MATEMATICA DISCRETA II-2016-Practico 2

I):Supongamos que cambiamos la definición de network permitiendo que cada lado tenga dos capacidades asociados: $c_1(\overrightarrow{xy})$ y $c_2(\overrightarrow{xy})$, con la condicion $c_1(\overrightarrow{xy}) \leq c_2(\overrightarrow{xy})$ para todo lado $\overrightarrow{xy}$. La definición de flujo ahora es modificada pidiendo que $c_1(\overrightarrow{xy}) \leq f(\overrightarrow{xy}) \leq c_2(\overrightarrow{xy})$ para todo lado $\overrightarrow{xy}$. (las demas condiciones para ser flujo quedan iguales).
Dar un ejemplo en donde con estas condiciones puede no existir ningún flujo de s a t.

II):Si en un network dado las capacidades de todos los lados se incrementan en una constante k, (i.e, las nuevas capacidades son la viejas mas k en cada lado). ¿es cierto que el max flow value se incrementa en exactamente k unidades? ¿en a lo sumo k unidades? ¿en al menos k unidades?

III):Supongamos que tiene una caja negra que que resuelve el max flow problem en networks sin arcos paralelos (en particular si existe $\overrightarrow{xy}$ no existe el $\overrightarrow{yx}$) ni loops (lados $\overrightarrow{xx}$). (i.e., la caja negra recibe un network en cierto formato y resuelve el max flow problem para ese network correctamente si el network no tiene lados paralelos ni loops.). Usted tiene sin embargo varios networks en los cuales hay lados paralelos entre vertices (tanto de ida como de vuelta, pero tambien lados multiples), y loops. ¿Como resuelve este problema? (lo que se pide es un algoritmo que transforme estos networks en networks permisibles para la caja negra y que luego transforme las respuestas de la caja negra en respuestas a su problema).

IV):Suponga que tiene un "network" con multiples fuentes $s_1, s_2, \ldots, s_k$ y multiples resumideros $t_1, t_2, \ldots, t_r$. Transforme este problema en un Max flow problem usual.

V):Supongamos que tenemos un network donde ademas de las capacidades de los lados, los vertices tambien tienen capacidades. Un flujo, ademas de las restricciones en los lados tiene la restricción que el flujo que pasa por un vertice x no puede ser mayor a su capacidad. Se desea hallar un flujo maximal con estas condiciones. Transformar el problema en un problema de Max Flow común.

VI):Supongamos que queremos hallar el max flow value de un network y decidimos usar el siguiente algoritmo: 1) buscar todos los cortes del network. 2) calcular sus capacidades. 3) retornar la menor de esas capacidades. Este algoritmo es correcto por el Max Flow Min Cut theorem. Calcule la complejidad del mismo.

VII):Un flujo f es par si $f(\overrightarrow{xy})$ es par $\forall$ lado $\overrightarrow{xy}$. (Definición similar para flujo impar).
a) Probar que en un network en donde las capacidades de todos los lados son pares siempre existe algún flujo maximal par.
b) Dar un ejemplo de un network en donde las capacidades de todos los lados son pares pero en el cual existe un flujo maximal no par.
c) Dar un ejemplo de un network en donde las capacidades de todos los lados son impares, pero en el cual ningún flujo maximal sea impar.

VIII):El problema de los caminos disjuntos por lados es el siguiente: dado un grafo dirigido G y vertices s, t, hallar el mayor numero de caminos de s a t que no se toquen en ningun lado. Por ejemplo, si se desean mandar agentes secretos de s a t a traves de uno o mas vuelos intermedios sin que nunca dos agentes viajen en el mismo vuelo (pueden estar temporariariamente en la misma ciudad) y se desea saber cual es el numero maximo de agentes que se puede mandar. Reformular esto como un problema de flujo maximal entero, construyendo un network apropiado.

IX):Supongamos que tiene ya un flujo maximal en un network. Dar un algoritmo que en tiempo $O(m)$ encuentre un corte minimal a partir del flujo maximal dado.