05/07/2021

Examen final - Matemática discreta II - Parte - Práctica

Alumno: Airasca Esteban

DNI: 39024258

Airasca Esteban — 1/3 Frente — Final práctico Discreta II — HOJA N° — FECHA 05/07/2024

Ej 2 X es la cifra de mi DNI: 39024258, luego X = 8.

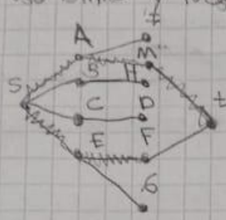
SA: ~~7~~ 0
SB: ~~10~~ 3
SC: ~~10~~ ~~8~~ 1,9
SE: ~~7~~ 0
AI: ~~10~~ ~~3~~ 10
AM: ~~7~~ ~~0~~ 7 0
BH: ~~10~~ 3

CD: ~~10~~ ~~8~~ 1,9
DM: ~~8~~ ~~1~~ ~~1~~ 10
EF: ~~7~~ ~~0~~ 7
EG: ~~8~~ ~~1~~ 1,1
Ft: ~~7~~ 0
GN: ~~10~~ 3
HJ: ~~10~~ 3

IF: ~~10~~ 3
JK: ~~10~~ 3
KL: ~~10~~ 3
LI: ~~10~~ 3
Mt: ~~7~~ 0
MP: ~~10~~ 8,9 1,9
Nt: ~~10~~ 3.

PQ: ~~10~~ ~~8,9~~ 1,9
QR: ~~10~~ ~~8,9~~ 1,9
RU: ~~10~~ ~~8,9~~ 1,9
UX: ~~10~~ ~~8,9~~ 1,9
XY: ~~10~~ ~~8,9~~ 1,9
YZ: ~~10~~ ~~8,9~~ 1,9
Zt: ~~10~~ ~~8,9~~ 1,9

Uso Dinic y luego EK.



1er camino: SAMt: 7

2do camino: SEFt: 7

Por ahora flujo es 7 + 7 = 14.

Sigo con EK

~~S~~ ~~B~~ ~~C~~ ~~H~~ ~~D~~ ~~J~~ ~~K~~ ~~A~~ ~~L~~ ~~I~~ ~~F~~ ~~E~~ ~~G~~ N t
S S B C H D J M̄ K A I F̄ E G N
10 10 10 10 10 8,1 10 7 10 7 7 7 7 7 7

3er Camino: SCDM̄ĀIF̄EGNt: 7

~~S~~ ~~B~~ ~~C~~ ~~H~~ ~~D~~ ~~J~~ ~~K~~ ~~K~~ ~~P~~ ~~L~~ ~~Q~~ ~~I~~ ~~R~~ ~~I~~ ~~U~~ X Y Z t
S S B C H D J M K P L Q I R U X Y Z
10 3 10 3 10 1,1 10 1,1 10 1,1 10 1,1 3 1,1 1,1 1,1 1,1 1,1

4to Camino: SCDMPQRUXYZt: 1,1.

~~S~~ ~~B~~ ~~C~~ ~~H~~ ~~B~~ ~~J~~ ~~K~~ ~~L~~ ~~I~~ ~~K~~ ~~M~~ ~~P~~ ~~Q~~ ~~R~~ ~~Y~~ ~~X~~ Y Z t
S S B C H J K L Ī A M P Q R U X Y Z
10 1,9 10 1,9 10 10 10 10 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7

5to Camino: SBHJKLĪAMPQRUXYZt: 7

NOTA

Aicosca, Esteban

Final Práctico Discreta II

Veníamos con flujo $7+7+7+1,1+7=29,1$.

$\cancel{S}$	$\cancel{B}$	$\cancel{C}$	$\cancel{H}$	$\cancel{D}$	$\cancel{J}$	$\cancel{K}$	$\cancel{L}$	$\cancel{I}$	F
	S	S	B	C	H	J	K	L	I
	3	1,9	3	1,9	3	3	3	3	3

No llego a t, luego un corte minimal es:

$S=\{S,B,C,H,D,J,K,L,I,F\}$

$$V(f)=out_f(S)=f(\overrightarrow{SA})+f(\overrightarrow{SG})+f(\overrightarrow{SC})+f(\overrightarrow{SE})$$
$$=7+7+8,1+7$$
$$=21+8,1=29,1.$$

$$cap(S)=c(SA)+c(SG)+c(DM)+c(F\,t)$$
$$=7+7+8,1+7$$
$$=21+8,1=29,1.$$

Luego $V(f)=cap(S)$ y f es maximal y S es minimal.

