Análise de desempenho para códigos de canal

José Romildo, Thales Henrique, Railton Rocha

8 de dezembro de 2017

1 Introdução

Os códigos de tratamento de erros são de grande importância nos sistemas de comunicação modernos. Com efeito, a utilização dos mesmos pode ser a diferença entre aqueles que são ou não funcionais, uma vez que é possível detectar e, possivelmente, corrigir erros em mensagens sem a necessidade de retransmissão dos dados. ...

Este relatório está organizado da maneira que se segue. Na Seção 2 é apresentada toda a base teórica referente a álgebra abstrata e teoria de códigos utilizada no projeto, bem como uma pequena revisão acerca dos canais BSC. A Seção 3 apresenta a metodologia utilizada nas simulações, sendo estas mostradas na Seção 4. Na Seção 5 os resultados são analizados, e o relatório é concluido na Seção 6.

2 Base Teórica

2.1 Grupos

Seja G um conjunto. Uma operação binária em G é uma função que atribui, a cada par de elementos em G, um outro elemento em G . A estrutura algébrica $\langle G, * \rangle$, em que $*$ é uma operação binária defina em G , é um grupo se, $\forall g, h, k \in G$,

G1. $g * h \in G$ (fechamento)

G2. $g * (h * k) = (g * h) * k$ (associatividade)

G3. $\exists e \in G; e * g = g * e = g$ (identidade)

G4. $\exists g^{-1} \in G; g * g^{-1} = g^{-1} * g = e$ (inverso)

Se, além das propriedades acima, for válida a comutatividade ($g*h = h*g, \forall g, h \in G$), então o grupo é dito abeliano ou comutativo. Também é possível classificar essa estrutura pela sua cardinalidade, podendo existir grupos finitos ou infinitos. Se somente o fechamento vale, têm-se um grupoide; se, além deste, a associatividade também é verificada , um semigrupo. Por fim, no caso em que apenas a existência do inverso não é satisfeita, têm-se um monoide.

No que diz respeito a grupos, ainda é possível destacar algumas propriedades. Se h e g são elementos de um grupo G,

PG1. O elemento identidade é único;

PG2. O elemento inverso de um elemento g é único;

PG3. O inverso do elemento $k = g * h$ é $k^{-1} = g^{-1} * h - 1$;

PG4. Todo elemento é cancelável, i.e., se $h_1 * g = h_2 * g$ e $g * h_1 = g * h_2$, então $h_1 = h_2$;

PG5. Para quaisquer elementos a e b do grupo, a equação $a * x = b$ tem uma única solução.

O número de elementos de um grupo, seja ele finito ou infinito, é chamado de ordem do grupo. A ordem do grupo G é denotada usando o símbolo de valor absoluto, i.e., por $|G|$.Por exemplo, o grupo dos inteiros $\mathbb{Z}$ sobre a adição tem uma ordem infinita (número infinito de elementos), enquanto o grupo $U(10) = \{1, 3, 7, 9\}$ sobre a multiplicação módulo 10 tem ordem 4.

Já no que se refere aos elementos, a ordem de g, se e é o elemento identidade, é o menor inteiro positivo n para o qual $g^n = e$, ou, em notação aditiva, $ng = e$. Se tal número não existe, e dito que a órdem $|g|$ é infinita.

2.2 Subgrupos

Se um subconjunto H de um grupo G é ele próprio um grupo sobre a operação definida em G, então é dito ser subgrupo deste. Essa relação é denotada por $H \leq G$ (lê-se "H é subgrupo de G). Todo grupo é subgrupo dele mesmo. Se H é subgrupo de G, mas não é igual a G, então ele é chamado de **subgrupo próprio** (*proper subgroup*) e pode ser usada a notação $H < G$. Além disso, o subgrupo trivial $\{e\}$ é subgrupo de qualquer grupo. Os demais que eventualmente existam são ditos subgrupos não-triviais de G. No Apêndice A são mostrados alguns métodos de testes para subgrupos.

2.3 Classes Laterais e Teorema de Lagrange

O Teorema de Lagrange é sem dúvidas um dos mais importantes resultados dentro da teoria dos grupos finitos, considerado, sobretudo, o "ABC da Álgebra Abstrata". Para provar sua validade, é necessário estudar antes uma ferramenta matemática, as chamadas **Classes Laterais** (ou *Coset's*).

2.4 Espaços Vetoriais

2.5 Códigos de Tratamento de Erros

2.6 Binary Simetric Channel (BSC)

3 Metologia

4 Simulações

5 Análise dos Resultados

6 Conclusão

A Testes de Subgrupo

B Código-fonte do simulador