Средства и системы параллельного программирования

кафедра СКИ сентябрь – декабрь 2021 г.

Лектор доцент Н.Н.Попова

Лекция 11 22 ноября 2021 г.

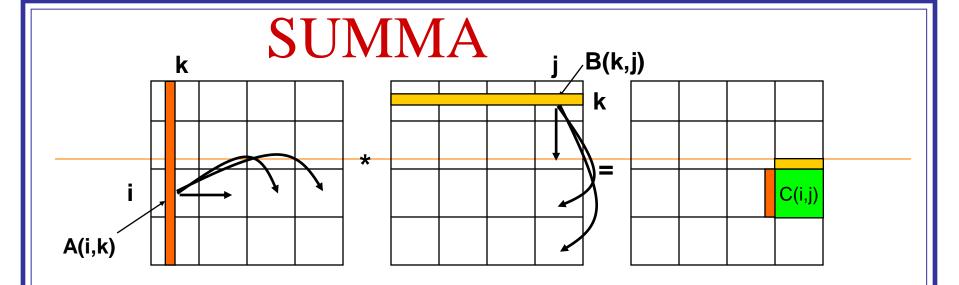
Тема

- Параллельный алгоритм матричного умножения SUMMA
- 3D блочный параллельный алгоритм матричного умножения DNS
- Производные типы данных

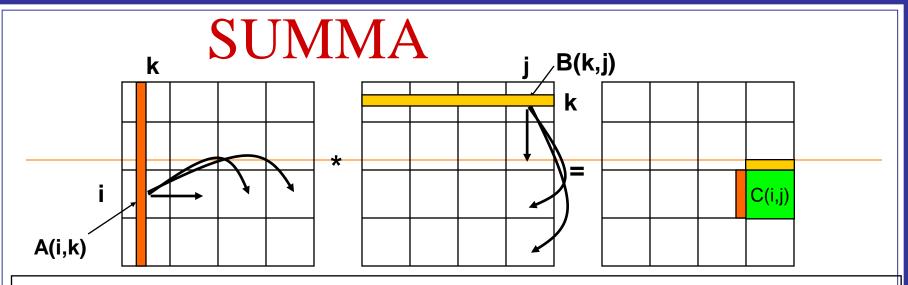
Алгоритм SUMMA

SUMMA = Scalable Universal Matrix Multiply*

- Менее эффективный, чем алгоритм Кеннона, но проще и легче обобщается на случай разных способов распределения данных
- Требует меньше дополнительной памяти, но в то же время и больше пересылок (в log р раз больше, чем в методе Кеннона)
- Используется на практике в PBLAS = Parallel BLAS
 - * R. A. Van De Geijn and J. Watts. SUMMA: scalable universal matrix multiplication algorithm. Concurrency: Pract. Ex., 9(4):255–274, 1997



- Процессорная решетка не обязательно должна быть квадратной: P = pr * pc
- b << N/ max(px,py) размер блока
- $k блок c b ≥ 1 строками или столбцами <math>C(i,j) = C(i,j) + \Sigma_k A(i,k)*B(k,j)$



```
for k=0 to n-1 ... или n/b-1 где b – размер блока
```

 \dots = # cols in A(i,k) and # rows in B(k,j)

for all i = 1 to p_r ... in parallel

owner of A(i,k) broadcasts it to whole processor row

for all j = 1 to p_c ... in parallel

owner of B(k,j) broadcasts it to whole processor column

Receive A(i,k) into Acol

Receive B(k,j) into Brow

C_myproc = C_myproc + Acol * Brow

Оценка времени выполнения алгоритма SUMMA

 $^{\circ}$ Для упрощения преположим, что s = sqrt(p)

```
for k=0 to n/b-1
   for all i = 1 to s \dots s = sqrt(p)
       owner of A(i,k) broadcasts it to whole processor row
         ... time = log s *( \alpha + \beta * b*n/s), используя дерево
   for all j = 1 to s
       owner of B(k,j) broadcasts it to whole processor column
         ... time = log s *( \alpha + \beta * b*n/s), используя дерево
   Receive A(i,k) into Acol
   Receive B(k,j) into Brow
   C_myproc = C_myproc + Acol * Brow
        ... time = 2*(n/s)^2*b
```

2D параллельные алгоритмы матричного умножения

2D

Cannon

- Эффективность = $1/(1+O(\alpha*(sqrt(p)/n)^3+\beta*sqrt(p)/n)) oптимальная$
- Трудно обобщать на случай произвольного р, n, блочноциклического распределения данных

SUMMA

- Эффективность = $1/(1 + O(\alpha * log p * p / (b*n²) + \beta*log p * sqrt(p) /n))$
- Легко обобщается
- b маленькое => меньше памяти, меньше эффективность
- b большое => больше памяти, выше эффективность
- Используется на практике (PBLAS)

Matrix Multiply: DNS алгоритм Dekel, Nassimi, Sahni

Предположим::

A, B, C: размера N x N $P = K^3$ число процессоров, организованных в K x K x K 3D решетку,

