Edmonds-Karp

Daniel Penazzi

21 de abril de 2021

1 / 44

Tabla de Contenidos

- Ejemplos de Ford-Fulkerson
 - Primer ejemplo
 - Segundo ejemplo
- 2 Algoritmo de Edmonds-Karp
- Primer Ejemplo
- Segundo Ejemplo
 - Primera iteración
 - Segunda iteración
 - Tercera iteración
 - Cuarta Iteración
- Descuentos por errores

Ford-Fulkerson

- Hay un detalle de Ford-Fulkerson que no especificamos.
- La clave de Ford-Fulkerson es encontrar un camino aumentante.
- Pero ¿Cómo lo encontramos? (en tiempo polinomial)
- Bueno, hay varias formas. Uds. conocen al menos tres algoritmos que, modificados adecuadamente, permiten encontrar caminos aumentantes.
 - Usar una versión modificada de DFS.
 - Usar una versión modificada de BFS.
 - 3 Usar una versión modificada de Dijsktra.

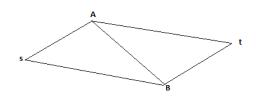
Ford-Fulkerson con DFS

Con DFS:

- 1 Creamos una pila con s.
- 2 Si la pila es vacia, terminamos, no hay camino. Si no es vacia, tomamos x =el primer elemento de la pila y buscamos algún vécino de x que satisfaga las condiciones de Ford-Fulkerson.
- Si no hay, sacamos a x de la pila y repetimos 2).
- 4 Si hay tal vécino, tomamos z uno de ellos.
- Si z = t encontramos nuestro camino.
- 6 Si no, agregamos z a la pila y repetimos 2).

FF+DFS

- Una ventaja de esto es que sabemos que DFS es O(m) asi que la búsqueda de caminos es polinomial.
- Una desventaja es que con DFS Ford-Fulkerson puede no terminar nunca, o aun si termina puede demorar muchisimo en hacerlo.
- Ejemplo:



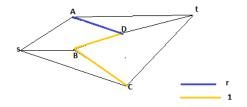
Ejemplo

- Ford-Fulkerson encuentra el siguiente camino aumentante, comenzando con f = 0: sABt : 1.
- Luego, a partir del flujo obtenido, como se ha mandado una unidad de flujo por \overrightarrow{AB} , ahora se puede devolver, encuentrando el camino aumentante: $\overrightarrow{sBA}t$: 1
- Continuamos iterando con caminos *sABt* : 1 y luego *sBAt* : 1.
- Luego de dos mil trillones de caminos, llegamos a nuestro flujo maximal.

Ejemplo

- En vez de mil trillones podemos poner el número que queramos, lo cual muestra que no se puede acotar la complejidad con ninguna función de *n*, *m*.
- Obviamente, se puede acotar con una función que dependa de n, m y las capacidades.
- Pues vimos que hay a lo sumo $cap({s})$ flujos intermedios.
- Pero puede ser peor:

■ Con capacidades todas 10, excepto \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} de capacidades 1 y \overrightarrow{AD} de capacidad r.



■ Donde $r = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \simeq 0,62 < 1.$



- Ya que 10 > 1 > r nos concentraremos en las 3 capacidades mas chicas, 1,1,r
- Y especificamente miraremos las capacidades "sobrantes"es decir, capacidad-flujo en cada uno de esos lados.
- Empezamos con el camino *sBDt*. Como pasa por *BD*, solo podemos mandar 1.
- Las capacidades sobrantes de los lados \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{AD} quedan 1, 0, r
- Recordemos esto, digamos con un (*).



- Luego podemos ir por s, A, D y al llegar a D, ya que hay flujo desde B a D, podriamos devolver una unidad de flujo, y luego seguir por C, teniendo sADBCt.
- ¿Cuanto podemos mandar?
- Como usamos el lado \overrightarrow{AD} de capacidad r y r < 1, entonces podemos mandar sólo r.

10 / 44

- ¿Como quedan las capacidades sobrantes de los lados BC, BD, AD?
- Sumamos flujo r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y restamos r (pues devolvemos flujo) en \overrightarrow{BD} .
- Por lo tanto como las capacidades sobrantes son c f, se le resta r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y se suma r en \overrightarrow{BC} .
- Quedan:

- ¿Como quedan las capacidades sobrantes de los lados BC, BD, AD?
- Sumamos flujo r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y restamos r (pues devolvemos flujo) en \overrightarrow{BD} .
- Por lo tanto como las capacidades sobrantes son c f, se le resta r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y se suma r en \overrightarrow{BC} .
- Quedan: 1 r, 0 + r, r r

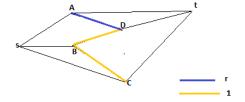
- ¿Como quedan las capacidades sobrantes de los lados BC, BD, AD?
- Sumamos flujo r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y restamos r (pues devolvemos flujo) en \overrightarrow{BD} .
- Por lo tanto como las capacidades sobrantes son c f, se le resta r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y se suma r en \overrightarrow{BC} .
- Quedan: 1 − r, r, 0
- Pero $r = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ es raiz de la ecuación $r^2 + r 1 = 0$.
- Por lo tanto $1 r = r^2$ y las capacidades sobrantes quedan:

Daniel Penazzi

- ¿Como quedan las capacidades sobrantes de los lados BC, BD, AD?
- Sumamos flujo r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y restamos r (pues devolvemos flujo) en \overrightarrow{BD} .
- Por lo tanto como las capacidades sobrantes son c f, se le resta r en \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} y se suma r en \overrightarrow{BC} .
- Quedan: 1 − r, r, 0
- Pero $r = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ es raiz de la ecuación $r^2 + r 1 = 0$.
- Por lo tanto $1 r = r^2$ y las capacidades sobrantes quedan: r^2 , r, 0

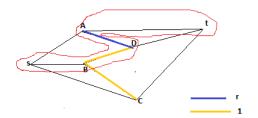


Daniel Penazzi E

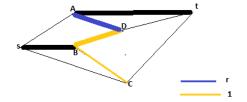


■ Ahora podemos usar el camino sBDAt

Daniel Penazzi Edmonds-Karp April 21, 2021 12 / 44



■ Ahora podemos usar el camino sBDAt pues BD quedó con capacidad sobrante r asi que se puede mandar flujo por ahi, y como hemos mandamos flujo por AD, entonces podemos devolver flujo por el.



