

Hoja 5

$$⑤ F(x,y) = 2x^4 + y^2 - x^2 - 2y$$

$$F_x(x,y) = 8x^3 - 2x \quad F_y(x,y) = 2y - 2 \quad F_{xy}(x,y) = 0$$

$$F_{xx}(x,y) = 24x^2 - 2 \quad F_{yy}(x,y) = 2 \quad F_{yx}(x,y) = 0$$

Puntos críticos:  $(0,1)$   $(\frac{1}{2}, 1)$

$$8x^3 - 2x = 2y - 2$$

$$2x(4x^2 - 1) = 2(y - 1)$$

$$F_{xx}(0,1) = -2 \quad F_{yy}(0,1) = 2 \quad F_{xy}(0,1) = 0$$

$$D = -2 \cdot 2 - 0^2 = -4 < 0 \Rightarrow (0,1) \text{ es punto silla de la función}$$

$$F_{xx}(\frac{1}{2}, 1) = \frac{19}{4} \quad F_{yy}(\frac{1}{2}, 1) = 2 \quad F_{xy}(\frac{1}{2}, 1) = 0$$

$$D = \frac{19}{4} \cdot 2 - 0^2 = \frac{19}{2} > 0, F_{xx}(\frac{1}{2}, 1) > 0 \Rightarrow \boxed{(\frac{1}{2}, 1) \text{ es min local de la función.}}$$

b)

$$F_x(0,2) = 0 \quad F_y(0,2) = 2$$

Derivada direccional de  $f$  en el punto  $(0,2)$ :

$$\langle (0,2), v \rangle = 1$$

$$= 0v + 2v = 1$$

$$= 2v = 1$$

$$\boxed{v = \frac{1}{2}}$$

Entonces  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  cumpliría la ecuación, pero no es unitario, por lo tanto:  $v = \frac{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}{\sqrt{\frac{1}{2}}}$