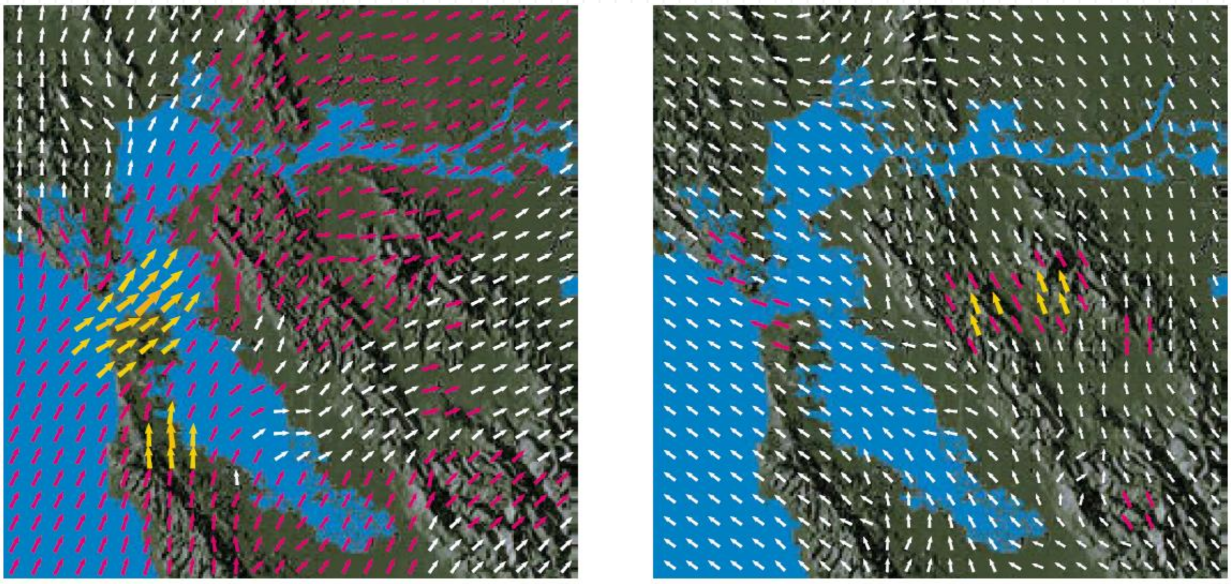
CAMPOS VECTORIALES

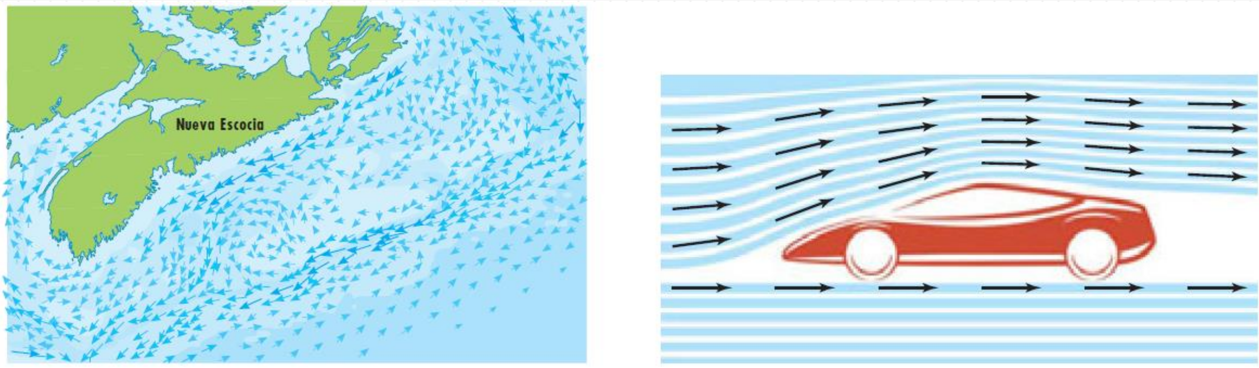
ITESO, Universidad Jesuita de Guadalajara



a) 6:00 p.m., 1 de marzo de 2010

b) 6:00 a.m., 1 de marzo de 2010

FIGURA 1 Campos vectoriales de velocidad que muestran los patrones de viento en la bahía de San Francisco.



a) Corrientes oceánicas fuera de la costa de Nueva Escocia

b) Flujo que se encuentra en un automóvil

FIGURA 2 Campos vectoriales de velocidad

En general, un campo vectorial es una función cuyo dominio es un conjunto de puntos en $\mathbb{R}^2$ (o $\mathbb{R}^3$) y cuyo rango es un conjunto de vectores en V_2 o (V_3).

