

# Przetwarzanie Sygnałów Cyfrowych

## Dyskretna transformacja Fouriera

Jan Rosa 410269 AiR

### Ćwiczenie 1

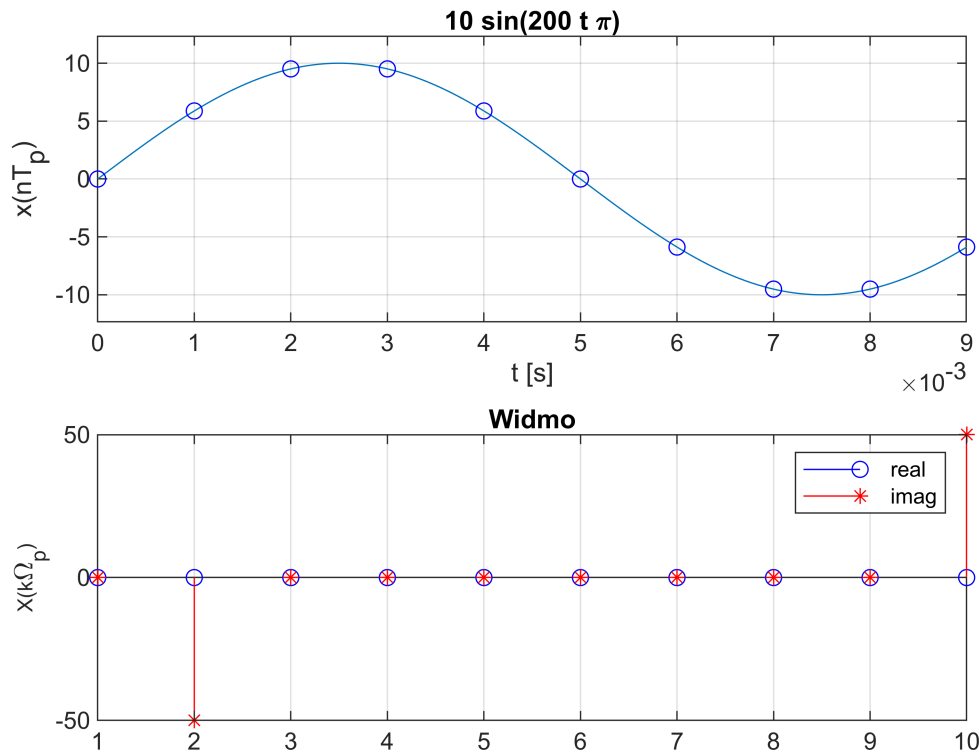
Przeprowadź analizę sygnału  $x_1(t) = \sin(2\pi f_1 t)$  próbkowanego z częstotliwością  $f_p$ . Szkic programu znajduje się na rysunku [1](#). Analizę zacznij od  $N = 10$  próbek sygnału wejściowego. Uzupełnij niekompletną implementację transformacji DFT zgodnie ze wzorem [\(8\)](#).

```
clear all; close all
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

```
DFT error:
1.2341e-13
```

```
figure;
subplot(2,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');
subplot(2,1,2)
stem(real(Xk),'ob'); grid on, hold on
stem(imag(Xk),'*r');
title('Widmo'),
```

```
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')
```



## Zadanie 2

Otrzymany wykres widma nie jest zupełnie poprawny. Uzgódnij skalę częstotliwości (oś  $x$  wykresu) aby była oznaczona w jednostkach częstotliwości [Hz]. W sprawozdaniu opisz sposób realizacji.

```
clear all; close all
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
```

