Blatt 1

Aufgabe 1a), b) und c)

Es werden die zwei Funktionen a)

$$f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{3}\right) - \left(x^3 - \frac{1}{3}\right)$$

und b)

$$g(x) = \frac{\left(3 + \frac{x^3}{3}\right) - \left(3 - \frac{x^3}{3}\right)}{x^3}$$

empirisch untersucht. Dabei soll festgestellt werden, für welche Bereiche von x das numerische Ergebnis vom algebraischen um nicht mehr als 1% abweicht und in welchen Bereichen das Ergebnis gleich null ist. Anschließend gibt es eine graphische Auswertung.

In [1]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

In [2]:

```
def f(x): #Erzeugen der ersten Funktion
    return (x**3 + 1/3) - (x**3 - 1/3)
```

In [3]:

```
def g(x): #Erzeugen der zweiten Funktion
    return ((3+(x**3)/3) - (3 - (x**3)/3))/x**3
```

In [4]:

```
def interval(a): #Algorithmus zur Bestimmung und Ausgabe der Intervalle für Zahl
en aus dem Bereich der natürlichen Zahlen
    if len(a) != 0:
        new = np.arange(0, len(a), 1)
        index1 = (a[new-1]+1 != a[new]) #Durch diese Bedingung werden alle Start
werte eines Intervalls bestimmt
        index2= np.append(index1[1:], index1[0])#Durch die Indexverschiebung um
 1 nach links, wird das Intervall der Endwerte bestimmt
        a1= a[index1]
        a2= a[index2]
        for i in range(len(a1)):
            if (a1[i]==a2[i]): #Wenn der Start und Endwert derselbe ist, reicht
 es, wenn man ihn einmal printed, die Liste ist auch so schon zu lang
                print("(", a1[i], ")",";  ", sep="", end="")
            else:
                print("(", a1[i],",", a2[i], ")",";  ", sep="", end="")
        print("")
    else: print("Leeres Array.")
```

In [5]:

```
def makeplot(func, fig, c): #Funktion, Nummer der figure und Potenz des Definiti
onsbereichs kann eingegeben werden
    x= np.linspace(1, 10**c, 10**c) #Definitionsbereich wird definiert
    y= func(x) #y-Werte werden definiert
    y0= 2/3* np.ones(len(x)) #"exakter Wert" 2/3
    x1= x[(y==2/3)] #numerische Werte mit "keiner" Abweichung
    x2= x[(y>((2/3)+0.01)) | (y<(2/3 - 0.01))] #numerische Abweichung unter eine
m Prozent
    x3= x[(y<((2/3)+0.01)) & (y>(2/3 - 0.01)) & (y!=2/3)] #numerische Abweichung
über einem Prozent
    x4= x[y==0] #numerischer Wert gleich Null
    plt.figure(fig, figsize=(8,6))
    plt.xscale("log") #Logarithmierte Skala
    plt.plot(x, y0, "b", label="Tatsächlicher Wert")
    plt.plot(x1, func(x1), "k.", label="Numerische Abweichung von 0")
    plt.plot(x2, func(x2), "g.", label="Abweichung größer als 1%", linestyle="No
ne")
    plt.plot(x3, func(x3), "r.", label="Abweichung weniger als 1%", linestyle="N
one")
    plt.plot(x4, func(x4), "y.", label="Numerischer Wert ist 0", linestyle="Non
e")
    plt.xlabel(r'$x$')
    plt.ylabel(r'$y$')
    plt.legend()
    #Ausgabe der Werte mittels der Interval-Funktion
    print("Tatsächlicher Wert für Formel", fig,": ", end="")
    interval(x1)
    print("\n\n")
    print("Abweichung größer als 1% für Formel", fig,": ", end="")
    interval(x2)
    print("\n\n")
    print("Abweichung weniger als 1% für Formel", fig, ": ", end="")
    interval(x3)
    print("\n\n")
    print("Numerischer Wert gleich Null für Formel", fig, ": ", end="")
    interval(x4)
    print("\n\n")
```

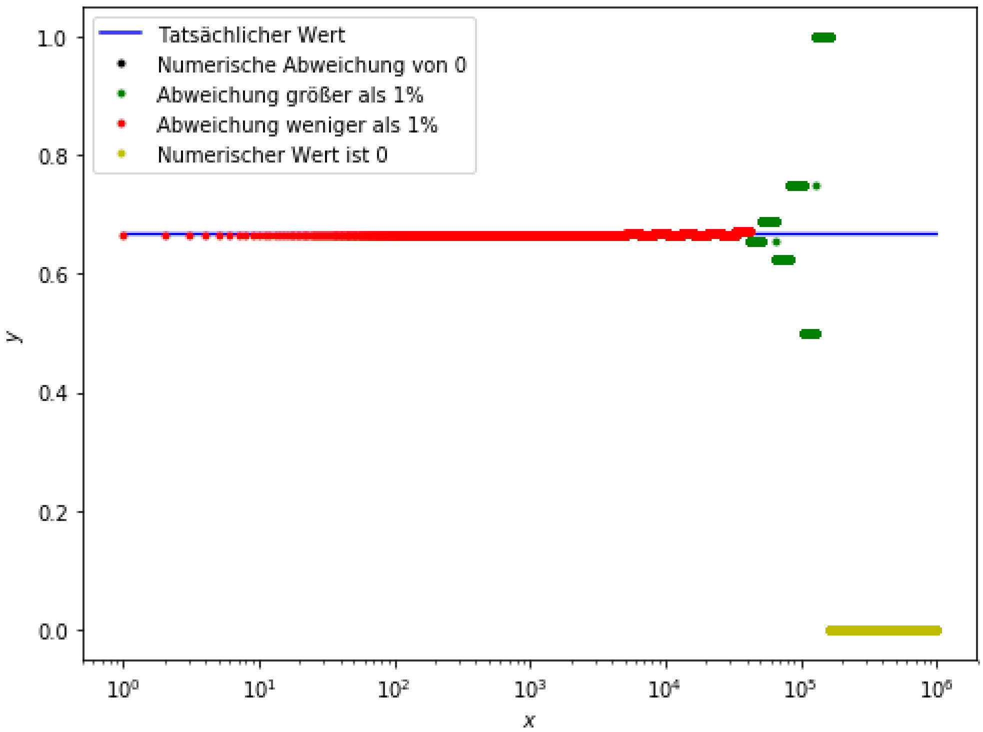
In [6]:

