

1	2	3	4	5	6	7

CALIF.

Matemática Discreta I
Examen Final 10/08/2017

Apellido y Nombre:

DNI:

Condición:

Justificar todas las respuestas. No se permite el uso de celulares.

Si se usa un resultado teórico debe enunciarse. Para aprobar se debe tener como mínimo 12 pts. en la parte teórica y 28 pts. en la parte práctica.

Parte Teórica (30 pts.)

1. Sea m, k dos números naturales.
 - (a) (3 pts.) Definir el número combinatorio $\binom{m}{k}$.
 - (b) (7 pts.) Demostrar que $\binom{m+1}{k} = \binom{m}{k-1} + \binom{m}{k}$.
2. (10 pts.) Enunciar y demostrar el principio de buena ordenación.
3. Sea $G = (V, E)$ un grafo.
 - (a) (3 pts.) Definir camino en G y cuándo se dice que G es un árbol.
 - (b) (7 pts.) Demostrar que G es un árbol si y sólo si cualquiera sean $x, y \in V$ existe un único camino que une x con y .

Parte Práctica (70 pts.)

4. (15 pts.) Hallar todos los primos $p \in \mathbb{N}$ tales que $p^2 \mid \text{mcd}(25^p + 26, (10!)^{p-1} + 54)$.
5. (20 pts.) Sea p un número primo, $p \neq 3$, y sean $a, b \in \mathbb{Z}$. Probar que

$$(a + 4b)^p \equiv 4a + b \pmod{p} \iff a \equiv b \pmod{p}.$$
6. (20 pts.) Si A, B son conjuntos, definimos la operación $A \triangle B := (A \cup B) - (A \cap B)$, o sea los elementos que están sólo en A o sólo en B . Definimos recursivamente los siguientes conjuntos: $A_1 = \{1\}$, y $A_n = A_{n-1} \triangle \{1, 2, \dots, n\}$ para $n \geq 2$. Enunciar y demostrar una fórmula para el cardinal del conjunto A_n .
7. Calcular, justificando correctamente, el número cromático de los siguientes grafos:
 - (a) (7 pts.) C_n (el grafo cíclico de n -vértices).
 - (b) (8 pts.) el grafo dado por



JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS