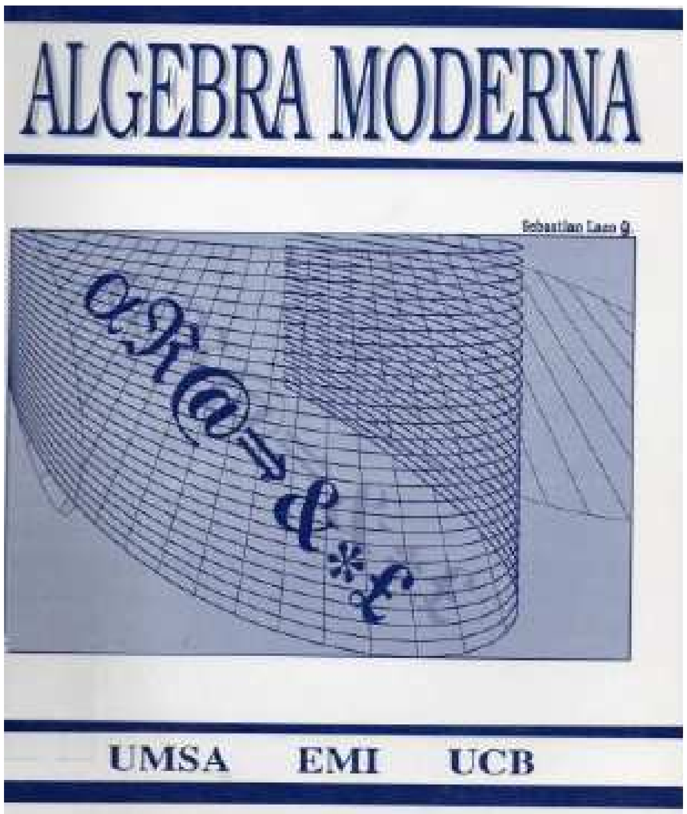
SOLUCIONARIO
ÁLGEBRA MODERNA
Sebastián Lazo



Autor del solucionario: Luis Marcelo Borja Huanca

Chelión Profe

Primera Edición Digital
Año 2020

PRÓLOGO A LA PRIMERA EDICIÓN DIGITAL

A partir del mes de marzo de 2020, con el inicio de una serie de confinamientos totales y parciales, las formas de vida se han virtualizado con mucha fuerza, hasta el punto en que el único medio de irrumpir en la vida de otro en muchos casos es únicamente a través de Internet. A esta lógica no escapa de ninguna manera el noble trabajo de la educación formal e informal.

Es en este contexto que, en cierto modo empujado por las circunstancias, me resolví colocar a disposición del público el Solucionario de Álgebra Moderna de Sebastián Lazo en formato PDF. Este solucionario, aún inconcluso, es el fruto varios años como auxiliar de cátedra en la Universidad San Francisco Xavier de Chuquisaca y como profesor particular de Álgebra Moderna. Espero sea de provecho para el lector del mismo.

Marcelo Borja


ABC
LÓGICA

LÓGICA

Simbolizar cada una de las proposiciones siguientes:

1. "El gordo Alberto vive para comer y no come para vivir."

Sol.

p = El gordo Alberto vive para comer.

q = El gordo Alberto come para vivir.

$\sim q$ = El gordo Alberto no come para vivir.

Luego, tenemos: $p \wedge \sim q$

2. "La decisión dependerá del juicio o la intuición, y no de quién pagó más".

Sol.

p = La decisión dependerá del juicio

q = La decisión dependerá de la intuición

r = La decisión dependerá de quién pagó más

$\sim r$ = La decisión no dependerá de quién pagó más

Luego, tenemos:

$$(p \vee q) \wedge \sim r$$

3. "Si esta planta no crece, entonces necesita más agua o mejor abono".

Sol.

p = esta planta crece.

$\sim p$ = esta planta no crece.

q = esta planta necesita más agua.

r = esta planta necesita mejor abono.

Luego, tenemos:

$$\sim p \rightarrow (q \vee r)$$

4. "El juez lo sentencia a Octavio si y solo si el fiscal puede probar su culpabilidad o el testigo no dice la verdad."

Sol.

p = El juez sentencia a Octavio.

q = El fiscal puede probar la culpabilidad de Octavio.

r = El testigo dice la verdad.

$\sim r$ = El testigo no dice la verdad.

Luego, tenemos:

$$p \leftrightarrow (q \vee \sim r)$$

5. "Si una sustancia orgánica se descompone, entonces sus componentes se transforman en abono y fertilizan el suelo".

Sol.

p = Una sustancia orgánica se descompone

q = Sus componentes se transforman en abono

r = Sus componentes fertilizan el suelo

Luego, tenemos:

$$p \rightarrow (q \wedge r)$$

6. Sean p, q y r los siguientes enunciados:

p: Estudiaré matemática.

q: Iré a mi clase de computación.

r: Estoy de buen humor

Escriba en lenguaje común las oraciones que corresponden a los siguientes enunciados:

a) $\sim p \wedge q$

Sol: "No estudiaré matemática e iré a mi clase de computación".

b) $r \rightarrow (p \vee q)$

Sol: "Si estoy de buen humor, entonces estudiaré matemática o iré a mi clase de computación".

c) $\sim r \rightarrow (p \vee \sim q)$

Sol: "Si no estoy de buen humor, entonces estudiaré matemática o no iré a mi clase de computación".

d) $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow r$

Sol: "No estudiaré matemática e iré a mi clase de computación si y sólo si estoy de buen humor.

Determinar, por medio de una tabla de verdad, si cada una de las siguientes proposiciones es una tautología, contradicción o contingencia.

7. $[(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow p] \vee (p \wedge q)$

Sol.

p	q	$[(\sim p$	$\wedge$	$\sim q)$	$\rightarrow$	$p]$	$\vee$	$(p$	$\wedge$	$q)$
V	V	F	F	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F	F	F	F	F	F

Contingencia.

8. $[(p \to \sim q) \wedge p] \veebar (\sim p \wedge q)$

Sol.

p	q	$[(p$	$\to$	$\sim q)$	$\wedge$	$p]$	$\veebar$	$(\sim p$	$\wedge$	$q)$
V	V	V	F	F	F	V	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V	V	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	F	F	F	V	F	F

Contingencia

9. $[(\sim p \veebar \sim q) \wedge (p \to \sim q)] \vee \sim (\sim p \leftrightarrow q)$

Sol.

p	q	$[(\sim p$	$\veebar$	$\sim q)$	$\wedge$	$(p$	$\to$	$\sim q)]$	$\vee$	$\sim$	$(\sim p$	$\leftrightarrow$	$q)$
V	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V	V	V	V	V	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F	F	V	V	V	V	V	F	F

Tautología

10. $\{(p \wedge q) \vee [p \wedge (\sim p \vee q)]\} \veebar \sim(p \rightarrow \sim q)$

Sol.

p	q	$\{(p$	$\wedge$	$q)$	$\vee$	$[p$	$\wedge$	$(\sim p$	$\vee$	$q)]\}$	$\veebar$	$\sim$	$(p$	$\rightarrow$	$\sim q)$
V	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V	F	V	V	F	F
V	F	V	F	F	F	V	F	F	F	F	F	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	F	V	V	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V

Contradicción

11. $\{[p \rightarrow (q \wedge \sim p)] \wedge \sim q\} \leftrightarrow \sim(p \vee q)$

Sol.

p	q	$\{[p$	$\rightarrow$	$(q$	$\wedge$	$\sim p)]$	$\wedge$	$\sim q\}$	$\leftrightarrow$	$\sim$	$(p$	$\vee$	$q)$
V	V	V	F	V	F	F	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F	F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	V	V	V	V	F	F	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V	V	V	V	V	F	F	F

Tautología

12. $(\sim p \veebar \sim r) \leftrightarrow [\sim(p \wedge q) \vee \sim r]$

Sol.

p	q	r	$(\sim p$	$\veebar$	$\sim r)$	$\leftrightarrow$	$[\sim($	p	$\wedge$	$q)$	$\vee$	$\sim r]$
V	V	V	F	F	F	V	F	V	V	V	F	F
V	V	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F	V	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	V	V	V	F	F	V	V
F	V	V	V	V	F	V	V	F	F	V	V	F
F	V	F	V	F	V	F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V	F	F	F	V	F
F	F	F	V	F	V	F	V	F	F	F	V	V

R

Contingencia.

13. $[(\sim p \vee q) \wedge (q \to r)] \to \sim(p \wedge \sim r)$

Sol.

p	q	r	$[(\sim p$	$\vee$	$q)$	$\wedge$	$(q$	$\to$	$r)]$	$\to$	$\sim($	p	$\wedge$	$\sim r)$
V	V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F
V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F	F	V	V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F	V	F	V	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	V	V	F	F	F
F	F	F	V	V	F	V	F	V	F	V	V	F	F	V

Tautología

14. $[(\sim p \wedge q) \rightarrow \sim r] \leftrightarrow [r \wedge \sim(p \vee \sim q)]$

Sol.

p	q	r	$[(\sim p$	$\wedge$	$q)$	$\rightarrow$	$\sim r]$	$\leftrightarrow$	$[r$	$\wedge$	$\sim$	$(p$	$\vee$	$\sim q)]$
V	V	V	F	F	V	V	F	F	V	F	F	V	V	F
V	V	F	F	F	V	V	V	F	F	F	F	V	V	F
V	F	V	F	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	V	V	F	F	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F	V	F	F	V	F	F	F	V	V
F	F	F	V	F	F	V	V	F	F	F	F	F	V	V

Contradiccion

15. $[(r \to \sim p) \wedge (p \to \sim q)] \vee [(\sim p \to r) \wedge (\sim q \to p)]$

Sol.

p	q	r	[(r	→	~p)	∧	(p	→	~q)]	∨	[(~p	→	r)	∧	(~q	→	p)]
V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	V	F	V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	V	F	F	V	F	F	V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	V	V	F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V	F
F	V	F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	F	F	F	F	V	F
F	F	V	V	V	V	V	F	V	V	V	V	V	V	F	V	F	F
F	F	F	F	V	V	V	F	V	V	V	V	F	F	F	V	F	F

R

Tautología

Sean q y s proposiciones cualesquiera, p y r proposiciones tales que $\sim(p \vee \sim r)$ es verdadera. Hallar el valor de las proposiciones siguientes:

Sol.

Previamente al trabajo de resolución de los ejercicios como tales, debemos determinar los valores de verdad de p y de r.

Sabemos que: $\sim(p \vee \sim r) = V$

Luego: $p \vee \sim r = F$

de donde: $\boxed{p = F}$

$\sim r = F$

$\boxed{r = V}$

16. a) $\sim(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim(s \vee r)$

Sol.

Reemplazando los valores de verdad de p y r tenemos:

$$\sim\underbrace{(F \wedge \sim q)}_{F} \rightarrow \sim\underbrace{(s \vee V)}_{V}$$

$$\sim F \rightarrow \sim V$$

$$V \rightarrow F$$

$$F$$

b) $[(\sim r \wedge q) \underline{\vee} \sim p] \rightarrow \sim[(p \wedge s) \vee \sim r]$

Sol.

$$[(\sim V \wedge q) \underline{\vee} \sim F] \rightarrow \sim[(F \wedge s) \vee \sim V]$$

$$[(F \wedge q) \underline{\vee} \sim F] \rightarrow \sim[(F \wedge s) \vee F]$$

$$[F \underline{\vee} V] \rightarrow \sim[F \vee F]$$

$$V \rightarrow \sim F$$

$$V \rightarrow V$$

$$V$$

17.

a) $[p \rightarrow (q \wedge s)] \underline{\vee} (\sim q \rightarrow r)$

Sol.

$$[\underbrace{F \rightarrow (q \wedge s)}] \underline{\vee} (\sim q \rightarrow V)$$

$$V \underline{\vee} V$$

$$F$$

b) $[(r \vee q) \rightarrow (p \wedge s)] \rightarrow (\sim q \underline{\vee} s)$

$$[(V \vee q) \rightarrow (F \wedge s)] \rightarrow (\sim q \underline{\vee} s)$$

$$[V \rightarrow F] \rightarrow (\sim q \underline{\vee} s)$$

$$F \rightarrow (\sim q \underline{\vee} s)$$

$$V$$

Sean p y r proposiciones cualesquiera, q y s proposiciones tales que $\sim(\sim q \wedge s)$ es falsa. Hallar el valor de verdad de las proposiciones siguientes:

Nuevamente, antes de resolver los ejercicios en sí, necesitamos determinar los valores de verdad de q y s.

$$\sim(\sim q \wedge s) = F$$

$$(\sim q \wedge s) = V$$

de donde, $\sim q = V \rightarrow \boxed{q = F}$

y, $\boxed{s = V}$

18.

a) $[(p \vee \sim q) \wedge s] \rightarrow \sim(\sim r \vee s)$

$$[(p \vee \sim F) \wedge V] \rightarrow \sim(\sim r \vee V)$$

$$[(p \vee V) \wedge V] \rightarrow \sim(\sim r \vee V)$$

$$[V \wedge V] \rightarrow \sim V$$

$$V \rightarrow F$$

$$F$$

b) $[(\sim p \wedge q) \rightarrow \sim r] \veebar \sim (p \vee s)$

Sol.

$$[(\sim p \wedge F) \rightarrow \sim r] \veebar \sim (p \vee V)$$

$$[F \rightarrow \sim r] \veebar \sim V$$

$$V \veebar F$$

$$V$$

19.

a) $[(\sim p \vee s) \rightarrow (q \wedge r)] \leftrightarrow (p \rightarrow \sim q)$

Sol.

$$[(\sim p \vee V) \rightarrow (F \wedge r)] \leftrightarrow (p \rightarrow \sim F)$$

$$[(\sim p \vee V) \rightarrow (F \wedge r)] \leftrightarrow (p \rightarrow V)$$

$$[V \rightarrow F] \leftrightarrow (p \rightarrow V)$$

$$F \leftrightarrow V$$

$$F$$

b) $[(q \rightarrow p) \vee (\sim p \wedge r)] \wedge [(p \rightarrow s) \vee \sim r]$

Sol.

$$[(F \rightarrow p) \vee (\sim p \wedge r)] \wedge [(p \rightarrow V) \vee \sim r]$$

$$[V \vee (\sim p \wedge r)] \wedge [V \vee \sim r]$$

$$V \wedge V$$

$$V$$

Hallar el valor de verdad de las p, q, r y s, sabiendo que:

20.

a) $(\sim p \rightarrow q) \vee \sim(r \wedge \sim s)$ es falsa

Sol:

$\sim p \rightarrow q = F$, Luego: $\sim p = V$

$\boxed{p = F}$

y, $\boxed{q = F}$

$\sim(r \wedge \sim s) = F$

$r \wedge \sim s = V$, Luego: $\boxed{r = V}$

$\sim s = V$

$\boxed{s = F}$

b) $\sim(r \rightarrow \sim p) \wedge (\sim q \wedge s)$ es verdadera

Sol:

$\sim(r \rightarrow \sim p) = V$

$r \rightarrow \sim p = F$, de donde. $\left\{ \begin{array}{l} \boxed{r = V} \\ \sim p = F \\ \boxed{p = V} \end{array} \right.$

$\sim q \wedge s = V$, de donde $\left\{ \begin{array}{l} \sim q = V \\ \boxed{q = F} \\ \boxed{s = V} \end{array} \right.$

21.

a) $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim r \rightarrow s)$ es falso

Sol.

$$(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim r \rightarrow s) = F$$

de donde: $(\sim p \wedge q) = V \begin{cases} \sim p = V \\ \boxed{p = F} \\ \boxed{q = V} \end{cases}$

y: $(\sim r \rightarrow s) = F \begin{cases} \sim r = V \\ \boxed{r = F} \\ \boxed{s = F} \end{cases}$

b) $\sim(r \rightarrow \sim p) \rightarrow (\sim q \vee s)$ es falso

Sol.

$$\sim(r \rightarrow \sim p) \rightarrow (\sim q \vee s) = F$$

de donde: $\sim(r \rightarrow \sim p) = V$

$r \rightarrow \sim p = F \begin{cases} \boxed{r = V} \\ \sim p = F \\ \boxed{p = V} \end{cases}$

y: $\sim q \vee s = F \begin{cases} \sim q = F \\ \boxed{q = V} \\ \boxed{s = F} \end{cases}$

22.

a) $\sim(p \vee \sim r) \wedge \sim(q \rightarrow \sim s)$ es verdadera

Sol.

$\sim(p \vee \sim r) \wedge \sim(q \rightarrow \sim s) = V$

de donde: $\sim(p \vee \sim r) = V$

$$p \vee \sim r = F \begin{cases} \boxed{p = F} \\ \sim r = F \\ \boxed{r = V} \end{cases}$$

y: $\sim(q \rightarrow \sim s) = V$

$$q \rightarrow \sim s = F \begin{cases} \boxed{q = V} \\ \sim s = F \\ \boxed{s = V} \end{cases}$$

b) $\sim[(r \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow s)]$ es verdadera

Sol.

$\sim[(r \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow s)] = V$

$(r \wedge \sim q) \rightarrow (\sim p \rightarrow s) = F$

$$\text{de donde: } r \wedge \sim q = V \begin{cases} \boxed{r = V} \\ \sim q = V \\ \boxed{q = F} \end{cases}$$

$$\text{y: } \sim p \rightarrow s = F \begin{cases} \sim p = V \\ \boxed{p = F} \\ \boxed{s = F} \end{cases}$$

Determinar cuales de las siguientes fórmulas son lógicamente equivalentes.

24. I: $(p \vee \sim q) \rightarrow \sim p$

II: $(p \rightarrow q) \vee (p \wedge q)$

III: $(p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge q)$

Sol: Procedemos a comparar las tablas de verdad.

I:

p	q	$(p$	$\vee$	$\sim q)$	$\rightarrow$	$\sim p$
V	V	V	V	F	F	F
V	F	V	V	V	F	F
F	V	F	F	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V

II:

p	q	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	$\vee$	$(\sim p$	$\wedge$	$q)$
V	V	V	V	V	V	F	F	V
V	F	V	F	F	F	F	F	F
F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V	V	F	F

III

p	q	$(p \leftrightarrow$	$\sim q)$	$\rightarrow$	$(\sim p$	$\wedge$	$q)$
V	V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	V	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	F	F

R.- II y III son equivalentes.

25.
I: $\sim(p \rightarrow q) \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$

II: $[(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q] \leftrightarrow \sim[(p \vee q) \wedge q]$

III: $[\sim q \wedge (\sim p \vee q)] \leftrightarrow \sim(\sim p \rightarrow q)$

Sol.

I:

p	q	$\sim$	$(p$	$\rightarrow$	$q)$	$\leftrightarrow$	$[(p$	$\vee$	$q)$	$\wedge$	$\sim q]$
V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F	F
V	F	V	V	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	V	F	V	V	F	F
F	F	F	F	V	F	V	F	F	F	F	V

II:

p	q	$[(\sim p$	$\wedge$	$\sim q)$	$\vee$	$\sim q]$	$\leftrightarrow$	$\sim$	$[(p$	$\vee$	$q)$	$\wedge$	$q]$
V	V	F	F	F	F	F	V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F

III:

p	q	$[\sim q$	$\wedge$	$(\sim p$	$\vee$	$q)]$	$\leftrightarrow$	$\sim$	$(\sim p$	$\rightarrow$	$q)$
V	V	F	F	F	V	V	V	F	F	V	V
V	F	V	F	F	F	F	V	F	F	V	F
F	V	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	F	F

R.- I, II y III son equivalentes.

Sabiendo que p es F y que q es una proposición cualquiera, determinar el valor de verdad de la proposición x, tal que:

26. $[x \rightarrow (p \wedge q)] \rightarrow p$ sea F

Sol.

$[x \rightarrow (p \wedge q)] \rightarrow p = F$

debe cumplirse que $\begin{cases} x \rightarrow (p \wedge q) = V \\ p = F \end{cases}$

$x \rightarrow (F \wedge q) = V$

$x \rightarrow F = V$

$F \rightarrow F = V$

Luego: $\boxed{x = F}$

27. $[x \vee (p \wedge \sim q)] \leftrightarrow (\sim p \vee q)$ sea V

Sol.

$[x \vee (F \wedge \sim q)] \leftrightarrow (\sim F \vee q) = V$

$[x \vee F] \leftrightarrow (V \vee q) = V$

debe cumplirse que: $\begin{cases} x \vee F = V \\ V \vee q = V \end{cases}$

$x \vee F = V$

$V \vee F = V$

Luego: $\boxed{x = V}$

28. $[(p \to q) \leftrightarrow x] \veebar \sim(p \wedge q)$ sea V

Sol.

$$[(F \to q) \leftrightarrow x] \veebar \sim(F \wedge q) = V$$

$$(V \leftrightarrow x) \veebar \sim(F) = V$$

$$(V \leftrightarrow x) \veebar V = V$$

$$V \leftrightarrow x = F$$

$$\boxed{x = F}$$

Simplificar las proposiciones siguientes.

