

AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA

WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI, INFORMATYKI I INŻYNIERII BIOMEDYCZNEJ



TEORIA STEROWANIA II: ĆWICZENIA LABORATORYJNE

Wytyczne dla Ćwiczenia 5 i 7

Kryterium koła i twierdzenie Popova. // Systemy dyskretne

Dariusz Cieślak

Kraków, 4 maja 2024

1 Przebieg ćwiczenia

Sprawozdanie z ćwiczeń 5 i 7 pokryje dwa znacząco odbiegające od siebie tematy.

Pierwszym z nich są metody wyznaczania ograniczeń narzucanych nam przez kryteria stabilności podczas projektowania układów sterowania zawierającym elementy nieliniowe. W szczególności interesują nas tu układy, które można przekształcić do postaci, w której dynamika liniowa reprezentowana jest jako system SISO, a elementy nieliniowe występują w charakterze funkcji sprzężenia zwrotnego. Mowa tu o kryterium koła i kryterium Popova, które rozszerzają zastosowanie aparatu charakterystyk częstotliwościowych znanego z kryterium Nyquista do badania układów nieliniowych.

Drugim tematem objętym tym sprawozdaniem są układy dyskretnie, w szczególności w zakresie dyskretyzacji układów liniowych, kryteriów stabilności układów dyskretnych i schematów różnicowych.

1.1 Zadanie 5.1

Krok 1 Zapoznaj się z układem opisanym w Zadaniu 5.1. Zweryfikuj, czy struktura tego układu jest spójna ze strukturą przedstawioną na Rys. 5.1. W razie konieczności wykonaj konwersję w oparciu o wskazówki zawarte w opisie Rys. 5.3.

Krok 2 Przygotuj wykres Nyquista (wykres charakterystyki amplitudowo-fazowej) transmitancji z Kroku 1 dla dodatnich częstotliwości.

Krok 3 Pracując na wykresach w MATLABie i posilując się Tabelą 5.1. wyznacz wartości parametrów m_1 oraz m_2 w celu uzyskania maksymalnego obszaru dopuszczalnego w kryterium koła.

Krok 4 Zweryfikuj istnienia $m_0 \in [m_1, m_2]$, dla którego $A + bm_0c^T$ jest asymptotycznie stabilne

Krok 5 Zanim przystąpisz do analizy kryterium Popova, zweryfikuj założenie o wykładniczej stabilności macierzy A .

Krok 6 Przygotuj wykres charakterystyki amplitudowo-fazowej dla transmitancji z Kroku 1 zmodyfikowanej adekwatnie do kryterium Popova. Należy rozważyć tylko pulsacje dodatnie.

Krok 7 Dobierz prostą Popova, aby uzyskany sektor Popova była jak największy.

Krok 8 Na jednym rysunku wykreśl uzyskane sektory: sektor dopuszczalny w kryterium koła i sektor Popova.

1.2 Zadanie 5.2

Krok 9 Zapoznaj się z układem opisanym w Zadaniu 5.2. Zweryfikuj, czy struktura tego układu jest spójna ze strukturą przedstawioną na Rys. 5.1. W razie konieczności wykonaj konwersję w oparciu o wskazówki zawarte w opisie Rys. 5.3. Zweryfikuj założenie o wykładniczej stabilności macierzy A .

Krok 10 Zweryfikuj, że rozważana funkcja sprzężenia zwrotnego spełnia warunki Twierdzenia Popova.

Krok 11 Przygotuj wykres charakterystyki amplitudowo-fazowej dla transmitancji z Kroku 7 adekwatnie zmodyfikowanej dla kryterium Popova. Należy rozważyć tylko pulsacje dodatnie.

Krok 12 Dobierz prostą Popova, aby uzyskany sektor Popova była jak największy.

Krok 13 Dobierz maksymalny parametr M^* występujący we wzorze funkcji sprzężenia tak, aby wykres $u(t)$ mieścił się w uzyskanym sektorze Popova. Pokaż rezultaty doboru na wykresie sektora Popova.

Krok 14 Przeprowadź symulacje układu z zaprojektowanym sprzężeniem zwrotnym przyjmując $M = 0.9M^*$ oraz $M = 1.1M^*$.