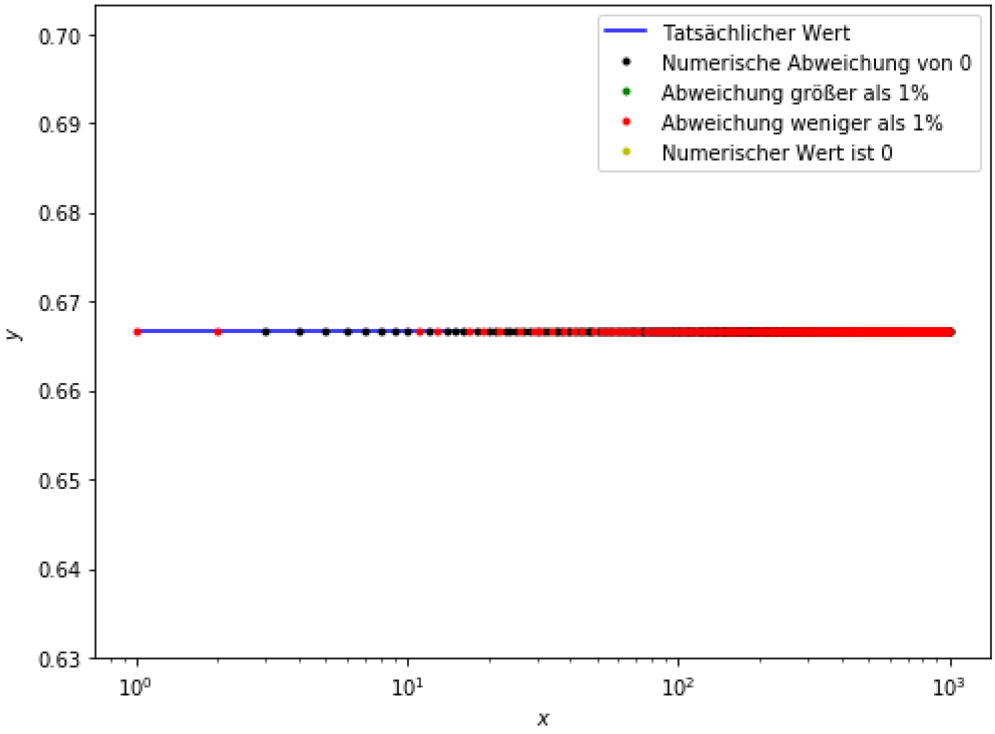
```
makeplot(f, 1, 6) #Ausführung für Funktion f
makeplot(g, 2, 3) #Ausführung für Funktion g, Potenz kleiner gewählt, da die Int
ervalle sonst die ganze Datei überschwemmen.
```

```
Tatsächlicher Wert für Formel 1 : Leeres Array.



Abweichung größer als 1% für Formel 1 : (41286.0,1000000.0);



Abweichung weniger als 1% für Formel 1 : (1.0,41285.0);



Numerischer Wert gleich Null für Formel 1 : (165141.0,1000000.0);



Tatsächlicher Wert für Formel 2 : (3.0,10.0); (12.0); (14.0,16.0);
(18.0); (20.0,21.0); (23.0,25.0); (27.0,28.0); (30.0); (32.0,33.0);
(35.0,37.0); (39.0,40.0); (42.0,43.0); (45.0,48.0); (50.0,51.0); (5
3.0,54.0); (56.0,57.0); (60.0,61.0); (63.0,64.0); (66.0,67.0); (69.
0,70.0); (72.0,75.0); (77.0,78.0); (80.0,81.0); (83.0,84.0); (86.0,8
7.0); (89.0,90.0); (92.0,94.0); (96.0,97.0); (99.0,100.0); (102.0,10
3.0); (105.0,106.0); (108.0,109.0); (111.0,112.0); (114.0,115.0); (1
17.0); (119.0,120.0); (122.0,123.0); (125.0,126.0); (128.0,129.0);
(131.0,132.0); (134.0,135.0); (137.0,138.0); (140.0,141.0); (143.0,1
44.0); (146.0,148.0); (150.0,151.0); (153.0,154.0); (156.0,157.0);
(159.0,160.0); (162.0,163.0); (165.0,166.0); (168.0,169.0); (171.0,1
72.0); (174.0,175.0); (177.0,178.0); (180.0,181.0); (183.0,186.0);
(188.0,189.0); (191.0,192.0); (194.0,195.0); (197.0,198.0); (200.0,2
01.0); (203.0,204.0); (206.0,207.0); (209.0,210.0); (212.0,213.0);
(215.0,216.0); (218.0,219.0); (221.0,222.0); (224.0,225.0); (227.0,2
28.0); (230.0,231.0); (234.0,235.0); (237.0,238.0); (240.0,241.0);
(243.0,244.0); (246.0,247.0); (249.0,250.0); (252.0,253.0); (255.0,2
56.0); (258.0,259.0); (261.0,262.0); (264.0,265.0); (267.0,268.0);
(270.0,271.0); (273.0,274.0); (276.0,277.0); (279.0,280.0); (282.0,2
83.0); (285.0,286.0); (288.0,289.0); (291.0,292.0); (294.0); (296.0,
297.0); (299.0,300.0); (302.0,303.0); (305.0,306.0); (308.0,309.0);
(311.0,312.0); (314.0,315.0); (317.0,318.0); (320.0,321.0); (323.0,3
24.0); (326.0,327.0); (329.0,330.0); (332.0,333.0); (335.0,336.0);
(338.0,339.0); (341.0,342.0); (344.0,345.0); (347.0,348.0); (350.0,3
51.0); (353.0,354.0); (356.0,357.0); (359.0,360.0); (362.0,363.0);
(365.0,366.0); (368.0,370.0); (372.0,373.0); (375.0,376.0); (378.0,3
79.0); (381.0,382.0); (384.0,385.0); (387.0,388.0); (390.0,391.0);
(393.0,394.0); (396.0,397.0); (399.0,400.0); (402.0,403.0); (405.0,4
06.0); (408.0,409.0); (411.0,412.0); (414.0,415.0); (417.0,418.0);
(420.0,421.0); (423.0,424.0); (426.0,427.0); (429.0,430.0); (432.0,4
33.0); (435.0,436.0); (438.0,439.0); (441.0,442.0); (444.0,445.0);
(447.0,448.0); (450.0,451.0); (453.0,454.0); (456.0,457.0); (459.0,4
60.0); (462.0,463.0); (465.0); (467.0,468.0); (470.0,471.0); (473.0,
474.0); (476.0,477.0); (479.0,480.0); (482.0,483.0); (485.0,486.0);
(488.0,489.0); (491.0,492.0); (494.0,495.0); (497.0,498.0); (500.0,5
01.0); (503.0,504.0); (506.0,507.0); (509.0,510.0); (512.0,513.0);
(515.0,516.0); (518.0,519.0); (521.0,522.0); (524.0,525.0); (527.0,5
28.0); (530.0,531.0); (533.0,534.0); (536.0,537.0); (539.0,540.0);
(542.0,543.0); (545.0,546.0); (548.0,549.0); (551.0,552.0); (554.0,5
55.0); (557.0,558.0); (560.0,561.0); (563.0,564.0); (566.0,567.0);
(569.0,570.0); (572.0,573.0); (575.0,576.0); (578.0,579.0); (581.0,5
82.0); (584.0,585.0); (588.0,589.0); (591.0,592.0); (594.0,595.0);
(597.0,598.0); (600.0,601.0); (603.0,604.0); (606.0,607.0); (609.0,6
10.0); (612.0,613.0); (615.0,616.0); (618.0,619.0); (621.0,622.0);
(624.0,625.0); (627.0,628.0); (630.0,631.0); (633.0,634.0); (636.0,6
```

```
37.0); (639.0,640.0); (642.0,643.0); (645.0,646.0); (648.0,649.0);
(651.0,652.0); (654.0,655.0); (657.0,658.0); (660.0,661.0); (663.0,6
64.0); (666.0,667.0); (669.0,670.0); (672.0,673.0); (675.0,676.0);
(678.0,679.0); (681.0,682.0); (684.0,685.0); (687.0,688.0); (690.0,6
91.0); (693.0,694.0); (696.0,697.0); (699.0,700.0); (702.0,703.0);
(705.0,706.0); (708.0,709.0); (711.0,712.0); (714.0,715.0); (717.0,7
18.0); (720.0,721.0); (723.0,724.0); (726.0,727.0); (729.0,730.0);
(732.0,733.0); (735.0,736.0); (738.0); (740.0,741.0); (743.0,744.0);
(746.0,747.0); (749.0,750.0); (752.0,753.0); (755.0,756.0); (758.0,7
59.0); (761.0,762.0); (764.0,765.0); (767.0,768.0); (770.0,771.0);
(773.0,774.0); (776.0,777.0); (779.0,780.0); (782.0,783.0); (785.0,7
86.0); (788.0,789.0); (791.0,792.0); (794.0,795.0); (797.0,798.0);
(800.0,801.0); (803.0,804.0); (806.0,807.0); (809.0,810.0); (812.0,8
13.0); (815.0,816.0); (818.0,819.0); (821.0,822.0); (824.0,825.0);
(827.0,828.0); (830.0,831.0); (833.0,834.0); (836.0,837.0); (839.0,8
40.0); (842.0,843.0); (845.0,846.0); (848.0,849.0); (851.0,852.0);
(854.0,855.0); (857.0,858.0); (860.0,861.0); (863.0,864.0); (866.0,8
67.0); (869.0,870.0); (872.0,873.0); (875.0,876.0); (878.0,879.0);
(881.0,882.0); (884.0,885.0); (887.0,888.0); (890.0,891.0); (893.0,8
94.0); (896.0,897.0); (899.0,900.0); (902.0,903.0); (905.0,906.0);
(908.0,909.0); (911.0,912.0); (914.0,915.0); (917.0,918.0); (920.0,9
21.0); (923.0,924.0); (926.0,927.0); (929.0,931.0); (933.0,934.0);
(936.0,937.0); (939.0,940.0); (942.0,943.0); (945.0,946.0); (948.0,9
49.0); (951.0,952.0); (954.0,955.0); (957.0,958.0); (960.0,961.0);
(963.0,964.0); (966.0,967.0); (969.0,970.0); (972.0,973.0); (975.0,9
76.0); (978.0,979.0); (981.0,982.0); (984.0,985.0); (987.0,988.0);
(990.0,991.0); (993.0,994.0); (996.0,997.0); (999.0,1000.0);


Abweichung größer als 1% für Formel 2 : Leeres Array.


Abweichung weniger als 1% für Formel 2 : (1.0,2.0); (11.0); (13.0);
(17.0); (19.0); (22.0); (26.0); (29.0); (31.0); (34.0); (38.0); (41.
0); (44.0); (49.0); (52.0); (55.0); (58.0,59.0); (62.0); (65.0); (6
8.0); (71.0); (76.0); (79.0); (82.0); (85.0); (88.0); (91.0); (95.
0); (98.0); (101.0); (104.0); (107.0); (110.0); (113.0); (116.0); (1
18.0); (121.0); (124.0); (127.0); (130.0); (133.0); (136.0); (139.
0); (142.0); (145.0); (149.0); (152.0); (155.0); (158.0); (161.0);
(164.0); (167.0); (170.0); (173.0); (176.0); (179.0); (182.0); (187.
0); (190.0); (193.0); (196.0); (199.0); (202.0); (205.0); (208.0);
(211.0); (214.0); (217.0); (220.0); (223.0); (226.0); (229.0); (232.
0,233.0); (236.0); (239.0); (242.0); (245.0); (248.0); (251.0); (25
4.0); (257.0); (260.0); (263.0); (266.0); (269.0); (272.0); (275.0);
(278.0); (281.0); (284.0); (287.0); (290.0); (293.0); (295.0); (298.
0); (301.0); (304.0); (307.0); (310.0); (313.0); (316.0); (319.0);
(322.0); (325.0); (328.0); (331.0); (334.0); (337.0); (340.0); (343.
0); (346.0); (349.0); (352.0); (355.0); (358.0); (361.0); (364.0);
(367.0); (371.0); (374.0); (377.0); (380.0); (383.0); (386.0); (389.
0); (392.0); (395.0); (398.0); (401.0); (404.0); (407.0); (410.0);
(413.0); (416.0); (419.0); (422.0); (425.0); (428.0); (431.0); (434.
0); (437.0); (440.0); (443.0); (446.0); (449.0); (452.0); (455.0);
(458.0); (461.0); (464.0); (466.0); (469.0); (472.0); (475.0); (478.
0); (481.0); (484.0); (487.0); (490.0); (493.0); (496.0); (499.0);
(502.0); (505.0); (508.0); (511.0); (514.0); (517.0); (520.0); (523.
0); (526.0); (529.0); (532.0); (535.0); (538.0); (541.0); (544.0);
(547.0); (550.0); (553.0); (556.0); (559.0); (562.0); (565.0); (568.
0); (571.0); (574.0); (577.0); (580.0); (583.0); (586.0,587.0); (59
0.0); (593.0); (596.0); (599.0); (602.0); (605.0); (608.0); (611.0);
```

```
(614.0); (617.0); (620.0); (623.0); (626.0); (629.0); (632.0); (635.
0); (638.0); (641.0); (644.0); (647.0); (650.0); (653.0); (656.0);
(659.0); (662.0); (665.0); (668.0); (671.0); (674.0); (677.0); (680.
0); (683.0); (686.0); (689.0); (692.0); (695.0); (698.0); (701.0);
(704.0); (707.0); (710.0); (713.0); (716.0); (719.0); (722.0); (725.
0); (728.0); (731.0); (734.0); (737.0); (739.0); (742.0); (745.0);
(748.0); (751.0); (754.0); (757.0); (760.0); (763.0); (766.0); (769.
0); (772.0); (775.0); (778.0); (781.0); (784.0); (787.0); (790.0);
(793.0); (796.0); (799.0); (802.0); (805.0); (808.0); (811.0); (814.
0); (817.0); (820.0); (823.0); (826.0); (829.0); (832.0); (835.0);
(838.0); (841.0); (844.0); (847.0); (850.0); (853.0); (856.0); (859.
0); (862.0); (865.0); (868.0); (871.0); (874.0); (877.0); (880.0);
(883.0); (886.0); (889.0); (892.0); (895.0); (898.0); (901.0); (904.
0); (907.0); (910.0); (913.0); (916.0); (919.0); (922.0); (925.0);
(928.0); (932.0); (935.0); (938.0); (941.0); (944.0); (947.0); (950.
0); (953.0); (956.0); (959.0); (962.0); (965.0); (968.0); (971.0);
(974.0); (977.0); (980.0); (983.0); (986.0); (989.0); (992.0); (995.
0); (998.0);


Numerischer Wert gleich Null für Formel 2 : Leeres Array.
```





