MATEMATICA DISCRETA II-2021

PRÁCTICO de Códigos cíclicos

I): Dados los siguientes polinomios $g(x)$, junto con la longitud n, sea C el código de longitud n generado por $g(x)$. Dar la dimension de C, una matriz de chequeo de C con la identidad a izquierda, probar que $g(x)$ divide a $x^n + 1$ hallar el polinomio chequeador y en cada caso, elejir dos palabras no nulas de la dimension adecuada, y codificarlas, usando ambos metodos enseñados en clase.

a) $g(x) = 1 + x^2 + x^3$; $n = 7$. b) $g(x) = 1 + x + x^4$; $n = 15$

(los anteriores generan códigos de Hamming)

c) $g(x) = 1 + x^4 + x^6 + x^7 + x^8$; $n = 15$.

(este genera un código que corrige 2 errores)

d) $g(x) = 1 + x + x^5 + x^6 + x^7 + x^9 + x^{11}$; $n = 23$.

(nota: este ultimo genera el código **Golay**. Corrige 3 errores, pues tiene $\delta = 7$. (no hace falta que pruebe esto)).

II): Probar que el código Golay dado en el ejercicio anterior es perfecto.

III):

a) ¿Cuántos códigos binarios de longitud n hay? (con al menos 2 palabras)

b) ¿Cuántos códigos binarios de longitud 3 con exactamente 5 palabras hay?

c) ¿Cuántos de esos códigos son lineales?

d) ¿Cuántos códigos binarios de longitud 3 con exactamente 4 palabras hay?

e) ¿Cuántos de esos códigos son lineales?

f) ¿Cuántos de esos códigos son cíclicos?

IV): Sean C_1, C_2 códigos cíclicos con generadores g_1, g_2. Probar que $C_1 + C_2$ tambien es cíclico y tiene generador $\mathrm{mcd}(g_1, g_2)$.