29. $(p \leftrightarrow q) \vee (\sim p \vee q)$

Sol. $[(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)] \vee (\sim p \vee q)$ Equiv. Material

$(\sim p \vee q) \vee [(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)]$ Ley Conmutativa

$\sim p \vee q$ Ley de Absorción

30. $[(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \to p)] \to (p \wedge \sim q)$

Sol.

$\sim[(\sim p \vee q) \wedge (q \vee p)] \vee (p \wedge \sim q)$ Implic. Material

$[\sim(\sim p \vee q) \vee \sim(q \vee p)] \vee (p \wedge \sim q)$ Ley de De Morgan

$(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim p) \vee (p \wedge \sim q)$ Ley de De Morgan

$(p \wedge \sim q) \vee (\sim q \wedge \sim p)$ Ley de Idempotencia

$\sim q \wedge (p \vee \sim p)$ Ley Distributiva

$\sim q \wedge V$ Complemento

$\sim q$ Identidad.

31. $[q \to (p\wedge r)] \wedge [\sim p \to (p \wedge r)]$

Sol.

$[\sim q \vee (p\wedge r)] \wedge [p \vee (p \wedge r)]$ Implic. Material.

$(p\wedge r) \vee (p \wedge \sim q)$ Ley distributiva

$p \wedge (r \vee \sim q)$ Ley distributiva

Obs. El resultado del ejercicio debería ser "p", pero en este punto resulta irreductible. Por lo tanto, el planteamiento del enunciado requiere una corrección.

*Corrección al ejercicio # 31

→) $[q \to (p\wedge q)] \wedge [\sim p \to (p \wedge q)]$

$[\sim q \vee (p\wedge q)] \wedge [p \vee (p \wedge q)]$ Implic. Material

$(p\wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ Ley Distributiva

$p \wedge (q \vee \sim q)$ Ley Distributiva

$p \wedge V$ Ley de Complemento

p Ley de Identidad.

32. $[(q \to p) \wedge (\sim p \to q)] \to \sim(p \vee \sim q)$

Sol.

$\sim[(\sim q \vee p) \wedge (p \vee q)] \vee \sim(p \vee \sim q)$ Impl. Material

$\sim(\underline{p \vee \sim q}) \vee \sim(p \vee q) \vee \sim(\underline{p \vee \sim q})$ De Morgan, L. Conmutativa

$\sim(p \vee \sim q) \vee \sim(p \vee q)$ L. Idempotencia

$(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ L. De Morgan

$\sim p \wedge (q \vee \sim q)$ L. Distributiva

$\sim p \wedge V$ L. Complemento

$\sim p$ L. de Identidad.

33. $(q \to p) \to [(p \vee q) \to (q \wedge \sim p)]$

Sol.

$\sim(\sim q \vee p) \vee [\sim(p \vee q) \vee (q \wedge \sim p)]$	Def. Implicación
$[(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge q)] \vee \sim(p \vee q)$	De Morgan, L. Asociat, L. Conmut.
$(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$	Idempotencia, De Morgan.
$\sim p \wedge (q \vee \sim q)$	L. Distributiva.
$\sim p \wedge V$	L. Complemento.
$\sim p$	L. Identidad.

34. $[(p \to q) \to (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [(\sim p \wedge q) \vee p]$

Sol.

$[\sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [(\sim p \wedge q) \vee p]$	Def. Implicación
$[(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge [p \vee (\sim p \wedge q)]$	De Morgan, L. Conmutativa
$[\sim q \wedge (p \vee \sim p)] \wedge (p \vee q)$	L. Distributiva, L. Absorción
$[\sim q \wedge V] \wedge (p \vee q)$	L. Complemento.
$\sim q \wedge (q \vee p)$	L. Identidad, L. Conmutativa.
$\sim q \wedge p$	L. Absorción.
$p \wedge \sim q$	L. Conmutativa.

35. $(\sim p \vee q) \rightarrow [p \wedge \sim(p \wedge \sim q)]$

Sol.

$\sim(\sim p \vee q) \vee [p \wedge \sim(p \wedge \sim q)]$ Def. Implicación

$(\sim\sim p \wedge \sim q) \vee [\sim(p \wedge \sim q) \wedge p]$ De Morgan, L. Conmutativa

$(p \wedge \sim q) \vee [\sim(p \wedge \sim q) \wedge p]$ Doble Negación.

$(p \wedge \sim q) \vee p$ L. Absorción

p L. Absorción

36. $[q \rightarrow (r \wedge \sim q)] \rightarrow [(q \wedge \sim p) \rightarrow r]$

Sol.

$\sim[\sim q \vee (r \wedge \sim q)] \vee [\sim(q \wedge \sim p) \vee r]$ Impl. Material

$\sim\sim q \vee [\sim q \vee p \vee r]$ L. Absorción, De Morgan

$(q \vee \sim q) \vee (p \vee r)$ Doble negación, L. Asociativa

$V \vee (p \vee r)$ L. Complemento

V L. Identidad.

37. $[(p \to r) \wedge \sim p] \vee [(p \vee q) \to r]$

Sol.

$[(\sim p \vee r) \wedge \sim p] \vee [\sim(p \vee q) \vee r]$ Impl. Material

$[(\sim p \vee r) \wedge \sim p] \vee [(\sim p \wedge \sim q) \vee r]$ De Morgan.

$\sim p \vee [(\sim p \wedge \sim q) \vee r]$ L. de Absorción

$[\sim p \vee (\sim p \wedge \sim q)] \vee r$ L. Asociativa

$\sim p \vee r$ L. de Absorción

39. $[(p \to \sim r) \to p] \wedge [\sim p \to \sim (p \vee \sim q)]$

Sol.

$[\sim(\sim p \vee \sim r) \vee p] \wedge [\sim\sim p \vee \sim (p \vee \sim q)]$ Impl. Material

$[(p \wedge r) \vee p] \wedge [p \vee (\sim p \wedge q)]$ De Morgan, Doble negación

$p \wedge [p \vee (\sim p \wedge q)]$ L. Absorción

p L. Absorción

41. $[\sim(p \vee q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)] \rightarrow r$

Sol.

$\sim[(p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \vee r$ Impl. Material

$[\sim(p \vee q) \wedge \sim(\sim p \wedge \sim q)] \vee r$ De Morgan

$[(\sim p \wedge \sim q) \wedge \sim(\sim p \wedge \sim q)] \vee r$ De Morgan

$F \vee r$ L. de Complemento

r L. de Identidad.

43. $[(\sim q \to r) \wedge \sim(q \wedge \sim r)] \to [(r \to p) \wedge (p \to \sim r)]$

Sol.

$[(q \vee r) \wedge \sim(q \wedge \sim r)] \to [(\sim r \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim r)]$ ... Impl. Material

Doble Negación

$[(q \vee r) \wedge (\sim q \vee r)] \to [(p \vee \sim r) \wedge (\sim p \vee \sim r)]$ .... De Morgan

$[r \vee (q \wedge \sim q)] \to [\sim r \vee (p \wedge \sim p)]$ L. Asociativa

$(r \vee F) \to (\sim r \vee F)$ L. de Complemento

$r \to \sim r$ L. de Identidad

$\sim r \vee \sim r$ L. Impl. Material

$\sim r$ L. Idempotencia

45. $[(p\wedge \sim q)\vee(q\wedge r)]\wedge[(q\vee r)\wedge \sim r]$

Sol.

$[(p\wedge\sim q)\vee(q\wedge r)]\wedge[\sim r\wedge q]$ L. Absorción

$\{q\wedge[(p\wedge\sim q)\vee(q\wedge r)]\}\wedge\sim r$ L. Asociativa

$\{[q\wedge(p\wedge\sim q)]\vee[q\wedge(q\wedge r)]\}\wedge\sim r$ L. Distributiva

$\{[(q\wedge\sim q)\wedge p]\vee[(q\wedge q)\wedge r]\}\wedge\sim r$ L. Asociativa

$\{(F\wedge p)\vee(q\wedge r)\}\wedge\sim r$ L. Complemento
L. Idempotencia

$[F\vee(q\wedge r)]\wedge\sim r$ L. Identidad

$(q\wedge r)\wedge\sim r$ L. Identidad.

$q\wedge(r\wedge\sim r)$ L. Asociativa

$q\wedge F$ L. Complemento

F L. Identidad

47. $[(p \to \sim r) \to \sim p] \to [p \wedge (\sim q \to r)]$

Sol:

$[\sim(\sim p \vee \sim r) \vee \sim p] \to [p \wedge (q \vee r)]$ Impl. Material

$[(p \wedge r) \vee \sim p] \to [p \wedge (q \vee r)]$ De Morgan

$\sim(\sim p \vee r) \vee [p \wedge (q \vee r)]$ Impl. Material
L. Absorción

$(p \wedge \sim r) \vee [p \wedge (q \vee r)]$ De Morggan

$(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ L. Distributiva

$[(p \wedge r) \vee (p \wedge \sim r)] \vee (p \wedge q)$ L. Asociativa

$[p \wedge (r \vee \sim r)] \vee (p \wedge q)$ L. Distributiva

$(p \wedge V) \vee (p \wedge q)$ L. Complemento

$p \vee (p \wedge q)$ L. Identidad

p L. Absorción

51. $[(x \to p) \wedge (q \vee \sim x)] \vee (p \wedge \sim x) \equiv q$

Sol: $[(\sim x \vee p) \wedge (\sim x \vee q)] \vee (p \wedge \sim x)$ Implicación Material

$[\sim x \vee (p \wedge q)] \vee (\sim x \wedge p)$ L. Distributiva, L. Conmutativa

$[\sim x \vee (\sim x \wedge p)] \vee (p \wedge q)$ L. Asociativa

$\sim x \vee (p \wedge q)$ L. Absorción

Luego:

$q \vee (p \wedge q) \equiv q$

Por comparación, tenemos que:

$\sim x = q$

$x = \sim q$ //

52. $[(x \to q) \to x] \wedge (\sim q \to \sim p) \equiv p \wedge q$

Sol:

$[\sim(\sim x \vee q) \vee x] \wedge (q \vee \sim p)$ Implicación Material

$[(x \wedge \sim q) \vee x] \wedge (q \vee \sim p)$ L. De Morgan

$x \wedge (q \vee \sim p)$ L de Absorción

Por comparación:

$$\begin{cases} x \wedge (q \vee \sim p) \equiv p \wedge q \\ p \wedge (q \vee \sim p) \equiv p \wedge q \quad \text{L. de Absorción} \end{cases}$$

Luego:

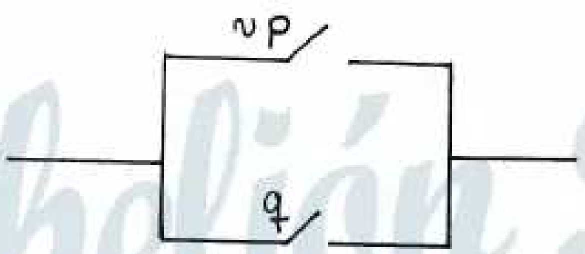
$x = p$ //

Construir el circuito lógico que representa a cada una de las proposiciones siguientes:

53. $p \rightarrow q$

Sol:

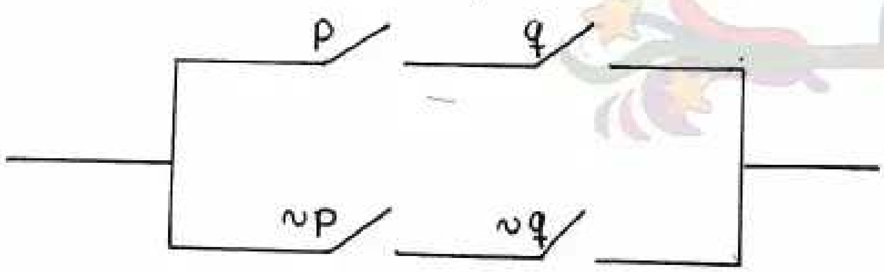
$\sim p \vee q$ Implicación material



54. $p \leftrightarrow q$

Sol.

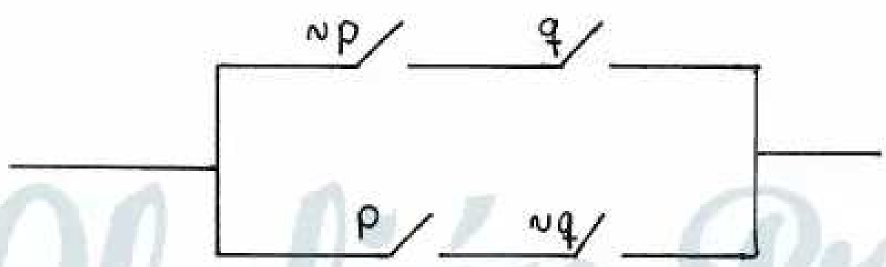
$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ Equivalencia material



55. $p \veebar q$

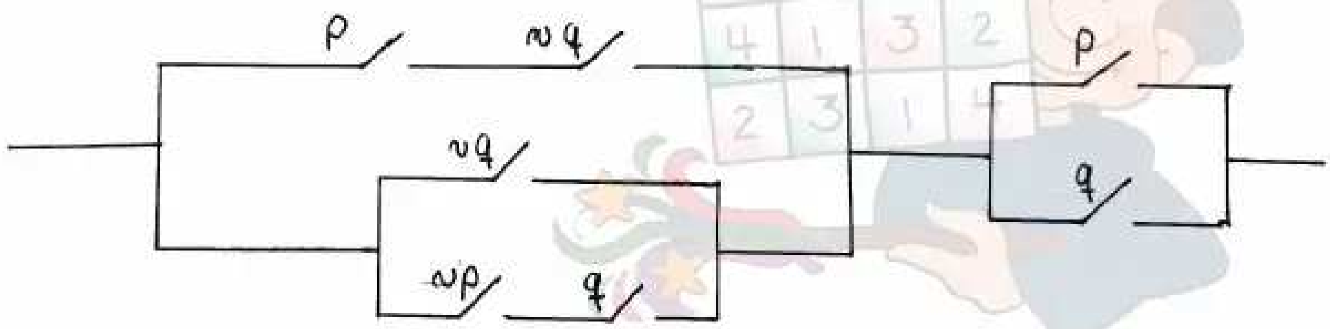
Sol:

$(\sim p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)$ *Equivalencia Material*



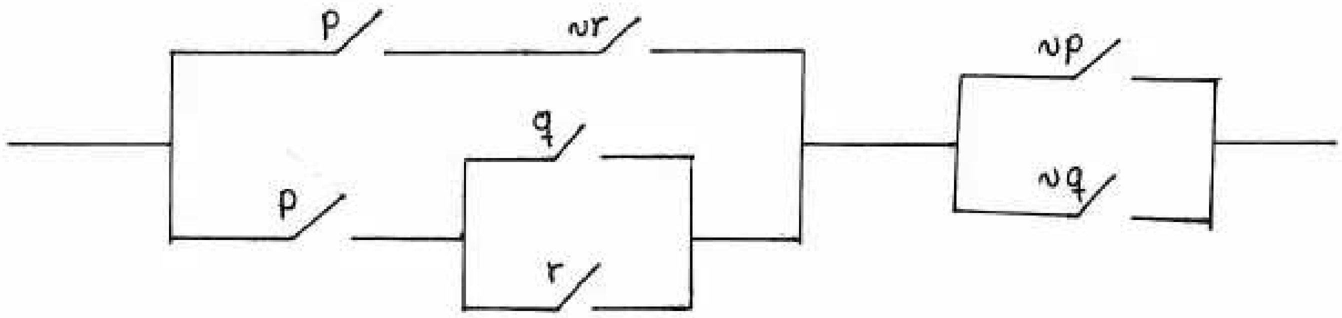
56. $\{(p \wedge \sim q) \vee [\sim q \vee (\sim p \wedge q)]\} \wedge (p \vee q)$

Sol:



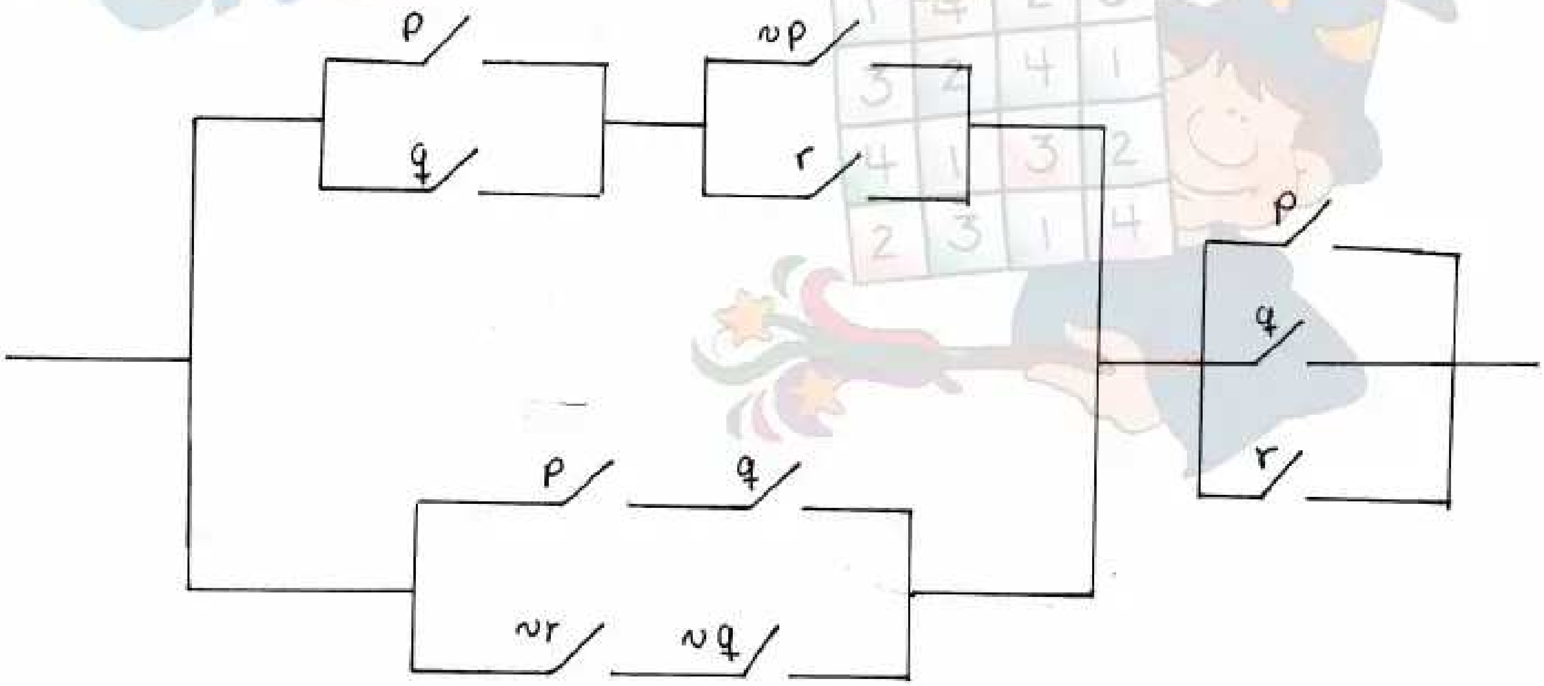
57. $\{[p\wedge(q\vee r)]\vee(p\wedge\sim r)\}\wedge(\sim p\vee\sim q)$

Sol.