```

end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

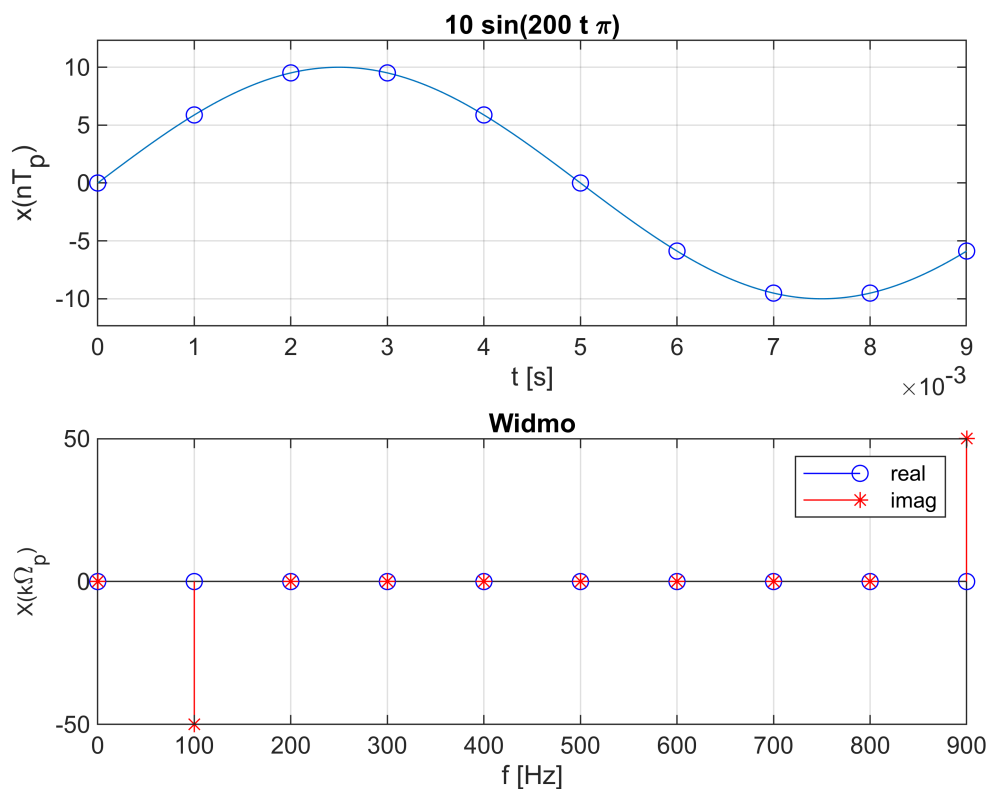
```

DFT error:  
1.2341e-13

```

figure;
subplot(2,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');
subplot(2,1,2)
stem(fn, real(Xk),'ob'); grid on, hold on
stem(fn, imag(Xk),'*r');
title('Widmo'),
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

```



Utworzyć wektor  $fn = [0: N-1]*f1$  i ustalić go jako oś x

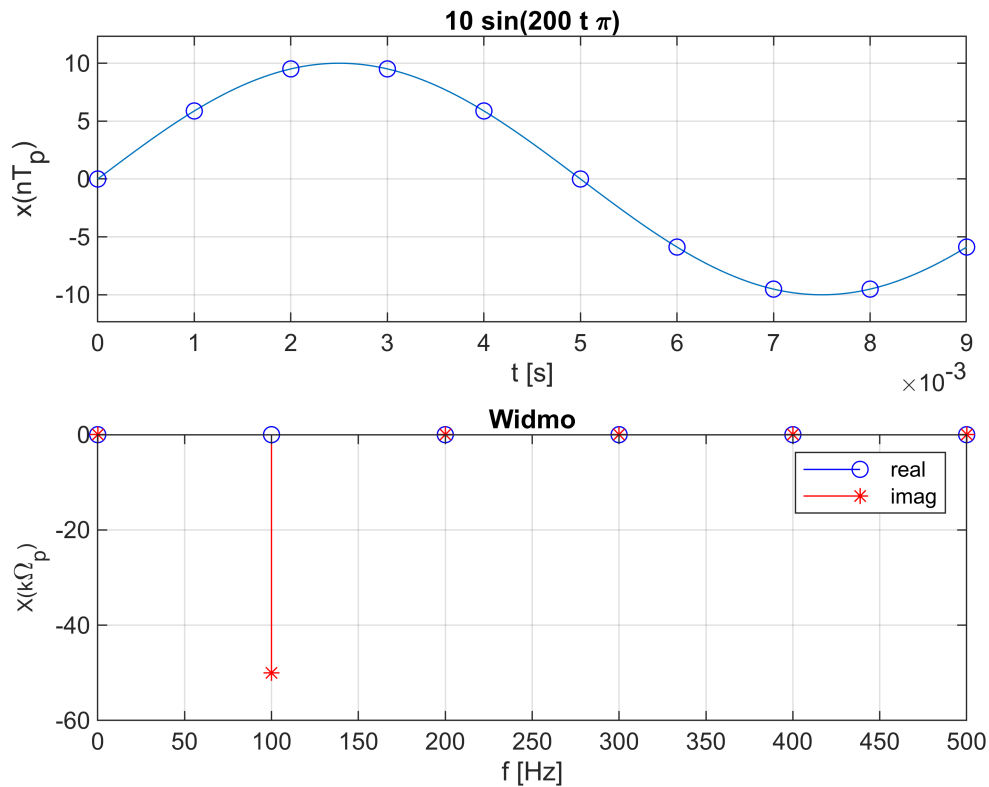
### Zadanie 3

Usuń z wykresu, tę część widma która odpowiada częstotliwościom ujemnym (por. Podstawowe własności transformaty DFT - Symetria) pozostawiając jedynie użyteczną część. W sprawozdaniu opisz sposób realizacji.

```
clear all; close all
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

```
DFT error:
1.2341e-13
```

```
figure;
subplot(2,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');
subplot(2,1,2)
stem(fn(1:N/2+1), real(Xk(1:N/2+1)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), imag(Xk(1:N/2+1)),'*r');
title('Widmo'),
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')
```



Wykorzystując twierdzenie o próbkowaniu ograniczam wyświetlane częstotliwości do połowy częstotliwości próbkowania.

