

2) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n-2)}$ \rightarrow Serie alternante y decreciente
(ya que \ln es creciente).
Por criterio de series alternantes
concluimos que la serie
... Converge

b)

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}$$

Comienzo calculando la serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n} = \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{x-1}{3} \right)^n \xrightarrow{\text{aplico criterio de la raíz}}$$

$$r = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left| \frac{(x-1)^n}{3^n} \right|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x-1}{3} = |x-1| \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

Como $r < 1$, por criterio de la raíz concluimos
que la serie converge absolutamente.

Por ahora nuestro intervalo en el que esta
definida la funcion es: $I = (-\infty, \infty)$

Como $\frac{1}{x}$ no esta definida en 0 y

$\frac{1}{x-5}$ no esta definida en $x=5$, esto deja

nuestro intervalo como $I = (-\infty, 0) \cup (0, 5) \cup (5, \infty)$