US1 - Grundlagen der Ultraschalltechnik

Jan Herdieckerhoff jan.herdieckerhoff@tu-dortmund.de

Karina Overhoff karina.overhoff@tu-dortmund.de

Durchführung: 02.04.2019, Abgabe: 04.04.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| 1 | Ziel | | 3 | |
|-----|------------|--|----|--|
| 2 | Theorie | | | |
| | 2.1 | Allgemeines | 3 | |
| | 2.2 | Erzeugung von Ultraschall | 4 | |
| | 2.3 | Verfahren | 4 | |
| 3 | Dur | chführung | 5 | |
| | 3.1 | Vermessung der Acrylzylinder | 5 | |
| | 3.2 | Bestimmung der Dämpfung mittels Impuls-Echo-Verfahren | 5 | |
| | 3.3 | Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Durchschallungs-Verfahren | 6 | |
| | 3.4 | Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren | 6 | |
| | 3.5 | Biometrische Untersuchung eines Augenmodells | 6 | |
| 4 | Auswertung | | | |
| | 4.1 | Vermessung der Acrylzylinder | 7 | |
| | 4.2 | Bestimmung der Dämpfung mittels Impuls-Echo-Verfahren | 10 | |
| | 4.3 | Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Durchschallungs-Verfahren | 11 | |
| | 4.4 | Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren $$ | 14 | |
| | 4.5 | Biometrische Untersuchung eines Augenmodells | 15 | |
| 5 | Disk | ussion | 16 | |
| | 5.1 | Graphische Auswertung | 16 | |
| | 5.2 | Messung der Schallgeschwindigkeit | 17 | |
| | 5.3 | Dämpfungskoeffizient | 17 | |
| | 5.4 | Durchschall- und Impuls-Echo-Verfahren | 17 | |
| | 5.5 | Die Abstände in dem Augenmodell | 17 | |
| | 5.6 | Fazit | 17 | |
| Lit | teratı | ır | 18 | |

1 Ziel

Die grundlegenden Eigenschaften und Begriffe der Ultraschallechographie sollen kennengelernt und angewandt werden. Dabei wird die Schallgeschwindigkeit und der Absorptionskoeffizient in Acryl gemessen und die Dicke von verschiedenen Acrylblöcken wird anschließend mit verschiedenen Verfahren bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Allgemeines

Der Frequenzbereich des Ultraschalls liegt zwischen 20 kHz und ca. 1 GHz. Die Ultraschalltechnik findet Anwendung bei zerstörfreier Materialprüfung und in der Medizin. Der Schall ist eine longitudinale Druckwelle und wird beschrieben durch

$$p(x,t) = p_0 + v_0 Z \cos(\omega t - kx).$$

Dabei ist Z die akustische Impedanz, die sich aus der Schallgeschwindigkeit in diesem Material und dessen Dichte zusammensetzt. Es gilt

$$Z = c \cdot \rho$$
.

Die Welle besitzt ähnliche Eigenschaften wie elektromagnetische Wellen. Die Phasengeschwindigkeit ist aber materialabhängig. In Gasen und Flüssigkeiten breitet sich der Schall immer longitudinal aus. In Flüssigkeiten ist die Geschwindigkeit abhängig von der Kompressibilität κ und der Dichte ρ . Sie ergibt sich zu

$$c_{\mathrm{Fl}} = \sqrt{\frac{1}{\kappa \cdot \rho}}.$$

Bei einem Festkörper ergibt sich die von dem Elastizitätsmodul E abhängige Geschwindigkeit zu

$$c_{\mathrm{Fe}} = \sqrt{\frac{E}{
ho}}.$$

Die Geschwindigkeit unterscheidet sich im Festkörper für die longitudinale und transversale Ausbreitung. Die Geschwindigkeit ist richtungsabhängig.

Ein Teil der Energie bei der Ausbreitung von Schall geht durch Absorption verloren. Die Intensität I_0 nimmt exponentiell auf der Strecke x ab:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}. (1)$$

Der Faktor α ist der Absorptionskoeffizient. In Luft wird Schall stark absorbiert, weshalb zwischen Schallgeber und zu untersuchendem Material ein Kontaktmittel verwendet wird.