- Ahora podemos usar el camino sBDAt
- Capacidades sobrantes de los lados $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$

 $r^2, r, 0$

◆ロト ◆問 ト ◆ 恵 ト ◆ 恵 ・ 釣 へ ○

Daniel Penazzi Edmonds-Karp April 21, 2021 12 / 44

- Podemos mandar r por \overrightarrow{BD} y devolver r por \overrightarrow{AD} asi que el camino es: \overrightarrow{sBDAt} : r
- Capacidades sobrantes de los lados \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{AD} r^2 , r - r, 0 + r



12 / 44

- Podemos mandar r por \overrightarrow{BD} y devolver r por \overrightarrow{AD} asi que el camino es: \overrightarrow{SBDAt} : r
- Capacidades sobrantes de los lados \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{BD} , \overrightarrow{AD} quedan r^2 , 0, r



12 / 44

- Como las capacidades sobrantes son r^2 , 0, r podemos otra vez hacer el camino sADBCt.
- Esta vez podemos mandar r^2 por \overrightarrow{BC} , devolver hasta 1 por el \overrightarrow{BD} y mandar r por el \overrightarrow{AD} .
- Como r < 1 entonces $r^2 < r$ asi que solo podemos mandar r^2 .

- Como las capacidades sobrantes son r^2 , 0, r podemos otra vez hacer el camino sADBCt.
- Esta vez podemos mandar r^2 por \overrightarrow{BC} , devolver hasta 1 por el \overrightarrow{BD} y mandar r por el \overrightarrow{AD} .
- Como r < 1 entonces $r^2 < r$ asi que solo podemos mandar r^2 .
- Capacidades sobrantes quedan $r^2 r^2$, $0 + r^2$, $r r^2$



- Como las capacidades sobrantes son r^2 , 0, r podemos otra vez hacer el camino sADBCt.
- Esta vez podemos mandar r^2 por \overrightarrow{BC} , devolver hasta 1 por el \overrightarrow{BD} y mandar r por el \overrightarrow{AD} .
- Como r < 1 entonces $r^2 < r$ asi que solo podemos mandar r^2 .
- Capacidades sobrantes quedan $0, r^2, r(1-r)$

- Como las capacidades sobrantes son r^2 , 0, r podemos otra vez hacer el camino sADBCt.
- Esta vez podemos mandar r^2 por \overrightarrow{BC} , devolver hasta 1 por el \overrightarrow{BD} y mandar r por el \overrightarrow{AD} .
- Como r < 1 entonces $r^2 < r$ asi que solo podemos mandar r^2 .
- Capacidades sobrantes quedan 0, r², rr²



- Como las capacidades sobrantes son r^2 , 0, r podemos otra vez hacer el camino sADBCt.
- Esta vez podemos mandar r^2 por \overrightarrow{BC} , devolver hasta 1 por el \overrightarrow{BD} y mandar r por el \overrightarrow{AD} .
- Como r < 1 entonces $r^2 < r$ asi que solo podemos mandar r^2 .
- Capacidades sobrantes quedan $0, r^2, r^3$

- Como las capacidades sobrantes son $0, r^2, r^3$ podemos tomar el camino $s\overline{CBDt}$.
- Esta vez podemos devolver 1 por \overrightarrow{BC} , y mandar r^2 por el \overrightarrow{BD} , asi que el minimo es r^2 .
- Capacidades sobrantes quedan

- Como las capacidades sobrantes son $0, r^2, r^3$ podemos tomar el camino $\stackrel{\longleftarrow}{sCBDt}$.
- Esta vez podemos devolver 1 por \overrightarrow{BC} , y mandar r^2 por el \overrightarrow{BD} , asi que el minimo es r^2 .
- Capacidades sobrantes quedan $0 + r^2, r^2 r^2, r^3$

- Como las capacidades sobrantes son $0, r^2, r^3$ podemos tomar el camino $\stackrel{\longleftarrow}{sCBDt}$.
- Esta vez podemos devolver 1 por \overrightarrow{BC} , y mandar r^2 por el \overrightarrow{BD} , asi que el minimo es r^2 .
- Capacidades sobrantes quedan r^2 , 0, r^3
- Comparemos esto con (\star) que era 1, 0, r y vemos que multiplicamos las capacidades sobrantes por r^2 .
- Esto lo podemos ir repitiendo todo el tiempo que querramos:

■ Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}



15 / 44

Daniel Penazzi Edmonds-Karp April 21, 2021

- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- podemos hacer
- \blacksquare sADBCt : r^{2k+1}
- Capacidades sobrantes:



15 / 44

- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- podemos hacer
- \blacksquare $sADBCt : r^{2k+1}$
- **Capacidades sobrantes:** $r^{2k} r^{2k+1}, 0 + r^{2k+1}, r^{2k+1} r^{2k+1}$



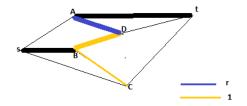
Daniel Penazzi Edmonds-Karp April 21, 2021 15 / 44

- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- podemos hacer
- \blacksquare *sADBCt* : r^{2k+1}
- Capacidades sobrantes: r^{2k+2} , r^{2k+1} , 0



Daniel Penazzi Edmonds-Karp April 21, 2021 15 / 44

- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- y despues:



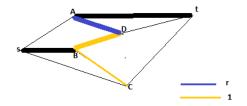
- \overrightarrow{sADBCt} : r^{2k+1} \overrightarrow{sBDAt} : r^{2k+1}
- Capacidades sobrantes: r^{2k+2} , r^{2k+1} , 0



Daniel Penazzi Edmonds-Karp

15/44

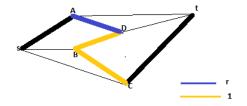
- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- y despues:



- \overrightarrow{sADBCt} : r^{2k+1} \overrightarrow{sBDAt} : r^{2k+1}
- Capacidades sobrantes: r^{2k+2} , $r^{2k+1} r^{2k+1}$, $0 + r^{2k+1}$



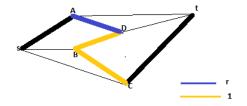
- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- y despues:



- $sA\overline{DB}Ct : r^{2k+1}$ $sA\overline{DB}Ct : r^{2k+2}$ $sBDAt: r^{2k+1}$
- Capacidades sobrantes: r^{2k+2} , 0, r^{2k+1}



- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- y despues:



- $sA\overline{DBCt} : r^{2k+1}$ $sA\overline{DBCt} : r^{2k+2}$ $sBDAt: r^{2k+1}$

Daniel Penazzi

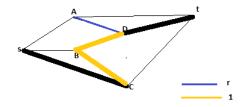
Capacidades sobrantes: $r^{2k+2} - r^{2k+2} \cdot 0 + r^{2k+2} \cdot r^{2k+1} - r^{2k+2}$

Edmonds-Karp

April 21, 2021

15/44

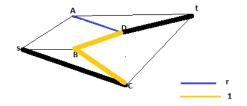
- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- y despues:



- $sA\overrightarrow{DBC}t : r^{2k+1}$ $sADBCt : r^{2k+2}$ $sBDAt : r^{2k+1}$ $sCBDt : r^{2k+2}$
- Capacidades sobrantes: $0, r^{2k+2}, r^{2k+3}$

- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- y despues:

Daniel Penazzi



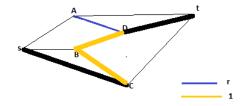
- $sBDAt : r^{2k+1}$ $sCBDt : r^{2k+2}$ ■ $sA\overrightarrow{DBCt} : r^{2k+1}$ ■ $sADBCt : r^{2k+2}$
- Capacidades sobrantes: $0 + r^{2k+2}$, $r^{2k+2} r^{2k+2}$, r^{2k+3}

April 21, 2021

15 / 44

Edmonds-Karp

- Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}
- y despues:



```
■ sA\overrightarrow{DBCt} : r^{2k+1}
■ sADBCt : r^{2k+2}
                                                                            s\overrightarrow{BDA}t: r^{2k+1}
s\overrightarrow{CBD}t: r^{2k+2}
```

- Capacidades sobrantes: r^{2k+2} , 0, r^{2k+3}



15 / 44

■ Si suponemos que las capacidades sobrantes son r^{2k} , 0, r^{2k+1}

```
■ sA\overline{DBCt}: r^{2k+1} sB\overline{DAt}: r^{2k+1}
■ sA\overline{DBCt}: r^{2k+2} sC\overline{BDt}: r^{2k+2}
```

- Capacidades sobrantes: r^{2k+2} , 0, r^{2k+3}
- Y hemos pasado de r^{2k} , 0, r^{2k+1} a r^{2k+2} , 0, r^{2k+3} asi que podemos repetir el ciclo.
- Como el ciclo lo podemos repetir indefinidamente, Ford-Fulkerson no termina nunca.

Daniel Penazzi Edmonds-Karp April 21, 2021 15 / 44

- Mas aun, es trivial ver que esta secuencia de flujos tiene valores que convergen a 3. pero el valor del flujo maximal es 21, asi que ni siquiera converge al flujo maximal.
- Asi que no conviene usar DFS pues no hay suficientes restricciones en la elección de caminos para garantizar que termine.
- Una posibilidad es, en vez de usar DFS, usar una variación de Dijkstra para buscar un camino de máximo aumento de flujo.
- Otra posibilidad es, en vez de usar DFS, usar BFS.
- Eso equivale a decir que, de entre todos los caminos aumentantes, elegimos uno que tenga la longitud mínima.

Edmonds y Karp

- Una década luego de que Ford y Fulkerson propusieran su algoritmo, Edmonds y Karp propusieron estas dos alternativas.
- Es decir, aumentar eligiendo caminos de longitud mínima, y aumentar eligiendo caminos de aumento máximo.
- Demostraron que en ambos casos el algoritmo siempre termina.
- Y que en el caso de aumento máximo, el algoritmo es polinomial en n, m y las capacidades.
- Pero demostraron que en el caso de aumentar por caminos mínimos, el algoritmo es polinomial en n, m solamente.

Edmonds-Karp

- Por lo tanto ese es el algoritmo preferido, y el que se llama "algoritmo de Edmonds-Karp"
- Algunos libros lo llaman "heurística" de Edmonds-Karp porque no es un nuevo algoritmo, sino que es Ford-Fulkerson con la especificación de usar BFS para la búsqueda.
- Como sea, una buena forma de recordarlo es que EK=FF+BFS.
- Pareceria que no es mucho lo que hicieron Edmonds y Karp, meramente sugerir usar BFS.
- Pero lo importante no fue sólo sugerir usar BFS, sino que dieron una prueba de que el algoritmo resultante es polinomial.

