Chapitre 8 : Relativité restreinte

"Je n'ai aucun talent particulier. Je suis simplement curieux." (Albert Einstein)

1. Les postulats d'Einstein

«En 1905, Albert Einstein (1879 – 1955) publie un article qui allait révolutionner le monde de la physique, intitulé « Zur Elektrodynamik bewegter Körper » (Einstein A. 1905 *Annalen der Physik* **17**: 891-921). Il y expose une nouvelle théorie en remplaçant les conceptions de l'espace et du temps absolu de Newton par des conceptions relativistes sur ces grandeurs. Pour cela il se fonde sur deux hypothèses dont il étudie de façon théorique les conséquences logiques. Il pense que les résultats pourraient éventuellement être vérifiés ultérieurement par l'expérience.

a) Premier postulat : le principe de la relativité

Toutes les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie.

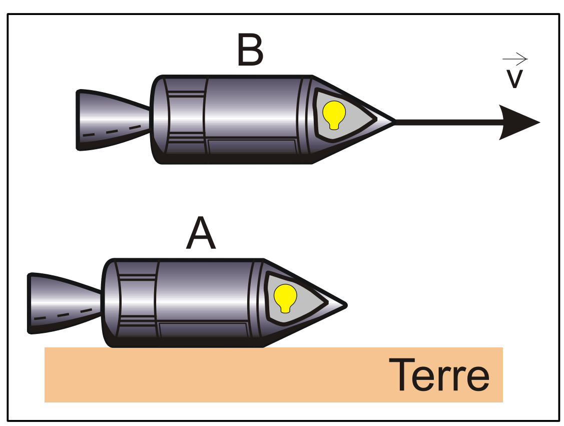
Autrement dit, des expériences identiques menées à l'intérieur de n'importe quel référentiel d'inertie (= référentiel galiléen) donneront toutes les mêmes résultats. La vitesse d'un référentiel d'inertie est sans effet. Il est impossible de trancher la question : sommes-nous au repos ou en mouvement rectiligne uniforme ?

Exemple 1

Le café que vous versez dans votre tasse s'écoule exactement de la même manière, que vous vous trouviez au repos dans votre salon, ou dans le compartiment d'un train animé d'une vitesse constante sur un tronçon rectiligne, ou encore dans un avion en mouvement rectiligne et uniforme.

Exemple 2

Un vaisseau spatial B se déplace d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un autre vaisseau A au repos par rapport à la Terre. A et B constituent des référentiels d'inertie. Dans chacun des vaisseaux les astronautes effectuent la même expérience qui consiste à allumer une lampe à l'avant du vaisseau et à mesurer la vitesse de la lumière émise. Résultat : Ils trouvent tous les deux la même valeur c = 300000 km/s.

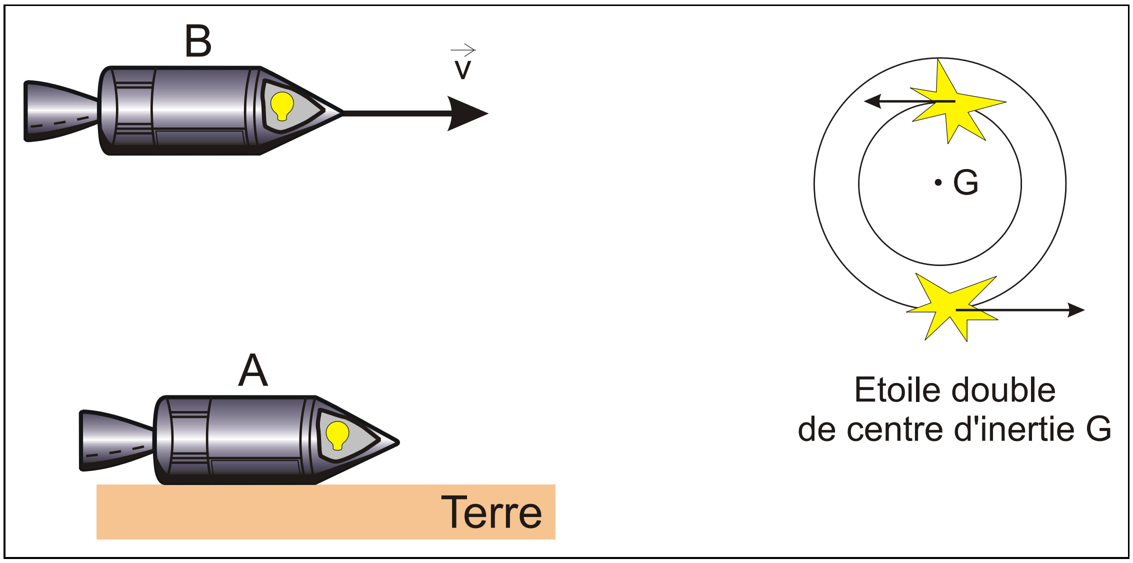


b) Deuxième postulat : Le principe de la constance de la vitesse de la lumière

La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels d'inertie. Elle est indépendante du mouvement de sa source ou de l'observateur.

Exemple 3

Reprenons les vaisseaux A et B de l'exemple 2 avec en plus une étoile lointaine double envoyant ses ondes lumineuses vers les deux vaisseaux. Les astronautes de A et de B mesurent la vitesse de la lumière issue de chacune des deux étoiles, ainsi que celle de la lumière issue d'une lampe se trouvant à bord de leur vaisseau : ils trouvent pour toutes ces vitesses le même résultat c = 300000 km/s.



Remarque

Ce postulat est difficile à admettre. Si la lumière est une onde on s'attend à ce que sa vitesse soit mesurée par rapport à un certain milieu de propagation. Mais on n'a pas pu trouver un tel milieu. Si la lumière est constituée de particules, sa vitesse devrait être mesurée par rapport à sa source. L'expérience montre qu'il n'est pas ainsi. Il est important de se rendre compte que ces deux modèles de la lumière, bien qu'extrêmement utiles, ne peuvent être considérés comme des descriptions de la « réalité ». Les physiciens n'ont simplement pas encore réussi à trouver mieux ! C'est pourquoi il ne faut pas essayer de « comprendre » le deuxième postulat en visualisant un processus physique. Il faut simplement garder à l'esprit que **sa validité est confirmée par toutes les conséquences expérimentales**.

2. Définitions

Un **événement** est un phénomène qui se produit en un point de l'espace et à un instant unique dans le temps.

Un **observateur** est une personne ou un dispositif automatique pourvu d'une horloge et d'une règle. Chaque observateur ne peut relever que les événements de son entourage immédiat et doit s'en remettre à des collègues pour relever les instants correspondants à des événements distants.

