LIMACHI SURCO JORGE LUIS

Practica 3 Bimestre 2024

Matemáticas para la Informática

L

1. Sean los conjuntos $A = \{1, 3, 5\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} \,/\, 1 < x \leq 6\}$ y sea R una relación de A en B definida por:

$$x R y \iff x > y - 2$$

a) Definir R por extensión

b) Representar $A \times B$ y R

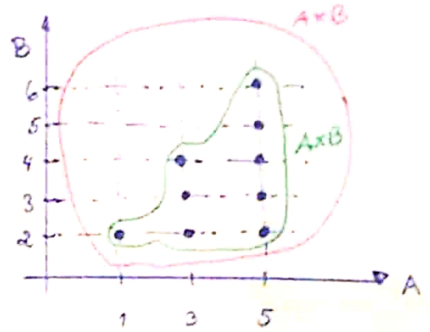
c) Determinar R^{-1}

a) $A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$R = \{(1,2), (3,2), (3,3), (3,4), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$

b)



c) $R^{-1} = \{(2,1), (2,3), (3,3), (4,3), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5)\}$

2. Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, (x^2 - 2)^2 = x^2\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} \,/\, 1 < x \leq 5\}$

$C = \{x \in \mathbb{Z} \,/\, -3 < x \leq 3\}$ y las relaciones $R \subset A \times B$ y $S \subset B \times C$

Se define mediante

$x R y \iff x + y$ es múltiplo de 5

$y S z \iff 3 / y+z$

a) Definir R y S por extensión

Desarrollando $(x^2-2)^2 = x^2$

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Sea $u = x^2$

$u^2 - 5u + 4 = 0$

$(u-4)(u-1) = 0$

$u = 4 \to x^2 = 4$ ∴ $x = 2$, $x = -2$

$u = 1 \to x^2 = 1$ ∴ $x = 1$, $x = -1$

$A = \{-2, -1, 1, 2\}$

$B = \{2, 3, 4, 5\}$

$C = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$R \subset A \times B$, $\quad x R y \Leftrightarrow x + y$ es múltiplo de 5

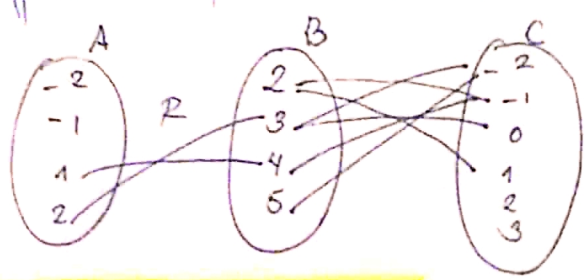
$R = \{(2,3), (1,4)\}$

$S \subset B \times C$

$y S z \Leftrightarrow 3 / y + z$

$S = \{(2,-1), (2,1), (3,-2), (3,0) (4,-1), (5,-2)\}$

b) Definir la composición $S \circ R \subset A \times C$ por extensión



$S \circ R = \{(1,-1, (2,-2), (2,0)\}$

c) Determinar el dominio y la imagen de las tres relaciones

$D(R) = \{2, 1\}$ $\quad$ $I(R) = \{3, 4\}$

$D(S) = \{2, 3, 4, 5\}$ $\quad$ $I(S) = \{-1, 1, -2, 0, -2\}$

$D(S \circ R) = \{1, 2\}$ $\quad$ $I(S \circ R) = \{-1, 0, -2\}$

3. En cada uno de los siguientes ejercicios determine las propiedades que cumple la relación en $A = \{a, b, c, d, e\}$

a) Si $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e)\}$

Reflexiva : $\forall x : x \in A \Rightarrow xRx$

Simétrica: $\forall x \forall y \in A : xRy \Rightarrow yRx$

Transitiva :

Antisimétrica : $\forall x \forall y : xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$

b) Si $R = \{(a, b), (b, d), (c, e), (e, c)\}$

- Arreflexiva : $\forall x : x \in A \Rightarrow x \not R x$
- No simétrica : $\exists x \exists y / xRy \wedge y \not R x$
- A transitiva : $\forall x \forall y \forall z : xRy \wedge yRz \Rightarrow x \not R z$
- No antisimétrica : $\exists x \exists y : xRy \wedge yRx \Rightarrow x \neq y$

c) Si $R = \{(a, d), (b, e), (c, c), (e, b), (d, a)\}$

No reflexiva : $\exists x / x \in A \wedge x \not R x$

Simétrica

No transitiva : $\exists x \exists y \exists z / xRy \wedge yRz \wedge x \not R z$

No antisimétrica

d) Si $R = \{(a, b), (a, d), (c, d), (e, d)\}$

Arreflexiva

Asimétrica

Transitiva

Antisimétrica

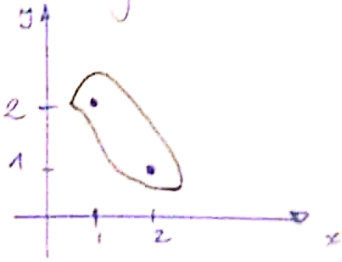
4) En el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ se define la siguiente relación