#### Zadanie 4

Dodaj do wykresu widmową gęstość amplitudową oraz widmową gęstość fazy sygnału.

**Uwaga:** aby uniknąć wskazań fazy przy bardzo małych wartościach modułu widma możesz się posłużyć poniższym kodem który spowoduje ich wyzerowanie.

```
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
```

W sprawozdaniu umieść wykresy.

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
```

```

tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
f_max = idivide(int32(N),2)+1;

for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

```

DFT error:
1.2341e-13

```

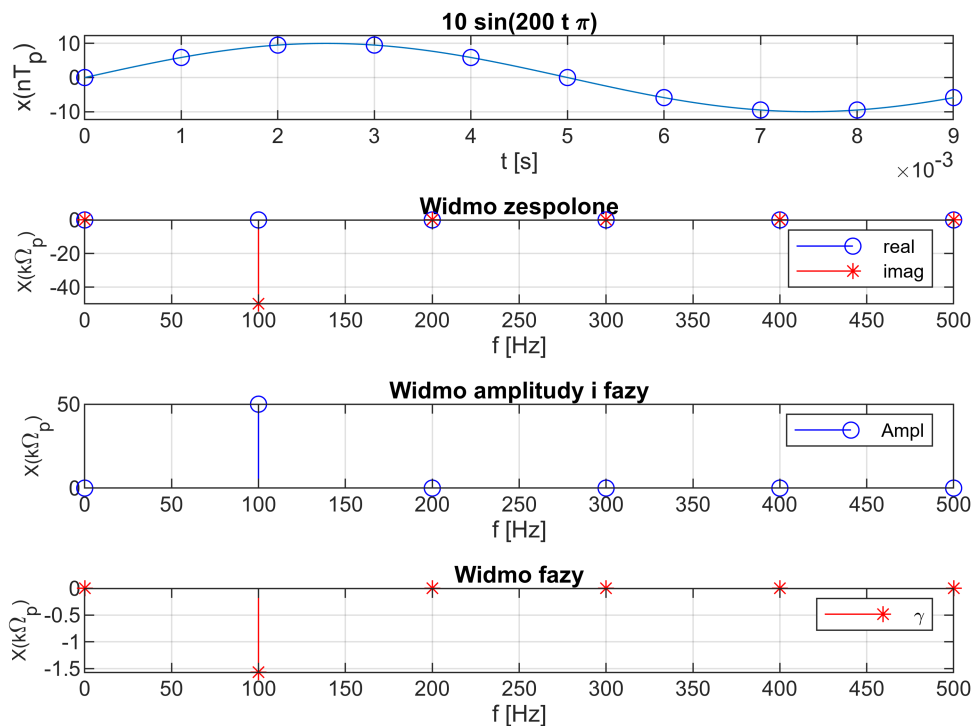
```

figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)
stem(fn(1:N/2+1), real(Xk(1:N/2+1)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), imag(Xk(1:N/2+1)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy i fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')

```



## Zadanie 5

Wyznacz widmo dla  $N = 15$  oraz  $N = 20$ . Zapoznaj się z widmami a wnioski z obserwacji umieść w sprawozdaniu.

$N = 15$

```
clear all; close all;
syms t w
N = 15; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
    end
end
```

```

end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

```

DFT error:
    5.1371e-13

```

```

figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

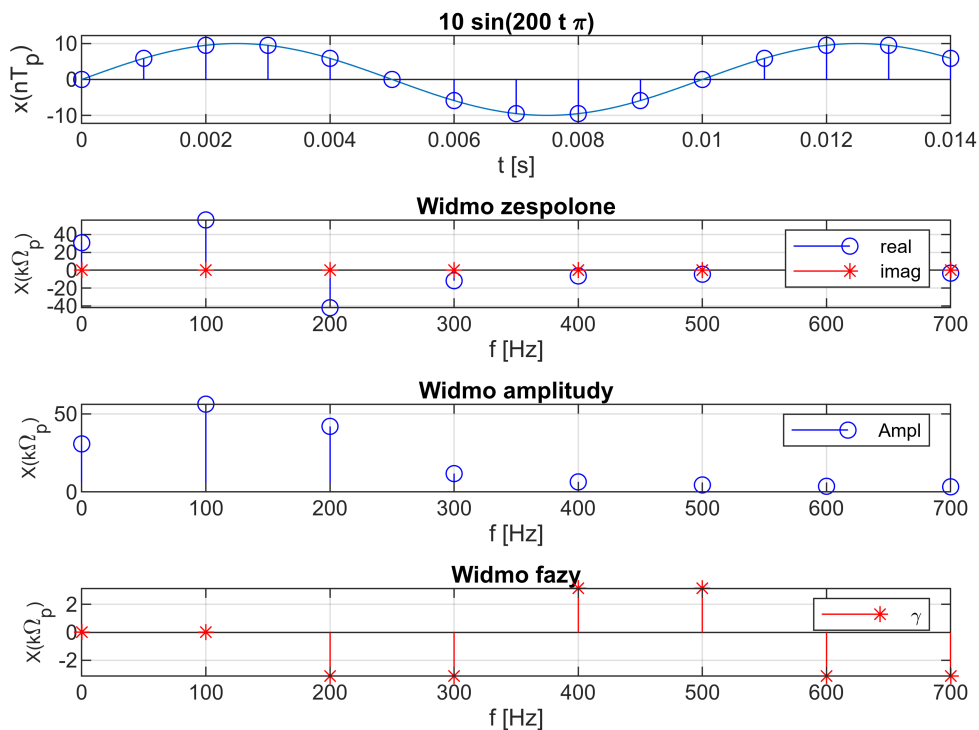
subplot(4,1,2)