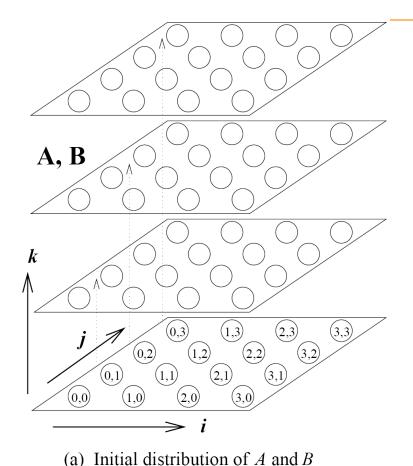
А, В, С - К х К блочные матрицы, каждый блок (N/K) х (N/K) Общее число К*К*К блочных матричных умножений

Идея:

- каждый блок назначается на отдельный процессор
- процессор (i,j,k) вычисляет C_{ij}=A_{ik}*B_{kj}
- вычисляется редукционная сумма (i,j,k), k=0,...,K-1

<u>Eliezer Dekel</u>, <u>David Nassimi</u>, and <u>Sartaj Sahni</u> Parallel Matrix and Graph Algorithms SIAM J. Comput., 10(4), 657–675

Matrix Multiply: DNS алгоритм



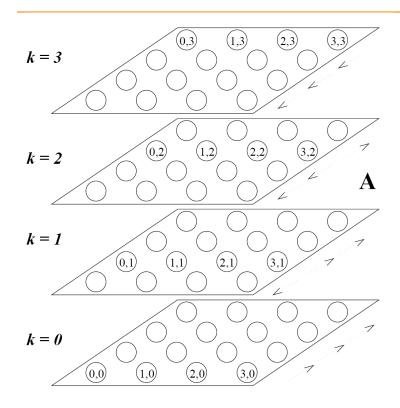
Начальное распределение данных: A_{ij} и B_{ij} на процессор (i,j,0)

Переслать A_{ik} (i,k=0,...,K-1) на процессор (i,j,k) for all j=0,1,...,K-1

Два шага:

- Переслать A_{ik} с процессора (i,k,0) на (i,k,k);
- Broadcast A_{ik} с процессора (i,k,k) на процессоры (i,j,k);

Matrix Multiply

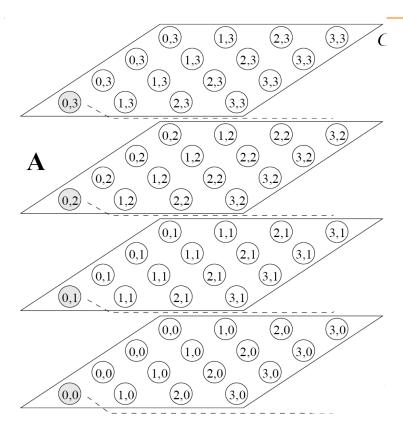


Переслать $A_{ik} c (i,k,0)$ на (i,k,k)

Broadcast A_{ik} с (i,k,k) на (i,j,k)

(b) After moving A[i,j] from $P_{i,j,0}$ to $P_{i,j,j}$

Matrix Multiply

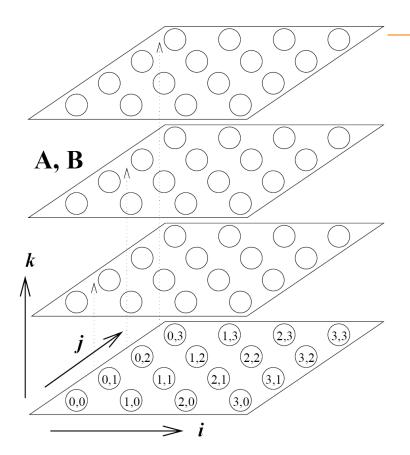


Финальное распределение блоков матрицы A

А может быть рассмотрена как распределенная по (i,k) плоскости с broadcast вдоль j-оси.

(c) After broadcasting A[i,j] along j axis

Распределение элементов матрицы В



В распределение:

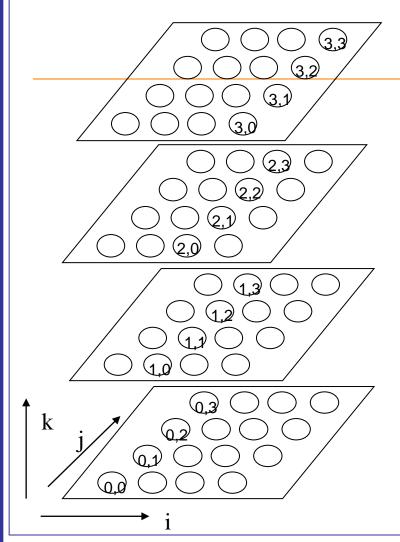
1. B_{kj} на (k,j,0); Требуется передать на процессоры (i,j,k) for all i=0,1,...,K-1

Два шага:

- -Переслать $B_{kj} c(k,j,0)$ на (k,j,k)
- -Broadcast B_{kj} с (k,j,k) на (i,j,k) for all $i=0,\ldots,K-1$, т.е. вдоль i-направления

