Przetwarzanie Sygnałów Cyfrowych

Analiza harmoniczna cz. 1

Jan Rosa 410269 AiR

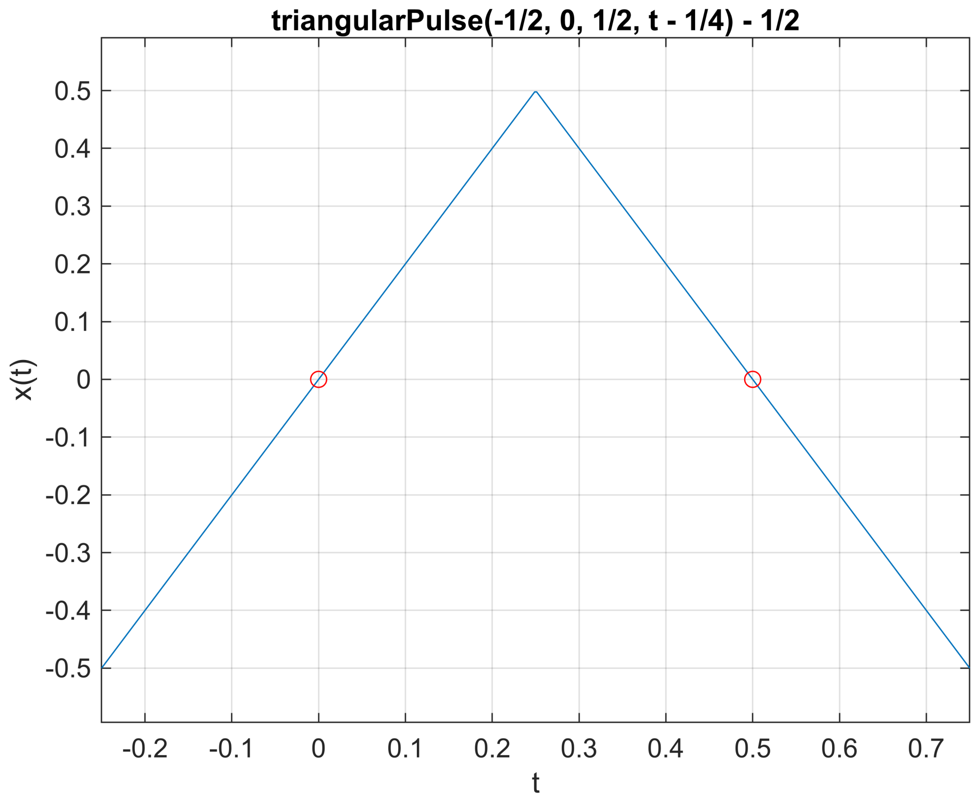
Wstęp

Ćwiczenia miały na celu zapoznanie z różnymi postaciami i własnościami szeregu Fouriera

Zad 1

Używajżc polecenia plot, za pomocą zczerwonego kółka oznacz na wykresie punkty zmiany znaku wartości sygnału - wykres umieść w sprawozdaniu.

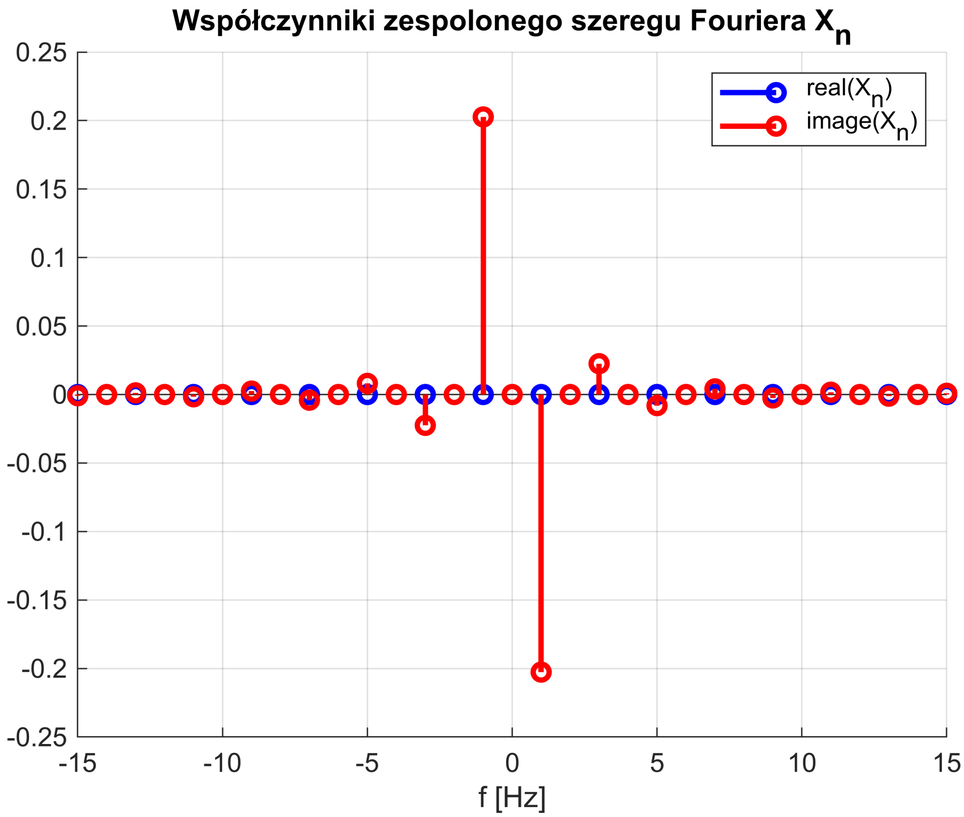
```
clear all; close all;

syms t t1 t2 offset x

T0 = 1.0;        % okres
t1 = -0.5;
t2 = t1+T0;
offset = T0/4;

f0 = 1/T0;        % czestotliwosc
w0 = 2*pi*f0;    % pulsacja

% granice ca³kowania
BND = [t1,t2] + offset;

x = triangularPulse(t1,0,t2,t-offset)-0.5;
figure;
ezplot(x,BND); grid on; ylabel('x(t)')
hold on
plot([0, 0.5], 0, 'or')
```



Zad 2

Wyznacz współczynniki zespolonego szeregu Fouriera Xn dla 16-tu pierwszych funkcji bazowych i oznacz ich wartości na wykresie. W sprawozdaniu umieść uzyskany wykres zespolonych współcznników szeregu Fouriera.

```
NT = 15;
X=[];
ind = -NT : NT;
for n = ind
    Xn = (1/T0)*int(x*exp(-1i*w0*n*t),t,BND);
    X(n + NT + 1) = Xn;
end

figure; hold on;
stem(ind*f0,real(X),'b','LineWidth',2);
xlabel('f [Hz]')
stem(ind*f0,imag(X),'r','LineWidth',2);
grid on
legend('real(X_n)','image(X_n)','Location','NorthEast')
title('Współczynniki zespolonego szeregu Fouriera X_n')
hold off
```



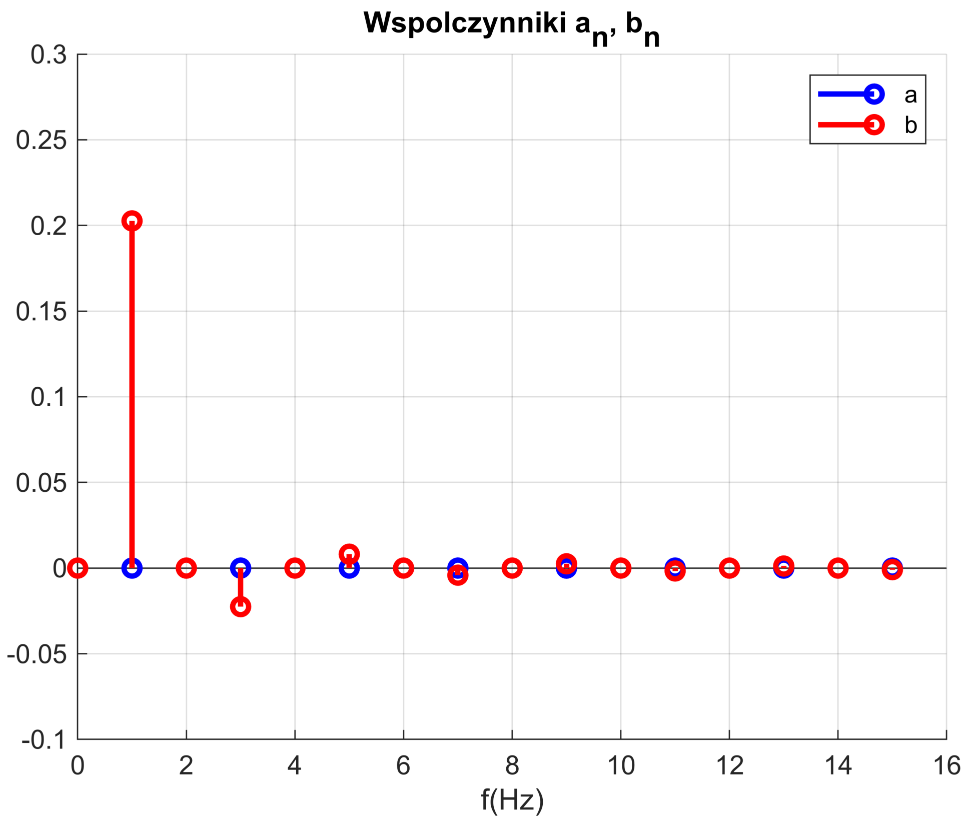
Zad 3

Wyznacz współczynniki an i bn trygonometryczne szeregu dla 15-tu pierwszych częstotliwości harmonicznych oraz składowej stałej a0 zgodnie ze wzorem (5) i przypisz je do wektorów typu rzeczywistego a oraz b. Pokaż je na wykresie z zachowaniem skali częstotliwości

```
NT = 0:15;
a=[];
b=[];
for n = NT
 a(n+1) = (1/T0)*int(x*cos(w0*n*t),t,BND);
 b(n+1) = (1/T0)*int(x*sin(w0*n*t),t,BND);
end
```

```
figure();
hold on,
grid on
stem(NT,a,'b','LineWidth',2);
xlabel('n')
stem(NT,b,'r','LineWidth',2);
title('Wspolczynniki a_n, b_n')
xlabel("f(Hz)")
xlim([0 16])
```

```
ylim([-0.1 0.3])
legend('a','b')
hold off
```



Zad 4

Na podstawie uzyskanych współczynników a0, an i bn odtwórz 3 okresy przebiegu wejścąiowego w reprezentacji czasowej.

```
step = (BND(2) - BND(1))/1000;
tt = BND(1)-T0 : step: BND(2) + T0;
xx = zeros(1,length(tt));
xx = xx + a(1); % skladowa stala
figure
plot(tt,xx,'m');
grid on;
hold on;
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
for n = NT
 xx_n = 2*(a(n+1)*cos(w0*n*tt) + b(n+1)*sin(w0*n*tt));
 xx = xx + xx_n;
 plot(tt,xx_n,'b');
 plot(tt,xx,'m');
```

```
  title(sprintf('n = %d',n+1));
  %pause(0.1);
  end
 plot(tt,xx,'k','LineWidth',2);
 title('Rekonstrukcja sygnału ciągłego na podstawie pierwszych 16 wyrazów szeregu Fouriera')
 hold off
```

Zad 5

Wyznacz w sposób analityczny wzór (na papierze) na współczynniki szeregu Fouriera wybranego przebiegu (innego niż przebieg sinusoidalny) jego wartość skuteczną oraz współczynnik zniekształceń harmonicznych THD oraz umieśc w sprawozdaniu:

- formalny zapis wybranego sygnału ciągłego postać analityczną ('na papierze'),
- postać symboliczną zgodna ze składnią MATLAB,
- analityczny wzór na elementy nieskończonego szeregu Fouriera,
- wartości współczynników 10-ciu pierwszych współczynników,
- analityczny wzór na współczynnik zawartości harmonicznych,
- wartość liczbową współczynnika zawartości harmonicznnych w funkcji amplitudy.

Analitycczny zapis okresu sygnału analitycznie

f(x) = $\begin{cases} 0.5 & x \in \left(0, \frac{T}{2}\right) \\ -0.5 & x \notin \left(\frac{T}{2}, T\right) \end{cases}$

$T = 2$

postać symboliczna okresu sygnału

```
syms x
func = rectangularPulse(0,1,x) - 0.5
```

```
func =
```

$$\text{rectangularPulse}(0, 1, x) - \frac{1}{2}$$

```
figure
plot([0, 2],[-0.6, 0.6], "w.")
hold on
fplot(func,[0, 2])
title("Okres fali prostokątnej")
```

Jako że funkcja jest nieparzysta to komponent przy cos będzie równy zero

$$b_n = \frac{1}{L} \int_0^{2L} f(x) \sin\left(\frac{n \pi x}{L}\right) d x$$

$$b_n = \frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$
$$= \frac{4}{n\pi}\sin^2\left(\tfrac{1}{2}n\pi\right)$$
$$= \frac{2}{n\pi}\left[1-(-1)^n\right]$$

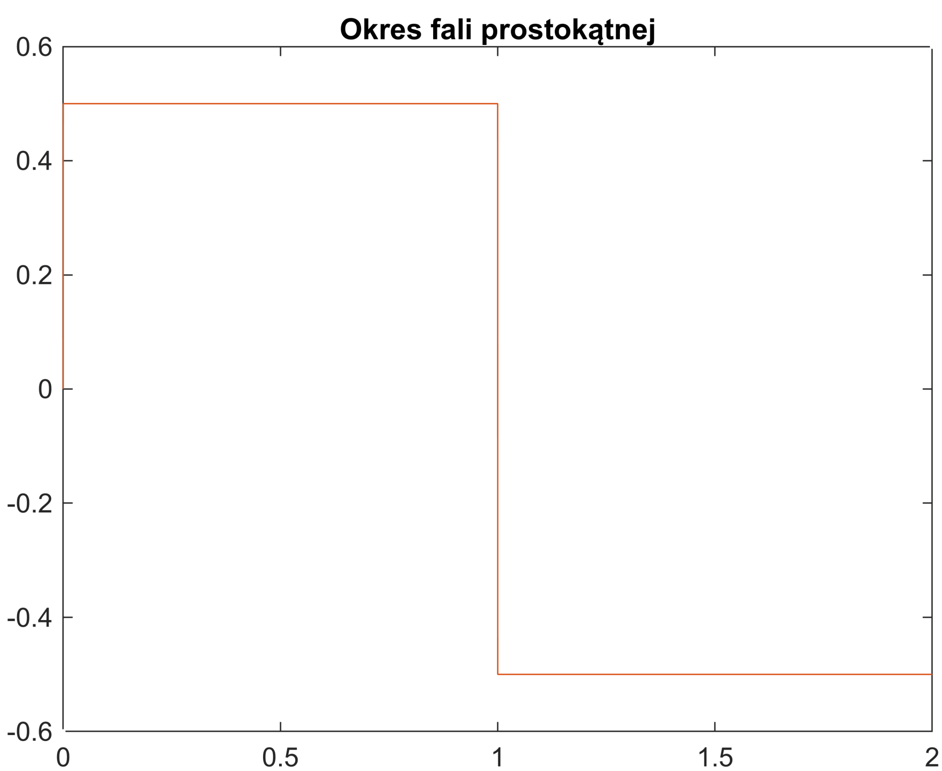
więc dla liczb nieparzystych:

