


Análisis Matemático II
Lic. en Ciencias de la Computación
Práctico 4 - 2020

(1) Calcular los vectores $A + B$, $A - B$, $3A$, $-2B$, y representarlos gráficamente.

a) $A = (2, -1)$, $B = (-1, 1)$  b) $A = (0, 3, -1)$, $B = (2, -3, 7)$


(2) Calcular el producto escalar o interno $\langle A, B \rangle$ en los siguientes casos.

a) $A = (-1, 3)$, $B = (0, 4)$  c) $A = (4, 3, -1)$, $B = (2, -3, 7)$
b) $A = (-1, -1, 3)$, $B = (-1, 3, -4)$ 

(3) ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores son perpendiculares entre si?

a) $A = (1, -1, 1)$, $B = (2, 3, 1)$  c) $A = (4, 2, -1)$, $B = (2, -3, 2)$
b) $A = (-5, 2, 7)$, $B = (3, -1, 2)$ 

(4) Sea $A \in \mathbb{R}^3$ un vector perpendicular a todo vector $X \in \mathbb{R}^3$. Probar que $A = 0$.

(5) Obtener la longitud o norma de cada uno de los siguientes vectores: $A = (2, -1)$, $B = (2, 3, 1)$, $C = (-t/2, 2, 7)$. 

(6) Calcular el coseno de los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son: $(3, 1, 1)$, $(-1, 2, 1)$ y $(2, -2, 5)$.

(7) Dar la ecuación vectorial de las siguientes rectas:

- a) L pasa por $(-3, 2)$ y es paralela a $(1, -2)$.
- b) L pasa por los puntos $(-3/2, 4)$ y $(1, -5)$.
- c) L está definida por $x = 3t + 1$; $y = 5t - 2$; $z = 2t + 1$.
- d) L pasa por $(2, 0)$ y es ortogonal a $(1, 3)$.
- e) L pasa por $(1, 3)$ y es paralela a la recta que pasa por $(-1, 4)$ y $(3, -2)$.

(8) Dar la ecuación vectorial de los siguientes planos:

- a) S está generado por $(-1, 0, 4)$ y $(2, 3, -10)$, y contiene al punto $(2, 3, -5)$.
- b) S está generado por $(-1, 0, 4)$ y $(2, 3, -10)$, y contiene al punto $(3, -3, 6)$.
- c) S está generado por $(-2, 1, \frac{1}{2})$ y $(4, -\frac{1}{5}, -1)$ y contiene al punto $(0, -1, 4)$ ¿Pasa este plano por el origen? ¿Contiene a los puntos $(1, -1, \frac{1}{2})$, $(0, -\frac{1}{10}, \frac{7}{2})$ y $(0, \frac{3}{2}, 1)$?

(9) Dar la ecuación normal de los siguientes planos:

- a) el plano que contiene a los puntos $(1, -1, 1)$, $(-2, 0, 1)$ y $(-1, 1, 1)$.
- b) $X = s(1, 2, 0) + t(2, 0, 1) + (1, 0, 0)$ para todo $s, t \in \mathbb{R}$.

(10) Dar una ecuación vectorial de los siguientes planos:

a) $3x + 3y + z = 1$ b) $x + y - z = 2$ c) $x - 3y + z + 2 = 0$

(11) Obtener el coseno del ángulo comprendido entre los planos S_1 y S_2 :

a) $S_1 : x + y + z = 0$, $S_2 : x + 2y + 3z = 1$. c) $S_1 : x + z = 1$, $S_2 : y + z = 1$.
b) $S_1 : 3x + 2y - z = 0$, $S_2 : 6x - 3y + 2z = 5$.

- (12) Bosquejar la imagen de la curva descrita por las siguientes funciones vectoriales. Indicar con una flecha la dirección en la que t aumenta.

a) $r(t) = (t, -t, 2t)$

b) $r(t) = (\sin t, 3, \cos t)$

c) $r(t) = (\sin t, t, \cos t)$

d) $r(t) = (t^2, t, 2)$

- (13) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{t \rightarrow 0} (t, \cos^2 t, 5)$

b) $\lim_{t \rightarrow 0} (t, \ln(t+1), e^{-1/t^2})$

- (14) Determinar el dominio y la derivada de las siguientes funciones vectoriales:

a) $r(t) = (\ln(4-t^2), t^3, \arctan(t))$

b) $r(t) = t\mathbf{a} + \langle \mathbf{b}, (t\mathbf{c}) \rangle \mathbf{d}$, donde $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ y \mathbf{d} son vectores.

- (15) Para cada una de las siguientes funciones vectoriales bosquejar su imagen y obtener $r'(t)$. Además, dar el vector posición y el vector tangente para el valor de t indicado.

a) $r(t) = (\cos(t), \sin(t))$, $t = \pi/4$.

c) $r(t) = (t^3, t^2)$, $t = 1$.

b) $r(t) = (1+t, t^2)$, $t = 1$.

- (16) Determinar en qué punto se intersecan las siguientes curvas, $r_1(t) = (t, 1-t, 3+t^2)$ y $r_2(s) = (3-s, s-2, s^2)$, y calcular el ángulo de la intersección.

- (17) Determinar el dominio de las siguientes funciones y graficarlo.

a) $f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$

b) $f(x, y) = \sqrt{xy}$

c) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 - y^2}$

d) $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36}$

- (18) Sea $f(x, y) = \ln(x+y-1)$.

a) Evalúe $f(1, 1)$ y $f(e, 1)$.

b) Determine y grafique el dominio de f .

c) Determine el rango de f .

- (19) Sea $f(x, y) = x^2 e^{3xy}$.

a) Evalúe $f(2, 0)$.

b) Determine y grafique el dominio de f .

c) Determine el rango de f .

- (20) Bosquejar la gráfica de las siguientes funciones.

a) $f(x, y) = y^2$, donde $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$

b) $f(x, y) = \sqrt{4-x^2-y^2}$ (semiesfera)

c) $f(x, y) = x^2 + y^2$ (paraboloide)

d) $f(x, y) = x^2 - y^2$ (silla de montar)

e) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ (cono)

f) $f(x, y) = \sqrt{1+x^2+y^2}$ (hiperboloide de dos hojas)