Eine Schallwelle, die auf eine Grenzfläche trifft, wird reflektiert. Der Reflexionskoeffizient ergibt sich mit den Impedanzen beider Materialien zu

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 - Z_2}\right)^2.$$

Der Transmissionsanteil wird mittels T = 1 - R bestimmt.

Wenn die Länge s und die Durchlaufzeit $\Delta t = t_2 - t_1$ bekannt sind, lässt sich aus der bekannten Gleichung

$$s = \frac{1}{2}c\Delta t \tag{2}$$

die Schallgeschwindigkeit mittels

$$c = \frac{2s}{\Delta t} \tag{3}$$

berechnen.

2.2 Erzeugung von Ultraschall

Die Erzeugung von Ultraschall funktioniert auf verschiedene Arten. Eine Art ist die Verwendung des reziproken piezo-elektrischen Effekts. Dafür bringt man einen piezoelektrischen Kristall in ein elektrisches, sich wechselndes Feld, sodass der Kristall, wenn eine Achse in Richtung des Feldes gerichtet ist, zu schwingen beginnt. Beim Schwingen strahlt er Ultraschallwellen ab. Stimmen Anregungsfrequenz und Eigenfrequenz überein, entstehen große Amplituden, sodass hohe Schallenergiedichten genutzt werden. Der Kristall kann auch als Schallempfänger verwendet werden. Dabei wird auch wieder der piezoelektrische Effekt genutzt, bloß andersherum. Durch die Schallwellen wird der Kristall in Schwingung versetzt und erzeugt so einen messbares Feld. Quarze sind dabei die meist benutzten Piezokristalle, da sie konstante Eigenschaften besitzten. Der piezoelektrische Effekt ist bei diesen aber relativ schwach.

2.3 Verfahren

In der Ultraschalltechnik werden zwei Verfahren verwendet - das Duchschallungs-Verfahren und das Impuls-Echo-Verfahren.

Das Durchschallungs-Verfahren funktioniert so, dass mit einem Ultraschallsender ein kurzzeitiger Schallimpuls gesendet wird und am anderen Ende der Probe ein Empfänger steht. Ein abgeschwächtes Signal gibt Auskunft darüber, dass eine Fehlstelle vorhanden ist. Dabei kann aber nicht bestimmt werden, wo sich die Fehlstelle befindet.

Beim Impuls-Echo-Verfahren ist der Schallsender auch der Empfänger. Der Ultraschallpuls wird hierbei an Grenzflächen reflektiert und nach der Rückkehr vom Empfänger aufgenommen. Bei Fehlstellen kann dann deren Größe durch die Höhe des Echos bestimmt werden.

Laufzeitdiagramme können als A-Scan, B-Scan oder TM-Scan durchgeführt werden. Ein A-Scan ist eine Amplitudenmessung. Die gemessene Amplitude wird also gegen die Zeit aufgetragen. Der B-Scan ist die Helligkeitsmessung. Dabei wird ein 2D-Bild erstellt,

an dem man Ort und Intensität anhand der Farben in dem Bild erkennen kann. Der TM-Scan ist die Time-Motion Darstellung des Bildes. Dabei werden mehrere Amplituden in gewissen Zeitabständen losgeschickt. Die Amplitude ist auf der vertikalen Achse angegeben und die Echozüge werden auf der horizontalen Achse dargestellt, stellen also die Zeitachse dar. Z.B. lassen sich damit gut Bewegungen des Gewebes gut erkennen.

3 Durchführung

3.1 Vermessung der Acrylzylinder

Als erstes wird ein Acrylzylinder mit einer 2 MHz-Sonde auf einer Schicht aus bidestiliertem Wasser gekoppelt. Damit wird ein A-Scan mittels Impuls-Echo-Verfahren durchgeführt. Für die ersten beiden Pulse werden die Laufzeit und Amplitude gemessen. Die Länge des Zylinders wird gemessen. Diese Messung wird mit vier weiteren Acrylzylinder wiederholt. Die Zylinder sind in Abb. 1 zu sehen.