(a) Initial distribution of A and B

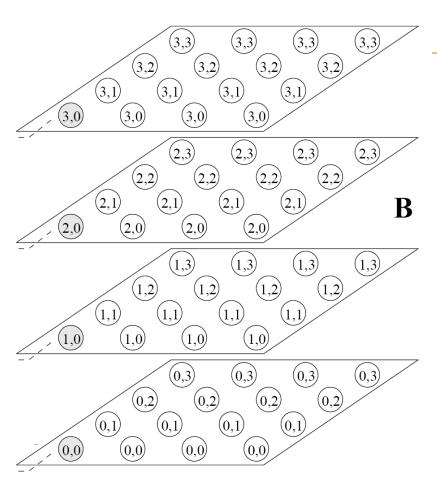
Распределение матрицы В



Переслать $B_{\{kj\}}$ с (k,j,0) на (k,j,k)

Broadcast (k,j,k) вдоль і направления

Matrix Multiply

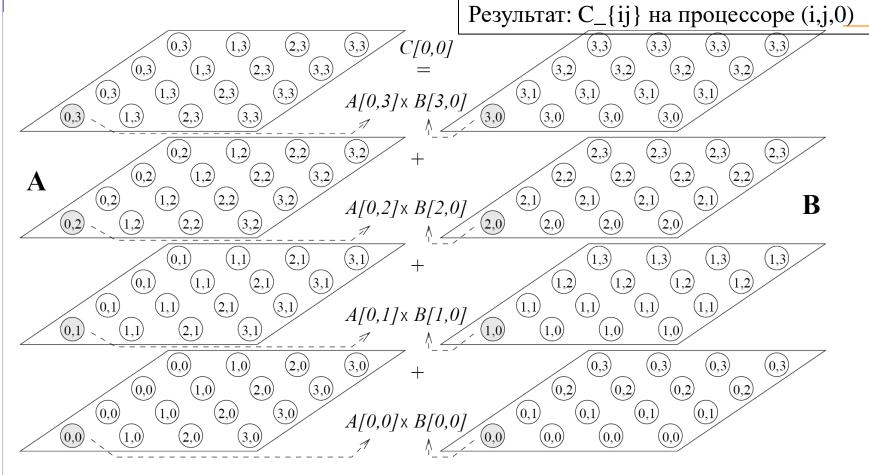


Финальное распределение В

(d) Corresponding distribution of *B*

Matrix Multiply

A_{ik} и B_{kj} на процессорах (i,j,k) Вычисляем С_{ij} локально Reduce (sum) С_{ij} вдоль k-направления



(c) After broadcasting A[i,j] along j axis (d) Corresponding distribution of B Лекции "Средства и системы параллельного программирования", лекция 12.

Эффективность алгоритма DNS

```
IIIar 1:
- Переслать A_{ik} с процессора (i,k,0) на (i,k,k);
-Broadcast A_{ik} с процессора (i,k,k) на процессоры (i,j,k) for all
j=0,1,...,K-1;
Шаг 2:
-Переслать B_{kj} c(k,j,0) на (k,j,k)
-Broadcast B_{kj} с (k,j,k) на (i,j,k) for all i=0,...,K-1, т.е.
вдоль і-направления
IIIar 3:
-Выполнить локальное блочное умножение матриц
Шаг 4:
```

- Редукционная сумма C_{I,j} вдоль k

Тема

Производные типы данных MPI

Производные типы данных МРІ

Назначение:

- пересылка данных, расположенных в несмежных областях памяти в одном сообщении
- пересылка разнотипных данных в одном сообщении
- облегчение понимания программы

Производные типы данных

- не могут использоваться ни в каких операциях, кроме коммуникационных
- производные ТД следует понимать как описатели расположения в памяти элементов базовых типов
- производный ТД скрытый объект
- отображение типа:

```
Typemap = \{(type_0, disp_0), ..., (type_{n-1}, disp_{n-1})\}
```

Пример использования производных типов данных МРІ

```
array of types[0]=MPI INT;
struct buff layout
                                  array of blocklengths[0]=3;
                                  array of displacements[0]=0;
  { int
             i val[3];
                                  array of types[1]=MPI DOUBLE;
   double
             d_val[5];
                                  array_of_blocklengths[1]=5;
                                  array_of_displacements[1]=...;
  } buffer;
                                  MPI_Type_create_struct(2, array_of_blocklengths,
                                      array_of_displacements, array_of_types,
                                                       &buff datatype);
Compiler
                                  MPI Type commit(&buff datatype);
               MPI_Send(&buffer, 1, buff_datatype, ...)
            &buffer = the start
                                                  the datatype handle
                  address of the data
                                              describes the data layout
                             double
```

Типы данных МРІ

- Элементарные типы базовые типы, определяемые языком (например, MPI_INT и т.д., в том числе тип MPI_PACKED)
- Векторные (vector) однотипные данные, расположенные в памяти с заданным шагом. Единица отсчета – тип данных элементов вектора
- Непрерывные типы (contiguous) вектор с шагом 1
- Hvector вектор с шагом, задаваемым в байтах
- Indexed вектор, расположение элементов которого задается массивом. Единица отсчета - тип данных
- Hindexed аналогично indexed, но шаги задаются в байтах
- Структурный тип наиболее общий тип, соответствует типу в С

СЦЕНАРИЙ РАБОТЫ С ПРОИЗВОДНЫМИ ТИПАМИ

- Создание типа с помощью конструктора.
- Регистрация.
- Использование.
- Освобождение памяти.

