

Parte práctica del examen final de Matemática DiscretaII-diciembre de 2020.

Escriba su nombre EN CADA HOJA y numere cada hoja de la forma n/N donde n es el número de la hoja y N el número total de hojas que entrega (sin contar esta). ESCRIBA CON LAPICERA NEGRA O AZUL O LAPIZ TRAZO GRUESO. Para aprobar se deben aprobar por separado las partes practicas, teóricas y el proyecto. (este requerimiento NO se redondea). Todos los ejercicios valen 2,5 puntos

Parte Práctica (10 puntos)

**1):** Sea  $G$  el complemento de  $C_{81}$  Calcular  $\chi(G)$ .  
(recordemos que el complemento de un grafo  $H$  es el grafo con los mismos vertices y tal que  $xy$  es un lado en el complemento si y solo si  $xy$  NO es un lado en  $H$ . Recordar que para probar  $\chi(G) = k$  debe probar tanto  $\chi(G) \leq k$ , dando un coloreo propio con  $k$  colores como  $\chi(G) \geq k$ , demostrando que no se puede con  $k - 1$  con algún argumento).

**2):** a) Hallar un flujo maximal en el siguiente network usando Edmonds-Karps o Dinic, en términos de  $a, b, c, d$  donde  $0 < d < b < c < a$ . Dar tambien un corte minimal (el cual puede también depender de  $a, b, c, d$ ) y mostrar que el valor del flujo maximal es igual a la capacidad del corte minimal en todos los casos.

$sA : a$	$AD : d$	$BF : d$	$DE : d$	$FH : d$	$Ht : d$
$AB : b$	$BC : c$	$Ct : b$	$EG : d$	$GC : d$	

b) Decir si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: *En cualquier network  $N$ , si se toma el network  $M$  que tiene los mismos vértices y lados que  $N$  pero cuyas capacidades son los cuadrados de las capacidades de  $N$ , entonces si  $f$  es un flujo maximal en  $N$  y  $g$  es un flujo maximal en  $M$ , tenemos que  $v(g) = (v(f))^2$ .*

Si es verdadera, demostrarla, si es falsa, dar un contraejemplo.

**3):** La matriz representa el costo de asignar los trabajadores  $A, B, \dots$  a los trabajos  $I, II, \dots$ , etc.  $x$  es algún número real mayor a 4 y menor a 6, pero no se sabe cual es. Se desea asignar cada trabajo a un trabajador distinto de forma tal de minimizar el costo total (la suma de los costos) Hallar un matching que haga esto y decir cual es la suma de costos mínima. Observar que la respuesta, tanto del matching como de la suma, puede depender de  $x$ . Ud. debe dar todas las respuestas posibles para  $x$  en el intervalo dado.

	$I$	$II$	$III$	$IV$
$A$	$x$	9	9	2
$B$	5	$x$	4	2
$C$	8	9	$x$	1
$D$	9	8	7	$x$

**4):**

Sea  $C$  el código con matriz de chequeo:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & c & d \end{bmatrix}$$

Escribir dos palabras no nulas que esten en  $C$ , decir cuantas palabras tiene en total  $C$ , calcular  $\delta(C)$ , justificando y, si se recibe la palabra 1000000000000111, y se asume que se produjo a lo sumo un error de transmisión, determinar la palabra enviada si esto es posible o indicar porqué no si no se puede. Las respuestas pueden depender de cuales valores toman  $a, b, c, d \in \{0, 1\}$ , si es así, ud. debe indicarlo y dar todas las respuestas posibles.