Zu 1)

Somit ist zu erkennen, dass die erste Funktion für keinen Wert dem exakten Wert $\frac{2}{3}$ entspricht, für das Intervall zwischen 1 und 41286 bei unter einem Prozent Abweichung liegt und ab diesem Wert über einem Prozent bis zum Ende des Definitionsbereichs. Ab dem Wert 165141 bis zum Ende liegt der Wert über einem Prozent und ist null.

Die zweite Funktion ist deutlich stabiler. Bei ihr hat kein Wert eine Abweichung über einem Prozent. Die Werte unter einem Prozent springen für verschiedene Intervalle zwischen exakt $\frac{2}{3}$ und unter einem Prozent hin und her, wie man an der langen Liste der Intervalle erkennen kann. Der Wert Null ergibt sich nie und allgemein weicht kein Wert im untersuchten Intervall über einen Prozent ab.

Aufgabe 2a)

Es ist ein Term des differektiellen Wirkungsquerschnitts für die Reaktion $\mathrm{e}^{-}\mathrm{e}^{+} \rightarrow \gamma\gamma$ gegeben und es soll bestimmt werden, ob dieser numerisch stabil ist. Außerdem soll der Bereich von θ bestimmt werden, in dem die Gleichung für $\mathrm{E_e} = 50\,\mathrm{GeV}$ numerisch instabil ist.

Der Ausdruck ist numerisch nicht stabil, da es, wenn θ Werte nahe π oder Werte nahe eines Vielfachen von π annimmt, im Nenner zu einer Subtraktion zweier fast gleich großer Zahlen kommt, was immer mit großen Rundungsfehlern behaftet ist.

b)

Das Stabilitätsproblem soll durch eine geeignete analytische Umformung gelöst werden.

Mithilfe der angegebenen Umformungen kann man den Term umschreiben zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{s}\left(\frac{2 + \sin^2(\theta)}{\sin^2(\theta) + \frac{1}{\gamma}\cos^2(\theta)}\right)$$

c)

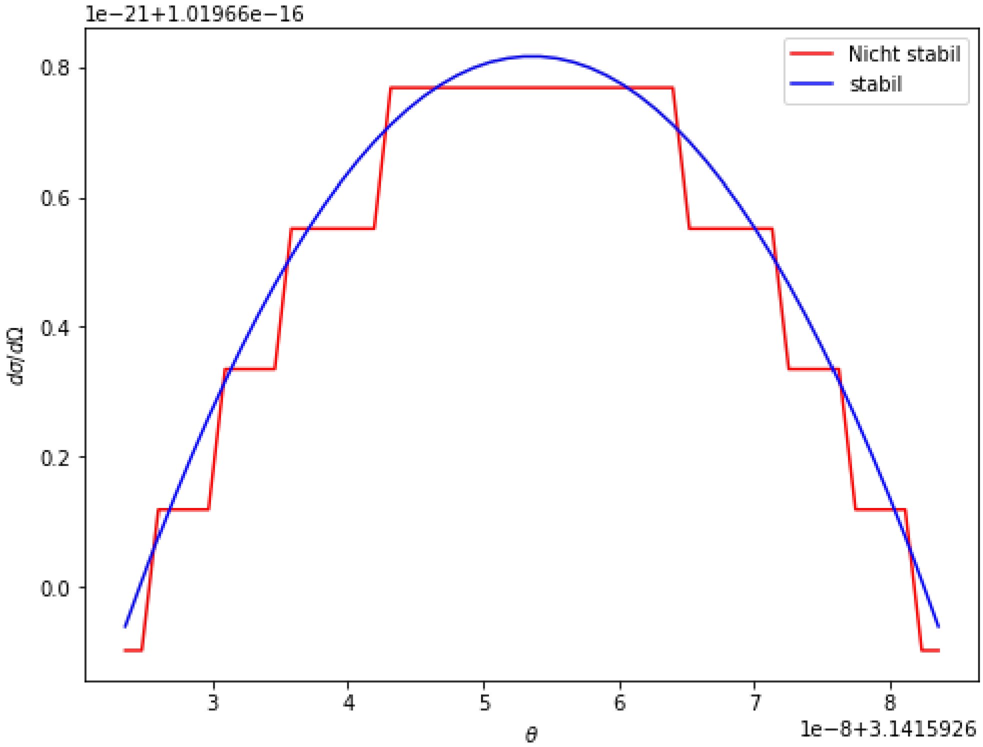
Es soll gezeigt werden, dass die Stabilitätsprobleme behoben wurden, indem die Gleichungen in den kritischen Intervallen graphisch dargestellt werden.

