

Лекция 4 :: Муравьиные алгоритмы

Ершов Н.М.

ershovnm@gmail.com

Муравьиные алгоритмы

- ▶ Муравьиные алгоритмы — это семейство приближенных алгоритмов для решения различных сложных оптимизационных задач.
- ▶ Идея этих алгоритмов основана на моделировании поведения муравьиной колонии, выполняющей поиск пути от муравейника к источнику пищи.
- ▶ Первый вариант муравьиного алгоритма, предназначенный для приближенного решения задачи коммивояжера, был разработан Марко Дориго в 1992 году.



Биологический прототип

- ▶ Муравьиные алгоритмы основаны на следующей особенности поведения муравьев в природе.
- ▶ При поиске путей к источникам пищи муравьи помечают пройденный путь специальным веществом — *феромоном*.
- ▶ Остальные муравьи, попадая на такой путь, с большой вероятностью начинают двигаться по этому пути, эта вероятность тем больше, чем больше концентрация феромона. Таким образом, феромон играет роль положительной обратной связи в системе — чем больше муравьев двигаются по помеченному пути, тем больше он становится привлекательным для других муравьев. В результате, через некоторое время большая часть муравьев будет передвигаться от муравейника до найденного источника пищи по одному и тому же пути.

Особенности схемы коммуникации

- ▶ Отличительными особенностями такого способа коммуникации, получившего название *stigmergy*, являются:
 - обмен информацией между муравьями является непрямым (безадресным), а производится путем изменения окружающей муравьев среды;
 - информация является локально распределенной, другие муравьи могут получить доступ к ней, только переместившись в конкретную точку пространства.
- ▶ Интересной особенностью поведения муравьев является то, что найденный ими путь, при некоторых условиях, иногда оказывается *кратчайшим* путем, связывающим муравейник с источником пищи.
- ▶ Этот факт был подтвержден опытами с настоящими муравьями.

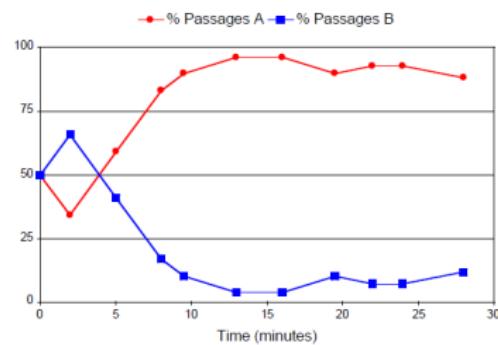
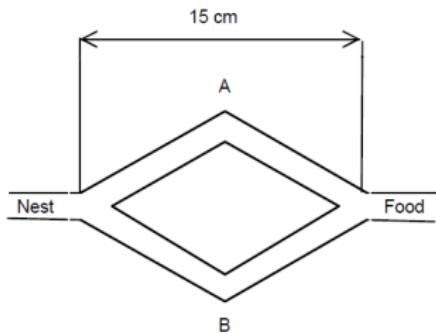
Эксперимент с двумя мостами

- ▶ Схема одного такого классического опыта показана на рисунке. Имеется два пути одинаковой длины от муравейника до источника пищи.
- ▶ На начальном этапе опыта муравьи двигаются по обоим возможным направлениям, но постепенно за счет случайных флюктуаций, один из путей получает небольшое преимущество, которое очень быстро приводит к тому, что все муравьи переключаются на этот путь.



Эксперимент с двумя мостами

- ▶ Если повторять этот опыт несколько раз, то оказывается, что в среднем каждый из двух таких путей (равной длины) выбирается примерно в половине случаев.