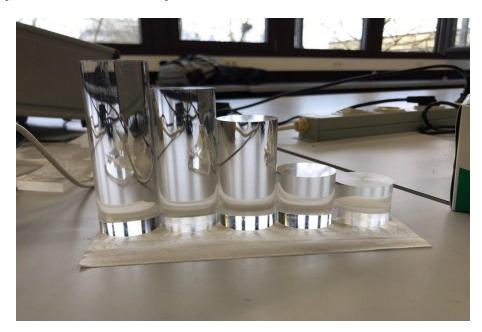


Abbildung 1: Die verwendeten Acrylzylinder.

3.2 Bestimmung der Dämpfung mittels Impuls-Echo-Verfahren

Aus den vorherigen Messungen wird für alle fünf Acrylzylinder durch die Amplituden der materialspezifische Schwächungskoeffizient bestimmt.

3.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Durchschallungs-Verfahren

Die Acrylzylinder werden in die Halterung gespannt und an beiden Seiten wird jeweils eine Sonde mit Koppelgel gekoppelt. Mit einem A-Scan wird die Laufzeit bestimmt, indem die Zeiten der ersten beiden Amplituden gemessen werden. Die Messung wird für alle Zylinder wiederholt.

3.4 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren

Die Acrylzylinder werden erneut mit dem Impuls-Echo-Verfahren und einem A-Scan gemessen. Die Zeitpunkte der reflektierten Pulse werden aufgenommen.

3.5 Biometrische Untersuchung eines Augenmodells

Die 2 MHz-Sonde wird mit Koppelgel auf die Hornhaut des Augenmodells, das in Abb. 3 zu sehen ist, gesetzt. Mit einem A-Scan werden die Echos an den Grenzflächen der Iris und der Retina (siehe Abb. 2) aufgenommen. Aus den Zeitpunkten können die Abmessungen des Auges bestimmt werden.

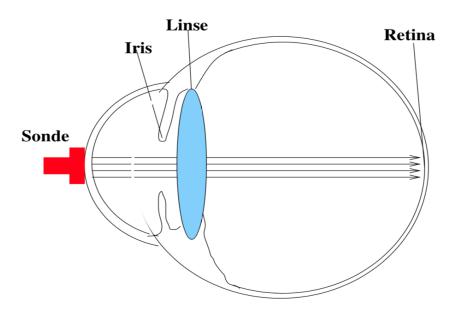


Abbildung 2: Das Modell eines Auges. [2]



Abbildung 3: Foto des untersuchten Augenmodells.

4 Auswertung

Die folgende Auswertung wurde mit den Python Paketen numpy [6], scipy [4] und matplotlib [3] durchgeführt.

4.1 Vermessung der Acrylzylinder

Die Längen der fünf Acrylzylinder sowie die Laufzeiten und Amplituden der ersten beiden reflektierten Pulse, die mittels A-Scan bei dem Impuls-Echo-Verfahren aufgenommen werden, befinden sich in Tab. 1. Die Bildschirmaufnahmen der A-Scans sind in der Reihenfolge vom längsten bis zum kürzesten Zylinder eingefügt.

Tabelle 1: Die Länge der Zylinder und die Spannung mit den jeweiligen Zeitenpunkten der Ausschläge.

| l/mm | $U_1/{ m V}$ | $t_1/\mathrm{\mu s}$ | $U_2/{\rm V}$ | $t_2/\mathrm{\mu s}$ |
|-----------------|--------------|----------------------|---------------|----------------------|
| 120,80 | 1,29 | 0,60 | 0,17 | 88,70 |
| $102,\!30$ | $1,\!27$ | $0,\!50$ | 0,20 | $76,\!50$ |
| 80,50 | $1,\!33$ | 0,60 | 0,76 | $59,\!80$ |
| $40,\!40$ | $1,\!33$ | $0,\!50$ | 1,34 | $30,\!20$ |
| 31,10 | 1,29 | 0,50 | 1,37 | 23,80 |