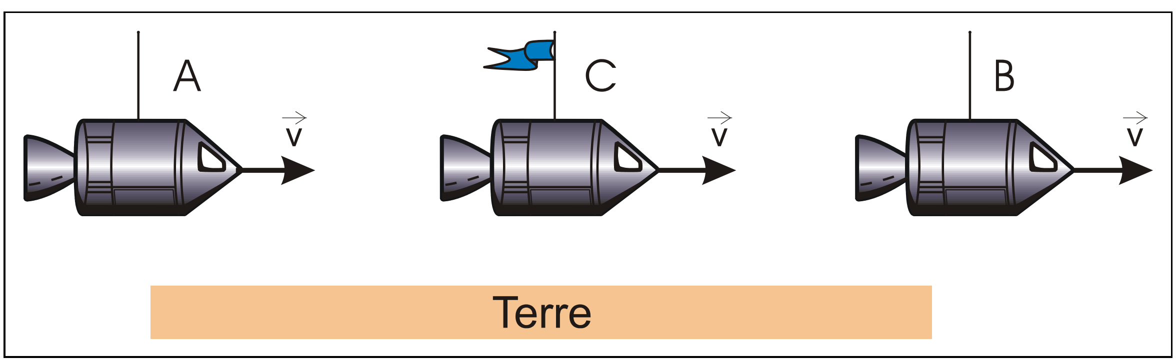
Un **référentiel** est un ensemble d'observateurs répartis dans l'espace. Un seul observateur est en fait assez proche d'un événement pour l'enregistrer, mais les données pourront être communiquées plus tard aux autres observateurs.

3. Relativité de la simultanéité de deux événements et désynchronisation des horloges

a) Relativité de la simultanéité

Faisons « l'expérience par la pensée » (« Gedankenexperiment ») suivante :

Trois astronautes se déplacent à travers l'espace, d'un mouvement rectiligne et uniforme par rapport à la Terre, au moyen des vaisseaux spatiaux A, C et B. Les vaisseaux se suivent à des distances rigoureusement égales. C porte le commandement pour l'ensemble de la flotte. Les ordres sont transmis aux vaisseaux A et B au moyen d'ondes électromagnétiques se propageant à la vitesse c.



Afin de synchroniser les horloges de A et de B, C émet l'information : « Il est midi pile ! »

Les événements « A capte l'information » et « B capte l'information » sont observés d'une part par les astronautes et d'autre part par un observateur terrestre (nous-mêmes par exemple).

Qu'observent les astronautes ?

Les astronautes se voient mutuellement au repos. Les distances de A et de B par rapport à C sont identiques. Le signal électromagnétique transmettant l'information à la vitesse c est reçu simultanément par A et B, qui vont ainsi pouvoir synchroniser leurs horloges.

Qu'observons-nous ?

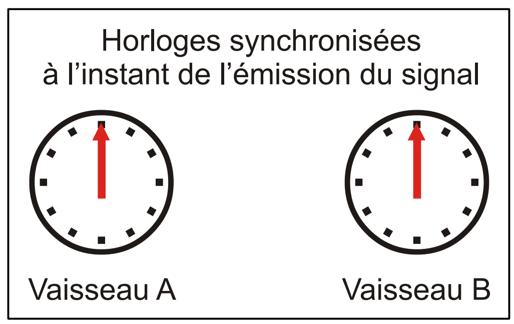
A va à la rencontre du signal, tandis que B fuit le signal. Comme la vitesse de propagation du signal vaut également c *pour nous*, l'information est captée d'abord par A, et puis, un peu plus tard seulement, par B. *Pour nous*, les deux événements ne sont donc pas simultanés.

Conclusion

Deux événements séparés dans l'espace qui ont lieu simultanément dans un référentiel ne se produisent pas simultanément dans un autre référentiel en mouvement rectiligne uniforme par rapport au premier.

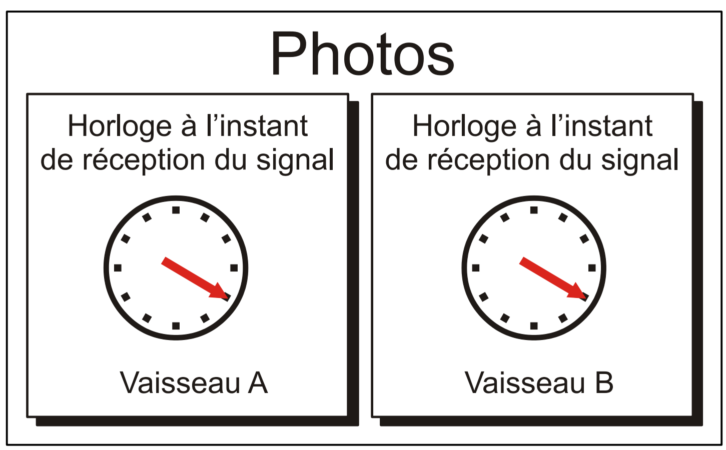
b) Désynchronisation des horloges

Voilà que les horloges des vaisseaux A et B sont synchronisées dans leur référentiel, C émet une nouvelle information. Cette fois, les astronautes de A et B prennent en photo leur horloge à l'instant de réception du signal électromagnétique.



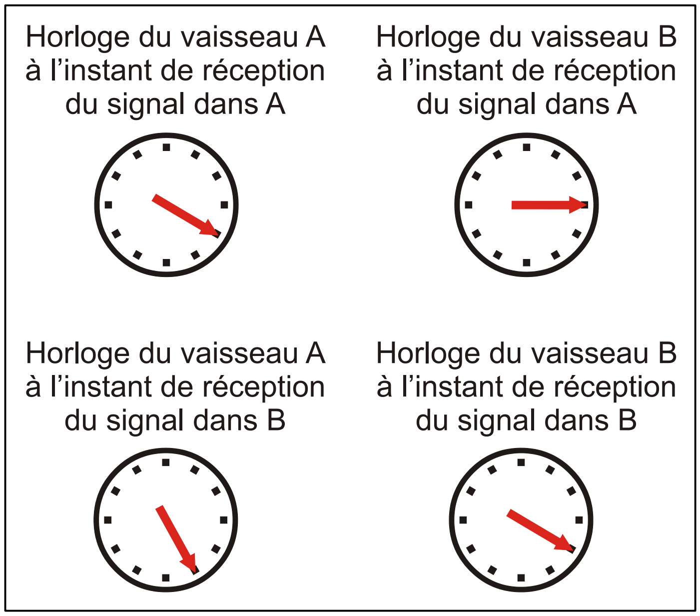
Qu'observent les astronautes ?

A l'instant où l'information est reçue, les horloges de A et B indiquent le même temps. Ceci est tout à fait évident puisque les horloges sont synchronisées, et que les événements sont simultanés !



Qu'observons-nous ?

A l'instant où A reçoit le signal, B ne l'a pas encore reçu. Par conséquent, l'horloge de A indique déjà l'heure de la réception du signal (heure affichée sur la photo), alors que celle de B n'a pas encore atteint cette heure. Il *nous* faudra attendre encore un peu jusqu'à ce que l'ordre atteigne le vaisseau B et que son horloge indique le temps de réception du signal (heure affichée sur sa photo).



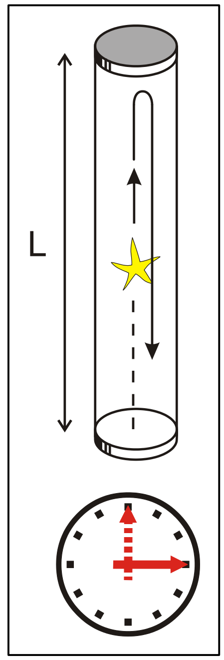
Conclusion

Si des horloges séparées dans l'espace sont synchronisées dans un référentiel où elles sont au repos, elles ne le sont pas dans un autre référentiel où elles sont en mouvement. En effet, l'horloge qui est « devant », indique une date moins grande. Ce décalage temporel est d'autant plus grand que la distance entre les horloges est grande.

Discussion

* Le décalage temporel entre deux horloges est d'autant plus grand que la distance entre les horloges est importante et que les horloges se déplacent plus rapidement.
* Pour les vitesses inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière, le phénomène est négligeable.