Эксперимент с двумя мостами

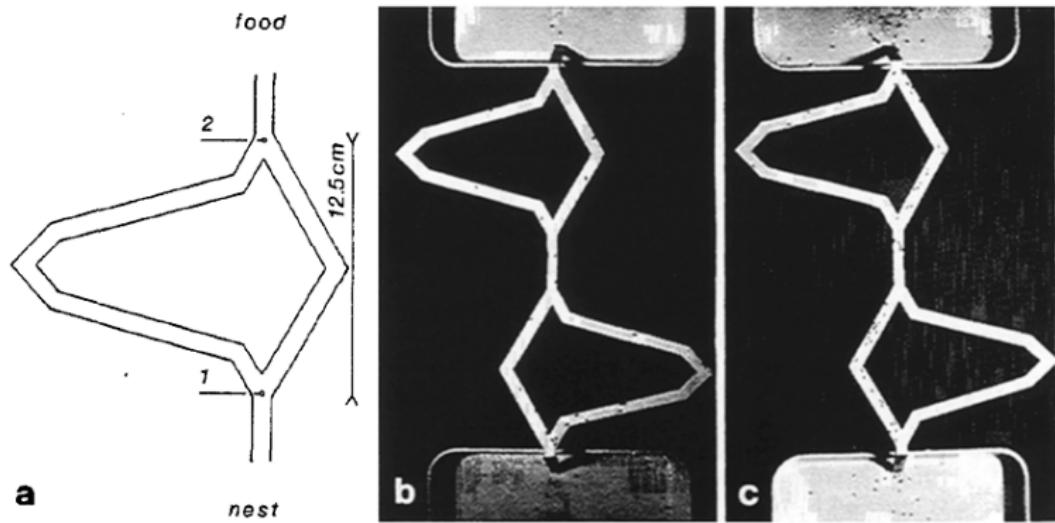
- ▶ Иная ситуация наблюдается в том случае, если пути до пищи имеют разную длину.
- ▶ Результатом такого опыта, как правило, является нахождение муравьями кратчайшего из двух путей.
- ▶ Этот результат объясняется экспериментаторами тем, что короткие пути посещаются муравьями чаще, чем длинные, поэтому они и феромоном помечаются чаще, что и приводит к усилению коротких путей по сравнению с длинными.

