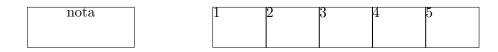
## Introducción a la Lógica y la Computación - Examen Final 3/8/2015

## Apellido y Nombre:



(1)

- (a) Mostrar que en toda álgebra de Boole vale la siguiente propiedad: si  $x \leq y^c$ , entonces  $y \leq x^c$ .
- (b) Decidir si existen dos reticulado  $L_1$  y  $L_2$  tales que  $L_1$  no es isomorfo a  $L_2$ , pero  $Irr(L_1)$  sea isomorfo a  $Irr(L_2)$ . Si existen dar un ejemplo de ellos; si no existen, explicar por qué.
- (c) Decida si las siguientes afirmaciones valen en todo reticulado. Demostrarlas o refutarlas con un contraejemplo.
  - (i) Si  $x \leq y$ , entonces  $(x \vee z) \wedge y \leq x \vee (z \wedge y)$ .
  - (ii) Si  $z \le w$ , entonces  $x \lor z \le (x \lor z) \land (x \lor w)$ .
- (2) Sea  $\Delta$  un conjunto consistente maximal tal que  $\{\neg(p_1 \lor p_2), p_1 \lor p_3, \neg p_2 \to p_4, \neg p_4 \to p_5\} \subseteq \Delta$ .
  - (a) ¿Se puede afirmar que  $p_5 \in \Delta$ ? Justifique su respuesta.
  - (b) Suponga además que  $p_4 \to P \in \Delta$ . Pruebe que  $P \in \Delta$ .
- (3) (a) Encuentre una derivación, sin usar RAA, de  $P \lor \neg P \vdash (\neg P \to \neg Q) \to (Q \to P)$ .
  - (b) Decidir si la siguiente afirmación es verdadera o falsa, justificando su respuesta. Si  $\{R,Q\} \models P$ , entonces  $\neg P \vdash \neg Q \lor \neg R$ .
- (4) Proponga una expresión regular cuyo lenguaje sean las palabras sobre  $\{0,1\}$  con una cantidad par de 0s.
  - (a) Utilice el algoritmo para obtener un NFA a partir de esa expresión regular.
  - (b) Realice la determinización del NFA para obtener un DFA.
- (5) Sea  $L = \{ \alpha \beta \mid \alpha = 0^n, \beta = 1^{n+k} \}.$ 
  - (a) Decidir si L es regular.
  - (b) Si L es regular, dar una gramática regular que lo genere. Si L no es regular, dar una gramática libre de contexto que lo genere.

## Ejercicios para alumnos libres:

- (1) Sea  $\Delta$  un conjunto consistente maximal. Explique qué significa que  $\Delta$  realiza la disyunción y demuéstrelo.
- (2) Sean  $L_1$  y  $L_2$  dos lenguajes regulares. Demostrar que  $L_1L_2$  también lo es.