f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')

```





N = 20

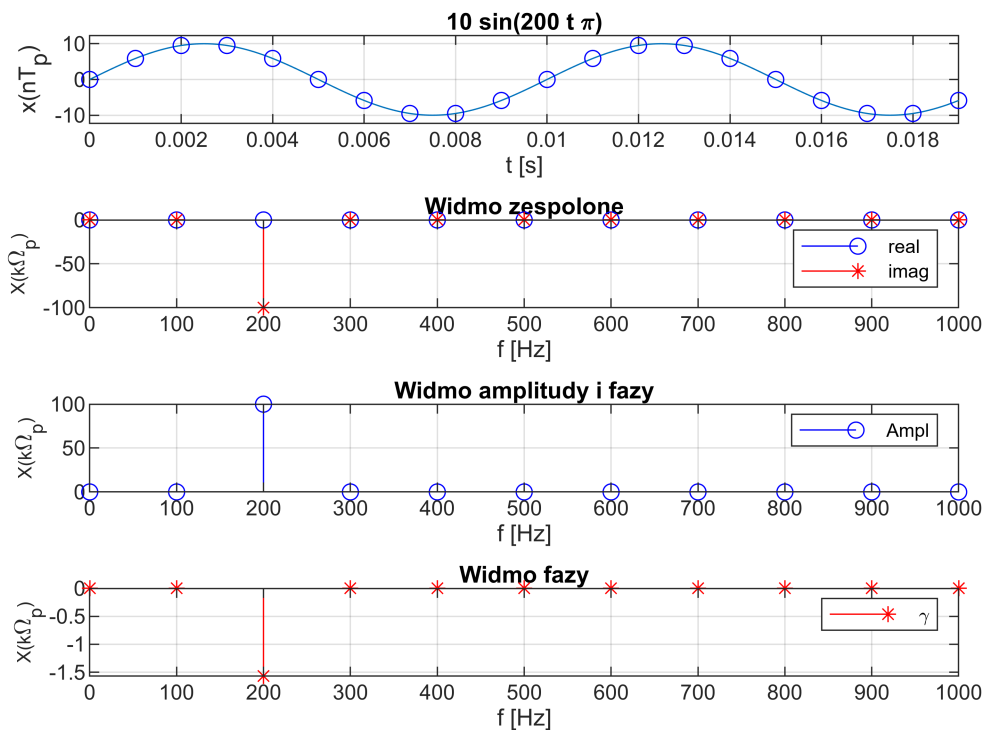
```
clear all; close all;
syms t w
N = 20; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

DFT error:  
1.4883e-12

```
figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)
stem(fn(1:N/2+1), real(Xk(1:N/2+1)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), imag(Xk(1:N/2+1)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')
```



Jeżeli okno próbkowania nie obejmuje dokładnie okresu lub jego wielokrotności to powoduje to znieszczenie widma wynikowego.

## Zadanie 6

Wyznacz widmo sygnału  $x_3(t) = \sin(2\pi f_3 t)$  dla  $N = 10$  próbek gdzie  $f_3 = 150$  [Hz] i zapoznaj się z nim. Spostrzeżenia zapisz w sprawozdaniu. Zjawisko widoczne na wykresach to tzw. **przeciek widma**.

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000; % Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 150; % Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
```

```

        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

```

DFT error:
1.9041e-13