1 Definición Sea D un conjunto en $\mathbb{R}^2$ (una región plana). Un **campo vectorial sobre** $\mathbb{R}^2$ es una función $\mathbf{F}$ que asigna a cada punto (x, y) en D un vector bidimensional $\mathbf{F}(x, y)$.

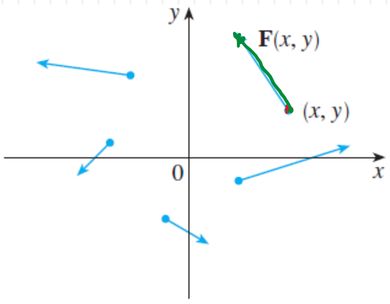
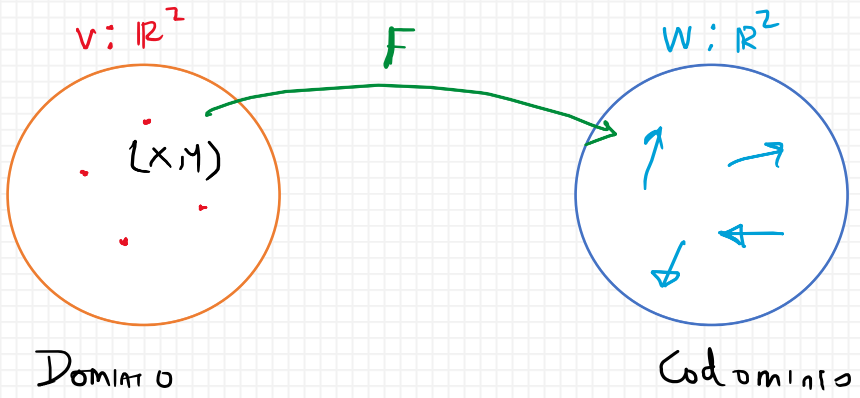


FIGURA 3
Campo vectorial sobre $\mathbb{R}^2$

La mejor manera de representar un campo vectorial es dibujar una flecha que representa al vector $\mathbf{F}(x, y)$ que inicia en el punto (x, y).



Como $\mathbf{F}(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$$\mathbf{F}(x,y) = P(x,y)\,\mathbf{i} + Q(x,y)\,\mathbf{j} = \langle P(x,y), Q(x,y) \rangle$$

$$\mathbf{F}(x,y) = P\,\mathbf{i} + Q\,\mathbf{j}$$

Observe que P y Q son funciones escalares de dos variables y, algunas veces, se les llama **campos escalares** para distinguirlos de los campos vectoriales.

$\boxed{2}$ **Definición** Sea E un subconjunto de $\mathbb{R}^3$. Un **campo vectorial sobre** $\mathbb{R}^3$ es una función $\mathbf{F}$ que asigna a cada punto (x, y, z) en E un vector tridimensional $\mathbf{F}(x, y, z)$.

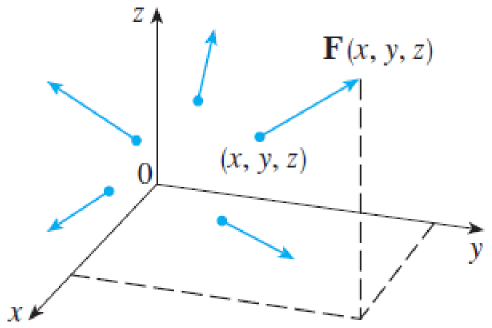


FIGURA 4
Campo vectorial sobre $\mathbb{R}^3$

$$\mathbf{F}(x,y,z) = P\,\mathbf{i} + Q\,\mathbf{j} + R\,\mathbf{k}$$

Es posible definir la continuidad de los campos vectoriales y demostrar que F es continua si y solo si sus funciones constituyentes P, Q, R son continuas.