4. Dilatation du temps



Considérons une "horloge à lumière", où une impulsion lumineuse effectue des va-et-vient dans un tube entre deux miroirs parallèles distants d'une longueur L. Un mécanisme compte le nombre d'allers et retours comme dans les horloges mécaniques normales.

Embarquons cette horloge dans un vaisseau en mouvement rectiligne uniforme de vitesse v par rapport à la Terre. Supposons en plus que la vitesse soit perpendiculaire au tube de l'horloge.

Mesurons l'intervalle de temps entre les événements "le signal part du miroir inférieur" et "le signal est reçu par le miroir inférieur"!

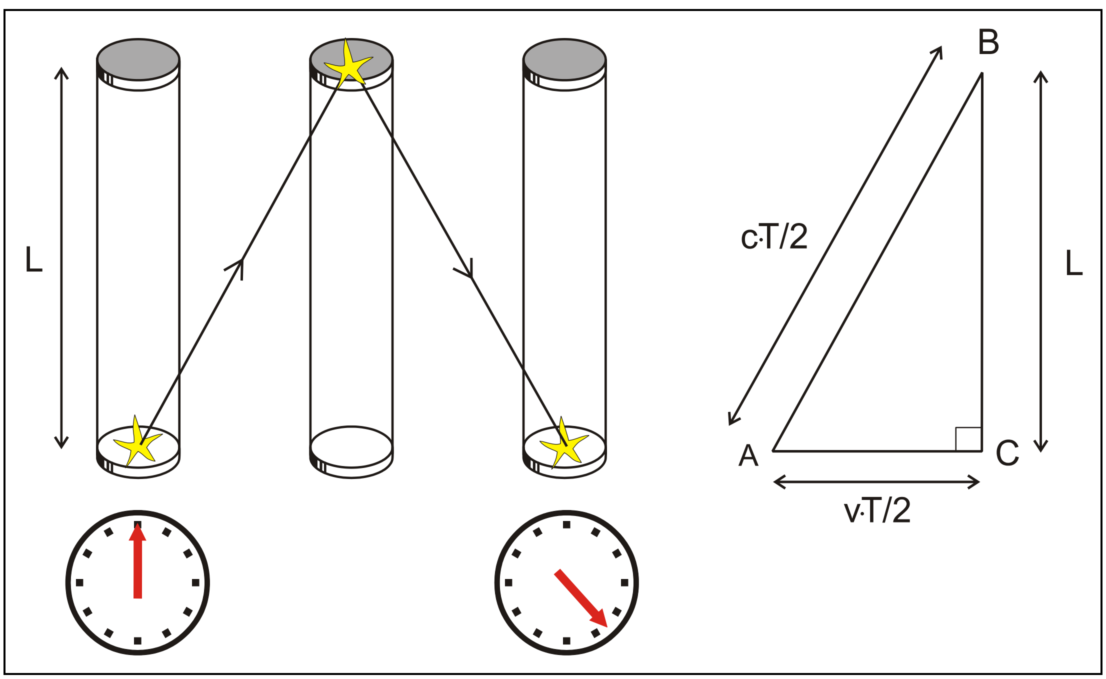
Que mesure l'astronaute ?

Pour l'astronaute, l'horloge est au repos. Le signal lumineux parcourt une distance $2L = cT_0$ entre les deux miroirs. L'intervalle de temps T_0 mesuré entre les deux événements vaut *dans le référentiel des astronautes*:

$$T_0 = \frac{2L}{c}$$

Que mesurons-nous ?

Pour nous, l'horloge est en mouvement uniforme de vitesse v et le signal parcourt une distance plus longue. D'après le second postulat, la vitesse du signal lumineux est *pour nous* également c. Il met donc un temps $T/2 > T_0/2$ pour parcourir la distance $AB > L$ entre les deux miroirs.



Relation entre T et T_0

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle rectangle (ABC) permet d'écrire:

$$\left(c\frac{T}{2}\right)^2 = \left(v\frac{T}{2}\right)^2 + L^2$$

Comme $L = c\frac{T_0}{2}$, il vient:

$$\left(c\frac{T}{2}\right)^2 = \left(v\frac{T}{2}\right)^2 + (c\frac{T_0}{2})^2 \quad \Big| \cdot 4$$

$$(cT)^2 - (vT)^2 = (cT_0)^2$$

$$T^2 = \frac{(cT_0)^2}{c^2 - v^2} = \frac{T_0^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Comme le dénominateur est inférieur à 1, $T > T_0$.

Dans le référentiel terrestre, où on a disposé deux horloges séparées dans l'espace, l'intervalle de temps est supérieur à celui enregistré *dans le référentiel de l'astronaute*, à l'aide d'une seule horloge.

Définitions: intervalles de temps propre et impropre

La durée entre deux événements se produisant au même lieu de l'espace est appelée **intervalle de temps propre**. Cet intervalle est mesuré par une seule horloge se trouvant à l'endroit où les événements se produisent.

La durée entre deux événements se produisant en des lieux différents de l'espace est appelée **intervalle de temps impropre**. Cet intervalle ne peut être mesuré que par deux horloges se trouvant aux deux endroits où les événements se produisent.

Conclusion

Deux horloges A et B séparées dans l'espace, enregistrent entre deux événements un intervalle de temps (impropre) plus grand que l'intervalle (propre) enregistré par une seule horloge se déplaçant de A vers B, et qui est présente aux deux événements.

$$\boldsymbol{\Delta t_{\text{impropre}} = \frac{\Delta t_{\text{propre}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

Exemples numériques

$v = 0{,}1c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 1{,}005 \cdot \Delta t_{propre}$

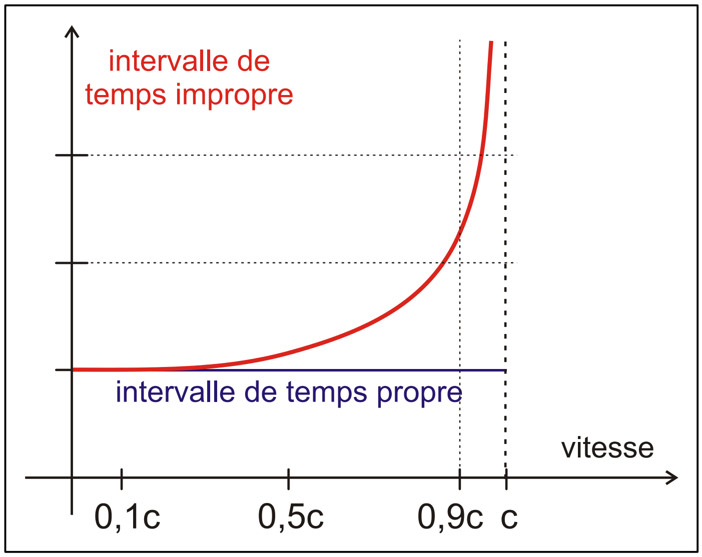
$v = 0{,}5c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 1{,}15 \cdot \Delta t_{propre}$

$v = 0{,}9c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 2{,}3 \cdot \Delta t_{propre}$

$v = 0{,}95c \Rightarrow \Delta t_{impropre} = 3{,}2 \cdot \Delta t_{propre}$

$v \to c \Rightarrow \Delta t_{impropre} \to \infty$,

quel que soit Δt_{propre}



Discussion

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), il n'y a pratiquement pas de différence entre les indications des horloges en mouvement et de celles au repos. L'idée du temps absolu de la mécanique classique reste une approximation valable.

* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, le temps doit être considéré comme une grandeur relative, dépendant de l'observateur qui le mesure.

Remarque: Les horloges en mouvement retardent

1) Si, dans l'expérience par la pensée précédente, nous nous équipons également d'une "horloge à lumière" (au repos), *nous mesurons* sur elle, pour un aller et retour du signal, la durée propre T_0 (la même que l'astronaute mesure sur son horloge au repos, à cause du premier postulat).

   Nous constatons: Pendant que sur l'horloge de l'astronaute, en mouvement, le signal a parcouru un aller et retour, celui sur notre horloge au repos a parcouru plus d'un aller et retour.

   Nous concluons que l'horloge de l'astronaute (en mouvement) marche plus lentement que notre horloge (au repos). En termes simples: l'horloge en mouvement retarde.

2) Si dans l'expérience par la pensée précédente, l'astronaute examine notre "horloge à lumière" (en mouvement pour lui), il doit aboutir à la même conclusion, c.-à-d. que notre horloge en mouvement marche plus lentement que la sienne au repos. (Voir annexe !)

Conséquence: Pour l'observateur terrestre, tout ce qui se passe dans le vaisseau spatial (gestes quotidiens, mouvements de machines, battements du cœur et autres phénomènes physiologiques,…), se déroule au ralenti. De même pour l'astronaute observant l'observateur terrestre !

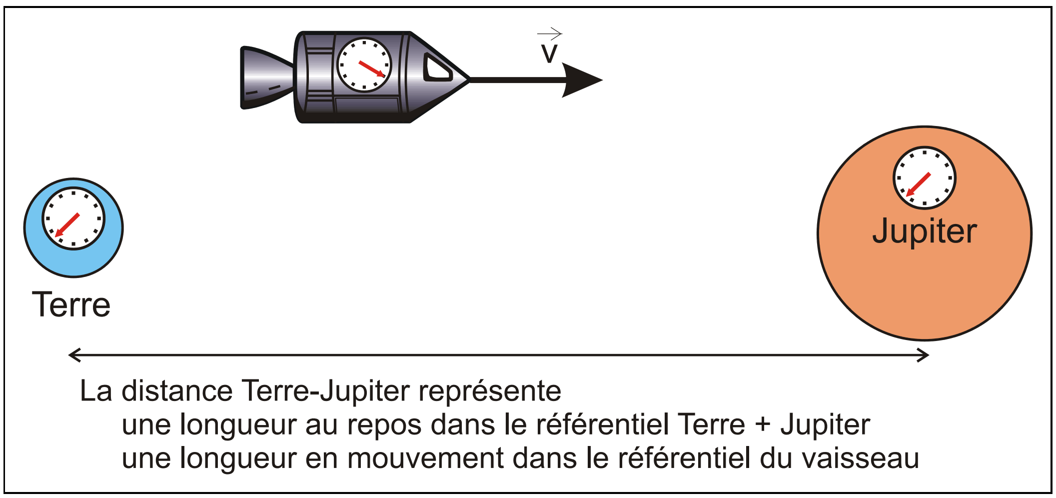
5. Contraction des longueurs

Considérons un vaisseau en train de se déplacer de la Terre vers Jupiter en ligne droite et à vitesse $\vec{v}$ constante, par rapport à la Terre et à Jupiter !

Admettons également que cette distance reste rigoureusement constante de sorte que l'ensemble Terre +Jupiter constitue un référentiel d'inertie, de même que le vaisseau en mouvement par rapport au référentiel Terre + Jupiter.

Mesurons la distance Terre-Jupiter dans les deux référentiels.

Connaissant la vitesse v du vaisseau, il suffit de mesurer la durée du voyage, c'est-à-dire la durée entre les événements "le vaisseau passe à la hauteur de la Terre" et "le vaisseau passe à la hauteur de Jupiter", et de calculer la distance cherchée.



Que mesure l'astronaute?

Pour l'astronaute, les deux événements se passent tout près de son vaisseau, donc au même endroit. Une seule horloge lui suffit. Il mesure la durée propre T_0.

Dans le référentiel de l'astronaute, la distance Terre-Jupiter est une longueur en mouvement. Elle est notée L et vaut:

$$L = vT_0$$

Que mesurons-nous?

Pour nous, les deux événements ne se passent pas au même endroit. Nous devons installer deux horloges synchronisées, une première horloge sur Terre afin de repérer la date du premier événement, et une autre sur Jupiter pour celle du deuxième événement. Nous mesurons manifestement une durée impropre T.

Par contre *dans notre référentiel*, la distance Terre-Jupiter est une longueur au repos. Elle est notée L_0 et vaut:

$$L_0 = vT$$

Relation entre L et L_0

Vitesse relative : $v = \frac{L}{T_0} = \frac{L_0}{T}$

D'après l'équation de la dilatation du temps on a: $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

En simplifiant par T_0, on obtient : $L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Comme la racine carrée est inférieure à 1, $L < L_0$.

Dans le référentiel de l'astronaute, la longueur (L en mouvement) est plus courte que *dans le référentiel terrestre* (L_0 au repos).

Conclusion

Une longueur est plus courte dans un référentiel par rapport auquel elle est en mouvement, que dans un référentiel par rapport auquel elle au repos.

$$\mathbf{L_{mouvement} = L_{repos} \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Exemples numériques

$v = 0{,}1c \Rightarrow L_{mouv} = 0{,}995 \cdot L_{repos}$

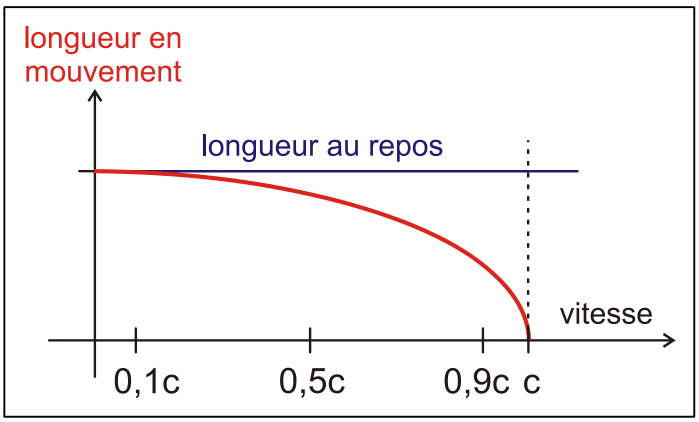
$v = 0{,}5c \Rightarrow L_{mouv} = 0{,}866 \cdot L_{repos}$

$v = 0{,}9c \Rightarrow L_{mouv} = 0{,}44 \cdot L_{repos}$

$v = 0{,}95c \Rightarrow L_{mouv} = 0{,}31 \cdot L_{repos}$

$v \to c \Rightarrow L_{mouv} \to 0$,

quel que soit L_{repos}



Discussion

* Il n'y a que les longueurs parallèles au vecteur vitesse qui dépendent du référentiel dans lequel on les mesure. (La longueur L de l'horloge lumineuse du chapitre précédent était la même dans les deux référentiels !)

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), il n'y a pratiquement pas de différence entre les longueurs en mouvement et celles au repos. L'idée de l'espace absolu de la mécanique classique reste une approximation valable.

* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, la longueur doit être considérée comme une grandeur relative, dépendant de l'observateur qui la mesure.

* Pour les photons dont la vitesse est c, la dimension spatiale parallèle à leur déplacement a complètement disparu.

Remarque: Les longueurs en mouvement raccourcissent

Considérons le référentiel terrestre, où se trouve une règle graduée au repos, et un vaisseau spatial, de vitesse v par rapport à la Terre, muni également d'une même règle graduée. *L'observateur terrestre* aussi bien que *l'astronaute* voient leur règle au repos, de longueur L_0.

L'observateur terrestre mesure, pour la longueur de la règle du vaisseau en mouvement par rapport à lui, une longueur raccourcie $L < L_0$.

De même, *l'astronaute* mesure la longueur $L < L_0$ pour la règle terrestre.

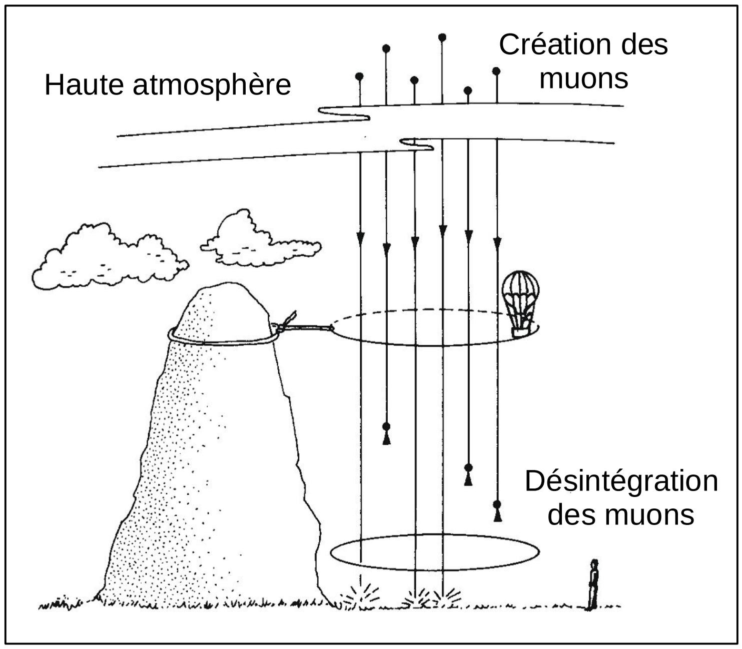
En termes simples : Si un corps initialement au repos est mis en mouvement il raccourcit suivant la direction parallèle au mouvement.

6. Preuve expérimentale de la dilatation du temps et de la contraction des longueurs: Expériences des muons (B. Rossi et D. B. Hall en 1941)

Les muons sont des particules élémentaires produites dans la haute atmosphère par bombardement avec les protons du rayonnement cosmique, et qui se désintègrent spontanément pour donner d'autres particules. Si on a N_0 muons à l'instant t = 0, on observe qu'à un instant ultérieur t il en reste

$$N = N_0 e^{-\ln 2 \cdot \frac{t}{T}}$$

où T = 1,5 μs est la demi-vie des muons *mesurée dans un référentiel où les muons sont au repos*.



L'expérience consistait à compter le nombre N_1 de muons détectés par heure au sommet du Mount Washington (New Hampshire, altitude 1910 m) ainsi que celui N_2 détecté au niveau de la mer (altitude 3 m). Le compteur fut réglé pour compter les muons ayant une vitesse égale à 0,995·c. Les résultats furent les suivants: $N_1 = 563 \pm 10$ muons et $N_2 = 408 \pm 9$ muons.

Un calcul simple montre qu'en absence de considérations relativistes, il n'y a pas moyen d'expliquer que les muons atteignent en nombre tellement élevé le niveau de la mer. En effet, les muons mettraient 6,4 μs pour parcourir les 1907 m et le nombre de muons qui atteindraient le niveau de la mer serait seulement de

$$N_2 = N_1 e^{-\ln 2 \cdot \frac{6,4}{1,5}} = 29 \text{ muons.}$$

La dilatation du temps et la contraction des longueurs nous fournissent l'explication correcte.

Explication correcte à l'aide de la dilatation du temps

L'intervalle de temps entre les événements "le muon passe au Mount Washington" et "le muon passe au niveau de la mer" est un intervalle de temps propre Δt_0 *pour le muon* et un intervalle de temps impropre Δt, beaucoup plus grand, *pour l'observateur terrestre*.

Comme $\Delta t = 6{,}4\ \mu s$ et $v = 0{,}995 \cdot c$ on obtient pour la durée du parcours *vue par le muon*:

$$\Delta t_{propre} = \Delta t_{impropre} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0{,}64\ \mu s$$

De même, la demi-vie de 1,5 µs est un intervalle de temps propre *pour le muon* et un intervalle de temps impropre, considérablement allongé, *pour l'observateur terrestre*.

$$T_{impropre} = \frac{T_{propre}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 15\ \mu s$$

Dans le référentiel du muon, la demi-vie vaut 1,5 µs et la durée du parcours 0,64 µs. Le nombre de muons atteignant le niveau de la mer vaut donc:

$$N_2 = N_1 e^{-\ln 2 \cdot \frac{0{,}64}{1{,}5}} = 419 \text{ (bonne concordance compte tenu des erreurs expérimentales)}$$

Dans le référentiel terrestre, la demi-vie vaut 15 µs et la durée du parcours 6,4 µs. On trouve le même nombre N_2.

Explication correcte à l'aide de la contraction des longueurs

Dans le référentiel du muon, la distance à parcourir du sommet du Mount Washington au niveau de la mer est une longueur en mouvement, beaucoup plus courte que la longueur $L_{repos} = 1907$ m *mesurée dans le référentiel terrestre*:

$$L_{mouvement} = L_{repos} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 191\text{m}$$

Cette faible distance sera parcourue en 0,64 µs. On retrouve le résultat précédent!

Remarque: importance de la dilatation du temps (et de la contraction des longueurs)

L'effet mesuré dans cette expérience est loin d'être négligeable. La désintégration des muons s'est faite à un rythme 10 fois plus lent qu'au repos. Tous les jours, les physiciens qui étudient les particules de haute énergie, travaillant sur des accélérateurs de grande puissance, ont affaire à des particules qui se désintègrent spontanément plus de 100 fois plus rapidement que les muons. Si la dilatation du temps ne jouait pas, elles se désintégreraient et disparaîtraient avant d'avoir parcouru plusieurs mètres, même en se déplaçant presque à la vitesse de la lumière. C'est parce que leur désintégration est ralentie qu'on peut les observer à plus de 100 mètres du point où ils sont produits dans l'accélérateur. On peut, en conséquence, les utiliser dans d'autres expériences. La dilatation du temps devient ainsi une affaire quotidienne pour ces physiciens.

7. Quantité de mouvement

Selon le premier postulat, les lois physiques sont les mêmes dans tous les référentiels d'inertie. Les trois principes de Newton, la conservation de la quantité de mouvement ainsi que la conservation de l'énergie s'appliquent toujours et dans tous les référentiels d'inertie.