Стандартный сценарий создания и использования производного ТД

 Производный тип строится из предопределенных типов МРI и ранее определенных производных типов с помощью специальных функций-конструкторов:

```
MPI_Type_contiguous,
MPI_Type_vector, MPI_Type_create_hvector,
MPI_Type_indexed, MPI_Type_create_hindexed,
MPI_Type_create_struct
MPI_Type_create_subarray
MPI_Type_create_darray
```

- Новый производный тип регистрируется вызовом функции MPI_Type_commit
- Когда производный тип становится ненужным, он уничтожается функцией MPI_Type_free

Производные типы МРІ. Карта типа.

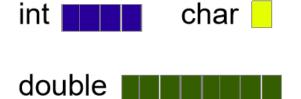
```
Typemap = \{(type_0, disp_0), \dots, (type_{n-1}, disp_{n-1})\}
```

- отображение типа вместе с базовым адресом начала расположения данных buf определяет коммуникационный буфер обмена (состоит из n элементов)
- i-й элемент имеет адрес buf+disp_i и базовый тип type_i
- Базовый тип можно представить как производный тип:
 Например, MPI_INT={(int,0)}

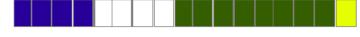
Графическая иллюстрация карты памяти

Пример:

Typemap = {(int,0), (double,8), (char,16)}







derived datatype

Характеристики производного типа

- Дополнительные определения
 - lower_bound(Typemap) = min disp_{i, j} = 0, ..., n-1
 - upper_bound(Typemap) = max(disp_i + sizeof(type_i)) + ε
- Протяженность (кол-во байт, которое переменная данного типа занимает в памяти)
 - Функция MPI_Type_extent
 extent(Typemap) = upper_bound(Typemap) lower_bound(Typemap)
- Размер (кол-во реально передаваемых байт в коммуникационных операциях)
 - Функция MPI_Type_size

MPI_Type_get_extent

int MPI_Type_get_extent (MPI_Datatype datatype, MPI_Aint */b, MPI_Aint *extent)

datatype - тип данных

extent - протяженность элемента заданного типа

MPY_Type_size

```
int MPI_Type_size (MPI_Datatype datatype, int
  *size)
```

datatype - тип данных

size - размер элемента заданного типа

Пример использования MPI_Get_address

```
int buf[10];
     MPI_Aint a1, a2;
     MPI_Init ( &argc, &argv );
     MPI_Get_address( &buf[0], &a1 );
     MPI_Get_address( &buf[1], &a2 );
     if ((int)(a2-a1) != sizeof(int)) {
        errs++;
        printf( "Get address of two address did not return values the
   correct distance apart\n" );fflush(stdout);
```

MPI_Type_commit

- Каждый конструктор возвращает незарегистрированный (uncommited) тип. Процесс соmmit можно представить себе как процесс компиляции типа во внутреннее представление.
- Для регистрации типа должен вызываться <u>MPI_Type_commit</u>
 (&datatype).
- После регистрации тип может повторно использоваться.
- Повторный вызов commit не имеет эффекта.

MPI_Type_commit

int MPI_Type_commit(MPI_Datatype *datatype)

datatype - новый производный тип данных

Конструктор непрерывного типа MPI_Type_contiguous

int MPI_Type_contiguous(int count, MPI_Datatype oldtype, MPI_Datatype *newtype)

count - число элементов базового типа

oldtype - базовый тип данных

newtype - новый производный тип данных

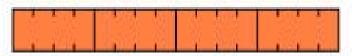
Графическая иллюстрация типа MPI_Type_contiguous

oldtype = MPI_REAL



count = 4

newtype



MPI_Type_contiguous. Пример (1)

count = 4;
MPI_Type_contiguous(count, MPI_FLOAT, &rowtype);

1.0	2.0	3.0	4.0
5.0	6.0	7.0	8.0
9.0	10.0	11.0	12.0
13.0	14.0	15.0	16.0

a[4][4]

MPI_Send(&a[2][0], 1, rowtype, dest, tag, comm);

