ANÁLISIS MATEMÁTICO II (LC) - CÁLCULO II (LMA)
Examen Final 10 de diciembre de 2020

Ejercicio 1 *(20 pts.)*

(a) Calcule la siguiente integral indefinida $\displaystyle\int \frac{x-2}{x(x+1)^2}\,dx$.

(b) Determine si la siguiente integral impropia es convergente o divergente $\displaystyle\int_0^4 \frac{1}{|x-3|^{3/2}}\,dx$.

Ejercicio 2 *(20 pts.)*

(a) Determine si la siguiente serie es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}-2}.$$

(b) Determine el mayor intervalo donde está definida la función $f(x) = 1 + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^n}{3^n}$.

Ejercicio 3 *(20 pts.)*

(a) Sea $f(t) = 3\sin(t)$. Determine el orden n del polinomio de Taylor de f, centrado en $a = 0$, que se necesita para aproximar $3\sin(0.1)$ con un error menor que 10^{-3}.

(b) Considere la curva $\gamma(t) = (3\sin(t), t, 3\cos(t))$. Dibuje aproximadamente la imagen de γ para $t \geq 0$ y calcule el vector tangente a la curva en $t_0 = \pi/2$.

Ejercicio 4 *(20 pts.)*
Sea $f(x, y) = x^3 - 3x - y^2 + 4y$.

(a) Encuentre todos los puntos críticos de la función f y determine cuáles son máximos locales, mínimos locales o puntos de silla.

(b) Considere la función $g(t) = f(1 + t^2u_1, 1 + tu_2)$, donde $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ es un vector unitario. Use la regla de la cadena y encuentre la dirección $\mathbf{u}$ para la cual la derivada $g'(0)$ es máxima.

Ejercicio 5 *(20 pts.)*

(a) Encuentre la ecuación del plano tangente al gráfico de la función $f(x, y) = 2x^2 - xy + y^4 + 4$ en el punto $p_0 = (1, 0, 6)$.

(b) Encuentre el volumen del sólido que está debajo del plano hallado en el inciso (a) y arriba del rectángulo $R = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1\}$.

La resolución de cada ejercicio debe ser subida por separada. En total debe subir 6 archivos en formato pdf (1 por cada ejercicio y 1 correspondiente a la Declaración Jurada).

Ejercicio 6 solo para alumna/os libres. *(20 pts.)*

Elija **la o las** opciones **correctas**. Si la serie $\sum_{n=0}^{\infty} c_n(x-1)^n$ es convergente en $x = 4$ entonces:

- es convergente en $x = -4$
- es convergente para $x \in [0, 4]$
- es convergente para $x \in (-4, 4)$
- es convergente para $x \in [-4, 4]$
- es convergente para $x \in [-1, 1]$

Este cuestionario debe ser resuelto en el Aula Virtual (no es necesario subir archivos de la resolución).