Problema de valor inicial.

Jorge Ruiz López

Facultad de Ingeniería UNAM

Marzo 2022

1. Problema de valor inicial.

Definición 1.1: [1] *Problema con valor inicial* es la ecuación diferencial acompañada de condiciones iniciales.

Ejemplo Resolver la ecuación diferencial:

$$y' - 4xy = 0$$

Para la condición inicial: $y = \frac{1}{5}$ cuando $x = 0$, o bien, brevemente:

$$y(0) = \frac{1}{5}$$

La ecuación puede escribirse como:

$$dy = 4xy \cdot dx, \text{ o, } \frac{dy}{y} = 4x \cdot dx$$

Integrando ambos lados de la igualdad tenemos:

$$ln(y) = 2x^2 + c$$
$$y = ce^{2x^2}$$

Sustituyendo los valores del punto $(0, \frac{1}{5})$, tenemos que: $\frac{1}{5} = ce^0 \rightarrow c = \frac{1}{5}$
Entonces la solución particular es:

$$y = \frac{1}{5}e^{2x^2}$$

Ejemplo 2: Resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' = x, \text{ para } y(-2) = 4$$
$$, y'(0) = 1$$

Integrando ambos lados de la ecuación tenemos:

$$y' = \frac{x^2}{2} + c_1$$

Volviendo a integrar:

$$y = \frac{x^3}{6} + c_1x + c_2, \text{ es solución general}$$

Aplicando las condiciones iniciales dadas:

para y' : $1 = 0 + c_1 \rightarrow c_1 = 1$

para y : $4 = \frac{-8}{6} - 2(1) + c_2$

$$c_2 = \frac{22}{3}$$

$$\blacksquare y = \frac{x^3}{6} + x + \frac{22}{3} \text{ es solución particular}$$

Comprobación: derivando la solución particular y sustituyéndola en la ecuación, debe satisfacerla:

$$y' = \frac{x^2}{2} + 1$$
$$y'' = x$$

2. Observación:

Se necesita igual número de condiciones iniciales que el del orden de la ecuación diferencial.

Referencias

[1] Isabel Carmona Jover. *Ecuaciones Diferenciales.* Longman de México Editores, 1998. ISBN: 9684441509.