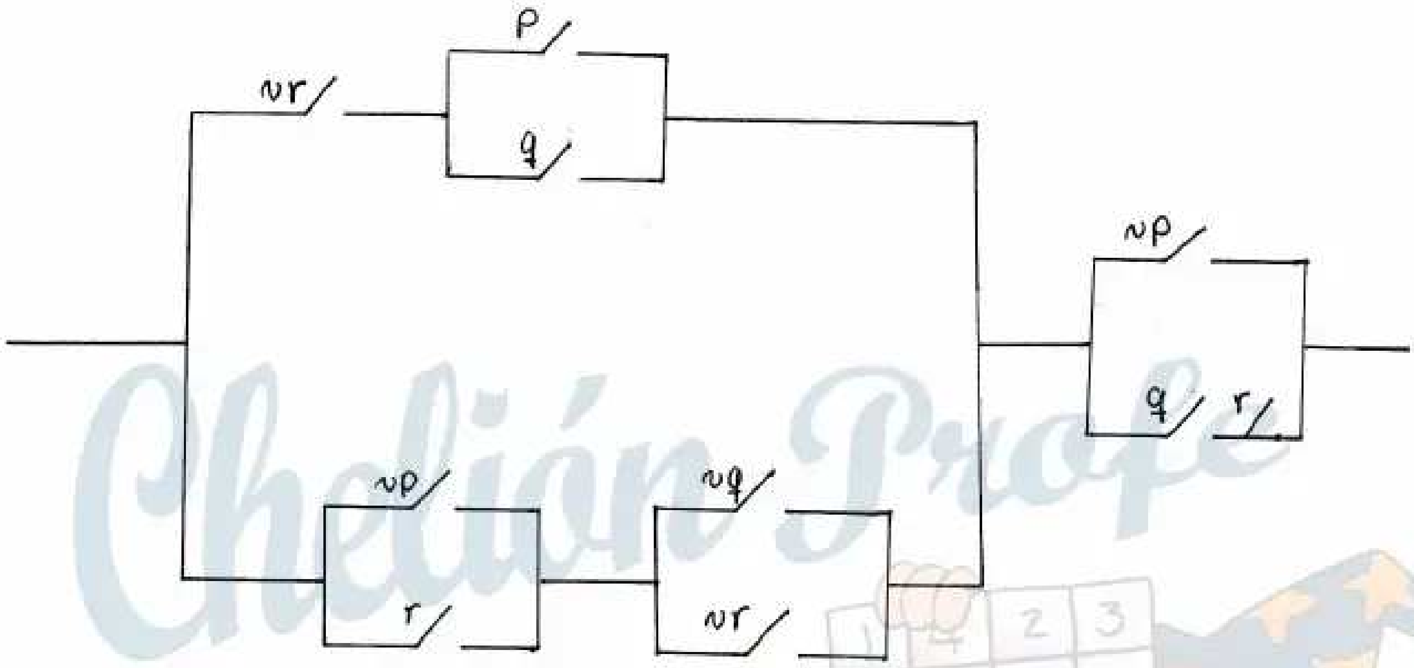


58. $\{[(p\vee q)\wedge(\sim p\vee r)]\vee[(p\wedge q)\vee(\sim r\wedge\sim q)]\}\wedge(p\vee q\vee r)$

Sol.

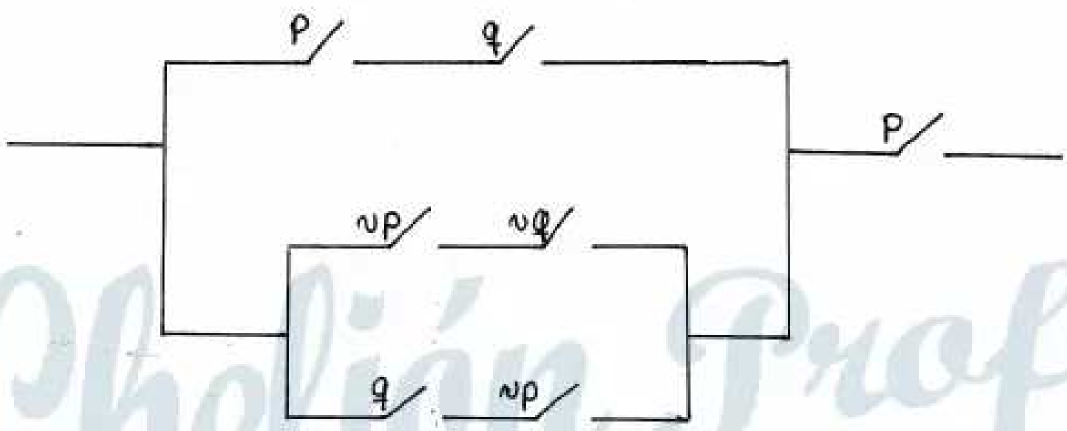


59. $\{[\sim r \wedge (p \vee q)] \vee [(\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee \sim r)]\} \wedge [\sim p \vee (q \wedge r)]$



Escribir la proposición que caracteriza a cada uno de los siguientes circuitos lógicos, y simplificar

60.



Sol.

$\{(p \wedge q) \vee [(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)]\} \wedge p$

$\{(p \wedge q) \vee [\sim p \wedge (q \vee \sim q)]\} \wedge p$ L. Distributiva

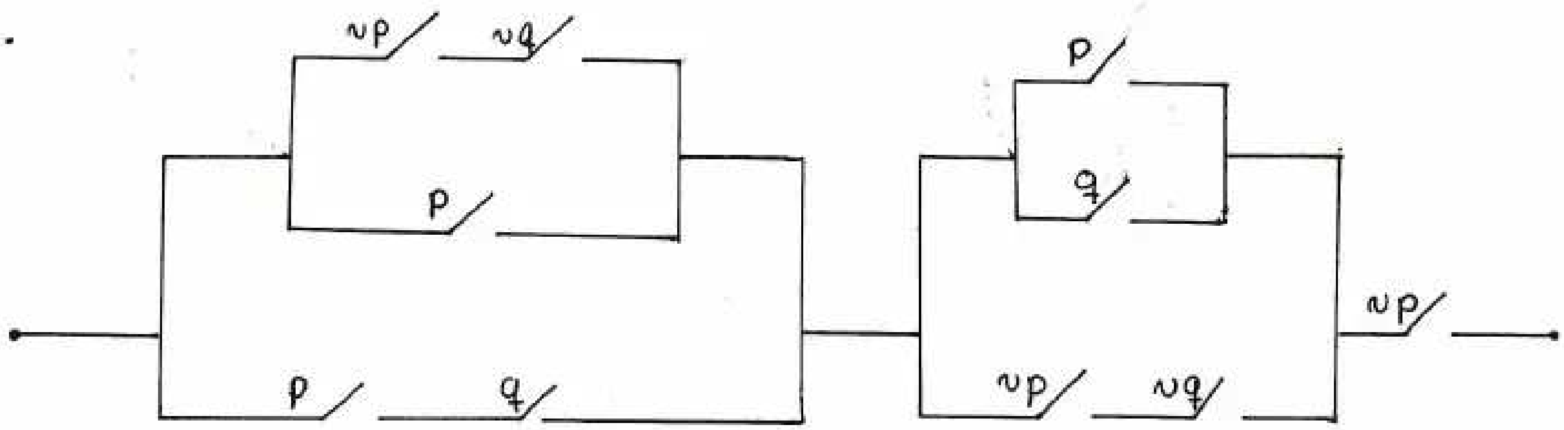
$[(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge 1)] \wedge p$ L. de Complemento

$[(p \wedge q) \vee \sim p] \wedge p$ L. de Identidad.

$p \wedge (p \wedge q)$ L. de Absorción

$p \wedge q$ // L. de Idempotencia.

61.



Sol.

$\{[(\sim p \wedge \sim q) \vee p] \vee (p \wedge q)\} \wedge [(p \vee q) \vee (\sim p \wedge \sim q)] \wedge \sim p$

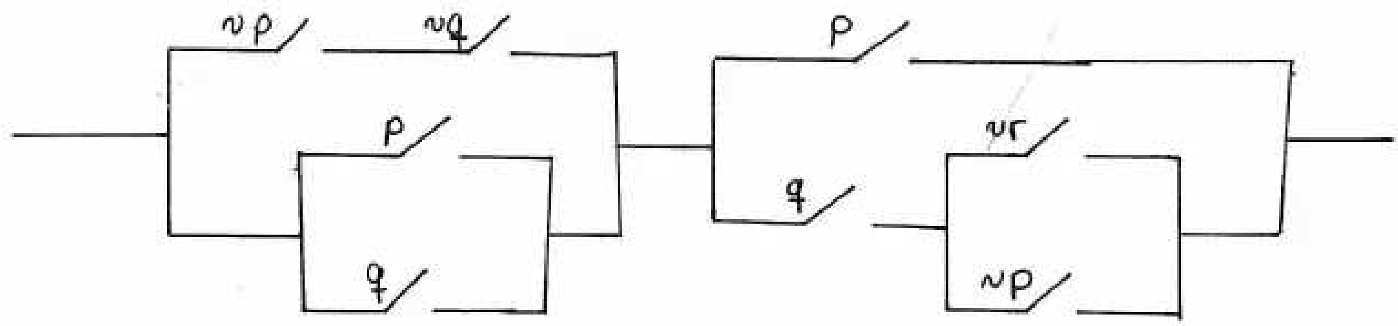
$[(\sim p \wedge \sim q) \vee p] \wedge [(p \vee q) \vee \sim (p \vee q)] \wedge \sim p$ Absorción, De Morgan

$(p \vee \sim q) \wedge 1 \wedge \sim p$ L. Absorción, L. de Complemento

$\sim p \wedge (p \vee \sim q)$ L. de Identidad.

$\sim p \wedge \sim q$ // L. de Absorción.

62.



Sol.

$$[(\sim p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)] \wedge \{p \vee [q \wedge (\sim r \vee \sim p)]\}$$

$$[\sim(p \vee q) \vee (p \vee q)] \wedge \{p \vee [q \wedge (\sim r \vee \sim p)]\} \quad \text{L. De Morgan}$$

$$\mathbb{1} \wedge \{p \vee [q \wedge (\sim r \vee \sim p)]\} \quad \text{L. Complemento}$$

$$p \vee [q \wedge (\sim r \vee \sim p)] \quad \text{L. Identidad}$$

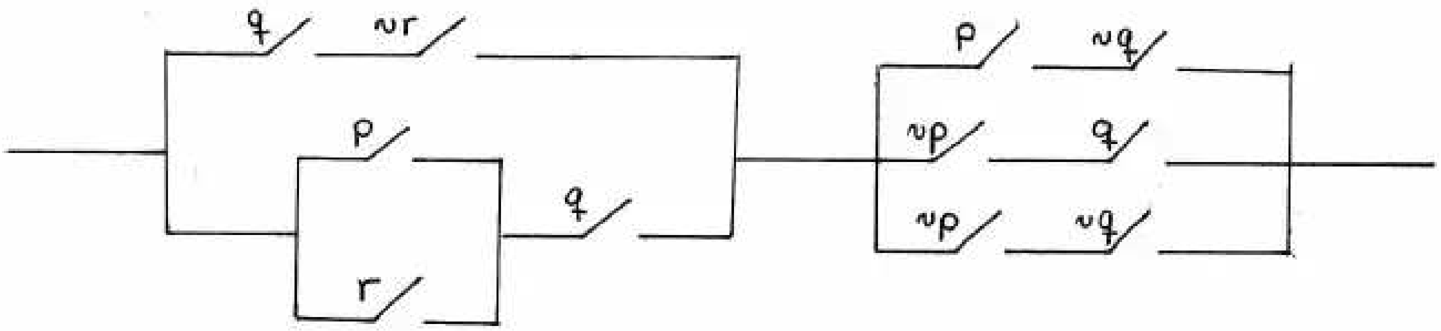
$$p \vee [(q \wedge \sim r) \vee (q \wedge \sim p)] \quad \text{L. Distributiva}$$

$$(p \vee q) \vee (q \wedge \sim r) \quad \text{L. Absorción}$$

$$p \vee [q \vee (q \wedge \sim r)] \quad \text{L. Asociativa}$$

$$p \vee q \quad // \quad \text{L. De Absorción}$$

63.



Sol.

$$\{(q\wedge \sim r)\vee[(p\vee r)\wedge q]\}\wedge[(p\wedge\sim q)\vee(\sim p\wedge q)\vee(\sim p\wedge\sim q)]$$

$\{(q\wedge\sim r)\vee[(p\vee r)\wedge q]\}\wedge\{(p\wedge\sim q)\vee[\sim p\wedge(q\vee\sim q)]\}$ L. Distribut.

$\{(q\wedge\sim r)\vee(q\wedge p)\vee(q\wedge r)\}\wedge\{(p\wedge\sim q)\vee(\sim p\wedge 1)\}$ L. Complemento

$\{[q\wedge(r\vee\sim r)]\vee(p\wedge q)\}\wedge[(p\wedge\sim q)\vee\sim p]$ L. Distributiva, Identidad

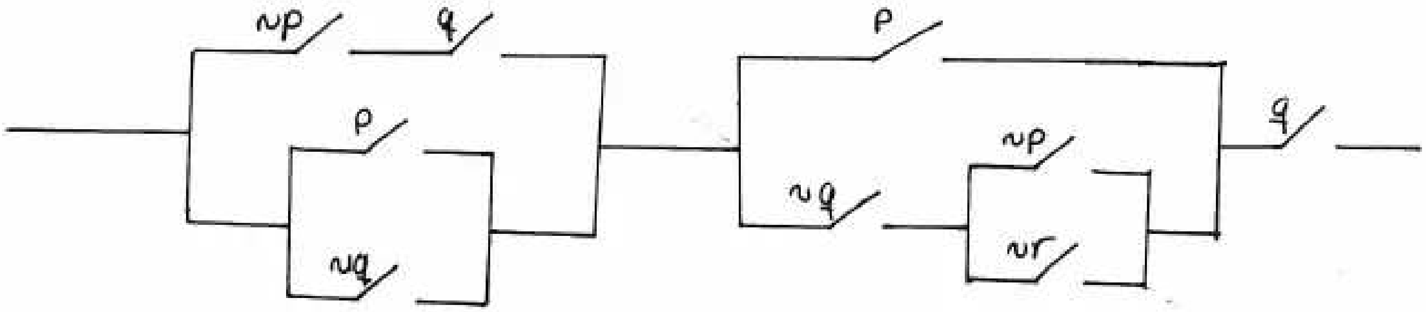
$\{(q\wedge 1)\vee(p\wedge q)\}\wedge(\sim p\vee\sim q)$ L. Complemento, L. Absorción

$[q\vee(q\wedge p)]\wedge(\sim p\vee\sim q)$ L. Absorción

$q\wedge(\sim p\vee\sim q)$ L. Absorción

$\sim p\wedge q$ L. Absorción

64.



Sol.

$[(\sim p \wedge q) \vee (p \vee \sim q)] \wedge \{p \vee [\sim q \wedge (\sim p \vee \sim r)]\} \wedge q$

$\{[q \wedge (\sim p \wedge q)] \vee [q \wedge (p \vee \sim q)]\} \wedge \{p \vee [\sim q \wedge (\sim p \vee \sim r)]\}$ L. Distribut.

$[(\sim p \wedge q) \vee (q \wedge p)] \wedge \{(p \vee \sim q) \wedge [p \vee (\sim p \vee \sim r]\}$ L. Distributiva

$[q \wedge (p \vee \sim p)] \wedge \{(p \vee \sim q) \wedge (1 \vee \sim r)\}$ L. Distributiva

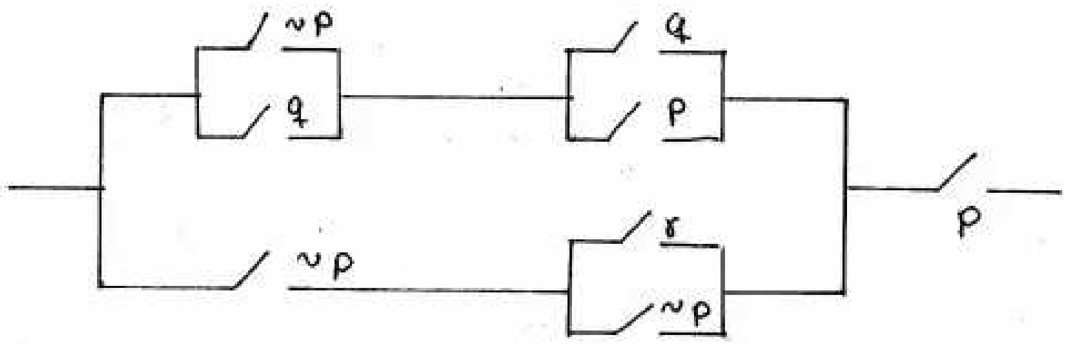
$(q \wedge 1) \wedge (p \vee \sim q) \wedge (\sim r \vee 1)$ L. de Identidad, L. Complemento

$[q \wedge (p \vee \sim q)] \wedge 1$ L. de Identidad

$q \wedge p$ L. de Identidad, L. Absorción

$p \wedge q$ // L. Asociativa.

65.



Sol.

$$\{[(\sim p \vee q) \wedge (q \vee p)] \vee [\sim p \wedge (r \vee \sim p)]\} \wedge p$$

$= \{[(q \vee \sim p) \wedge (q \vee p)] \vee [\sim p]\} \wedge p$ L. Conmutativa, L. Absorción

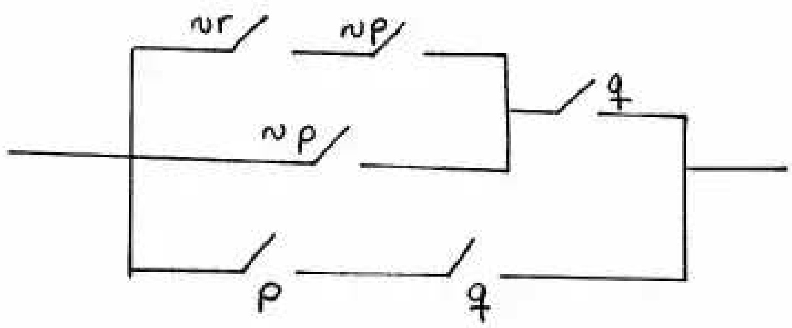
$= \{[q \vee (\sim p \wedge p)] \vee \sim p\} \wedge p$ L. Distributiva

$= [(q \vee 0) \vee \sim p] \wedge p$ L. Complemento

$= (q \vee \sim p) \wedge p$ L. Identidad

$= p \wedge q$ L. Absorción.

67.



Sol.

$$\{[(\sim r \wedge \sim p) \vee \sim p] \wedge q\} \vee (p \wedge q)$$

$= \{[(\sim p \vee \sim r) \wedge (\sim p \vee \sim p)] \wedge q\} \vee (p \wedge q)$ L. Distributiva

$= \{[(\sim p \vee \sim r) \wedge \sim p] \wedge q\} \vee (p \wedge q)$ L. Idempotencia

$= (\sim p \wedge q) \vee (p \wedge q)$ L. Absorción

$= q \wedge (p \vee \sim p)$ L. Distributiva

$= q \wedge 1$ L. Complemento

$= q$ L. Identidad.

En cada uno de los siguientes ejercicios, demostrar la conclusión dada haciendo uso de las reglas de inferencia.

72.

a) Demostrar $u \wedge \sim v$

1. $v \rightarrow \sim p$
2. $p \wedge \sim t$
3. $s \rightarrow t$
4. $q \rightarrow u$
5. $s \vee (q \wedge r)$

Sol:

6. p 2, simplificación
7. $\sim v$ 1, 6, Modus Tollens
8. $\sim t$ 2, Simplificación
9. $\sim s$ 3, 8 Modus Tollens
10. $q \wedge r$ 5, 9 Silogismo Disyuntivo
11. q 10, Simplificación
12. u 4,12 Modus Ponens
13 $u \wedge \sim v$ 12,7 Conjunción

b) Demostrar $G \wedge F$

1. $C \to B$
2. $\sim D \to (E \wedge F)$
3. $A \wedge \sim B$
4. $(A \wedge E) \to G$
5. $C \vee \sim D$

Sol.

6.	$\sim B$	3, simplificación
7.	$\sim C$	1, 6 Modus Tollens
8.	$\sim D$	5, 7 Silogismo Disyuntivo
9.	$E \wedge F$	2, 8 Modus Ponens
10.	F	9 Simplificación
11.	A	3 Simplificación
12.	E	9 Simplificación
13.	$A \wedge E$	11, 12 Conjunción
14.	G	4, 13 Modus Ponens
15.	$G \wedge F$	14, 10 Conjunción

75.

a) Demostrar $x \neq 3 \vee y \neq 1$

1. $x = 3 \rightarrow y \nless 3$
2. $x = y \wedge x \nless y$
3. $x \nless 5 \vee y < 3$
4. $x = y \rightarrow (x = y + 2 \vee x < 5)$
5. $x = y + 2 \rightarrow x < y$

Sol.

6. $x = y$ — 2 simplificación
7. $x = y + 2 \vee x < 5$ — 4, 6 Modus Ponens
8. $x \nless y$ — 2 Simplificación
9. $x \neq y + 2$ — 5, 8 Modus Tollens
10. $x < 5$ — 7, 9 Silogismo Disyuntivo
11. $y < 3$ — 3, 10 Silogismo Disyuntivo
12. $x \neq 3$ — 1, 11 Modus Tollens
13. $x \neq 3 \vee y \neq 1$ — 12 Adición

79. Si la enmienda no fue aprobada entonces la constitución queda como estaba. Si la constitución queda como estaba, entonces no podemos añadir nuevos miembros al comité. Podemos añadir nuevos miembros al comité o el informe se retrasará un mes. Pero el informe no se retrasará un mes. Por tanto, la enmienda fue aprobada.

Sol: Simbolización de las premisas.

p = La enmienda fue aprobada

q = La constitución queda como estaba

r = Podemos añadir nuevos miembros al comité

s = El informe se retrasa un mes

Planteamiento simbólico del razonamiento.

1. $\sim p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow \sim r$
3. $r \vee s$
4. $\sim s$

$\therefore\ p$ ⇝ Conclusión

Demostración:

5. r 3,4 Silogismo Disyuntivo
6. $\sim p \rightarrow \sim r$ 1,2 Silogismo Hipotético.
7. p 6, 5 Modus Tollens //


A B C
CONJUNTOS

CONJUNTOS

1. Escribir por extensión cada uno de los siguientes conjuntos.

$A = \{x \in N / 1 < x \leq 7\}$

Sol.

$A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{x \in N / -1 \leq x < 9\}$

Sol.

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$C = \{x \in Z / (x+1)^2 = 4\}$

Sol.

$C = \{-3, 1\}$

Explicación:

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 = 4$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$x = -3 \quad \wedge \quad x = 1$$

$D = \{x / x^2 = 2x\}$

Sol.

$D = \{0, 2\}$

Explicación

$x^2 = 2x$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0 \wedge x = 2$

$E = \{x / x^3 = x\}$

Sol.

$E = \{0, 1, -1\}$

Explicación

$x^3 = x$

$x^3 - x = 0$

$x(x^2 - 1) = 0$

$x(x - 1)(x + 1) = 0$

$x = 0 \wedge x = 1 \wedge x = -1$

2. Escribir por extensión los conjuntos

$A = \{x \in U / -3 < x \leq 3\}$ y $B = \{x \in U / x^2 \in U\}$

Para los casos en que:

a) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

b) $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Sol.

a) $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

b) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

3. Si A, B y U son los conjuntos del ejercicio anterior, hallar para cada inciso: $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$, $B - A$, $A \Delta B$ y $A^c \Delta B^c$

Sol.

a) $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3\}$

$A - B = \{\ \} = \phi$

$B - A = \{\ \} = \phi$

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{\ \} = \phi$

$$A^c \Delta B^c = (A^c \cup B^c) - (A^c \cap B^c)$$
$$= \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$
$$= \{\ \} = \phi$$

b) $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$A - B = \{\ \} = \phi$

$B - A = \{-3\}$

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} - \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

$= \{-3\}$

$A^c \Delta B^c = (A^c \cup B^c) - (A^c \cap B^c)$

$A^c = \{-3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B^c = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A^c \Delta B^c = \{-3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$= \{-3\}$

4. Sean los conjuntos: $A = \{0, \phi\}$

$B = \{-1, 0, 1\}$

$C = \{a, b, c, d\}$

$D = \{a, e, i, o, u\}$

Determinar:

a) el número de elementos o el cardinal de los conjuntos $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ y $P(D)$

Sol.

(# de elementos)

$\eta(P(A)) = 2^2 = 4$

(El "2" es constante

$\eta(P(B)) = 2^3 = 8$

$\eta(P(C)) = 2^4 = 16$

$\eta(P(C)) = 2^5 = 32$

b) Los conjuntos $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ y $P(D)$.

Sol.

$P(A) = \{\phi, \{0\}, \{\phi\}, \{0, \phi\}\}$

$P(B) = \{\phi, \{-1\}, \{0,\}, \{1\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{0, 1\}, \{-1, 0, 1\}\}$

$P(C) = \{\{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\},$
$\{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{b, c, d\},$
$\{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$

$P(D) = \{ \phi, \{a\}, \{e\}, \{i\}, \{o\}, \{u\},$
$\{a,e\}, \{a,i\}, \{a,o\}, \{a,u\}, \{e,i\}, \{e,o\}, \{e,u\},$
$\{i,o\}, \{i,u\}, \{o,u\},$
$\{a,e,i\}, \{a,e,o\}, \{a,e,u\}, \{a,i,o\}, \{a,i,u\},$
$\{a,o,u\}, \{e,i,o\}, \{e,i,u\}, \{e,o,u\}, \{i,o,u\},$
$\{a,e,i,o\}, \{a,e,i,u\}, \{a,e,o,u\}, \{a,i,o,u\}, \{e,i,o,u\},$
$\{a,e,i,o,u\}\}$

c) *los conjuntos* $P(A \cap B)$, $P(P(A \cap B))$, $P(A) \cap P(B)$

Sol:

- $P(A \cap B)$:

  $(A \cap B) = \{o\}$

  $P(A \cap B) = \{ \phi, \{o\}\}$

- $P(P(A \cap B)) = \{ \phi, \{\phi\}, \{o\}, \{\phi, \{o\}\}\}$

- $P(A) \cap P(B) = \{ \phi, \{o\}\}$

5. Dados los conjuntos.

$U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$A = \{a, c, d, f, h\}$

$B = \{b, c, e, f\}$

$C = \{a, c, d, e\}$

Hallar:

a) A^c, B^c, C^c

Sol:

$A^c = \{b, e, g\}$

$B^c = \{a, d, g, h\}$

$C^c = \{b, f, g, h\}$

b) $A \cap B^c, B \cap A^c, (A - B) \cup (B - A)$

Sol:

$A \cap B^c = \{a, d, h\}$

$B \cap A^c = \{b, e\}$

$(A - B) = \{a, d, h\}$

$(B - A) = \{b, e\}$

$(A - B) \cup (B - A) = \{a, b, d, e, h\}$

c) $(A \Delta B) - A$, $P[(A \Delta B) \cap A^c]$

Sol:

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, h\}$

$A \cap B = \{c, f\}$

$(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, b, d, e, h\} = A \Delta B$

$(A \Delta B) - A = \{a, b, d, e, h\} - \{a, c, d, f, h\}$

luego:

$(A \Delta B) - A = \{b, e\}$

$P[(A \Delta B) \cap A^c]$:

$(A \Delta B) \cap A^c = \{a, b, d, e, h\} \cap \{b, e, g\}$

$(A \Delta B) \cap A^c = \{b, e\}$

$P[(A \Delta B) \cap A^c] = \{\phi, \{b\}, \{e\}, \{b, e\}\}$

d) $P[(A - B) \cap (B \cap A^c)]$, $P[P((A - B) \cap (B \cap A^c))]$

Sol:

$A - B = \{a, d, h\}$

$B \cap A^c = \{b, e\}$

$(A - B) \cap (B \cap A^c) = \{\ \} = \phi$

$P[(A - B) \cap (B \cap A^c)] = P(\{\ \})$

$= \{\phi\}$ — se cumple $n(P(A)) = 2^n$ donde $n = 0$

El conjunto vacío como único elemento

Sol:

$$P((A-B)\cap(B\cap A^c)) = \{\phi\}$$

$$P[P((A-B)\cap(B\cap A^c))] = P(\{\phi\})$$

$$= \{\phi, \{\phi\}\}$$

6. Determinar los elementos de A y B sabiendo que el universo es

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A \triangle B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B^c = \{1, 4, 7\}$

Sol.

Si $B^c = \{1, 4, 7\} \rightarrow B = \{2, 3, 5, 6, 8\}$

Por otro lado,

$(A \triangle B)^c = \{6, 7, 8\}$ ⇝ estos elementos pertenecen a $(A \cap B)$ o al universo como tal

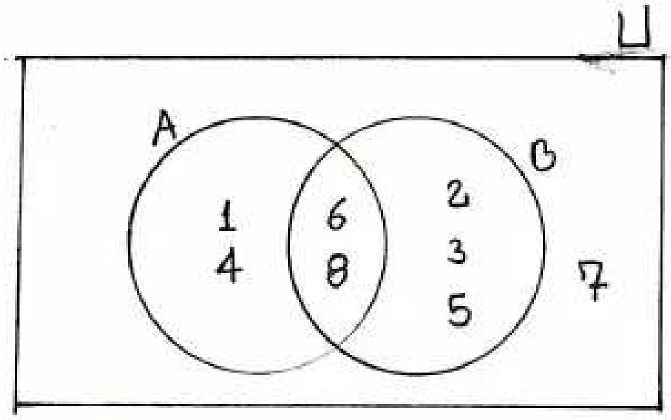
Ahora bien:

$7 \notin B \wedge 7 \notin A$

Entonces:

$A = \{1, 4, 6, 8\}$

$B = \{2, 3, 5, 6, 8\}$



7. Determinar los elementos de A, B, y del universo U sabiendo que

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

$$A \cap B = \{a, e\}$$

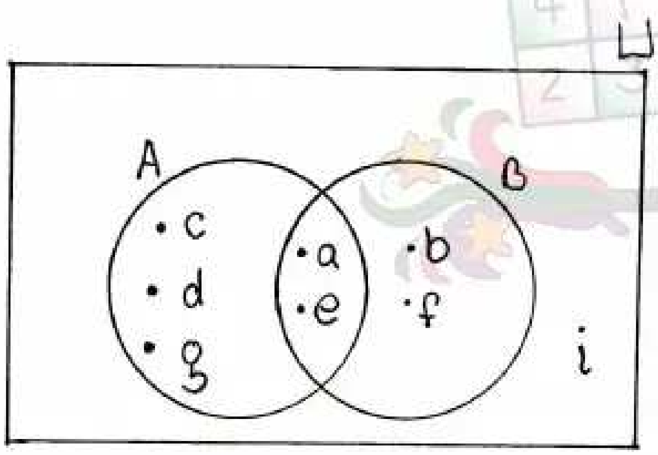
$$B^c = \{c, d, g, i\}$$

Sol.

Si $B^c = \{c, d, g, i\} \Rightarrow B = \{a, b, e, f\}$

luego: $A = \{a, c, d, e, g\}$

$U = \{a, b, c, d, e, f, g, i\}$



8. Si $A = \{a, b, c, d\}$
$B = \{d, x, y\}$
y $C = \{a, y, z\}$

a) ¿Cuántos subconjuntos no vacíos tiene el conjunto $(A \cap B) \cup C$?

b) ¿Cuántos el conjunto $A \cap (B \cup C)$?

Sol.

a) $(A \cap B) \cup C = \{d\} \cup \{a, y, z\}$
$= \{a, y, z, d\}$

$\eta[P((A \cap B) \cup C)] = 2^4 = 16$ subconjuntos, incluyendo ϕ

Luego:

El conjunto $(A \cap B) \cup C$ tiene 15 subconjuntos no vacíos.

b) $A \cap (B \cup C) = \{a, b, c, d\} \cap \{a, d, x, y, z\}$
$= \{a, d\}$

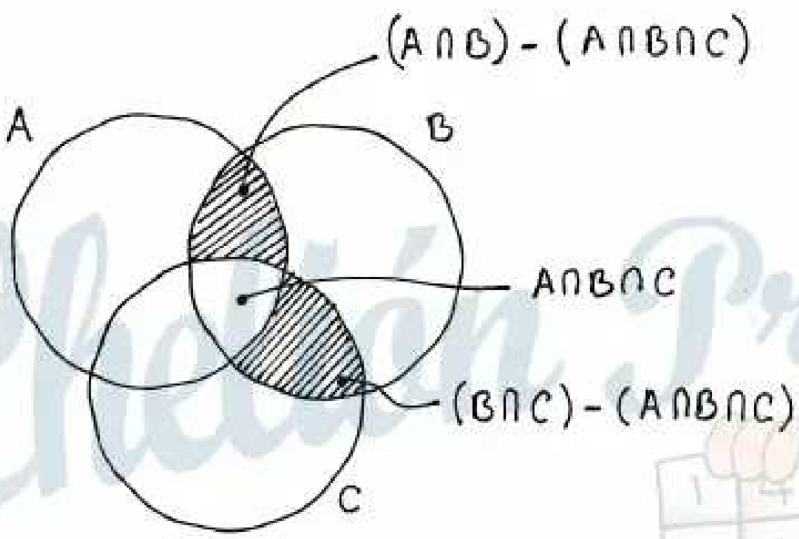
$\eta[P(A \cap (B \cup C))] = 2^2 = 4$ subconjuntos, incluyendo ϕ

Luego:

El conjunto $A \cap (B \cup C)$ tiene 3 subconjuntos no vacíos.

9. Determinar la expresión que representa la parte sombreada en cada uno de los siguientes diagramas:

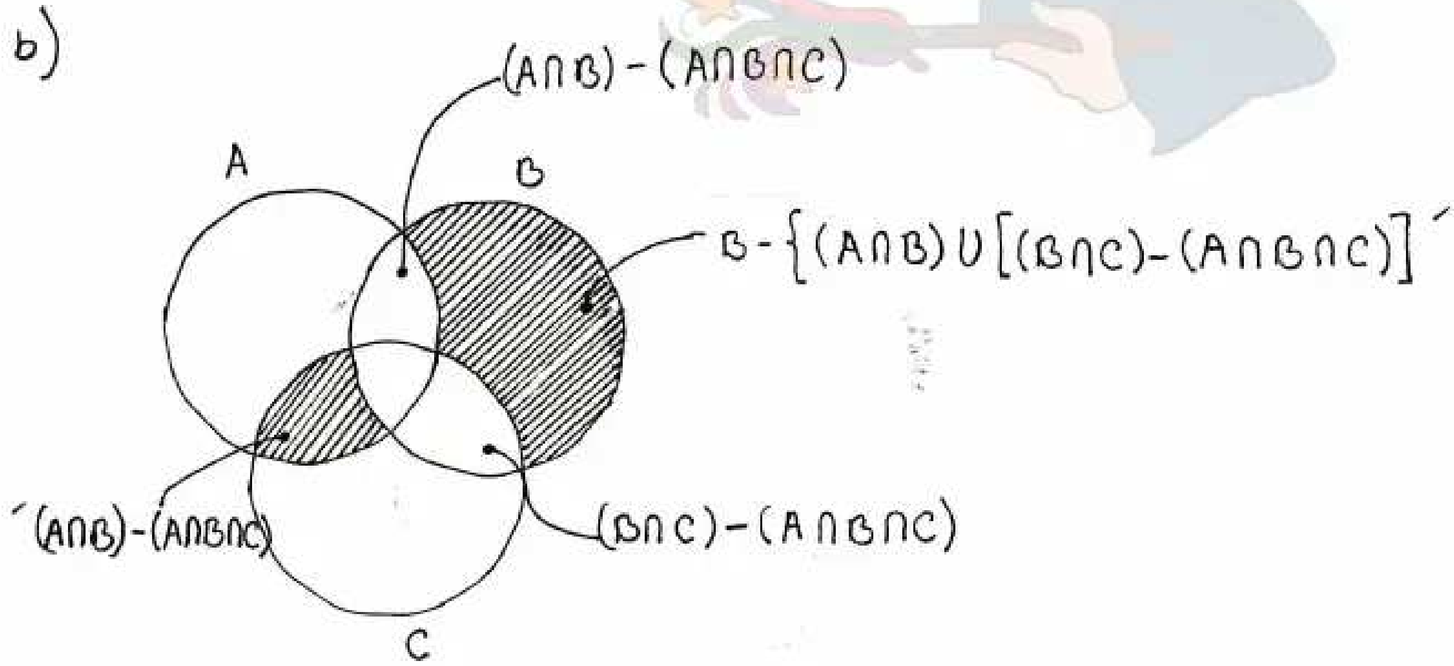
a)



Sol:

$$[(A\cap B)-(A\cap B\cap C)]\cup[(B\cap C)-(A\cap B\cap C)]$$

b)



Sol:

$$[(A\cap B)-(A\cap B\cap C)]\cup\left(B-\{(A\cap B)\cup[(B\cap C)-(A\cap B\cap C)]\}\right)$$

RELACIONES

RELACIONES

1. Sean los conjuntos $A=\{1,3,5\}$, $B=\{x \in \mathbb{N} / 1 < x \leq 6\}$, y sea R una relación de A en B definida por:

$$x R y \leftrightarrow x > y-2$$

a) Definir R por extensión.

b) Representar $A \times B$ y R.

c) Determinar R^{-1}.

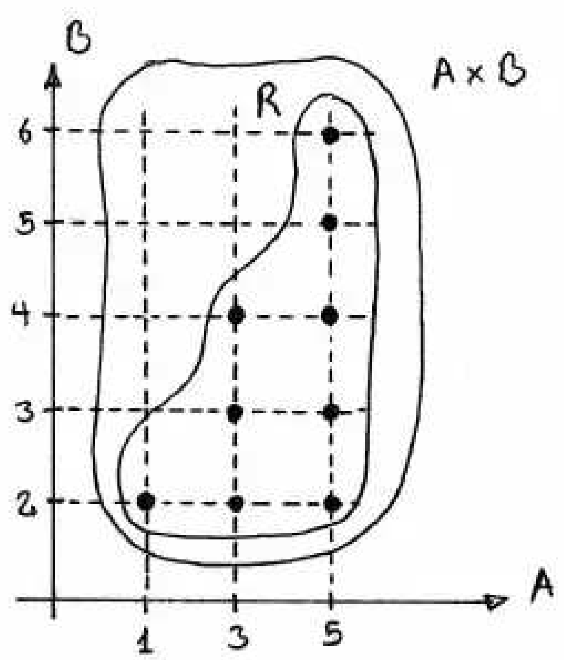
Sol:

a) $A=\{1,3,5\}$

$B=\{2,3,4,5,6\}$

$R=\{(1,2),(3,2),(3,3),(3,4),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6)\}$

b)



c) $R^{-1}=\{(2,1),(2,3),(3,3),(4,3),(2,5),(3,5),(4,5),(5,5),(6,5)\}$

2. Sean los conjuntos $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{2,3,6\}$, y sea R una relación de A en B definida por:

$$x R y \leftrightarrow x+y \text{ es par}$$

a) Determinar R y R^{-1} por extensión

b) Representar $A\times B$ y R

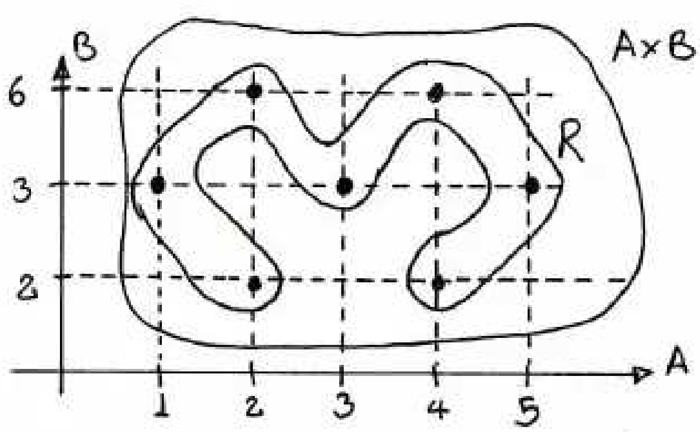
c) Determinar dominio e imagen de R

Sol.

a) $R=\{(1,3),(2,2),(2,6),(3,3),(4,2),(4,6),(5,3)\}$

$R^{-1}=\{(3,1),(2,2),(6,2),(3,3),(2,4),(6,4),(3,5)\}$

b)



c) $D(R)=\{1,2,3,4,5\}$

$I(R)=\{2,3,6\}$


NÚMEROS
COMPLEJOS

CAPÍTULO VIII

NÚMEROS COMPLEJOS Y SUS OPERACIONES

En cada uno de los siguientes ejercicios, efectuar las operaciones indicadas

1. $(\sqrt{3}+i)(1+\sqrt{3}i)-(-2+i)$

Sol.

$$z=\left[(\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{3}})+(3+1)i\right]+2-i$$

$$=0+4i+2-i$$

$$=4i+2-i$$

$$=2+3i$$

2. $(\sqrt{2}+\sqrt{3}i)^2-(1+\sqrt{6}i)$

Sol.

$$=2+2\sqrt{2}\sqrt{3}i-3-(1+\sqrt{6}i)$$

$$=2+2\sqrt{6}i-3-1-\sqrt{6}i$$

$$=-2+\sqrt{6}i$$

3. $(4-5i)(2+9i)+(3-7i)(3-5i)$

Sol.

$= (8+45)+(36-10)i+(9-35)+(-15-21)i$

$= 53+26i-26-36i$

$= 27-10i$ //

4. $2i(5+12i)+(2+3i)(5+7i)+(3+4i)(5-12i)$

Sol.

$= 10i-24+[(10-21)+(14+15)i]+[(15+48)+(-36+20)i]$

$= 10i-24-11+29i+63-16i$

$= 28+23i$ //

5. $(1-i)(2+i)(3-2i)-20$

Sol.

$= [(2+1)+(1-2)i](3-2i)-20$

$= (3-i)(3-2i)-20$

$= [(9-2)+(-6-3)i]-20$

$= 7-9i-20$

$= -13-9i$ // Nota: En el libro indica: R: $1+i$.

No es el resultado correcto.

6. $\frac{1+i}{1-i}+\frac{2}{1+i}-\frac{1}{i}$

Sol.

$= \frac{1+i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}+\frac{2}{1+i}\frac{1-i}{1-i}+i$

$= \frac{\cancel{1}+2i-\cancel{1}}{1+1}+\frac{2-2i}{1+1}+i$

$= \frac{\cancel{2}i}{\cancel{2}}+\frac{\cancel{2}-\cancel{2}i}{\cancel{2}}+i$

$= i+1-\cancel{i}+\cancel{i}$

$= 1+i$ //

7. $\dfrac{1}{1-2i}+\dfrac{2}{2-i}-\dfrac{1}{5i}$

Sol.

$$=\frac{1}{1-2i}\cdot\frac{1+2i}{1+2i}+\frac{2}{2-i}\,\frac{2+i}{2+i}+\frac{1}{5}i$$

$$=\frac{1+2i}{1+4}+\frac{4+2i}{1+4}+\frac{i}{5}$$

$$=\frac{1+2i+4+2i+i}{5}$$

$$=\frac{\cancel{5}+\cancel{5}i}{\cancel{5}}$$

$$=1+i$$

8. $\dfrac{1-8i}{8+i}+\dfrac{13i}{3+2i}-\dfrac{2}{1-i}$

Sol.

$$= \frac{1-8i}{8+i}\cdot\frac{8-i}{8-i}+\frac{13i}{3+2i}\cdot\frac{3-2i}{3-2i}-\frac{2}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$

$$= \frac{(\cancel{8}-\cancel{8})+(-1-64)i}{64+1}+\frac{39i+26}{9+4}-\frac{2+2i}{1+1}$$

$$= -\frac{65i}{65}+3i+2-\frac{\cancel{2}+\cancel{2}i}{\cancel{2}}$$

$$= -i+3i+2-1-i$$

$$= 1+i \,//$$

9. $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}\,i}{\sqrt{2}-\sqrt{3}\,i} - \dfrac{1}{1-i} + \dfrac{3}{1+i}$

Sol.

$$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}\,i}{\sqrt{2}-\sqrt{3}\,i}\cdot\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}\,i}{\sqrt{2}+\sqrt{3}\,i} - \frac{1}{(1-i)}\,\frac{(1+i)}{(1+i)} + \frac{3}{1+i}\,\frac{(1-i)}{1-i}$$

$$= \frac{(\cancel{\sqrt{6}}-\cancel{\sqrt{6}})+(\cancel{\sqrt{9}}^{\,3}+\cancel{\sqrt{4}}^{\,2})i}{2+3} - \frac{1+i}{1+1} + \frac{3-3i}{1+1}$$

$$= \frac{\cancel{5}i}{\cancel{5}} - \frac{1+i}{2} + \frac{3-3i}{2}$$

$$= \frac{2i-1-i+3-3i}{2}$$

$$= \frac{\cancel{2}^{\,1}-\cancel{2}^{\,1}i}{\cancel{2}_{\,1}}$$

$$= 1-i$$

10. $\dfrac{(1+i)^2}{3-i}+\dfrac{1}{1-2i}+2+i^6$

Sol.

$$=\frac{\cancel{1}+2i-\cancel{1}}{3-i}\cdot\frac{(3+i)}{(3+i)}+\frac{1}{1-2i}\cdot\frac{1+2i}{1+2i}+2-1$$

$$=\frac{6i-2}{9+1}+\frac{1+2i}{1+4}+1$$

$$=\frac{6i-\cancel{2}+\cancel{2}+4i}{10}+1$$

$$=\frac{\cancel{10}i}{\cancel{10}}+1$$

$$=1+i$$ //

11. $\dfrac{(3-i)(2+i)}{i} - \dfrac{2}{1+i} + i(5-i)$

$= \dfrac{(6+1)+(3-2)i}{i} - \dfrac{2}{1+i}\cdot\dfrac{1-i}{1-i} + (5i+1)$

$= (-i)(7+i) - \dfrac{2-2i}{1+1} + 1 + 5i$

$= -7i + \cancel{1} - \cancel{1} + i + 1 + 5i$

$= 1 - \underline{\underline{i}}$ //

12. $\dfrac{5+5i}{3-4i}+\dfrac{20}{4+3i}-2$

Sol.

$$=\frac{5+5i}{3-4i}\cdot\frac{(3+4i)}{(3+4i)}+\frac{20}{4+3i}\,\frac{(4-3i)}{(4-3i)}-2$$

$$=\frac{(15-20)+(20+15)i}{9+16}+\frac{80-60i}{16+9}-2$$

$$=\frac{-5+35i}{25}+\frac{80-60i}{25}-2$$

$$=\frac{-1+7i}{5}+\frac{16-12i}{5}-2$$

$$=\frac{15-5i}{5}-2$$

$$=3-i-2$$

$$=1-i$$

13. $\dfrac{(1+2i)(2+i)(3-2i)}{(1-i)^2} + 5$

Sol.

$$= \frac{[(2-2)+(1+4)i](3-2i)}{\cancel{1}-2i-\cancel{1}} + 5$$

$$= \frac{5\cancel{i}(3-2i)}{-2\cancel{i}} + 5$$

$$= \frac{15-10i-10}{-2}$$

$$= \frac{5-10i}{-2}$$

$$= -\frac{5}{2} + 5i$$

14. $\dfrac{3+2i}{1+5i} - \dfrac{1+5i}{3+2i} - \dfrac{1}{1+i}$

Sol.

$$= \frac{3+2i}{1+5i}\cdot\frac{1-5i}{1-5i} - \frac{1+5i}{3+2i}\cdot\frac{3-2i}{3-2i} - \frac{1}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$= \frac{(3+10)+(-15+2)i}{1-(5i)^2} - \frac{(3+10)+(-2+15)i}{9-(2i)^2} - \frac{1-i}{1-i^2}$$

$$= \frac{13-13i}{26} - \frac{\cancel{13}+\cancel{13}i}{\cancel{13}} - \frac{1-i}{2}$$

$$= \cancel{\frac{1-i}{2}} - (1+i) - \cancel{\frac{1-i}{2}}$$

$$= -1-i$$

15. $\dfrac{3+4i}{2-i}+\dfrac{3-4i}{2+i}+\dfrac{5+i}{5i}$

Sol.

$$=\frac{3+4i}{2-i}\cdot\frac{2+i}{2+i}+\frac{3-4i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i}+\frac{5+i}{5}(-i)$$

$$=\frac{(6-4)+(3+8)i}{4+1}+\frac{(6-4)+(-3-8)i}{4+1}+\frac{-5i+1}{5}$$

$$=\frac{2+\cancel{11i}+2-\cancel{11i}-5i+1}{5}$$

$$=\frac{5-5i}{5}$$

$$=1-i$$

16. $\dfrac{(1+i)^2}{1-i} - \dfrac{(1-i)^2}{1+i} + \dfrac{1}{i^2}$

Sol.

$$= \frac{1+2i+i^2}{1-i} - \frac{1-2i+i^2}{1+i} + \frac{1}{-1}$$

$$= \frac{1+2i-1}{1-i} - \frac{1-2i-1}{1+i} - 1$$

$$= \frac{+2i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i} + \frac{2i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i} - 1$$

$$= \frac{2i-2}{1-i^2} + \frac{2i+2}{1-i^2} - 1$$

$$= \frac{-2+2i}{2} + \frac{2+2i}{2} - 1$$

$$= -1+i+1+i-1$$

$$= -1+2i$$

17. $\dfrac{i^4 + i^9 + i^{16}}{2 - i^5 + i^{10} - i^{15}} - \dfrac{1}{i}$

Sol.

$i = i$ $\qquad i^5 = i$ ...etc

$i^2 = i \cdot i = -1$ $\qquad i^6 = -1$

$i^3 = -i$ $\qquad i^7 = -i$

$i^4 = -i \cdot i = 1$ $\qquad i^8 = 1$

Luego, tenemos

$$= \frac{1 + i + 1}{2 - i - 1 - (-i)} - (-i)$$

$$= \frac{2 + i}{1 - i + i} + i$$

$$= 2 + i + i$$

$$= 2 + 2i$$

18. $\dfrac{(2i-i^{-1})^3\,(i-3i^{-1})^2\,i^3}{(i+2i^{-1})^2\,(3i+i^{-1})^3}+\left(\dfrac{4}{i}\right)^3$

Sol.

$$=\frac{(2i+i)^3\,(i+3i)^2\,i^3}{(i-2i)^2\,(3i-i)^3}+\left[4(-i)\right]^3$$

$$=\frac{(3i)^3\,(i+3i)^2\,i^3}{(-i)^2\,(2i)^3}+(-4i)^3$$

$$=\frac{(3i)^3\,(4i)^2\,i^3}{(-i)^2\,(2i)^3}+(-4i)^3$$

$$=\frac{(27i^3)\,(16i^2)\,\cancel{i^3}}{(-i)^2\,(8\cancel{i^3})}+64i$$

$$=\frac{(27i^3)\,(2i^2)}{i^2}+64i$$

$$=\frac{(-27i)\,(2i^2)}{-1}+64i$$

$$=54i^3+64i$$

$$=-54i^3+64i$$

$$=10i$$

19. $\dfrac{(2+i^7)(2+i^9)(-3+i^5)(3+i^{11})}{i(1-3i)}$

Sol.

$$= \frac{(2-i)(2+i)(-3+i)(3-i)}{i-3i^2}$$

$$= \frac{(4-i^2)(-1)(3-i)(3-i)}{3+i}$$

$$= \frac{(4+1)(-1)(3-i)^2}{3+i}$$

$$= \frac{-5(9-6i+i^2)}{3+i}$$

$$= \frac{-5(9-6i-1)}{3+i}$$

$$= \frac{-5(8-6i)}{3+i}$$

$$= \frac{-10(4-3i)}{3+i} \cdot \frac{3-i}{3-i}$$

$$= -10\frac{[(12-3)+(-4-9)i]}{9+1}$$

$$= -\cancel{10}\frac{(9-13i)}{\cancel{10}}$$

$$= -9+13i$$

20. $\dfrac{(1+i^5)^5}{(1+i^3)^3} - \dfrac{(2+i^9)^4}{(1+2i^7)^3} + (1+i^9)^4$

Sol.

$i^2 = -1 \quad i^3 = -i$

$i^4 = -i\,i = -(-1) = 1$

$i^5 = 1\,i = i$

$i^6 = -1 \quad i^7 = -i \quad i^8 = 1 \quad i^9 = i$

Luego:

$= \dfrac{(1+i)^5}{(1-i)^3} - \dfrac{(2+i)^4}{(1-2i)^3} + (1+i)^4$

Procedemos por partes.

$(1+i)^5 = (1+i)(1+i)^2(1+i)^2 = (1+i)(\cancel{1}+2i-\cancel{1})(\cancel{1}+2i-\cancel{1})$

$= (1+i)(-4) = (-4-4i)$

$(1-i)^3 = (1-i)(1-i)^2 = (1-i)(\cancel{1}-2i-\cancel{1}) = -(2i+2)$

$= -2-2i$ //

$(2+i)^4 = (2+i)^2(2+i)^2 = (4+4i-1)(3+4i)$

$= (3+4i)^2 = (-16+24i+9) = (-7+24i)$

$(1-2i)^3 = -11+2i$

$(1+i)^4 = (1+i)^2(1+i)^2 = (\cancel{1}+2i-\cancel{1})(2i) = (4)(-1)$

$= -4$

Luego, tenemos:

$$= \frac{(-4-4i)}{(-2-2i)} - \frac{(-7+24i)}{(-11+2i)} + (-4)$$

$$= \frac{4+4i}{2+2i}\,\frac{2-2i}{2-2i} - \frac{-7+24i}{-11+2i}\left(\frac{-11-2i}{-11-2i}\right) - 4$$

$$= \frac{16}{8} - \frac{\cancel{125}^{1}-\cancel{250}^{2}i}{\cancel{125}_{1}} - 4$$

$$= 2 - 1+2i - 4$$

$$= -3+2i$$

21.

$$\left[(1-i)^{-1}-1\right]^{-1}+4(1+i^{-1})^{-1}$$

Sol:

$$=\left[\left(\frac{1}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}\right)-1\right]^{-1}+4(1-i)^{-1}$$

$$=\left[\left(\frac{1+i}{1-i^2}\right)-1\right]^{-1}+4\left(\frac{1}{1-i}\right)\left(\frac{1+i}{1+i}\right)$$

$$=\left(\frac{1+i}{2}-1\right)^{-1}+\cancelto{2}{4}\left(\frac{1+i}{\cancelto{1}{2}}\right)$$

$$=\left(\frac{1+i-2}{2}\right)^{-1}+2+2i$$

$$=\left(\frac{2}{-1+i}\right)+2(1+i)$$

$$=\left(\frac{2}{(-1)(1-i)}\cdot\frac{(1+i)}{(1+i)}\right)+2(1+i)$$

$$=-\left(\frac{\cancelto{1}{2}+\cancelto{1}{2}i}{\cancelto{1}{2}}\right)+2+2i \qquad =-(1+i)+2+2i$$

$$=1+i \quad //$$

22.

$$\left[(1+i)^{-1}-i^{-1}\right]^{-1}+4(-1+i^{-1})^{-1}$$

Sol:

$$=\left[\left(\frac{1}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}\right)-(-i)\right]^{-1}+4(-1-i)^{-1}$$

$$=\left(\frac{1-i}{2}+i\right)^{-1}+\frac{4}{(-1)}\cdot\frac{1}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\left(\frac{1-i+2i}{2}\right)^{-1}+\frac{\cancel{4}^{2}}{(-1)}\cdot\frac{1-i}{\cancel{2}_{1}}$$

$$=\left(\frac{1+i}{2}\right)^{-1}-2+2i$$

$$=\frac{2}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}-2(1-i)$$

$$=\frac{\cancel{2}(1-i)}{\cancel{2}}-2(1-i)$$

$$=1-i-2+2i$$

$$=-1+i$$

24.

$$i+\cfrac{1}{i+\cfrac{1}{\underbrace{i+\cfrac{1}{\underbrace{1+\cfrac{1}{i}}_{\alpha}}}_{\beta}}}$$

Sol.

Primeramente, trabajamos en α:

$$1+\frac{1}{i}=1+\frac{1}{i}\cdot\frac{i}{i}=1+\frac{i}{(i)^2}=1+\frac{i}{-1}$$

$$=1-i$$

Trabajamos en β

$$i+\frac{1}{1+\frac{1}{i}}=i+\frac{1}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}=i+\frac{1+i}{2}$$

$$=\frac{2i+1+i}{2}$$

$$=\frac{1+3i}{2}$$

En el ejercicio general, tenemos.

$$=i+\cfrac{1}{i+\cfrac{1}{\cfrac{1+3i}{2}}}$$

$$=i+\cfrac{1}{i+\cfrac{2}{1+3i}\cdot\cfrac{1-3i}{1-3i}}$$

$$= i + \cfrac{1}{i + \cfrac{2-6i}{1^2 - 9i^2}}$$

$$= i + \cfrac{1}{i + \cfrac{\cancel{2}^{1} - \cancel{6}^{3} i}{\cancel{10}_{5}}}$$

$$= i + \cfrac{1}{\cfrac{5i + 1 - 3i}{5}}$$

$$= i + \frac{5}{1 + 2i} \cdot \frac{1-2i}{1-2i}$$

$$= i + \frac{\cancel{5}^{1} - \cancel{10}^{2} i}{\cancel{5}_{1}}$$

$$= i + 1 - 2i$$

$$= \underline{\underline{1 - i}} \; //$$

27. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 + i^7 + i^8 + i^9 + i^{10}$

Sol: $i = i$ $\quad i^5 = i$ $\quad i^9 = i$

$i^2 = -1$ $\quad i^6 = -1$ $\quad i^{10} = -1$

$i^3 = -i$ $\quad i^7 = -i$

$i^4 = 1$ $\quad i^8 = 1$

Luego:

$= \cancel{i} - \cancel{1} - \cancel{i} + \cancel{1} + \cancel{i} - \cancel{1} - \cancel{i} + \cancel{1} + i - 1$

$= i - 1$ //

$= -1 + i$ //

28. $i^{-1}+i^{-2}+i^{-3}+i^{-4}+i^{-5}+i^{-6}+i^{-7}+i^{-8}+i^{-9}+i^{-10}$

Sol: $i^{-1}=\frac{1}{i}\cdot\frac{i}{i}=\frac{i}{-1}=-i$

$i^{-2}=\frac{1}{i^2}=-1$

$i^{-3}=\frac{1}{i^3}=\frac{1}{-i}\cdot\frac{i}{i}=\frac{i}{-(-1)}=i$

$i^{-4}=\frac{1}{i^4}=\frac{1}{1}=1$

$i^{-5}=\frac{1}{i^5}=\frac{1}{i}=-i$

Luego:

$=-\cancel{i}-\cancel{1}+\cancel{i}+\cancel{1}-\cancel{i}-\cancel{1}+\cancel{i}+\cancel{1}-i-1$

$=-1-i$ //

En cada uno de los siguientes ejercicios, hallar el complejo z:

30. $(2-i)z=(1+2i)^2$

Sol:

$$\frac{\cancel{(2-i)}z}{\cancel{(2-i)}}=\frac{(1+2i)^2}{(2-i)}$$

$$z=\frac{1+(2i)\cdot 2+(2i)^2}{2-i}\cdot\frac{2+i}{2+i}$$

$$z=\frac{1+4i-4}{2-i}\cdot\frac{2+i}{2+i}$$

$$z=\frac{(-3+4i)(2+i)}{4-i^2}$$

$$z=\frac{(-6-4)+(-3+8)i}{5}$$

$$z=\frac{-10+5i}{5}$$

$$z=-2+i$$

31. $(1+2i)z = 5i^3(2-3i)$

Sol.

$$\frac{\cancel{(1+2i)}z}{\cancel{(1+2i)}} = \frac{5i^3(2-3i)}{1+2i}$$

$$z = \frac{10i^3 - 15i^4}{1+2i} \cdot \frac{1-2i}{1-2i}$$

$i^3 = -i$

$i^4 = 1$

$$z = \frac{(-10i-15)(1-2i)}{1-(2i)^2}$$

$$z = \frac{(-15-10i)(1-2i)}{1+4}$$

$$z = \frac{\cancel{5}(-3-2i)(1-2i)}{\cancel{5}}$$

$$z = (-3-4) + (6-2)i$$

$$z = -7 + 4i \;//$$

32. $\overline{z + 2i} = 1 - i\bar{z}$

Sol.

$$\bar{z} + \overline{2i} = 1 - i\bar{z}$$

$$\bar{z} + i\bar{z} = 1 - \overline{2i}$$

$$\bar{z}(1+i) = 1 - (0 - 2i)$$

$$\frac{\bar{z}\cancel{(1+i)}}{\cancel{1+i}} = \frac{1+2i}{1+i}$$

$$\bar{z} = \frac{1+2i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}$$

$$\bar{z} = \frac{(1+2i)(1-i)}{1-i^2}$$

$$\bar{z} = \frac{(1+2) + (-1+2)i}{1+1}$$

$$\bar{z} = \frac{3+2i}{2}$$

$$\bar{z} = \frac{3}{2} + i$$

$$z = \frac{3}{2} - i$$

33. $\overline{zi} - 3i = \overline{z+2}$

Sol.

$$\bar{z}\,\bar{i} - 3i = \bar{z} + \bar{2}$$

$$\bar{z}(-i) - 3i = \bar{z} + 2$$

$$\bar{z}(-i) - \bar{z} = 2 + 3i$$

$$\bar{z}\frac{\cancel{(-1-i)}}{\cancel{(-1-i)}} = \frac{2+3i}{-1-i}$$

$$\bar{z} = \frac{2+3i}{-1-i} \cdot \frac{-1+i}{-1+i}$$

$$\bar{z} = \frac{(2+3i)(-1+i)}{(-1)^2 - i^2}$$

$$\bar{z} = \frac{(-2-3) + (2-3)i}{1+1}$$

$$\bar{z} = \frac{-5-i}{2}$$

$$z = -\frac{5}{2} + \frac{i}{2}$$

35. $\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{z} = \dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$

Sol.

$$2(1+\sqrt{3}\,i) = z(\sqrt{3}+i)$$

$$z\,\cancel{\frac{(\sqrt{3}+i)}{(\sqrt{3}+i)}} = 2\,\frac{(1+\sqrt{3}\,i)}{(\sqrt{3}+i)}$$

$$z = 2\,\frac{(1+\sqrt{3}\,i)\cdot(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}+i)\cdot(\sqrt{3}-i)}$$

$$z = 2\,\frac{\left[(\sqrt{3}+\sqrt{3}) + (-1+3)i\right]}{3-i^2}$$

$$z = 2\,\frac{(2\sqrt{3}+2i)}{4}$$

$$z = \cancel{4}\,\frac{(2\sqrt{3}+2i)}{\cancel{4}}$$

$$z = 2\sqrt{3}+2i$$

37. $\dfrac{1}{z-i} + \dfrac{2+i}{1+i} = 2-i$

Sol.

$$\frac{1}{z-i} = 2-i - \frac{2+i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$\frac{1}{z-i} = 2-i - \frac{(2+1)-(-2+1)i}{1-i^2}$$

$$\frac{1}{z-i} = 2-i - \frac{3+i}{2}$$

$$\frac{1}{z-i} = \frac{4-2i-3-i}{2}$$

$$\frac{1}{z-i} = \frac{1-3i}{2}$$

$$z-i = \frac{2}{1-3i}\cdot\frac{1+3i}{1+3i}$$

$$z-i = \frac{2+6i}{1-(3i)^2}$$

$$z = \frac{\cancel{2}(1+3i)}{\cancel{10}} + i$$

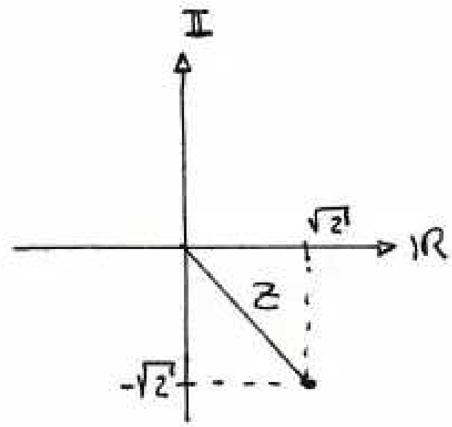
$$z = \frac{1+3i+5i}{5}$$

$$z = \frac{1}{5} + \frac{8}{5}i$$

Nota: Sebastián Lazo coloca $1+2i$

Expresar los siguientes números en su forma polar:

48. a) $-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$



Sol.

$r=\sqrt{2+2}=\sqrt{4}$

$r=2$

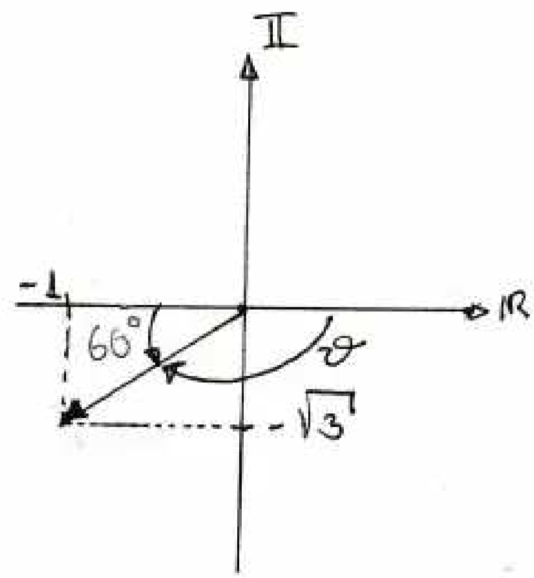
$\theta=\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2}}\right)$

$\theta=-45°$ //

Luego:

$z=2(\cos(-45°)+i\operatorname{sen}(-45°))$ //

b) $-1-\sqrt{3}i$



Sol.

$r=\sqrt{1+3}$

$r=2$

$\theta=\operatorname{arctg}\frac{-\sqrt{3}}{-1}=60°$

$\theta=180°-60°$

$\theta=-120°$

Luego:

$z=2(\cos(-120°)+i\operatorname{sen}(-120°))$ //

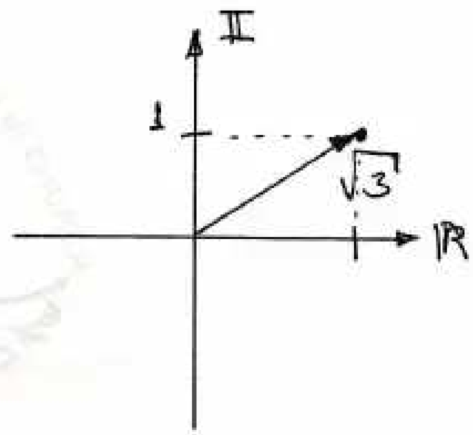
49

a) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$

sol.

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}}$$



$$r = 1$$

$$\vartheta = \operatorname{arctg}\left(\frac{-\frac{1}{\cancel{2}}}{\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\vartheta = 30^\circ$$

Luego:

$$z = 1(\cos 30^\circ + i \operatorname{sen} 30^\circ)$$

b) $\sqrt{3} - \frac{1}{i}$

Sol.

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{i}{-1} = -i$$

tenemos que $\sqrt{3} - \frac{1}{i} = \boxed{\sqrt{3} - i}$

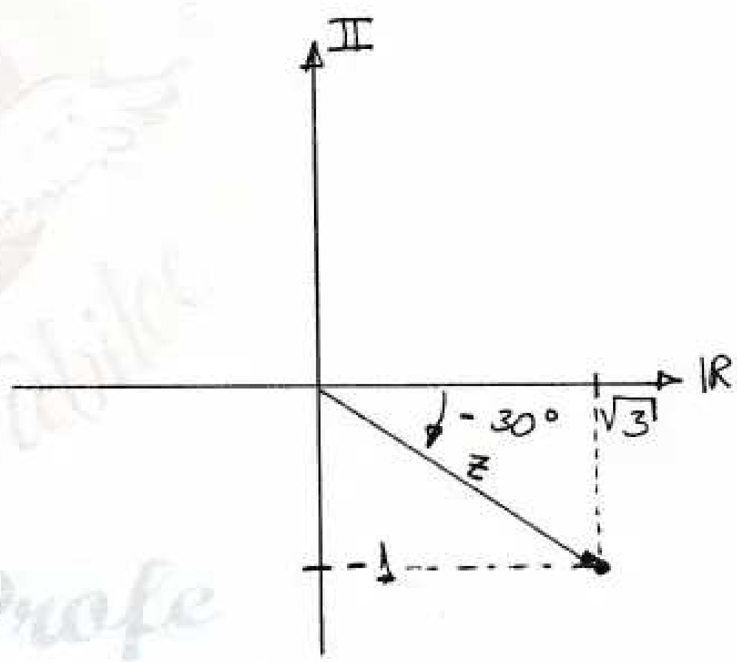
$$r = \sqrt{\sqrt{3}^2 + (-1)^2}$$

$$r = \sqrt{3+1}$$

$$r = 2$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\theta = -30^\circ$$

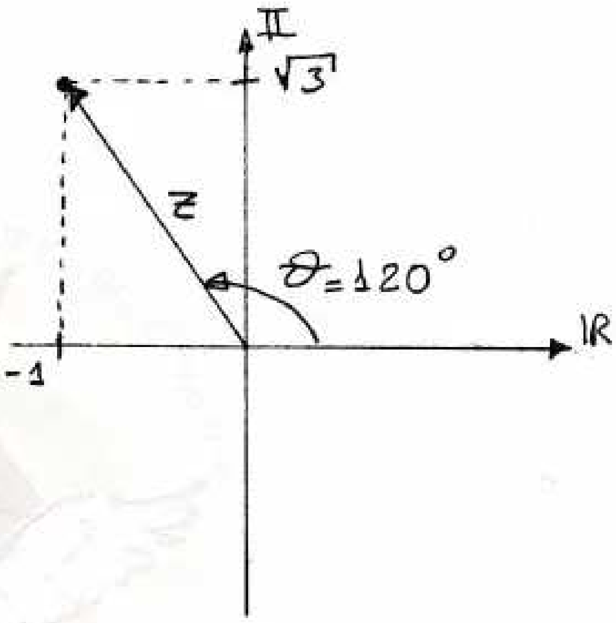


Luego:

$$z = 2\left(\cos(-30^\circ) + i\,\operatorname{sen}(-30^\circ)\right)$$

50.

a) $2i(\sqrt{3}+i)$



Sol.

$z = 2i\sqrt{3} - 2$

$z = -2 + i\,2\sqrt{3}$

$r = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2}$

$r = \sqrt{4+12}$

$r = 4$

$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{-\cancel{2}}\right)$

$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{-1}\right)$

$\theta = 120°$

Luego:

$$z = 4(\cos 120° + i \operatorname{sen} 120°)$$

En cada uno de los siguientes ejercicios, efectuar las operaciones indicadas.

52.

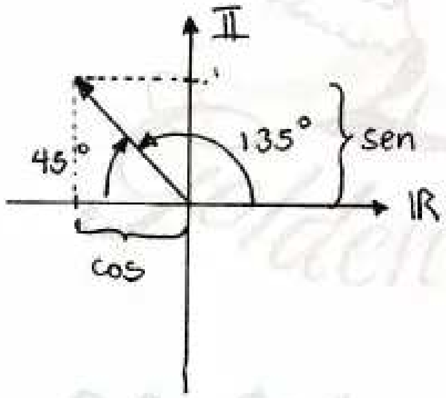
$$3(\cos 45^\circ + i \operatorname{sen} 45^\circ) \cdot \sqrt{2}\,(\cos 90^\circ + i \operatorname{sen} 90^\circ)$$

$$= 3\, e^{i45^\circ} \cdot \sqrt{2}\, e^{i90^\circ}$$

$$= 3\sqrt{2}\, e^{i(45^\circ + 90^\circ)}$$

$$= 3\sqrt{2}\, e^{i135^\circ}$$

$$= 3\sqrt{2}\,(\cos 135^\circ + i \operatorname{sen} 135^\circ)$$



$$\cos 135^\circ = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{sen} 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 3\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= 3(-1 + i)$$

53.

$(\cos 280° + i \operatorname{sen} 280°) \cdot 4(\cos 50° + i \operatorname{sen} 50°)$

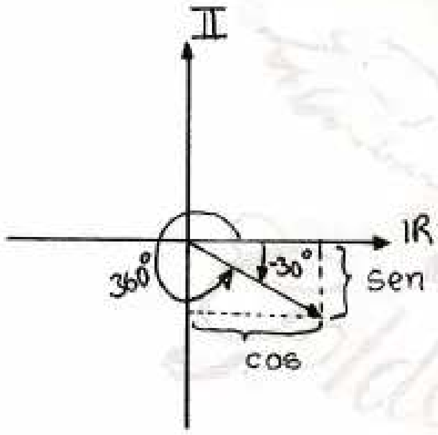
Sol.

$= e^{i280°} \cdot 4e^{i50°}$

$= 4e^{i(280°+50°)}$

$= 4e^{i330°}$

$= 4(\cos 330° + i \operatorname{sen} 330°)$



$\operatorname{sen} 330° = -\frac{1}{2}$

$\cos 330° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}\right)$

$= 2(\sqrt{3} - i)$

54.

$4(\cos 20^\circ + i \operatorname{sen} 20^\circ) \cdot (\cos 100^\circ + i \operatorname{sen} 100^\circ)$

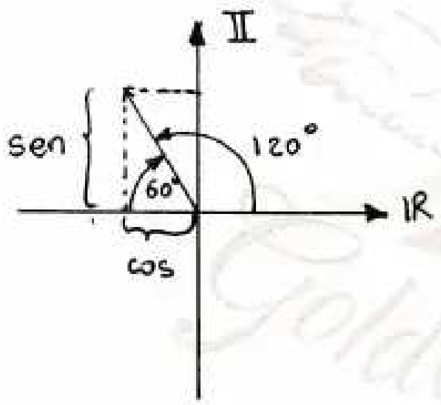
Sol.

$= 4\, e^{i20^\circ} \cdot e^{i100^\circ}$

$= 4\, e^{i(20^\circ + 100^\circ)}$

$= 4\, e^{i(120^\circ)}$

$= 4(\cos 120^\circ + i \operatorname{sen} 120^\circ)$



$\cos 120^\circ = \frac{1}{2}$

$\operatorname{Sen} 120^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$= 4\left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 2(1 - i\sqrt{3})$

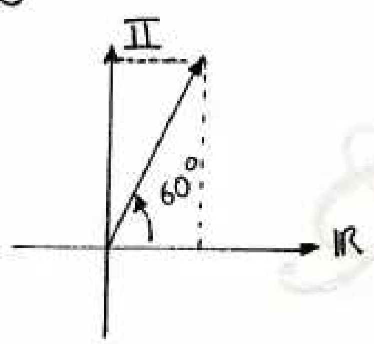
55. $\dfrac{2(\cos 130^\circ + i \operatorname{sen} 130^\circ)}{3(\cos 70^\circ + i \operatorname{sen} 70^\circ)}$

Sol.

$$= \frac{2\, e^{i\,130^\circ}}{3\, e^{i\,70^\circ}}$$

$$= \frac{2}{3}\, e^{i(130^\circ - 70^\circ)}$$

$$= \frac{2}{3}\, e^{i\,60^\circ}$$



$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2}{3}(\cos 60^\circ + i \operatorname{sen} 60^\circ)$$

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}(1 + i\sqrt{3})$$

$$= \frac{1}{3} + i\frac{\sqrt{3}}{3}$$

56.

$$\frac{2\ (\cos 80^\circ + i\ \text{sen}\ 80^\circ)}{3\ (\cos 40^\circ - i\ \text{sen}\ 40^\circ)}$$

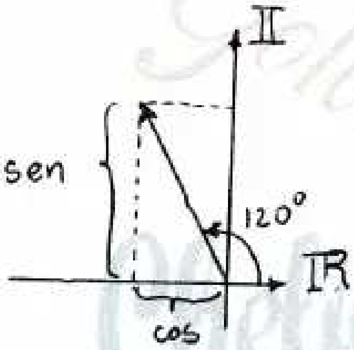
Sol.

$$= \frac{2\ e^{i\,80^\circ}}{3\ e^{-i\,40^\circ}}$$

$$= \frac{2}{3}\ e^{i[80^\circ - (-40^\circ)]}$$

$$= \frac{2}{3}\ e^{i\,120^\circ}$$

$$= \frac{2}{3}\ (\cos 120^\circ - i\,\text{sen}\,120^\circ)$$



$$\cos 120^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\text{sen}\ 120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

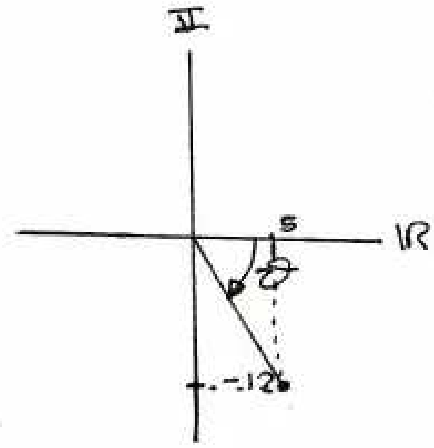
$$= \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2} - i\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\ (1 - i\sqrt{3})$$

$$= \frac{1}{3} - i\,\frac{\sqrt{3}}{3}$$

En cada uno de los siguientes ejercicios, calcular las raíces que se indican y representarlas gráficamente.

72. a) $\sqrt{5-12i}$



Sol.

$r=\sqrt{5^2+12^2}$

$r=13$

$\vartheta=\operatorname{arctg}\left(\frac{-12}{5}\right)=-67^\circ$

$$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\vartheta+K360^\circ}{n}\right)+i\operatorname{sen}\left(\frac{\vartheta+K360^\circ}{n}\right)\right]$$

$K=0,1,2\ldots n$

En nuestro ejercicio:

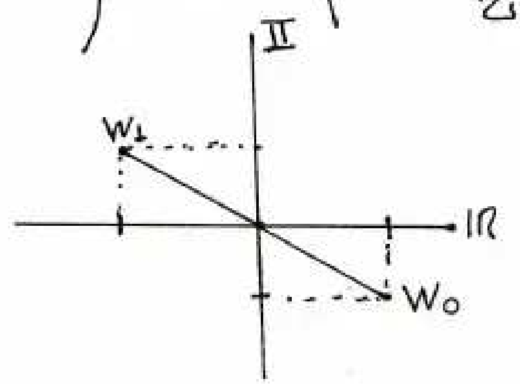
$$\sqrt{5-12i}=\sqrt{13}\left[\cos\left(\frac{-67^\circ+K360^\circ}{2}\right)+i\operatorname{sen}\left(\frac{-67^\circ+K360^\circ}{2}\right)\right]$$

$K=0$: $W_0=\sqrt{13}\left[\cos\left(\frac{-67^\circ+0}{2}\right)+i\operatorname{sen}\left(-\frac{67^\circ+0}{2}\right)\right]$

$W_0=3-2i$ //

$K=1$: $W_1=\sqrt{13}\left[\cos\left(-\frac{67^\circ+360^\circ}{2}\right)+i\operatorname{sen}\left(-\frac{67^\circ+360^\circ}{2}\right)\right]$

$W_0=-3+2i$ //



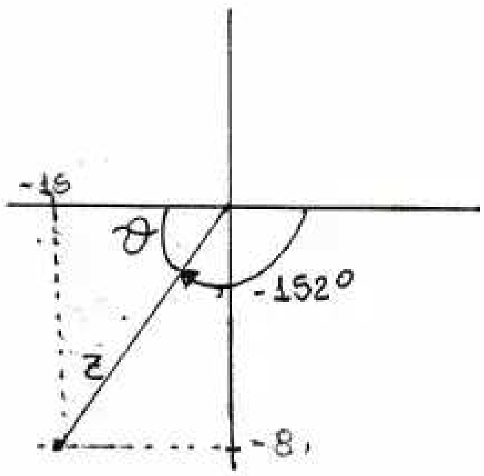
b) $\sqrt{-15-8i}$

Sol.

$r = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$

$\theta = \text{arctg}\left(\frac{-8}{-15}\right) = 28^\circ$

$\theta = -152^\circ$



Luego:

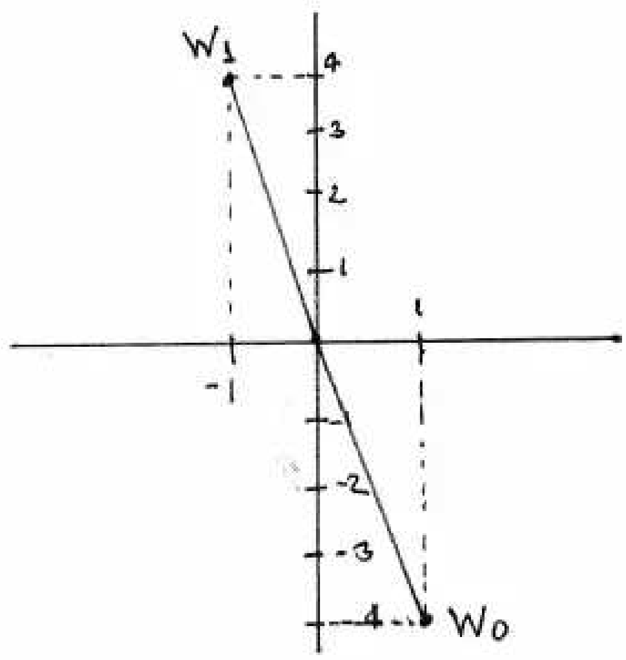
$$\sqrt{-15-8i} = \sqrt[2]{17}\left[\cos\left(\frac{-152^\circ + K\,360^\circ}{2}\right) + i\,\text{sen}\left(\frac{-152^\circ + K\,360^\circ}{2}\right)\right]$$

$$K=0: \quad W_0 = \sqrt{17}\left[\cos\left(\frac{-152^\circ + 0}{2}\right) + i\,\text{sen}\left(\frac{-152^\circ + 0}{2}\right)\right]$$

$$W_0 = 1 - 4i$$

$$K=1: \quad W_1 = \sqrt{17}\left[\cos\left(\frac{-152^\circ + 360^\circ}{2}\right) + i\,\text{sen}\left(\frac{-152^\circ + 360^\circ}{2}\right)\right]$$

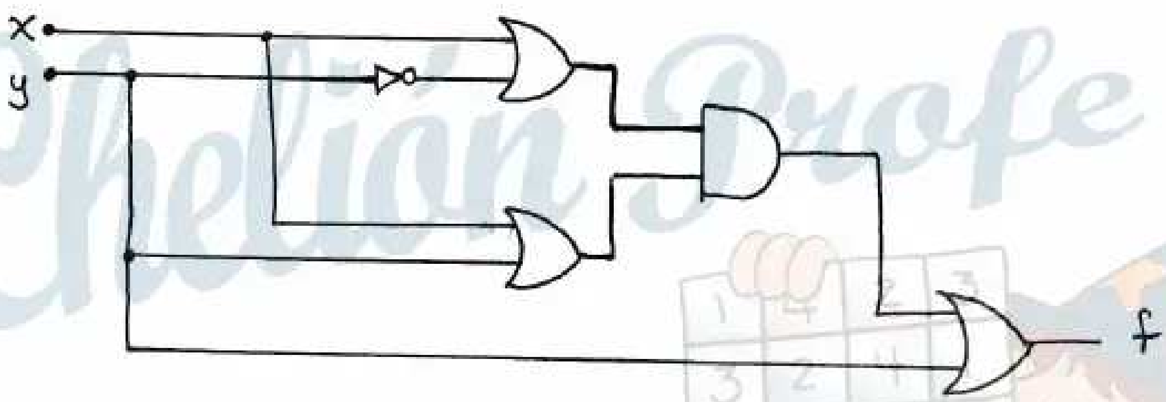
$$W_1 = -1 + 4i$$




ÁLGEBRA
BOOLEANA

Para cada una de las siguientes redes lógicas, exprese la salida f en términos de las variables de entrada. Luego utilice la expresión de la salida para simplificar la red dada.

17)



Sol.

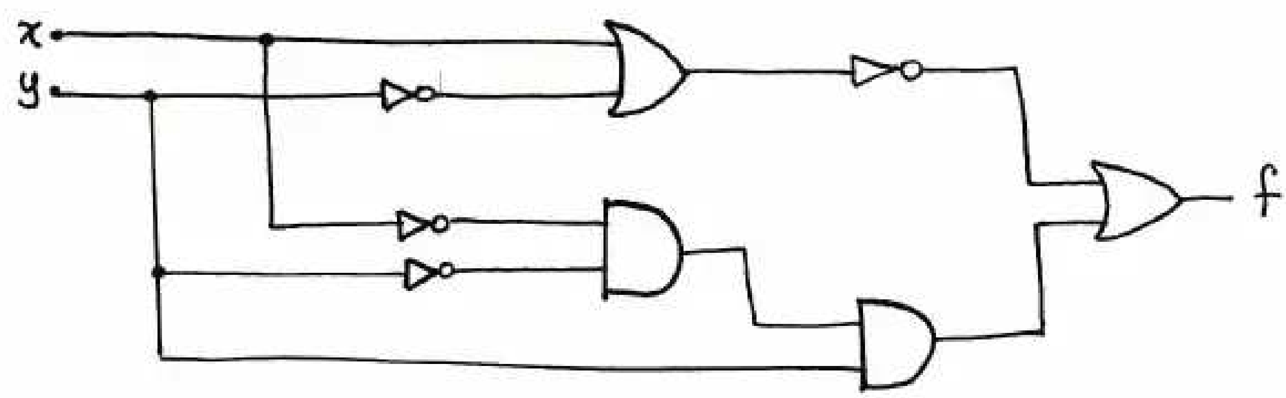
$$f = [(x+\bar{y})\cdot(x+y)] + y$$

$$= [x + (y\bar{y})] + y \qquad \text{L. Distributiva}$$

$$= (x+0) + y \qquad \text{L. Complemento}$$

$$f = x + y \qquad \text{L. Identidad.}$$

18)



Sol.

$$f = \overline{(x+\bar{y})} + (\bar{x}\,\bar{y})\,y$$

$$= (\bar{x}\,y) + y(\bar{x}\,\bar{y}) \qquad \text{L. De Morgan}$$

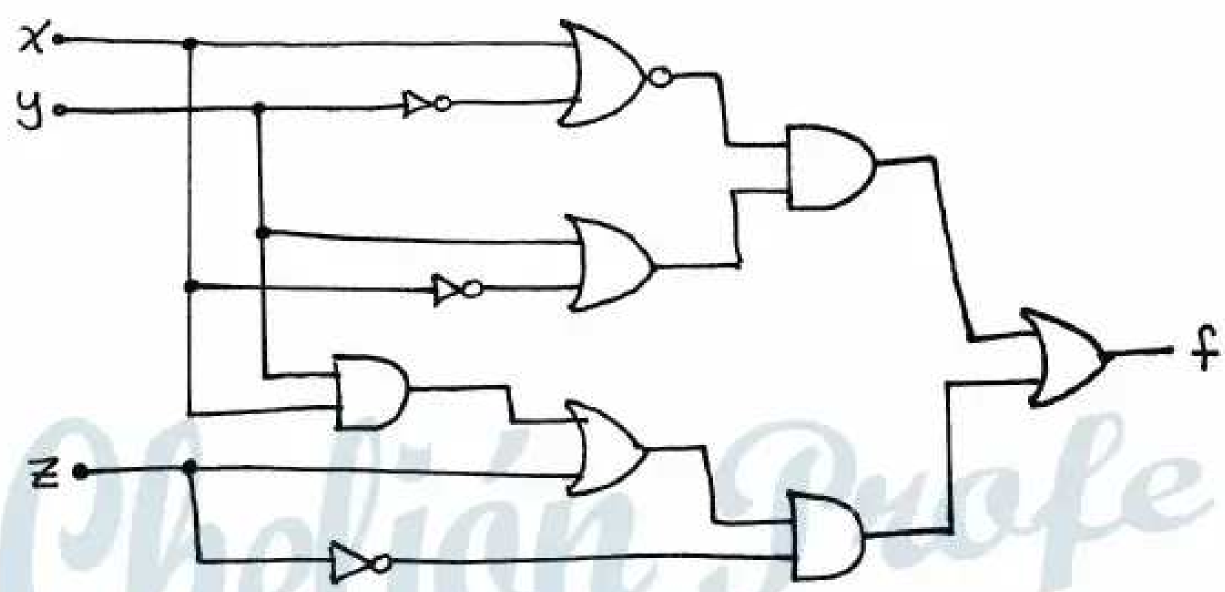
$$= (\bar{x}\,y) + 0\,\bar{x} \qquad \text{L. Complemento}$$

$$= (\bar{x}\,y) + 0 \qquad \text{L. Identidad}$$

$$f = \bar{x}\,y \qquad \text{L. Identidad.}$$

Nota: El resultado del libro es $\bar{x}+y$, lo cual es erróneo.

19)



Sol.

$$f = \left[\overline{(x+\bar{y})}\;(\bar{x}+y)\right] + \left[(xy+z)\,\bar{z}\right]$$

$$= (\bar{x}y)(\bar{x}+y) + \bar{z}xy \qquad \text{L. De Morgan, Absorción}$$

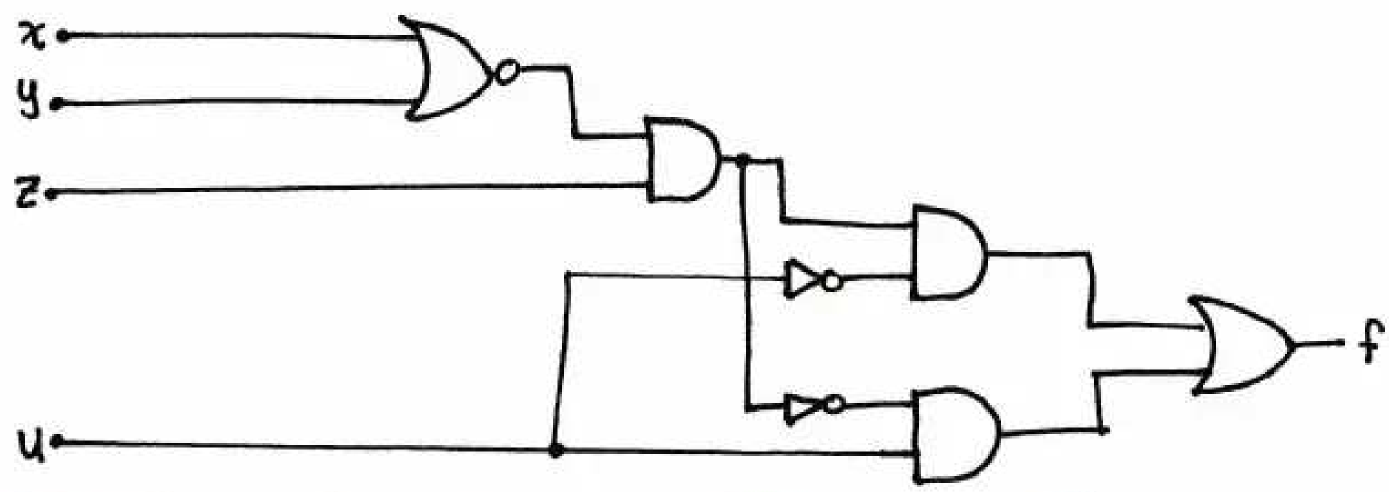
$$= \bar{x}y + xy\bar{z} \qquad \text{L. Absorción}$$

$$= y(\bar{x} + x\bar{z}) \qquad \text{L. Distributiva}$$

$$= y(\bar{x} + \bar{z}) \qquad \text{L. Absorción}$$

$$= y\,\overline{xz} \qquad \text{L. De Morgan.}$$

20)



Sol.

$$f = [(\overline{x+y})\, z\, \bar{u}] + (\overline{(\overline{x+y})\, z})\, u$$

$$= (\bar{x}\bar{y} z \bar{u}) + (\overline{\overline{x+y}} + \bar{z})\, u \quad \text{L. De Morgan}$$

$$= (\bar{x}\bar{y} z \bar{u}) + (x+y+\bar{z})\, u \quad \text{L. doble complemento}$$

$$= (\bar{x}\bar{y}\, z)u + (x+y+\bar{z})\, u \quad \text{L. Asociativa.}$$

$$= u\,[\bar{x}\bar{y} z + (x+y+\bar{z})] \quad \text{L. Distributiva}$$

$$= u\,[\bar{x}\bar{y} z + \overline{\overline{(x+y+\bar{z})}}\,] \quad \text{L. Doble Negación}$$

$$= u\,[\bar{x}\bar{y} z + \overline{\bar{x}\bar{y} z}\,] \quad \text{L. De Morgan.}$$

$$= u\,(1) \quad \text{L. Complemento}$$

$$f = u \quad \text{L. Identidad.}$$

En cada uno de los siguientes ejercicios construya un mapa de Karnaugh para las funciones cuyas tablas de valores se dan a continuación. Luego, expresar f como suma minimal de productos.

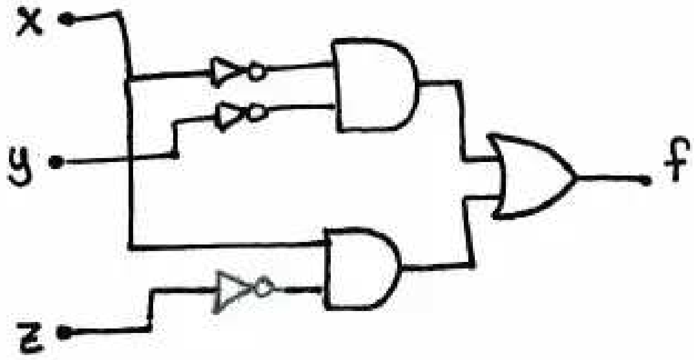
21. a)

x	y	z	$f(x,y,z)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Sol.

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	1_0	1_1	0_3	0_2
1	1_4	0_5	0_7	1_6

$$f = \bar{x}\bar{y} + x\bar{z}$$



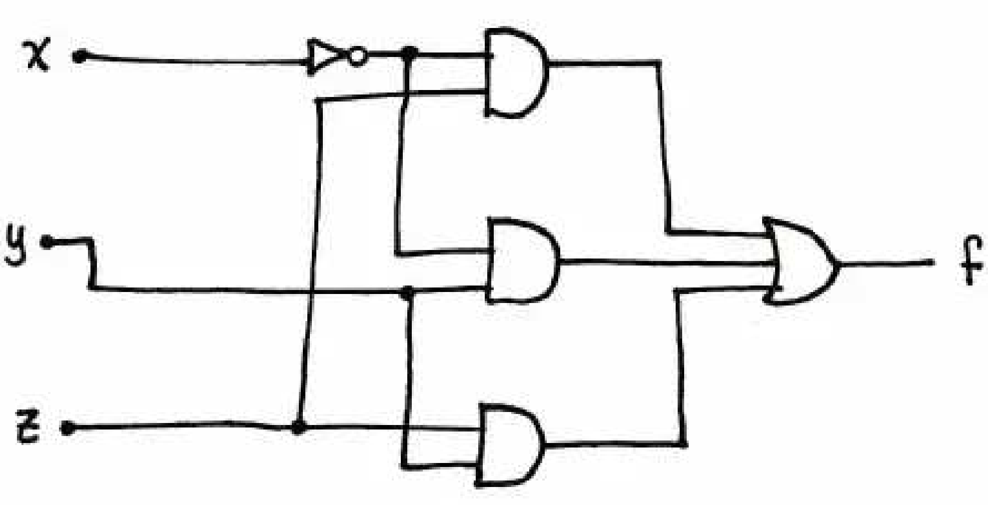
b)

x	y	z	$f(x,y,z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Sol.

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	0	1	0

$$f(x,y,z)=\bar{x}z+\bar{x}y+yz$$



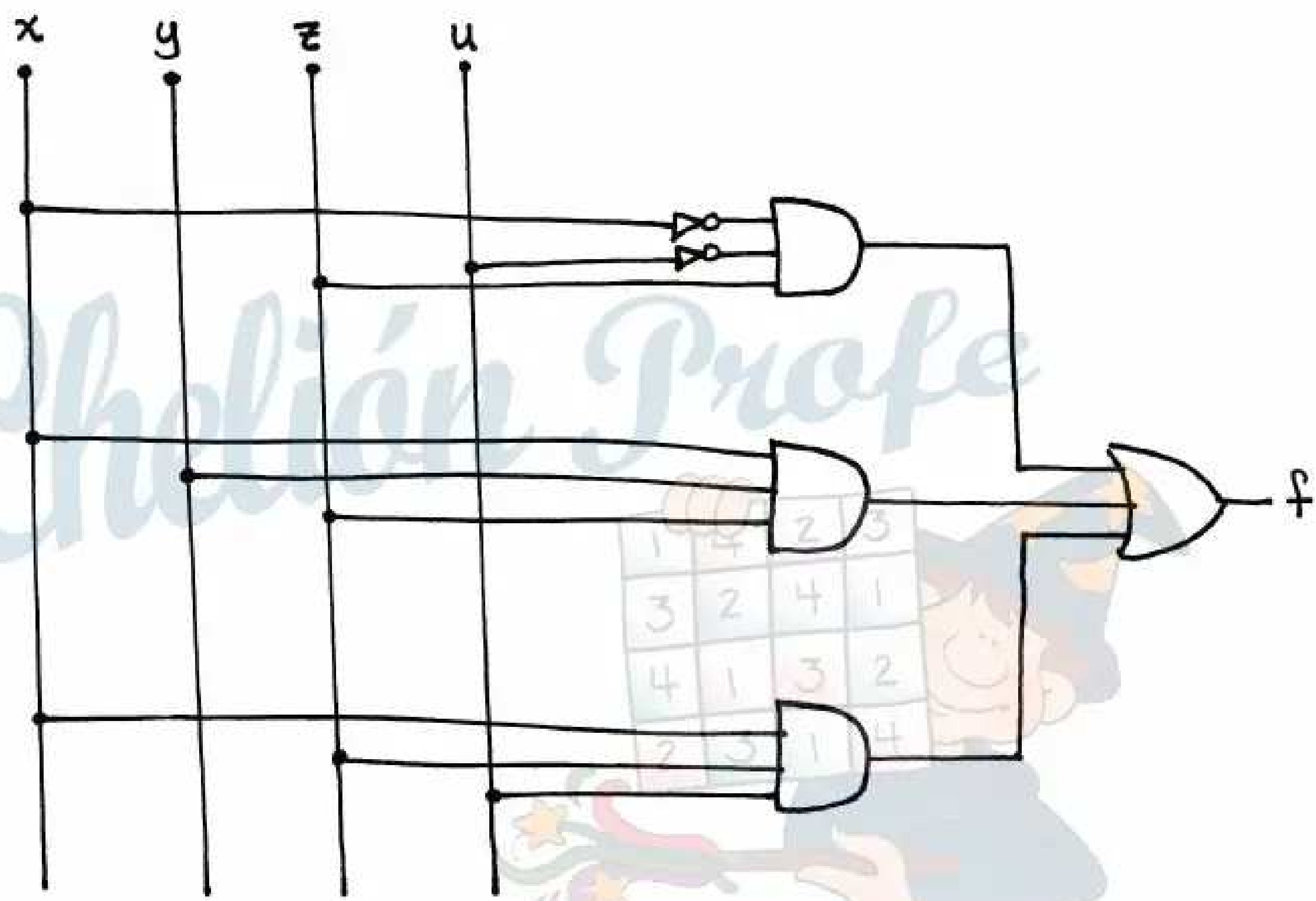
22) a)

x	y	z	u	$f(x,y,z,u)$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$xy \backslash zu$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	0

$$f(x,y,z,u) = \bar{x}z\bar{u} + xyz + xzu$$

Circuito Lógico.



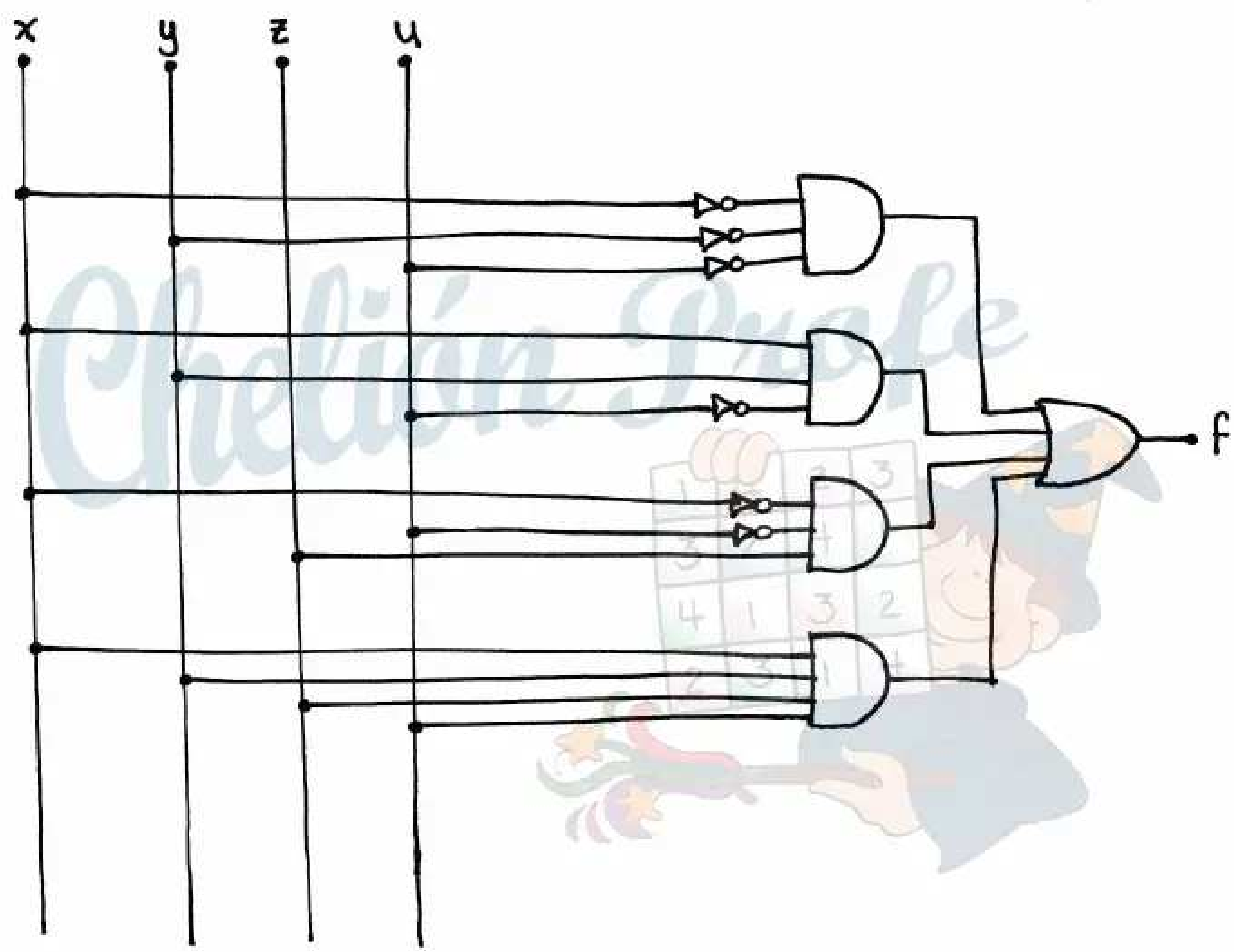
b)

x	y	z	u	$f(x,y,z,u)$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

$xy \backslash zu$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	1
11	1	0	0	1
10	0	0	0	0

$$f(x,y,z,u) = \bar{x}\bar{y}\bar{u} + xy\bar{u} + \bar{x}z\bar{u} + x\bar{y}\bar{z}u$$ //

Circuito Lógico.