Edmonds y Karp

- Dejaremos esta parte superimportante de demostrar que Edmonds-Karp es polinomial para la proxima clase.
- Lo que haremos ahora es dar un par de ejemplos de cómo escribir un desarrollo "en papel" de Edmonds-Karp, para que todos podamos entendernos.
- Principalmente, que nosotros podamos entenderlos a ustedes.
- Primero daremos el network, listando los lados y sus capacidades.

```
sA:7 BC:9
sB:9 Ct:7
AC:8 Dt:9
```

AD: 5

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

s

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

S

Como s tiene vecinos a A y B, los agregamos

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

sAB

Como s tiene vecinos a A y B, los agregamos

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

sAB

Como s tiene vecinos a A y B, los agregamos y "tachamos" a s para indicar que ya no forma parte de la cola

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

\$AB

Como s tiene vecinos a A y B, los agregamos y "tachamos" a s para indicar que ya no forma parte de la cola

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

\$AB

Sin embargo, en Tex al tachar los otros vértices la imagen no se ve bien,

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

\$AB

Sin embargo, en Tex al tachar los otros vértices la imagen no se ve bien,asi que en vez de tacharlos, voy a ponerlos de color rojo, pero ustedes tachenlos cuando lo hagan a mano

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

*s*AB

Sin embargo, en Tex al tachar los otros vértices la imagen no se ve bien,asi que en vez de tacharlos, voy a ponerlos de color rojo, pero ustedes tachenlos cuando lo hagan a mano

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

sABCD

Ahora nos fijamos en los vecinos de A, que son C y D y los agregamos

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

sABCD

Ahora nos fijamos en los vecinos de A, que son C y D y los agregamos y "tachamos" a A

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

sABCD

El que sigue en la cola es B pero el único vécino de B es C que ya está en la cola, asi que no agrega a nadie.

- Como EK=FF+BFS tenemos que ir construyendo una cola, con s como primer vértice.
- Luego iremos agregando vecinos de la cabeza de la cola.
- En nuesto caso la cola empezaria asi:

sABCDt

El siguiente en la cola es *C* que tiene como vecino a *t*, así que ya no hace falta seguir: hemos llegado al objetivo

Ok, pero ¿Cómo reconstruimos el cámino que va de s a t con lo que hemos hecho?

Hay que usar el truco que ya deben haber visto en otros algoritmos de ir guardando, cuando un vértice es puesto en la cola, quién es el vértice que lo puso

21 / 44

Refinamientos

- Es decir, en el programa, cada vértice x tendra un registro asociado, digamos p(x) que indicara quien es el vértice que lo pone en BFS.
- Iterando desde t usando p, se reconstruye el camino.
- Ahora, el camino en sí no es lo único importante. Lo que tambien tenemos que saber es cuanto flujo mandar por ese camino
- Hay dos formas de hacer esto:
 - Una vez que se tiene el camino, recorrerlo para averiguar cual es el " ε " por el cual debemos incrementar el flujo
 - 2 En vez de eso, ir calculando el ε a medida que construimos la cola BFS.
- Aca usaremos la segunda opción pero uds. pueden hacer cualquiera de las dos.

- Es decir, tendremos asociado a cada vértice un $\varepsilon(x)$ que indique cuanto flujo podemos mandar por el camino aumentante temporario que va se s a x.
- Asi, el ε será simplemente $\varepsilon(t)$.
- \bullet $\varepsilon(x)$ se calcula asi:
- Si *x* es puesto en la cola por un vértice *z* de modo forward, entonces:
 - $\bullet \ \varepsilon(x) = \operatorname{Min}\{\varepsilon(z), c(\overrightarrow{zx}) f(\overrightarrow{zx})\}.$
 - Es decir, el mínimo de lo que venia y lo que se puede mandar por de z a x.
- Si x es puesto en la cola por un vértice z de modo backward, entonces:

 - Es decir, el mínimo de lo que venia y lo que z le puede devolver a x.

Fragmento del programa

- Ademas, necesitariamos otro registro, que nos diga si el vertice fue agregado "forward" o "backward".
- Digamos un registro *b* que es 1 si es forward y -1 si es backward.
- El fragmento del programa para calcular el aumento del flujo sería algo asi:
 - $x = t, \varepsilon = \varepsilon(t)$.
 - While $(x \neq s)$
 - z = p(x)
 - If(1 == b(x)) $f(\overrightarrow{zx})$ + = ε else $f(\overrightarrow{xz})$ = ε
 - X = Z
 - EndWhile

- Entonces, ademas de anotar la cola, deberiamos anotar para cada vértice *x* que agreguemos a la cola:
 - p(x)
 - \bullet $\epsilon(x)$
 - b(x)
- Esto lo haremos poniendo debajo de x a p(x) y debajo de este a $\epsilon(x)$.
- Para b(x) pueden poner una cuarta fila anotando 1 y -1, o sólo los -1s, dando por sentado los 1s. o poner un exponente en el p(x) si es backward, tipo A^- . Usaremos esta última opción.

sA:7 sB:9 AC:8 AD:5 BC:9 Ct:7 Dt:9

■ Entonces el primer camino aumentante quedaria asi:

26 / 44

sA:7 sB:9 AC:8 AD:5 BC:9 Ct:7 Dt:9

■ Entonces el primer camino aumentante quedaria asi:

S

```
sA:7 sB:9 AC:8 AD:5 BC:9 Ct:7 Dt:9
```

Entonces el primer camino aumentante quedaria asi:

sAB ss 79

```
sA:7 sB:9 AC:8 AD:5 BC:9 Ct:7 Dt:9
```

■ Entonces el primer camino aumentante quedaria asi:

sABCD ssAA 7975

 $\varepsilon(C)$ es 7 pues es el minimo de lo que tiene A (7) y $c(\overrightarrow{AC})$ que es 8.