Rappel: relation fondamentale de la dynamique $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ ($\vec{p}$ = quantité de mouvement)

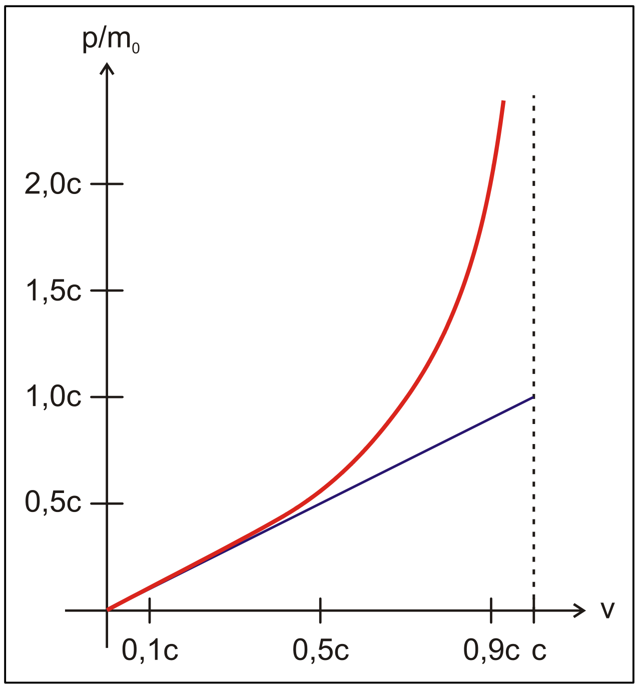
La quantité de mouvement relativiste d'une particule, de masse au repos m_0, animée d'une vitesse v, est définie par :

$$\mathbf{p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

m est la masse relativiste définie par: $\mathbf{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$

Représentation graphique

1) *(en rouge)* de la quantité de mouvement relativiste par unité de masse en fonction de la vitesse ;
2) *(en bleu)* de la quantité de mouvement classique par unité de masse en fonction de la vitesse ($p_{classique} = m_0 v$).



Discussion

* Si v = 0 alors m = m_0 qui est **la masse au repos** de la particule. Elle est égale à la masse en mécanique classique.

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), la quantité de mouvement est pratiquement égale à son expression en mécanique classique: $p \approx m_0 v$. L'expression classique reste donc une approximation valable.

* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, la quantité de mouvement doit être considérée comme grandeur relativiste, dépendant de l'observateur qui la mesure.

8. Energie

a) Energie totale

L'étude mathématique de la relativité restreinte a permis de montrer que l'énergie totale d'un corps de masse m et de vitesse v s'écrit :

$$\mathbf{E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

Pour un corps de vitesse nulle : $\mathbf{E_0 = m_0 c^2}$

La formule $E = mc^2$, la plus célèbre de la physique probablement, traduit l'équivalence entre l'énergie et la masse.

Albert Einstein a démontré *incorrectement* la formule dans son article « Ist die Trägheit eines Körpers von dessen Energieinhalt abhängig?",» (Einstein A. 1905 *Annalen der Physik* **18**: 639–643)

La formule fut établie *correctement* pour la première fois par Max Planck (Planck M. 1908 Zur Dynamik bewegter Systeme, *Annalen der Physik* 26 1-34).

b) Energie au repos

La quantité $E_0 = m_0c^2$ est l'énergie totale d'un corps au repos. Elle représente la somme de toutes les énergies "internes", (énergie thermique, énergie nucléaire, énergie chimique), et des énergies potentielles (électrique, gravitationnelle, élastique).

Pour m_0 = 1 g, on obtient $E_0 = 9 \cdot 10^{13}$ J (énergie énorme !)

Pour un électron : $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, on obtient : $E_0 = 8{,}19 \cdot 10^{-14}$ J = 511 keV

c) Equivalence énergie-masse

L'équivalence entre l'énergie et la masse constitue l'un des aspects les plus célèbres de la théorie de la relativité restreinte: si l'énergie d'un corps varie, alors sa masse varie également.

Ainsi, la libération d'énergie ΔE lors de la fusion ou de la fission nucléaire (noyaux pratiquement au repos) s'accompagne d'une diminution de masse au repos Δm_0, d'après $\Delta E = \Delta m_0 \cdot c^2$.

De même, dans toute réaction chimique libérant de la chaleur ou de la lumière, la masse au repos totale des constituants diminue. La loi de la conservation de la masse (loi de Lavoisier) doit être remplacée par la loi de la conservation de l'énergie.

Par ailleurs, un photon d'énergie E, entrant en interaction avec une autre particule (ou avec un champ électromagnétique assez fort), peut se matérialiser en une paire électron-positron (positron = anti-électron) où chacune des 2 particules (de masse au repos m_0) créées acquiert l'énergie $E/2 = mc^2$ (m = masse relativiste). L'énergie du photon doit donc être supérieure à $2m_0c^2$.

L'équivalence entre l'énergie et la masse amène les physiciens à exprimer la masse au repos d'une particule en unités d'énergie. Ainsi la masse au repos du proton $m_0 = 1{,}673\cdot 10^{-27}$ kg correspond à l'énergie $m_0c^2 = 1{,}673\cdot 10^{-27}\cdot(2{,}998\cdot 10^8)^2$ J $= 1{,}504\cdot 10^{-10}$ J.

Il serait possible, mais on ne le fait pratiquement jamais, de dire qu'un proton a une masse au repos $m_0 = 1{,}504\cdot 10^{-10}$ J/c^2. L'énergie est plutôt exprimée en électronvolts (eV).

Energie en eV du proton au repos : $\dfrac{1{,}504\cdot 10^{-10}}{1{,}602\cdot 10^{-19}}$ eV $= 9{,}38\cdot 10^8$ eV $= 938$ MeV

(MeV = méga-électron-volts).

Ainsi on dira que la masse au repos du proton est : $m_{0p} = 938$ MeV/c^2 !

Pour la masse au repos du neutron, on trouve : $m_{0n} = 940$ MeV/c^2.

Pour la masse au repos de l'électron, on trouve : $m_{0e} = 0{,}511$ MeV/c^2.

d) Masse et inertie

La théorie de la relativité révèle que l'inertie d'un corps de masse au repos m_0 et de vitesse v est exprimée par la masse relativiste : $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{E}{c^2}$

Lorsque la vitesse est faible (inférieure à 10 % de la vitesse de la lumière), on retrouve le résultat de la physique classique, à savoir que l'inertie est exprimée par la masse au repos :

$$m = m_0$$

En physique classique, la masse d'un corps est indépendante de sa température, de son énergie potentielle etc.

Pourtant, selon la relativité restreinte, la masse au repos dépend de la température : une tarte chaude a plus d'énergie, plus de masse au repos et donc plus d'inertie qu'une tarte identique froide. De même lorsqu'on comprime un ressort le supplément d'énergie élastique accroît sa masse au repos, et donc son inertie. Pour une lampe de poche allumée, la masse au repos et l'inertie diminuent. (Les très faibles variations de la masse au repos des corps macroscopiques ne sont pourtant pas mesurables !)

e) Energie cinétique

Si $v \neq 0$ alors le corps possède l'énergie $E = mc^2$ qui est la somme de l'énergie au repos E_0 et de l'énergie cinétique E_c.

