

Introducción a los algoritmos - 1º cuatrimestre 2018

Axiomas y Teoremas del Cálculo Proposicional

Propiedades del Equivalente

A1 Asociatividad equivalencia:

$$((P \equiv Q) \equiv R) \equiv (P \equiv (Q \equiv R))$$

A2 Conmutatividad equivalencia:

$$P \equiv Q \equiv Q \equiv P$$

A3 Neutro equivalencia:

$$P \equiv \text{True} \equiv P$$

Propiedades de la Negación

A4 Definición de Negación:

$$\neg(P \equiv Q) \equiv \neg P \equiv Q$$

T1 Doble negación:

$$\neg\neg P \equiv P$$

T2 Equivalencia y negación:

$$P \equiv \text{False} \equiv \neg P$$

Propiedades de la Disyunción

A5 Asociatividad disyunción:

$$(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$$

A6 Conmutatividad disyunción:

$$P \vee Q \equiv Q \vee P$$

A7 Idempotencia disyunción:

$$P \vee P \equiv P$$

A8 Tercero excluido:

$$P \vee \neg P$$

T3 Elemento absorbente de la disyunción:

$$P \vee \text{True} \equiv \text{True}$$

T4 Elemento neutro de la disyunción:

$$P \vee \text{False} \equiv P$$

T5 Teorema (*):

$$P \vee Q \equiv P \vee \neg Q \equiv P$$

Propiedades de la Conjunción

T6 Asociatividad de la conjunción:

$$P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$$

T7 Conmutatividad de la conjunción:

$$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$$

T8 Idempotencia de la conjunción:

$$P \wedge P \equiv P$$

T9 Neutro de la conjunción:

$$P \wedge \text{True} \equiv P$$

T10 Elemento absorbente de la conjunción:

$$P \wedge \text{False} \equiv \text{False}$$

T11 Principio de no contradicción:

$$P \wedge \neg P \equiv \text{False}$$

Propiedades de la Disyunción con la Equivalencia

A9 Distributividad disyunción con equivalencia:

$$P \vee (Q \equiv R) \equiv (P \vee Q) \equiv (P \vee R)$$

Otras definiciones

A10 Definición de False:

$$\text{False} \equiv \neg \text{True}$$

A11 Definición de discrepancia:

$$P \neq Q \equiv \neg(P \equiv Q)$$

A12 Definición de consecuencia:

$$P \Leftarrow Q \equiv P \vee Q \equiv P$$

Propiedades de la Disyunción con la Conjunción

A13 Regla dorada:

$$P \wedge Q \equiv P \equiv Q \equiv P \vee Q$$

T12 De Morgan para la disyunción:

$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$$

T13 De Morgan para la conjunción:

$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$

T14 Distributividad de la disyunción con la conjunción:

$$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

T15 Distributividad de la conjunción con la disyunción:

$$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

T16 Ley de absorción:

$$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$$

T17 Ley de absorción (bis):

$$P \vee (P \wedge Q) \equiv P$$

Niveles de Precedencia

Los que están más arriba tienen mayor precedencia —“pegan más”, se ponen entre paréntesis primero, se aplican primero.

$E(x := a), .$	sustitución y evaluación
$\sqrt{}, (\cdot)^2$	raíces y potencias
$*, /$	producto y división
máx, mín	máximo y mínimo
$+, -$	suma y resta
$=, \leq, \geq$	conectivos aritméticos
\neg	negación
$\vee \wedge$	disyunción y conjunción
$\Rightarrow \Leftarrow$	implicación y consecuencia
$\equiv \neq$	equivalencia y discrepancia

Los operadores que están en un mismo nivel tienen exactamente la misma prioridad, así que deben ponerse siempre con paréntesis, a menos que asocien entre sí (\vee y \wedge , \neq y \equiv , máx y mín).

Propiedades de la Implicación

A14 Definición de implicación:

$$P \Rightarrow Q \equiv P \vee Q \equiv Q$$

T18 Definición dual de implicación:

$$P \Rightarrow Q \equiv P \wedge Q \equiv P$$

T19 Caracterización de implicación:

$$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$

T20 Modus ponens:

$$P \wedge (P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$$

T21 Modus ponens con equivalencia:

$$P \wedge (P \Rightarrow Q) \equiv P \wedge Q$$

T22 Modus tollens:

$$(P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P$$

T23 Modus tollens con equivalencia:

$$(P \Rightarrow Q) \wedge \neg Q \equiv \neg P \wedge \neg Q$$

T24 Currificación:

$$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R) \equiv (P \wedge Q \Rightarrow R)$$

T25 Transitividad de \Rightarrow :

$$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

T26 Debilitamiento para \wedge :

$$P \wedge Q \Rightarrow P$$

T27 Debilitamiento para \vee :

$$P \Rightarrow P \vee Q$$

T28 Distributividad a derecha de la implicación con la conjunción:

$$P \Rightarrow (Q \wedge R) \equiv (P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)$$

T29 Distributividad a izquierda de la implicación con la disyunción:

$$P \vee Q \Rightarrow R \equiv (P \Rightarrow R) \wedge (Q \Rightarrow R)$$