 $\varepsilon(D)$ es 5 pues es el minimo de lo que tiene A (7) y c(AD) que es 5.

sA:7 sB:9 AC:8 AD:5 BC:9 Ct:7 Dt:9

■ Entonces el primer camino aumentante quedaria asi:

sABCDt ssAAC 79757

Y ahora reconstruimos el camino, empezando desde t, leyendo la segunda fila

sACt:7

Ahora debemos actualizar el flujo. Podemos hacer una tabla poniendo al lado de cada lado el flujo. O bien poniendo al lado de cada lado la diferencia entre la capacidad y el flujo Es decir, la "capacidad sobrante". Usaremos esta segunda opción.

sACt:7

sA:7 BC:9

sB : 9 *Ct* : 7

AC : 8 *Dt* : 9

AD:5

sACt:7

sA: 7 *BC*: 9

sB : 9 *Ct* : 7

AC: 8 Dt: 9

AD : 5

sACt:7

sA:0 BC:9

sB : 9 *Ct* : 0

AC : 1 *Dt* : 9

AD:5

sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9

Segundo camino aumentante:

sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9

Segundo camino aumentante:

s

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sB

S

9

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBC sB 99

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBC sB 99

Observemos que C no puede mandar flujo hacia t pues Ct esta saturado.

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBC sB 99

Observemos que C no puede mandar flujo hacia t pues Ct esta saturado. Pero si puede DEVOLVER flujo hacia A

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBCA sB 99

Observemos que *C* no puede mandar flujo hacia *t* pues *Ct* esta saturado. Pero si puede DEVOLVER flujo hacia *A*,asi que ponemos a *A* en la cola

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBCA sB*C*-99

Observemos que C no puede mandar flujo hacia t pues Ct esta saturado. Pero si puede DEVOLVER flujo hacia A, asi que ponemos a A en la cola, con el marcador C^- para indicar que es backward.

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBCA sB*C*-997

El $\varepsilon(A)$ es 7 pues viene siendo 9 pero solo podemos devolver 7 asi que el minimo de los dos es 7

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBCA sB*C*-997

sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9

Segundo camino aumentante:

sBCA D sBC⁻A 997 5

 $\varepsilon(D)$ es 5 pues es el minimo entre lo que venia, que era 7, y 5 que es $c(\overrightarrow{AD})$.

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBCA Dt sBC-AD 997 55

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBCA Dt sBC-AD 997 55

Reconstrucción del camino:

Dt:5

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

sBCA Dt sBC-AD 997 55

Reconstrucción del camino:

ADt:5

```
sA:0 sB:9 AC:1 AD:5 BC:9 Ct:0 Dt:9
```

Segundo camino aumentante:

Reconstrucción del camino:

Este es un ejemplo simple, asi que seria facil reconstruir el camino aun sin poner las etiquetas, pero luego veremos un ejemplo mas complicado

sB*CA*Dt:5

sA: 0 *BC*: 9

sB : 9 *Ct* : 0

AC : 1 *Dt* : 9

AD:5

sA:0 *BC*: 9

sB: 9 *Ct*: 0

AC:1 Dt: 9

AD: 5

Restamos 5 a los lados \overrightarrow{sB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{Dt} , pero

sA: 0 BC: 4

sB : 4 *Ct* : 0

AC: 1 *Dt*: 4

AD : 0

Restamos 5 a los lados \overrightarrow{sB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{Dt} , pero

sB*CA*Dt:5

sA: 0 *BC*: 4

sB : 4 *Ct* : 0

AC:1 *Dt*:4

AD : 0

Restamos 5 a los lados \overrightarrow{sB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{Dt} , pero ¿qué pasa con el \overleftarrow{CA} ?

sB*CA*Dt:5

sA:0 BC:4

sB : 4 *Ct* : 0

AC:1 *Dt*:4

AD : 0

Restamos 5 a los lados \overrightarrow{sB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{Dt} , pero ¿qué pasa con el \overrightarrow{CA} ? Ese lado no existe, el que existe es el \overrightarrow{AC} , asi que vamos a ese para cambiarlo

sA:0 BC:4 sB:4 Ct:0 AC: 1 Dt:4 AD:0

Restamos 5 a los lados \overrightarrow{sB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{Dt} , pero ¿qué pasa con el \overrightarrow{CA} ? Ese lado no existe, el que existe es el \overrightarrow{AC} , asi que vamos a ese para cambiarlo

sB*CA*Dt:5

sA: 0 BC: 4 sB: 4 Ct: 0

AC: 1 Dt: 4

AD : 0

Como estamos DEVOLVIENDO flujo, entonces el flujo DISMINUYE. Pero no estamos escribiendo el flujo sino la capacidad menos el flujo (c-f), por lo tanto como f disminuye entonces c-f AUMENTA.

sB*CA*Dt:5

sA:0 BC:4

sB : 4 *Ct* : 0

AC: 6 *Dt*: 4

AD : 0

Como estamos DEVOLVIENDO flujo, entonces el flujo DISMINUYE. Pero no estamos escribiendo el flujo sino la capacidad menos el flujo (c-f), por lo tanto como f disminuye entonces c-f AUMENTA.

sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4

Tercer camino aumentante:

sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4

Tercer camino aumentante:

S

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

■ Tercer camino aumentante:

sB

S

4

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

Tercer camino aumentante:

sBC sB 44

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

■ Tercer camino aumentante:

sBC sB 44

Al igual que en el segundo camino, C no puede mandar flujo hacia t pues $\overset{\longrightarrow}{Ct}$ esta saturado.