источник пищи

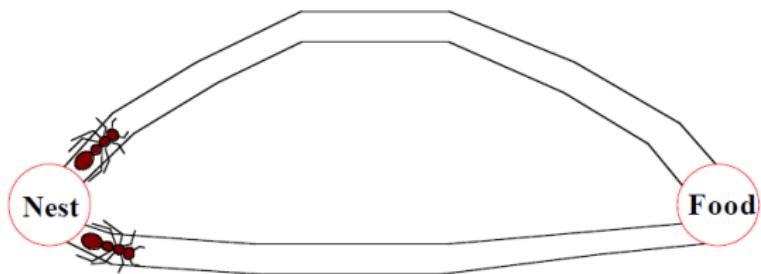


муравейник

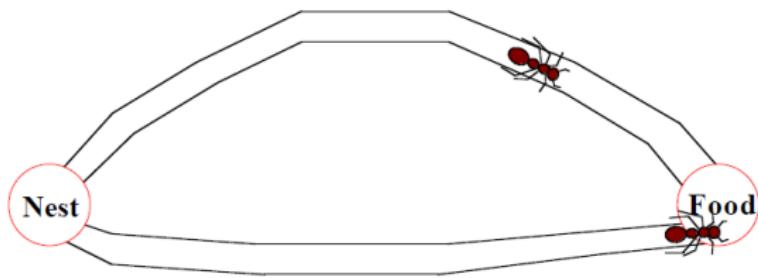
Эксперимент с двумя мостами



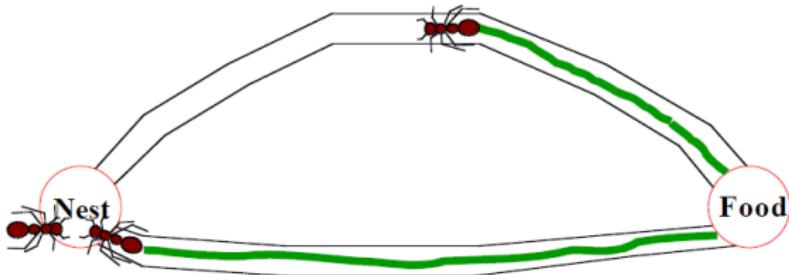
Эксперимент с двумя мостами



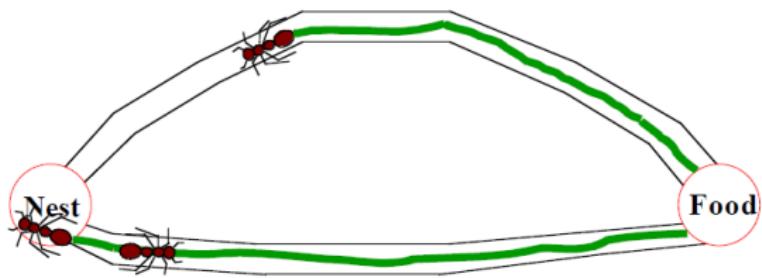
Эксперимент с двумя мостами



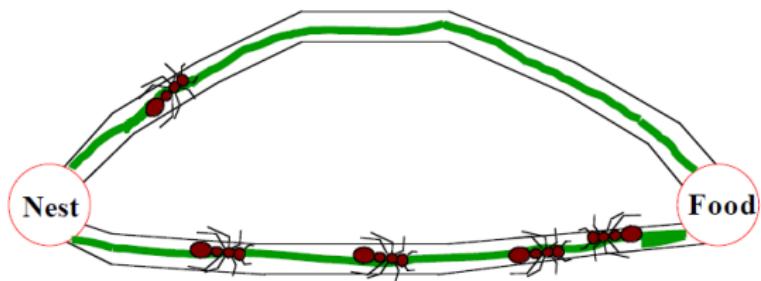
Эксперимент с двумя мостами



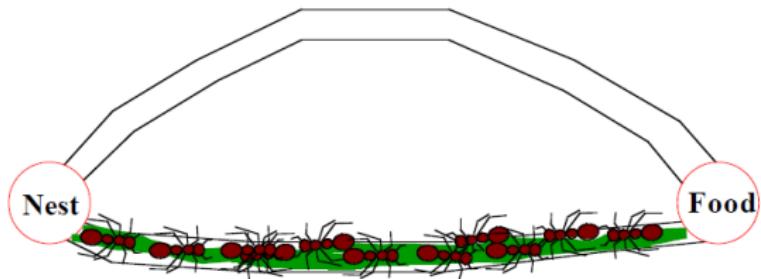
Эксперимент с двумя мостами



Эксперимент с двумя мостами



Эксперимент с двумя мостами



Мельница смерти

- ▶ Мельница (карусель) смерти (англ. Death mill) — природное явление, состоящее в том, что один или небольшая группа муравьёв начинает без видимой причины бегать по замкнутому кругу, постепенно вовлекая в свой бесконечный цикл всё больше и больше других муравьев.
- ▶ В 1921 году американский путешественник Уильям Биб описал виденный им в Гайане круг муравьёв-эцитонов диаметром около 120 метров, в котором каждый из муравьёв совершал полный цикл примерно за 2.5 часа.
- ▶ Эта карусель просуществовала 2 дня, усеивая почву под собой мёртвыми телами, пока небольшая группа рабочих муравьёв случайно не отделилась от общего движения и не увела за собой оставшихся в живых в лес.

Мельница смерти



Искусственная муравьиная колония

- ▶ Описанная схема коммуникации муравьев легла в основу модели, разработанной Марко Дориго, и получившей название *муравьиного алгоритма*.
- ▶ В этой модели предполагается, что средой обитания муравьев является ненаправленный граф, в вершинах которого и располагаются муравьи.
- ▶ Все ребра графа являются помеченными, в качестве метки ребра используется действительное число, представляющее собой концентрацию феромона на этом ребре.

Перемещение муравьев

- ▶ Перемещаются муравьи по ребрам графа.
- ▶ Муравей, находясь в вершине u графа может переместиться на следующем шаге в вершину v только в том случае, если в графе имеется ребро (u, v) .
- ▶ Выбор ребра для перемещения делается каждым муравьем на вероятностной основе, исходя из значений концентрации феромона на ребрах, исходящих из вершины u — чем больше концентрация (относительно других ребер), тем вероятнее выбор этого ребра.

Перемещение муравьев

- ▶ При этом, на выбор ребра могут влиять и другие факторы, обычно определяемые спецификой решаемой задачи.
- ▶ Например, каждый муравей может иметь ограниченную память, в которой хранится номер последней посещенной им вершины.
- ▶ Тогда, ребро, ведущее в эту вершину (по которому был произведен последний переход) исключается из списка возможных кандидатов на перемещение.
- ▶ Этот прием позволяет избежать короткого зацикливания муравья на одном ребре графа, но сохраняет возможность образования более длинных циклов («мельница смерти»).

Задача коммивояжера

- ▶ Первой задачей, для которой был построен муравьиный алгоритм, была задача коммивояжера.
- ▶ Пусть заданы n городов, для любых двух городов i и j известно целочисленное расстояние $d_{ij} > 0$ между ними.
- ▶ Требуется найти самый короткий замкнутый путь, проходящий через все города ровно по одному разу.
- ▶ Граф, представляющий эту задачу, является полносвязным и взвешенным по ребрам, вес ребра равен его длине d_{ij} .



Муравьиный алгоритм

- ▶ Создается колония из N муравьев и помещается в одну из вершин графа, которую будем называть *стартовой* вершиной.
- ▶ Все ребра графа помечаются одинаковым значением феромона $\tau_{ij} = \tau_0$.
- ▶ После этого муравьи начинают перемещаться по графу.
- ▶ Каждый муравей в процессе своего движения по графу хранит список запретов X , в который помещаются номера всех посещенных им вершин.
- ▶ При выборе следующей вершины для посещения муравьи опираются на значения концентрации феромона на исходящих ребрах и на значения длин этих ребер.

Выбор вершины для посещения

- ▶ Пусть k -ый муравей находится в i -ой вершине, а его запретный список X_k еще не является до конца заполненным. Тогда вероятность перемещения в j -ую вершину определяется формулой

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{l \notin X_k} \tau_{il}^\alpha \eta_{il}^\beta}, & \text{если } j \notin X_k, \\ 0, & \text{если } j \in X_k, \end{cases}$$

где α и β — параметры, управляющие относительной важностью между феромонной информацией τ_{ij} и эвристической информацией $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$.

- ▶ Если же у k -го муравья не осталось непосещенных вершин, то он просто возвращается в стартовую вершину.

Обновление феромона

- ▶ После возвращения в стартовую вершину каждый муравей обновляет только те ребра, по которым он перемещался. Концентрация феромона на ребре (i, j) пересчитывается по формуле

$$\tau_{ij} \leftarrow \rho \tau_{ij} + \sum_{k=1}^N \Delta \tau_{ij}^k,$$

где ρ — коэффициент испарения феромона, $\Delta \tau_{ij}^k$ — количество феромона оставляемое на этом ребре k -ым муравьем:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} Q/D_k, & \text{если } k\text{-ый муравей проходил по ребру } (i, j), \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

D_k — длина пути k -го муравья, Q — некоторая фиксированная величина.

Итерации муравьиного алгоритма

- ▶ Таким образом, чем короче путь k -го муравья, тем больше феромона он оставит на ребрах, по которым он ходил.
- ▶ Описанные действия (перемещение по графу и обновление феромонов) представляют собой одну итерацию муравьиного алгоритма.
- ▶ Итерации повторяются до тех пор, пока не окажется выполненным какой-нибудь из критериев останова алгоритма — исчерпано число итераций, достигнута нужная точность, получен единственный путь (алгоритм сошелся к некоторому решению).

