Funciones linealmente independientes y wronskiano.

Jorge Ruiz López

Facultad de Ingeniería UNAM

Abril 2022

1. Dependencia e independencia lineal:

Definición 1.1: Se dice que un conjunto de funciones $f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x)$ es **linealmente dependiente** en un intervalo I si existen constantes $c_1, c_2, ..., c_n$ no todas cero, tales que

$$c_1 f_1(x) + c_2 f_2(x) + ... + c_n f_n(x) = 0$$

para toda x en el intervalo. Si el conjunto de funciones no es linealmente dependiente en el intervalo, se dice que es linealmente independiente.

2. Wronskiano:

Definición 1.2: Suponga que cada una de las funciones $f_1(x), f_2(x), ..., f_n(x)$ tiene al menos $n-1$ derivadas. El determinante

$$W(f_1, f_2, ..., f_n) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & ... & f_n \\ f_1' & f_2' & ... & f_n' \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1^{n-1} & f_2^{n-1} & ... & f_n^{n-1} \end{vmatrix} \tag{1}$$

Criterio para soluciones linealmente independientes Sean $y_l, y_2, ..., y_n$ n soluciones de la ecuación diferencial lineal homogénea de n-ésimo orden en el intervalo I. El conjunto de soluciones es linealmente independiente en I si y sólo si $W(y_l, y_2, ..., y_n) \neq 0$ para toda x en el intervalo.