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

■ Tercer camino aumentante:

sBC sB 44

Al igual que en el segundo camino, C no puede mandar flujo hacia t pues \overrightarrow{Ct} esta saturado. Pero sigue pudiendo devolver flujo hacia A pues $(c-f)(\overrightarrow{AC})=6$ pero $c(\overrightarrow{AC})=8$,

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

Tercer camino aumentante:

sBC sB 44

Al igual que en el segundo camino, C no puede mandar flujo hacia t pues \overrightarrow{Ct} esta saturado. Pero sigue pudiendo devolver flujo hacia A pues $(c-f)(\overrightarrow{AC})=6$ pero $c(\overrightarrow{AC})=8$, lo cual dice que $f(\overrightarrow{AC})=2$, asi que podemos devolver flujo.

sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4

Tercer camino aumentante:

sBCA sB*C*-442

Al igual que en el segundo camino, C no puede mandar flujo hacia t pues \overrightarrow{Ct} esta saturado. Pero sigue pudiendo devolver flujo hacia A pues $(c-f)(\overrightarrow{AC})=6$ pero $c(\overrightarrow{AC})=8$, lo cual dice que $f(\overrightarrow{AC})=2$, asi que podemos devolver flujo. El $\varepsilon(A)$ es 2 pues es el minimo entre 4 y 2

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

Tercer camino aumentante:

sBCA sB*C*-442

A no puede mandar agregar a nadie mas:

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

■ Tercer camino aumentante:

A no puede mandar agregar a nadie mas: a D no lo puede agregar porque $\stackrel{\longrightarrow}{AD}$ esta saturado,

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

Tercer camino aumentante:

sBCA sB*C*-442

A no puede mandar agregar a nadie mas: a D no lo puede agregar porque \overrightarrow{AD} esta saturado, a C no lo puede agregar porque C ya está en la cola,

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

■ Tercer camino aumentante:

sBCA sB*C*-442

A no puede mandar agregar a nadie mas: a D no lo puede agregar porque \overrightarrow{AD} esta saturado, a C no lo puede agregar porque C ya está en la cola, y tampoco puede agregar backwards a s por la misma razón.

```
sA:0 sB:4 AC:6 AD:0 BC:4 Ct:0 Dt:4
```

■ Tercer camino aumentante:

sBCA sB*C*⁻ 442

A no puede mandar agregar a nadie mas: a D no lo puede agregar porque \overrightarrow{AD} esta saturado, a C no lo puede agregar porque C ya está en la cola, y tampoco puede agregar backwards a s por la misma razón.

Por lo tanto, no llegamos a t y el flujo obtenido es maximal

valor del flujo y Corte Maximal

■ El valor del flujo maximal es

$$v(f) = out_f(s) = f(\overrightarrow{sA}) + f(\overrightarrow{sB}) = 7 + 5 = 12.$$

- Que es igual a la suma de los ε s de los caminos aumentantes.
- Esta doble cuenta sólo verifica que no hicimos algún error aritmético, pero para poder chequear que no hayamos cometimos algún otro error y que el flujo no sea en realidad maximal, podemos verificar esto calculando un corte minimal.
- De acuerdo con la demostración de FF, el conjunto de todos los vértices para los cuales exista un camino aumentante desde s en la ultima iteración será un corte minimal.

Daniel Penazzi Edmonds-Karp April 21, 2021 31 / 44

valor del flujo y Corte Maximal

- Y como en EK usamos BFS, entonces el conjunto de vértices que alguna vez estuvieron en la cola es ese conjunto de la prueba de FF.
- En nuestro ejemplo, es $S = \{s, B, C, A\}$.
- Recordemos que la capacidad de un corte es $cap(S) = \sum_{x,y} c(\overrightarrow{xy})[x \in S][y \notin S][\overrightarrow{xy} \in E].$
- En nuestro caso, los únicos lados \overrightarrow{xy} con $x \in S, y \notin S$ son \overrightarrow{AD} y \overrightarrow{Ct} .
- Asi: $cap(S) = c(\overrightarrow{AD}) + c(\overrightarrow{Ct}) = 5 + 7 = 12$.
- Como cap(S) = v(f), concluimos que f es maximal.
- Bueno, ahora veamos un ejemplo mas complicado.



32 / 44

2do Network de Ejemplo

<i>sA</i> : 9	FI : 7
<i>sC</i> : 9	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 10	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 9	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 9	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 5	<i>NG</i> : 9
<i>Et</i> : 9	

1er camino aumentante

```
sA:9 sC:9 sF:9 AB:10 AH:9 Bt:9 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

1er camino aumentante

```
sA:9 sC:9 sF:9 AB:10 AH:9 Bt:9 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

S

1er camino aumentante

```
sA:9 sC:9 sF:9 AB:10 AH:9 Bt:9 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sACFBHDL1 Mt sssAACCFFB 999999789

Y ahora reconstruimos el camino, empezando desde t, leyendo la segunda fila

sABt:9

Ahora debemos actualizar el flujo.

1: *sABt* : 9

<i>sA</i> : 9	FI : 7
<i>sC</i> : 9	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 10	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 9	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 9	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 5	<i>NG</i> : 9
<i>Et</i> : 9	

1: *sABt* : 9

sA: 9	FI : 7
<i>sC</i> : 9	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
AB: 1/0	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
Bt: 9	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 9	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 5	<i>NG</i> : 9
<i>Et</i> : 9	

1: *sABt* : 9

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 9	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 9	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 5	<i>NG</i> : 9
<i>Et</i> : 9	

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

s

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9

sCF
ss
99
```

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL ssCC 9999

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIM ssCCFF 999978

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBENJ ssCCFFDDL I 9999789597

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBENJ ssCCFFDDLI 9999789597

M sólo pueda agregar a J, pero como ya está en la cola, no agrega a nadie .