Пример работы муравьиного алгоритма

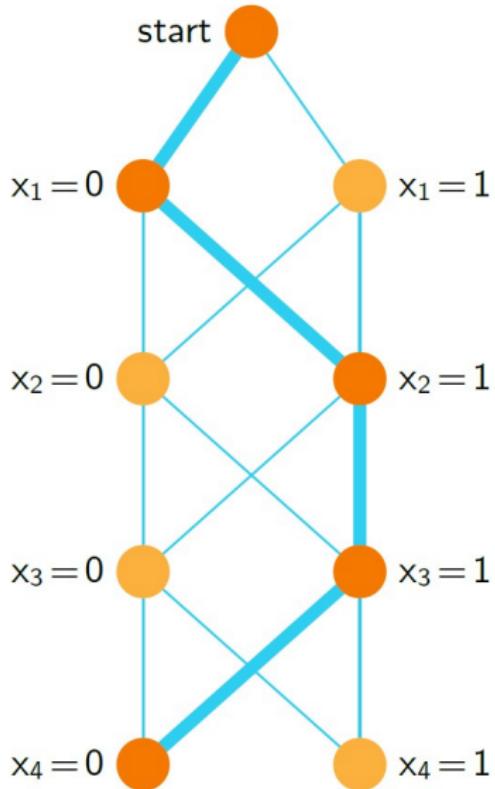
Пример работы муравьиного алгоритма

Пример работы муравьиного алгоритма

Метаэвристика муравьиной колонии

- ▶ На основе муравьиного алгоритма для задачи коммивояжера была разработана более общая стратегия решения задач комбинаторной оптимизации, получившая название метаэвристики муравьиной колонии.
- ▶ Эта метаэвристика включает в себя формализацию задачи дискретной оптимизации и обобщенный муравьиный алгоритм ее решения.
- ▶ Основная цель такой формализации заключается в преобразовании имеющейся задачи дискретной оптимизации в задачу обхода некоторого графа с целью поиска в нем кратчайшего замкнутого пути, проходящего через все вершины графа. Т. е. по сути, произвольная задача преобразуется в некоторый вариант задачи коммивояжера.

Граф интерпретаций



Обобщенный муравьиный алгоритм

- ▶ Обобщенный муравьиный алгоритм для предложенной формализации задачи дискретной оптимизации аналогичен алгоритму, который был описан выше для задачи коммивояжера, и может быть записан в следующем виде.

ANTCOLONYOPTIMIZATION(Ω, f)

- 1: *Построение графа $G(\Omega)$*
- 2: *Инициализация дуг (ребер) графа G феромоном*
- 3: **while** Не выполнен критерий останова **do**
- 4: CONSTRUCTANTSOLUTIONS
- 5: APPLYLOCALSEARCH
- 6: UPDATEPHERONOMES
- 7: **return** *Лучшее найденное решение*

Вспомогательные процедуры: ConstructAntSolutions

- ▶ N муравьев помещаются в произвольные вершины графа G и совершают обход графа, выстраивая шаг за шагом решение задачи.
- ▶ Выбор дуги (или ребра) для перехода в новую вершину делается согласно ограничениям задачи и текущему распределению феромона по этим дугам.
- ▶ Применяются различные схемы такого выбора, общим является то, что чем больше феромона на некоторой дуге, тем вероятнее выбор этой дуги.

Вспомогательные процедуры: ApplyLocalSearch

- ▶ Многие реализации муравьиных алгоритмов используют какой-нибудь быстрый алгоритм локального поиска для того, чтобы улучшить решения, найденные муравьиной колонией.

Вспомогательные процедуры: UpdatePheromones

- ▶ Выполняется обновление значений концентрации феромона на тех ребрах, по которым на этой итерации проходили муравьи.
- ▶ Здесь также используются различные схемы обновления, общим условием является то, что более короткие (в обобщенном смысле) пути в графе G получают больше феромона, что и ведет к их усилению.
- ▶ Кроме того, большинством муравьиных алгоритмов используется некоторая модель испарения феромона, которая также приводит к постепенному усилению более коротких путей.