Mit der Gleichung (3) lassen sich die Schallgeschwindigkeiten für die Zylinder berechnen:

$$\begin{aligned} c_1 &= 2742 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ c_2 &= 2692 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ c_3 &= 2720 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ c_4 &= 2721 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ c_5 &= 2670 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \end{aligned}$$

Der theoretische Wert für die Schallgeschwindigkeit in Acryl [7] beträgt

$$c_{\rm theo} = 2730 \, \frac{\rm m}{\rm s}.$$

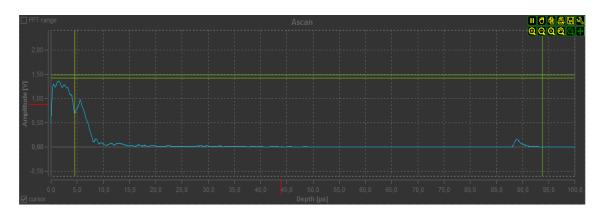


Abbildung 4: Bildschirmaufnahme des A-Scans des ersten Zylinders mit dem Impuls-Echo-Verfahren.

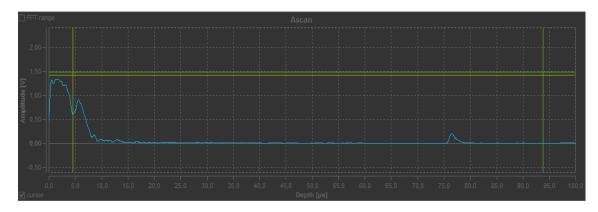


Abbildung 5: Bildschirmaufnahme des A-Scans des zweiten Zylinders mit dem Impuls-Echo-Verfahren.

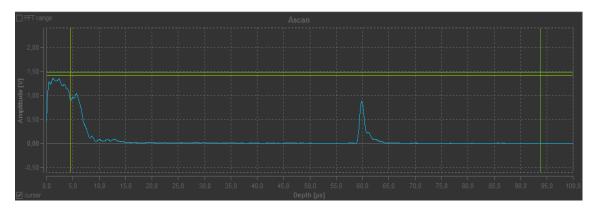


Abbildung 6: Bildschirmaufnahme des A-Scans des dritten Zylinders mit dem Impuls-Echo-Verfahren.

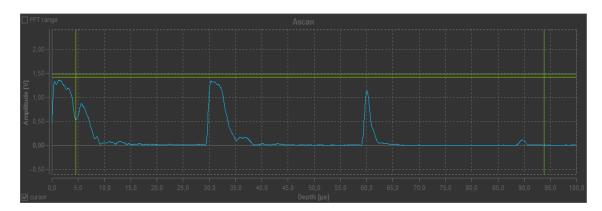


Abbildung 7: Bildschirmaufnahme des A-Scans des vierten Zylinders mit dem Impuls-Echo-Verfahren.

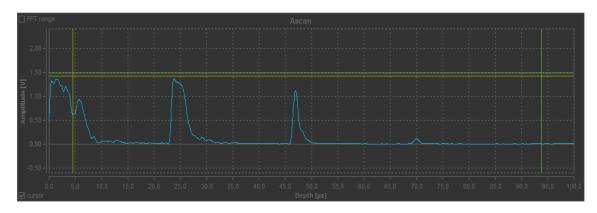


Abbildung 8: Bildschirmaufnahme des A-Scans des fünften Zylinders mit dem Impuls-Echo-Verfahren.

4.2 Bestimmung der Dämpfung mittels Impuls-Echo-Verfahren

Für die Bestimmung des materialspezifischen Schwächungskoeffizienten werden die Amplituden aus Tab. 1 verwendet. Das negative logarithmierte Verhältnis der Spannungen ist in Plot 9 gegen die Länge aufgetragen, um eine lineare Regression durchführen zu können. Die Werte dazu befinden sich in Tab. 2.