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBENJ ssCCFFDDL I 9999789597

B no puede mandar flujo hacia t pues Bt esta saturado. .

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBENJ ssCCFFDDLI 9999789597

B no puede mandar flujo hacia t pues Bt esta saturado. Pero si puede DEVOLVER flujo hacia A .

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBENJ A ssCCFFDDLIB⁻ 9999789597 9

B no puede mandar flujo hacia t pues Bt esta saturado. Pero si puede DEVOLVER flujo hacia A, asi que ponemos a A en la cola, con el marcador B^- para indicar que es backward .

sCFDLIMBENJ A t ssCCFFDDLIB⁻E 9999789597 9 5

Finalmente llegamos a t.

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

```
sCFDLIMBENJ A t
ssCCFFDDLIB-E
9999789597 9 5
```

. Reconstrucción del camino:

t

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBENJ A t ssCCFFDDLIB-E 9999789597 9 5

. Reconstrucción del camino:

t:5

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBENJ A t ssCCFFDDLIB-E 9999789597 9 5

. Reconstrucción del camino:

Et:5

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBENJ A t ssCCFFDDL IB-E 999978959795

. Reconstrucción del camino:

DEt:5

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBENJ A t ssCCFFDDL IB-E 999978959795

. Reconstrucción del camino:

CDEt:5

```
sA:0 sC:9 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:9
CL:9 DB:9 DE:5 Et:9 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBENJ A t ssCCFFDDL IB-E 999978959795

. Reconstrucción del camino:

sCDEt:5

sCFDLIMBENJ A t ssCCFFDDLIB-E 999978959795

. Reconstrucción del camino:

sCDEt:5

Y cambiamos el flujo:

2: sCDEt : 5

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 9	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 9	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
DE : 5	<i>NG</i> : 9
<i>Et</i> : 9	

2: *sCDEt* : 5

<i>sA</i> : 0	FI : 7
sC: 9	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
CD: 9	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
DE: 5	<i>NG</i> : 9
Et: 9	

2: sCDEt : 5

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 4	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
CD: 4	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

S

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCF ss 49

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL ssCC 4944

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIM ssCCFF 494478

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMB ssCCFFD 4944784

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBN ssCCFFDL 49447844

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBNJ ssCCFFDLI 494478447

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBNJ A ssCCFFDLIB⁻ 4944784474

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBNJ A G ssCCFFDLIB⁻N 494478447 4 4

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE ssCCFFDL IB-NJAG 494478447 4 4744

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBNJ A GKHE ssCCFFDLIB-NJAG 494478447 4 4744

K podria agregar a H pero como H ya está en la cola no puede

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDLIMBNJ A GKHE ssCCFFDLIB⁻NJAG 494478447 4 4744

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL IB-NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL IB-NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino

t

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL IB-NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino t:4

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL I B⁻NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a *t*, reconstruimos el camino Ht:4

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL I B-NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino AHt:4

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL IB-NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino $\stackrel{\longleftarrow}{BA}$ Ht:4

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL IB-NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino DBAHt:4

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL I B⁻NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino \overrightarrow{CDBA} Ht:4

```
sA:0 sC:4 sF:9 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:9 DB:9 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:4 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sCFDL IMBNJ A GKHE t ssCCFFDL I B⁻NJAGH 494478447 4 47444

Llegamos a t, reconstruimos el camino sCD $\stackrel{\longleftarrow}{BA}$ Ht:4

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 4	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
CD: 4	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
sC: 4	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
CD: 4	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
CD: 4	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
CD: 4	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
DB: 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
sumar!AB: 1/	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
<i>Et</i> : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	Ht : 4
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	Ht : 4
AH: 9	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	Ht : 4
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	Ht: 4
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

S

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
```

sF S

9

```
sFIM
sFF
978
```

sFIMJ sFFI 9787

sFIMJK sFFIJ 97877

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH sFFIJK 978777

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A sFFIJK*H*⁻ 978777 4

H sólo le puede devolver 4 a A

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A sFFIJK*H*⁻ 978777 4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B sFFIJKH⁻A 978777 4 4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D sFFIJKH⁻AB⁻ 978777 4 4 4

sFIMJKH A B D C
sFFIJKH-AB-D978777 4 4 4 4

sFIMJKH A B D C L sFFIJKH-AB-D-C 978777 4 4 4 4 4 4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LN sFFIJKH⁻AB⁻D⁻CL 978777 4 4 4 4 4 4

sFIMJKH A B D C LNGE sFFIJKH-AB-D-CLNG 978777 4 4 4 4 4444

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a *t*, reconstruimos el camino

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino t:4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino Et:4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino GEt:4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGEt sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino NGEt:4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGEt sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino LNGEt:4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0 CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8 Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino CLNGEt:4

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino $\stackrel{\longleftarrow}{DC}$ LNGEt:4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino

BDCLNGEt:4

Esa flecha larga hacia atras sobre *B*, *D*, *C* deberian ser dos flechas cortas, una sobre BD, otra sobre DC, pero no se como hacerlo en Latex

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino \overrightarrow{ABDC} LNGEt:4