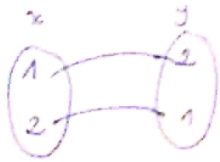
$$xRy \iff \frac{3}{x+y}$$

a) Definir R por extensión

$$R = \{(1,2), (2,1)\}$$

b) Formar el diagrama de R





c) Clasificar R

No reflexiva : $\exists x / x \in R \wedge x \not R x$

Simétrica : $\forall x \forall y \in R \quad xRy \Rightarrow yRx$

No transitiva : $\exists x \exists y \exists z / xRy \wedge yRz \wedge x \not R z$

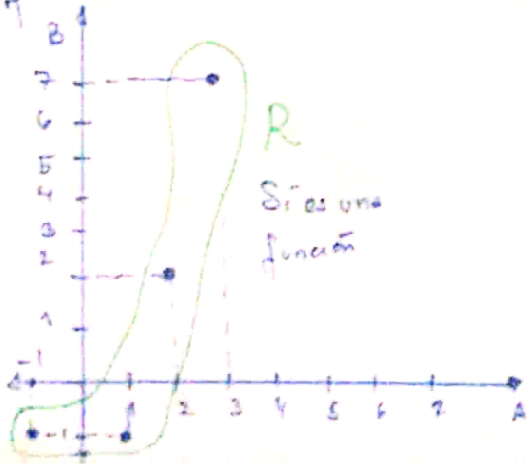
No antisimétrica : $\forall x \forall y : xRy \wedge yRx \Rightarrow x \neq y$

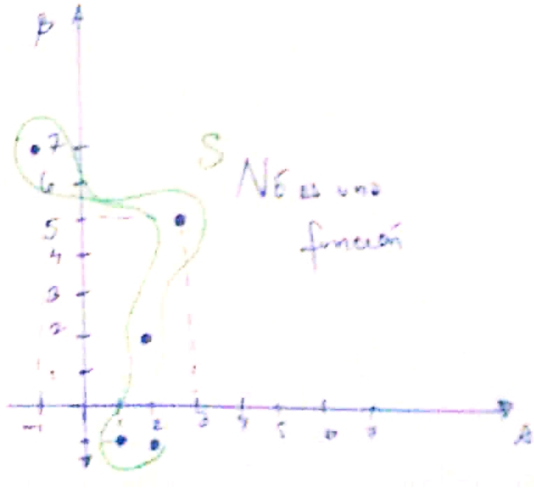
5) Sean $A = \{-1, 1, 2, 3\}$ y $B = \{-1, 2, 5, 7\}$ y sean las relaciones

$$R = \{(-1,-1), (1,-1), (2,2), (3,7)\}$$

$$S = \{(-1,7), (1,-1), (2,-1), (2,2), (3,5)\}$$

a) Determinar gráficamente si cada una de estas relaciones es o no una función



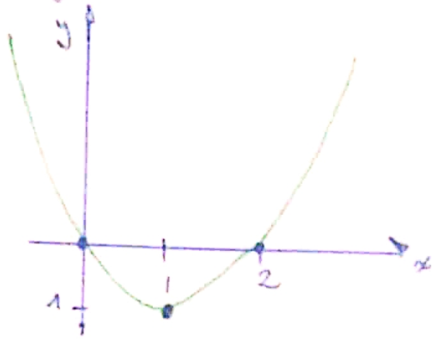


b) Si es una función determine su imagen

$I(R) = \{-1, 2, 7\}$

6) Sea $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ una función tal que $f(x) = x^2 - 2x$

Representar gráficamente y determinar si es Inyectiva



x	y
1	-1
2	0
0	0

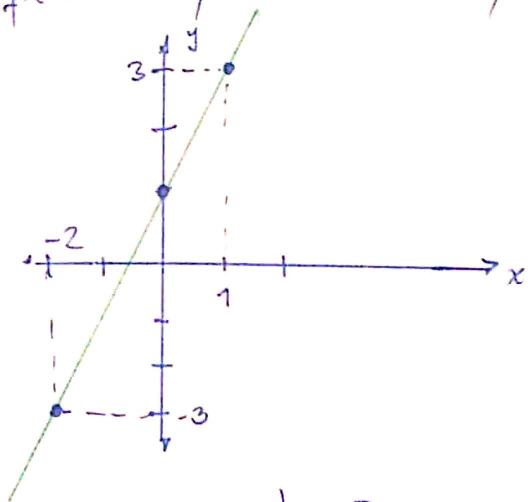
En los pares

(2, 0), (0, 0) vemos que la imagen de la función no es de un solo elemento de x, por lo tanto no es inyectiva

7) Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función tal que $f(x) = 2x + 1$

Representar gráficamente y demuestre si es inyectiva

x	y
0	1
1	3
-2	-3



Demostración:

Si es inyectiva

$$2x_1 + 1 = 2x_2 + 1$$

$$2x_1 = 2x_2$$

$$\boxed{x_1 = x_2}$$