L'énergie cinétique relativiste d'une particule de masse au repos m_0 et de vitesse v est définie par:

$$\mathbf{E_c = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2}$$

Discussion

* Pour les faibles vitesses (inférieures à 10 % de la vitesse de la lumière), on peut montrer mathématiquement que l'énergie cinétique E_c est pratiquement égale à son expression classique ½ m_0v^2.
* Pour les vitesses approchant la vitesse de la lumière, l'énergie cinétique doit être considérée comme grandeur relativiste, dépendant de l'observateur qui la mesure.
* Lorsque v tend vers c, alors E_c tend vers l'infini.
* Lorsque v tend vers c, alors E tend vers l'infini. Or une particule d'énergie infinie n'existe pas. Donc $v = c$ est impossible pour une particule matérielle. Voilà un résultat surprenant de la relativité restreinte.

Aucune particule de masse au repos non nulle ne peut atteindre et donc dépasser la vitesse de la lumière.

f) Relation entre l'énergie totale E et la quantité de mouvement p d'une particule

Energie totale: $E = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{E_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

$$E_0^2 = E^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$E_0^2 = E^2 - E^2\frac{v^2}{c^2}$$

$$E_0^2 = E^2 - m^2c^4\frac{v^2}{c^2}$$

$$E_0^2 = E^2 - m^2v^2c^2$$

$$\boxed{\mathbf{E_0^2 = E^2 - p^2c^2}} \qquad (1)$$

Discussion

* **Cas des photons : v = c**

Comme $E = mc^2$ et $pc^2 = mvc^2$, on a : $vE = pc^2$ (2)

v = c dans (2) $\Rightarrow$ $\boxed{\textbf{pour les photons : E = pc}}$ (3)

(1) et (3) $\Rightarrow$ $\boxed{\textbf{pour les photons : } \mathbf{E_0 = 0}}$

Or $E_0 = m_0c^2$ $\Rightarrow$ $\boxed{\textbf{pour les photons : } \mathbf{m_0 = 0}}$

Par contre, les photons transportent de la quantité de mouvement dont il faut tenir compte lors de collisions avec d'autres particules !

* Pour des **particules matérielles de très grande** vitesse pour lesquelles l'énergie totale E est largement supérieure à l'énergie au repos E_0, et on obtient:

$$\boxed{\mathbf{E \approx pc}}$$

* L'énergie totale E et la quantité de mouvement p d'une particule dépendent du référentiel dans lequel on les mesure. Par contre la quantité $E^2 - p^2c^2$ ne dépend pas du référentiel. C'est une quantité invariante. On l'appelle **invariant relativiste**.

Pour en savoir plus…

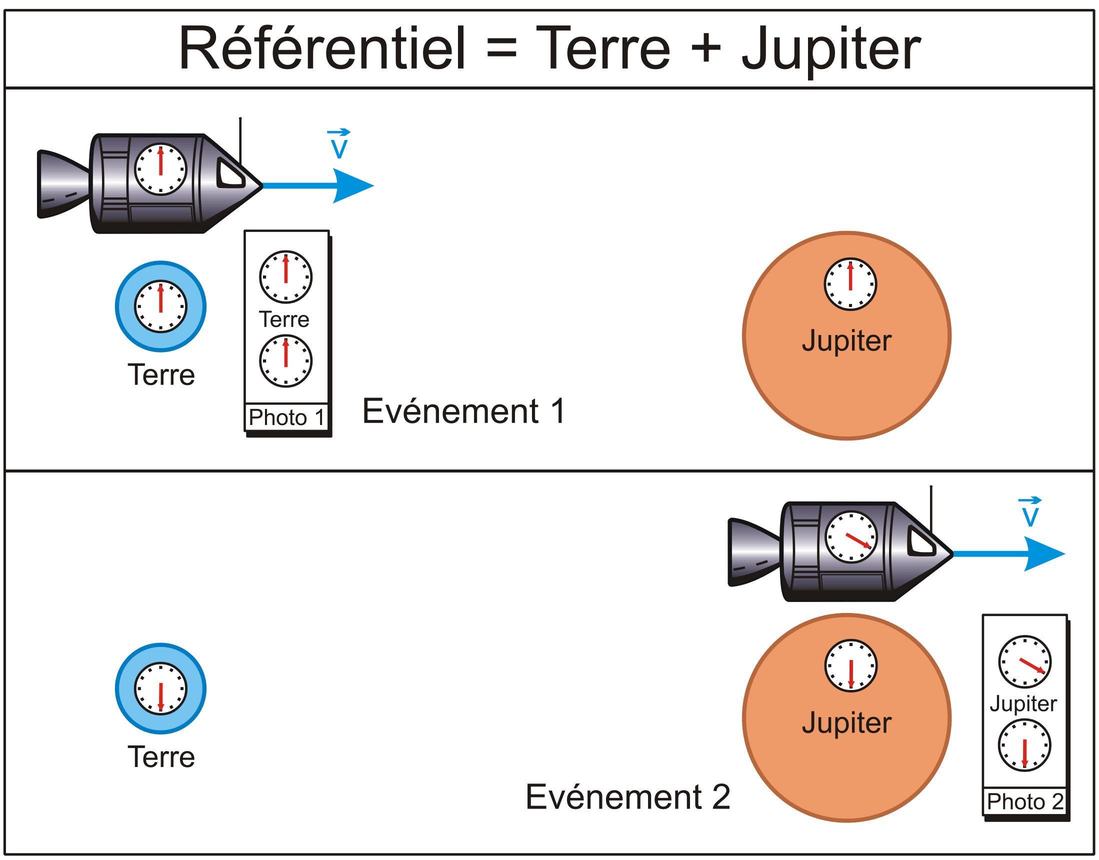
Annexe : deux paradoxes de la théorie de la relativité

a) Paradoxe du retardement des horloges en mouvement

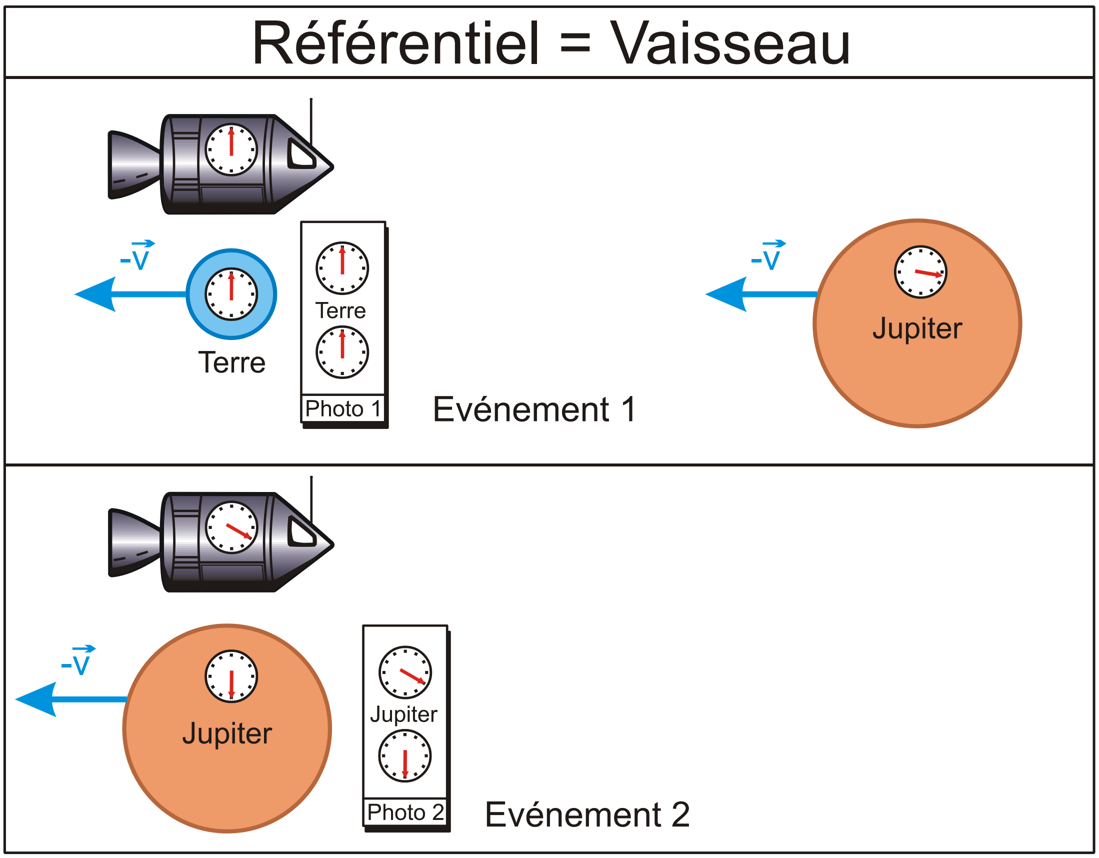
Un observateur terrestre qui regarde une horloge se déplacer rapidement dans l'espace constate que cette horloge retarde par rapport aux horloges terrestres. D'après le premier postulat, un observateur voyageant avec l'horloge et voyant l'observateur terrestre se déplacer, doit constater la même chose, c'est-à-dire que les horloges de la Terre retardent par rapport aux siennes.