Приложения муравьиных алгоритмов

- ▶ В настоящее время имеется обширный список приложений муравьиных алгоритмов.
- ▶ Работа всех таких алгоритмов в принципе укладывается в описанную метаэвристику, хотя вместо предложенного универсального способа формализации задач дискретной оптимизации обычно используется какой-нибудь другой способ, более адекватно учитывающий особенности решаемой задачи.
- ▶ Основной областью применения муравьиных алгоритмов являются различные NP-сложные задачи *дискретной оптимизации*: задача коммивояжера, задача о назначении (частный случай — задача о раскраске графа), составление расписаний, задача об укладке рюкзака и т. п.
- ▶ Полный список включает более ста NP-сложных задач.

Муравьиные алгоритмы и алгоритмы локального поиска

- ▶ Особенностью применения муравьиных алгоритмов в данном случае является широкое использование ими вспомогательных процедур локального поиска.
- ▶ С одной стороны, локальный поиск в некоторых случаях может сильно улучшить решение, найденное муравьиным алгоритмом.
- ▶ С другой стороны, практически для всех рассматриваемых NP-сложных задач уже известны хорошо зарекомендовавшие себя алгоритмы локального поиска, но работа этих алгоритмов существенно зависит от выбора хорошего начального приближения.
- ▶ Как показали исследования, муравьиные алгоритмы очень хорошо подходят в качестве таких генераторов начальных решений.

Маршрутизация

- ▶ Успешное применение муравьиных алгоритмов при решении стандартных комбинаторных задач привело к тому, что эти алгоритмы начали использоваться в реальных приложениях, например, в задачах маршрутизации в различных коммуникационных сетях.
- ▶ Заметим, что такая задача является очень близкой по смыслу исходной модели, лежащей в основе работы муравьиных алгоритмов — самоорганизация путей в некотором графе с целью поиска кратчайшего пути, связывающего две вершины этого графа.
- ▶ Важным свойством муравьиных алгоритмов с точки зрения задачи маршрутизации является их *адаптивность* — если какой-нибудь маршрут становится недоступным, то система способна быстро находить подходящую замену.

Вариации муравьиных алгоритмов

- ▶ Описанная выше модель муравьиных вычислений не является единственной, с момента ее создания были разработаны и другие модели, основанные на той же принципиальной идее.
- ▶ Первоначальная модель получила название *муравьиной системы* (Ant System, AS).
- ▶ Двумя другими популярными моделями являются
 - модель *элитной* или *максиминной* муравьиной системы ($\text{MAX} - \text{MIN}$ Ant System, MMAS);
 - модель *муравьиной колонии* (Ant Colony System, ACS).

Элитные муравьиные системы

- ▶ Модель элитной муравьиной системы является развитием стандартной муравьиной системы.
- ▶ Ее главные отличительные особенности:
 - обновление феромоном производится только для одного лучшего пути, найденного либо на последней итерации, либо на всех предыдущих итерациях;
 - концентрация феромона на ребрах графа ограничивается и снизу и сверху.
- ▶ Приращение феромона $\Delta\tau_{ij}^{best}$ в этой модели вычисляется только для лучшего найденного пути:

$$\Delta\tau_{ij}^{best} = \begin{cases} 1/L_{best}, & \text{если ребро } (i,j) \text{ входит в лучший путь,} \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где L_{best} — длина лучшего пути.