```

```

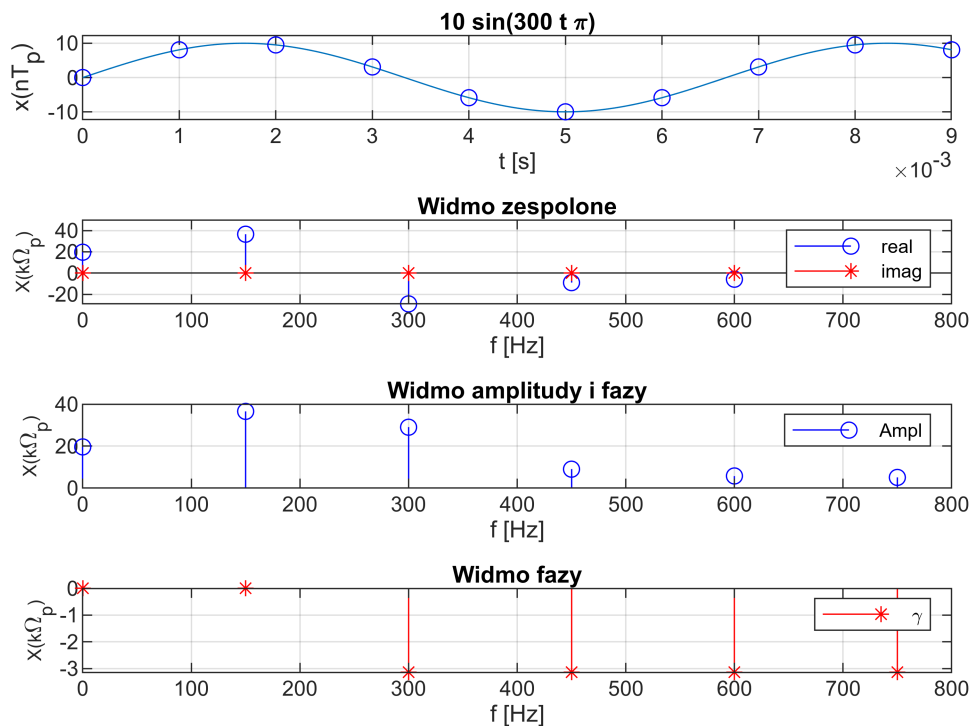
figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)

f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')

```



Okno próbkowania nie zawiera całkowitej wielokrotności okresów funkcji i zachodzi zjawisko przecieku widma

## Zadanie 7

Spróbuj zredukować efekt przecieku stosując do sygnału  $x_n$  (w dziedzinie czasu) 3 różne okna: `triang(N)`, `window(@gausswin,N,2.5)` i jedno inne dowolnie wybrane - zamieść w sprawozdaniu rodzaj wybranego okna oraz wykres. Czy udało się wyeliminować przeciek? Jeśli nie, opisz w sprawozdaniu w jaki inny sposób można to osiągnąć?

Triang(n)

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 150; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
okno = triang(N)';
xn = double(subs(x,t,tn));
```

```

xn = xn.*okno;
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

DFT error:  
6.8418e-14

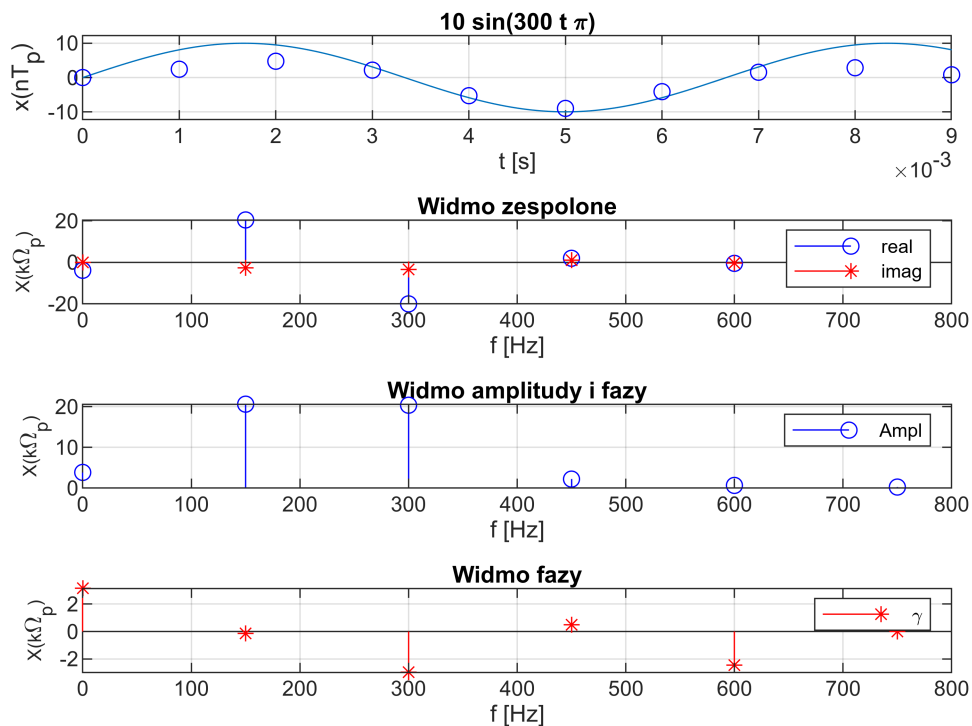
```

figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)
f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')

```



window(@gausswin, N, 2.5)

