## 5<sup>a</sup> Lista de Exercício-Análise de Sobrevivência e Confiabilidade

- 1. Seja T uma variável aleatória que representa o tempo até a ocorrência de um evento de interesse, com função de risco acumulado dado por:  $H(t) = \lambda(e^{\alpha t} 1)/\alpha$ , com  $\lambda > 0$  e  $\alpha \in R$ .
  - (a) Determine a função de risco (ou taxa de falha) de T e estude suas propriedades e faça uma representação gráfica para  $\alpha < 0$ ,  $\alpha > 0$  e  $\alpha = 0$ .
  - (b) Qual são as condições para que o modelo tenha a propriedade de riscos proporcionais.
  - (c) Proponha um modelo de regressão com a propriedade de riscos proporcionais, supondo que somente tem-se um covariável com dois níveis (x=0,placebo, x=1, nova droga) e obtenha a razão de riscos entre os indivíduos que receberam o placebo e a nova droga.
  - (d) Proponha um modelo de regressão teste de falha acelerado, supondo que somente tem-se um covariável com dois níveis (x=0,placebo, x=1, nova droga) e obtenha o fator de aceleração entre os indivíduos que receberam o placebo e a nova droga.
  - (e) Em (d) obtenha o tempo mediano para os indivíduos que receberam o placebo e a nova droga.
  - (f) Em (d) supondo que temos n observações com tempos de sobrevivência ou tempos de censura, escreva a função de verossimilhança.
- 2. Um produtor de requeijão deseja comparar dois tipos de embalagens (A e B) para seu produto. Ele deseja saber se existe diferença na durabilidade de seu produto com relação à embalagens. O produto dele é vendido a temperatura ambiente e sem conservantes. O evento de interesse é o aparecimento de algum tipo de fungo no produto e os dados estão apresentados na tabela abaixo.

Embalagem	Tempo (horas)												
A	31	33	36	40	40	42	43	44	44	46	46	47	48
	48	49	50	50	60	60	60	60	60 +	60 +	60 +	60 +	60 +
В	47	48	48	48	49	49	49	49	50	50	50	50	53
	53	53	53	54	54	54	55	55 +	55 +	55 +	55 +	55 +	55 +

- (a) Proponha um modelo de regressão paramétrico adequado.
- (b) Avalie a adequabilidade do modelo de regressão.
- (c) Obtenha uma estimativa do tempo mediano de duração do requeijão com as embalagens A e B e seu respectivo erro padrão.
- (d) Obtenha e interprete o fator de aceleração e avalie o efeito das embalagens na duração do produto.
- (e) Em (d) obtenha uma uma estimativa intervalar com 90% de confianca.
- (f) Existem diferenças na durabilidade entre os produtos A e B, use um nível de significância de 5%.
- 3. Ajuste os dados no exercício (2) ao modelo do exercício (1) e responda todas as questões.
- 4. Seja  $t_1, \ldots, t_n$  n observações dos tempos de recorrência ou de censura de pacientes com câncer submetidos à radioterapia. Suponha que os tempos de recorrência da doença podem ser modelados por uma família paramétrica com função de sobrevivência  $S(t) = 1 (1 e^{-\lambda t})^{\theta}$  com  $\lambda > 0$  e  $\theta > 0$ .
  - (a) Estude as propriedades da função de risco (ou taxa de falha) do tempo de recorrência T e faça uma representação gráfica.
  - (b) Suponha que a idade é fator (x) que influência no tempo de recorrência da doença, proponha um modelo de regressão para avaliar esse efeito se temos como informação a idade dos pacientes,  $x_i$ .
  - (c) Em (b) interprete o coeficiente de regressão.
  - (d) Escreva a função de verossimilhança e a função escore e a matriz de informação observada.
  - (e) Supondo que as covariável (idade) está relacionado com o parâmetro  $\lambda$ , obtenha a estatística de escore para testar a hipóteses  $H_0: \theta = 1$  vs  $H_1: \theta \neq 1$ .
- 5. Os dados referem-se a pacientes que, após serem submetidos à cirurgia de intestino, receberam tratamento quimioterápico com as drogas Compath ou Zena. Os pacientes foram acompanhados após a cirurgia por 250 dias observandose, para cada um deles, o tempo em que ficaram livres de qualquer alteração no estado de saúde com o respectivo tratamento quimioterápico que receberam. Os tempos citados encontram-se apresentados a continuação sendo, aqueles indicados com asterisco, os tempos de sobrevivência que abandonaram o tratamento ou que não apresentaram nenhuma alteração no período de 250 dias em que foram acompanhados, ou seja, as censuras.

Droga	Tempos (em dias) até a ocorrência da $1^a$ alteração pós-cirúrgica
	8 11 19 24* 28 33 36* 38 44 96
Compath	124 130 250 250* 250*
Zena	7 8 10 12 13 14* 19 23 25* 26
	27 31 31* 49 59* 64* 87
	89 107 117 119 130 148 153 156 159
	191 222 250* 250* 250* 250*
	250* 250* 250* 250* 250* 250*
	250* 250* 250* 250* 250* 250*

## Pede-se

- (a) Proponha um modelo de regressão paramétrico adequado.
- (b) Avalie a adequabilidade do modelo de regressão.
- (c) Desenvolva um teste de razão de verossilhanças para avaliar se existe diferenças entre as drogas Compath e Zena no tempo de sobrevida dos pacientes, use um nível de significância de 5%.
- (d) Obtenha uma estimativa do tempo mediano de sobrevivência de paciente que foram tratados com as drogas Compath e Zena.
- (e) Obtenha e interprete o fator de aceleração e avalie o efeito das drogas nos tempos de sobrevivência.
- (f) Em (e) obtenha uma uma estimativa intervalar com 90% de confiança.

Exercícios para entregar: 1, 3, 5.