Элитные муравьиные системы

- Обновление феромона в данной модели производится согласно формуле:

$$\tau_{ij} \leftarrow \left[\rho \tau_{ij} + \Delta \tau_{ij}^{best} \right]_{\tau_{min}}^{\tau_{max}},$$

где ρ — коэффициент испарения феромона, τ_{min} и τ_{max} — минимальная и максимальная концентрация феромона, а оператор $[]_a^b$ определяется следующей формулой:

$$[x]_a^b = \begin{cases} a, & \text{если } x < a, \\ b, & \text{если } x > b, \\ x, & \text{если } a \leq x \leq b. \end{cases}$$

Элитные муравьиные системы

- ▶ Учет только лучшего из найденных путей приводит к более быстрой сходимости муравьиного алгоритма, но результатом скорее будет некоторый локальный экстремум целевой функции.
- ▶ Для того, чтобы сохранить разнообразие в возможных путях и вводятся ограничения на концентрацию феромона.
- ▶ Ограничение снизу не позволяет «умирать» плохим путям, а ограничение сверху не дает слишком больших преимуществ хорошим путям.
- ▶ Подбор конкретной комбинации параметров муравьиного алгоритма, как обычно, определяется спецификой решаемой задачи.

Алгоритмы муравьиной колонии

- ▶ В модели муравьиной колонии наиболее существенными являются следующие отличия от стандартной модели.
- ▶ Помимо (глобального) обновления феромона после завершения каждой итерации алгоритма, вводится дополнительное *лоальное обновление*, выполняемое каждым муравьем сразу же после прохода по ребру (i, j) :

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \phi)\tau_{ij} + \phi\tau_0,$$

где ϕ — коэффициент ослабления феромона, τ_0 — начальное значение феромона.

- ▶ Целью локального обновления является *ослабление* ребра, по которому только что прошел муравей, для того чтобы следующие за ним муравьи с большей вероятностью выбрали другие ребра для продолжения маршрута.

Алгоритмы муравьиной колонии

- ▶ Глобальное обновления феромона выполняется по стандартным формулам, но только для лучшего на данной итерации пути.
- ▶ Для выбора нового ребра каждый муравей использует схему *псевдослучайного пропорционального выбора*:
 - если случайное число $q \in [0, 1]$ меньше заданного параметра q_0 , то выбирается ребро с максимальным уровнем феромона,
 - В противном случае используется стандартная формула (метод рулетки).

Сходимость муравьиных алгоритмов

- ▶ Первоначальная идея муравьиных алгоритмов основывалась только на эмпирических соображениях, исходя из опытов над реальными муравьиными системами.
- ▶ После того, как муравьиные алгоритмы стали с успехом применяться для решения разнообразных задач, появились теоретические исследования, направленные на изучение сходимости муравьиных алгоритмов.
- ▶ Достаточно быстро было доказано, что муравьиные алгоритмы в моделях MMAS и ACS сходятся в вероятностном смысле к оптимальному решению: вероятность получения оптимального решения задачи стремится к единице при стремлении числа итераций алгоритма к бесконечности.

Теоретические результаты

- ▶ К сожалению, доказанные теоремы не способны дать оценок реальной скорости сходимости муравьиных алгоритмов, а доказывают только их принципиальную сходимость.
- ▶ Поэтому, практически для всех прикладных муравьиных алгоритмов вопрос сходимости решается только путем вычислительного эксперимента.
- ▶ Еще одним направлением теоретических исследований муравьиных алгоритмов является установление связей между ними и другими классическими методами оптимизации и обучения.
- ▶ Такие исследования, помимо всего прочего, позволяют лучше понять внутренние механизмы, лежащие в основе работы муравьиных алгоритмов.

Библиография

1. S. Goss, S. Aron, J.-L. Deneubourg, J. M. Pasteels, *Self-organized shortcuts in the Argentine ant*, Naturwissenschaften, vol. 76, pp. 579–581, 1989.
2. C. Detrain, J. L. Deneubourg, *Self-Organized Structures in a Superorganism: Do Ants Behave Like Molecules?*, Physics of Life Reviews 3, no. 3, pp. 162-187, 2006.
3. M. Dorigo, M. Birattari, T. Stutzle, *Ant Colony Optimization*, Technical Report No. TR/IRIDIA/2006-023, September 2006.
4. T. Stutzle, H. Hoos, *MAX-MIN Ant System*, Future Generation Computer Systems, vol. 16, no. 8, 2000.

Спасибо за внимание!