Tabelle 2: Der negative Logarithmus des Verhältnisses der Amplituden aufgetragen gegen die Längen l der Zylinder.

| $-ln(U_2/U_1)$ | l/mm |
|----------------|-----------------|
| 2,03 | 120,80 |
| 1,85 | $102,\!30$ |
| $0,\!56$ | $80,\!50$ |
| -0.01 | $40,\!40$ |
| -0.06 | 31,10 |

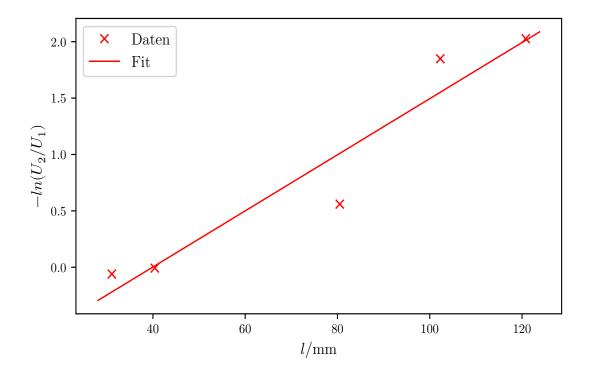


Abbildung 9: Das negative logarithmierte Spannungsverhältnis ist gegen die Länge aufgetragen. Zu sehen sind die Daten und ein Fit.

Die Steigung entspricht der Dämpfung:

$$\alpha = (24.87 \pm 4.19) \frac{1}{\text{m}}.$$

Der Literaturwert der Dämpfung ist

$$\alpha = 57 \, \frac{1}{\mathrm{m}}.$$

4.3 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Durchschallungs-Verfahren

Die Laufzeiten, die der Schallimpuls jeweils zum Durchlaufen des Zylinders benötigt, sind in Tab. 3 aufgeführt. In Tab. 4 ist die Zeit des Durchschallungs-Verfahrens gegen die Länge des Zylinders aufgetragen. Der Plot 10 stellt diese Auftragung dar. Die Bildschirmaufnahmen der A-Scans sind in der Reihenfolge vom längsten zum kürzesten Zylinder eingefügt.

Tabelle 3: Die Zeiten beim Durschallungsverfahren.

| $t_1/\mu s$ | $t_2/\mathrm{\mu s}$ |
|-------------|----------------------|
| 0,60 | 90,10 |
| $0,\!50$ | $78,\!50$ |
| $0,\!50$ | 59,80 |
| $0,\!50$ | $31,\!30$ |
| 0,50 | $25,\!20$ |
| | |

Tabelle 4: Die Zeit des Durchschallungsverfahrens gegen die Länge der Zylinder.

| $\Delta t/\mu s$ | l/mm |
|------------------|-----------------|
| 89,50 | 120,80 |
| 78,00 | 102,30 |
| $59,\!30$ | 80,50 |
| 30,80 | 40,40 |
| 24,70 | 31,10 |

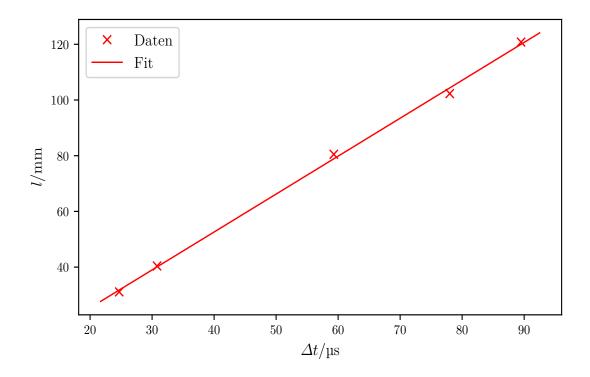


Abbildung 10: Die Laufzeit der Durchschallung ist gegen die Länge des Zylinders aufgetragen. Es sind die Daten und ein Fit zu sehen.