In [7]:

```
import scipy.constants as const
```

In [8]:

```
#Definition der Konstanten in der Funktion
Ee = 50*1e9
me = 511*1e3
s = (2*Ee)**2
gamma = Ee/me
beta = np.sqrt(1-gamma**(-2))
alpha= const.alpha

def wirkung(theta): #instabile Funktion
    return alpha**2 /s * ((2 + np.sin(theta)**2)/(1-beta**2 *np.cos(theta)**2))

def verbessert(theta): #umgeformte, stabile Funktion
    return alpha**2 /s * ((2 + np.sin(theta)**2)/(np.sin(theta)**2+1/(gamma**2)*
np.cos(theta)**2))

x=np.linspace(np.pi-3e-8, np.pi+3e-8) #Definitionsbereich in kleinem Bereich um
 pi gewählt

plt.figure(3, figsize=(8,6))
plt.plot(x, wirkung(x), 'r-', label="Nicht stabil")
plt.plot(x, verbessert(x), 'b-', label="stabil")
plt.xlabel(r'$\theta$')
plt.ylabel(r'$d\sigma/d\Omega$')
plt.legend()
None
```



d)

Die Konditionszahl soll berechnet werden und es soll erklärt werden, wie diese von θ abhängt.

Die Konditionszahl ergibt sich nach einigen Umformungen zu

$$K = \Big|\frac{f'(\theta)}{f(\theta)}\Big|\,\theta = \Big|\frac{2\sin(\theta)\cos(\theta)\,(3m_e^2 - 2E_e^2)}{(\sin(\theta)^2 + 2)\,(m_e^2\cos(\theta)^2 + E_e^2\sin(\theta)^2)}\Big|\,\theta.$$

Für Werte um $\theta = \frac{n}{2}\pi, \quad \forall n \in \mathbb{N}$ ist die Konditionierung gut, da dann entweder der $\cos$- oder der $\sin$-Teil null werden.

e)

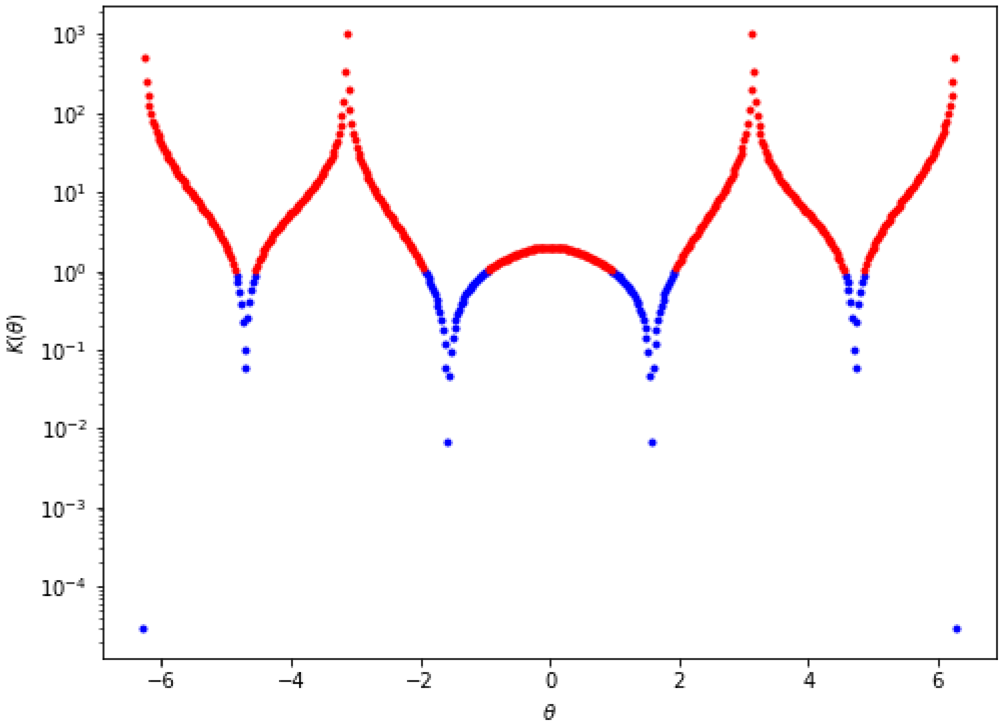
Der Verlauf der Konditionszahl soll als Funktion von θ im Intervall $(0 \leq \theta \leq \pi)$ graphisch dargestellt werden. Außerdem soll erklärt werden, in welchem Bereich das Problem gut und in welchem schlecht konditioniert ist.