Algunas veces identificamos un punto (x, y, z) con su vector de posición $\mathbf{x} = \langle x, y, z\rangle$ y escribimos $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ en lugar de $\mathbf{F}(x, y, z)$. Entonces $\mathbf{F}$ se convierte en una función que asigna un vector $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ a un vector $\mathbf{x}$.

V EJEMPLO 1 Un campo vectorial sobre $\mathbb{R}^2$ está definido por $\mathbf{F}(x, y) = -y\,\mathbf{i} + x\,\mathbf{j}$. Describa $\mathbf{F}$ trazando algunos de sus vectores $\mathbf{F}(x, y)$ como en la figura 3.

(x, y)	$\mathbf{F}(x, y)$
(1,0)	$\langle 0,1\rangle$
(0,1)	$\langle -1,0\rangle$
(−1,0)	$\langle 0,-1\rangle$
(0, −1)	$\langle 1,0\rangle$
(2,2)	$\langle -2,2\rangle$
(−2,2)	$\langle -2,-2\rangle$
(−2, −2)	$\langle 2,-2\rangle$
(2, −2)	$\langle 2,2\rangle$

$\mathbf{F}(1,0) = -0\mathbf{i} + 1\mathbf{j} = \mathbf{j}$

$\mathbf{F}(0,1) = -1\mathbf{i} + 0\mathbf{j} = -\mathbf{i}$

$\mathbf{F}(-1,0) = -0\mathbf{i} + (-1)\mathbf{j} = -\mathbf{j}$

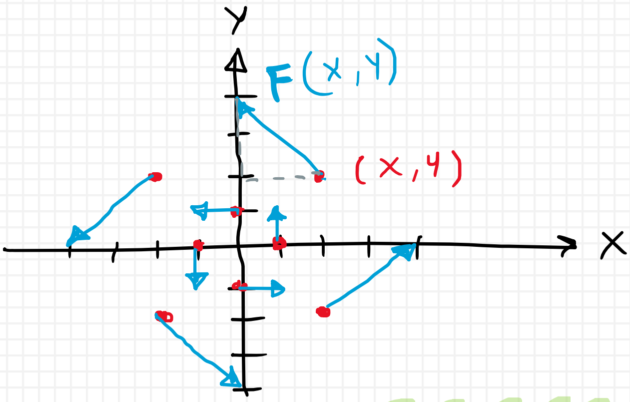
$\mathbf{F}(0,-1) = -(-1)\mathbf{i} + 0\mathbf{j} = \mathbf{i}$

$\mathbf{F}(2,2) = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

$\mathbf{F}(-2,2) = -2\mathbf{i} + (-2)\mathbf{j} = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$

$\mathbf{F}(-2,-2) = -(-2)\mathbf{i} + (-2)\mathbf{j} = 2\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$

$\mathbf{F}(2,-2) = -(-2)\mathbf{i} + 2\mathbf{j} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$



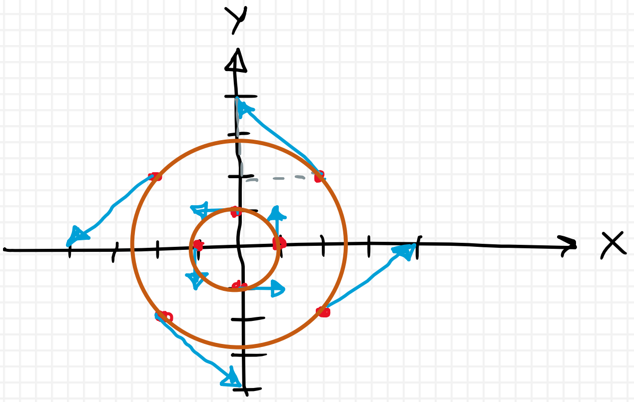
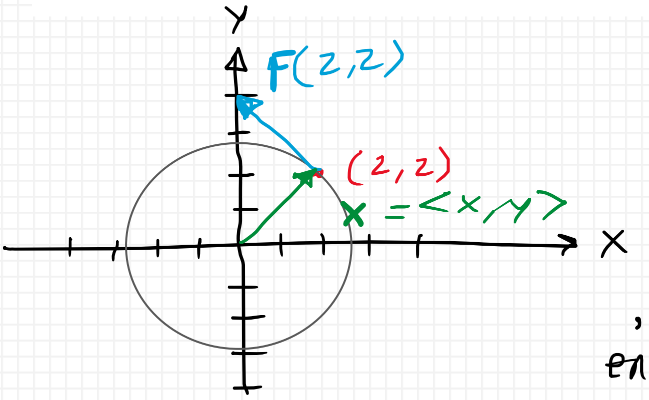