MPI_Type_contiguous. Пример (2)

```
Surface: A[0][:][:]

MPI_Datatype face_jk;

MPI_Type_contiguous(80*50, MPI_DOUBLE,
&face_jk);

MPI_Type_commit(&face_jk);

MPI_Send(&A[0][0][0],1,face_jk,rank,tag,comm);

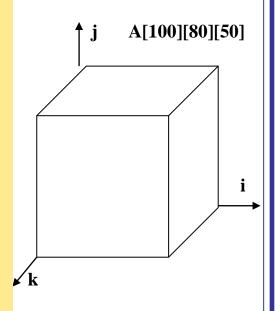
//

MPI_Send(&A[0][0][0],80*50,MPI_DOUBLE,rank,tag,comm);

comm);

MPI_Send(&A[99][0][0],1,face_jk,rank,tag,comm);
...

MPI_Type_free(&face_jk);
```

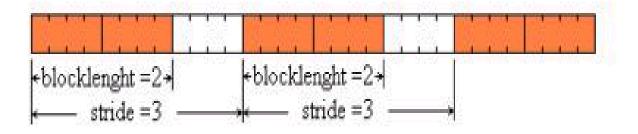


Конструктор векторного типа MPI_Type_vector



count = 3, blocklenght = 2, stride = 3

newtype



MPI_Type_vector

int MPI_Type_vector(int count, int blocklength, int stride, MPI_Datatype oldtype, MPI_Datatype *newtype)

count - число блоков

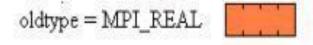
blocklength - число элементов базового типа в каждом блоке

stride - шаг между началами соседних блоков, измеренный числом элементов базового типа

oldtype - базовый тип данных

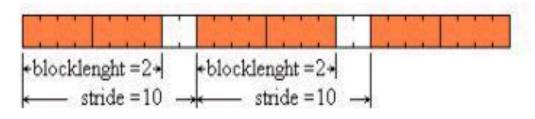
newtype - новый производный тип данных

MPI_Type_hvector



count = 3, blocklenght = 2, stride = 10

newtype



MPI_Type_create_hvector

int MPI_Type_create_hvector (int count, int blocklength, MPI_Aint stride, MPI_Datatype oldtype, MPI_Datatype *newtype)

count - число блоков

blocklength - число элементов базового типа в каждом блоке

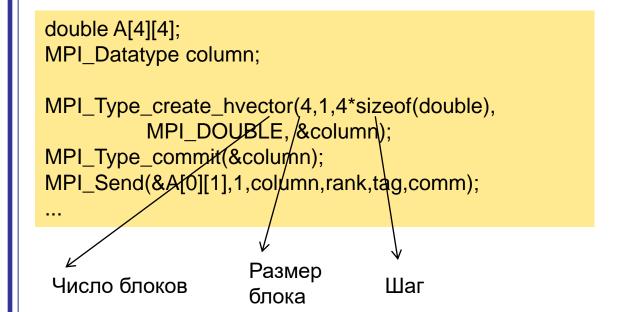
stride - шаг между началами соседних блоков в байтах

oldtype - базовый тип данных

newtype - новый производный тип данных.

Отличие от MPI_Type_vector: stride определяется в байтах, не в элементах ('h' – heterogeneous)

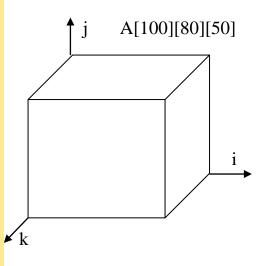
MPI_Type_create_hvector. Пример 1



1.0	2.0	3.0	4.0
5.0	6.0	7.0	8.0
9.0	10.0	11.0	12.0
13.0	14.0	15.0	16.0

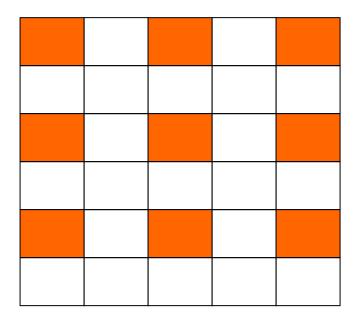
MPI_Type_hvector. Пример 2

Плоскость іј: А[:][:][49]



MPI_Type_create_hvector. Пример 3 – рассылка клеточной структуры

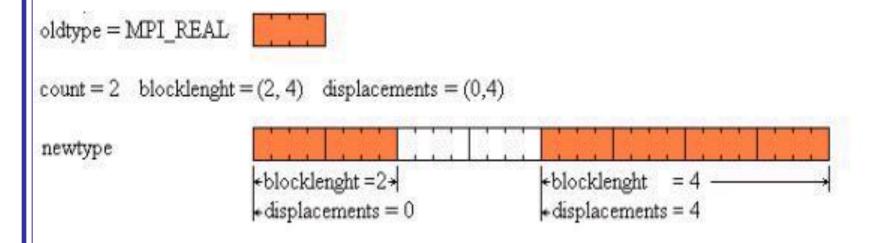
Используются вместе MPI_type_vector и MPI_Type_create_hvector для рассылки отмеченных клеток:



Пример 3, продолжение

```
double a[6][5], e[3][3];
MPI_Datatype oneslice, twoslice
MPI_Aint lb, sz_dbl
int myrank, ierr
MPI_Comm_rank (MPI_COMM_WORLD, &myrank);
MPI_Type_get_extent (MPI_DOUBLE, &lb, &sz_dbl);
MPI_Type_vector (3,1,2,MPI_DOUBLE, &oneslice);
                                                       count
MPI_Type_create_hvector(3,1,12*sz_dbl, oneslice,
&twoslice);
                                                       blocklength
MPI_Type_commit (&twoslice);
                                                       stride
```

MPI_Type_indexed



MPI_Type_indexed

int MPI_Type_indexed(int count, int *array_of_blocklengths, int
 *array_of_displacements, MPI_Datatype oldtype,
 MPI_Datatype *newtype)

count - число блоков

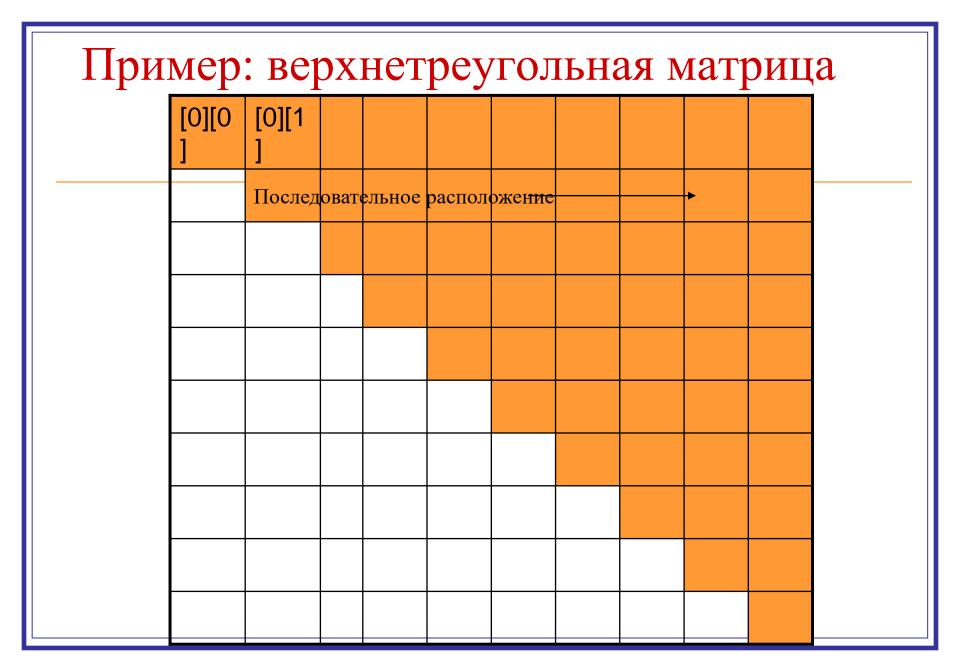
array_of_blocklengths - массив, содержащий число элементов базового типа в каждом блоке

array_of_displacements - массив смещений каждого блока от начала размещения элемента нового типа, смещения измеряются числом элементов базового типа

oldtype - базовый тип данных

newtype - новый производный тип данных

Смещения между последовательными блоками не обязательно должны совпадать. Это позволяет выполнять пересылку данных одним вызовом.



Пересылка верхнетреугольной матрицы

```
double a[100][100];
int disp[100], blocklen[100], i, dest, tag;
MPI_Datatype upper;
/* compute start and size of each row */
for (i = 0; i < 100; ++i){
 disp[i] = 100*i + i;
 blocklen[i] = 100 - i;
MPI_Type_indexed(100, blocklen, disp, MPI_DOUBLE, &upper);
MPI_Type_commit(&upper);
MPI_Send(a, 1, upper, dest, tag, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Type_free (&upper);
```

MPI_Type_indexed_block

int MPI_Type_create_indexed_block (int count, int blocklengths, int
 *array_of_displacements, MPI_Datatype oldtype,
 MPI_Datatype *newtype)

count - число блоков

blocklengths - число элементов базового типа в каждом блоке array_of_displacements - массив смещений каждого блока от начала размещения элемента нового типа, смещения измеряются числом элементов базового типа

oldtype - базовый тип данных

newtype - новый производный тип данных

Отличие от MPI_Type_indexed – все блоки одинаковой длины

MPI_Type_create_subarray

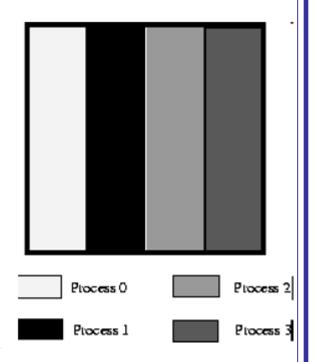
int MPI_Type_create_subarray (int ndims, int *array_of_sizes, int *array_of_subsizes, int *array_of_starts, int order, MPI_Datatype oldtype, MPI_Datatype *newtype)

ndims – число измерений массива array_of_sizes – количество элементов по измерениям глобального массива