In [9]:

```
def K(theta): #Konditionszahl als Funktion von theta
    return np.abs((2*np.sin(theta)* np.cos(theta)*(3*me**2 -2*Ee**2)) / ((np.sin
(theta)**2 +2)*(me**2 *np.cos(theta)**2+ Ee**2 * np.sin(theta)**2))*theta)
```

In [10]:

```
theta= np.linspace(-2*np.pi, 2*np.pi, 500) #Definitionsbereich recht klein gewäh
lt, damit es nicht so viele Werte in der Ausgabe sind
y= K(theta)
plt.figure(1, figsize=(8,6))
plt.plot(theta[y<1], y[y<1], "b.", label="Gute Konditionierung, Fehlerdämpfung")
plt.plot(theta[y>1], y[y>1], "r.", label="Schlechte Konditionierung")
plt.xlabel(r'$\theta$')
plt.ylabel(r'$K(\theta)$')
#plt.legend(loc="best")
plt.yscale("log") #logarithmierte y-Skala zur besseren Darstellung der Werte
```



In [11]:

```
print("Gute Konditionierung für die Werte:", end="")# Ausgabe der gut konditioni
erten x-Werte
print(theta[y<1])
print("\n\n")
print("Schlechte Konditionierung für die Werte:", end="") #Ausgabe der schlecht
 konditionierten x-Werte
print(theta[y>1])
print("\n\n")
```

```
Gute Konditionierung für die Werte:[-6.28318531 -4.84774818 -4.82256
508 -4.79738197 -4.77219886 -4.74701575
 -4.72183265 -4.69664954 -4.67146643 -4.64628332 -4.62110022 -4.5959
1711
 -4.570734   -1.92650772 -1.90132461 -1.8761415  -1.8509584  -1.8257
7529
 -1.80059218 -1.77540907 -1.75022597 -1.72504286 -1.69985975 -1.6746
7664
 -1.64949354 -1.62431043 -1.59912732 -1.57394422 -1.54876111 -1.5235
78
 -1.49839489 -1.47321179 -1.44802868 -1.42284557 -1.39766246 -1.3724
7936
 -1.34729625 -1.32211314 -1.29693003 -1.27174693 -1.24656382 -1.2213
8071
 -1.1961976  -1.1710145  -1.14583139 -1.12064828 -1.09546517 -1.0702
8207
 -1.04509896 -1.01991585 -0.99473274 -0.96954964  0.96954964  0.9947
3274
  1.01991585  1.04509896  1.07028207  1.09546517  1.12064828  1.1458
3139
  1.1710145   1.1961976   1.22138071  1.24656382  1.27174693  1.2969
3003
  1.32211314  1.34729625  1.37247936  1.39766246  1.42284557  1.4480
2868
  1.47321179  1.49839489  1.523578    1.54876111  1.57394422  1.5991
2732
  1.62431043  1.64949354  1.67467664  1.69985975  1.72504286  1.7502
2597
  1.77540907  1.80059218  1.82577529  1.8509584   1.8761415   1.9013
2461
  1.92650772  4.570734    4.59591711  4.62110022  4.64628332  4.6714
6643
  4.69664954  4.72183265  4.74701575  4.77219886  4.79738197  4.8225
6508
  4.84774818  6.28318531]
```

```
Schlechte Konditionierung für die Werte:[-6.2580022  -6.23281909 -6.
20763598 -6.18245288 -6.15726977 -6.13208666
 -6.10690356 -6.08172045 -6.05653734 -6.03135423 -6.00617113 -5.9809
8802
 -5.95580491 -5.9306218  -5.9054387  -5.88025559 -5.85507248 -5.8298
8937
 -5.80470627 -5.77952316 -5.75434005 -5.72915694 -5.70397384 -5.6787
9073
 -5.65360762 -5.62842451 -5.60324141 -5.5780583  -5.55287519 -5.5276
9208
 -5.50250898 -5.47732587 -5.45214276 -5.42695965 -5.40177655 -5.3765
9344
 -5.35141033 -5.32622722 -5.30104412 -5.27586101 -5.2506779  -5.2254
9479
 -5.20031169 -5.17512858 -5.14994547 -5.12476236 -5.09957926 -5.0743
9615
 -5.04921304 -5.02402993 -4.99884683 -4.97366372 -4.94848061 -4.9232
9751
 -4.8981144  -4.87293129 -4.54555089 -4.52036779 -4.49518468 -4.4700
0157
 -4.44481846 -4.41963536 -4.39445225 -4.36926914 -4.34408603 -4.3189
0293
 -4.29371982 -4.26853671 -4.2433536  -4.2181705  -4.19298739 -4.1678
```

```
0428
 -4.14262117 -4.11743807 -4.09225496 -4.06707185 -4.04188874 -4.0167
0564
 -3.99152253 -3.96633942 -3.94115631 -3.91597321 -3.8907901  -3.8656
0699
 -3.84042389 -3.81524078 -3.79005767 -3.76487456 -3.73969146 -3.7145
0835
 -3.68932524 -3.66414213 -3.63895903 -3.61377592 -3.58859281 -3.5634
097
 -3.5382266  -3.51304349 -3.48786038 -3.46267727 -3.43749417 -3.4123
1106
 -3.38712795 -3.36194484 -3.33676174 -3.31157863 -3.28639552 -3.2612
1241
 -3.23602931 -3.2108462  -3.18566309 -3.16047998 -3.13529688 -3.1101
1377
 -3.08493066 -3.05974755 -3.03456445 -3.00938134 -2.98419823 -2.9590