```
sA:0 sC:0 sF:9 AB:5 AH:5 Bt:0 CD:0
CL:9 DB:5 DE:0 Et:4 FI:7 FM:8 GE:8
Ht:0 IJ:9 JK:9 KH:9 LN:9 MJ:9 NG:9
```

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino KHABDCLNGEt:4

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino JK $\overset{\longleftarrow}{HABDC}$ LNGEt:4

40 / 44

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino IJK $\overset{\longleftarrow}{HABDC}$ LNGEt:4

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino FIJKHABDCLNGEt:4

sFIMJKH A B D C LNGE t sFFIJKH-AB-D-CLNGE 978777 4 4 4 4 44444

Llegamos a t, reconstruimos el camino sFIJKHABDCLNGEt:4

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft · Δ	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
sF: 9	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI: 7
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft·Δ	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft·Δ	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	IJ: 9
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft · 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	JK : 9
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft·Δ	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft · 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	KH: 9
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 5	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft · 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
sumar!AH: 5	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
AB: 5	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
sumar!DB: 5	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 0	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
sumar!CD: Ø	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
CD: 4	<i>KH</i> : 5
CL: 9	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
CD: 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	LN: 9
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
CD: 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 5
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 9
Ft · 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 5
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	NG: 9
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	FI : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
CD: 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 5
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 5
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	GE: 8
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
CD: 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 5
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 5
Et : 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 4
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
CD: 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 5
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 5
Ft·Δ	

<i>sA</i> : 0	FI : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 4
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
<i>CD</i> : 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 5
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 5
Et: 4	

<i>sA</i> : 0	<i>FI</i> : 3
<i>sC</i> : 0	<i>FM</i> : 8
<i>sF</i> : 5	<i>GE</i> : 4
<i>AB</i> : 1	<i>Ht</i> : 0
<i>AH</i> : 9	<i>IJ</i> : 5
<i>Bt</i> : 0	<i>JK</i> : 5
CD: 4	<i>KH</i> : 5
<i>CL</i> : 5	<i>LN</i> : 5
<i>DB</i> : 9	<i>MJ</i> : 9
<i>DE</i> : 0	<i>NG</i> : 5
<i>Et</i> : 0	

sA:0 sC:0 sF:5 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4DB:9 DE:0 Et:0 FI:3 FM:8 GE:4 CL: 5

42 / 44

```
sA:0 sC:0 sF:5 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:5 DB:9 DE:0 Et:0 FI:3 FM:8 GE:4
Ht:0 IJ:5 JK:5 KH:5 LN:5 MJ:9 NG:5
```

S

```
sA:0 sC:0 sF:5 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:5 DB:9 DE:0 Et:0 FI:3 FM:8 GE:4
Ht:0 IJ:5 JK:5 KH:5 LN:5 MJ:9 NG:5
```

sF s 5

```
sA:0 sC:0 sF:5 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:5 DB:9 DE:0 Et:0 FI:3 FM:8 GE:4
Ht:0 IJ:5 JK:5 KH:5 LN:5 MJ:9 NG:5
```

sFIM sFF 535

```
sA:0 sC:0 sF:5 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:5 DB:9 DE:0 Et:0 FI:3 FM:8 GE:4
Ht:0 IJ:5 JK:5 KH:5 LN:5 MJ:9 NG:5
```

sFIMJ sFFI 5353

```
sA:0 sC:0 sF:5 AB:1 AH:9 Bt:0 CD:4
CL:5 DB:9 DE:0 Et:0 FI:3 FM:8 GE:4
Ht:0 IJ:5 JK:5 KH:5 LN:5 MJ:9 NG:5
```

sFIMJK sFFIJ 53533

sFIMJKH sFFIJK 535333

- No llegamos a *t*, el flujo es maximal.
- Valor del flujo= $f(\overrightarrow{sA}) + f(\overrightarrow{sC}) + f(\overrightarrow{sF}) = 9 + 9 + 4 = 22$.
- Primer check: suma de los ε de los caminos: 9+5+4+4=22.
- Check de maximal: Corte $S = \{s, F, I, M, J, K, H\}$
- Capacidad de $S: = c(\overrightarrow{sA}) + c(\overrightarrow{sC}) + c(\overrightarrow{Ht}) = 9 + 9 + 4 = 22$.
- Confirmamos que f es maximal.



- Obviamente al hacer todos estos cálculos a mano pueden equivocarse.
- Si cometen un error tonto que no afecta la dificultad general del ejercicio, el descuento será poco.
- Ahora bien, si el error provoca que el ejercicio que terminen haciendo es mucho mas fácil que el "real"el descuento puede ser mucho mayor.
- En particular, en TODO ejercicio de examen, habrá al menos un camino con con al menos un lado backward
- Si ustedes resuelven un ejercicio de examen sin lados backwards, es porque tienen algo mal.
- Habiendo avisado esto, si entregan un ejercicio de examen sin lados backwards, el puntaje total del ejercicio será 0.1 o 0.2 puntos.

- Otra cosa que tienen que hacer es siempre verificar que v(f) sea igual a cap(S), calculando ambos en forma independiente.
- Si tienen todo bien pero no hacen esta verificación, habrá descuento de puntos.
- Si tienen un error, y v(f) no les da igual a cap(S) pero no hacen la verificación, el descuento será mucho mas grande.
- Si tienen un error, v(f) no les da igual a cap(S) pero AVISAN con una nota tipo:
 - "v(f) da tanto, cap(S) da esto otro, sé que deben dar iguales pero no puedo encontrar el error"
- Entonces el descuento quedará restringido a simplemente el descuento por el error que hayan cometido y no por no verificar v(f) = cap(S).