Matematica Discreta II -2015

Teóricos del final

La parte teórica del final consistirá de 4 preguntas. Habrá una pregunta de la lista A abajo, dos de la B y una de la C. Las preguntas de las partes A y C valdrán 3 puntos cada una, las de la B 2 puntos cada una. Para aprobar habrá que sumar 4 puntos y ademas obtener al menos 1,4 puntos en la parte A y al menos 1 punto en cada una de las partes B y C.

================Parte A=================

(1) ¿Cuál es la complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp? Probarlo.(Nota: en la prueba se definen unas distancias, y se prueba que esas distancias no disminuyen en pasos sucesivos de EK, y tambien se prueba que luego que un lado se vuelve critico no puede volver a usarse hasta que la distancia entre s y t haya aumentado en por lo menos 2. Ud. debe probar estas dos cosas tambien).

(2) ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Dinic? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).

(3) ¿Cual es la complejidad del algoritmo de Wave? Probarla. (no hace falta probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta).

(4) Probar que la distancia en networks auxiliares sucesivos aumenta.

================Parte B=================

(5) Probar que 2-COLOR es polinomial.

(6) Probar el teorema Max Flow-MinCut, es decir probar:
a) el valor de todo flujo es menor o igual que la capacidad de todo corte.
b) Si el valor de un flujo es igual a la capacidad de un corte entonces el flujo es maximal (y el corte minimal).
c) Si un flujo es maximal entonces existe un corte con capacidad igual al valor del flujo.

(puede usar sin probarlo el lema asociado de que al cambiar el flujo por medio de un camino aumentante de capacidad ϵ lo que queda sigue siendo flujo y su valor se incrementa en ϵ. Tambien puede usar sin probarlo que si S es un corte, y f es un flujo, entonces $v(f) = f(S, \overline{S}) - f(\overline{S}; S)$.)

(7) Enunciar y probar el Teorema de Hall.

(8) Enunciar y probar el teorema del matrimonio.

(9) Probar que si G es bipartito entonces $\chi'(G) = \Delta$.

(10) Enunciar el teorema de la cota de Hamming y probarlo.

(11) Sea H una matriz de chequeo de un código C.
a) Probar que $\delta(C)$ = mínimo número de columnas linealmente dependientes de H.
b) Probar que si H no tiene la columna cero ni columnas repetidas entonces C corrije (al menos) un error.

(12) Sea C un código cíclico de dimensión k y longitud n y sea $g(x)$ su polinomio generador.
a) Probar que C esta formado por los múltiplos de g de grado menor a n.
b) Probar que el grado de g es $n - k$.
c) Probar que $g(x)$ divide a $1 + x^n$.

================Parte C=================

(13) Probar que 3-SAT es NP-completo.

(14) Probar que 3-COLOR es NP-completo.