Fig. 5

Al parecer, según la figura 5, cada flecha es tangente a la circunferencia con centro en el origen. Para confirmarlo, calculemos el producto punto del vector de posición $\mathbf{x} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j}$ con el vector $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(x, y)$:



$\mathbf{x} \perp \mathbf{F}(\mathbf{x})$

$\mathbf{x} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}) = (x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) \cdot (-y\mathbf{i} + x\mathbf{j})$

$= -xy + xy = 0$

$\therefore$ x y F(x) sí son ortogonales entonces cada flecha es tangente a la circunferencia.

Se ve claramente que el radio del círculo

$r = |\mathbf{x}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

entonces

$r = |\mathbf{F}(\mathbf{x})|$

https://la.mathworks.com/login

https://la.mathworks.com/help/matlab/vector-fields.html

https://matlabacademy.mathworks.com/es/details/matlab-onramp/gettingstarted

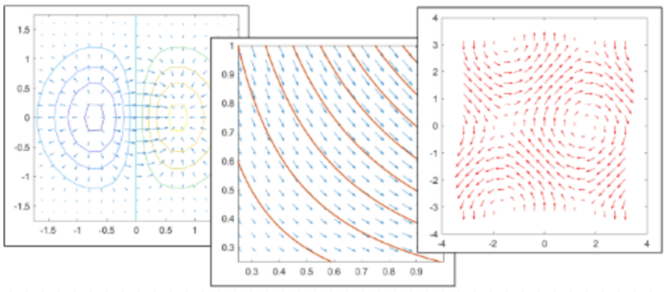
ITESO, Universidad Jesuita de Guadalajara

Campos de vectores

R2021b

Gráficas quiver, compass, feather y stream

Los campos de vectores pueden modelar la velocidad, la fuerza magnética, el movimiento fluido y los gradientes. Visualice los campos de vectores en una vista 2D o 3D con las funciones `quiver`, `quiver3` y `streamline`. También puede mostrar los vectores en un eje horizontal o desde el origen.