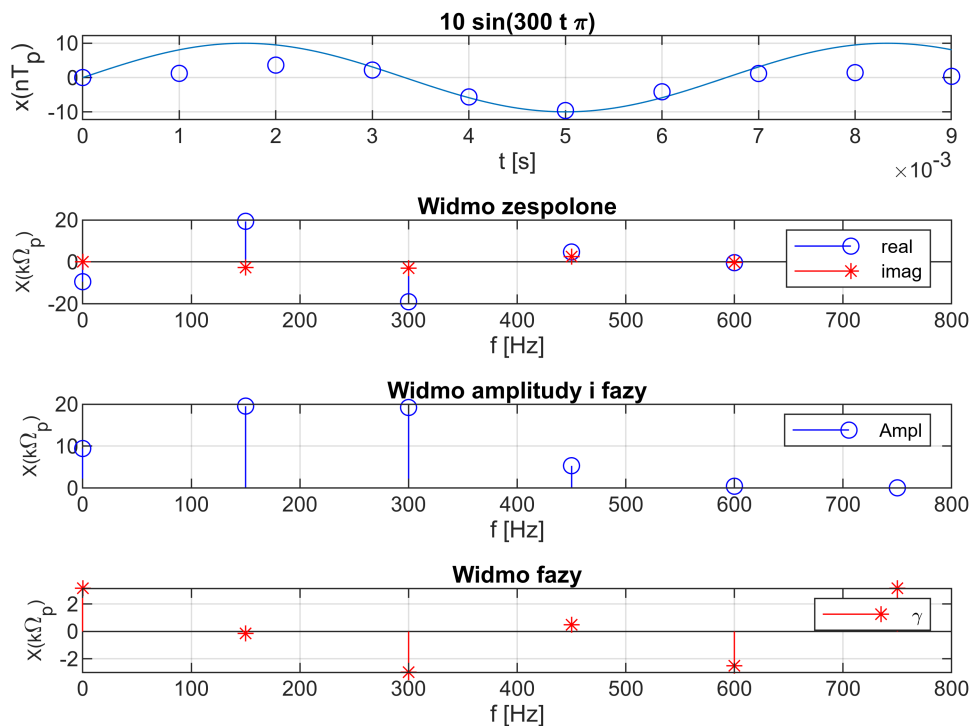
```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 150; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
okno = window(@gausswin, N, 2.5)';
xn = double(subs(x,t,tn));
xn = xn.*okno;
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
```

```
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

```
DFT error:  
6.6485e-14
```

```
figure;  
subplot(4,1,1)  
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on  
plot(tn, xn,'ob');  
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');  
  
subplot(4,1,2)  
f_max = idivide(int32(N),2)+1;  
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on  
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)),'*r');  
title('Widmo zespolone');  
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')  
legend('real','imag')  
  
subplot(4,1,3)  
tol = 10e-5;  
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;  
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on  
title('Widmo amplitudy');  
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')  
legend('Ampl')  
subplot(4,1,4)  
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on  
title('Widmo fazy');  
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')  
legend('\gamma')
```





Przy tak małej ilości próbek oba zaproponowane okna są tak samo złe

bohmanwin(N)

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 150; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
okno = bohmanwin(N)';
xn = double(subs(x,t,tn));
xn = xn.*okno;
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
    end
end
```

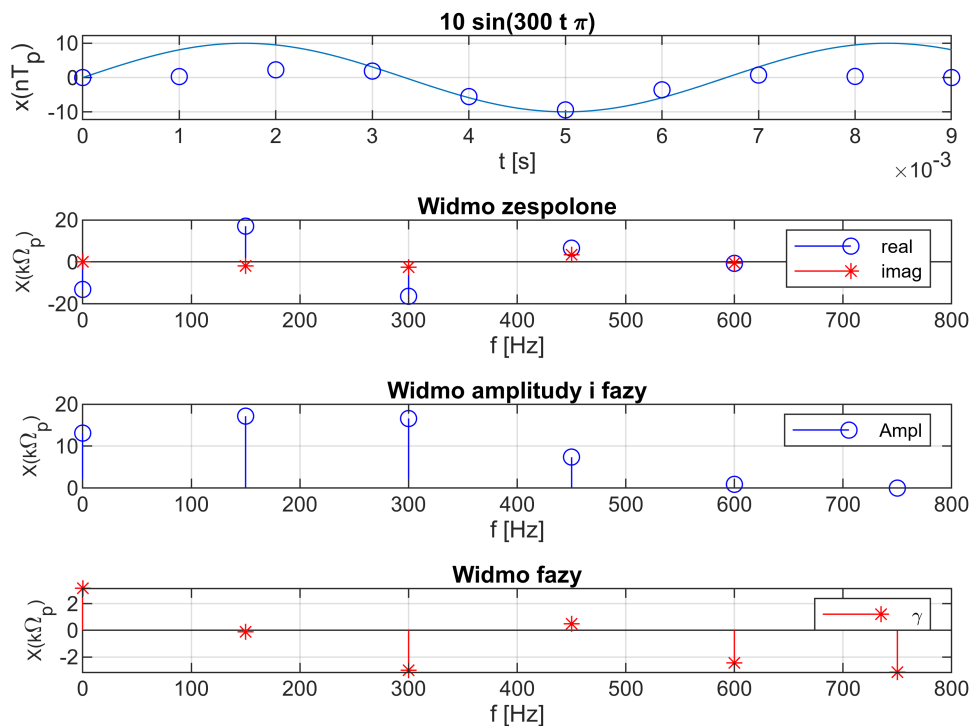
```
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