__Ej-3:__ DNI = 39.024.258

Luego, $X=39+2+8=49$

Como

	1	2	3	4
A	X	10	80	90
B	70	X	90	80
C	90	20	X	90
D	90	20	50	X

Como $X=49$ $\Rightarrow$ La matriz es:

	1	2	3	4
A	49	10	80	90
B	70	49	90	80
C	90	20	49	90
D	90	20	50	49

Ahora debo correr húngaro, primero resto mínimo de cada fila y luego de cada columna.

Obtengo restando filas:

		1	2	3	4
min = 10	A	39	0	70	80
min = 49	B	21	0	41	31
min = 20	C	70	0	29	70
min = 20	D	70	0	30	29

Resto por columnas y busco matching

	-20		-29	-29	
	1	2	3	4	
A	19	0	41	51	1
B	1	0	12	2	8
C	50	0	0	41	
D	0	0	1	0	
		8			
	$\overline{\Gamma(S)}$	$\Gamma(S)$	$\overline{\Gamma(S)}$		

No puedo seguir y $S=\{A,B\}$ con $|S|>|\Gamma(S)|$

$\Gamma(S)=\{2\}$ $\nexists$ matching perfecto de 0s.

Busco ahora el mínimo de $S\times\overline{\Gamma(S)}$ y éste es: 1 Resto a S y sumo a $\Gamma(S)$

- El matching hasta ahora es A2, C3, D4

Ahora Resto 1 a S y Sumo 1 a $\Gamma(S)$. Como el algoritmo de 178 a ser y no encuentro forma. Cambio matriz min $S\times\overline{\Gamma(S)}=1$. Resto a S, sumo a $\Gamma(S)$ y obtengo:

		1	2	3	4	
S	A	18	0	40	50	2
S	B	0	0	11	1	8
	C	50	1	0	41	
	D	0	1	1	0	
		8	8			

Si veo los vértices, El matching es: $\boxed{A2, B1, C3, D4 \text{ y su Suma es: } 10+70+49+49=178.}$

NOTA

2/3 frente

Hoja 1

Tenía:

A	18	0	40	50	2
B	0	0	41	1	8
C	50	1	0	41	
D	0	1	1	0	
	8	8			
	r(S)		r(S)		

Busco mín. en $S \times \overline{r(S)}$ es 1. Resto en S y r(S).

		1	2	3	4	
S	A	18	0	39	49	2
S	B	0	0	40	0	8
	C	51	2	0	41	
S	D	1	2	1	0	4
		8	8	r(S)	9	

Ahora busco mín $S \times \overline{r(S)}$ $S=\{A,B,D\}$ $r(S)=\{1,2,4\}$ es 1. resto a S, sumo a r(S)

Obtengo:

		1	2	3	4	
S	A	18	0	38	49	2
S	B	0	0	9	0	8
	C	52	3	0	42	3
S	D	1	2	0	0	4
		8	8	D	8	

Luego el matching sigue siendo

$\boxed{A2, B1, C3, D4}$

La suma es: $\boxed{80+70+49+49 = 178.}$

Nota: El matching lo encontré antes, y quise seguir la convención de hacer. En las columnas de izq a derecha, y de arriba hacia abajo, pero no llegué a nada y tuve que hacer uso de greedy para obtener el matching.

Ej 4:

$$H = \left[\begin{array}{ccccc|ccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & b=1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & a=0 & c=0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

(I_5 columnas 1–5, $A_{5\times 9}$ columnas 6–14)

DNI 39024258

a = 1 si la cifra de las unidades es impar
a = 0 si las cifras " " " par

Por lo que $a=0$ pues 8 es par
$b=1$ pues 5 es impar
$C=0$ pues 2 es par

a) Dos palabras no nulas que estén en C. Por teo si $H=[I_5 | A_{5\times 9}]$, la G asociada es

$$G = [A^t_{(9\times 5)} | I_9] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & a=0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ b=1 & c=0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$G_{9\times 14}$

$V \in C$ si $V = u \cdot G$. Tomo cualquiera u_1 y $u_2 \in \{0,1\}^{k=9}$

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = e_1 \cdot G = 11001100000000 \\ v_2 = e_2 \cdot G = 11010010000000 \end{array}\right\} \in C.$$

Donde e_i $i=1,2$. es el vector con un 1 en la posición i y todos 0 en los demás. Con $e_i \in \{0,1\}^9$

2/3 Atrás.

