

ANÁLISIS MATEMÁTICO II (LC) - CÁLCULO II (LMA)
Examen Final 12 de febrero de 2021

Ejercicio 1 (20 pts.)

- (a) Halle la función g que cumple $g'(x) = \frac{(x+2)}{x^2+2x+5}$, y $g(-1) = 0$.
- (b) Determine si la siguiente integral impropia converge o diverge: $\int_0^{+\infty} \frac{xe^{-x}dx}{x^3+1}$.

Ejercicio 2 (20 pts.)

- (a) Determine si la siguiente serie es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{3n^2-1}$.
- (b) Determine el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(2x-1)^n}{n^3}$.

Ejercicio 3 (20 pts.)

- (a) Considere la función $f(x) = \operatorname{sen}(x)$ y sea $T_{5,0}(x)$ su polinomio de Taylor de grado 5 y centrado en $a = 0$. Estimar el error que se comete si se aproxima el número $\operatorname{sen}(1)$ por el valor de $T_{5,0}(x)$ en $x = 1$.
- (b) Considere la curva $\gamma(t) = (2\cos(t), \sin(t))$. Dibuje aproximadamente la imagen de γ para $t \geq 0$, calcule el vector tangente a la curva en $t_0 = \pi/4$ y obtenga la ecuación de la recta tangente a la imagen de γ en el punto $\gamma(t_0)$.

Ejercicio 4 (20 pts.)

Sea $f(x, y) = (3x + 4x^3)(y^2 + 2y)$.

- (a) Encuentre todos los puntos críticos de la función f y determine cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla.
- (b) Halle la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $p = (-1, 0, 0)$, y encuentre la ecuación de la recta perpendicular al gráfico de f que pasa por p .

Ejercicio 5 (20 pts.)

- (a) Sea $h(x, y)$ una función cuyas derivadas parciales $h_x, h_y, h_{xx}, h_{xy} = h_{yx}, h_{yy}$ existen y son continuas en \mathbb{R}^2 . Sea $z(t) = h(t, e^t)$. Use la regla de la cadena para calcular $z''(t)$.
- (b) Encuentre el volumen del sólido que está debajo del gráfico de $f(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy + 1$ y arriba del rectángulo $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1\}$.

La resolución de cada ejercicio debe ser subida por separada. En total debe subir 6 archivos en formato pdf (1 por cada ejercicio y 1 correspondiente a la Declaración Jurada).

Ejercicio 6 solo para alumna/os libres. (20 pts.)

Elija la o las opciones **correctas**.

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.
- (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$, converge si $p > 1$.
- (d) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ converge.
- (e) $r > 1 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} r^n$, converge.

Este cuestionario debe ser resuelto en el Aula Virtual (no es necesario subir archivos de la resolución).