

1	2	3	4	5	6	7	8

CALIF.

**Matemática Discreta I**  
**Examen Final 04/12/2018**

Apellido y Nombre:

DNI:

Condición:

**Justificar todas las respuestas. No se permite el uso de celulares.**

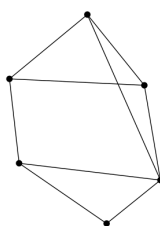
**Si se usa un resultado teórico debe enunciarse. Para aprobar se debe tener como mínimo 12 pts. en la parte teórica y 28 pts. en la parte práctica.**

**Parte Teórica (30 pts.)**

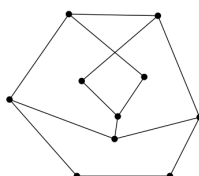
1. (a) (5 pts.) Enunciar los axiomas de Peano que dan la definición del conjunto de números naturales.  
(b) (5 pts.) Dados  $a, b \in \mathbb{Z}$  dar la definición de cuando  $a$  divide a  $b$ . Probar además que dicha relación es transitiva, o sea dados  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , si  $a$  divide a  $b$  y  $b$  divide a  $c$  entonces  $a$  divide a  $c$ .
2. (10 pts.) Enunciar y demostrar el Teorema de Moivre sobre el producto de números complejos.
3. (10 pts.) Dados  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ , enunciar y demostrar cual es la condición exacta que tienen que satisfacer los tres números para que la ecuación lineal  $ax + by = c$  tenga al menos una solución (no es preciso demostrar ni dar la fórmula de como se obtienen todas las soluciones).

**Parte Práctica (70 pts.)**

4. (15 pts.) Sean  $a, b, r \in \mathbb{Z}$  tales que  $a = bq + r$  para algún  $q \in \mathbb{Z}$ . Probar que  $\text{mcd}(a, b) = \text{mcd}(r, b)$ .
5. (15 pts.) Encontrar todos los enteros  $1 \leq a \leq 6554$  que sean congruentes a 2 módulo 9, y cuya escritura en base 9 tiene al menos 3 dígitos iguales.
6. (a) (7 pts.) Probar que el número real  $\sqrt{3}$  no es un número racional.  
(b) (7 pts.) Sea  $m$  es un número entero tal que la ecuación de congruencia  $21x \equiv 7 \pmod{m}$  no tiene solución. Calcular el resto de dividir a  $m$  por 3.
7. (11 pts.) Determinar si el siguiente grado admite un camino euleriano.



8. Calcular, justificando correctamente, el número cromático de los siguientes grafos:
  - (a) (7 pts.)  $K_n$  (el grafo completo de  $n$ -vértices).
  - (b) (8 pts.) el grafo dado por



---

### **Ejercicios para alumnos libres**

(Cada ejercicio mal hecho o no resuelto descuenta 10 pts.)

1. ¿ Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 9 con la condición de que la suma de las cifras sea impar si:
  - (a) los dígitos no se pueden repetir?
  - (b) los dígitos se pueden repetir?
2. Fernan decide regalarle a su hermana Malena en su cumpleaños varios “Rastis” para que pueda armar el castillo de muñecas que tanto le gusta. Para ello, precisa comprar 400 piezas iguales. Al llegar a la tienda, se encuentra con que las piezas se venden en paquetes de 10 o de 25 unidades cada una. ¿De cuantas maneras distintas puede Fernan obtener las 400 piezas con dichos paquetes?

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS
---------------------------------