

# Przetwarzanie Sygnałów Cyfrowych

## Dyskretna transformacja Fouriera

Jan Rosa 410269 AiR

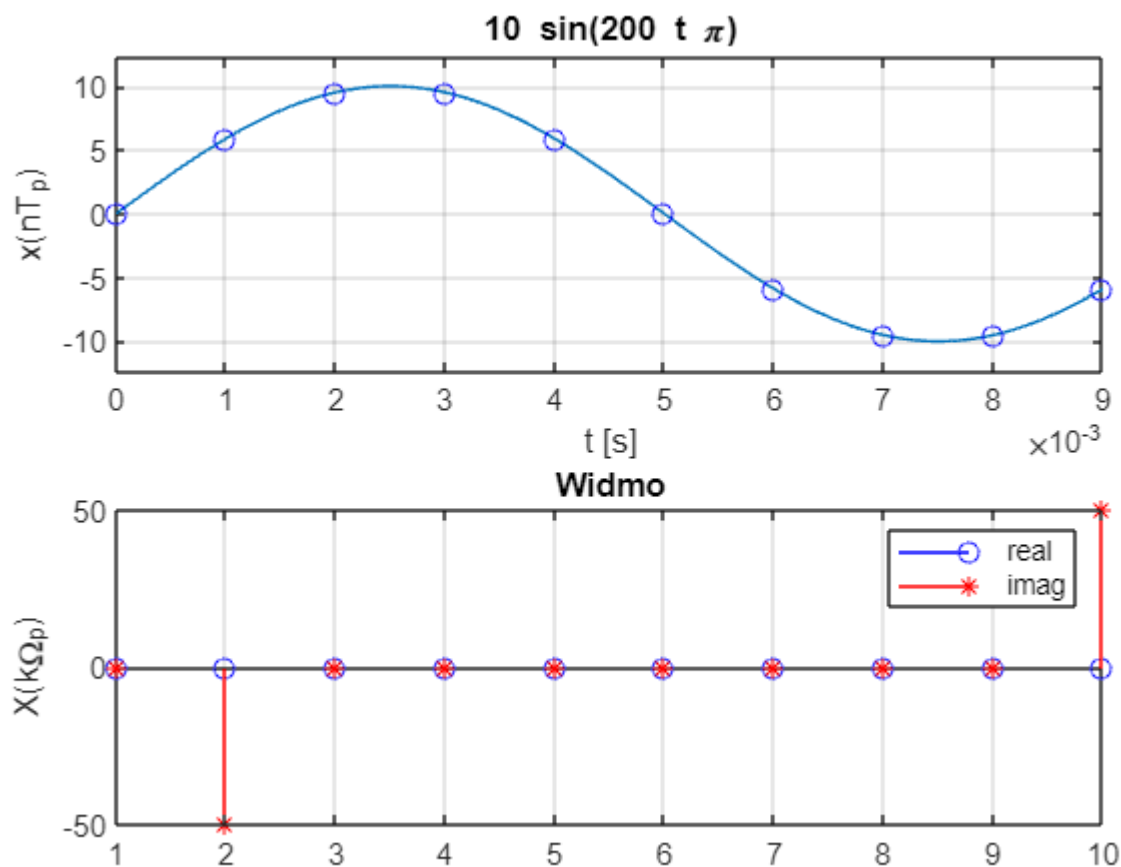
### Ćwiczenie 1

Przeprowadź analizę sygnału  $x_1(t) = \sin(2\pi f_1 t)$  próbkowanego z częstotliwością  $f_p$ . Szkic programu znajduje się na rysunku [1](#). Analizę zacznij od  $N = 10$  próbek sygnału wejściowego. Uzupełnij niekompletną implementację transformacji DFT zgodnie ze wzorem [\(8\)](#).

```
clear all; close all
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

DFT error:  
1.2341e-13

```
figure;
subplot(2,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');
subplot(2,1,2)
stem(real(Xk),'ob'); grid on, hold on
stem(imag(Xk),'*r');
title('Widmo'),
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')
```



## Zadanie 2

Otrzymany wykres widma nie jest zupełnie poprawny. Uzgodnij skalę częstotliwości ( $x$  wykresu) aby była oznaczona w jednostkach częstotliwości [Hz]. W sprawozdaniu opisz sposób realizacji.

```
clear all; close all
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
```

```

for n = 0:N-1
    Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

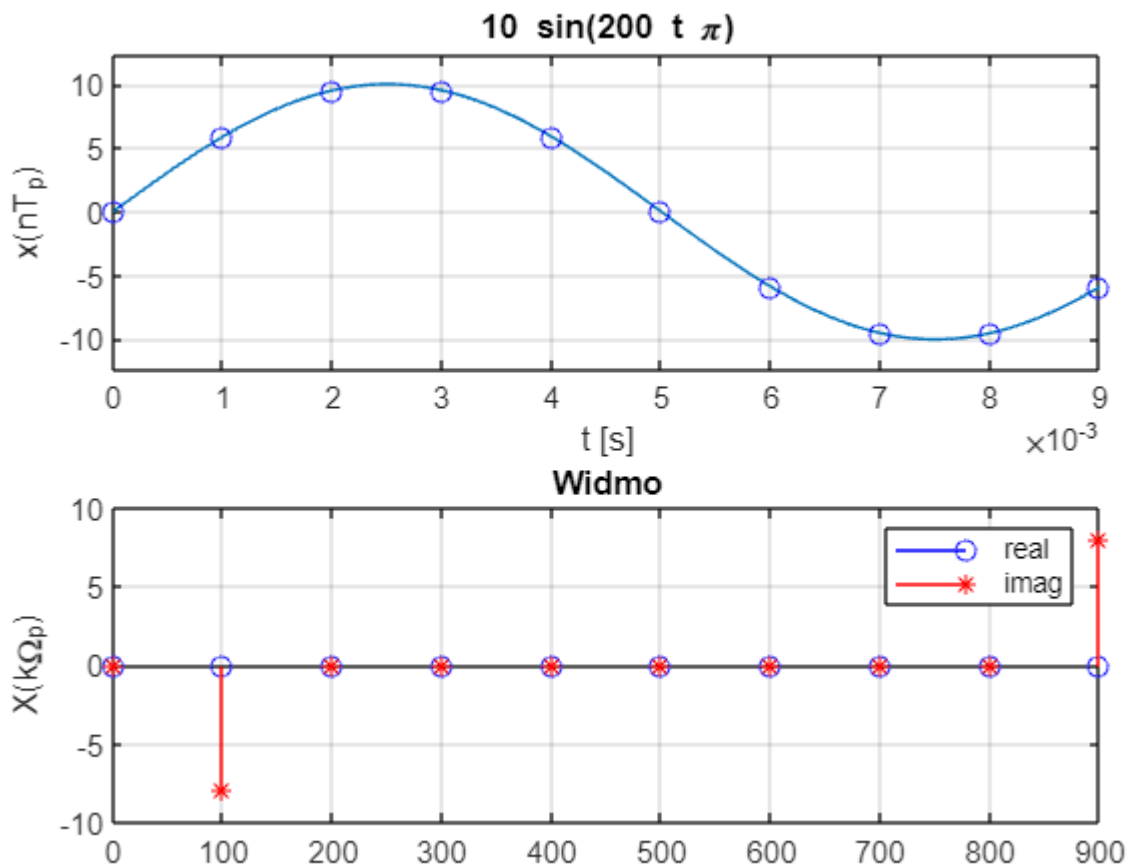
```

DFT error:  
84.0845

```

figure;
subplot(2,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');
subplot(2,1,2)
stem(fn, real(Xk),'ob'); grid on, hold on
stem(fn, imag(Xk),'*r');
title('Widmo'),
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

```



Utworzyć wektor  $fn = [0: N-1]*f1$  i ustalić go jako oś x

### Zadanie 3

Usuń z wykresu, tę część widma która odpowiada częstotliwościom ujemnym (por. Podstawowe własności transformaty DFT - Symetria) pozostawiając jedynie użyteczną część. W sprawozdaniu opisz sposób realizacji.

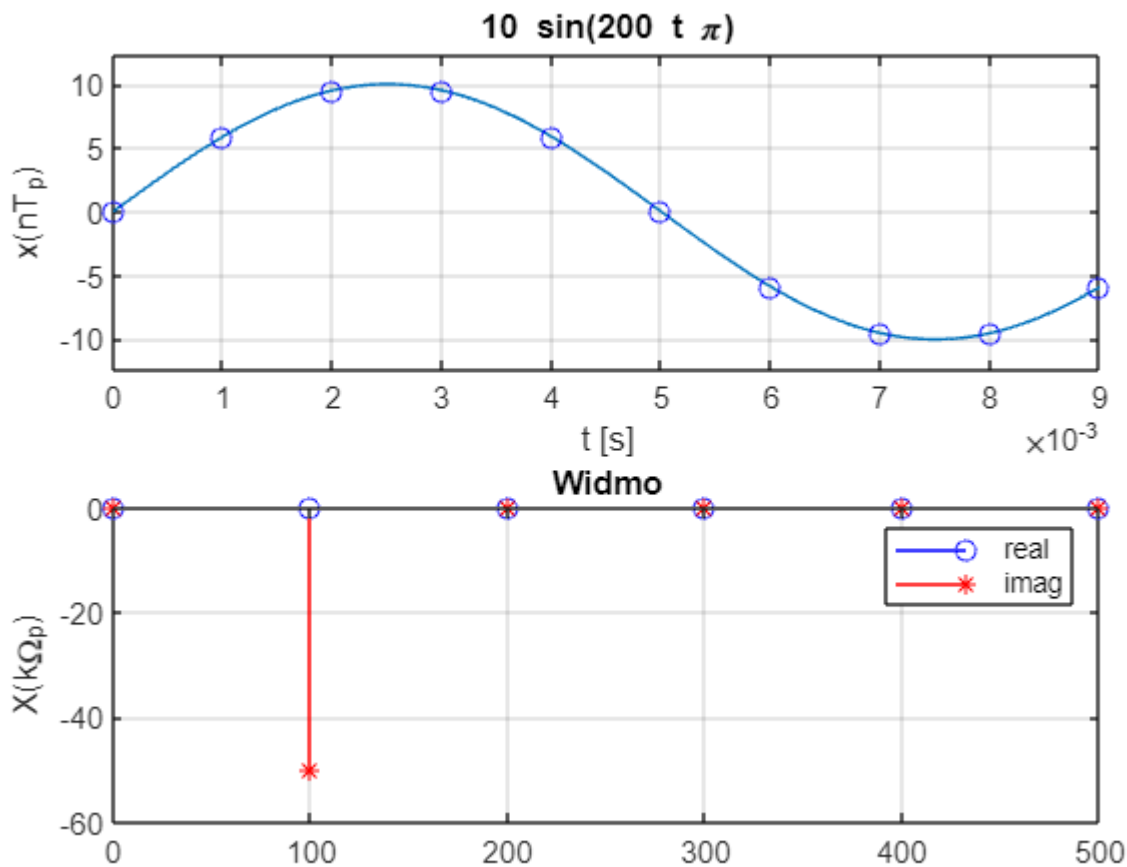
```
clear all; close all
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
```

```
fn = 1x10
    0    100    200    300    400    500    600    700    800    900
```

```
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

```
DFT error:
1.2341e-13
```

```
figure;
subplot(2,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn, 'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');
subplot(2,1,2)
stem(fn(1:N/2+1), real(Xk(1:N/2+1)), 'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), imag(Xk(1:N/2+1)), '*r');
title('Widmo'),
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')
```



Wykorzystując twierdzenie o próbkowaniu ograniczam wyświetlane częstotliwości do połowy częstotliwości próbkowania.

#### Zadanie 4

Dodaj do wykresu widmową gęstość amplitudową oraz widmową gęstość fazy sygnału.

**Uwaga:** aby uniknąć wskazań fazy przy bardzo małych wartościach modułu widma możesz się posłużyć poniższym kodem który spowoduje ich wyzerowanie.

```
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
```

W sprawozdaniu umieść wykresy.

