutzt.

4.1 Elektisches Feld

4.1.1 Proportionalität zwischen Leuchtfleckverschiebung und Ablenkspannung

Die gemessenen Werte für die Ablenkspannung U_d auf jeder Linie des Koordinatennetzes sind für die fünf unterschiedlichen Beschleunigungsspannungen U_B in den folgenden Tabellen 1 bis 5 aufgelistet.

Tabelle 1: Die Index Werte entsprechen der Höhe die bei der jeweiligen Ablenkspannung U_d und der Beschleunigungsspannung $U_B = 180 \text{ V}$.

Index	U_d/V
1,0	-21,3
2,0	-17,9
3,0	-14,4
4,0	-11,2
5,0	-7,8
6,0	-4,6
7,0	-1,2
8,0	2,3
9,0	6,1

Tabelle 2: Die Index Werte entsprechen der Höhe die bei der jeweiligen Ablenkspannung U_d und der Beschleunigungsspannung $U_B = 230 \text{ V}$.

Index	U_d/V
1,0	-25,8
2,0	-21,8
3,0	-17,8
4,0	-13,5
5,0	-9,4
6,0	-5,2
7,0	-1,0
8,0	3,4
9,0	7,8

Tabelle 3: Die Index Werte entsprechen der Höhe die bei der jeweiligen Ablenkspannung U_d und der Beschleunigungsspannung $U_B = 280 \text{ V}$.

Index	U_d/V
1,0	-30,7
2,0	-26,0
3,0	-20,8
4,0	-15,9
5,0	-10,9
6,0	-5,8
7,0	-0,9
8,0	4,6
9,0	10,0

Tabelle 4: Die Index Werte entsprechen der Höhe die bei der jeweiligen Ablenkspannung U_d und der Beschleunigungsspannung $U_B = 330 \text{ V}$.

Index	U_d/V
1,0	-36,1
2,0	-30,1
3,0	-24,4
4,0	-18,3
5,0	-12,6
6,0	-6,8
7,0	-0,6
8,0	5,7
9,0	12,1

Tabelle 5: Die Index Werte entsprechen der Höhe die bei der jeweiligen Ablenkspannung U_d und der Beschleunigungsspannung $U_B = 380 \text{ V}$.

Index	U_d/V
1,0	nan
2,0	-34,6
3,0	-27,7
4,0	-21,0
5,0	-14,3
6,0	-7,5
7,0	-0,4
8,0	6,8
9,0	13,6

Die Leuchtfleckverschiebung D ist in Abb. 2 für die fünf Beschleunigungsspannungen gegen die Ablenkspannung U_d aufgetragen.

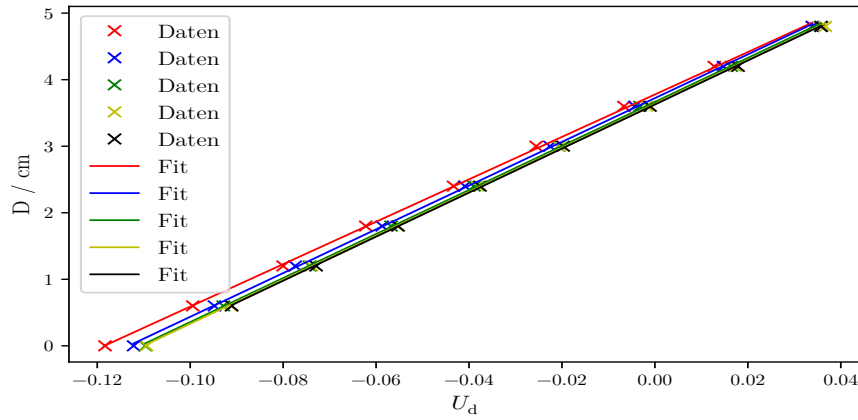


Abbildung 2: Die Leuchtfleckverschiebung D ist gegen die Ablenkspannung U_d aufgetragen. Es sind die Daten für die fünf verschiedenen Beschleunigungsspannungen und jeweils ein Fit eingezeichnet.

Aus der Abb. 2 lassen sich die Werte $\frac{D}{U_d}$ bestimmen:

$$\begin{aligned}
 U_B = 180 \text{ V} : \frac{D}{U_d} &= 1 \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\
 U_B = 230 \text{ V} : \frac{D}{U_d} &= 2 \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\
 U_B = 280 \text{ V} : \frac{D}{U_d} &= 3 \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\
 U_B = 330 \text{ V} : \frac{D}{U_d} &= 4 \frac{\text{cm}}{\text{V}} \\
 U_B = 380 \text{ V} : \frac{D}{U_d} &= 5 \frac{\text{cm}}{\text{V}}.
 \end{aligned}$$

Der mit Gleichung errechnete Mittelwert für die Steigung ist

$$\frac{D}{U_D} = 6 \frac{\text{cm}}{\text{V}}.$$

Die angegebenen Werte für die Plattenlänge p , den Plattenabstand d und den Strahlweg L sind

$$\begin{aligned}
 p &= 1,03 \text{ cm} \\
 d &= 0,38 \text{ cm} \\
 L &= 14,3 \text{ cm}.
 \end{aligned}$$

Der aus diesen Werten theoretisch berechnete Wert für die Steigung ist

$$\frac{pL}{2d} = 7 \text{ cm.}$$

4.1.2 Bestimmung der Frequenz der Sinusspannung

Die gemessenen Synchronisationsfrequenzen sind in Tabelle 6 zu finden.