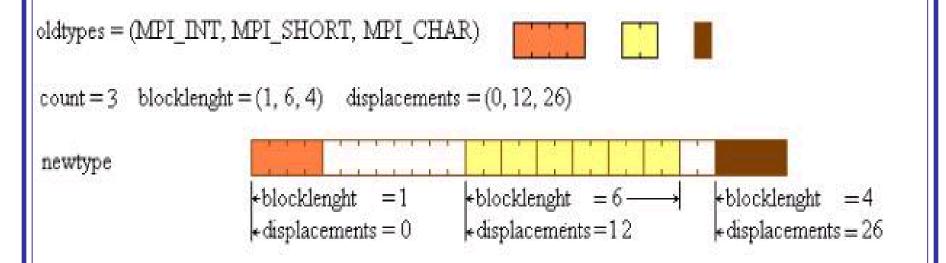
array_of_subsizes – количество элементов пл измерениям подмассива array_of_starts – координаты начала подмассива в глобальном массиве order – порядок расположения элементов в массиве (С или Fortran) MPI_Datatype oldtype, MPI_Datatype *newtype

MPI_Type_create_subarray. Пример

```
double subarray[100][25];
MPI_Datatype filetype;
int sizes[2], subsizes[2], starts[2]; int rank;
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
sizes[0]=100; sizes[1]=100;
subsizes[0]=100; subsizes[1]=25;
starts[0]=0; starts[1]=rank*subsizes[1];
MPI_Type_create_subarray(2, sizes, subsizes, starts)
MPI_ORDER_C, MPI_DOUBLE, &filetype);
MPI_Type_commit(&filetype);
```



MPI_Type_create_struct



MPI_Type_create_struct

```
int MPI_Type_create_struct (int count, int *array_of_blocklengths, MPI_Aint *array_of_displacements, MPI_Datatype *array_of_types, MPI_Datatype *newtype)
```

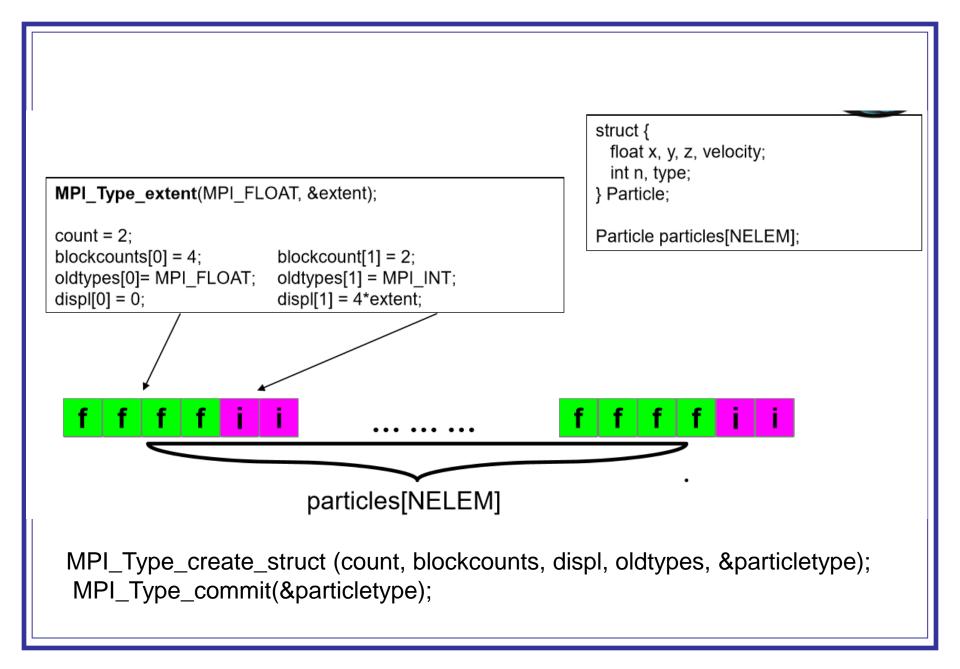
count - число блоков;

array_of_blocklength - массив, содержащий число элементов одного из базовых типов в каждом блоке;

array_of_displacements - массив смещений каждого блока от начала размещения структуры, смещения измеряются в байтах; array_of_type - массив, содержащий тип элементов в каждом блоке;

newtype - новый производный тип данных.

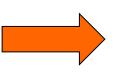
Наиболее общий конструктор.



```
struct { float x, y, z, velocity; int n, type; } Particle;
Particle particles[NELEM];
int count, blockcounts[2]; MPI_Aint displ[2]; MPI_Datatype particletype,
   oldtypes[2];
count = 2; blockcounts[0] = 4; blockcount[1] = 2; oldtypes[0]=
   MPI_FLOAT; oldtypes[1] = MPI_INT;
MPI_Type_extent (MPI_FLOAT, &extent); displ[0] = 0; displ[1] =
   4*extent:
MPI_Type_create_struct (count, blockcounts, displ, oldtypes,
   &particletype);
MPI_Type_commit(&particletype);
MPI_Send (particles, NELEM, particletype, dest, tag,
   MPI_COMM_WORLD);
MPI_Free(&particletype);
```

