

3) $f(x) = e^x$ $a=0$

Nos están pidiendo que calculemos el menor n tal que $|R_{n,0}(x)| < \frac{1}{10}$, calculemos $R_{n,0}(x)$

$$R_{n,a}(x) = \frac{f^{(n+1)}(t)}{(n+1)!} (x-a)^{(n+1)}$$

Sabemos que $f^{(n)}(x) = e^x$.

También sabemos que el valor de x que se nos da cumple que $0 \leq x \leq 1$, o sea $0 \leq \frac{1}{e^2} < 1$.

Por lo que $x > a$, entonces nuestro valor $t \in (a, x)$.

$$R_{n,0}(x) = \frac{e^t}{(n+1)!} \left(\frac{1}{e^2} - 0 \right)^{(n+1)} \leq \frac{e}{(n+1)!} \left(\frac{1}{e^2} \right)^{(n+1)}$$

Ahora demostre valores de n

$$n=0 \Rightarrow \frac{e}{(0+1)!} \left(\frac{1}{e^2} \right)^{(0+1)} = \frac{e}{e^2} = \frac{1}{e} > \frac{1}{10} \quad \times \text{ no es menor}$$

$$n=1 \Rightarrow \frac{e}{(1+1)!} \left(\frac{1}{e^2} \right)^{(1+1)} = \frac{e}{2!} \cdot \frac{1}{e^4} = \frac{e}{2e^4} = \frac{1}{2e^3} < \frac{1}{10} \quad \checkmark$$

El menor n tal que $R_{n,0}\left(\frac{1}{e^2}\right) < \frac{1}{10}$ es $n=1$

Ramos Julian

Hoja 4

HOJA N°

FECHA

b) $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2$ $P_0 = (1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$

Ec. del plano tangente a la superficie de nivel que pasa por P_0

$$\langle (x, y, z) - P_0, \nabla F(P_0) \rangle = 0 \quad \checkmark$$

Cálculo $\nabla F(P_0)$:

$$F_x(x, y, z) = 2x \quad F_y(x, y, z) = 2y \quad F_z(x, y, z) = 4z \quad \checkmark$$

$$F_x(1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}) = 2 \cdot 1 \quad F_y(1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}) = 2 \cdot 1 \quad F_z(1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{4}{\sqrt{2}} \quad \checkmark$$

$$\nabla F(1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}) = (2, 2, \frac{4}{\sqrt{2}}) \quad \checkmark$$

$$\langle (x, y, z) - (1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}), (2, 2, \frac{4}{\sqrt{2}}) \rangle = 0 \quad \checkmark$$

$$\langle (x-1), (y-1), (z-\frac{1}{\sqrt{2}}), (2, 2, \frac{4}{\sqrt{2}}) \rangle = 0 \quad \checkmark$$

$$2(x-1) + 2(y-1) - \frac{4}{\sqrt{2}}(z-\frac{1}{\sqrt{2}}) = 0 \quad \checkmark$$