```
DFT error:
6.2843e-14
```

```
figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)
f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')
```



Dla żadnego okienkowania nie udało się uzyskać widma przypominającym widmo prawdziwe

## Zadanie 8

Zdefiniuj sygnał  $x = A1 \cdot \sin(2\pi \cdot f1 \cdot t) + A2 \cdot \sin(2\pi \cdot f2 \cdot t)$ ; i sporządź wykresy dla  $A2 = 5.0$ ; oraz  $f2 = 200$ . Spróbkowany sygnał  $xn$  przesunij cylicznie w prawo o 2 próbki w prawo, zaobserwuj zmiany w widmie i opisz je w sprawozdaniu.

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A1 = 10; f1 = 150; %Hz
A2 = 5; f2 = 200;
w1 = 2*pi*f1; w2 = 2*pi*f2;
x1 = A1*sin(w1*t) + A2*sin(w2*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);
```

```

end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

```

DFT error:
1.4110e-13

```

```

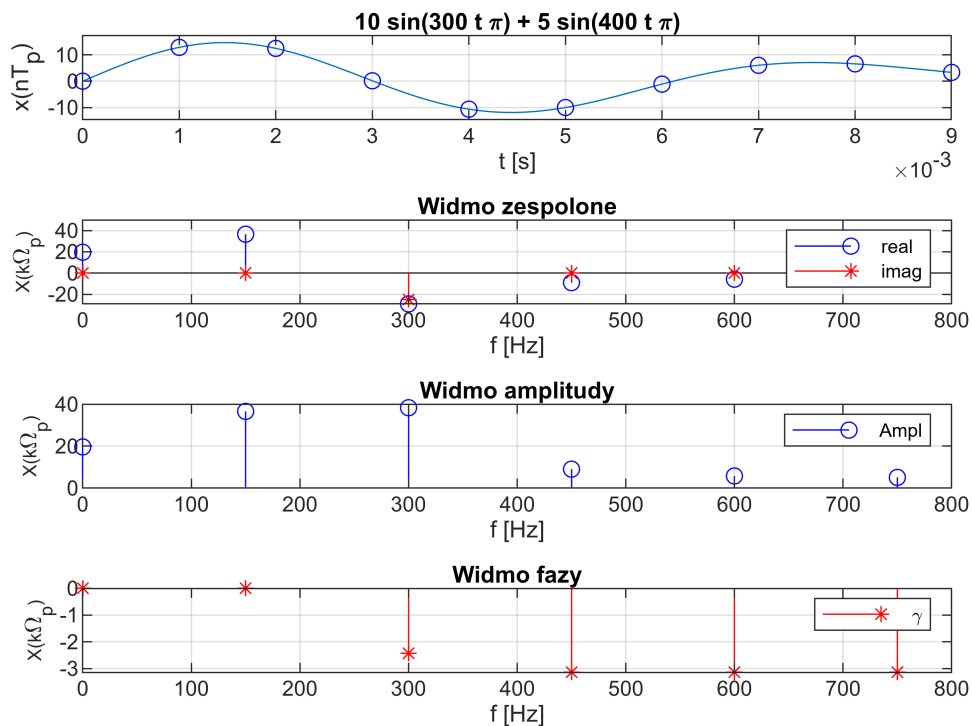
figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)
f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')

subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')

```



## Przesunięte

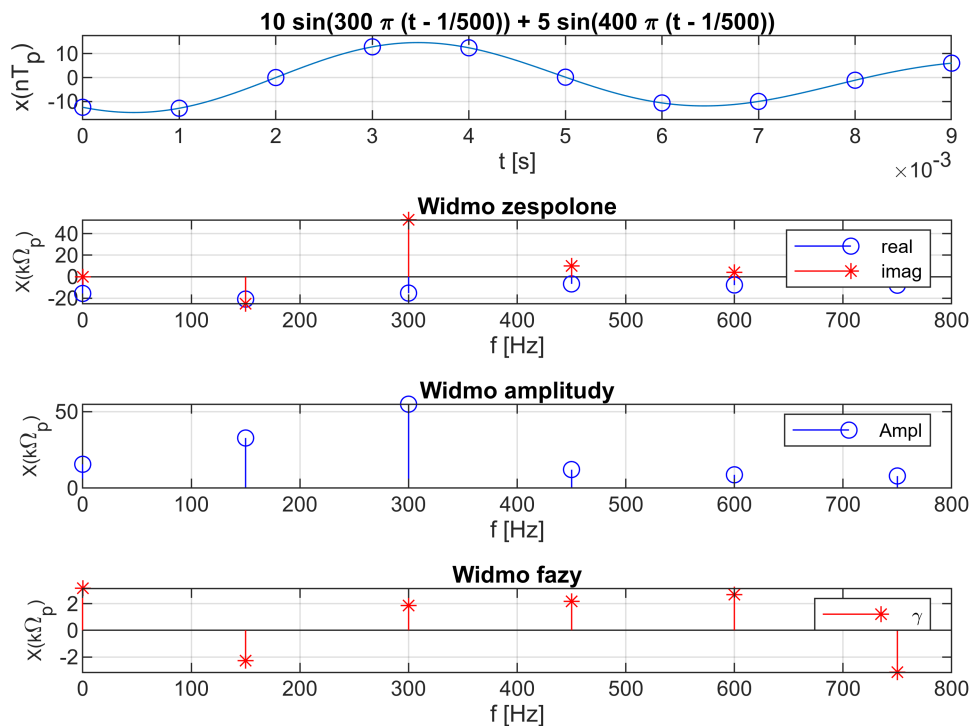
```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A1 = 10; f1 = 150; %Hz
A2 = 5; f2 = 200;
w1 = 2*pi*f1; w2 = 2*pi*f2;
x1 = A1*sin(w1*(t-2*Tp)) + A2*sin(w2*(t-2*Tp));
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

DFT error:  
1.3995e-13

```
figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)
f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)), 'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)), '*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)), 'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)), '*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')
```



Błędy wynikające z przecieku widma są widoczne w obu przypadkach niezależnie od przesunięcia.

## Zadanie ZD

Zastąp iteracyjną implementację dyskretnej transformacji Fouriera macierzową realizacją. Wówczas nie będą potrzebne pętle `for ...end` a wystarczy mnożenie macierzowe aby uzyskać zespolone dyskretne widmo. Zweryfikuj poprawność działania i zamieść stosowny kod skryptu w sprawozdaniu.

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
DFT_M = dftmtx(N);
Xk = xn*DFT_M;
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
```

```
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

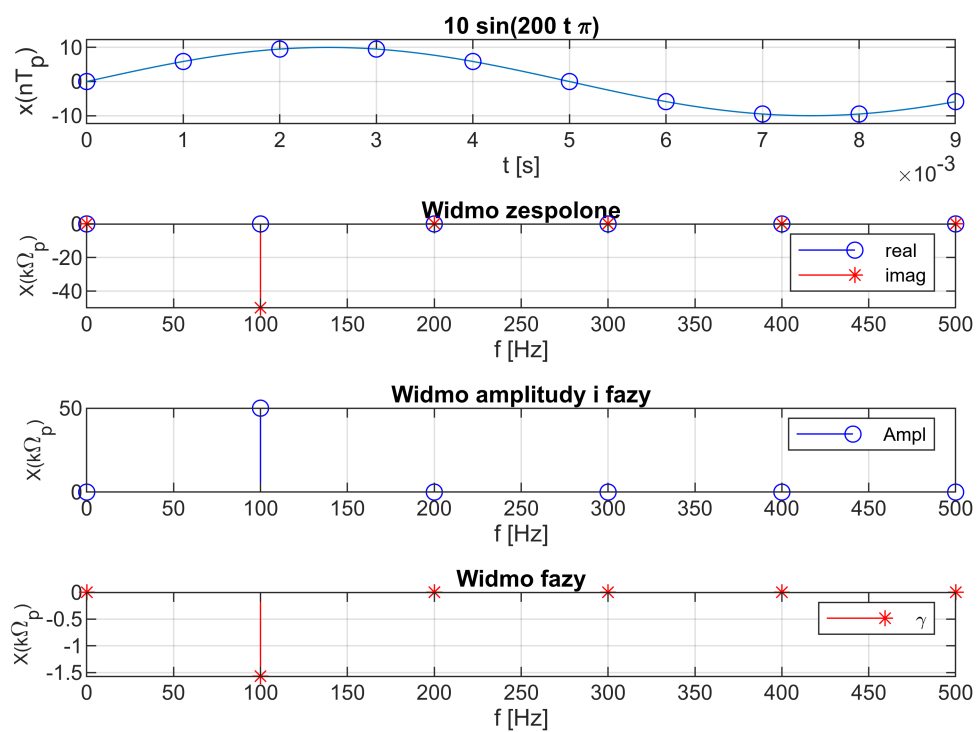
```
DFT error:
3.4003e-15
```

```
figure;
subplot(4,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn, 'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(4,1,2)
f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)), 'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)), '*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('real', 'imag')

subplot(4,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)), 'ob'); grid on, hold on
title('Widmo amplitudy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl')
subplot(4,1,4)
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)), '*r'); grid on, hold on
title('Widmo fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); xlabel('f [Hz]')
legend('\gamma')
```





Daje takie same wyniki jak metoda iteracyjna