Exposée en ces termes la situation semble être totalement paradoxale. La situation est étrange pour notre sens classique du temps mais il n'y a pas d'incompatibilité logique, comme on va le montrer.

Reprenons l'exemple de l'astronaute parcourant le trajet Terre-Jupiter au bord de sa fusée évoqué dans le paragraphe 5 sur la contraction des longueurs. *Les observateurs sur Terre et Jupiter* disposent de deux horloges synchronisées *dans leur référentiel (celui de la Terre et de Jupiter)*, l'une installée sur Terre, l'autre sur Jupiter. Ils mesurent l'intervalle de temps impropre entre les événements "la fusée passe à la hauteur de la Terre" et "la fusée passe à la hauteur de Jupiter". Cet intervalle est donc nécessairement plus long que celui mesuré *par l'astronaute* qui lui mesure l'intervalle de temps propre entre ces deux événements. Les observateurs sur Terre et sur Jupiter concluent donc que l'horloge de l'astronaute retarde par rapport aux leurs.



Quel est *le point de vue de l'astronaute* ? Il voit d'abord la Terre défiler auprès de lui (instant où il s'assure que son horloge et celle de la Terre indiquent bien la même date), puis Jupiter. *Pour l'astronaute*, les deux horloges installées sur Terre et sur Jupiter ne sont pas synchronisées : l'horloge de la Terre qui est le plus loin devant indique une date antérieure à celle indiquée par l'horloge de Jupiter, laquelle a déjà avancé plus loin dans le temps. Donc à l'instant de passage de la Terre où l'astronaute voit l'indication de l'horloge terrestre, l'indication de celle de Jupiter est déjà supérieure aussi bien à celle de l'horloge terrestre qu'à celle de sa propre horloge. Il est donc tout à fait plausible pour l'astronaute de constater au passage de Jupiter, que l'horloge sur Jupiter indique une date supérieure à la sienne, et qu'elle retarde par rapport à la sienne! En effet, les horloges de Jupiter et de la Terre ont enregistré un intervalle plus court entre les deux événements que l'horloge de l'astronaute!



On peut montrer que:

Si deux horloges séparées d'une longueur L_0 sont synchronisées dans leur propre référentiel, alors elles présentent un décalage temporel par rapport à un référentiel en mouvement avec la vitesse v, donnée par la relation:

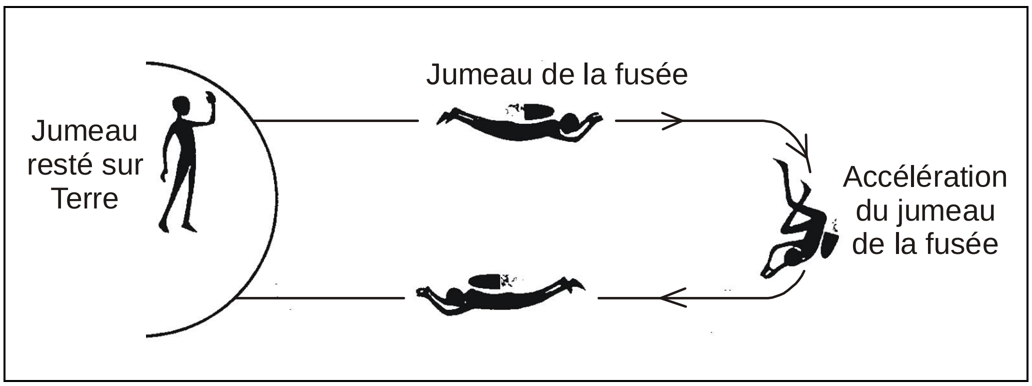
$$\delta = \frac{L_0 v}{c^2}$$

b) Le paradoxe « des jumeaux de Langevin ».

Il apparaît une situation quelque peu différente dans ce qu'on appelle le "paradoxe des jumeaux". Deux jumeaux sont au repos sur la Terre. L'un d'eux fait un voyage en fusée, à très grande vitesse, jusqu'à une planète voisine. Pendant son voyage, *le jumeau resté sur Terre* voit retarder les horloges du jumeau de la fusée. Parmi toutes les horloges possibles, il y a les processus biologiques et *le jumeau qui est sur Terre* pense donc que le jumeau de la fusée vieillit moins vite que lui. La même chose est vraie au cours du trajet retour, puisque la dilatation du temps ne dépend que du carré de la vitesse. A la fin du voyage, par conséquent, les deux jumeaux sont côte à côte, mais celui de la fusée est plus jeune que celui qui est resté sur Terre.

Cette conclusion est stupéfiante, mais la plupart des physiciens pensent que c'est la conclusion correcte déduite de la relativité.

Le paradoxe apparaît quand on se demande ce que pense *le jumeau de la fusée*. Lui, il voit le jumeau resté sur Terre vieillir moins vite que lui, et, quand il revient sur Terre, il pense que le jumeau resté au sol doit être le plus jeune. Or cette conclusion vient d'une faute de raisonnement et est donc incorrecte.



Pourtant, les deux situations ne sont-elles pas identiques ? Comment le jumeau de la fusée peut-il savoir si ce n'est pas le jumeau restant sur Terre qui est parti avec la Terre et puis revenu ? La différence physique est que le jumeau de la fusée a accéléré au début du voyage, à la fin du voyage aller pour faire demi-tour, et à la fin du voyage retour. Celui resté sur Terre par contre n'a pas subi d'accélération. Or, l'accélération est un phénomène qu'on peut observer physiquement. Le voyage n'est donc pas symétrique pour les deux jumeaux, et il est permis à tous les deux de conclure que c'est le jumeau de la fusée qui est le plus jeune.

On voit que la résolution du paradoxe fait intervenir une discussion sur les accélérations subies par deux observateurs différents. Or, c'est à la théorie de la relativité générale qu'il faut faire appel pour interpréter les mouvements accélérés.