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
```

```

A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;

```

```

fn = 1x10
    0   100   200   300   400   500   600   700   800   900

```

```

xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

```

DFT error:
1.2341e-13

```

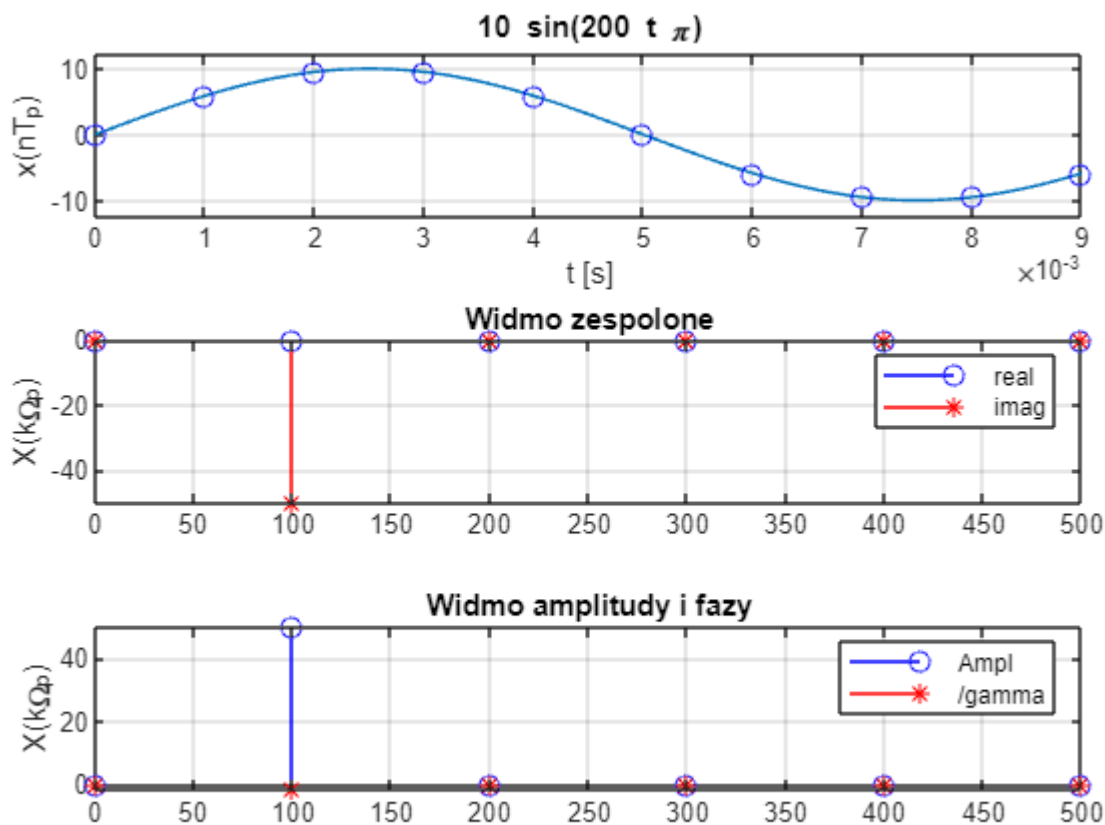
```

figure;
subplot(3,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn, 'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(3,1,2)
stem(fn(1:N/2+1), real(Xk(1:N/2+1)), 'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), imag(Xk(1:N/2+1)), '*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real', 'imag')

subplot(3,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:N/2+1), abs(Xk(1:N/2+1)), 'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), angle(Xk(1:N/2+1)), '*r');
title('Widmo amplitudy i fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl', '/gamma')

```



## Zadanie 5

Wyznacz widmo dla  $N = 15$  oraz  $N = 20$ . Zapoznaj się z widmami a wnioski z obserwacji umieść w sprawozdaniu.

$N = 15$

```
clear all; close all;
syms t w
N = 15; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
```

```

for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