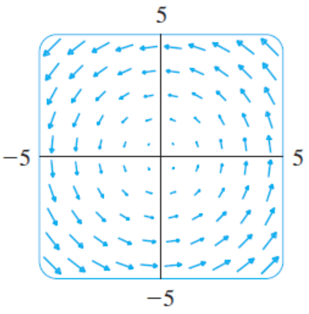


FIGURA 6

$\mathbf{F}(x, y) = \langle -y, x \rangle$

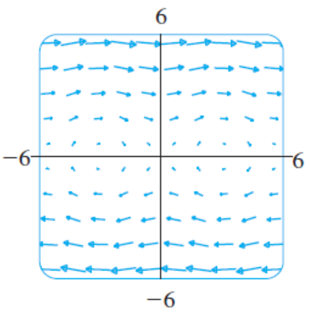


FIGURA 7

$\mathbf{F}(x, y) = \langle y, \text{sen } x \rangle$

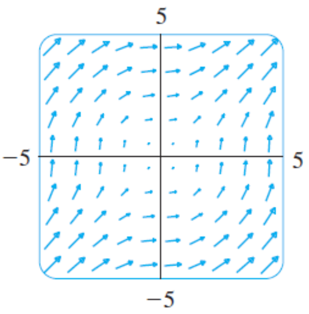


FIGURA 8

$\mathbf{F}(x, y) = \langle \ln(1 + y^2), \ln(1 + x^2) \rangle$

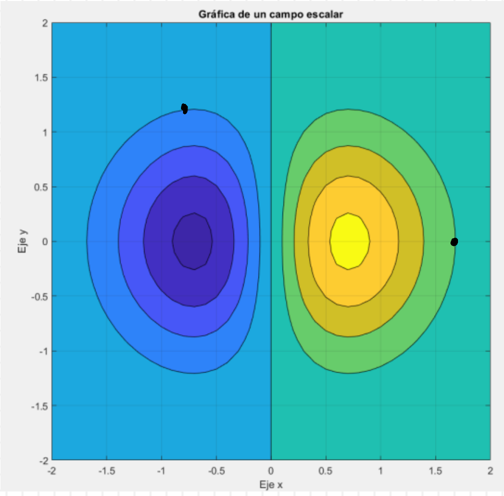
$F(x,y) = -y\,\hat{i} + x\,\hat{j}$

```
%Clase 2. 18-08-2022
%FIGURA 6
close; clear; clc;

spacing = 2;
[X,Y] = meshgrid(-5:spacing:5,-5:spacing:5);
U = -Y;
V = X;
quiver(X,Y,U,V)
grid on;

%% FIGURA 7
close; clear; clc;

spacing = 0.5;
[X,Y] = meshgrid(-6:spacing:6,-6:spacing:6);
U = Y;
V = sin(X);
quiver(X,Y,U,V)
grid on;

%% FIGURA 8
close; clear; clc;

spacing = 0.5;
[X,Y] = meshgrid(-6:spacing:6,-6:spacing:6);
U = log(1+Y.^2);
V = log(1+X.^2);
quiver(X,Y,U,V)
grid on;
```

CAMPOS ESCALARES

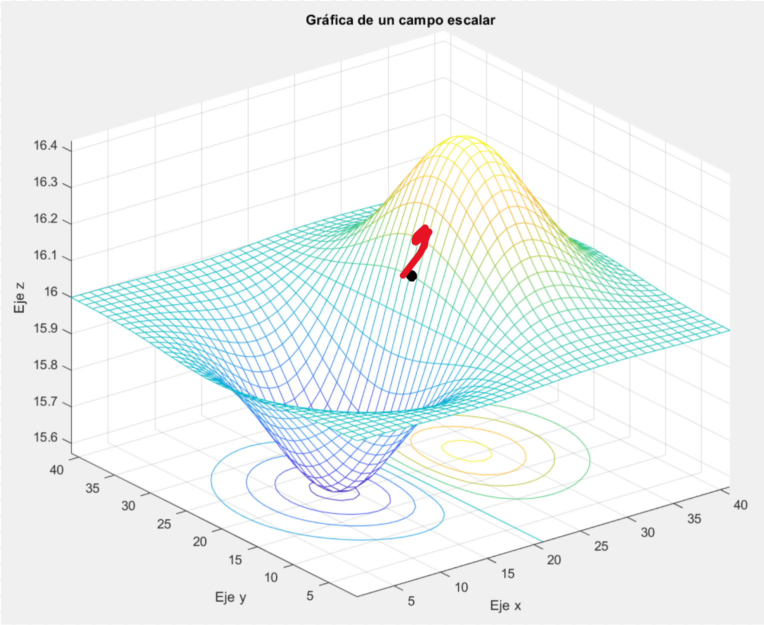
ITESO, Universidad Jesuita de Guadalajara

En general, un campo escalar es una función cuyo dominio es un conjunto de puntos en $\mathbb{R}^2$ (o $\mathbb{R}^3$) y cuyo rango es un conjunto de escalares en V.




```
close; clear; clc;

spacing = 0.1;
[X,Y] = meshgrid(-2:spacing:2,-
2:spacing:2);
Z = 16+X.*exp(-X.^2-Y.^2);
contourf(X,Y,Z)
title('Gráfica de un campo escalar');
xlabel('Eje x');
ylabel('Eje y');
grid on;
axis equal;
```

```
close; clear; clc;

spacing = 0.1;
[X,Y] = meshgrid(-2:spacing:2,-
2:spacing:2);
Z = 16+X.*exp(-X.^2-Y.^2);
contourf(X,Y,Z)
grid on;
axis equal;


meshc(Z)
title('Gráfica de un campo escalar');
xlabel('Eje x');
ylabel('Eje y');
zlabel('Eje z');
```



Campo escalar $\xrightarrow{\text{Calcular el gradiente}}$ Campo vectorial

$$F(x,y) = x e^{-x^2-y^2}$$

$$\nabla F$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$$