Tabelle 6: Die Frequenzen der Sägezahnspannung.

Index	$\nu_{\text{Sä}}/\text{Hz}$
1,00	25,02
2,00	49,95
3,00	99,99
4,00	149,97

Durch das Synchronisationsverhältnis kann jeweils die Frequenz der Sinusspannung bestimmt werden:

$$\nu_1 = 1 \text{ Hz}$$

$$\nu_2 = 2 \text{ Hz}$$

$$\nu_3 = 3 \text{ Hz}$$

$$\nu_4 = 4 \text{ Hz.}$$

Der daraus mit Gleichung berechnete Mittelwert ergibt sich zu

$$\nu_{\text{mittel}} = 5 \text{ Hz.}$$

4.2 Magnetfeld

4.2.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung

Die Strahlverschiebung D in Abhängigkeit von der Flussdichte B für eine Beschleunigungsspannung von $U_B = 250 \text{ V}$ ist in Tabelle 7 aufgeführt. Die Strahlverschiebung in Abhängigkeit von der Flussdichte für eine Beschleunigungsspannung von $U_B = 360 \text{ V}$ befindet sich in Tabelle 8.

Tabelle 7: Die Indexwerte entsprechen der Höhe die bei dem jeweiligen Strom und der Beschleunigungsspannung $U_B = 250$ V.

Index	I/A
1,00	0,00
2,00	0,25
3,00	0,63
4,00	1,00
5,00	1,35
6,00	1,68
7,00	2,05
8,00	2,40
9,00	2,75

Tabelle 8: Die Indexwerte entsprechen der Höhe die bei dem jeweiligen Strom und der Beschleunigungsspannung $U_B = 360$ V.

Index	I/A
1,00	0,00
2,00	0,33
3,00	0,75
4,00	1,18
5,00	1,55
6,00	1,95
7,00	2,38
8,00	2,80
9,00	3,23

Der Term $\frac{D}{L^2+D^2}$ ist für beide Beschleunigungsspannungen in Abb. 3 aufgetragen. Dabei ist L der Strahlweg und hat einen Wert von

$$L = 14,3 \text{ cm},$$

wie bereits in Abschnitt 4.1.1 erwähnt.

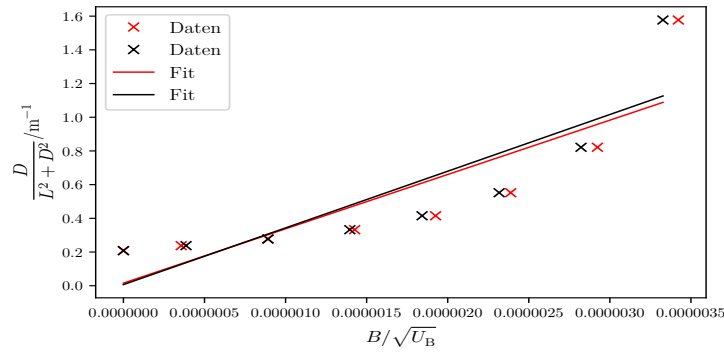


Abbildung 3: $\frac{D}{L^2 + D^2}$ gegen B aufgetragen. Es sind die Daten und die Fits für beide Beschleunigungsspannungen eingetragen.

Durch die Steigung

$$a = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \frac{1}{\text{m T}}$$

lässt sich die spezifische Elektronenladung bestimmen. Diese ergibt sich zu

$$\frac{e_0}{m_0} = 1 \frac{\text{C}}{\text{kg}}.$$

4.2.2 Bestimmung der Intensität des lokal Erdmagnetfelds

Der Spulenstrom, der nötig ist, um das Erdmagnetfeld zu kompensieren, beträgt

$$I_{\text{hor}} = 1 \text{ A}.$$

Der Winkel zwischen Horizontalebene und Richtung des Erdmagnetfelds beträgt

$$\varphi = 1^\circ.$$

Aus diesen beiden Werten lässt sich mittels Gleichung die Totalintensität des lokalen Erdmagnetfelds bestimmen. Diese ergibt sich zu

$$B_{\text{total}} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

5 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 501 - Ablenkung eines Elektronenstrahls im elektrischen Feld*. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V501.pdf>.
- [2] TU Dortmund. *Versuch 502 - Ablenkung eines Elektronenstrahls im transversalen Magnetfeld*. 2019. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V502.pdf>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. „SciPy: Open source scientific tools for Python“. Version 0.16.0. In: (). URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. „Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties“. Version 2.4.6.1. In: (). URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.