

Parte práctica del examen final de Matemática Discreta II-8 marzo de 2021.

Escriba su nombre EN CADA HOJA y numere cada hoja de la forma n/N donde n es el número de la hoja y N el número total de hojas que entrega (sin contar esta). ESCRIBA CON LAPICERA NEGRA O AZUL O LAPIZ TRAZO GRUESO. Para aprobar se deben aprobar por separado las partes practicas, teóricas y el proyecto. (este requerimiento NO se redondea). Todos los ejercicios valen 2,5 puntos

—————Parte Práctica (10 puntos)—————

- (1) Sea G el grafo cuyos vertices son los subconjuntos de 3 elementos de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ y cuyos lados estan formados por vértices A, B tal que $A \cap B$ tiene cardinalidad exactamente igual a 1. Determinar $\chi(G)$.
(Recordar que para probar $\chi(G) = k$ debe probar tanto $\chi(G) \leq k$, dando un coloreo propio con k colores como $\chi(G) \geq k$, demostrando que no se puede con $k - 1$ con algún argumento).
- (2) Hallar un flujo maximal en el siguiente network usando Edmonds-Karps o Dinic, en términos de x, y donde x, y son numeros reales positivos menores a 1. Dar tambien un corte minimal (el cual puede también depender de x, y) y mostrar que el valor del flujo maximal es igual a la capacidad del corte minimal en todos los casos.

$$\begin{array}{llllll} sA : x & AB : x & CB : x & ED : x & FG : x & \\ sC : y & AF : x & CD : y & EG : x^2 & Gt : x & \\ sE : x & Bt : x & Dt : y & & & \end{array}$$

- (3) La matriz representa el costo de asignar los trabajadores A, B, \dots a los trabajos I, II, \dots , etc. x es algún número real mayor a 4 y menor a 8, pero no se sabe cual es. Se desea asignar cada trabajo a un trabajador distinto de forma tal de minimizar el costo total (la suma de los costos) Hallar un matching que haga esto y decir cual es la suma de costos mínima para ese valor de x . Observar que la respuesta, tanto del matching como de la suma, puede depender de x . Ud. debe dar todas las respuestas posibles para x en el intervalo dado.

	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
<i>A</i>	x	5	8	9
<i>B</i>	9	x	9	8
<i>C</i>	9	4	x	7
<i>D</i>	2	2	1	x

- (4) Sea C el código con matriz de chequeo $H = [I|A]$, donde I es la identidad 6x6 y A es la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & a & c & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & b & d & 0 \end{bmatrix}$$

Escribir dos palabras no nulas que esten en C , decir cuantas palabras tiene en total C , calcular $\delta(C)$, justificando y, si se recibe la palabra

100000000000111, y se asume que se produjo a lo sumo un error de transmisión, determinar la palabra enviada si esto es posible o indicar porqué no si no se puede. Las respuestas pueden depender de cuales valores toman $a, b, c, d \in \{0, 1\}$, si es así, ud. debe indicarlo y dar todas las respuestas posibles.