```

DFT error:
7.6663e-13

```

```

figure;
subplot(3,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

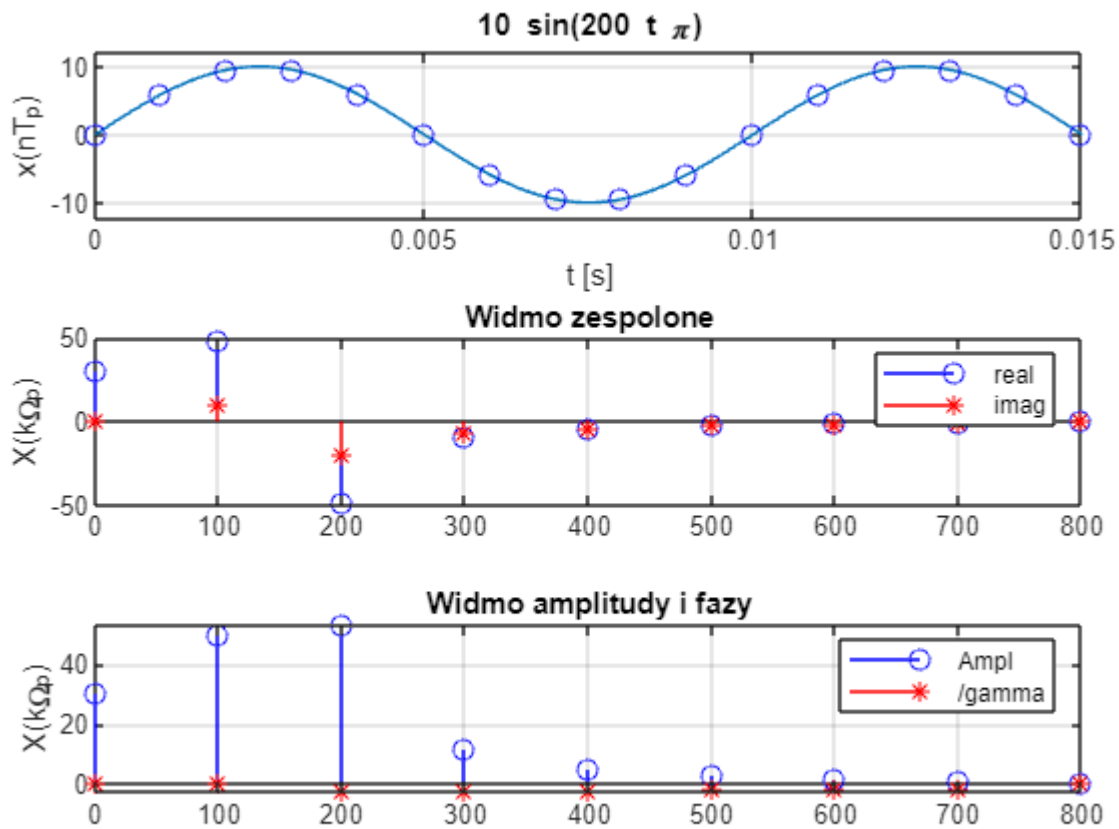
subplot(3,1,2)

f_max = idivide(int32(N),2)+1;
stem(fn(1:f_max), real(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), imag(Xk(1:f_max)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(3,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:f_max), abs(Xk(1:f_max)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:f_max), angle(Xk(1:f_max)),'*r');
title('Widmo amplitudy i fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl','/gamma')

```





N = 20

```
clear all; close all;
syms t w
N = 20; % liczba próbek
fp = 1000;%Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 100; %Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupełnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
```

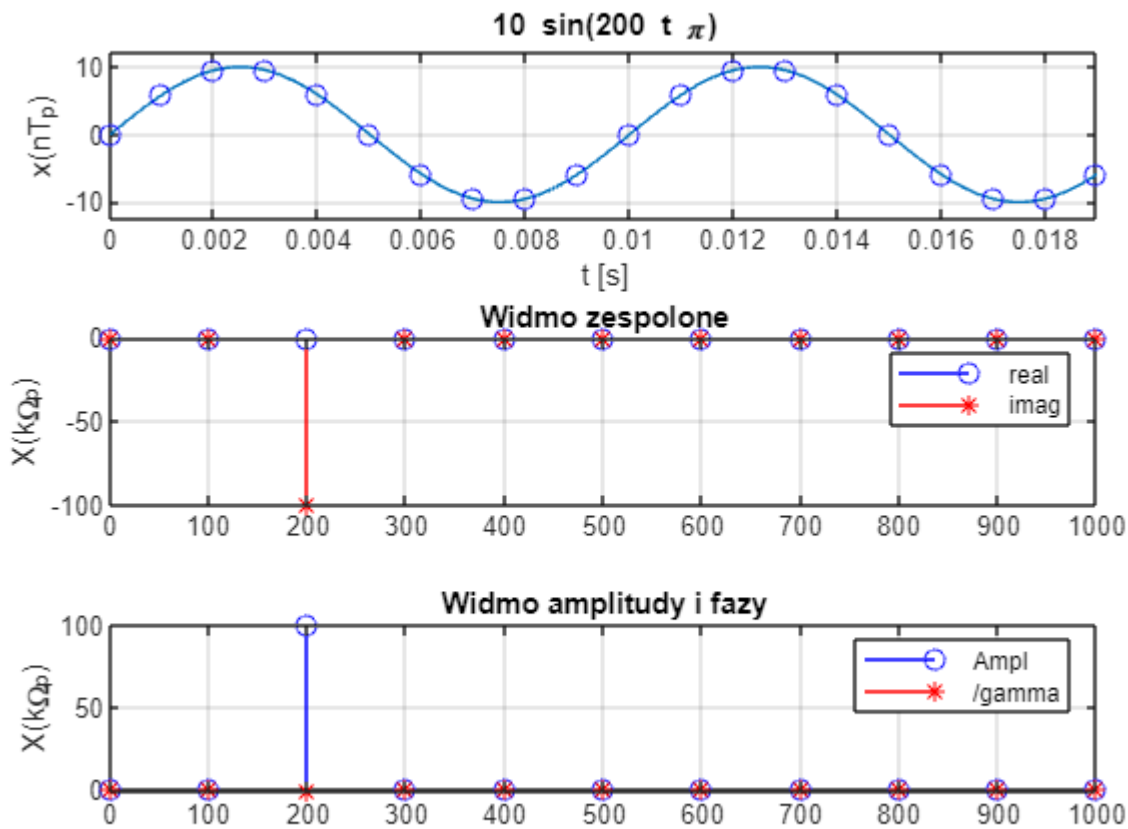
```
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);
```

