

ANÁLISIS MATEMÁTICO II (LC) - CÁLCULO II (LMA)
Examen Final 12 de marzo de 2021

Ejercicio 1 (20 pts.)

- (a) Calcular la integral definida: $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 6x + 3}{(x-1)(1+x^2)} dx$.
- (b) Determine si la siguiente integral impropia converge o diverge: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(x) dx}{1+x^2}$.

Ejercicio 2 (20 pts.)

- (a) Represente la función $f(x) = \frac{1}{x}$ como una serie de potencias centrada en $a = 2$. Determine el intervalo de convergencia de la serie obtenida.
- (b) Hallar el intervalo de definición de la función $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt{n}} (x-10)^n$ y calcular su derivada g' . ¿Tienen g y g' el mismo dominio? Justifique su respuesta.

Ejercicio 3 (20 pts.)

- (a) Determine el orden del polinomio de Taylor de $f(x) = e^x$, centrado en $a = 0$, que se necesita para aproximar $\frac{1}{e^2}$ con un error menor que 10^{-1} .
- (b) Sea $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z^2$. Hallar la ecuación del plano tangente en el punto $p_0 = (1, 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$, a la superficie de nivel de F que pasa por dicho punto.

Ejercicio 4 (20 pts.)

Sea $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 - xy - 2y + 1$.

- (a) Encuentre todos los puntos críticos de la función f y determine cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla.
- (b) Determine la dirección de máximo crecimiento de f en el punto $(1, 1)$.

Ejercicio 5 (20 pts.)

- (a) Encuentre la ecuación del plano P que pasa por los puntos $(0, 0, 10)$, $(1, 0, 8)$ y $(0, 2, 9)$.
- (b) Calcule el volumen del prisma sólido cuya base es el rectángulo $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$ y cuya tapa está contenida en el plano P del inciso anterior.

La resolución de cada ejercicio debe ser subida por separada. En total debe subir 6 archivos en formato pdf (1 por cada ejercicio y 1 correspondiente a la Declaración Jurada).

Ejercicio 6 solo para alumna/os libres. (20 pts.)

Elija la opción correcta. Sea $f(x, y) = xye^{x+2y}$. Entonces, la derivada direccional de f en el punto $p = (1, 0)$, en la dirección de $u = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ es:

- i) $\frac{5e^2}{\sqrt{2}}$
- ii) $\frac{-e}{\sqrt{2}}$
- iii) $\frac{e^2}{\sqrt{2}}$
- iv) $\frac{e}{\sqrt{2}}$
- v) $\frac{-e^2}{\sqrt{2}}$

Este cuestionario debe ser resuelto en el Aula Virtual (no es necesario subir archivos de la resolución).