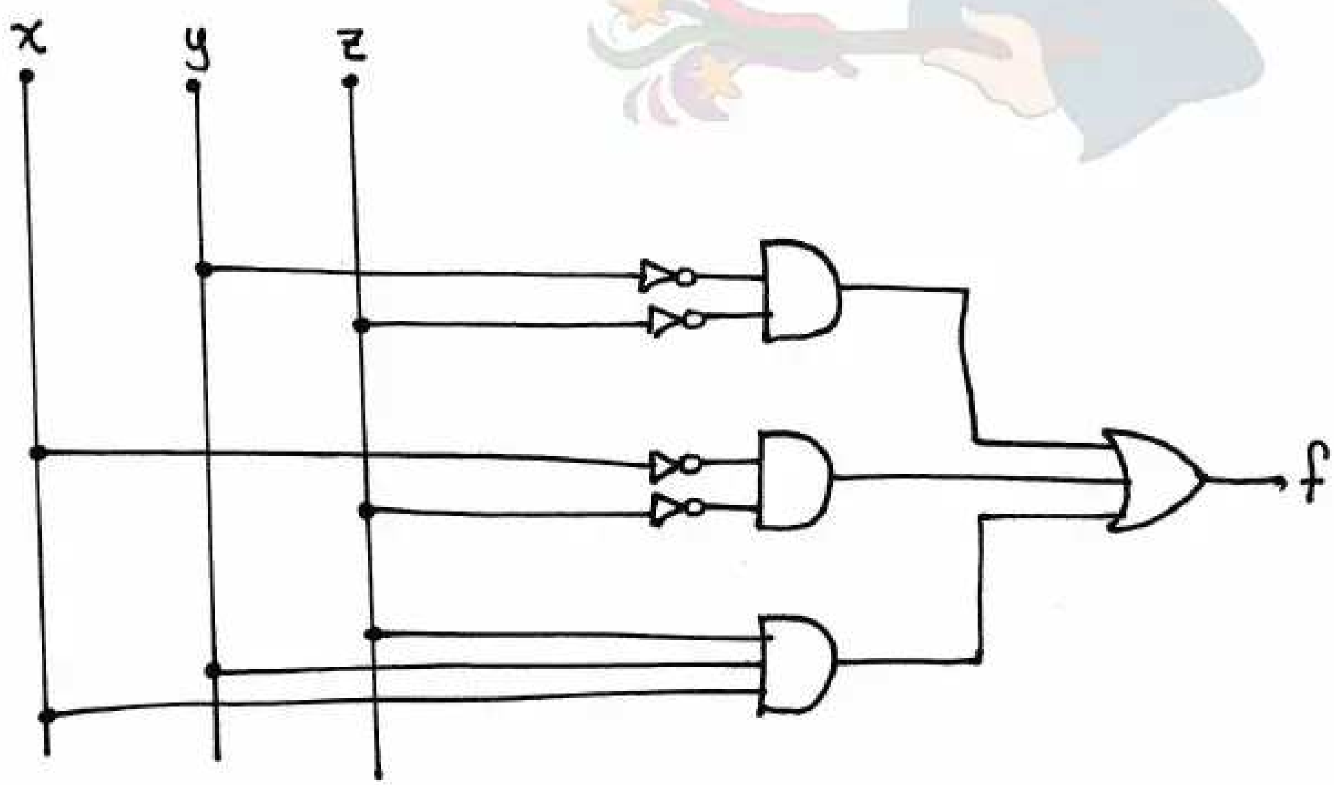


Para cada una de las siguientes funciones, use un mapa de Karnaugh para encontrar una representación como suma minimal de productos.

23. $f(x,y,z) = \sum m(0,3,4,7)$

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	1	0

$$f(x,y,z) = \bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{z} + xyz$$

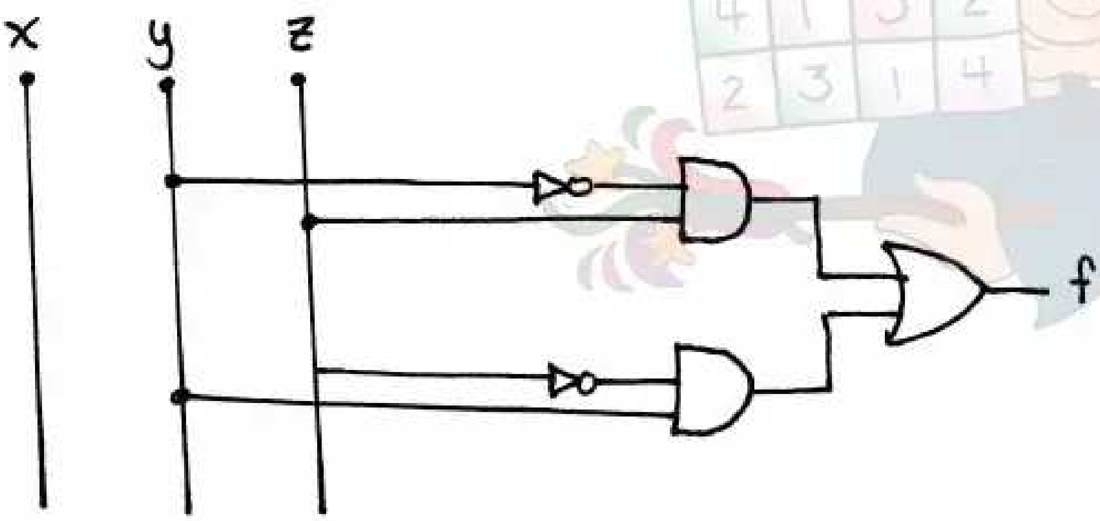


24. $f(x,y,z) = \sum m(1,2,5,6)$

Sol.

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	0	1	0	1

$f(x,y,z) = \bar{y}z + y\bar{z}$ //

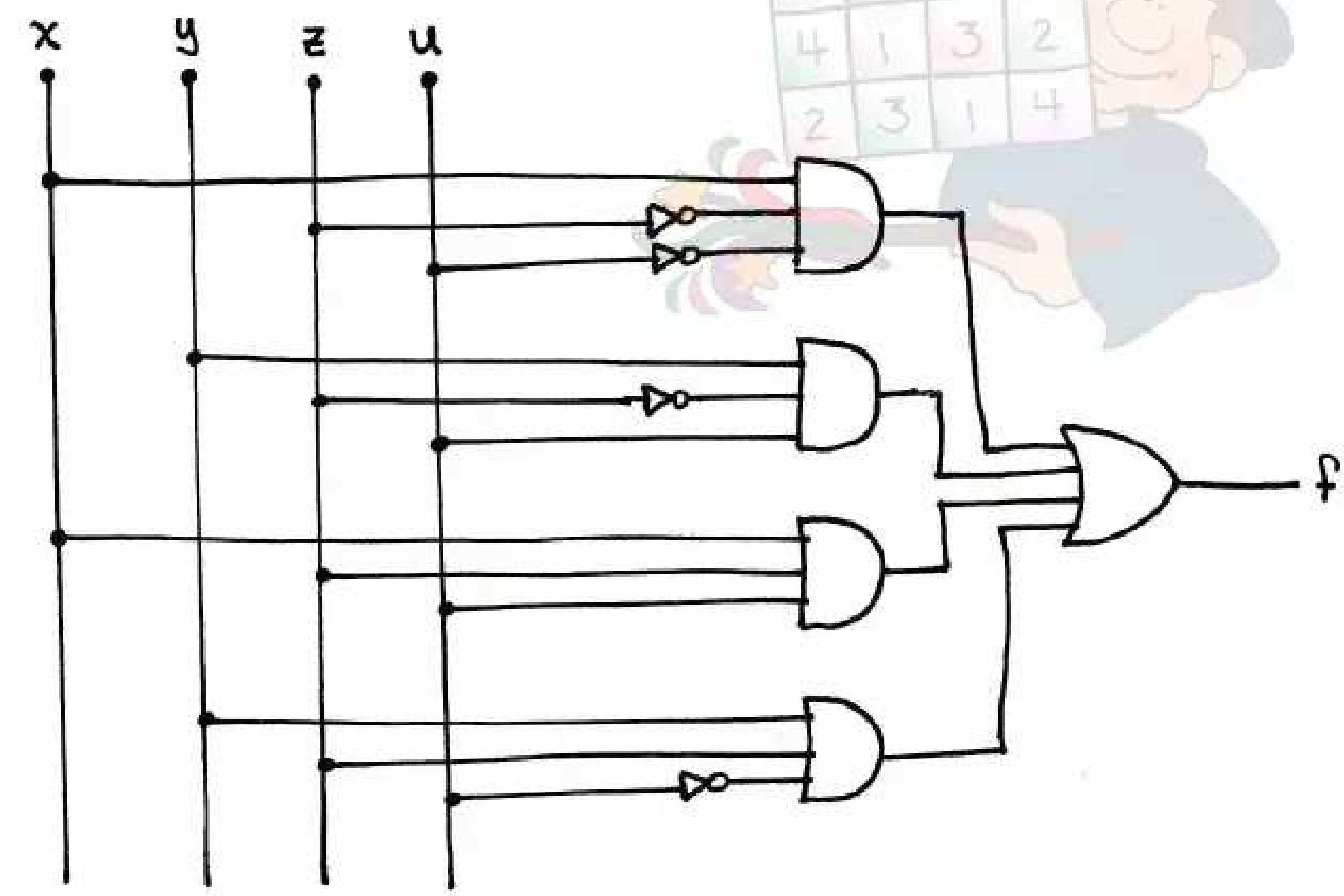


25. $f(x,y,z,u) = \sum m(5,6,8,11,12,13,14,15)$

Sol.

xy \ zu	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	1	1	1	1
10	1	0	1	0

$f(x,y,z,u) = x\bar{z}\bar{u} + y\bar{z}u + xzu + yz\bar{u}$ //

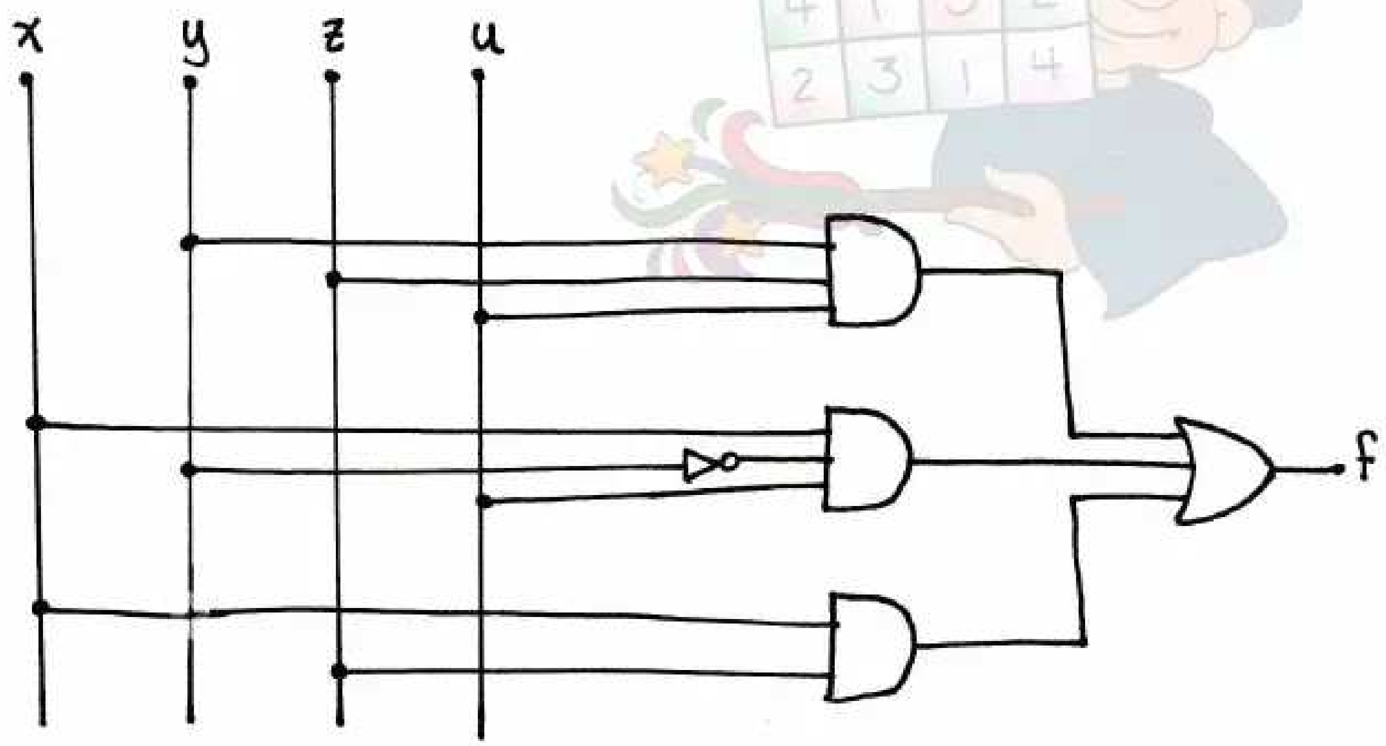


26. $f(x,y,z,u) = \sum m(7,9,10,11,14,15)$

Sol.

$xy \backslash zu$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	1
10	0	1	1	1

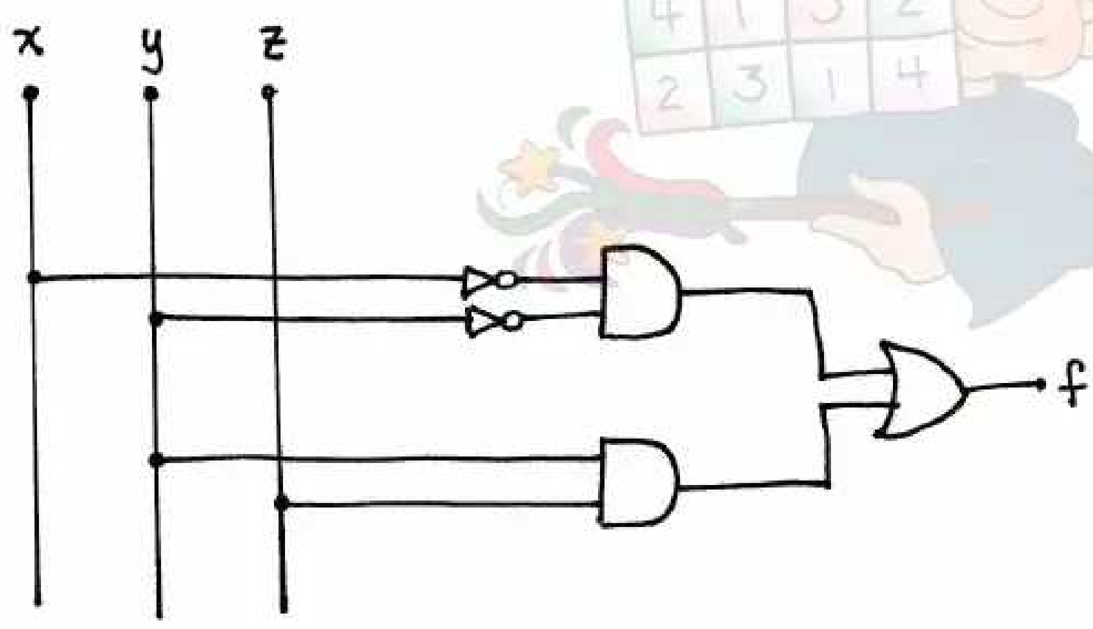
$$f(x,y,z,u) = yzu + x\bar{y}u + xz$$



27. $f(x,y,z,u) = \sum m(0,1,2,3,6,7,14,15)$

xy \ zu	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	0	0

$f(x,y,z,u) = \bar{x}\bar{y} + yz$ //

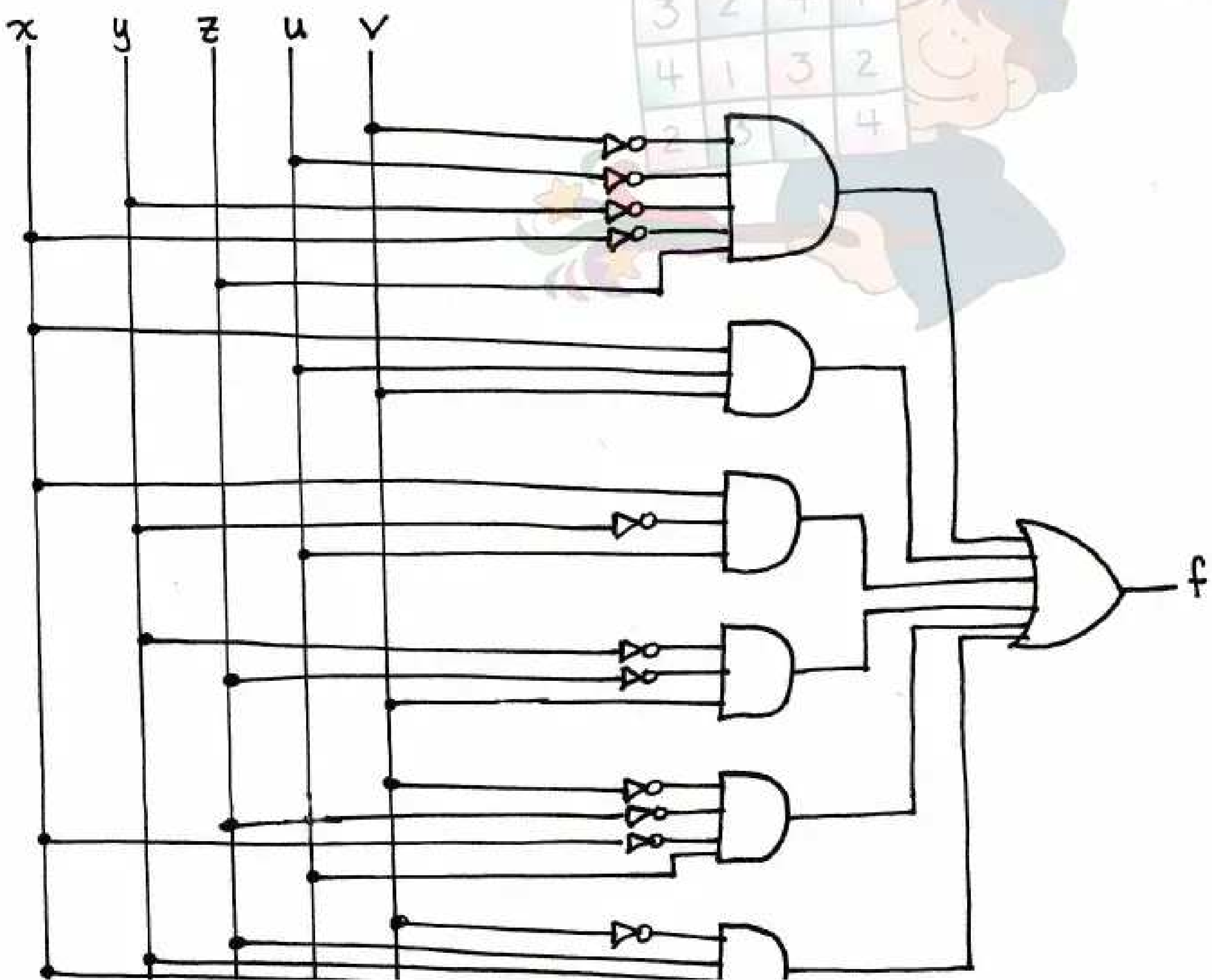


28. $f(x,y,z,u,v) = \sum m(1,2,3,4,10,17,18,19,22,23,27,29,30,31)$

Sol.

$yz \backslash uv$	$\bar{x}$: 00	01	11	10	x: 00	01	11	10
00	0 (0)	1 (1)	1 (3)	1 (2)	0 (16)	1 (17)	1 (19)	1 (18)
01	1 (4)	0 (5)	0 (7)	0 (6)	0 (20)	0 (21)	1 (23)	1 (22)
11	0 (12)	0 (13)	0 (15)	0 (14)	1 (28)	0 (29)	1 (31)	1 (30)
10	0 (8)	0 (9)	0 (11)	1 (10)	0 (24)	0 (25)	1 (27)	0 (26)

$$f(x,y,z,u,v) = \bar{x}\bar{y}z\bar{u}\bar{v} + xuv + x\bar{y}u + \bar{y}\bar{z}v + \bar{x}\bar{z}u\bar{v} + xyz\bar{v}$$



29. $f(x,y,z,u,v) = \sum m(0,3,5,7,8,12,13,15,16,21,23,24,28,29,31)$

Sol.

yz \ uv	$\bar{x}$: 00	01	11	10	x: 00	01	11	10
00	1_{0}	0_{1}	1_{3}	0_{2}	1_{16}	0_{17}	0_{19}	0_{18}
01	0_{4}	1_{5}	1_{7}	0_{6}	0_{20}	1_{21}	1_{23}	0_{22}
11	1_{12}	1_{13}	1_{15}	0_{14}	1_{28}	1_{29}	1_{31}	0_{30}
10	1_{8}	0_{9}	0_{11}	0_{10}	1_{24}	0_{25}	0_{27}	0_{26}

$$f(x,y,z,u,v) = zv + \bar{z}\bar{u}\bar{v} + yz\bar{u} + \bar{x}\bar{y}uv$$