4) Ramos Julián

$F(x,y) = \frac{x^3}{3} + \frac{y^2}{2} - xy - 2y + 1$

$F_x(x,y) = x^2 - y \qquad F_y(x,y) = y - x - 2$

Busco Puntos críticos

$x^2 - y = y - x - 2 = 0$

$x^2 + x = y + y - 2$

$x(x+1) = 2y - 2$

$x(x+1) = 2(y-1)$

$y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = 1$

$x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \lor x = -1$

Puntos críticos: $(0,1), (-1,1)$

Realizo test de derivadas segundas

$f_{xx}(x,y) = 2x$ $\quad f_{yy}(x,y) = 1$ $\quad f_{xy}(x,y) = -1 = f_{yx}(x,y)$

$f_{xx}(0,1) = 0$ $\quad f_{yy}(0,1) = 1$ $\quad f_{xy}(0,1) = -1 = f_{yx}(0,1)$

$f_{xx}(-1,1) = -2$ $\quad f_{yy}(-1,1) = 1$ $\quad f_{xy}(-1,1) = -1 = f_{yx}(-1,1)$

- En $(0,1)$

*

$D = 0 \cdot 1 - (-1)^2 = 0 - 1 = -1 < 0 \Rightarrow$ Punto silla

- En $(-1,1)$

$D = -2 \cdot 1 - (-1)^2 = -2 - 1 = -3 < 0 \Rightarrow$ Punto silla

f tiene un punto silla en $(0,1)$ y otro en $(-1,1)$

* $D = f_{xx}(x_0,y_0) \cdot f_{yy}(x_0,y_0) - [f_{xy}(x,y)]^2$

b) ~~max~~

Direccion de maximo crec $= \dfrac{\nabla f(P_0)}{\|\nabla f(P_0)\|}$

$\nabla f(1,1) = (0,-2)$ $\quad \|\nabla f(1,1)\| = \sqrt{0^2+2^2} = \sqrt{4} = 2$

Respuesta: $\boxed{\dfrac{(0,-2)}{2}}$