Ramos Julián

Hoja 1

HOJA Nº

FECHA

1b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)}{1+x^2}\,dx$$ Por propiedad de las integrales impropias sabemos que esto es igual a:

$$\underbrace{\int_{-\infty}^{0} \frac{\cos(x)}{1+x^2}\,dx}_{①\ \text{Resuelvo la izquierda}} + \underbrace{\int_{0}^{+\infty} \frac{\cos(x)}{1+x^2}\,dx}_{②\ \text{primero}}$$

① $$\int_{-\infty}^{0} \frac{\cos(x)}{1+x^2}\,dx$$

Por criterio de las comparación de integrales impropias, si encontramos una $|f(x)| \leq g(x)$ que converge siendo $g(x)$ nuestra función, entonces podemos afirmar que esta ultima tambien converge.

$$\left|\frac{\cos(x)}{1+x^2}\right| \overset{*}{\leq} \frac{1}{1+x^2}$$ Veamos ahora si converge

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{1+x^2}\,dx \xrightarrow[\text{standard}]{\text{Integral}} \lim_{t\to-\infty} \operatorname{arctg}(x)\Big|_t^0$$

$$= \lim_{t\to-\infty} \operatorname{arctg}(t) - \operatorname{arctg}(0) = -\frac{\pi}{2} + 0 = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$ El lim $\exists$ y es $\neq \infty$, converge.

Como $f(x) \leq g(x)$ y $g(x)$ converge, por criterio de comparación de integrales impropias, $f(x)$ converge

* $|\cos(x)| \leq 1$

② $$\int_{0}^{\infty} \frac{\cos(x)}{1+x^2}\,dx$$ Nuevamente aplicamos criterio de comparación de integrales impropias.

NOTA

$$\left|\frac{\cos(x)}{1+x^2}\right| \leq \frac{1}{1+x^2}$$ Tomamos el límite de la integral

$$\lim_{t \to +\infty} \int_0^t \frac{1}{1+x^2}\, dx = \lim_{t \to +\infty} \operatorname{arctg}(x)\Big|_0^t = \lim_{t \to +\infty} \operatorname{arctg}(t) - \operatorname{arctg}(0)$$

$$= \frac{\pi}{2} - 0 = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$ $\exists$ lím y es $\neq \infty$, converge.

Nuevamente nuestra funcion $g(x)$ converge por lo que $f(x)$ converge.

Por propiedad de las integrales impropias, como la suma de sus integrales convergen, podemos afirmar que nuestra integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x)}{1+x^2}\, dx$ converge!

Índice de comentarios

2.1 Excelente la resolución!