Auch hier wurde eine lineare Regression verwendet, um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen. Somit ist die Schallgeschwindigkeit die Steigung:

$$c_{\rm Durchschallung} = (2720 \pm 60) \, \frac{\rm m}{\rm s}. \label{eq:controller}$$

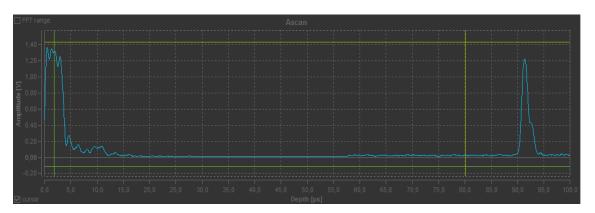


Abbildung 11: Bildschirmaufnahme des A-Scans des ersten Zylinders mit dem Durchschallungs-Verfahren.

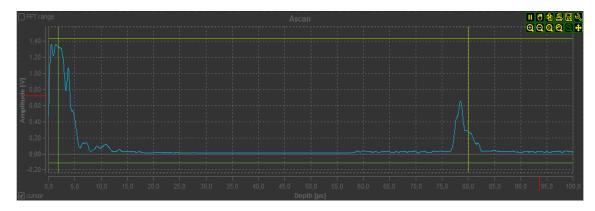


Abbildung 12: Bildschirmaufnahme des A-Scans des zweiten Zylinders mit dem Durchschallungs-Verfahren.

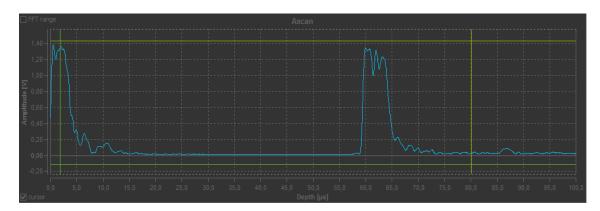


Abbildung 13: Bildschirmaufnahme des A-Scans des dritten Zylinders mit dem Durchschallungs-Verfahren.

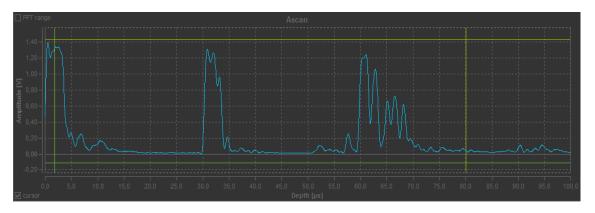


Abbildung 14: Bildschirmaufnahme des A-Scans des vierten Zylinders mit dem Durchschallungs-Verfahren.

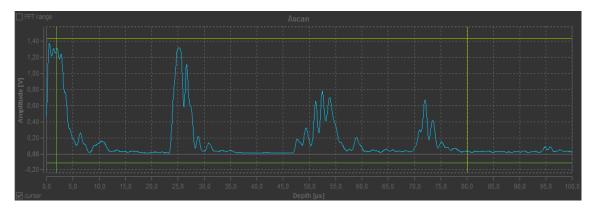


Abbildung 15: Bildschirmaufnahme des A-Scans des fünften Zylinders mit dem Durchschallungs-Verfahren.

4.4 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mittels Impuls-Echo-Verfahren

Die Laufzeiten, die der Schallimpuls mittels Impuls-Echo-Verfahren benötigt hat, befinden sich in Tab. 5. In Tab. 6 ist die Zeit des Impuls-Echo-Verfahrens gegen die Länge des Zylinders aufgetragen. Diese Werte sind in Plot 16 gegeneinander aufgetragen.

Tabelle 5: Die Zeiten beim Impuls-Echo-Verfahren.

| $t_1/\mu s$ | $t_2/\mu s$ |
|-------------|-------------|
| 0,50 | 88,80 |
| 0,90 | 76,40 |
| 0,60 | 59,90 |
| $0,\!50$ | $30,\!20$ |
| 0,60 | $23,\!80$ |

Tabelle 6: Die Zeit des Impuls-Echo-Verfahrens gegen die Länge der Zylinder.

| $\Delta t/\mu s$ | l/mm |
|------------------|-----------------|
| 88,30 | 120,80 |
| $75,\!50$ | $102,\!30$ |
| $59,\!30$ | 80,50 |
| 29,70 | $40,\!40$ |
| 23,20 | $31,\!10$ |