$$= \frac{4}{n\pi}$$

Wartości współczynników

Wartości współczynników

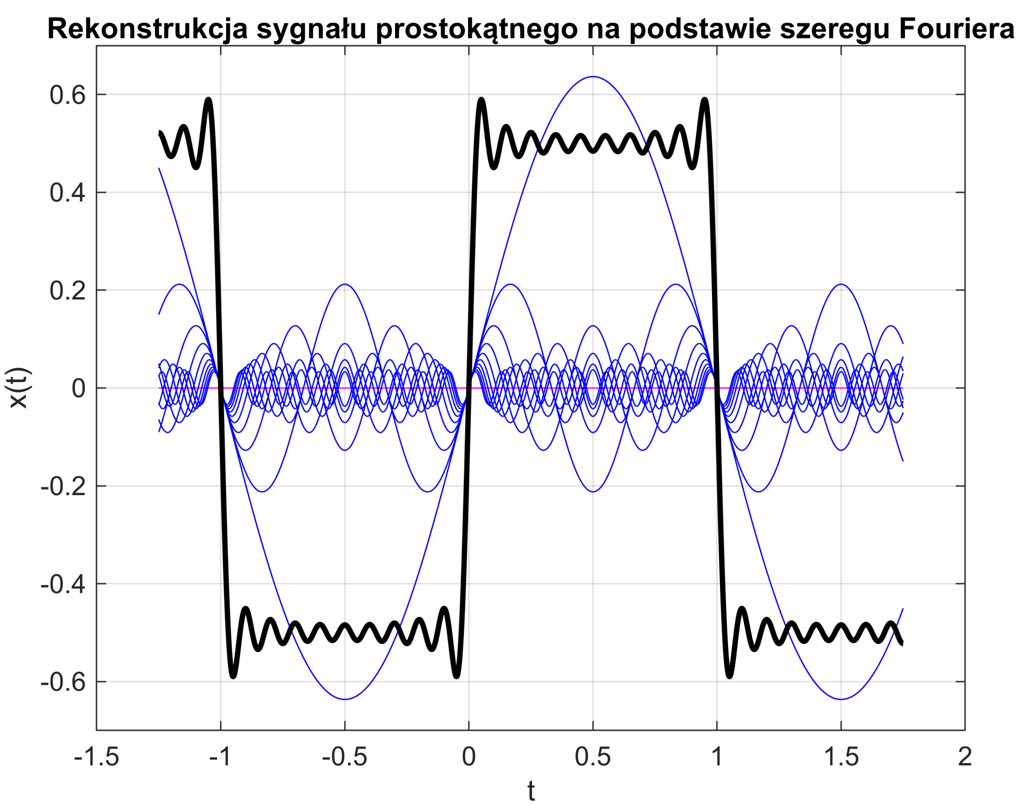
```
hold off
```




```
xx1 = zeros(1,length(tt));
ww0 = pi
```

```
ww0 = 3.1416
```

```
a1 = 1:10;
a1(1) = 0;
xx1 = xx1 + a1(1); % skladowa stala
NT1 = 1:2:20;
figure
plot(tt,xx1,'m');
grid on;
hold on;
ylim([-0.7, 0.7])
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
for n = NT1
    a1(n) = 1/(n * pi);
    xx_n1 = 2*(a1(n) * sin(ww0*n*tt));
    xx1 = xx1 + xx_n1;
    plot(tt,xx_n1,'b');
    %plot(tt,xx1,'m');
    title(sprintf('n = %d',n+1));
    %pause(0.1);
end
plot(tt,xx1,'k','LineWidth',2);
title('Rekonstrukcja sygnału prostokątnego na podstawie szeregu Fouriera')
hold off
```



$$\mathrm{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} S_n^2}}{S_1} \tag{11}$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{T_0}\int_{t_1}^{t_1+T_0} x^2(t)dt} \tag{12}$$

Dla $f_n(t) = \sin(x)$:

$S_n = \frac{a_n}{\sqrt{2}}$

$\mathrm{THD} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} a_n^2}}{a_1}$

Dla pierwszych 10 składowych:

```
THD_sum = 0;
for n = NT1(2:end)
    THD_sum = THD_sum + (a1(n))^2;
end
THD=sqrt(THD_sum)/a1(1)
```

```
THD = 0.4569
```

$\mathrm{THD} = 0.4569$ co jest dość blisko wartości dla fali prostokątne gdzie $\mathrm{THD} = 0.48$

Wnioski

Cwiczenie pozwoliło zapoznać się z szeregami Fouriera w róznych postaciach oraz z współczynnikami z niego wynikającymi