```
DFT error:
1.4883e-12
```

```
figure;
subplot(3,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn,'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(3,1,2)
stem(fn(1:N/2+1), real(Xk(1:N/2+1)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), imag(Xk(1:N/2+1)),'*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real','imag')

subplot(3,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:N/2+1), abs(Xk(1:N/2+1)),'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), angle(Xk(1:N/2+1)),'*r');
title('Widmo amplitudy i fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl','/gamma')
```



Jeżeli okno próbkowania nie obejmuje dokładnie okresu lub jego wielokrotności to powoduje to zniekształcenie widma wynikowego.

## Zadanie 6

Wyznacz widmo sygnału  $x_3(t) = \sin(2\pi f_3 t)$  dla  $N = 10$  próbek gdzie  $f_3 = 150$  [Hz] i poznaj się z nim. Spostrzeżenia zapisz w sprawozdaniu. Zjawisko widoczne na wykresie to tzw. **przeciek widma**.

```
clear all; close all;
syms t w
N = 10; % liczba próbek
fp = 1000; % Hz
Tp = 1/fp;
A0 = 5;
A1 = 10; f1 = 150; % Hz
w1 = 2*pi*f1;
x1 = A1*sin(w1*t);
x = x1;
tn = [0:N-1]*Tp; % wsp. czasowe próbek
```

```

fn = [0: N-1]*f1;
xn = double(subs(x,t,tn));
Xk = zeros(1,N);
for k = 0:N-1 % impl. wzoru (8)
    for n = 0:N-1
        Xk(k+1) = Xk(k+1) + xn(n+1)*exp((-1i*2*pi*k*n)/N);%<uzupelnij>;
    end
end
Xk_fft = fft(xn,N); %funkcja wbudowana
dft_err = sum(abs(Xk_fft-Xk));
disp('DFT error:'); disp(dft_err);

```

```

DFT error:
1.9041e-13

```

```

figure;
subplot(3,1,1)
ezplot(x,[tn(1),tn(N)]); hold on; grid on
plot(tn, xn, 'ob');
xlabel('t [s]'); ylabel('x(nT_p)');

subplot(3,1,2)
stem(fn(1:N/2+1), real(Xk(1:N/2+1)), 'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), imag(Xk(1:N/2+1)), '*r');
title('Widmo zespolone');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('real', 'imag')

subplot(3,1,3)
tol = 10e-5;
Xk( abs(Xk) < tol ) = 0;
stem(fn(1:N/2+1), abs(Xk(1:N/2+1)), 'ob'); grid on, hold on
stem(fn(1:N/2+1), angle(Xk(1:N/2+1)), '*r');
title('Widmo amplitudy i fazy');
ylabel('X(k\Omega_p)'); %xlabel('f [Hz]')
legend('Ampl', '/gamma')

```