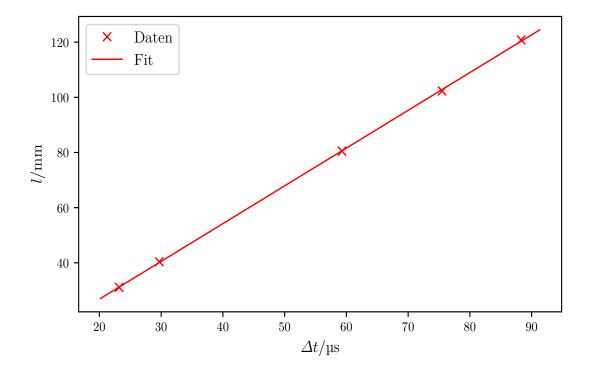


Abbildung 16: Die Laufzeit des Impuls-Echo-Verfahrens ist gegen die Länge des Zylinders aufgetragen. Es sind die Daten und ein Fit zu sehen.

Die Steigung entspricht der Schallgeschwindigkeit im Acryl:

$$c_{\rm Impuls\text{-}Echo} = (2738 \pm 16) \, \frac{\rm m}{\rm s}. \label{eq:cimpuls}$$

4.5 Biometrische Untersuchung eines Augenmodells

Die Laufzeiten des Echos beim Impuls-Echo-Verfahren für das Auge sind in Tab. 7 aufgelistet. Eine Bildschirmaufnahme des A-Scans ist in Abb. 17 zu sehen.

 $\begin{tabelle} \textbf{Tabelle 7:} Laufzeiten und Spannungen der reflektierten Impulse bei dem Modell des Auges. \end{tabelle}$

| $t_1/\mathrm{\mu s}$ | $U_1/{\rm V}$ |
|----------------------|---------------|
| 1,00 | 1,38 |
| 11,70 | 1,00 |
| $16,\!10$ | $1,\!25$ |
| 22,90 | 0,95 |
| 72,20 | 0,40 |

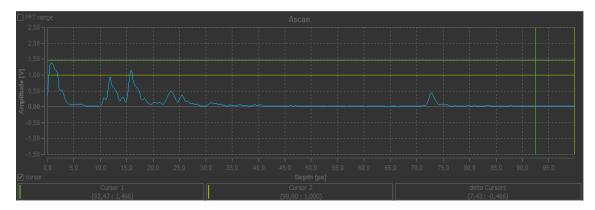


Abbildung 17: Aufnahme des A-Scans des Auges beim Impuls-Echo-Verfahren.

Mit Gleichung (2) werden die Längen im Auge bestimmt. Die erste Strecke s_1 ist die zwischen der Hornhaut und der Linse. Die zweite Strecke s_2 ist die Dicke der Linse. Die dritte Strecke s_3 ist der Abstand der Retina zur Linse. Die Schallgeschwindigkeiten sind dabei unterschiedlich. Zwischen Hornhaut und Linse befindet sich (zumindest wird das angenommen) Wasser. Zwischen Linse und Retina befindet sich Glaskörperflüssigkeit. Die Schallgeschwindigkeiten [7] [2] sind:

$$\begin{split} c_{\mathrm{W}} &= 1485\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\\ c_{\mathrm{L}} &= 1500\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\\ c_{\mathrm{GK}} &= 1410\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \end{split}$$

Mit den gemessenen Zeiten und den verschiedenen Schallgeschwindigkeiten ergeben sich folgende Längen:

$$\begin{split} s_1 &= 3{,}3\,\mathrm{mm} \\ s_2 &= 5{,}1\,\mathrm{mm} \\ s_3 &= 34{,}8\,\mathrm{mm}. \end{split}$$

Das Augenmodell ist in einem Maßstab von 1:3 gebaut. Die dreifachen theoretischen Längen eines echten Auges [1] sind:

$$\begin{split} s_{\mathrm{theo,1}} &= 12.4\,\mathrm{mm} \\ s_{\mathrm{theo,2}} &= 10.8\,\mathrm{mm} \\ s_{\mathrm{theo,3}} &= 45.5\,\mathrm{mm}. \end{split}$$

5 Diskussion

5.1 Graphische Auswertung

Die Aufnahmen der Ultraschallverfahren waren meist relativ exakt, aber vor allem bei der Spannungsamplitude war es schwierig einen konstanten Wert zu messen. Bei dem Auge sprang die Intensität zum Beispiel die ganze Zeit zwischen verschiedenen Werten hin und her. Die Zeiten waren dafür aber immer recht gut abzulesen.