Airasca, Esteban Final práctico Discreta II FECHA 05/07/2024

b) Como G tiene 9 filas, el código tiene $2^9 = 512$ palabras.

$k = \dim C = 9$ Pues G tiene 9 filas que son LI. Y la dimensión es la cant de elementos LI de una base, como usamos I_9, nos aseguramos que las filas son LI. Otra forma es ver que $\dim(Nu(H)) = \#\text{columnas} - \#\text{filas} = 14 - 5 = 9$ y como hemos visto, definíamos $Nu(H) = C$ luego $\dim(Nu(H)) = \dim(C) = 9$

c) Calculamos $\delta(C)$.

No está presente la columna nula en H por lo que $\delta(C) \geq 2$, Por teorema. pues si estuviese, sería un cjto de una columna LD. Y como:

$\delta(C) = \min\{j : \exists$ cjto de j columnas LD$\}$.

Dirfo que $\delta(C) = 1$. Luego $\delta(C) \geq 2$.

No tiene columnas repetidas, luego $\delta(C) \geq 3$. Pues

Sup $\delta(C) = 2$. Ésto dice que dos columnas $H^{(j_1)}$ y $H^{(j_2)}$ son tal que:

$H^{(j_1)} + H^{(j_2)} = 0$ Luego $H^{(j_1)} = -H^{(j_2)}$ pero como $\{0,1\}$ el alfabeto, Nos dice que son iguales.

pero no hay dos columnas iguales en H, luego $\delta(C) \geq 3$.

La columna $H^{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ es la suma de las columnas H^3 y H^4.

Ésto es $H^{(3)} + H^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = H^{(13)}$

Luego $\exists$ cjto LD de 3 columnas por lo que $\delta(C) \leq 3$ y como dijimos $\delta(C) \geq 3$. Luego $\delta(C) = 3$.

d) Recibimos:

$$\begin{array}{cccccccccccccc} (1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8) & (9) & (10) & (11) & (12) & (13) & (14) \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} = w$$

Debemos hacer $H \cdot w^t$ ésto nos da la suma de las columnas 1,3,5,12,13,14 de H. Ésto es:

(sigue atrás)

Tenemos que sumar 1, 3, 5, 12, 13, 14. de H. Ésto es:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} \begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\\0\end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\1\end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix}1\\1\\1\\0\\1\end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix}0\\0\\1\\1\\0\end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix}1\\0\\0\\1\\1\end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix}1\\1\\1\\0\\1\end{bmatrix} \\ (1) & & (3) & & (5) & & (12) & & (13) & & (14) & & (12) \end{array}$$

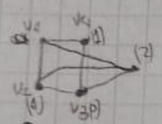
Que es la columna $H^{(12)}$

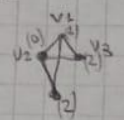
¿Qué dice ésto? Como $\delta(C) = 3$, no tiene columnas repetidas ni la nula, y una columna es suma de otras dos entonces corrige exactamente un error.

Como obtengo la columna $H^{(12)}$ de H, ésto dice que hubo un error en el bit 12.

Luego la palabra recibida era $w = 10101000000\overset{(12)(13)(14)}{\boxed{1}11}$, Corregimos el bit 12 y nos da $v \in C$ con $v = 10101000000\overset{(12)(13)(14)}{\boxed{0}11}$

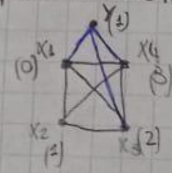
Ejercicio 1: $\tilde{G}$ se obtiene de G más un vértice x, que se une a todos menos a 1 vértice de G.





B) $\chi(\tilde{G}) = \chi(G) + \Delta(G)$ A) $\chi(\tilde{G}) = \chi(G)$.

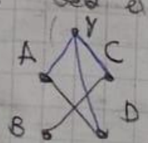
B) Falso pues si tenemos un K_4 (coloreado con 4 colores) y agregamos Y.



Al $G = K_4$ le agrego Y con aristas a: YX_1, YX_3 e YX_4. Como $c(X_1) = 0$, $c(X_3) = 2$ y $c(X_4) = 3$ queda un color libre (el 1) para colorear a Y.

Luego $\chi(G) = \chi(\tilde{G})$

A) Falso. Pue Sea el sig grafo bipartito formado por {A, B, C, D} vértices.



Si agrego Y con lados YC, YA, YD se forma un K_3 y por lo tanto $\chi(\tilde{G}) \geq 3 > 2 = \chi(G)$.