Sprawozdanie Zadanie 7

Zrealizowane obliczenia zostały na układzie równań podobnym jak w zadaniu N3 Ze względu na to , że układ z N3 **nie jest diagonalnie dominujący**

$$\frac{-y_{n-1} + 2y_n - y_{n+1}}{h^2} + y_n = 0$$

$$-y_{n-1} + (h^2 + 2)y_n - y_{n+1} = 0$$

$$y_0 = 1$$

$$-y_0 - y_{N-1} + 2y_N = 0$$

Macierz bardzo prosto można sprowadzić do macierzy **trójdiagonalnej** wykonując pewne przekształcenia. Zauważmy , że y_0 = 1 równanie ostatniego wiersza ma postać

$$-1 - y_{N-1} + 2y_N + = 0$$

$$y_{N-1} - 2y_N + = -1$$

Teraz macierz oraz wektory mają postać:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & h^2+2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & h^2+2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 & -2 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix}$$

Warto zaznaczyć ,że dla metody Gradientów sprzężonych postać macierzy nie jest obojętna. Dla poniższego równania metoda nie zadziała mimo tego , że jest ono równoznaczne

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & h^2+2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & h^2+2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & \cdots & -1 & 2 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dane zawarte w macierzy przechowywane będą w postacji wektorów ze względu na to , że jest to macierz trójdiagonalna. Wykorzystana została funkcja julii **Tridiagonal** pozwalająca na optymalne przechowywanie macierzy oraz operacje na niej.

$$u_{i,j+1} = [\,0, \quad -1, \quad -1, \cdots \quad -1\,]$$

$$d_{i,j} = [\,1, \quad h^2+2, \quad h^2+2, \quad \cdots \quad h^2+2, \quad -2\,]$$

$$l_{i+1,j} = [\,-1, \quad -1, \quad -1, \cdots \quad 1\,]$$

Szybkość metody

h=0.01	N=1000	N=10000
eps = 1e-5	0.9s	7.6s
eps = 1e-6	1.4s	12.4s
eps = 1e-7	2.0s	20.3s
eps = 1e-8	2.6s	24.1s
eps = 1e-9	3.0s	31.1s
eps = 1e-10	3.4s	41.6s

Wykresy