5.2 Messung der Schallgeschwindigkeit

Die Messung der Schallgeschwindigkeit innerhalb von Acryl hatte eine gewisse Abweichung, je nachdem in welchem Zylinder man diese gemessen hat. Die Abweichung der Werte zum Literaturwert variierte dabei zwischen 0.33% und 2.20%.

5.3 Dämpfungskoeffizient

Der Dämpfungskoeffizient besitzt einen relativen Fehler von 16,85%. Er weicht vom Literaturwert um 56,37% ab.

5.4 Durchschall- und Impuls-Echo-Verfahren

Die Geschwindigkeit, die sich durch das Impuls-Echo-Verfahren ergibt, hat einen relativen Fehler von $0.58\,\%$ und eine Abweichung zum Literaturwert von $0.3\,\%$. Das Durchschallungsverfahren besitzt einen relativen Fehler von $2.21\,\%$ und weicht um $0.37\,\%$ vom Literaturwert ab.

5.5 Die Abstände in dem Augenmodell

Im Vergleich zu den Abständen der Komponenten eines echten Auges sind die Werte zumindest in der gleichen Größenordnung. Der Abstand zwischen Hornhaut und Linse weicht vom Literaturwert um 73,4% ab, die Dicke der Linse weicht um 52,78% ab und der Abstand zwischen Linse und Retina weicht um 23,5% ab.

5.6 Fazit

Somit scheinen die Werte, die beim Impuls-Echo-Verfahren bestimmt wurden, am besten zu sein, da der Fehler und die Abweichung dabei am kleinsten waren. Die großen Abweichungen beim Auge können unterschiedliche Ursachen haben. Unter anderem könnte das Modell nicht ganz korrekt sein. Auch bei der Messung könnten Fehler gemacht worden sein, da sich die Werte die ganze Zeit über stark verändert haben und es dadurch schwieriger wurde, sie ordentlich abzulesen. Die Schallgeschwindigkeit in der Koppelflüssigkeit wird bei der Messung völlig außer Acht gelassen und die Flüssigkeit ist nicht immer gleichmäßig verteilt.

Ein großes Problem war auch, dass das Durchschallungsverfahren vermutlich nicht richtig funktioniert hat. Denn die Werte, die dabei rauskamen, lagen bei ganz ähnlichen Werten wie die Werte des Impuls-Echo-Verfahrens, was eigentlich keinen Sinn ergibt, da der Schall dabei nur die Hälfte des Weges zurücklegt und die Zeiten somit auch nur die Hälfte betragen sollten.

Literatur

- [1] "9.2 Optische Instrumente Das Auge". In: (2019). URL: http://www.geometrische-optik.de/OPTIK-Texte-html/Kapitel92_Optische%20Instrumente-Auge.htm.
- [2] TU Dortmund. "Versuch US1 Grundlagen der Ultraschalltechnik". In: (2019).
- [3] John D. Hunter. "Matplotlib: A 2D Graphics Environment". Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://matplotlib.org/.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. "SciPy: Open source scientific tools for Python". Version 0.16.0. In: (). URL: http://www.scipy.org/.
- [5] Eric O. Lebigot. "Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties". Version 2.4.6.1. In: (). URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [6] Travis E. Oliphant. "NumPy: Python for Scientific Computing". Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: http://www.numpy.org/.
- [7] "Schallgeschwindigkeiten im Material". In: (2019). URL: https://www.olympus-ims.com/de/ndt-tutorials/thickness-gage/appendices-velocities/.