1.3 Zadanie 7.1

Krok 15 Rozważamy układ opisany równaniami:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_C \\ \dot{u}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ \dot{u}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix} u_W \quad (1)$$

$$y = u_C \quad (2)$$

Krok 16 Wykonaj symulacje tego układu dla następujących konfiguracji:

1. na wejściu podana jest sinusoida w czasie ciągłym
2. sinusoida podana jest na wejście przez ekstrapolator rzędu zerowego z krokiem $h = 0.1s$
3. sinusoida podana jest na wejście przez ekstrapolator rzędu zerowego z krokiem $h = 0.5s$

Krok 17 Wyznacz wzory na macierze dyskretne A^+ , B^+ i C^+ w funkcji h dla układu przedstawionego w Kroku 15.

Krok 18 Przeprowadź symulacje układów dyskretnych dla $h = 0.1s$ oraz $h = 0.5s$.

Krok 19 Przygotuj rysunek pozwalający zinterpretować opracowane rezultaty i stwierdzić zgodność układu dykretnego z układem ciągłym w dyskretnych momentach czasu.

1.4 Zadanie 7.2

Krok 20 Oblicz odpowiedź układu ciągłego z Zadania 7.2 na warunek początkowy $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Krok 21 Dla kroku $h = 0.2$ Wyznacz rezultaty obliczeń odpowiedzi schematów różnicowych:

- Eulera z krokiem w przód
- Eulera z krokiem w tył
- przy zastosowaniu wzoru Newtona-Cotesa

Krok 22 Wykreśl wszystkie odpowiedzi na zbiorczym wykresie i opisz obserwacje.

1.5 Zadanie 7.3

Krok 23 Dobierz konkretne wartości parametru λ jako kandydatów reprezentujących wszystkie przedziały z treści zadania 7.3.

Krok 24 Wykreśl na płaszczyźnie zespolonej koło jednostkowe oraz zaznacz punkty odpowiadające wartościom λ wybranym w poprzednim kroku

Krok 25 Dla każdej z wybranych wartości λ przeprowadź symulację odpowiedzi podanego układu dyskretnego na niezerowy warunek początkowy,

Krok 26 Opisz obserwacje zwracając uwagę na zależność charakteru odpowiedzi od położenia punktu λ na płaszczyźnie zespolonej.

2 Opracowanie wyników

Przygotuj sprawozdanie z ćwiczenia opisujące cel, przebieg i obserwacje.

2.1 Opracowanie kroków wymaganych

W części opisującej przebieg koniecznie należy zawrzeć:

- ilustrację przedstawiającą rozwiązanie Zadania 5.1 z kryterium koła na płaszczyźnie zespolonej, w tym charakterystykę amplitudowo-fazową rozważanego układu
- podanie wyznaczonych parametrów w kryterium koła
- ilustrację przedstawiającą rozwiązanie Zadania 5.1 z kryterium Popova, w tym zmodyfikowaną charakterystykę amplitudowo-fazową rozważanego układu
- podanie wyznaczonych parametrów w kryterium Popova
- ilustrację sektorów uzyskanych za pomocą kryterium koła i kryterium Popova (Krok 8) wraz z opisem porównującym oba rezultaty
- ilustrację przedstawiającą rozwiązanie Zadania 5.2 z kryterium Popova, w tym zmodyfikowaną charakterystykę amplitudowo-fazową rozważanego układu oraz dobraną prostą Popova
- wykres funkcji $u(t)$ dla dobrego M^* na tle wyznaczonego sektora Popova
- wykres z rezultatami symulacji z Kroku 14
- wzór na dyskretne macierze z Kroku 17.
- Wykresy z Kroku 19 i adekwatny komentarz do wyników.
- Wykresy z Kroku 22 i adekwatny komentarz do wyników.
- Wykresy położenia λ z Kroku 24.
- Wykresy odpowiedzi dla różnych λ , czyli ilustracje z Kroku 25
- Komentarz z obserwacjami odnoszącymi pozycje λ do charakteru odpowiedzi.