1512
 -2.93383202 -2.90864891 -2.8834658  -2.85828269 -2.83309959 -2.8079
1648
 -2.78273337 -2.75755027 -2.73236716 -2.70718405 -2.68200094 -2.6568
1784
 -2.63163473 -2.60645162 -2.58126851 -2.55608541 -2.5309023  -2.5057
1919
 -2.48053608 -2.45535298 -2.43016987 -2.40498676 -2.37980365 -2.3546
2055
 -2.32943744 -2.30425433 -2.27907122 -2.25388812 -2.22870501 -2.2035
219
 -2.17833879 -2.15315569 -2.12797258 -2.10278947 -2.07760636 -2.0524
2326
 -2.02724015 -2.00205704 -1.97687393 -1.95169083 -0.94436653 -0.9191
8342
 -0.89400031 -0.86881721 -0.8436341  -0.81845099 -0.79326788 -0.7680
8478
 -0.74290167 -0.71771856 -0.69253545 -0.66735235 -0.64216924 -0.6169
8613
 -0.59180302 -0.56661992 -0.54143681 -0.5162537  -0.4910706  -0.4658
8749
 -0.44070438 -0.41552127 -0.39033817 -0.36515506 -0.33997195 -0.3147
8884
 -0.28960574 -0.26442263 -0.23923952 -0.21405641 -0.18887331 -0.1636
902
 -0.13850709 -0.11332398 -0.08814088 -0.06295777 -0.03777466 -0.0125
9155
  0.01259155  0.03777466  0.06295777  0.08814088  0.11332398  0.1385
0709
  0.1636902   0.18887331  0.21405641  0.23923952  0.26442263  0.2896
0574
  0.31478884  0.33997195  0.36515506  0.39033817  0.41552127  0.4407
0438
  0.46588749  0.4910706   0.5162537   0.54143681  0.56661992  0.5918
0302
  0.61698613  0.64216924  0.66735235  0.69253545  0.71771856  0.7429
0167
  0.76808478  0.79326788  0.81845099  0.8436341   0.86881721  0.8940
0031
  0.91918342  0.94436653  1.95169083  1.97687393  2.00205704  2.0272
4015
  2.05242326  2.07760636  2.10278947  2.12797258  2.15315569  2.1783
3879
  2.2035219   2.22870501  2.25388812  2.27907122  2.30425433  2.3294
3744
```

```
  2.35462055  2.37980365  2.40498676  2.43016987  2.45535298  2.4805
3608
  2.50571919  2.5309023   2.55608541  2.58126851  2.60645162  2.6316
3473
  2.65681784  2.68200094  2.70718405  2.73236716  2.75755027  2.7827
3337
  2.80791648  2.83309959  2.85828269  2.8834658   2.90864891  2.9338
3202
  2.95901512  2.98419823  3.00938134  3.03456445  3.05974755  3.0849
3066
  3.11011377  3.13529688  3.16047998  3.18566309  3.2108462   3.2360
2931
  3.26121241  3.28639552  3.31157863  3.33676174  3.36194484  3.3871
2795
  3.41231106  3.43749417  3.46267727  3.48786038  3.51304349  3.5382
266
  3.5634097   3.58859281  3.61377592  3.63895903  3.66414213  3.6893
2524
  3.71450835  3.73969146  3.76487456  3.79005767  3.81524078  3.8404
2389
  3.86560699  3.8907901   3.91597321  3.94115631  3.96633942  3.9915
2253
  4.01670564  4.04188874  4.06707185  4.09225496  4.11743807  4.1426
2117
  4.16780428  4.19298739  4.2181705   4.2433536   4.26853671  4.2937
1982
  4.31890293  4.34408603  4.36926914  4.39445225  4.41963536  4.4448
1846
  4.47000157  4.49518468  4.52036779  4.54555089  4.87293129  4.8981
144
  4.92329751  4.94848061  4.97366372  4.99884683  5.02402993  5.0492
1304
  5.07439615  5.09957926  5.12476236  5.14994547  5.17512858  5.2003
1169
  5.22549479  5.2506779   5.27586101  5.30104412  5.32622722  5.3514
1033
  5.37659344  5.40177655  5.42695965  5.45214276  5.47732587  5.5025
0898
  5.52769208  5.55287519  5.5780583   5.60324141  5.62842451  5.6536
0762
  5.67879073  5.70397384  5.72915694  5.75434005  5.77952316  5.8047
0627
  5.82988937  5.85507248  5.88025559  5.9054387   5.9306218   5.9558
0491
  5.98098802  6.00617113  6.03135423  6.05653734  6.08172045  6.1069
0356
  6.13208666  6.15726977  6.18245288  6.20763598  6.23281909  6.2580
022 ]
```

Es wurde eine logarithmische y-Achse gewählt, da mit dieser der Bereich gut konditionierte Bereich besser hervorkommt. Die Randwerte sowie zum Beispiel das Intervall zwischen ca. 0.97 und ca. 1.93, also um Vielfache von $\frac{\pi}{2}$ sind gut konditioniert, da K dort unter dem Wert 1 liegt. In den Intervallen dazwischen liegen die Werte teilweise sogar sehr weit über 1 und sind somit schlecht konditioniert.