Проблемы выравнивания элементов структур

```
struct mystruct
{ char a;
 int b;
 char c;
} x
```



```
struct mystruct
{ char a;
  char gap_0[3];
  int b; char c;
  char gap_1[3]; } x
```

```
struct PartStruct {
char class;
double d[6];
 int b[7]; } particle[100];
MPI_Datatype ParticleType; int count = 3;
MPI_Datatype type[3] = {MPI_CHAR, MPI_DOUBLE, MPI_INT};
int blocklen[3] = \{1, 6, 7\};
MPI_Aint disp[3];
MPI_Get_address(&particle[0].class, &disp[0]);
MPI_Get_address(&particle[0].d, &disp[1]);
MPI_Get_address(&particle[0].b, &disp[2]);
/* Make displacements relative */
disp[2] -= disp[0]; disp[1] -= disp[0]; disp[0] = 0;
MPI_Type_create_struct (count, blocklen, disp, type, &ParticleType);
   MPI_Type_commit (&ParticleType);
MPI_Send(particle,100,ParticleType,dest,tag,comm); MPI_Type_free
   (&ParticleType);
```

Возможные проблемы при выравнивании. Последний член структуры

int MPI_Type_create_resized (MPI_Datatype oldtype, MPI_Aint lb, MPI_Aint extent, MPI_Datatype * newtype)

Создается новый тип, идентичный старому за исключением того, что новый lb = lb + extent

Пример использования MPI_Type_create_resized

```
/* Sending an array of structs portably */
struct PartStruct particle[100];
MPI_Datatype ParticleType;
/* check that the extent is correct */
MPI_Type_get_extent(ParticleType, &lb, &extent);
if ( extent != sizeof(particle[0]) )
  MPI_Datatype old = ParticleType;
  MPI_Type_create_resized (old, 0, sizeof(particle[0]), &ParticleType);
  MPI_Type_free(&old);
MPI_Type_commit ( &ParticleType);
```

Упаковка данных

- Упаковка / распаковка:
 - MPI_Pack
 - MPI_Unpack
- Определение размера буфера для упаковки:
 - MPI_Pack_size

MPI_Pack

comm

- коммуникатор.

```
int MPI_Pack(void* inbuf, int incount, MPI_Datatype datatype, void *outbuf, int outsize, int *position, MPI_Comm comm)
```

```
    inbuf - адрес начала области памяти с элементами, которые требуется упаковать;
    incount - число упаковываемых элементов;
    datatype - тип упаковываемых элементов;
    outbuf - адрес начала выходного буфера для упакованных данных;
    outsize - размер выходного буфера в байтах;
    position - текущая позиция в выходном буфере в байтах;
```

MPI_Unpack

int MPI_Unpack(void* inbuf, int insize, int *position, void *outbuf, int outcount, MPI_Datatype datatype, MPI_Comm comm)

```
inbuf - адрес начала входного буфера с упакованными данными;
```

insize - размер входного буфера в байтах;

position - текущая позиция во входном буфере в байтах;

outbuf - адрес начала области памяти для размещения распакованных элементов;

outcount - число извлекаемых элементов;

datatype - тип извлекаемых элементов;

comm - коммуникатор.

Пересылка элементов разного типа

- элементы нужно предварительно запаковать в один массив, последовательно обращаясь к функции упаковки MPI_Pack
- при первом вызове функции упаковки параметр position, как правило, устанавливается в 0, чтобы упакованное представление размещалось с начала буфера
- для непрерывного заполнения буфера необходимо в каждом последующем вызове использовать значение параметра position, полученное из предыдущего вызова
- распаковывать аналогично

MPI_Pack_size

int MPI_Pack_size(int incount, MPI_Datatype datatype, MPI_Comm comm, int *size)

incount - число элементов, подлежащих упаковке datatype - тип элементов, подлежащих упаковке comm - коммуникатор size - размер сообщения в байтах после его упаковки

Пример рассылки разнотипных данных с использованием функций MPI_Pack и MPI_Unpack

```
char buff[100];
double x, y;
int position, a[2];
MPI Comm rank (MPI COMM WORLD, &myrank);
if (myrank == 0)
{ /* Упаковка данных*/
position = 0;
MPI Pack (&x, 1, MPI DOUBLE, buff, 100, &position, MPI COMM WORLD);
MPI Pack (&y, 1, MPI DOUBLE, buff, 100, &position, MPI COMM WORLD);
MPI Pack(a, 2, MPI INT, buff, 100, &position, MPI COMM WORLD);
   /* Рассылка упакованного сообщения */
MPI Bcast(buff, position, MPI PACKED, 0, MPI COMM WORLD);
   /* Распаковка сообщения во всех процессах */
if (myrank != 0)
position = 0;
MPI Unpack (buff, 100, &position, &x, 1, MPI DOUBLE, MPI COMM WORLD);
MPI Unpack (buff, 100, &position, &y, 1, MPI DOUBLE, MPI COMM WORLD);
MPI Unpack (buff, 100, &position, a, 2, MPI INT, MPI COMM WORLD);
```